

**CONTROL DE SISTEMAS NO LINEALES POR
MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDO ORDEN.
APLICACIÓN A LA CONVERSIÓN DE ENERGÍA EÓLICA**

Carolina A. EVANGELISTA

Tesis presentada para el grado de
DOCTORA EN INGENIERÍA

Dirección de tesis:

Dr. Paul F. Puleston y Dr. Fernando Valenciaga



Departamento de Electrotecnia
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de La Plata

21 de marzo de 2012

Agradecimientos

Quiero agradecer enormemente

- ◇ A Paul y a Fernando por el gran trabajo de directores que hicieron conmigo, que entre otras cosas incluyó mucha paciencia (sobre todo al principio). Me dieron mucha fuerza, tanto en sentido académico como personal.
- ◇ A toda la gente que está y que ha pasado por el LEICI durante el tiempo de mi doctorado por el ambiente de trabajo, la ayuda, la compañía, los mates y tantas cosas que hacen que me resulte lindo y me den ganas de venir cada vez. A Jero muy particularmente por estos motivos.
- ◇ A la familia querida, a mis amigos, alumnos, profesores y compañeros de ambos géneros que estuvieron en distintos momentos durante todo este rato, más que nada por la compañía y el apoyo.
- ◇ A Vane, a Gerard, a Harry, a Max y a Fede, porque estuvieron de diferentes formas en todos, todos los momentos. A zk, porque a veces no se puede, pero otras sí y es tan lindo cuando sí. A mi begonia, que me alegró las vueltas a casa desde el principio y dio flores justo al final.

Índice general

Abstract	IX
Resumen	XI
Abreviaturas	XIII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes y motivación	1
1.2. Organización y estructura de la Tesis	3
1.3. Principales aportes	4
2. Generación de energía eléctrica a partir del viento	9
2.1. El viento como recurso energético	10
2.1.1. Naturaleza del viento	11
2.2. Hélice de una turbina eólica	14
2.2.1. Principios de funcionamiento	15
2.2.2. Par y potencia desarrollados	22
2.2.3. Desempeño, zonas de operación y control	24
2.3. Generación Sincrónica Trifásica	28
2.3.1. Sistemas de frecuencia y <i>pitch</i> constantes	29
2.3.2. <i>Kramer drive</i> estático	35
2.3.3. Convertidor bidireccional o <i>back-to-back</i>	35
2.4. Resumen del capítulo	36
3. Modelos matemáticos en variables de estado	39
3.1. Sistema de transmisión	39
3.1.1. Modelo rígido	40

3.1.2. Modelo flexible	41
3.2. Generador de inducción doblemente alimentado	41
3.2.1. Generador de inducción	42
3.2.2. Modelo dinámico del generador de inducción	43
3.2.3. Transformación de Park	46
3.2.4. GIDA con convertidor unidireccional (KDE)	53
3.2.5. GIDA con convertidor bidireccional <i>back-to-back</i>	60
3.3. Resumen del capítulo	64
4. Control por modos deslizantes	65
4.1. Introducción	65
4.2. Conceptos fundamentales del control por MD	67
4.2.1. MD de primer orden (1-MD)	67
4.2.2. Derivadas de Lie	69
4.2.3. Condición de transversalidad	70
4.2.4. Condición necesaria para la existencia de 1-MD	71
4.3. Regularización. Movimiento en modo deslizante	71
4.3.1. Método de Filippov	72
4.3.2. Método del control equivalente y movimiento deslizante ideal	73
4.3.3. Condición necesaria y suficiente para la existencia de 1-MD	75
4.3.4. Robustez de 1-MD	76
4.4. 1-MD en sistemas MIMO	79
4.4.1. Movimiento en régimen deslizante MIMO	80
4.5. Comentarios sobre control por 1-MD. <i>Chattering</i>	81
4.6. Modos deslizantes de orden superior (MDOS)	83
4.6.1. Orden del modo deslizante	84
4.6.2. Movimiento en régimen deslizante de orden superior	84
4.6.3. Sobre el tiempo de convergencia	87
4.7. 2-MD	88
4.7.1. Problema general 2-MD	89
4.8. Resumen del capítulo	92
5. Control de potencia por 2-MD para GIDA con convertidor unidireccional. Estudio comparativo	93
5.1. Introducción	93

5.2. Modelo para el diseño	94
5.3. Parte común del procedimiento de diseño por 2-MD	96
5.4. Algoritmos 2-MD	98
5.4.1. Controlador basado en algoritmo con Ley de Variación Definida	98
5.4.2. Controlador basado en algoritmo Sub-Óptimo	99
5.4.3. Controlador basado en algoritmo <i>Twisting</i>	100
5.4.4. Controlador basado en algoritmo <i>Super-Twisting</i>	101
5.5. Diseño de los controladores	102
5.5.1. Determinación de las cotas	102
5.5.2. Selección de los parámetros	103
5.6. Resultados de simulaciones	107
5.7. Conclusiones	115
6. Control de potencia para GIDA con convertidor unidireccional. Variantes de <i>Super-Twisting</i> por Lyapunov	117
6.1. Introducción	117
6.2. Modelo para el diseño	118
6.3. Diseño de los controladores, componente común: control equivalente	120
6.4. Diseño de \tilde{u} con ganancias variables	122
6.4.1. Prueba de convergencia	124
6.5. Diseño de \tilde{u} con ganancias constantes	127
6.5.1. Prueba de convergencia	128
6.6. Selección de valores para los parámetros	129
6.7. Resultados de simulación	132
6.8. Conclusiones	139
7. Control MIMO de Potencias Activa y Reactiva para GIDA con convertidor bidireccional	143
7.1. Introducción	143
7.2. Modelo del sistema para el diseño	144
7.2.1. Objetivos de control	145
7.3. Diseño basado en algoritmo original	146
7.3.1. Preparación del sistema MIMO	146
7.3.2. Diseños empleando <i>Super-Twisting</i> SISO	148
7.3.3. Determinación de las cotas y selección de parámetros	150

7.3.4. Resultados de simulación del sistema controlado	152
7.4. Diseño basado en Lyapunov	157
7.4.1. Transformación de variables	157
7.4.2. Procedimiento de diseño	158
7.4.3. Selección de valores para los parámetros	161
7.4.4. Simulaciones del sistema controlado	162
7.5. Conclusiones	166
8. Conclusiones	169
8.1. Futuras líneas de investigación	172
A. Valores nominales de los parámetros de los sistemas considerados	175
A.1. SCEE basado en GIDA en configuración tipo KDE	175
A.2. SCEE basado en GIDA con convertidor <i>back-to-back</i>	176

Abstract

Power generation from wind has become a matter of high priority in many regions of the world over the last decades, during which the installed wind capacity has been growing steadily. The incorporation of advanced control techniques into wind energy conversion systems (WECS) has been one of the major technological changes responsible for the improvement regarding efficiency and cost reduction of energy. These tasks are a particularly challenging control problem due to the special features of WECS such as the highly nonlinear nature of wind turbines, the variability and intermittency of the wind, the usual scarcity of reliable measures of it, and the uncertainty in the aerodynamic and electrical models of the system among other reasons.

This Thesis proposes new solutions based on Second Order Sliding Mode (2-SM) to control variable-speed WECS based on doubly-fed induction generators in configurations with slip power recovery. In particular, several controllers based on 2-SM algorithms are designed, analysed and evaluated for two WECS topologies, one of them with single input and single output (SISO) and the other with multiple inputs and multiple output (MIMO). The main aim in all cases is to maximize the power conversion of the WECS, maintaining an adequate mechanical behaviour and reducing the *chattering* effect.

Globally, the results allow us to study, analyse and evaluate the feasibility and characteristics of the application of the 2-MD SISO and MIMO to these systems. The proposed strategies are simple, very robust and of relatively simple implementation.

Resumen

La generación de energía a partir del viento se ha convertido en un tema de alta prioridad en muchas regiones del mundo en las últimas décadas, durante las cuales ha crecido en forma continua la capacidad eólica instalada. La incorporación de sistemas de control avanzado en los sistemas de conversión de energía eólica (SCEE) fue uno de los principales cambios tecnológicos responsables del uso eficiente y de la reducción del costo de la energía eólica. Desde el punto de vista del control, esta tarea es especialmente desafiante debido a numerosas características particulares de los SCEE tales como la naturaleza altamente no lineal de las turbinas eólicas, la variabilidad e intermitencia del viento y la habitual escasez de medidas online confiables del mismo, la incertidumbre en los modelos aerodinámicos y eléctricos del sistema, entre otros.

En esta Tesis se proponen nuevas soluciones basadas en Modos Deslizantes de Segundo Orden (2-MD) para controlar SCEE de velocidad variable basados en generadores de inducción doblemente alimentados en configuraciones con recuperación de potencia de resbalamiento. En particular se diseñan, analizan y evalúan por simulación diversos controladores basados en algoritmos 2-MD para dos topologías de SCEE, una de una entrada y una salida (SISO) y otra de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). El objetivo principal en todos los casos consiste en maximizar la potencia de conversión del SCEE, manteniendo un adecuado desempeño mecánico y mejorando el comportamiento en cuanto al efecto de *chattering*.

De manera global, los resultados obtenidos permiten estudiar, analizar y evaluar la viabilidad y las características de la aplicación de los 2-MD SISO y MIMO a estos sistemas. Las estrategias propuestas son simples, muy robustas y de implementación relativamente sencilla.

Abreviaturas

r -MD	Modos Deslizantes de r -ésimo Orden o de Orden r
1-MD	Modos Deslizantes de Primer Orden o de Orden 1
2-MD	Modos Deslizantes de Segundo Orden o de Orden 2
CEV	Control por Estructura Variable
CMD	Control por Modo Deslizante
GI	Generador de Inducción
GIDA	Generador de Inducción Doblemente Alimentado
GIJA	Generador de Inducción tipo Jaula de Ardilla
GIRB	Generador de Inducción de Rotor Bobinado
GS	Generador Sincrónico
GSIP	Generador de Inducción de Imán Permanente
KDE	<i>Kramer drive</i> estático
MD	Modos Deslizantes
MDOS	Modos Deslizantes de Orden Superior
MIMO	Múltiples entradas y múltiples salidas (del inglés <i>Multiple Inputs - Multiple Outputs</i>)
SCEE	Sistema de Conversión de Energía Eólica
SEV	Sistemas de Estructura Variable
SISO	Única entrada y única salida (del inglés <i>Single Input - Single Output</i>)

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes y motivación

La creciente demanda de energía y la preocupación por el deterioro del medio ambiente relacionado con la explotación de combustibles fósiles entre otros factores, vienen incrementando el interés mundial por fuentes alternativas de energía, limpias y basadas en fuentes renovables. Entre éstas, la eólica es una de las opciones que mayor impulso ha recibido, destacándose como una de las pocas que al presente puede generar energía eléctrica “limpia” a costos casi competitivos con los métodos convencionales de generación (REN, 2010).

La capacidad eólica instalada ha venido creciendo a una tasa de alrededor del 25 % anual durante la última década, llegando a 196GW a fines de 2010 y constituyendo el 2,5 % del consumo eléctrico mundial. En algunas regiones, tales como Dinamarca, Portugal, España y Alemania, el viento se ha convertido en una de las fuentes principales de abastecimiento de energía eléctrica (21 %, 18 %, 16 % y 9 % del consumo respectivamente). Aún sin ser tan prolífico en todos lados, el crecimiento mencionado incluye a más de 80 países, sucediendo por primera vez en 2010 que la capacidad eólica anual instalada en países en desarrollo y economías emergentes, como China e India, fue mayor que la instalada en los mercados tradicionales (WWE, 2011; GWE, 2011, 2008).

En este contexto de constante expansión, las investigaciones en el campo de nuevas tecnologías para sistemas de conversión de energía eólica (SCEE) y sistemas híbridos, se han convertido en un tema de alta prioridad en muchas regiones del mundo. Se ha establecido que conjuntamente con el aumento de tamaño de las turbinas asociado al mejoramiento de los materiales, la electrónica de potencia y el diseño aerodinámico de las palas, la incorporación de sistemas de control avanzado en los SCEE fue uno de los principales cambios tecnológicos responsables de la reducción del costo de la energía eólica. Este objetivo ha tornado la creación de eficientes estrategias de control para SCEE en una actividad esencial de I&D, enfocada en optimizar el rendimiento y confiabilidad del sistema (Munteanu *et al.*, 2007; Swisher *et al.*,

2001; Avis y Maegaard, 2008).

Desde el punto de vista del control, esta tarea es especialmente desafiante debido a numerosas características particulares de los SCEE: la naturaleza altamente no lineal de las turbinas eólicas, la variabilidad e intermitencia del viento y la habitual escasez de medidas *online* confiables del mismo, la incertidumbre en los modelos aerodinámicos y eléctricos del sistema, el efecto de sombra de la torre (presencia de modos de oscilación de baja frecuencia que pueden ser excitados por fluctuaciones del viento) y la existencia de comportamientos de no mínima fase. También debe tenerse en cuenta que existen SCEE orientados a diferentes objetivos, dado que la potencia eléctrica generada por una turbina eólica puede inyectarse directamente a la red o utilizarse en áreas aisladas, pequeñas comunidades o industrias, y que con frecuencia es combinada con otras fuentes de energía conformando sistemas híbridos de generación.

Actualmente, tales desafíos de control pueden ser satisfactoriamente afrontados gracias a la reducción del costo y a los avances de los semiconductores de potencia y los microprocesadores. A pesar del costo inicial extra, la inclusión de controles electrónicos permite un mayor grado de flexibilidad y el alcance de objetivos más complejos, particularmente operando a velocidad variable (Kim y Dah-Chuan Lu, 2010; Baroudi *et al.*, 2007; Avis y Maegaard, 2008; Chen *et al.*, 2009). Con estos avances tecnológicos al alcance de la mano, los clásicos controles para SCEE pueden ser reemplazados por nuevas estrategias de control más eficientes, basadas en modernas técnicas de control, tales como: *Fuzzy Logic Control* (Prats *et al.*, 2002; Godoy Simoes *et al.*, 1997), Control Robusto (Uhlen *et al.*, 1994; Muhandó *et al.*, 2007), Control Adaptivo (Valenciaga *et al.*, 2000b; Song *et al.*, 2000), *Gain Scheduling* (Bourlis y Bleijs, 2009), por ejemplo. De entre ellas, el Control de Estructura Variable (CEV) emerge como una opción especialmente adecuada para lidiar con SCEE de velocidad variable controlados electrónicamente. Por un lado, esta técnica de control ya ha probado ser altamente robusta respecto a variaciones de los parámetros del sistema y a perturbaciones externas (Hung *et al.*, 1993; Sabanovic *et al.*, 2004; Edwards *et al.*, 2006). Por otro lado, la viabilidad y los beneficios del CEV aplicado a accionamientos controlados electrónicamente han sido extensivamente demostrados en la literatura técnica, como por ejemplo en (Utkin, 1993; Utkin *et al.*, 1999). Sumado a esto, el CEV permite un enfoque de diseño relativamente sencillo, aún en presencia de modelos no lineales, y admite ser exitosamente combinado con otras técnicas de control tales como Pasividad (Valenciaga *et al.*, 2000a), Redes Neuronales (Bhatti *et al.*, 1999) o Control Adaptivo/*Feed-Forward* (Monsees *et al.*, 1999). Su aplicabilidad al diseño de nuevas estrategias de control para diversos tipos de SCEE, autónomos y conectados a red, ha sido presentada en diversas publicaciones .

Las razones expuestas precedentemente permiten afirmar que el desarrollo de nuevas estrategias de control para SCEE y tecnologías asociadas, no es meramente un área de investigación plena de desafiantes problemas desde el punto de vista del control automático sino también, y fundamentalmente, un campo de I&D científico-tecnológico de gran interés por razones ambientales, sociales, económicas y estratégicas.

1.2. Organización y estructura de la Tesis

La presente Tesis se ha organizado de manera que en los primeros capítulos se introducen los conceptos teóricos y los fundamentos matemáticos y físicos que permitirán comprender y justificar los algoritmos y las estrategias de control que se proponen en la segunda mitad de la tesis. Estos últimos representan los aportes originales. A continuación se presenta una descripción más detallada de los contenidos.

El [Capítulo 2](#) está formado por tres secciones, en las cuales se presentan las distintas partes que conforman un SCEE. En la primera sección se describe el viento, sus orígenes y las características que lo hacen interesante como fuente de energía aprovechable. A continuación se presenta una caracterización de las turbinas eólicas, a partir de sus componentes, clasificaciones, principios de funcionamiento, en particular de las de eje horizontal, desempeño y vida útil. En la última sección se introducen en forma breve los generadores y configuraciones típicas empleadas en estos sistemas de generación, explicándose en mayor detalle las configuraciones de velocidad variable con recuperación de potencia de resbalamiento que son empleadas en capítulos posteriores. Para estas topologías se presentan también, en el [Capítulo 3](#), los modelos matemáticos que describen la dinámica de los SCEE a través de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales. Las dimensiones de estos sistemas son diferentes según correspondan a una descripción completa o reducida (a partir de algunas simplificaciones consideradas).

Siguiendo con la estructura mencionada, en el [Capítulo 4](#) se introducen los Modos Deslizantes. Para ello, se presenta en primer lugar una descripción de las ideas y definiciones matemáticas básicas de los modos deslizantes de primer orden, para sistemas no lineales, tanto de una entrada y una salida (SISO), como de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). A partir de los conceptos introducidos, se definen y caracterizan los modos deslizantes de mayor orden en forma general, y por último, se presenta una sección que se centra en los modos deslizantes de segundo orden (2-MD).

En los tres capítulos que siguen presentan propuestas que aplican 2-MD al control de SCEE. En los [Capítulos 5](#) y [6](#) la estrategia apunta a maximizar la potencia extraída, optimizando el rendimiento de conversión en la zona de operación *de carga parcial* de un SCEE basado en un GIDA en configuración con recuperación de potencia de resbalamiento unidireccional. Para ello, se propone la realización de un control de seguimiento de velocidad, de modo que el sistema opere en los puntos de máxima extracción de potencia, empleando para los procesos de diseño un modelo simplificado del SCEE de 1 único estado no lineal, que representa la dinámica mecánica, y haciendo comprobaciones sobre el modelo completo.

