

MÉTODOS COMPUTACIONAIS EM ENGENHARIA
Lisboa, 31 de Maio – 2 de Junho, 2004
© APMTAC, Portugal 2004

MÉTODO NUMÉRICO DE PREDIÇÃO DE FORMAÇÃO DOS VAZIOS DURANTE OS PROCESSOS DE FABRICO DE MOLDAÇÃO LÍQUIDA

Zuzana Dimitrovová* e Suresh G. Advani**

* Investigadora do IDMEC / IST, Lisboa
Equiparada a Professora adjunta DEM /ISEL, Lisboa
Av. Rovisco Pais, 1
1049-001 Lisboa
e-mail: zdimitro@dem.ist.utl.pt / zuzana@dem.isel.ipl.pt

** Professor, DEM, UD
Director Associado do “Center for Composite Materials”
Spencer Lab, 126
Newark, DE, EUA
e-mail: advani@me.udel.edu , web <http://www.me.udel.edu/advani/>

Palavras-chave: tensão de superfície, conservação de massa, formação dos vazios, escoamentos de fronteira livre, análise no nível mesoscópico, moldação líquida.

Resumo. *Apresenta-se simulação do escoamento de resina durante a fase de enchimento do processo de fabrico de moldação líquida. Nesta modelação não se pode desprezar a influência da tensão de superfície que corresponde a introdução da pressão capilar aplicada na fronteira livre. Esta condição de fronteira torna o problema mal posto quer em termos da formulação fraca clássica, quer estabilizada, e em consequência existe um error na conservação local de massa de resina, acumulado especialmente ao longo da fronteira livre. Apresenta-se uma metodologia numérica, que permite significativamente diminuir este error, e que no caso de escoamento de Stoke ainda não foi publicada. Esta metodologia está implementada no Programa de Fronteira Livre (PFL), apresentado em [1-4].*

LISTA DE SÍMBOLOS

- γ : tensão de superfície
 Γ_{in} : fronteira da entrada
 $\Gamma_{t_k}^B$: fronteira livre na região de Brinkman
 $\Gamma_{t_k}^S$: fronteira livre na região de Stoke
 $\Gamma_{t_k}^{S-B}$: interface entre as regiões de Brinkman e Stoke
 ∇ : gradiente espacial, $\Delta = \nabla \cdot \nabla$
 μ : viscosidade
 σ_n^v : componente normal do vector de tensão viscosa na fronteira livre
 σ_t^v : vector tangencial do vector de tensão viscosa na fronteira livre
 σ^v : tensor de tensão viscosa local
 ϕ_t : porosidade de fita de fibras
 $\Omega_{t_k}^B$: região de Brinkman
 $\Omega_{t_k}^S$: região de Stoke
 $f(\mathbf{x}(t), t) = 0$: função implícita que descreva a fronteira livre móvel
 H : curvatura média
 \mathbf{K} : tensor de permeabilidade absoluta
 \mathbf{n} : normal unitária externa da fronteira livre
 p : pressão local
 p_c : pressão capilar local
 P_c : pressão capilar homogeneizada
 p^f : média intrínseca de fase da pressão local
 $p^{f,h}$: média intrínseca de fase da pressão local discretizada
 \hat{P}^h : espaço de funções de teste
 q^h : pressão de teste
 t : tempo
 t_k : tempo discretizado
 \mathbf{v} : vector da velocidade local
 \mathbf{v}^h : vector da velocidade local discretizado
 \mathbf{v}_n^h : componente normal da velocidade local discretizada
 \mathbf{w}_n^h : correcção da velocidade normal
 $\tilde{\mathbf{v}}_n^h$: velocidade normal corrigida
 \mathbf{v}^D : velocidade de Darcy, i.e. a média de fase da velocidade local, relacionada com a média intrínseca de fase da velocidade local \mathbf{v}^f pela $\mathbf{v}^D = \phi_t \mathbf{v}^f$
 $\mathbf{v}^{D,h}$: velocidade de Darcy discretizada
 $\tilde{\mathbf{v}}_n^{D,h}$: componente normal de velocidade de Darcy com propriedade de convergência superior

x : variável espacial

1. INTRODUÇÃO

Os processos de fabrico de moldação líquida são processos em que as pré-formas de fibras contínuas de reforço, compostas pelas fitas de fibras, são arranjadas e fechadas dentro da cavidade de molde e uma resina polímera é injectada para preencher todos os espaços entre as fibras. É importante assegurar uma ligação (adesão) adequada entre as duas componentes e enchimento de todos os vazios, quer entre as fibras dentro das fitas como também entre as fitas.

A utilização dos reforços na forma de têxteis compostos pelas fitas de fibras, trouxe num lado melhores propriedades dos compósitos finais e facilitou o arranjo dos reforços dentro da cavidade de molde. No outro lado estes reforços causam significativa não-uniformidade na progressão de resina, não só através da espessura, mas também no plano de componentes fabricados, como consequência do facto que a cadeia de fibras forma um meio de porosidade dupla. A não-uniformidade de progressão faz o processo de enchimento mais sensível a formação das bolhas de ar e a criação dos vazios. Torna-se assim indispensável existência duma simulação numérica do processo de enchimento, que conseguisse reproduzir a física de formação dos vazios e consequentemente definir as propriedades do processo para a impedir.