De este modo, en el [Capítulo 5](#) se proponen, diseñan y analizan por simulación diversos controladores basados en los algoritmos 2-MD ([Bartolini *et al.*, 1999a](#); [Levant, 1993](#)): con Ley de Variación Definida, Sub-Óptimo, *Twisting* y *Super-Twisting*. Los resultados obtenidos permiten elaborar conclusiones respecto de la viabilidad de aplicación de los algoritmos 2-MD a estos sistemas, a la vez que comparar las ventajas y desventajas de cada uno de los que se han considerado.

Con el mismo objetivo, en el [Capítulo 6](#) se proponen, diseñan y analizan a través de simulaciones dos controladores basados en dos variantes del algoritmo *Super-Twisting*, con diseño por Lyapunov. Una de las dos variantes propone una expresión de parámetros constantes ([Moreno y Osorio, 2008](#)) para la acción de control que coincide con el algoritmo original ([Levant, 1993](#)), difiriendo de este en las condiciones que deben satisfacer dichos parámetros, dadas por Lyapunov en el caso aplicado. La otra alternativa propone una expresión novedosa, semejante al *Super-Twisting* original pero con ganancias variables, desarrollado a partir de una reelaboración de la propuesta presentada en ([Dávila et al., 2010](#)), para la cual se demuestran oportunamente convergencia y estabilidad por Lyapunov. A partir de los resultados obtenidos se presentan conclusiones respecto de estas variantes de diseño y las bondades que presentan en cuanto a la aplicación de control planteada.

La propuesta del [Capítulo 7](#) presenta el diseño y análisis de dos controladores MIMO, con los objetivos de maximizar la potencia capturada por la turbina eólica durante operación en la *zona de carga parcial* y a la vez regular la potencia reactiva de estator de un SCEE basado en un GIDA con convertidor bidireccional, en una configuración con recuperación de potencia de resbalamiento. La estrategia propone realizar el seguimiento de una referencia de torque, que lleva al sistema a operar extrayendo la máxima potencia de conversión, y de una referencia de potencia reactiva dada por el estado de la línea, para el segundo objetivo. En este capítulo se emplea para describir al SCEE un modelo reducido de 3 estados no lineales, que tiene en cuenta la dinámica mecánica y la dinámica eléctrica de rotor. El primer controlador se diseña según una variante MIMO del algoritmo *Super-Twisting* ([Levant, 2003b](#)), mientras que el segundo está basado en una nueva propuesta MIMO surgida de la variante de *Super-Twisting* con ganancias variables diseñada por Lyapunov que se introdujo en el capítulo anterior. Se propone en este capítulo una nueva función de Lyapunov para demostrar convergencia y estabilidad. Finalmente se presentan conclusiones en base a los resultados obtenidos.

Luego de las estrategias de control desarrolladas en los capítulos previos, en el [Capítulo 8](#) se realiza una evaluación general de los resultados presentados, de los que surgen cuestiones y problemas que se proponen como líneas a seguir en próximas investigaciones.

Finalmente, en el [Apéndice A](#) se presentan los valores correspondientes a los parámetros que intervienen en las simulaciones realizadas para validar las propuestas desarrolladas a lo largo de la Tesis.

1.3. Principales aportes

Los aportes realizados durante el desarrollo de esta Tesis consistieron en la propuesta de nuevas soluciones basadas en 2-MD para controlar SCEE de velocidad variable basados en GIDA en configuraciones con recuperación de potencia de resbalamiento.

De manera global, los resultados obtenidos permitieron estudiar, analizar y evaluar la viabilidad y las características de la aplicación de los 2-MD a estos sistemas. Las estrategias propuestas son simples, de implementación relativamente sencilla y muy robustas.

En forma más detallada:

- Se diseñaron, analizaron y evaluaron controladores basados en cuatro algoritmos 2-MD diferentes para maximizar la potencia de conversión en la zona de operación *de carga parcial* de un SCEE de velocidad variable en configuración unidireccional.
 - Cada uno de los controladores fue diseñado empleando un modelo simplificado del SCEE considerando únicamente la dinámica mecánica a través de un único estado afín en el control.
 - Los diseños fueron realizados para garantizar convergencia y robustez ante incertidumbres en los parámetros eléctricos y aerodinámicos del sistema dentro de ciertos rangos alrededor de sus valores nominales, así como perturbaciones externas acotadas. Esta tarea demandó un extenso análisis de las ecuaciones del sistema complementado con consideraciones físicas realistas, en conjunto con simulaciones del sistema funcionando en situaciones variadas.
 - Se verificaron y evaluaron las características del sistema controlado, así como el método de diseño, para lo cual se realizaron simulaciones sobre el modelo completo del SCEE, en condiciones realistas de funcionamiento. Por un lado se evaluó el comportamiento individual de los controladores diseñados y por otro se elaboraron conclusiones comparando las ventajas y desventajas de cada uno respecto de los demás.

- Se diseñaron por Lyapunov dos controladores basados en el algoritmo *Super-Twisting* para maximizar la potencia de conversión en la zona de operación *de carga parcial* de un SCEE de velocidad variable en configuración unidireccional.

Para ambos diseños se empleó el modelo simplificado del SCEE que considera únicamente la dinámica mecánica a través de un único estado afín en el control.

 - Se propuso un algoritmo en base a la reelaboración de una versión de ganancias variables del algoritmo *Super-Twisting*. La convergencia y estabilidad de este nuevo algoritmo surgido de las modificaciones realizadas, fueron demostradas por Lyapunov. La propuesta se empleó para diseñar uno de los dos controladores mencionados. El otro controlador se diseñó siguiendo un desarrollo existente del algoritmo *Super-Twisting* de ganancias fijas, también basado en Lyapunov.
 - Los diseños fueron realizados para garantizar convergencia y robustez ante incertidumbres en los parámetros eléctricos y aerodinámicos del sistema dentro de ciertos rangos alrededor de sus valores nominales, así como perturbaciones externas acotadas.
 - Se verificaron y evaluaron para las dos propuestas, las características del sistema controlado, así como el método de diseño, a través de simulaciones realizadas empleando el modelo completo del SCEE, en condiciones realistas de funcionamiento.

- Se diseñaron, analizaron y evaluaron dos controladores multivariables basados en dos versiones diferentes del algoritmo *Super-Twisting* desarrollado para sistemas MIMO, con el objeto de maximizar potencia de conversión y regular potencia reactiva de estator en un SCEE de velocidad variable con convertidor bidireccional.

- Se propuso un algoritmo para sistemas MIMO en base a la extensión de la versión de ganancias variables del algoritmo *Super-Twisting* propuesta previamente.
- Se demostró por Lyapunov la convergencia y estabilidad de este nuevo algoritmo.
- La propuesta se empleó para diseñar uno de los dos controladores mencionados. El segundo controlador se diseñó siguiendo otro desarrollo existente MIMO del algoritmo *Super-Twisting* de ganancias fijas original.
- Los diseños fueron realizados para garantizar convergencia y robustez ante incertidumbres en los parámetros eléctricos y aerodinámicos del sistema dentro de ciertos rangos alrededor de sus valores nominales, así como perturbaciones externas acotadas, empleando un modelo del sistema de tres estados, incluyendo la dinámica mecánica y la eléctrica de rotor.
- Se verificaron y evaluaron para las dos propuestas las características del sistema controlado a través de simulaciones en condiciones realistas de funcionamiento.

Finalmente, es importante destacar que algunos de los resultados de este trabajo de Tesis han dado origen a una serie de artículos que se han publicado y enviado para su evaluación en revistas internacionales y congresos, los cuales se listan a continuación:

Trabajos en Revistas con referato

- Evangelista C., Puleston P., Valenciaga F. y Fridman L., “Lyapunov Designed Super-Twisting Sliding Mode Control for Wind Energy Conversion Optimization”. **Aceptado, Enero 2012.** *IEEE Transactions on Industrial Electronics*.
- Evangelista C., Valenciaga F. y Puleston, “Multivariable 2-sliding mode control for a wind energy system based on a double fed induction generator”. *International Journal of Hydrogen Energy*, publicado online Enero 2012, doi: 10.1016/j.ijhydene.2011.12.080.
- Valenciaga, F. y Evangelista, C., “2-sliding active and reactive power control of a wind energy conversion system”. *IET Control Theory & Applications*, Noviembre 2010, Volumen 4, Número 11, pp. 2479-2490.
- Evangelista C., Puleston, P. y Valenciaga F., “A Simple Robust Controller for Power Maximization of a Variable-Speed Wind Turbine”. *International Journal of Energy Research*, Agosto 2010, Volumen 34, Número 10, pp. 924-932.
- Evangelista C., Puleston, P. y Valenciaga F., “Wind Turbine Efficiency Optimization. Comparative Study of Controllers based on Second Order Sliding Modes”. *International Journal of Hydrogen Energy*, Junio 2010, Volumen 35, Número 11, pp. 5934-5939.
- Valenciaga F. y Evangelista C., “Control Design for an Autonomous Wind Based Hydrogen Production System” *International Journal of Hydrogen Energy*, Junio 2010, Volumen 35, Número 11, pp. 5799-5807.

Trabajos en Anales de Congresos con referato

- C.A. Evangelista, F. Valenciaga y P. Puleston “Control de Potencias Activa y Reactiva para Aerogenerador empleando Algoritmo 2-MD MIMO de Ganancias Variables”. *XIV RPIC - Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. Oro Verde, Entre Ríos, Argentina, Noviembre 2011.
- Evangelista C. A., Valenciaga F. y Puleston P. F. “Control Multivariable por Modos Deslizantes de Segundo Orden para un Sistema Eólico Basado en un Generador de Inducción de Doble Salida”. *4º Congreso Nacional - 3º Congreso Iberoamericano Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía - HYFUSEN 2011*. Mar del Plata, Argentina, Junio 2011.
- Evangelista C., Puleston P., Valenciaga F. y Dávila A., “Variable Gains Super-Twisting Control for Wind Energy Conversion Optimization”. *11th Int. Workshop on Variable Structure Systems*, indexado en el IEEE Xplore, DOI: 10.1109/VSS.2010.5544713. México D. F., México, Junio 2010.
- Valenciaga F. y Evangelista C., “Control de un Sistema de Generación Eólica para la Producción Eficiente de Hidrógeno”. *3º Congreso Nacional - 2º Congreso Iberoamericano Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía - HYFUSEN 2009*. San Juan, Argentina, Junio 2009.
- Evangelista C., Puleston P. y Valenciaga F. “Optimización del Rendimiento de una Turbina Eólica. Estudio Comparativo de Controladores por Modos Deslizantes de Segundo Orden”. *3º Congreso Nacional - 2º Congreso Iberoamericano Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía - HYFUSEN 2009*. San Juan, Argentina, Junio 2009.
- Evangelista C., Puleston P. y Valenciaga F. “Controlador Robusto Basado en un Algoritmo Super-Twisting para una Turbina Eólica de Velocidad Variable”. *XIII RPIC - Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. Rosario, Argentina, Septiembre 2009.

Capítulo 2

Generación de energía eléctrica a partir del viento

Un aerogenerador o turbina eólica es esencialmente un dispositivo que genera energía eléctrica a partir de energía eólica. A grandes rasgos, está formado por un generador eléctrico vinculado mecánicamente a una hélice que es impulsada por el viento. Esta hélice convierte parte de la energía cinética del viento en energía mecánica de rotación, que es luego convertida en energía eléctrica a través del generador. La energía eléctrica puede luego ser entregada a la red o ser utilizada para alimentar algún sistema aislado, generalmente en combinación con otras fuentes, conformando sistemas híbridos de generación. Actualmente, la mayoría de los aerogeneradores que se construyen son de eje horizontal con dos o tres palas, por cuestiones de eficiencia, comportamiento mecánico y costo.

En la [Figura 2.1](#) se muestra en forma esquemática un aerogenerador de eje horizontal y se indican las principales partes que conforman el mismo. En la imagen se amplifica la góndola para detallar los elementos que se encuentran en su interior.

La hélice y la góndola donde se encuentra el generador se ubican en lo alto de la torre, que debe ser capaz de soportar no solo el peso de los dispositivos que sostiene, sino también las grandes cargas estáticas generadas por el viento sobre las palas. Comúnmente la hélice en la góndola está situada de frente al viento como en la figura, pero existen diseños en los que la hélice se sitúa tras la torre. También es común que para medir velocidad y dirección del viento se disponga de un anemómetro y de una veleta, los cuales pueden ubicarse sobre la góndola, como se muestra en el esquema, o en otros sitios.

Dado que la cantidad de energía que puede extraerse del viento está fuertemente relacionada con la orientación de la turbina respecto de la dirección en que sopla el mismo y del perfil que presentan sus palas al paso del mismo, se cuenta generalmente con varios sistemas que controlan estos aspectos. Así, el sistema de orientación indicado en la figura es el encargado de rotar el conjunto formado por la góndola y la hélice, ubicándolo de frente al

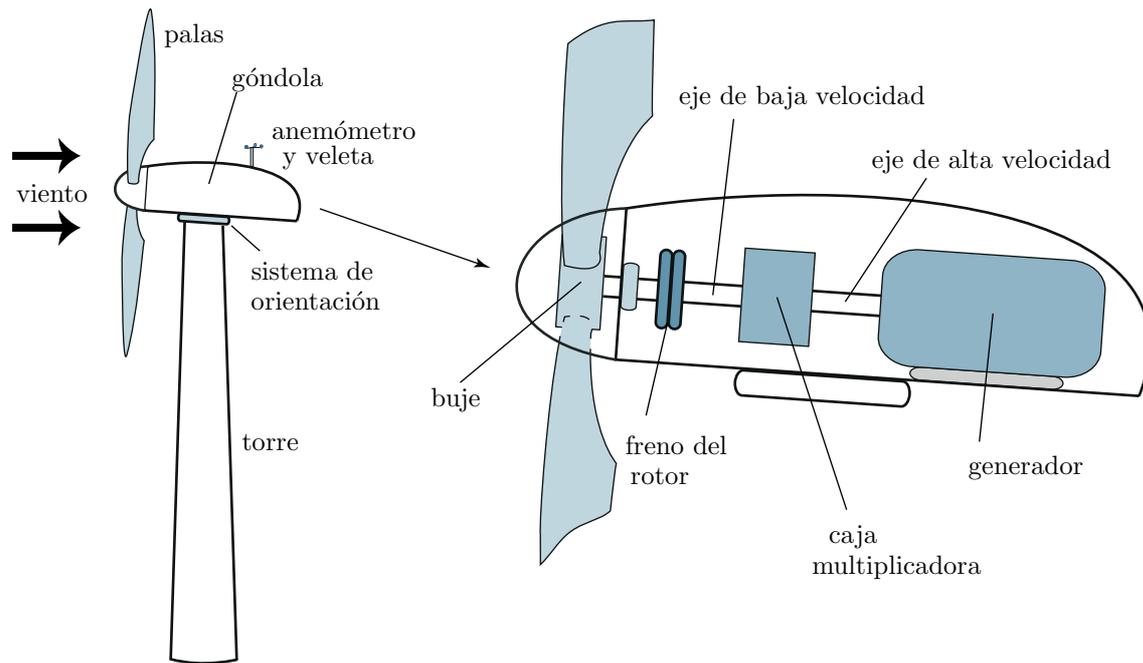


Figura 2.1: Conformación de un aerogenerador.

viento. Por otro lado, en el buje puede disponerse de motores que permiten cambiar el ángulo de paso de las palas, es decir, que permite rotarlas sobre sus ejes para cambiar el ángulo con el que enfrentan al viento.

Como parte de los mecanismos de seguridad destinados a prevenir daños a la turbina, suele disponerse dentro de la góndola de un sistema de frenado del rotor para limitar la velocidad en casos extremos. Por último, en esta breve descripción debe mencionarse la caja multiplicadora, que puede estar incluida en el sistema de transmisión o no ser necesaria en el sistema, según el tipo de generador y configuración empleados. La caja multiplicadora permite aumentar las bajas velocidades de rotación de las palas, llevándolas al rango de trabajo del generador.

A continuación, en este capítulo, se introducen conceptos generales sobre el viento y las características principales de su aprovechamiento como fuente de energía. Para ello, se hace una descripción del proceso por el cual se efectúa la conversión energética y de los principios de funcionamiento de un aerogenerador. Se desarrollan las expresiones de par y de potencia en el eje de la turbina, y se detallan algunas configuraciones que permiten la generación de energía eléctrica trifásica.

2.1. El viento como recurso energético

Los vientos son el movimiento de grandes masas de aire en la atmósfera, sobre la superficie terrestre. Su origen se debe mayormente al movimiento de rotación del planeta y a las

diferencias de temperatura que se producen en la atmósfera por el calentamiento solar, el cual genera zonas de diferente densidad, y provoca el movimiento del aire desde las regiones de mayor presión a las de menor presión.

El viento ha sido utilizado por el ser humano con fines energéticos desde hace miles de años. Primeramente en la navegación, incorporándose luego como fuente para generar energía mecánica y, recién en el siglo XIX, eléctrica. Una de sus características más evidentes es su amplia variabilidad, tanto temporal como espacial. Teniendo esto en cuenta y dado que la energía disponible en el viento depende del cubo de su velocidad, se hace necesario el conocimiento detallado de la naturaleza y particularidades de sus variaciones cuando se busca emplearlo eficientemente como fuente de energía. Ellas permiten determinar la viabilidad de su explotación, estimar la productividad y fijar requerimientos de diseño de las turbinas para garantizar el desempeño y la vida útil esperados.

Los contenidos de esta sección y de la que sigue (Sección 2.2) fueron desarrollados en base a la bibliografía de referencia (Freris, 1990; Bastianón, 1994; Burton *et al.*, 2001; Munteanu, 2006; Munteanu *et al.*, 2007; Bianchi *et al.*, 2007).