Como a porosidade dupla é responsável pela não-uniformidade da progressão de resina, a “indesejável” criação dos vazios pode-se modelar da melhor maneira numa análise no nível mesoscópico, onde as dimensões características do meio dos reforços, que é aproximadamente periódico, correspondem aos diâmetros principais das fitas, que são na ordem de milímetros. Neste nível as fitas de fibras podem-se substituir pelos meios porosos com porosidade simples e uniforme. Assim escoamentos dos dois níveis distintos tem que ser ligados numa só análise: um gerido pelas equações de Navier-Stoke nos espaços entre as fitas e outro pela lei de Darcy dentro das fitas de fibras. Nas condições isotérmicas as resinas habitualmente utilizadas nos processos de moldação líquida comportam-se como líquidos Newtonianos incompressíveis e os escoamentos têm o número de Reynolds baixo. Por isso os termos de inércia podem ser desprezados e o escoamento de Navier-Stoke pode ser simplificado pela formulação de Stoke.

A simulação do escoamento de resina no nível mesoscópico foi resolvida pela incorporação das equações de fronteira livre no código dos elementos finitos comercializado - ANSYS, com a designação o Programa de fronteira livre (PFL). O PFL representa um trabalho de programação complexo, com ligação automática de módulos escritos em Fortran, Ansys Parametric Design Language (APDL) e Maple, que são aplicados a Ansys CFD (computational fluid dynamics) módulo Flotran para resolver uma análise de base [1-4]. O Flotran permite incluir a influência dos meios porosos como resistências distribuídas, que facilita a implementação numérica. Neste ponto pode-se notar que a generalização para escoamento de Navier-Stoke na região entre as fitas não criava nenhum problema. O PFL tem todas as capacidades para capturar a formação dinâmica dos vazios, quer no nível microscópico, quer no nível mesoscópico e podia ser também usado para o nível macroscópico. O escoamento assume-se como quase estacionário e assim a integração ao

longo do tempo poderá ser explícita. O escoamento é incompressível, mas reparou-se que para os números capilar baixos a conservação de massa mostra-se às vezes mal assegurada. Quando por cima os espaços de tempo são inadequados, pode-se observar oscilação da fronteira livre em função de tempo por razões puramente numéricas. Para eliminar estes factores, alguns métodos de estabilização estão apresentados e comparados em [2-4].

Neste artigo apresenta-se uma metodologia de “estabilização” diferente, baseada na formulação fraca do problema, quer clássica, quer estabilizada. Na parte de escoamento de Darcy, esta metodologia é bem conhecida [e.g. 5], mas raramente usada nas simulações numéricas. No caso de escoamento de Stoke, esta metodologia ainda não foi publicada. As raízes para o desenvolvimento estão baseados no facto, que na simulação do escoamento de resina no nível mesoscópico não se pode desprezar a influência da tensão de superfície, que corresponde a introdução da pressão capilar, aplicada na fronteira livre. Esta condição de fronteira torna o problema mal posto em termos da formulação fraca habitualmente usada em códigos comercializados de dinâmica dos fluídos. Em consequência existe um error na conservação local de massa de resina, acumulado especialmente ao longo de fronteira livre, que consequentemente afecta a conservação de massa global. Este error poderá ser diminuído com o refinamento de malha, mas no caso de número capilar baixo, um refinamento adequado exigia um tempo de cálculo insuportável. Por cima isso afectava também um passo de tempo para a integração explícita e aumentava o tempo de cálculo ainda mais. A origem deste error está no facto que na formulação fraca a condição de incompressibilidade é multiplicada pela pressão de teste, que é nula ao longo da fronteira livre, i.e. onde a condição de fronteira essencial é imposta na pressão, e em consequência o espaço de pressões de teste é incompleto.

Ambas metodologias estão implementadas no PFL e a eficiência deles está demonstrada em alguns problemas simples. No caso de escoamento de Stoke com compressibilidade arbitrária, a prova que esta metodologia no caso unidimensional permite obter o valor analítico da velocidade na parte da fronteira onde a pressão é imposta, está também apresentada.

Implementação destas metodologias permite obter velocidades na fronteira livre com uma exactidão suficiente ainda para malhas grossas, o que significativamente diminui o tempo de cálculo. As simulações numéricas conseguem reproduzir uma possível física de formação dos vazios, quer nos espaços entre as fitas de fibras, quer dentro das fitas na forma de microvazios. As simulações exibem uma coincidência aceitável com ensaios experimentais, disponíveis nas publicações dos outros autores.

O artigo está organizado desta forma. Primeiro as equações directivas do problema são resumidas em Secção 2. Secção 3 apresenta nas suas subsecções o PFL, as metodologias de re-cálculo das velocidades na fronteira livre para o escoamento de Darcy e de Stoke e a prova relacionada com o caso unidimensional do escoamento de Stoke compressível. O artigo está concluído em Secção 4.

2. DESCRIÇÃO DA ANÁLISE NO NÍVEL MESOSCÓPICO

No nível mesoscópico as fitas de fibras podem-se substituir pelos meios porosos com porosidade simples e uniforme. Assim escoamentos dos dois níveis distintos tem que ser

ligados numa só análise: um gerido pelas equações de Navier-Stoke nos espaços entre as fitas e outro pela lei de Darcy dentro das fitas de fibras. Fisicamente o avanço de resina está promovido pelo gradiente de pressão e a acção capilar e resistido pelas forças viscosas e a cadeia de fibras. Neste contexto é aconselhável separar a pressão entre a parte hidrodinâmica, que corresponde a aplicação de pressão do exterior, e a parte capilar, que resulta do efeito de tensão de superfície. A análise do escoamento pode-se separar em dois casos básicos: escoamento através e ao longo das fitas de fibras, [4, 6].

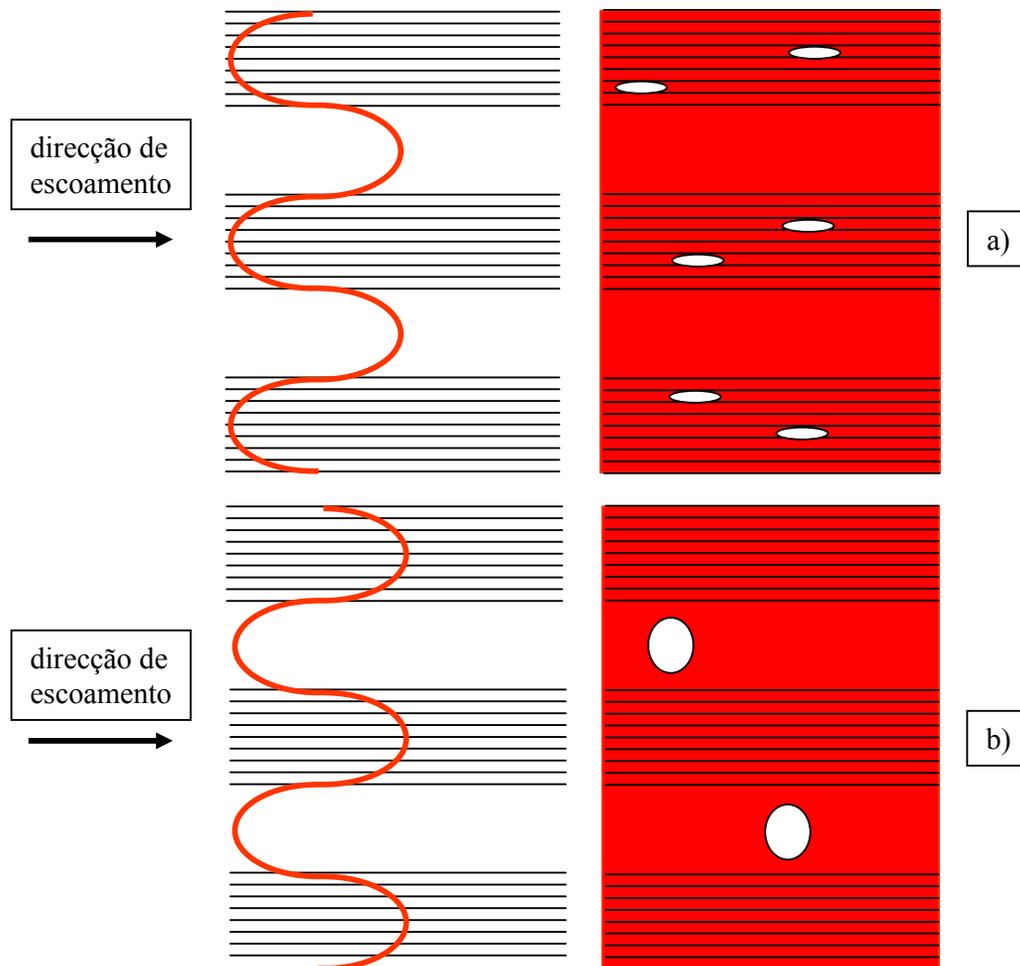


Figura 1. Formação dos vazios no escoamento ao longo das fitas de fibras no caso de avanço mais rápido entre as fitas (a) e dentro das fitas (b).

No caso de escoamento através das fitas de fibras, os estudos experimentais [7-9] e numéricos [2-4, 10] claramente mostram que o enchimento das fitas está atrasado. O avanço de resina, apesar de ajudado pela pressão capilar dentro das fitas bastante forte, não consegue

ao mesmo tempo ultrapassar a permeabilidade muito baixa. Habitualmente apenas uma faixa fina ao longo da superfície da fita está saturada no momento em que a resina a tinha ultrapassado.

No caso de escoamento ao longo das fitas, dois tipos de esquemas podem ser detectados [4, 11-13]. A fronteira de resina dentro da fita pode ser ou avançada ou atrasada relativamente à fronteira primária, que é aquela nos espaços entre as fitas de fibras. Estes tipos de avanço também pré-determinam a forma e a localização dos possíveis vazios, como se mostra na Figura 1.