2.1.1. Naturaleza del viento

Respecto de la variabilidad geográfica o espacial, los vientos pueden diferenciarse entre globales, regionales o locales.

El calentamiento de la atmósfera debido a la radiación solar es diferente según la latitud y el momento del día, siendo más intenso sobre las masas de aire más cercanas al ecuador y en las zonas que se encuentran en el período diurno. De este modo, las regiones que reciben la mayor radiación se desplazan acompañando el movimiento de rotación de la Tierra alrededor de su eje. Las masas de aire caliente se elevan y circulan por la atmósfera, influenciadas además por las fuerzas de Coriolis, y descienden a la superficie terrestre en áreas más frías. Estos patrones de circulación a gran escala se conocen como vientos globales.

A escalas menores, la distribución de la tierra y de los mares y las grandes variaciones del relieve, como por ejemplo montañas, valles y ríos, son los factores que priman en la determinación de los vientos que se denominan regionales. Por último, a escalas aún más pequeñas, los vientos dependen fuertemente de la topografía local, incluyendo las irregularidades del terreno y la presencia de obstáculos, tales como edificaciones y árboles entre otros.

Debe notarse que el viento varía también según la altura, influyendo en esto tanto la disparidad térmica como la rugosidad de la superficie de la tierra.

Respecto de la variabilidad temporal, la cantidad de viento puede ser distinta entre un año y el siguiente y, más aún, tras períodos de décadas o más largos. Estas variaciones de largo plazo no son demasiado conocidas en general, aunque a veces pueden ser asociadas con fenómenos climáticos globales, tales como “El niño”, o acontecimientos particulares como las erupciones volcánicas, por ejemplo. Una buena caracterización del viento en estas escalas de

tiempo permitiría, entre otras cosas, hacer un cálculo más acertado respecto de la viabilidad económica al proyectar granjas eólicas.

Dentro de un mismo año las fluctuaciones más notables responden principalmente a cambios estacionales, algo más predecibles. Aún así, hay variaciones grandes en escalas de tiempo pequeñas que, incluso hoy en día, no pueden estimarse acertadamente más que con unos pocos días de anticipación. Además, el viento suele variar considerablemente a lo largo del día.

En escalas temporales todavía más cortas, del orden de los 10 minutos al orden de los segundos o aún menores, los cambios en la velocidad del viento se denominan turbulencia. Esta tiene gran peso a la hora de diseñar y evaluar el desempeño de cada turbina, así como en la calidad de la potencia que se entrega a los consumidores.

Espectro de Potencia de Van der Hoven

Una caracterización de la distribución de la energía disponible en el viento según las diferentes escalas de tiempo puede obtenerse a través del espectro de potencia de Van der Hoven (Van der Hoven, 1957). Es interesante el hecho de que los espectros correspondientes a diferentes sitios, aunque en detalle son diferentes, muestran a grandes rasgos características similares. Un espectro típico se presenta en forma esquemática en la Figura 2.2. Este muestra el producto entre la frecuencia (ω) y la densidad espectral de potencia de la velocidad horizontal del viento a nivel del suelo ($S_v(\omega)$), en función de la frecuencia. El eje de abscisas indica, en escala logarítmica, la frecuencia en ciclos por hora y el período correspondiente en horas.

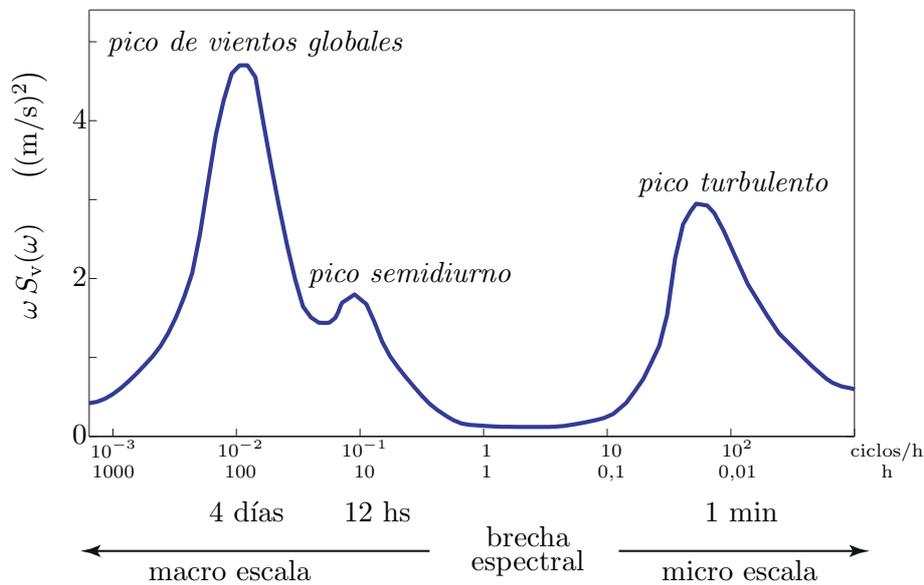


Figura 2.2: Espectro de la velocidad horizontal del viento.

Puede observarse la existencia de dos grandes picos donde se concentra la energía, uno

alrededor de 10^{-2} ciclos por hora y otro alrededor de 50 ciclos por hora, y una brecha o hueco entre ambos, entre 0,5 y 10 ciclos por hora. Como se mencionó previamente, la forma general y las posiciones de los picos se mantienen muy parecidas cualquiera sea el lugar geográfico estudiado.

El sector de bajas frecuencias del espectro corresponde al rango meteorológico de macro escala. Las variaciones en el mismo están relacionadas con los movimientos de masas de aire a gran escala, que suelen ocurrir como depresiones y anticiclones con un período de alrededor de cuatro días. El lado de altas frecuencias, por el contrario, constituye el rango meteorológico de micro escala, en el cual las variaciones se deben a la turbulencia atmosférica. La energía de tales variaciones está centrada en un pico correspondiente a períodos de alrededor de 1 minuto, siendo la turbulencia de tipo mecánica (originada por rugosidad del terreno y la presencia de obstáculos en el flujo del viento) y convectiva o térmica (generada en las diferencias de temperatura entre las capas de aire más cercanas a la superficie).

Entre los dos picos descriptos se encuentra la brecha espectral de baja energía, indicando la ausencia de procesos físicos que generen movimientos de aire en tal banda de frecuencias, correspondiente a períodos que van entre los 10 minutos y las 2 horas.

Variación temporal

La existencia de la brecha en el espectro de Van der Hoven y la concentración de la energía en dos zonas claramente diferenciadas, permite caracterizar la velocidad del viento a partir de dos términos, que representan en forma separada las variaciones lentas y las rápidas:

$$\nu(t) = V_m(t) + \nu_t(t) \quad (2.1)$$

El término $\nu_t(t)$ corresponde a la turbulencia e incluye el flujo de micro escala, por lo que su valor medio es nulo.

El flujo de macro escala aparece como cambios lentos en el término V_m , que responde al viento medio, y es esta componente de baja frecuencia la que permite caracterizar a un sitio desde el punto de vista energético. Su valor puede calcularse empleando un período de promediado dentro del rango de la brecha de poca energía del espectro.

La componente de viento medio suele modelarse empleando la distribución de probabilidad de Weibull:

$$f_{V_m}(v_m) = \frac{k}{c} \left(\frac{v_m}{c} \right)^{k-1} e^{-(v_m/c)^k} \quad (2.2)$$

donde k y c se denominan coeficiente de forma y coeficiente de escala de la distribución, y deben ajustarse para cada sitio en particular.

La velocidad media también varía con la altura, debido principalmente al efecto de Coriolis producido por la rotación de la Tierra y al efecto de rozamiento en las capas más cercanas al suelo. Este efecto disminuye la velocidad de las capas inferiores, aún en ausencia de obstáculos. Las propuestas más conocidas que permiten modelar este comportamiento

describen perfiles de variación de velocidad con la altura de forma logarítmica o exponencial, empleando en tales leyes algún parámetro relacionado con la rugosidad del terreno.

Las variaciones rápidas de la velocidad del viento se modelan a través de la componente de turbulencia ν_t , para la cual existen varias descripciones. Una de las más populares es la de Von Karman, que expresa la densidad espectral de potencia de esta variable como:

$$S_{\nu_t\nu_t}(\omega) = \frac{0,475\sigma_t^2 L/V_m}{(1 + \omega^2 L^2/V_m^2)^{5/6}} \quad (2.3)$$

donde ω es la frecuencia, σ_t la desviación estándar respecto de la media (nula) y L se denomina *longitud de turbulencia*, dependiente de la rugosidad del suelo y, por lo tanto, de cada sitio en particular.

2.2. Hélice de una turbina eólica

En un aerogenerador, el dispositivo que transforma parte de la energía cinética del viento en energía mecánica es la hélice.

Existe una enorme variedad de turbinas eólicas con diferencias en la estructura, en la capacidad de generación, en la capacidad de control, en el diseño, etc. En base a estos factores, las mismas pueden clasificarse de diversas maneras:

- Según la disposición del eje rotor: Vertical u Horizontal.
- Según la cantidad de palas.
- De acuerdo a su potencia:
 - Micro potencia: menores a 10 kW.
 - Pequeña potencia: entre 10 y 100 kW.
 - Mediana potencia: entre 100 y 500 kW.
 - Gran potencia: mayores a 500 kW.
- Según la solidez de la turbina, es decir, según la relación entre el área de las palas y el área barrida por las mismas.
- Según la forma de limitar la potencia máxima:
 - *Stall* pasivo: las palas están diseñadas especialmente para entrar en pérdida para velocidades de viento grandes.
 - *Pitch* pasivo: las palas poseen un controlador mecánico auto comandado que actúa rotándolas sobre sus ejes, cambiando el ángulo de *pitch*, cuando las velocidades de viento son altas y cargan extremadamente la hélice.
 - Control del ángulo de *pitch* (activo), por dos métodos:

- *pitch-to-feather* (se aumenta el ángulo de *pitch*).
- *pitch-to-stall*, también llamado *stall* activo (reducción del ángulo de *pitch*).

Si bien los principios de funcionamiento de las turbinas de eje horizontal y de eje vertical pueden estudiarse de manera semejante, y la forma en la que se cuantifica el desempeño es la misma en ambos casos, las turbinas de eje horizontal de 3 o 2 palas son las que más se utilizan, principalmente por razones de eficiencia y tamaño. Sobre ellas se ha basado el trabajo de esta tesis y son las que se describen a continuación.

2.2.1. Principios de funcionamiento

Una turbina extrae parte de la energía cinética del viento y la transforma en trabajo mecánico útil. La disminución de energía cinética del viento se corresponde con una reducción de su velocidad. Una buena descripción del proceso por el cual sucede este intercambio energético supone que únicamente la masa de aire que atraviesa la turbina es modificada. Así, podría analizarse la masa de aire involucrada suponiendo que esta se mantiene separada del aire que no atraviesa el área barrida por la turbina. De este modo, podría marcarse el contorno de la superficie de aire afectada y hacer una extensión hacia adelante y hacia atrás de la hélice, delimitando un tubo de flujo, como se muestra en la [Figura 2.3](#).

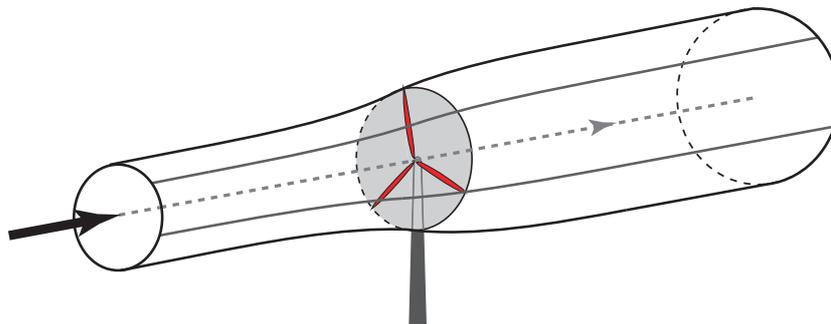


Figura 2.3: Tubo de flujo correspondiente a la masa de aire afectada.

El estudio aerodinámico de este tubo de flujo permite analizar las fuerzas que se desarrollan en la turbina y la manera en la cual se extrae y convierte la energía cinética del viento. Hay dos enfoques principales a partir de los cuales pueden desarrollarse modelos aerodinámicos de una turbina eólica, uno es la teoría del disco actuador, basado en la teoría de los momentos, y el otro es la teoría del elemento de pala.

Modelo del disco actuador

El primer enfoque explica el proceso de extracción de energía en forma simple y ha permitido determinar el límite de Betz, una cota superior teórica para la eficiencia de conversión de una turbina.

Este modelo considera un flujo de aire incompresible y una turbina genérica sin diseño específico que lleva a cabo el proceso de extracción de energía. A este dispositivo se lo denomina disco actuador. La presencia del disco en el camino del viento provoca una disminución gradual de su velocidad, lo cual genera un aumento de la presión estática. Al atravesarlo se produce una caída de presión estática, de modo que del otro lado la presión del aire es menor que la atmosférica. Esta zona del flujo se denomina *estela*. Al seguir su curso, la presión vuelve a aumentar hasta el valor atmosférico, provocando una disminución en la velocidad del viento. Dado que la tasa de flujo de aire debe mantenerse constante, la sección del tubo de flujo previa al disco tiene sección menor que la de este, y mayor que ambas en la zona de la estela. El comportamiento descrito se muestra en forma esquemática en la Figura 2.4.

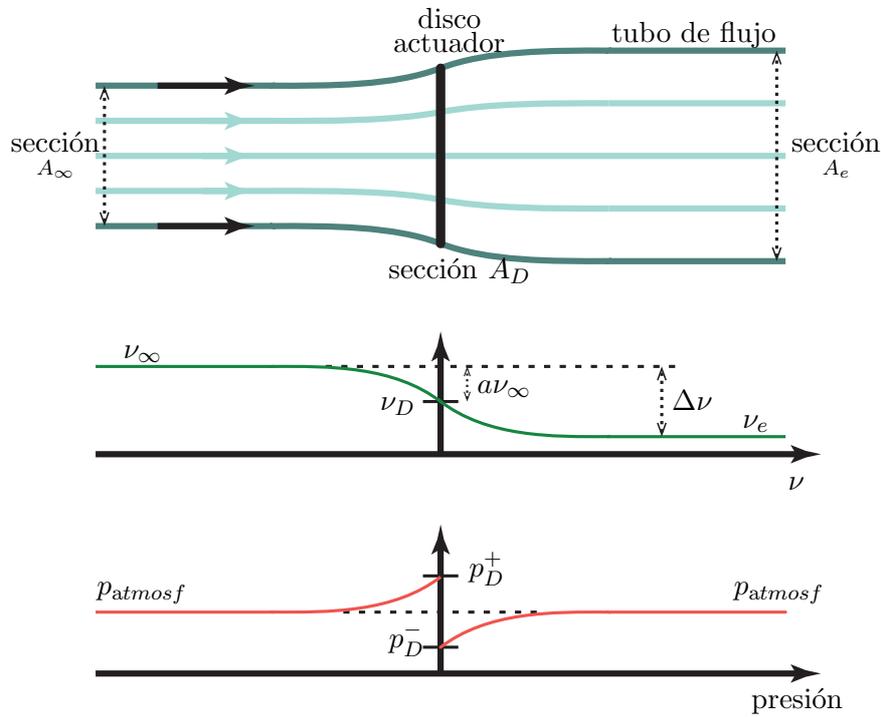


Figura 2.4: Tubo de flujo y disco actuador.

La masa de aire que atraviesa una sección de área A a velocidad ν por unidad de tiempo es $\rho A\nu$, donde ρ es la densidad del aire. Dado que la masa de aire se supone incompresible, la tasa de flujo debe ser constante a lo largo de todo el tubo. Por lo tanto se tiene la siguiente igualdad, donde cada término representa el caudal de flujo en la zona del tubo correspondiente:

$$A_\infty\nu_\infty = A_D\nu_D = A_e\nu_e \quad (2.4)$$

El disco desarrolla una fuerza sobre la masa de aire que lo atraviesa, causando la disminución de la velocidad, y consecuentemente del momento. La velocidad al cruzar el tubo suele escribirse en función de un factor a , denominado factor de interferencia del flujo

axial:

$$\nu_D = \nu_\infty - a\nu_\infty = \nu_\infty(1 - a) \quad (2.5)$$

De este modo, la fuerza desarrollada por el disco puede expresarse como:

$$F_D = (\nu_\infty - \nu_e) \rho A_D \nu_D = (\nu_\infty - \nu_e) \rho A_D \nu_\infty(1 - a) \quad (2.6)$$

Por otra parte, dado que esta fuerza es originada por la diferencia de presiones a ambos lados del disco actuador, puede escribirse además:

$$F_D = (p_D^+ - p_D^-) A_D \quad (2.7)$$

Para calcular la caída de presión en el disco puede emplearse la ecuación de Bernoulli. Esta establece que en condiciones estacionarias la energía total en el flujo es constante mientras no sea realizado trabajo sobre o por el fluido. En esta ecuación, la energía total considerada incluye las energías cinética, potencial gravitacional y de la presión estática. Por lo tanto, dado que en las zonas del tubo de flujo anterior al disco y posterior a él no se realiza trabajo sobre la masa de aire, se pueden plantear las dos ecuaciones siguientes, en las cuales se ha omitido el término asociado a la energía potencial por ser el mismo en todos los casos¹:

$$p_{atmosf} + \frac{1}{2} \rho \nu_\infty^2 = \frac{1}{2} \rho \nu_D^2 + p_D^+ \quad , \text{ zona antes del disco} \quad (2.8)$$

$$p_{atmosf} + \frac{1}{2} \rho \nu_e^2 = \frac{1}{2} \rho \nu_D^2 + p_D^- \quad , \text{ zona detrás del disco} \quad (2.9)$$

Restando ambas ecuaciones resulta entonces que:

$$p_D^+ - p_D^- = \frac{1}{2} \rho (\nu_\infty^2 - \nu_e^2) \quad (2.10)$$

Y finalmente, reemplazando en (2.7):

$$F_D = \frac{1}{2} \rho (\nu_\infty^2 - \nu_e^2) A_D \quad (2.11)$$

Luego, a partir de las dos expresiones para la fuerza en el disco (2.6) y (2.11), se tiene la siguiente igualdad:

$$(\nu_\infty - \nu_e) \rho A_D \nu_\infty(1 - a) = (p_D^+ - p_D^-) A_D \quad (2.12)$$

de la que se obtiene una expresión para la velocidad del aire una vez que atravesó el disco, en función de su velocidad antes de llegar al mismo:

$$\nu_e = (1 - 2a) \nu_\infty \quad (2.13)$$

Comparando (2.5) y (2.13), se observa que la pérdida de velocidad ocurre en partes iguales antes y después de atravesar el disco, o sea $\Delta\nu = 2a \nu_\infty$.

Debe notarse que la presente teoría es válida para valores de a no mayores que $1/2$, ya que otro caso implicaría la anulación o cambio de sentido de la velocidad del viento de estela.

¹Si se considera que el flujo es horizontal, a una altura media h , la energía potencial gravitacional en cualquier zona del tubo es la misma e igual a ρgh , donde g es la aceleración de la gravedad.

Una manera de caracterizar la capacidad de la turbina para extraer la energía del viento es a través de la relación entre la potencia desarrollada en el disco actuador y la potencia disponible en el viento suponiendo ausencia del disco. De (2.6) y (2.13), la fuerza del disco actuador, y a partir de ella la potencia extraída del viento por el disco, pueden escribirse como:

$$F_D = 2\rho A_D \nu_\infty^2 a(1-a) \quad (2.14)$$

$$P_D = F_D \nu_D = 2\rho A_D \nu_\infty^3 a(1-a)^2 \quad (2.15)$$

Luego, dado que la potencia cinética del viento que atraviesa un área A_D a velocidad ν_∞ es:

$$P_\nu = \frac{1}{2}\rho A_D \nu_\infty^3 \quad (2.16)$$

se define el coeficiente de potencia de la turbina como el cociente entre la potencia extraída y la potencia disponible en el viento:

$$C_p \triangleq \frac{P_D}{P_\nu} = \frac{2\rho A_D \nu_\infty^3 a(1-a)^2}{\frac{1}{2}\rho A_D \nu_\infty^3} = 4a(1-a)^2 \quad (2.17)$$

Este coeficiente no suele expresarse en función de a , sino del llamado coeficiente de punta de pala y del ángulo de las palas o ángulo de *pitch*, que serán descriptos posteriormente.

En la Figura 2.5 se muestra la variación del coeficiente de potencia en función del parámetro a . En la misma puede verse que la curva tiene un único máximo, que ocurre para $a = 1/3$ y que se denomina *límite de Betz*:

$$C_{p\text{máx}} = 16/27 \approx 0,593 \quad (2.18)$$

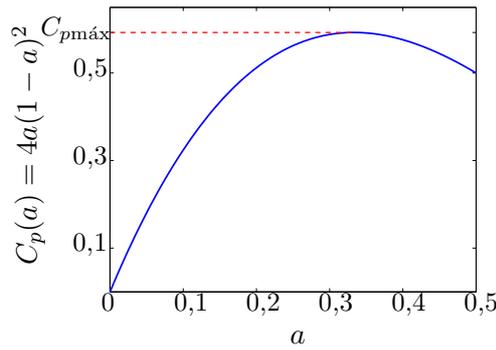


Figura 2.5: Coeficiente de potencia de una turbina en función de a .

El límite de Betz es general para cualquier turbina eólica, independientemente de su diseño (no se ha considerado ningún modelo particular para este análisis), y establece que la potencia que puede extraerse del viento nunca puede ser mayor que el 59,3% de la que este posee intrínsecamente.

Modelo del elemento de pala

La manera en la que la energía extraída es transformada en energía utilizable depende del diseño particular de cada turbina. La mayoría de las turbinas emplea un rotor conectado a una hélice, con alguna cantidad de palas que giran sobre el eje del rotor barriendo un disco perpendicular a la dirección del viento. Las palas poseen perfiles transversales que funcionan análogamente a las alas de los aviones, generando la diferencia de presiones explicada a través del modelo del disco actuador y con ella, la fuerza de sustentación.

El diseño aerodinámico de las palas genera la caída de presión del aire que atraviesa el disco y así la reducción de velocidad y del momento axial ya descritos. Asimismo, el rotor experimenta un par de torsión en el sentido de rotación, el cual puede ser utilizado conectando, por ejemplo, un generador eléctrico al eje del rotor. De este modo, el trabajo realizado por el par aerodinámico sobre un generador puede ser convertido en energía eléctrica.

El modelo del elemento de pala permite desarrollar expresiones para las fuerzas de empuje y de resistencia aerodinámicas, para el par desarrollado en la turbina y para la potencia capturada, y se basa en análisis de las fuerzas a las que es sometido cada elemento radial de ancho infinitesimal de las palas. Para ello, el área del tubo de flujo barrida por las palas es dividida en anillos concéntricos de longitud radial infinitesimal y se considera que cada uno de ellos puede ser estudiado en forma independiente. La suposición básica de esta teoría es que la fuerza sobre cada elemento de pala solo es responsable por el cambio de momento del aire que pasa por el anillo barrido por él mismo. Es decir que no se considera interacción radial entre los flujos correspondientes a anillos contiguos, lo cual es cierto si el factor de interferencia del flujo axial a no varía radialmente, que es una suposición experimentalmente aceptable.

En la [Figura 2.6](#) puede verse la sección transversal de un elemento de pala visto desde la punta de la misma. Dado que la velocidad del viento al llegar al disco actuador es ν_D y que la pala está girando en el plano del rotor, con una velocidad tangencial v_{rot} , la velocidad del flujo de aire relativa a la pala puede obtenerse como la suma vectorial de ambas componentes, dando ν_{rel} . Esta forma un ángulo ϕ con el plano de rotación y, además, permite determinar el ángulo de ataque o de incidencia α , que es el que forma con la cuerda de la pala, como se muestra en el diagrama. En el gráfico se indica también el ángulo de paso o de *pitch*, β , que es el que se mide entre la cuerda y el plano del rotor.

La diferencia de presión generada por el flujo de aire que pasa alrededor del elemento de pala resulta en dos fuerzas que actúan sobre el mismo, como se ilustra en la [Figura 2.7](#). Una de ellas es perpendicular a la dirección de movimiento local del aire (la dirección de ν_{rel}) y se denomina fuerza de sustentación, f_S , y la otra, en la dirección del flujo, se denomina fuerza de arrastre o resistencia, f_A . Estas dos fuerzas pueden resolverse en dos componentes, una tangencial en la dirección de rotación de la pala y una perpendicular. La componente perpendicular, f_E , es una fuerza de empuje y deberá ser soportada por el rotor y la estructura de la turbina y de la torre del aerogenerador. Por otro lado, la componente tangencial f_{rot} es la que desarrolla el torque de rotación que se traducirá luego en trabajo útil.

Las fuerzas de sustentación y de resistencia por unidad de longitud suelen escribirse en

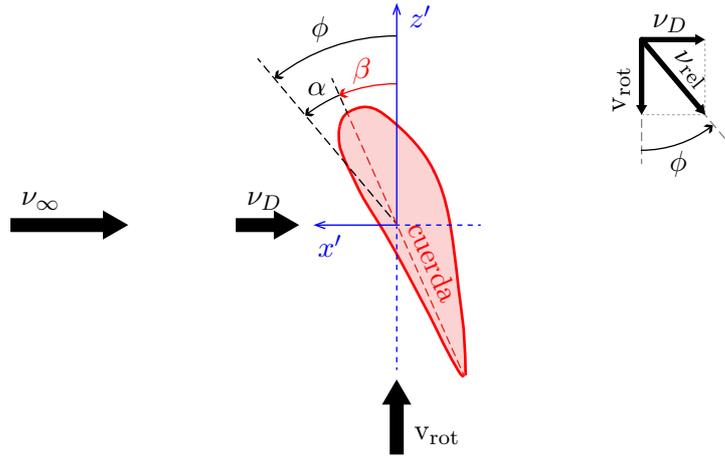


Figura 2.6: Velocidad del flujo de aire respecto del elemento de pala.

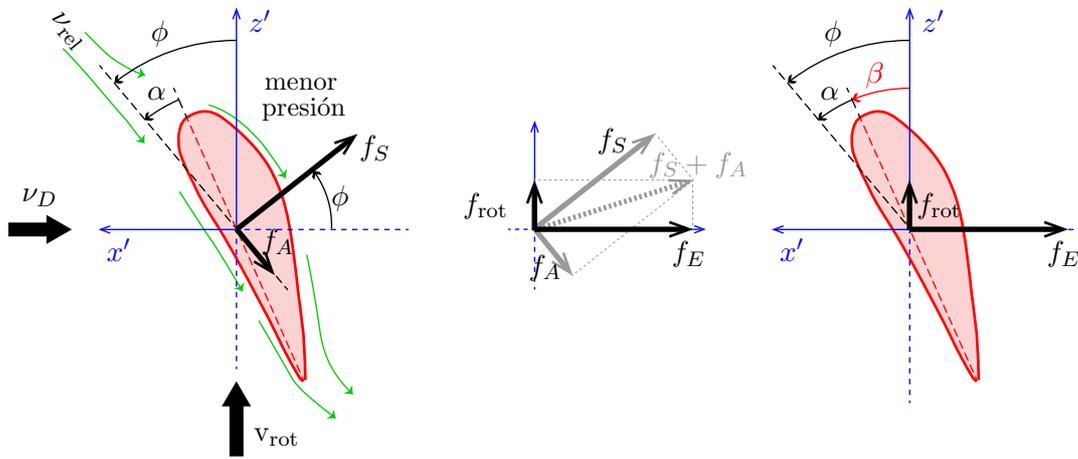


Figura 2.7: Fuerzas sobre un elemento de pala.

función de los llamados coeficientes de sustentación y de resistencia, C_L y C_D respectivamente, ambos función del ángulo de ataque α :

$$f_S = \frac{1}{2} \rho v_{rel}^2 c N C_L(\alpha) \quad (2.19)$$

$$f_A = \frac{1}{2} \rho v_{rel}^2 c N C_D(\alpha) \quad (2.20)$$

donde c es el largo de cuerda del elemento de pala y N la cantidad de palas de la turbina. A partir de estas expresiones, pueden hallarse las de las fuerzas de empuje f_E y de rotación f_{rot} por unidad de longitud, como:

$$f_E = \frac{1}{2} \rho v_{rel}^2 c N (C_L(\alpha) \cos(\phi) + C_D(\alpha) \sin(\phi)) \quad (2.21)$$

$$f_{rot} = \frac{1}{2} \rho v_{rel}^2 c N (C_L(\alpha) \sin(\phi) + C_D(\alpha) \cos(\phi)) \quad (2.22)$$

Como puede verse, tanto f_S como f_A aportan a la componente perpendicular, f_E . La

componente tangencial f_{rot} , en cambio, que es la que desarrolla el trabajo útil, se forma con el aporte favorable de la fuerza de sustentación pero la oposición de la fuerza de resistencia. Por lo tanto, cuanto mayor sea el cociente C_L/C_D , mayor será el trabajo desarrollado.

En la Figura 2.8 se ilustra el comportamiento típico de C_D , C_L y de la relación C_L/C_D , como funciones del ángulo de incidencia. Para ángulos de ataque pequeños, el coeficiente de sustentación $C_L(\alpha)$ aumenta en forma aproximadamente proporcional con α , mientras que $C_D(\alpha)$ es bajo y prácticamente constante. Este comportamiento ocurre hasta que α alcanza un valor crítico entre 10-16°, que depende del número de Reynolds del flujo de aire². Cuando al ángulo de ataque es mayor que este valor crítico, el flujo de aire ya no puede considerarse laminar y se separa del perfil de la pala, generando una diferencia de presiones que disminuye la sustentación y aumenta la resistencia. En esta situación se dice que el perfil ha entrado en pérdida (*stall*).

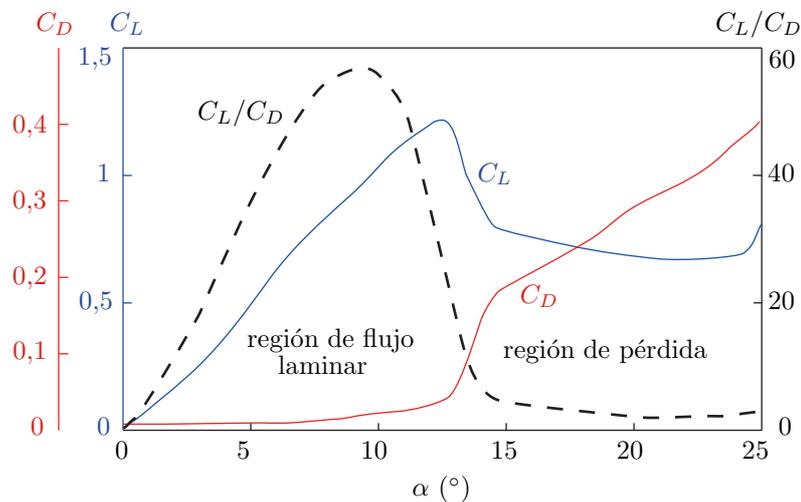


Figura 2.8: Coeficientes de sustentación, C_L , y de resistencia, C_D , y cociente entre ambos, en función del ángulo de ataque α .

El cociente entre las fuerzas de sustentación y de resistencia es máximo para un único valor de α . Teniendo presente que la componente v_{rel} cambia a lo largo de la pala aumentando a medida que se avanza hacia la punta de la misma (debido a que lo hace la velocidad tangencial de rotación v_{rot}), de (2.19) y (2.20) surge la conveniencia del diseño de las palas en forma alabeada en toda su extensión. De este modo podría mantenerse el ángulo de ataque óptimo en cada porción de la pala y mejorar el rendimiento y desempeño de la turbina.

²El número de Reynolds, Re , es una cantidad adimensional que da una idea de la relación entre las fuerzas inerciales y las viscosas dentro de un fluido, y se calcula a partir de la densidad, viscosidad, velocidad y dimensión típica del mismo. Cuando Re es pequeño, el flujo puede considerarse laminar, en tanto que un Re grande indica un flujo turbulento.

2.2.2. Par y potencia desarrollados

Así como la presencia de la turbina modifica la velocidad del viento libre, el hecho de que las palas estén rotando genera un efecto de rotación del flujo de aire al atravesar la turbina dando lugar a una estela helicoidal y agregando una componente de velocidad tangencial a la velocidad de giro de las palas.

Teniendo en cuenta este efecto al calcular ν_{rel} e integrando (2.22) en el largo de las palas (R), pueden hallarse expresiones para el par útil generado (T_r) y para la potencia mecánica asociada al mismo que es desarrollada en la turbina (P_t). Ambas expresiones suelen describirse empleando los coeficientes adimensionales de par y de potencia, C_t y C_p respectivamente, resultando:

$$T_r = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 C_t(\lambda, \beta) \nu_\infty^2 \quad (2.23)$$

$$P_t = C_p(\lambda, \beta) P_\nu = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 C_p(\lambda, \beta) \nu_\infty^3 \quad (2.24)$$

donde se calcula $A_D = \pi R^2$ en la expresión de P_ν (ec. (2.16)) y $C_t(\lambda, \beta)$, denominado coeficiente de par de la turbina, está dado por la relación $C_p(\lambda, \beta) = \lambda C_t(\lambda, \beta)$, donde λ es el denominado coeficiente de punta de pala. Este último se define como la relación entre la velocidad tangencial de rotación en la punta de las palas y la velocidad del viento:

$$\lambda = \frac{\Omega_t R}{\nu_\infty} \quad (2.25)$$

siendo Ω_t la velocidad angular a la que rotan las palas.

Los dos parámetros λ y β determinan las condiciones de operación de la turbina. Generalmente, y así se tomará a partir de aquí en esta tesis, en lugar de emplearse el ángulo de paso β tal como se ha definido, suele denotarse con este nombre a las variaciones del ángulo de paso introducidas por los actuadores de *pitch* en el caso de turbinas con *pitch* variable. Luego, en el caso de turbinas de *pitch* fijo, se considera $\beta = 0$ y suele abusarse de la notación escribiendo los coeficientes de par y de potencia como $C_t(\lambda)$ y $C_p(\lambda)$, en lugar de $C_t(\lambda, 0)$ y $C_p(\lambda, 0)$, respectivamente. El coeficiente de potencia ya había sido definido previamente en (2.17) en función del factor de interferencia del flujo axial a , sin embargo esta es la manera más común y útil de expresarlo.