Como acção capilar não depende da pressão externa aplicada, mas é puramente função de tensão de superfície, ângulo de contacto e de geometria, estes dois esquemas podem ser explicados da seguinte maneira. Quando a pressão aplicada é alta, forças viscosas dominam e o gradiente de pressão hidrodinâmica é também alto. Por isso a resina desloca-se mais rápido nos espaços entre as fitas (Figura 1a). Quando ao contrário a pressão aplicada é baixa, a acção capilar dentro das fitas domina e a fronteira avança mais rápido ali (Figura 1b). Para um enchimento aceitável, tem que se encontrar os parâmetros do processo para equilibrar estes dois efeitos e assegurar assim uma progressão de resina mais ou menos uniforme. Por isso a simulação numérica tem que prever estas situações com uma exactidão suficiente.

Foi justificado em Introdução, que o escoamento na região entre as fitas, $\Omega_{t_k}^S$, pode ser caracterizado pelas equações de Stoke e na região dentro das fitas, $\Omega_{t_k}^B$, pela lei de Darcy. De facto a ligação entre estes dois tipos de escoamentos, i.e. a mudança de escala, tem que ser dentro das fitas assegurada pela formulação de Brinkman, para tomar em consideração a tensão viscosa na superfície entre estas duas regiões, $\Gamma_{t_k}^{S-B}$, no entanto, a importância deste termo viscoso diminui-se rapidamente com a distância da interface (Figura 2). Para simulação numérica se pode assumir que os escoamentos são quase estacionários, que permite a integração ao longo do tempo na forma explícita. Assim o sistema de equações directivas na parte saturada, que tem que ser resolvido em cada passo de tempo discretizado, t_k , é formado por:

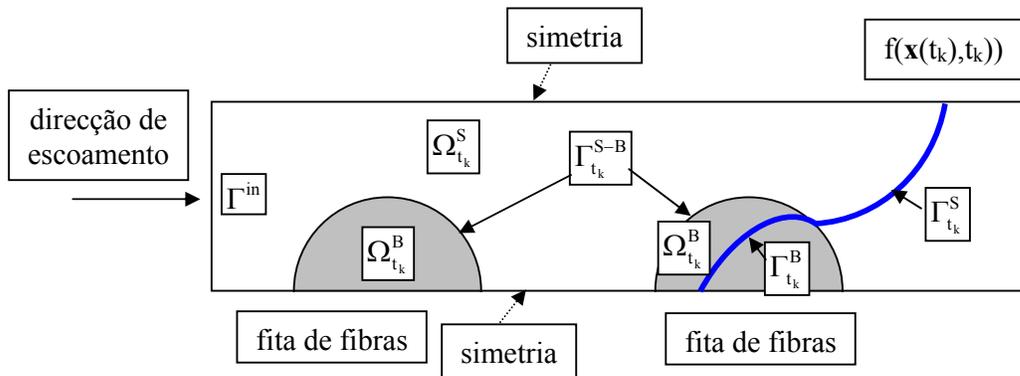


Figura 2. Designação das regiões e fronteiras do escoamento.

$$\text{na região entre as fitas: } \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \text{ and } \nabla p = \mu \Delta \mathbf{v} \quad \text{em } \Omega_{t_k}^S \quad (1)$$

(equações de Stoke),

$$\text{dentro das fitas: } \nabla \cdot \mathbf{v}^D = 0 \text{ and } \nabla p^f = \mu \Delta \mathbf{v}^D - \mu \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{v}^D \quad \text{em } \Omega_{t_k}^B \quad (2)$$

(equações de Brinkman).

Quando as fibras podem-se considerar rígidas, impermeáveis e estacionárias, as seguintes condições de fronteira tem que ser satisfeitas na fronteira livre (com omissão usual de pressão de ar):

$$\boldsymbol{\sigma}_t^v = \mathbf{0} \text{ and } (\boldsymbol{\sigma}^v \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} - p = \sigma_n^v - p \approx -p = -p_c = -2\gamma H \quad \text{em } \Gamma_{t_k}^S, \quad (3)$$

$$p^f = p_c \quad \text{em } \Gamma_{t_k}^B, \quad (4)$$

e o avanço da fronteira pode ser determinado de acordo com:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = 0 \quad \text{em } \Gamma_{t_k}^S, \quad (5)$$

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{v}^D}{\phi_t} \cdot \nabla f = 0 \quad \text{em } \Gamma_{t_k}^B. \quad (6)$$

Pode se então imediatamente reparar que há ambiguidade no ponto de intersecção da fronteira livre com $\Gamma_{t_k}^{S-B}$ em ambas condições, quer em (3-4) como em (5-6).

Outras condições de fronteira como periodicidade, simetria e as condições na entrada Γ_{in} dependem do problema particular, que está considerado.

3. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

3.1. Programa de Fronteira Livre

A simulação do escoamento de resina no nível mesoscópico foi resolvida pela incorporação das equações de fronteira livre no código dos elementos finitos comercializado - ANSYS, com a designação o PFL [1-4].

As dificuldades na implementação numérica têm origem no facto de ser ligados ao mesmo tempo dois tipos de escoamentos dos dois níveis diferentes numa análise só, com dependência no tempo. Por cima torna se indispensável incluir a influência da tensão de superfície, que se pode modelar como pressão capilar aplicada na fronteira livre. Esta condição de fronteira torna o problema mal posto em termos da formulação fraca, quer clássica, quer estabilizada, da análise de dinâmica dos fluídos habitualmente disponível em software comercial. Este facto causa violação de conservação local de massa, cujo erro é acumulado especialmente ao longo de fronteira livre na região de Stoke. Especialmente para os números capilar baixos a conservação de massa mostra-se às vezes puramente assegurada. Para eliminar estes factores, alguns métodos de estabilização estão apresentados e comparados em [2-4].

Neste artigo mostra se uma solução mais adequada, que tem raízes na formulação fraca do problema. Na parte de escoamento de Darcy, esta metodologia é bem conhecida [e.g. 5] e está baseada no re-cálculo das velocidades na fronteira livre a partir da solução obtida

originalmente. No caso de escoamento de Stoke, esta metodologia ainda não foi publicada e estabelece uma correcção das velocidades na fronteira livre. Em ambos casos a implementação numérica no PFL exige ainda uma parte de programação significativa, que está actualmente escrita em Fortran, mas também em Maple para os casos mais simples.

Esta metodologia assegura não só uma melhor conservação de massa em termos globais, mais também em termos locais, relativamente a cada elemento. Este facto é muito importante para traçar a progressão da fronteira livre correctamente, porque o pressuposto de escoamento quase estacionário é adoptado e assim a progressão é determinada pela integração explícita, que significa que os erros na forma de fronteira são irrecuperáveis. A perda de tempo gasta no re-cálculo ou correcção das velocidades na fronteira livre está completamente equilibrada pelo facto, que a forma da fronteira é mais exacta, mais lisa e assim é permitido usar um passo de tempo maior. Consequentemente a implementação desta metodologia assegura um cálculo mais rápido e sem problemas de oscilação de fronteira livre.

3.2. Diminuição do erro na parte de escoamento de Darcy

Na região, onde o escoamento de Darcy está plenamente desenvolvido, as equações directivas do problema permitam usar a metodologia descrita por exemplo em [5]. Neste caso as componentes normais das velocidades na fronteira livre, onde a pressão está imposta como a condição de fronteira essencial, podem ser recalculadas de acordo com a formulação:

$$\left(q^h, \tilde{v}_n^{D,h} \right)_{\Gamma_k^B} = B(q^h, p^{f,h}) - L(q^h) \quad \forall q^h \in \hat{P}^h. \quad (7)$$

(para mais pormenores veja [5], B e L exprimem formas bi-linear e linear da formulação fraca, quer clássica, que estabilizada).

As componentes $\tilde{v}_n^{D,h}$ tem propriedade de convergência superior, em termos especificados em [14]. O espaço de funções de teste, \hat{P}^h , contém agora somente as funções originalmente omitidas na formulação fraca do problema, devido à condição nula na parte da fronteira Γ_k^B . O lado direito da equação (7) pode-se calcular directamente a partir da solução já obtida, $p^{f,h}$. O lado esquerdo da mesma equação exige apenas integração ao longo da fronteira livre, por isso a resolução pode-se obter como uma parte adicional no pós-processamento.

Mostra-se a eficiência desta técnica num problema simples:

$$\begin{aligned} \Delta u &= 1 \quad \text{em } [-1,1] \times [-1,1], \\ u &= 0 \quad \text{em } \partial([-1,1] \times [-1,1]). \end{aligned} \quad (8)$$

Para o cálculo numérico usou-se a analogia com a análise térmica. Mostram-se no gráfico da Figura 3 numa parte da fronteira recta do problema os valores das componentes normais dos fluxos de calor obtidas em ANSYS com malha quadrada de elementos finitos 6×6 (tf 6), 10×10 (tf 10) e 200×200 (tf 200). A solução no caso de malha 200×200 pode-se considerar coincidente com a solução exacta. Os valores dos fluxos ré-calculados de acordo com a metodologia descrita nesta subsecção, estão também incluídos no mesmo gráfico, legendados como “tf-cal 6” e “tf-cal 10” de acordo com a malha 6×6 e 10×10 , respectivamente. Pode-se concluir que os valores ré-calculados, já para a malha de 6×6 dão resultados muito próximos aos exactos.