En la Figura 2.9a se muestra la variación típica del coeficiente de potencia para una turbina de ángulo de paso variable. En las Figuras 2.9b y 2.9c se ilustran ambos coeficientes, de potencia y de par, correspondientes a una turbina de *pitch* fijo. Como puede observarse, el coeficiente de potencia tiene un único máximo ($C_{p\text{máx}}$) en $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$ cuando $\beta = \beta_{\text{máx}} \cong 0$ (*pitch* fijo). Considerando que la máxima potencia extraíble del viento ocurre en estas condiciones, esto implica que las turbinas que operan a velocidad fija pueden lograr la máxima eficiencia solamente para una única velocidad del viento. Las turbinas de velocidad variable, en cambio, pueden modificar su velocidad de giro con la velocidad del viento de modo que se verifique $\Omega_t = \lambda_{\text{ópt}} \nu_\infty / R$ para algún intervalo de velocidades de ν_∞ . De este modo, es posible operar manteniendo el coeficiente de potencia a $C_{p\text{máx}}$ y extrayendo la máxima potencia disponible del viento para el rango de operación de la turbina, $P_{t\text{máx}}$. Las expresiones de esta

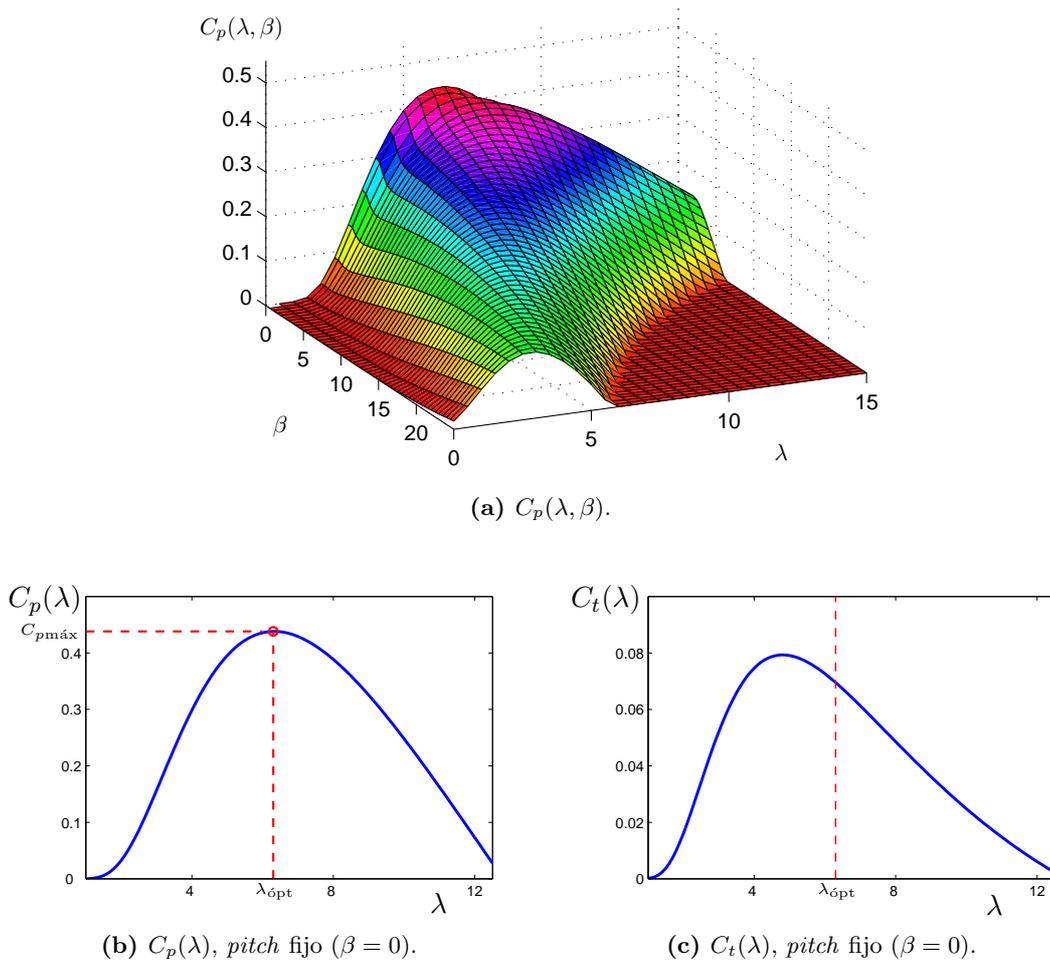


Figura 2.9: Variaciones típicas de los coeficientes de par y de potencia.

última y del par para el cual se obtiene la misma y que se denomina Par óptimo de la turbina, en función de la velocidad de rotación, son las siguientes:

$$P_{t\text{máx}}(\Omega_t) = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 C_{p\text{máx}} \left(\frac{\Omega_t R}{\lambda_{\text{ópt}}} \right)^3 = \frac{\rho \pi R^5 C_{p\text{máx}} \Omega_t^3}{2 \lambda_{\text{ópt}}^3} \quad (2.26)$$

$$T_{\text{ópt}}(\Omega_t) = \frac{\rho \pi R^5 C_{p\text{máx}} \Omega_t^2}{2 \lambda_{\text{ópt}}^3} \quad (2.27)$$

A continuación, en las Figuras 2.10 y 2.11, se presentan curvas típicas de variación del par y de la potencia capturada por una turbina de *pitch* fijo, respectivamente, ambas en función de la velocidad de rotación y parametrizadas según la velocidad del viento. Se indica también en trazos rojo discontinuos, el lugar geométrico correspondiente a la máxima eficiencia de extracción de potencia, es decir, los puntos para los cuales $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$ y $P_t = P_{t\text{máx}}$ o $T_r = T_{\text{ópt}}$, en cada caso. Como puede verse, el par máximo para cada valor de la velocidad de viento es menor que el $T_{\text{ópt}}$ y, además, ocurre a una velocidad de rotación menor.

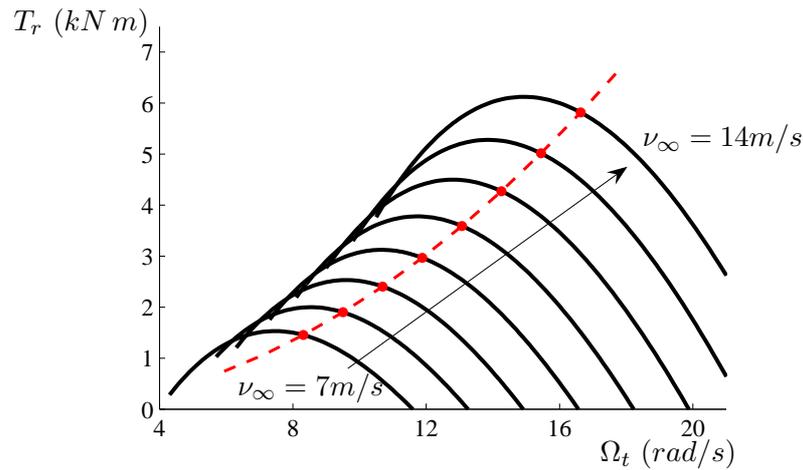


Figura 2.10: Curvas características de par de la turbina según la velocidad de rotación, para distintas velocidades del viento.

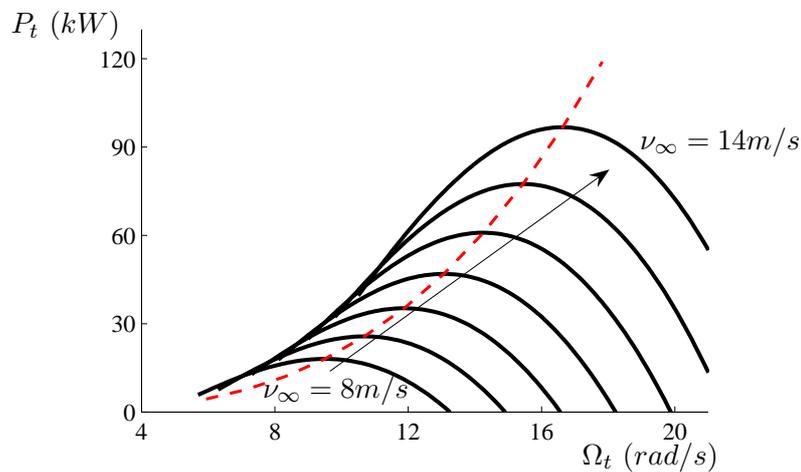


Figura 2.11: Curvas de potencia de la turbina según la velocidad de rotación, para distintas velocidades del viento.

2.2.3. Desempeño, zonas de operación y control

El desempeño de una turbina eólica puede ser caracterizado de acuerdo a la manera en la que el par, la potencia y la fuerza de empuje desarrollados varían con la velocidad del viento y otros parámetros.

Las curvas de par y del coeficiente de par de la turbina permiten hacer evaluaciones relacionadas con el diseño, el costo, el tamaño y la conexión con el generador y, en caso de haberla, con la caja de engranajes. Por otro lado, a través de las curvas de potencia y del coeficiente de potencia puede analizarse la cantidad de energía capturada y la eficiencia de la turbina. Son necesarias, en conjunto con medidas de viento, cuando se realiza el estudio de factibilidad económica de un aerogenerador o granja eólica. Por último, el conocimiento sobre la fuerza de empuje del rotor es fundamental en cuanto a los cálculos estructurales del

sistema, sobre todo al diseñar la estructura de la torre.

La posibilidad de controlar de alguna manera el funcionamiento de una turbina implica tener incidencia en el desempeño de la misma. Inicialmente, el control era mecánico y apuntaba únicamente a asegurar la vida útil y la operación sin riesgos de la turbina, limitando potencia y velocidad en condiciones de vientos fuertes. Luego, con la generalización del uso de los aerogeneradores y su expansión en tamaño y potencia, las reglamentaciones y, por lo tanto los objetivos y las especificaciones de los sistemas de control, fueron haciéndose cada vez más exigentes y, en consecuencia, se han ido incorporando soluciones más sofisticadas. Ya no solamente se busca mantener a la turbina operando en una zona segura, sino que se busca, principalmente, minimizar el costo de la energía producida, mejorando la eficiencia y la calidad en la conversión de potencia, y garantizando buenos estándares de calidad de potencia en el caso de conexión a redes de energía eléctrica. Estos objetivos están relacionados entre sí, a veces en forma conflictiva, por lo que en algunos casos se hace necesario plantear soluciones que propongan un compromiso equilibrado entre ellos.

Manteniendo como objetivo principal la minimización del costo de energía, los demás objetivos pueden clasificarse en tres grupos:

- **Captura o extracción de energía.** Es deseable lograr la extracción de la mayor cantidad de energía posible, teniendo en cuenta límites de seguridad en la operación, tales como velocidades o potencias excesivas que puedan dañar los equipos. En este aspecto, debe diseñarse la estrategia de control que logre la máxima eficiencia o limite la operación, según las condiciones de funcionamiento.
- **Cargas.** Además de las cargas mecánicas que generan trabajo útil y energía, existen otras cargas a las cuales es sometida la turbina durante su funcionamiento, que pueden generar fatiga en los componentes y/o de la estructura. Dado que esto reduciría la vida útil del sistema, generando un aumento relativo del costo energético, las cargas deben estudiarse y considerarse al momento de definir los modos de operación de la turbina.
- **Calidad de la potencia entregada.** Este aspecto se torna importante cuanto mayor es la interacción de las turbinas con las redes eléctricas de distribución. La inestabilidad de la frecuencia y la tensión a las que se entrega la energía, las fallas en las líneas de transmisión, la introducción de armónicos y la emisión de ruido *flicker* pueden requerir inversiones extra para lograr una buena adaptación a la línea, encareciendo el costo energético.

Curva ideal de potencia y zonas de operación

La llamada *curva ideal de potencia* de una turbina determina la estrategia de operación ideal, relacionando cuánta potencia podría extraerse según la velocidad del viento, teniendo en cuenta tanto factores físicos como económicos. En la [Figura 2.12](#) se ilustra, junto con la curva de potencia disponible en el viento (P_v dada por (2.16)), la curva ideal de potencia de una turbina típica y se indican las zonas de operación dentro del rango útil de trabajo. El

mismo comprende el intervalo entre las velocidades de corte inferior y de corte superior, ya que más allá de estas velocidades límite, la turbina permanece desconectada.

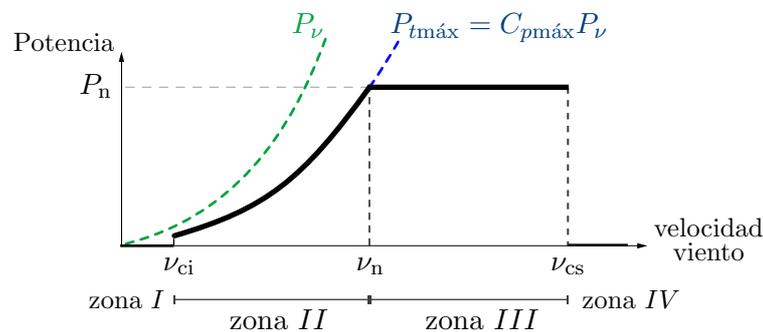


Figura 2.12: Curva ideal de potencia y zonas de operación.

La velocidad de corte inferior, ν_{ci} , es la velocidad mínima del viento a la cual se empieza a generar potencia y está determinada por las pérdidas de transmisión (el viento no es suficientemente fuerte para mover las palas). La velocidad de corte superior, ν_{cs} , es la velocidad de viento límite superior a partir de la cual la turbina debería desconectarse para prevenir daños. A la región de velocidades menores a ν_{ci} se la denomina *zona I*, y a la de velocidades mayores que ν_{cs} , *zona IV*, de manera que la potencia generada en estas zonas es nula.

Dentro del rango útil de operación se distinguen dos regiones. La *zona II* o *zona de carga parcial*, es la región comprendida entre la velocidad de corte inferior y la denominada velocidad de viento nominal, ν_n , correspondiente a la potencia nominal de la máquina, P_n . Estos valores nominales surgen de una relación de compromiso entre la energía disponible y los costos de extraerla. En esta región, por lo tanto, la potencia disponible en el viento es menor que la nominal de la turbina y es deseable extraer la máxima energía posible.

Por último, también dentro del rango útil, se tiene la *zona III* o *zona de plena carga*, intervalo que comprende las velocidades de viento entre la nominal y la de corte superior. En esta región, de altas velocidades de viento, la máxima potencia disponible en el viento supera el valor nominal y debe limitarse la potencia extraída al valor P_n .

Dependiendo de si la máquina puede operar a velocidad variable o no, y de si puede o no variarse el ángulo de *pitch*, la estrategia de operación real de la turbina controlada se asemejará en mayor o menor medida a la curva ideal descrita.

En algunos casos, existe una zona intermedia de transición entre las zonas *II* y *III*, donde la potencia disponible en el viento todavía es menor que la nominal, pero en la cual se limita la velocidad de rotación de la turbina, generando algo menos de la máxima posible. El motivo de tal limitación, cuando existe, se debe a la necesidad de limitar los niveles de emisión acústica a niveles razonables y las fuerzas centrífugas a valores soportados por el rotor.

Cargas

Como se introdujo previamente, una turbina es sometida a otras cargas además de las que realizan el trabajo útil y generan la energía mecánica deseada. La variedad y variabilidad de fuerzas con las que debe lidiar una turbina es uno de los aspectos más exigentes y desafiantes de la tecnología de los sistemas eólicos. Todas estas fuerzas deben ser estudiadas durante el proceso de diseño de la turbina. Debe evaluarse la capacidad de la misma de soportar las diferentes cargas en distintas condiciones de operación, respecto de la vida útil deseada. Como un primer y simple enfoque de estudio, podría distinguirse entre supervivencia y resistencia a fatiga de la turbina, donde el primer concepto se refiere a la capacidad de soportar cargas excesivas que ocurren “una sola vez” y el segundo a la resistencia frente a cargas oscilatorias continuadas.

Las cargas que afectan a una turbina durante su funcionamiento podrían diferenciarse entre determinísticas y estocásticas. Las estocásticas se deben principalmente a la turbulencia del viento y al modo en que su variación espacial afecta a las distintas porciones de cada pala en el área de la hélice. Representan aproximadamente la mitad de las cargas “no deseadas” que afectan a la turbina. Para las cargas determinísticas podrían hacerse dos clasificaciones, una según su origen, en aerodinámicas o mecánicas, y otra según la manera en la que se manifiestan temporalmente, en cíclicas o en transitorias. Para mayor claridad, la clasificación presentada se muestra a continuación:

- Determinísticas.
 - Según origen:
 - Aerodinámicas.
 - Mecánicas.
 - Según manifestación temporal:
 - Cíclicas.
 - Transitorias.
- Estocásticas.

Con respecto a las cargas aerodinámicas, cuando se describieron las fuerzas sobre las palas y su efecto total sobre el rotor, se observó que la fuerza de empuje es grande en comparación con la que efectúa el trabajo útil: en las turbinas de eje horizontal la mayor parte de la fuerza es realizada en la dirección axial. Además, hay otros efectos de origen aerodinámico que generan carga de este tipo sobre la turbina. Aunque estos no se “suman” linealmente sino que se combinan de maneras bastante complicadas de modelar, se describen muy brevemente a continuación en forma individual a modo ilustrativo:

Sombra de la torre. La presencia de la torre en el camino del flujo de aire produce modificaciones en el mismo, que son experimentadas por cada una de las palas al pasar frente a ella. Esto produce una variación en las fuerzas sobre cada pala que se repite una vez por vuelta por pala (carga cíclica).

Variación del perfil de velocidad de viento con la altura. La velocidad del viento aumenta con la altura desde el nivel del suelo, existiendo diversos modelos para describir esta variación. El efecto de carga responde al hecho de que cada pala experimenta diferentes velocidades de viento a medida que gira completando una vuelta, siendo mayor cuando apunta hacia arriba. (Carga cíclica).

Desalineación del eje de rotación con la velocidad del viento. Todas las turbinas cuentan con algún mecanismo, pasivo o activo, que las oriente de frente al viento. Aún así, debido a las dificultades para medir exactamente la dirección requerida y a que los movimientos no son instantáneos, la turbina pasa la mayor parte del tiempo con algún grado de desalineación. De este modo, el plano de rotación no es perpendicular al flujo de aire, resultando en una componente de velocidad axial actuando sobre este plano. La variación se repite para cada pala al completar cada vuelta, es decir que es otra carga cíclica.

Inclinación del eje de la turbina. A veces se incorpora en el diseño cierto grado de inclinación en el eje de la turbina con el propósito de aumentar la distancia entre las palas y la torre (contribuyendo a reducir el efecto de sombra de la torre). Esta inclinación produce un efecto análogo al del caso anterior, en el cual la turbina no está orientada exactamente con la velocidad del viento. (Carga cíclica).

Efecto de estela. En los casos de turbinas no aisladas, como granjas o parques eólicos, la estela de una turbina modifica el flujo de aire que llega a las de atrás, en mayor o menor medida dependiendo de la disposición relativa entre ellas.