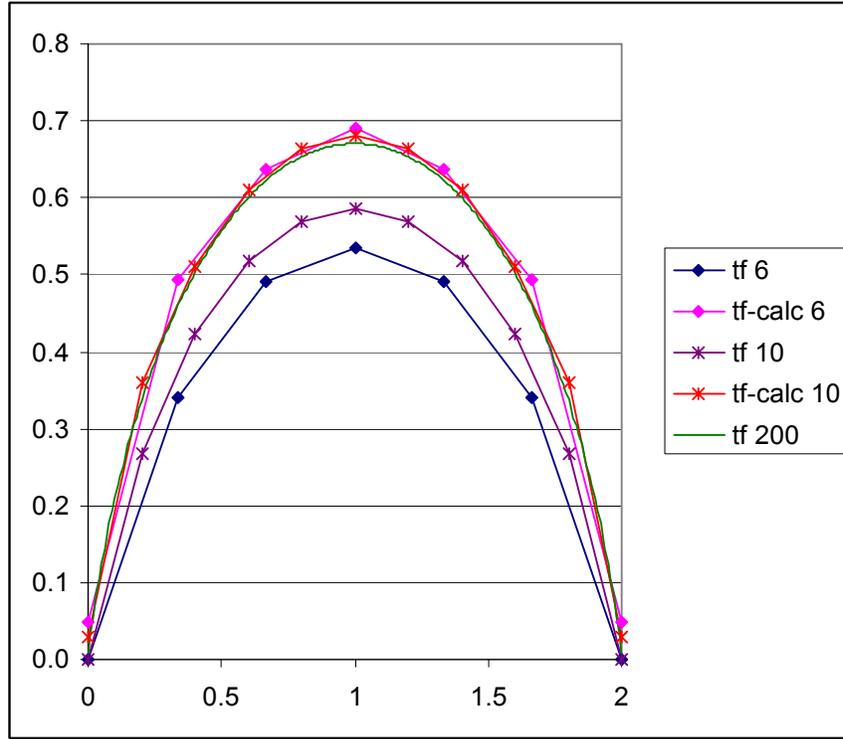


Figura 3: Valores dos fluxos de calor do problema (8).

3.3. Diminuição do error na parte de escoamento de Stoke

A metodologia implementada na região de escoamento de Stoke usa o seguinte esquema:

$$\begin{aligned} (q^h, w_n^h)_{\Gamma_{ik}^s} &= (q^h, \nabla \cdot v^h) \quad \forall q^h \in \hat{P}^h, \\ \tilde{v}_n^h &= v_n^h - w_n^h, \end{aligned} \quad (9)$$

onde w_n^h é um valor auxiliar da velocidade normal, usado para a correção das velocidades calculadas no problema original, v_n^h . A equação (9) é parecida com a forma (7), mas no presente caso a condição de incompressibilidade está completamente separada da formulação fraca do problema de Stoke.

A eficácia desta técnica verificou-se directamente nos elementos lineares de Flotran planos: FLUID 141. Neste elemento a velocidades e a pressão são variáveis nos nós. Os exemplos de teste são formulados nas Figuras 4 e 6, o fluido é considerado com viscosidade unitária e densidade próxima de zero, para eliminar os termos de inércia. Os resultados das velocidades normais na fronteira recta de cima apresentam-se nos gráficos das Figuras 5 e 7. Deve-se apontar neste contexto, que nos problemas de teste a pressão aplicada na fronteira de cima não corresponde à pressão capilar, como é obvio. Os problemas devem apenas testar a

possibilidade de introdução de condição essencial em termos de pressão. Nas legendas das Figuras 5 e 7, o dígito corresponde ao número dos elementos quadrados em cada lado da região do problema e “-calc” designa os valores corrigidos de acordo com a metodologia apresentada neste subsecção.

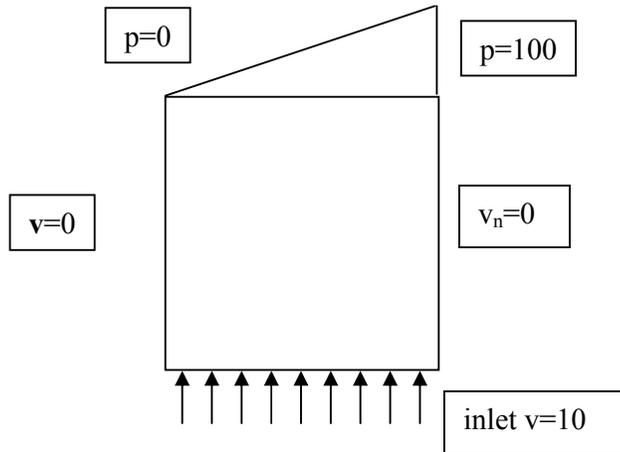


Figura 4: Primeiro problema de teste de eficácia da formulação (9).

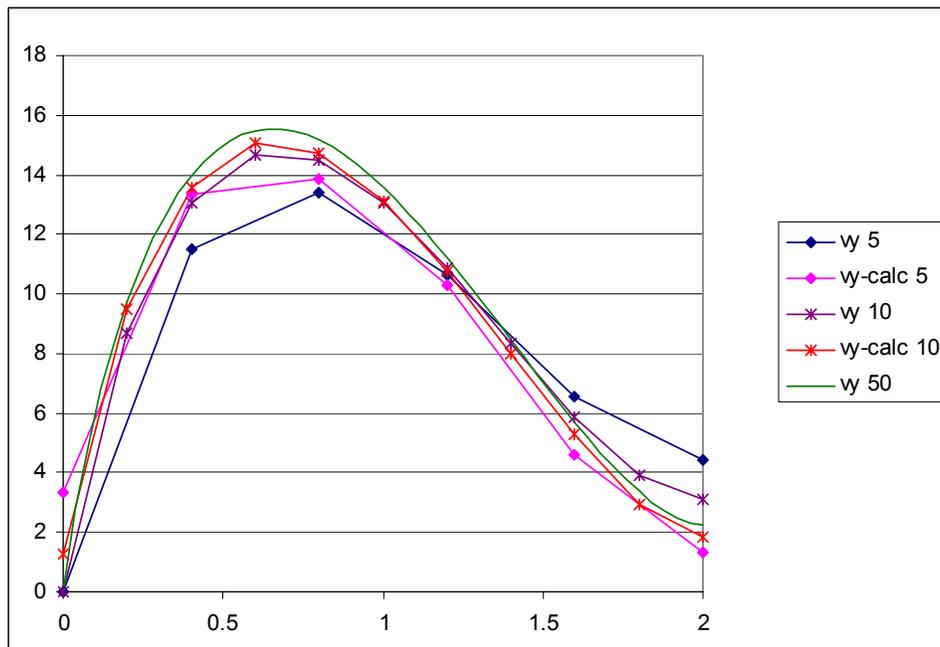


Figura 5: Velocidades normais na fronteira de cima do primeiro problema de teste.