Por otro lado, la torre es una estructura flexible y debe estar diseñada de manera que sus modos de vibración no sean excitados ni por las oscilaciones inherentes al movimiento de rotación de las palas, ni por las perturbaciones cíclicas debidas a los distintos tipos de cargas, ni por estrategias de control inadecuadas. La excitación de los mismos puede provocar fatiga en los materiales y estructura, otros tipos de daños e incluso posible destrucción de la turbina.

2.3. Generación Sincrónica Trifásica

El generador es el componente del SCEE que convierte la energía mecánica extraída del viento en energía eléctrica. Esta se inyecta luego en alguna red de distribución nacional o de menor alcance, o es empleada en forma autónoma en instalaciones o aplicaciones aisladas, a veces conformando sistemas híbridos de generación.

En esta tesis se trabajará con SCEE suponiendo que se encuentran conectados a una red de distribución de gran alcance. A continuación se introducen las principales configuraciones de generación eléctrica que se emplean en estos sistemas y se detallan las que se utilizarán en este trabajo. Para desarrollar estos contenidos se ha utilizado la bibliografía de referencia (Bose, 1986; Krause *et al.*, 1995; Puleston, 1997; De Battista, 2000; Munteanu *et al.*, 2007; Bianchi *et al.*, 2007; Alkandari *et al.*, 2011).

Entre los generadores más utilizados en aplicaciones de conversión de energía eólica conectados a red pueden mencionarse los sincrónicos (GS) y los de inducción (GI). Entre los GI, los principales son el de jaula de ardilla (GIJA), el de rotor bobinado (GIRB) con control del resbalamiento a través de la resistencia de rotor y el doblemente alimentado (GIDA). El uso de los generadores de continua, en cambio, no ha sido mayormente difundido para estas aplicaciones, principalmente por cuestiones de confiabilidad.

Según los modos de funcionamiento posibles, los SCEE pueden clasificarse según sean de frecuencia constante o variable, de velocidad constante o variable, y de ángulo de *pitch* fijo o variable, en sus distintas combinaciones. Se trabajará aquí con sistemas que funcionan a frecuencia constante y considerando ángulo de *pitch* fijo.

2.3.1. Sistemas de frecuencia y *pitch* constantes

Existen diferentes configuraciones de SCEE que operan a frecuencia constante y manteniendo fijo el ángulo de *pitch*. Cada una de ellas posee características particulares, según tenga o no la capacidad para operar variando su velocidad. En los sistemas que operan a velocidad constante, la velocidad de rotación queda fijada generalmente por la red eléctrica. En los que pueden operar variando su velocidad, en cambio, se emplea electrónica de potencia que permite el desacople total o parcial de la red. Mientras que los generadores de inducción son utilizados en sistemas de ambos tipos, los generadores sincrónicos son más comúnmente empleados en sistemas de velocidad variable en conjunto con electrónica de potencia.

Sistemas de velocidad constante

Como se mencionó, en las turbinas eólicas de velocidad constante está más difundido el uso de los generadores de inducción. En este tipo de sistemas, el generador se conecta directamente a la red, frecuentemente a través de un transformador. Independientemente de la velocidad del viento, la velocidad del generador queda determinada por la frecuencia de la red y por la cantidad de pares de polos del generador. En la Figura 2.13 se presenta en forma esquemática la estructura general de uno de estos sistemas.

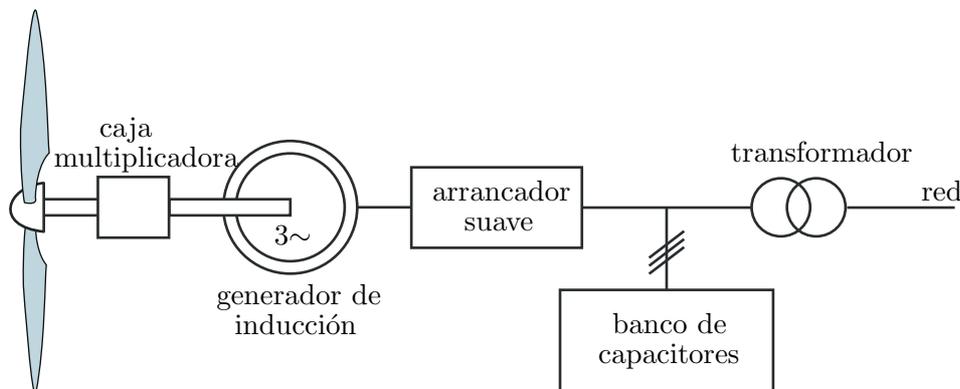


Figura 2.13: Estructura general de una turbina eólica de velocidad constante.

Los sistemas de velocidad constante tienen la ventaja de ser poco costosos, confiables y de no requerir mecanismo de sincronización. Sin embargo, requieren estar conectados a una red fuerte para garantizar una operación estable. Además, el hecho de operar a velocidad fija tiene dos desventajas principales. Por un lado limita la capacidad de control, de manera que la turbina no siempre estará operando en la condición de máxima extracción de potencia o de extracción nominal (según la zona de operación), y por otro, no tiene capacidad de mitigar los esfuerzos mecánicos debidos a ráfagas de viento, que repercuten en el sistema de transmisión y luego se propagan como fluctuaciones eléctricas en la red.

Adicionalmente, los generadores de inducción requieren grandes corrientes de arranque, debiendo usarse un arrancador suave, y demandan potencia reactiva de la red, por lo que suele ser necesario el uso de un compensador de potencia reactiva, como por ejemplo, bancos de capacitores.

Debe notarse que, a pesar de su denominación de velocidad constante, la misma no es tan estricta, pudiendo variar la velocidad del generador entre 1% y 2% de su velocidad nominal (ver Figura 2.14). En estos sistemas suelen utilizarse GIJA, que son mecánicamente simples, tienen poco costo de mantenimiento y son de alta eficiencia. Como puede observarse en la figura, la máxima eficiencia de conversión puede obtenerse para una única velocidad de viento (o un rango de variación muy pequeño).

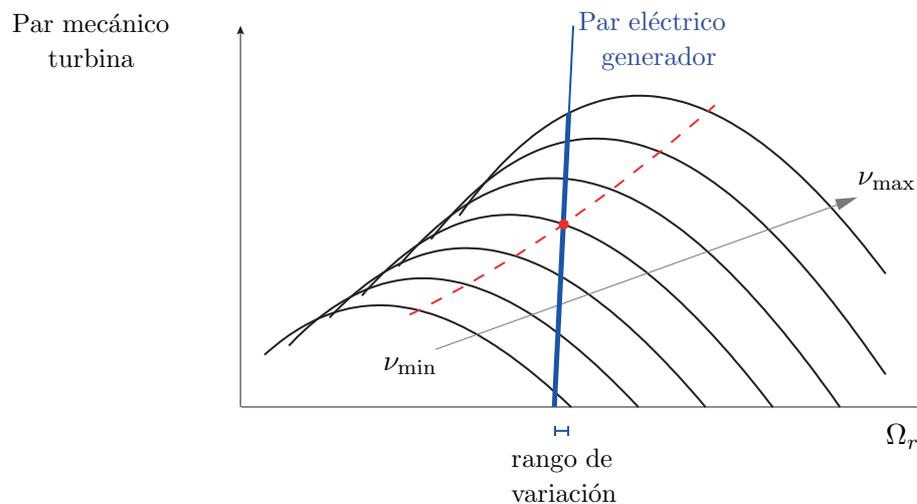


Figura 2.14: Rango de operación de una turbina eólica de velocidad constante. En trazos rojos, la curva de máxima extracción de potencia, que coincide con la curva de par del generador para una única velocidad de viento (punto rojo).

A veces, para mejorar la eficiencia, se emplean estos generadores con dos conjuntos de bobinados con diferente cantidad de polos, por ejemplo, uno de 8 para usar a velocidades de viento bajas y uno de 6 para velocidades medias y altas.

Sistemas de velocidad variable limitada

Una evolución de los SCEE de velocidad constante son los de velocidad variable limitada. La diferencia que presentan con los primeros es que emplean un GIRB con una resistencia adicional externa y variable en rotor, controlada mediante electrónica de potencia, como se muestra en la [Figura 2.15](#).

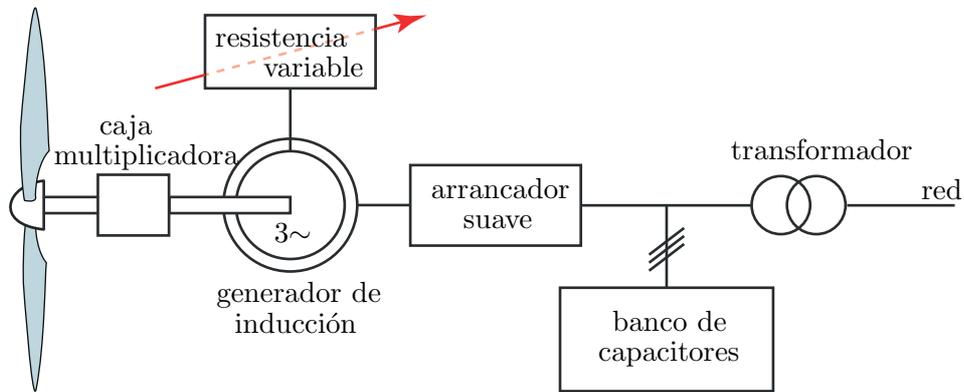


Figura 2.15: Estructura general de una turbina eólica de velocidad variable limitada.

El control permite modificar el resbalamiento y con él la pendiente de la característica de par del generador, posibilitando variar la velocidad del rotor en un rango de funcionamiento que depende de cuán grande sea la resistencia variable. Es común que pueda controlarse el sistema en un intervalo de hasta 10 % por encima de la velocidad sincrónica (ver [Figura 2.14](#)).

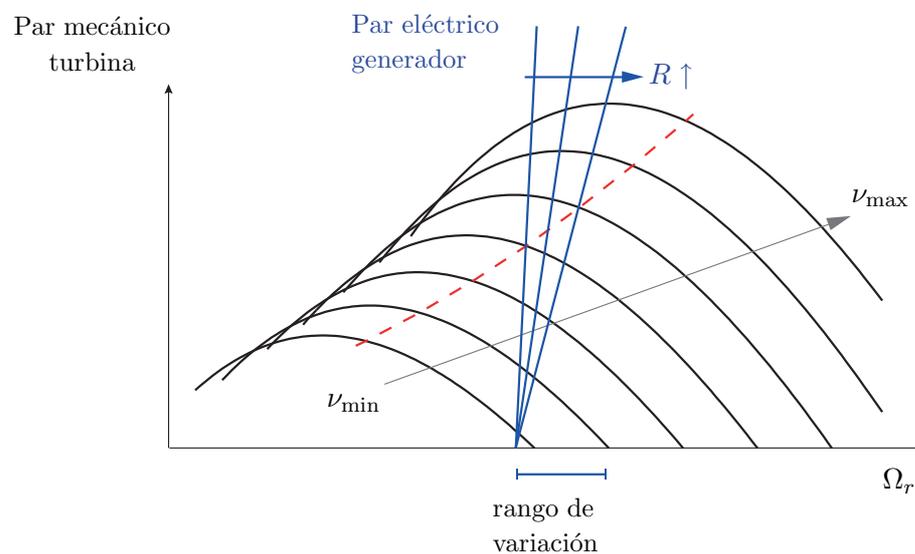


Figura 2.16: Rango de operación de una turbina eólica de velocidad variable limitada. En azul se ven las curvas de par del generador según varía la resistencia variable. En trazos rojos, la curva de máxima extracción de potencia.

Sistemas de velocidad variable

Los sistemas que pueden operar a velocidad variable presentan una amplia capacidad de control, en un rango que depende de la configuración específica, lo que permite mejorar la eficiencia en la conversión energética así como disminuir los esfuerzos mecánicos sobre las palas y el sistema de transmisión. En estos sistemas la conexión a la red suele hacerse a través de electrónica de potencia.

En el caso de generadores sincrónicos, como los de rotor bobinado (GSRB) y los de imán permanente (GSIP), y de generadores de inducción con rotor no bobinado, suele disponerse entre estos y la red, un sistema de electrónica de potencia nominal que maneja toda la potencia que se entrega. El esquema inferior de la [Figura 2.17](#) ilustra esta configuración.

En el caso de GIRB, en cambio, suelen emplearse configuraciones con recuperación de potencia de resbalamiento, denominados GIDA: generadores de inducción doblemente alimentados. Esto significa que tanto el estator como el rotor se conectan a la red y están energizados o alimentados, en forma directa desde el estator y a través de un convertidor de potencia fraccional desde el rotor, como se observa en el esquema superior de la [Figura 2.17](#). De esta manera, el convertidor maneja únicamente la potencia de rotor y no toda la generada. Esta característica hace que tanto el costo como el tamaño del convertidor sean mucho menores que en otro tipo de configuraciones. Puede mencionarse también que el hecho de procesar menor potencia redundará además en menores pérdidas en el convertidor, lo cual es altamente beneficioso.

El tamaño del convertidor está relacionado directamente con el rango en el que podrá variarse la velocidad, por lo que estas configuraciones con convertidor fraccional tienen un rango de velocidades de operación amplio pero acotado, siendo valores comunes entre ± 30 y ± 40 % por encima y/o por debajo de la velocidad sincrónica. Según la configuración particular, el sistema podrá ser capaz o no, de operar a velocidades menores que la sincrónica (subsincrónicas), con el rotor extrayendo potencia desde la red, además de velocidades por encima de aquella (supersincrónicas), para las cuales el rotor entrega potencia. En las configuraciones con conexión directa estator-red a través de un convertidor de potencia nominal, el rango de operación es más amplio. La situación se muestra en forma esquemática en la [Figura 2.18](#).

Otra diferencia entre ambas configuraciones es el comportamiento ante perturbaciones fuertes en la red, tales como huecos de tensión. En el caso de conexión a través de estator únicamente, con el convertidor de potencia nominal, este puede desconectar al sistema de la red inmediatamente. En el caso del sistema de rotor bobinado con convertidor fraccional en rotor, en cambio, los bobinados del rotor pueden ser cortocircuitados inmediatamente si la perturbación es muy grande, pero la desconexión de los bobinados de estator se hace más tarde, empleando interruptores ordinarios ([Petru y Thiringer, 2002](#)).

Respecto de los GIDA, además de esta menor capacidad de dar soporte a la red durante fallas o “huecos” de tensión, en contrapartida con los beneficios del manejo fraccional de potencia, los principales inconvenientes están relacionados con la necesidad de utilización de una caja multiplicadora y con la distorsión armónica que introducen en la red, la cual varía

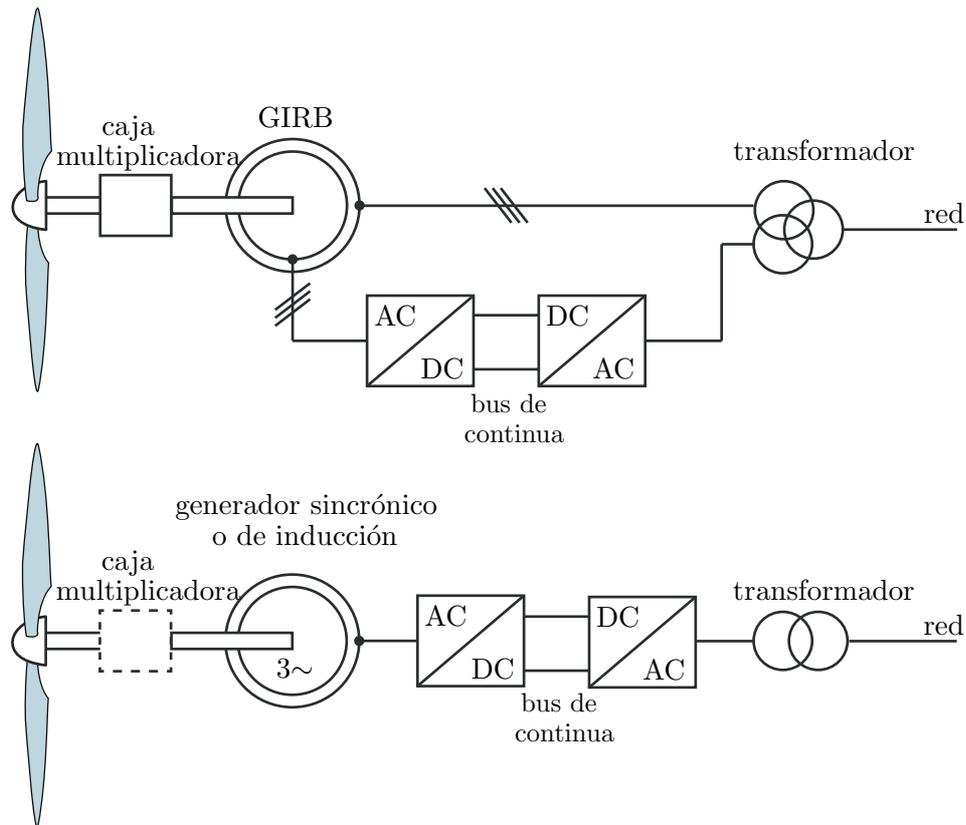


Figura 2.17: Estructuras generales de turbinas eólicas de velocidad variable. El esquema superior corresponde a un GIDA, y el inferior al esquema con convertidor de potencia nominal.

con el convertidor electrónico en uso.

Los SCEE basados en generadores de GIDA son ampliamente utilizados actualmente en el mercado eólico de pequeña y mediana escala, si bien están tomando fuerza configuraciones con generadores sin anillos rozantes y, más recientemente, topologías sincrónicas con convertidores de potencia total en estator (Kim y Dah-Chuan Lu, 2010). En sistemas de gran potencia (1MW y mayores) existe en los últimos años una tendencia encaminada a la mayor utilización del esquema de velocidad variable con convertidor de potencia nominal en estator. Esto se debe en buena parte a las leyes y normas que regulan la inserción de la potencia eólica en la red, incrementando los márgenes de seguridad y exigiendo determinados niveles de calidad a potencia entregada, así como capacidad para responder a fallos en la red.

El control de los SCEE de velocidad variable suele estar formado por tres subsistemas:

- De potencia aerodinámica, controlando el ángulo de paso de las palas.
- Del generador, a través de la operación a velocidad variable y el convertidor electrónico.
- De la transferencia de potencia a la red, mediante el convertidor electrónico de potencia.

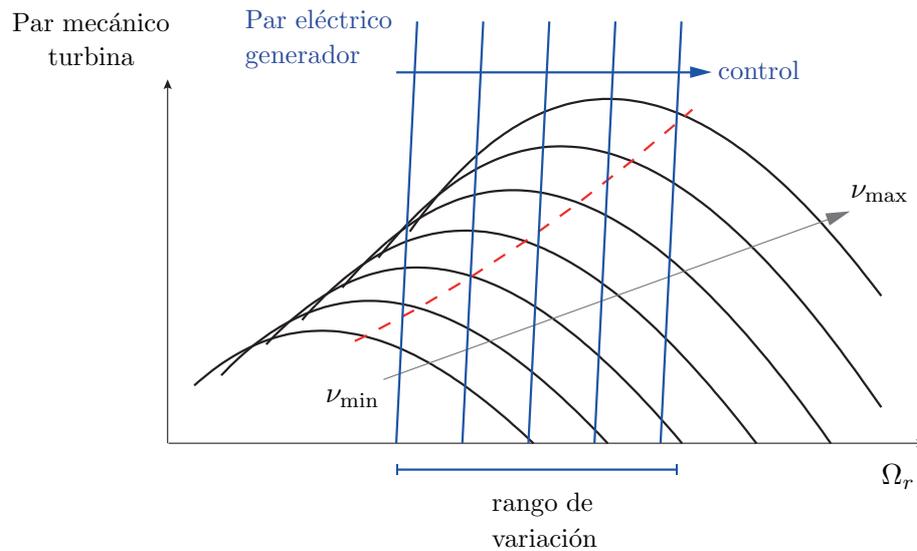


Figura 2.18: Rango de operación de una turbina eólica de velocidad variable limitada. En azul se ven las curvas de par del generador según varía la acción de control. En trazos rojos, la curva de máxima extracción de potencia.

Generalmente, el control aerodinámico suele emplearse como limitador de potencia en el valor nominal y para detener la turbina cuando la velocidad del viento supera la velocidad de corte superior, estando inactivo para velocidades menores que la nominal. Como excepción, en algunos casos puede utilizarse para asistir el proceso de arranque, ya que las turbinas dos y tres palas suelen tener bajo torque de arranque, y en otros, puede limitar la velocidad de rotación cuando la velocidad del viento se acerca a la nominal. Este control, por lo tanto, tiene como objetivo principal el alivio de las cargas mecánicas sobre la estructura del aerogenerador.

El control del generador suele ser el único activo en la zona de operación *II* y, acelerando y desacelerando la velocidad del generador, busca operar en condiciones de máxima extracción de potencia. Las variaciones de velocidad suelen estar acompañadas por variaciones del par del generador, que pueden inducir cargas mecánicas adicionales sobre el sistema de transmisión. Por tanto, este control se ocupa de la optimización de la eficiencia de conversión, y debe tener en cuenta las cargas mecánicas inducidas.

Por último, el convertidor electrónico de potencia permite asegurar las condiciones de la transferencia de potencia en cuanto a factor de potencia, frecuencia, armónicos, ruido *flicker*, conexión y desconexión en caso de fallas, etc. Es decir que, este control se ocupa de la calidad de potencia.

Dada la difusión, ventajas y potencial de control de los esquemas de velocidad variable, y en particular de los GIDA, se han seleccionado dos configuraciones basadas en ellos para las propuestas de control que se presentan en esta Tesis. Una de estas configuraciones emplea un

convertidor AC-AC unidireccional del tipo *Kramer drive* estático y la otra, más versátil, un convertidor bidireccional *back-to-back*. A continuación se presentan ambas descripciones.

2.3.2. *Kramer drive* estático

El esquema de un SCEE basado en un GIDA en una topología con convertidor unidireccional de tipo *Kramer drive* estático (KDE) se muestra en la Figura 2.19. Como ya fue mencionado, si bien el sistema opera a velocidad variable, la potencia generada es entregada a tensión y frecuencia constantes fijadas por la red.

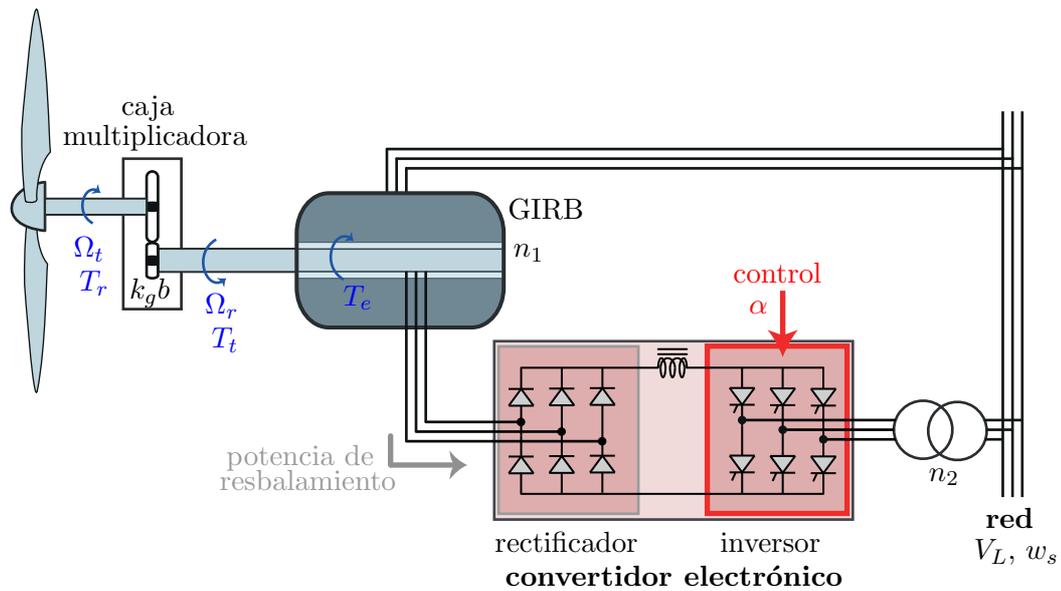


Figura 2.19: GIDA con convertidor fraccional: *Kramer drive* estático.

En esta configuración, el convertidor está compuesto por un puente de diodos rectificador no controlado, un inductor para el suavizado del ripple y un rectificador controlado trabajando como inversor. A través de la modificación del ángulo de disparo del rectificador controlado, α , es posible controlar electrónicamente el punto de operación del sistema. En esta configuración, el ángulo α puede variarse en algún intervalo por encima de los 90° , idealmente entre 90° y 180° . Esto limita la zona de operación a velocidades sincrónica y supersincrónicas, permitiendo el flujo de potencia únicamente en el sentido hacia la red. En este aspecto, la configuración bidireccional mejora esta característica, ampliando el rango de trabajo.

2.3.3. Convertidor bidireccional o *back-to-back*

Esta topología es una de las más utilizadas actualmente y se muestra esquemáticamente en la Figura 2.20.

El convertidor está formado por dos convertidores de tensión basados en transistores bipolares de compuerta aislada (IGBT, del inglés), uno del lado del rotor y otro del lado de

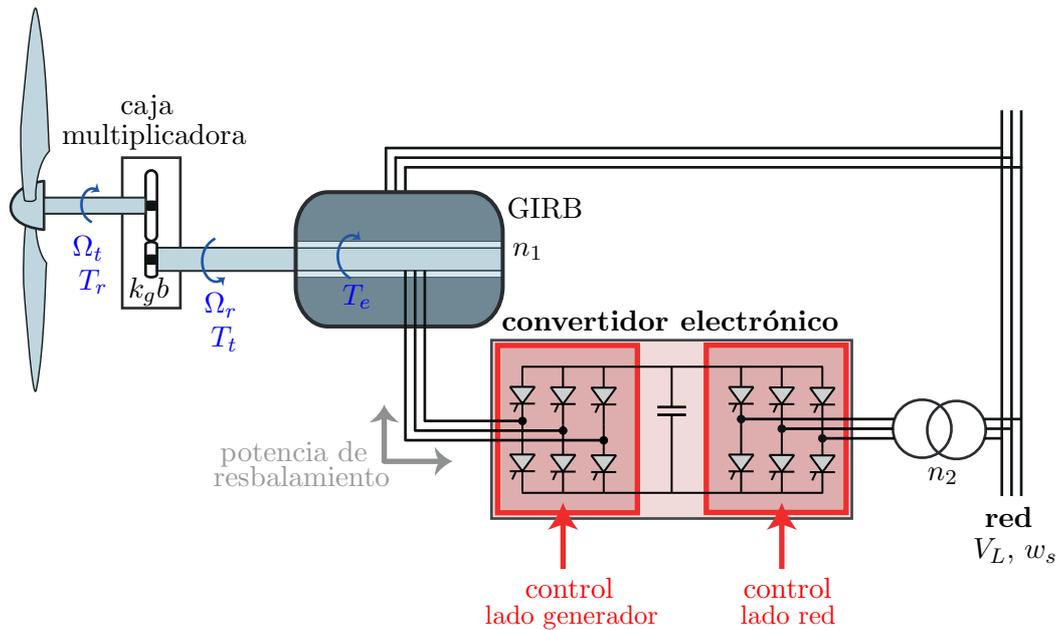


Figura 2.20: GIDA con convertidor fraccional bidireccional.

la red, conectados entre sí a través de un bus de continua. En forma simple, el convertidor del lado del rotor permite controlar al generador en cuanto a potencia activa y reactiva, en tanto que el convertidor del lado de la red puede controlar la tensión en el bus de continua y asegurar el manejo del factor de potencia durante el funcionamiento.

Así, en esta configuración, puede realizarse el control electrónico del sistema a través del convertidor tanto para velocidades por encima como por debajo de la velocidad sincrónica, permitiendo la operación del sistema en un intervalo que va aproximadamente entre $\pm 30\%$ o $\pm 40\%$ de la velocidad nominal.

2.4. Resumen del capítulo

En este capítulo se introdujeron los conceptos necesarios para estudiar y analizar los sistemas de conversión de energía eólica, particularmente los de velocidad variable conectados a la red de distribución en configuración con recuperación de potencia de resbalamiento. Luego de una breve descripción de la composición de un aerogenerador, se hizo una división en tres secciones para recorrer las tres grandes temáticas involucradas.

La primera de las tres secciones consistió en una explicación sobre la naturaleza del viento, enfocado desde el punto de vista de su aprovechamiento como fuente energética. Se mostró la división del espectro de potencia en dos lóbulos principales, indicando la existencia de dos escalas de tiempo desacopladas. Por un lado, las componentes de interés que constituyen el principal aporte de potencia a largo plazo, correspondientes al viento medio y a sus variaciones lentas, y por otro las variaciones rápidas de las ráfagas y turbulencia.

La segunda sección versó sobre las hélices de las turbinas eólicas, y en ella se presentaron algunas teorías para explicar el proceso por el cual la energía cinética del viento es transformada en energía mecánica. Se describieron las fuerzas a las que es sometida una turbina durante su funcionamiento, destacando cuáles son favorables en la generación de potencia y cuáles es deseable disminuir o evitar para no reducir la vida útil del sistema. En base a estas consideraciones, se introdujo el tema del control de las turbinas y se presentó la curva ideal de potencia, que muestra la estrategia ideal de operación según la velocidad del viento.

En la tercera sección se recorrieron brevemente algunas de las configuraciones más empleadas para el subsistema eléctrico de SCEE conectados a red, que incluye generadores y electrónica de potencia asociada. Entre tales configuraciones, se destacaron las ventajas presentadas por los sistemas de velocidad variable con recuperación de la potencia de resbalamiento. En dos de ellas se basan las propuestas de control de esta tesis, por lo que fueron descritas en mayor profundidad. Para las mismas se desarrollan, en el siguiente capítulo, diversos modelos que permiten describirlos, analizarlos y trabajarlos en forma matemática.

Capítulo 3

Modelos matemáticos en variables de estado

En este capítulo se presentan las descripciones y los modelos matemáticos de las configuraciones para las cuales se desarrollan las estrategias de control propuestas en esta Tesis.

En primer lugar se introduce la descripción del sistema de transmisión, y se obtienen las ecuaciones mecánicas según dos enfoques, uno de los cuales considera un acoplamiento rígido entre los lados de baja y alta velocidad, y el otro supone un acoplamiento dinámico entre los mismos. A continuación se introducen los generadores en las configuraciones seleccionadas, para lo cual se desarrollan previamente las ecuaciones de un generador de inducción genérico.

3.1. Sistema de transmisión

Para modelar el sistema de transmisión de una turbina eólica se hacen generalmente dos consideraciones básicas. Por un lado, se supone que la transmisión mecánica tiene eficiencia constante en todo el rango de velocidades y por otro, que los sistemas eléctrico y mecánico están perfectamente balanceados.

Existen dos enfoques principales que permiten encontrar las relaciones entre las magnitudes físicas de par y velocidad a través del sistema de transmisión, uno de ellos supone un vínculo rígido y el otro uno flexible. En aerogeneradores de gran potencia y de mayor tamaño es más adecuado emplear el modelo flexible del tren de transmisión, en tanto que para aerogeneradores algo más pequeños puede despreciarse la dinámica interna de la transmisión y emplear el modelo rígido. Con este argumento, en esta tesis se hace uso de este último modelo. A continuación se presentan ambos casos, incluyéndose el modelo según el enfoque flexible a efectos ilustrativos ([Munteanu *et al.*, 2007](#)).

3.1.1. Modelo rígido

El enfoque rígido propone un modelo con una dinámica de primer orden, cuyo único elemento es una caja multiplicadora de relación de transmisión k_{gb} y eficiencia η_{gb} . En la Figura 3.1 puede observarse una representación esquemática de este modelo.

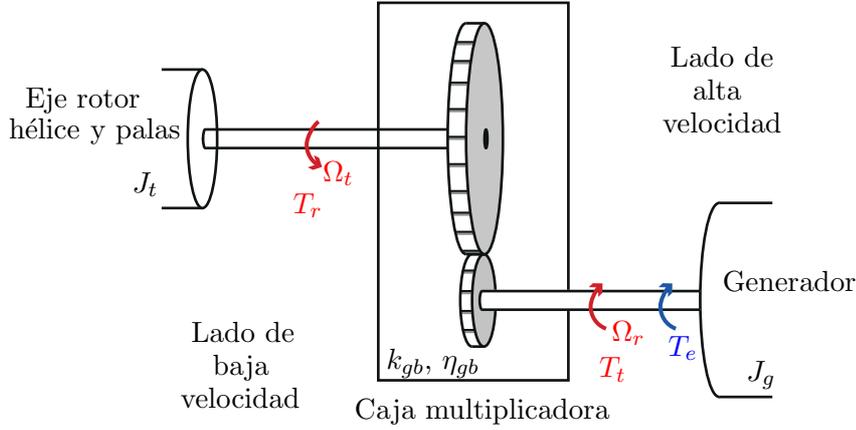


Figura 3.1: Modelo rígido del tren de transmisión.

A partir del planteo de la segunda ley de Newton rotacional se obtiene la ecuación que describe la dinámica de este sistema:

$$\dot{\Omega}_r = \frac{1}{J}(T_t + T_e) \quad (3.1)$$

donde $T_e < 0$ es el par eléctrico resistente del generador, J es la inercia equivalente total del sistema referida al lado del generador, y se ha denotado como T_t al par experimentado por el generador, debido al viento. El efecto de la caja multiplicadora consiste en el aumento de la velocidad de rotación y en la disminución del par mecánico. Así, T_t es menor que T_r (par generado por el viento en el eje de baja velocidad) y la velocidad de rotación que se transmite al rotor del generador es k_{gb} veces más rápida:

$$\Omega_r = k_{gb} \Omega_t \quad (3.2)$$

$$T_t = \frac{\eta_{gb}}{k_{gb}} T_r \quad (3.3)$$

donde $\eta_{gb} \in [0, 1]$ y $k_{gb} > 1$. Además, la inercia equivalente del sistema calculada del lado de alta velocidad es menor que cuando la misma es calculada del lado de baja velocidad. Despreciando las inercias de los engranajes multiplicadores, la inercia equivalente total del sistema del lado de alta velocidad puede hallarse como:

$$J = \frac{\eta_{gb}}{k_{gb}^2} J_t + J_g \quad (3.4)$$

Para las propuestas de esta Tesis se considerará que la caja de engranajes es ideal en todos los casos analizados, es decir que $\eta_{gb} = 1$.

3.1.2. Modelo flexible

Este enfoque propone la existencia de un acoplamiento elástico entre los ejes de baja y alta velocidad, modelando el sistema de transmisión a través de dos engranajes multiplicadores y un vínculo elástico que da lugar a un nuevo estado, el par interno denominado T_i .

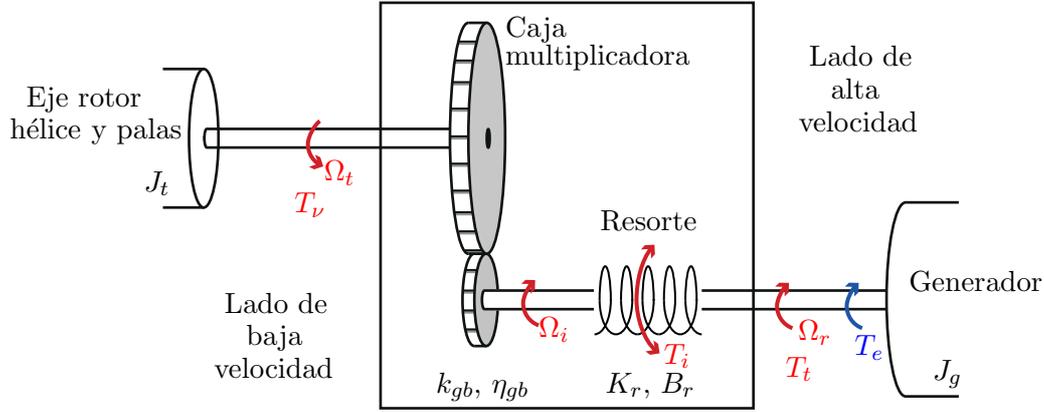


Figura 3.2: Modelo flexible del tren de transmisión.