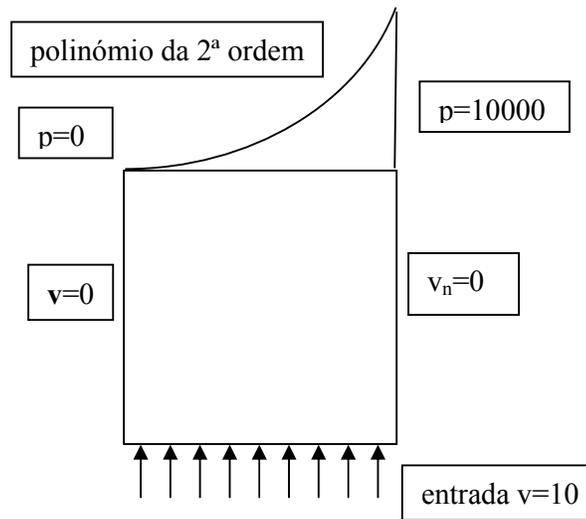


Figura 6: Segundo problema de teste de eficácia da formulação (9).

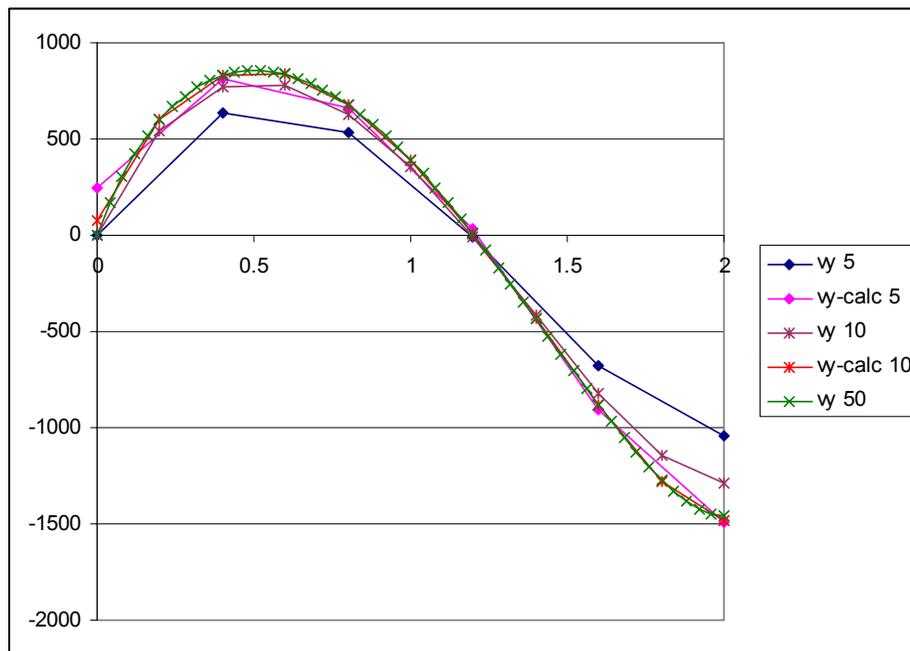


Figura 7: Velocidades normais na fronteira de cima do segundo problema de teste.

Pode-se concluir que especialmente no segundo problema de teste a proximidade dos valores corrigidos aos analíticos é impecável.

3.4. Prova em caso unidimensional dum escoamento compressível

Apresenta-se nesta subsecção a prova que a metodologia apresentada em (9) permite obter um valor analítico no caso unidimensional. Assume-se para simplicidade o problema de Stoke num intervalo $[0,1]$, dividido uniformemente em m elementos lineares. A função de compressibilidade está representada por $g(x)$ e assume-se que $v(x=0)=\tilde{v}_0$ é dado e que a pressão está aplicada em $x=1$. Expressando a discretização de v na forma habitual, $v^h = \tilde{v}_0 N_0 + \sum_{i=1}^m v_i N_i$, onde N_i são as funções de forma, um cálculo simples segue em sistema de equações da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(v_1 - \tilde{v}_0) &= \int g(x) N_0 dx, \\ \frac{1}{2}(v_2 - \tilde{v}_0) &= \int g(x) N_1 dx, \\ \frac{1}{2}(v_3 - v_1) &= \int g(x) N_2 dx, \\ &\dots \\ \frac{1}{2}(v_m - v_{m-2}) &= \int g(x) N_{m-1} dx. \end{aligned} \tag{10}$$

Resolvendo o sistema, pode-se concluir facilmente que:

$$\begin{aligned} v_m &= \tilde{v}_0 + 2 \int g(x) N_{m-1} dx + 2 \int g(x) N_{m-3} dx + \dots, \\ v_{m-1} &= \tilde{v}_0 + 2 \int g(x) N_{m-2} dx + 2 \int g(x) N_{m-4} dx + \dots. \end{aligned} \tag{12}$$

De acordo com (9) e substituindo (12):

$$\begin{aligned} w^h &= - \int g(x) N_m dx + \int g(x) N_{m-1} dx - \int g(x) N_{m-2} dx + \int g(x) N_{m-3} dx \dots, \\ \tilde{v}^h &= \tilde{v}_0 + \int g(x) N_m dx + \int g(x) N_{m-1} dx + \int g(x) N_{m-2} dx + \dots + \int g(x) N_0 dx = \tilde{v}_0 + \int g(x) dx, \end{aligned} \tag{13}$$

que finaliza a prova.

4. CONCLUSÕES

Neste artigo apresentaram-se duas metodologias de re-cálculo e de correcção das velocidades normais na fronteira livre dos escoamentos de resina no nível mesoscópico da fase de injeção dos processos de moldação líquida. A metodologia de re-cálculo é implementada no PFL na parte da fronteira livre que corresponde ao escoamento de Darcy, e está publicada por exemplo em [5]. A metodologia de correcção é implementada no PFL na parte da fronteira livre que corresponde ao escoamento de Stoke, e ainda não foi publicada. A eficácia destas técnicas mostra-se nos problemas de teste simples. A implementação no PFL assegura não só uma melhor conservação de massa em termos globais, mais também em termos locais, relativamente a cada elemento. Este facto é muito importante para traçar a progressão da fronteira livre correctamente, porque o pressuposto de escoamento quase

estacionário é adoptado e assim a progressão é determinada pela integração explícita, que significa que os erros na forma de fronteira são irrecuperáveis. A perda de tempo gasta no recálculo ou correcção das velocidades na fronteira livre está completamente equilibrada pelo facto, que a forma da fronteira é mais exacta, mais lisa e assim é permitido usar um passo de tempo maior. Consequentemente a implementação desta metodologia assegura um cálculo mais rápido e sem problemas de oscilação de fronteira livre, ainda para malhas grossas. As simulações numéricas conseguem reproduzir uma possível física de formação dos vazios, quer nos espaços entre as fitas de fibras, quer dentro das fitas na forma de micro-vazios. As simulações exibem uma coincidência aceitável com ensaios experimentais, disponíveis nas publicações dos outros autores.

REFERÊNCIAS

- [1] Z. Dimitrovová e S.G. Advani, Analysis and characterization of relative permeability and capillary pressure for free surface flow of a viscous fluid across an array of aligned cylindrical fibers, *Journal of Colloid and Interface Science*, **245**, 325-337 (2002).
- [2] Z. Dimitrovová e S.G. Advani, Free boundary viscous flows at micro and mesolevel during liquid composites molding process, CD de comunicações e Acta do 14th *International Conference on Composites Materials*, 598-599, San Diego, California, EUA (2003).
- [3] Z. Dimitrovová e S.G. Advani, Numerical simulation of free boundary viscous flows at all length scales of LCM process, CD de comunicações do 3th *International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences*, Corfu, Grécia (2003).
- [4] Z. Dimitrovová e S.G. Advani, Mesolevel analysis of the transition region formation and evolution during the liquid composite molding process, *Computers & Structures*, aceite (2004).
- [5] T.J.R. Hughes, G. Engel, L. Mazzei e M.G. Larson, The continuous Galerkin method is locally conservative, *Journal of Computational Physics*, **163**, 467-488 (2000).
- [6] S.G. Advani e Z. Dimitrovová, Role of capillary driven flow in composite manufacturing, In: S. Hartland, ed. *Surface and interfacial tension; measurement, theory and applications*. Marcel Dekker, Inc. (2004).
- [7] R.S. Parnas e F.R. Phelan, The effect of heterogeneous porous media on mold filling in resin transfer molding, *SAMPE Quarterly*, **22**, 53-60 (1991).
- [8] R.S. Parnas, A.J. Salem, T.A.K. Sadiq, H.P. Wang e S.G. Advani, The interaction between micro- and macroscopic flow in RTM preforms, *Composite Structures*, **27**, 93-107 (1994).
- [9] T.A.K. Sadiq, S.G. Advani e R.S. Parnas, Experimental investigation of transverse flow through aligned cylinders, *International Journal of Multiphase Flow*, **21**, 755-774 (1995).
- [10] M.A.A. Spaid e F.R. Phelan, Modeling void formation dynamics in fibrous porous media with the Lattice Boltzman method, *Composites A*, **29A**, 749-755 (1998).
- [11] N. Patel e L.J. Lee, Effects of fiber mat architecture on void formation and removal in liquid composite molding, *Polymer Composites*, **16**, 386-399 (1995).

- [12]N. Patel, V. Rohatgi e L.J. Lee, Micro scale flow behavior and void formation mechanism during impregnation through a unidirectional stitched fiberglass mat. *Polymer Engineering and Science*, **35**, 837-851 (1995).
- [13]C. Binetruy, B. Hilaire e J. Pabiot, The influence of fiber wetting in resin transfer molding: scale effects, *Polymer Composites*, **24**, 548-557 (2000).
- [14]I. Babuška e A. Miller, The post-processing approach in the finite element method - Part 1: Calculation of displacements, stresses and other higher derivatives of the displacements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **20**, 1085-1109 (1984).