Este modelo presenta una dinámica de tercer orden, que puede escribirse a través de las ecuaciones:

$$\dot{\Omega}_t = \frac{1}{J_t} T_\nu - \frac{k_{gb}}{J_{gb}} T_i \quad (3.5)$$

$$\dot{T}_i = K_r (\Omega_i - \Omega_r) + B_r (\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_r) \quad (3.6)$$

$$\dot{\Omega}_r = \frac{1}{J_g} (T_i + T_e) \quad (3.7)$$

donde K_r y B_r son los coeficientes de rigidez y de amortiguamiento del resorte y, por efecto de la caja multiplicadora, se tienen las relaciones algebraicas $J_{gb} = (\eta_{gb}/k_{gb}^2) J_t$, y $\Omega_i = k_{gb} \Omega_t$.

El sistema de ecuaciones de estado puede reescribirse entonces como:

$$\begin{cases} \dot{\Omega}_t &= \frac{1}{J_t} T_\nu - \frac{k_{gb}}{J_{gb}} T_i \\ \dot{T}_i &= K_r (k_{gb} \Omega_t - \Omega_r) + \frac{B_r k_{gb}}{J_t} T_{nu} - B_r \left(\frac{k_{gb}^2}{J_{gb}} + \frac{1}{J_g} \right) T_i - \frac{B_r}{J_g} T_e \\ \dot{\Omega}_r &= \frac{1}{J_g} (T_i + T_e) \end{cases} \quad (3.8)$$

3.2. Generador de inducción doblemente alimentado

Un GIDA puede considerarse simplemente como un generador de inducción de rotor bobinado en el cual ambos circuitos, no solo el de estator, están energizados. Por lo tanto, el modelo matemático del mismo es esencialmente el de una máquina de inducción en la

cual las tensiones de rotor son reemplazadas por las de la “fuente eléctrica”, es decir, las del convertidor correspondiente (Pulgar-Painemal y Sauer, 2009).

Los contenidos de esta sección se basan en la bibliografía de referencia (Bose, 1986; Krause *et al.*, 1995; Puleston, 1997; Puleston *et al.*, 2000; De Battista, 2000).

3.2.1. Generador de inducción

El esquema constructivo de los bobinados de una máquina de inducción trifásica de 1 par de polos se muestra en la Figura 3.3. Para generalizar a p_p pares de polos, se muestra el esquema de una máquina de inducción trifásica de 4 polos ($p_p = 2$) en la Figura 3.4.

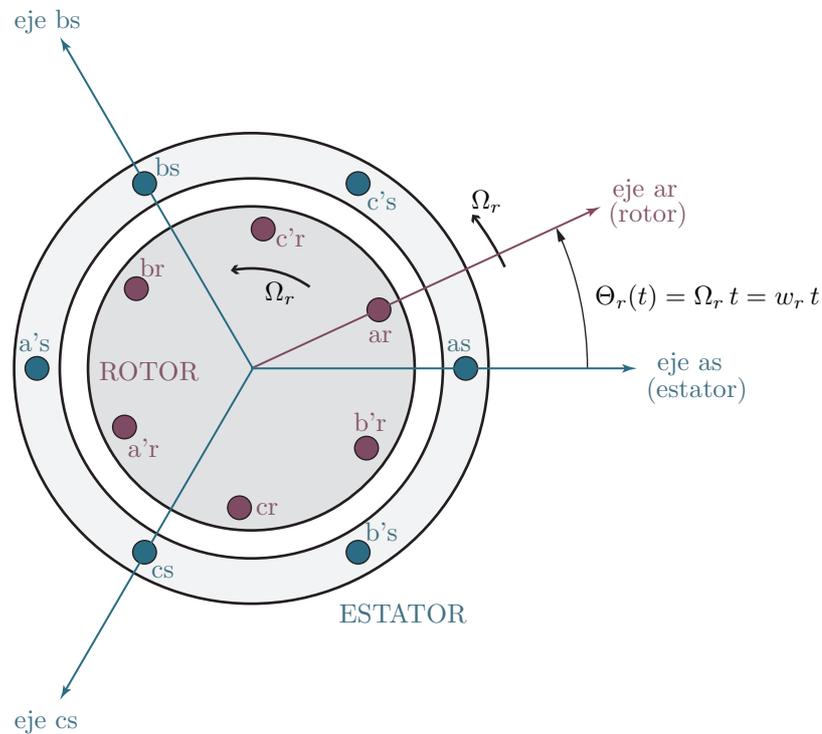


Figura 3.3: Modelo ideal de un generador de inducción trifásico de 1 par de polos.

Idealmente, las tensiones trifásicas balanceadas aplicadas al estator establecen un flujo magnético distribuido espacialmente en forma sinusoidal en el entrehierro, que rota a la velocidad angular sincrónica:

$$\Omega_s = \frac{w_s}{p_p} \quad (3.9)$$

expresada en rad/s , donde w_s es la frecuencia angular eléctrica sincrónica (de la red). En la Figura 3.4 puede notarse el “replicado” eléctrico proporcional al número de pares de polos.

Cuando el rotor se encuentra girando a velocidad angular $\Omega_r \neq \Omega_s$, impulsado por ejemplo por el viento sobre las palas a través del sistema de transmisión, la diferencia de velocidades induce un campo magnético y con él un conjunto de corrientes y tensiones trifásicas en sus

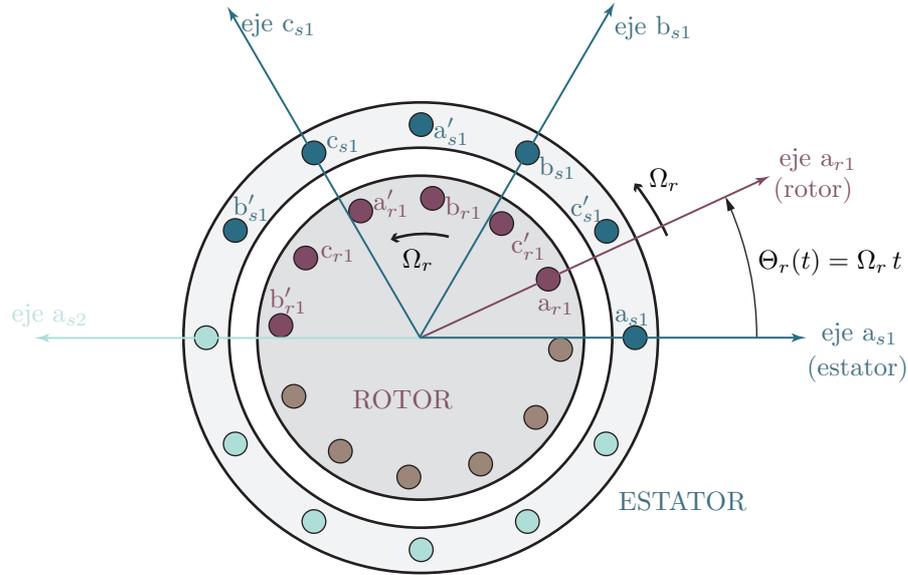


Figura 3.4: Modelo ideal de un generador de inducción trifásico de 2 pares de polos.

bobinados de frecuencia angular eléctrica $s w_s = w_s - p_p \Omega_r$, donde s es el resbalamiento:

$$s = \frac{\Omega_s - \Omega_r}{\Omega_s} = \frac{w_s - p_p \Omega_r}{w_s} \quad (3.10)$$

Por su parte, las corrientes inducidas del rotor generan una fuerza magnetomotriz distribuida espacialmente en el rotor como una onda sinusoidal que se mueve a velocidad $s w_s$ (relativa al rotor), por lo que, dado que el rotor gira a velocidad Ω_r , la fuerza magnetomotriz rota a la misma velocidad que el flujo magnético en el entrehierro. La interacción entre ambos genera un par eléctrico resistente, T_e , que puede escribirse en función de estas magnitudes como:

$$T_e = \frac{3}{2} p_p |\psi_M| |I_{rM}| \sin(\theta_I) \quad (3.11)$$

donde ψ_M es el valor pico por polo del flujo en el entrehierro, I_{rM} es el valor pico de la corriente de rotor, y θ_I es la diferencia de fase entre la onda del flujo magnético en el entrehierro y la onda de fuerza magnetomotriz del rotor.

3.2.2. Modelo dinámico del generador de inducción

Se presentan a continuación las ecuaciones que describen las variables eléctricas de un generador de inducción en forma dinámica. Las expresiones se desarrollan para una máquina de un único par de polos. La extensión para p_p pares de polos puede realizarse a través de un cambio de variables (Krause *et al.*, 1995).

El modelo que se desarrolla a continuación requiere de las siguientes suposiciones:

- Los bobinados de estator son iguales entre sí (misma cantidad de vueltas n_s , misma resistencia R_s) y están desplazados en 120° eléctricos entre ellos.

- Análogas suposiciones en el caso de los arrollamientos del rotor (n_r vueltas, resistencia de los bobinados R_r).
- El entrehierro es uniforme.
- No existe saturación y las pérdidas en el núcleo son despreciables.

En este desarrollo se considerará que la relación de vueltas de bobinados entre estator y rotor es unitaria, es decir $n_s = n_r$.

En las condiciones planteadas puede considerarse que el flujo total es la superposición (suma) de los flujos aportados por cada una de las fases. Además, las inductancias propias por fase de estator serán constantes e iguales entre sí, al igual que las inductancias mutuas entre sus arrollamientos. En forma análoga sucede con las inductancias propias y mutuas de los arrollamientos del rotor. Por último, las inductancias mutuas entre arrollamientos de estator y de rotor, en coordenadas de los ejes abc , son funciones sinusoidales de igual amplitud M_{sr} , que dependen de la posición relativa entre el estator y el rotor. Dado que el estator está fijo, las mismas pueden ser expresadas en función de la posición angular del rotor, según:

$$\begin{aligned} M_{asar} &= M_{bsbr} = M_{cscr} = M_{sr} \cos(\Theta_r) \\ M_{asbr} &= M_{bscr} = M_{csar} = M_{sr} \cos(\Theta_r + 2\pi/3) \\ M_{ascr} &= M_{bsar} = M_{csbr} = M_{sr} \cos(\Theta_r + 4\pi/3) \end{aligned}$$

donde M_{isjr} es la inductancia mutua entre los bobinados de la fase i de estator y la fase j del rotor.

En la Figura 3.5 se muestra esquemáticamente la estructura eléctrica de un generador de inducción ideal de 1 par de polos. A partir de este esquema pueden plantearse las ecuaciones del flujo y de tensión para cada fase del estator y del rotor en forma matricial como:

$$\phi_{abc} = \mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{i}_{abc} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \phi_{abc} \quad (3.13)$$

$$= \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{i}_{abc}) \quad (3.14)$$

donde:

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \\ v_{ar} \\ v_{br} \\ v_{cr} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \\ i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}; \quad \phi_{abc} = \begin{bmatrix} \phi_{as} \\ \phi_{bs} \\ \phi_{cs} \\ \phi_{ar} \\ \phi_{br} \\ \phi_{cr} \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

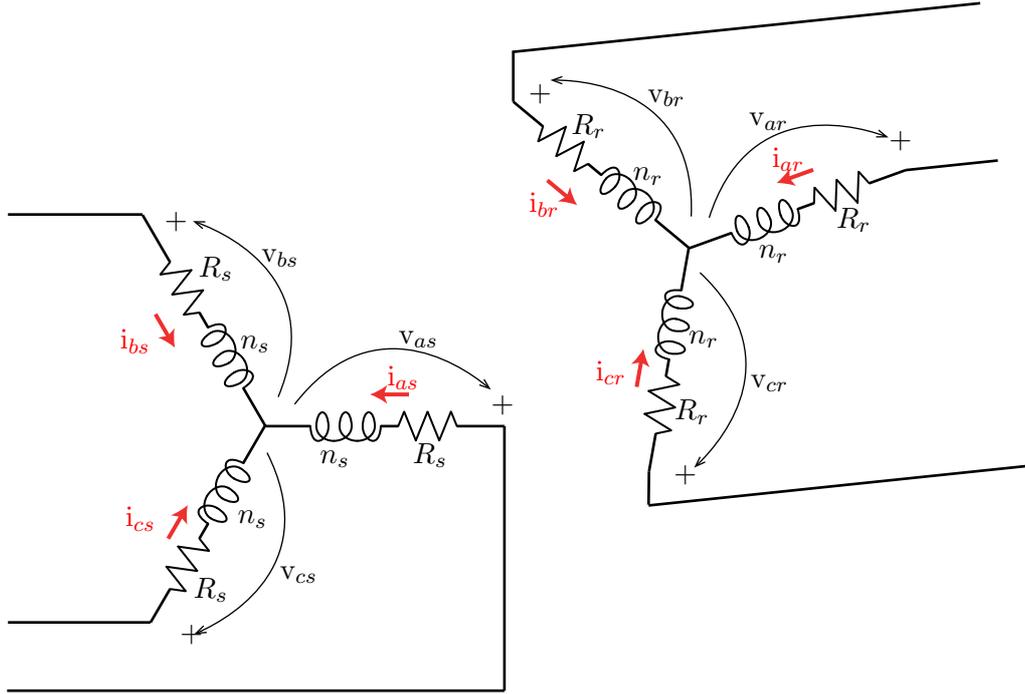


Figura 3.5: Esquema eléctrico de un generador de inducción ideal de 2 polos.

la matriz de resistencias es diagonal:

$$\mathbf{R}_{abc} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

y la matriz de inductancias toma la forma:

$$\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{sabc} & \mathbf{M}_{srabc}(\Theta_r) \\ \mathbf{M}_{srabc}^T(\Theta_r) & \mathbf{L}_{rabc} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

con

$$\mathbf{L}_{sabc} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{L}_{rabc} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{M}_{srabc} = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\Theta_r) & \cos(\Theta_r + 2\pi/3) & \cos(\Theta_r + 4\pi/3) \\ \cos(\Theta_r + 4\pi/3) & \cos(\Theta_r) & \cos(\Theta_r + 2\pi/3) \\ \cos(\Theta_r + 2\pi/3) & \cos(\Theta_r + 4\pi/3) & \cos(\Theta_r) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde L_{ls} y L_{ms} son las inductancias de dispersión y de magnetización de los bobinados de estator, y L_{lr} y L_{mr} las correspondientes de rotor.

La potencia eléctrica total en la máquina puede calcularse como el producto entre los vectores de las corrientes y de las tensiones de la misma, $\mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{v}_{abc}$. Descomponiendo la expresión inmediata y reagrupando, este producto puede escribirse como la suma de tres términos:

$$\mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{v}_{abc} = \mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{i}_{abc} \right] + \frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial}{\partial \Theta_r} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \right) \frac{d\Theta_r}{dt} \mathbf{i}_{abc} \quad (3.21)$$

El primer término corresponde a la potencia disipada en las resistencias del generador, el segundo a la variación de la energía almacenada en el campo magnético y el tercero a la potencia mecánica. Dado que esta última puede calcularse multiplicando el par del generador y la velocidad de rotación ($\Omega_r = \frac{d\Theta_r}{dt}$), el par del generador en coordenadas trifásicas abc , puede expresarse en función de las corrientes y las inductancias como:

$$T_e = \frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial}{\partial \Theta_r} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \right) \mathbf{i}_{abc} = \quad (3.22)$$

$$= \left[\left(i_{as} i_{cr} + i_{bs} i_{ar} + i_{cs} i_{br} \right) \text{sen}(\Theta_r + \pi/3) - \left(i_{as} i_{ar} + i_{bs} i_{br} + i_{cs} i_{cr} \right) \text{sen}(\Theta_r) \right. \\ \left. - \left(i_{as} i_{br} + i_{bs} i_{cr} + i_{cs} i_{ar} \right) \cos(\Theta_r + \pi/6) \right] M_{sr} \quad (3.23)$$

Dado que los coeficientes de acoplamiento entre las fases de rotor y estator varían con la posición del rotor, las ecuaciones diferenciales obtenidas para describir la dinámica del generador, (3.14), resultan variables en el tiempo. El análisis de este tipo de sistemas conlleva una dificultad mayor que si la representación fuese invariante en el tiempo. Para salvar el inconveniente suele hacerse un cambio de variables, refiriendo las mismas a marcos de referencia rotantes.

3.2.3. Transformación de Park

Para hacer uso de la representación en marcos de referencia rotantes, pueden cambiarse los ejes de coordenadas a través de la transformación de Park, como se detalla a continuación.

La elección de la velocidad de rotación de los marcos de rotor y estator permite simplificar distintos aspectos en los análisis de las ecuaciones. En particular, el cambio de variables propuesto inicialmente en (Kron, 1951), que refiere tanto las variables de rotor como las de estator a un marco de referencia rotante en sincronía con el campo magnético rotante del entrehierro, permite eliminar la dependencia temporal de todas las inductancias en las ecuaciones de una máquina de inducción simétrica. A este marco, que rota a la velocidad

sincrónica Ω_s , se lo conoce como marco de referencia rotante sincrónico. En el marco sincrónico las variables sinusoidales de frecuencia sincrónica se ven como señales de amplitud constante.

La transformación de variables conocida con el nombre de Transformación de Park permite incorporar esta idea, combinando dos transformaciones de coordenadas:

- La primera realiza el cambio de coordenadas del sistema trifásico abc al sistema $o\alpha\beta$, donde los ejes α y β están en cuadratura. Si el sistema es simétrico y equilibrado, es decir, las componentes de corriente y tensión en las coordenadas abc tienen igual amplitud máxima y una diferencia de fase de 120° entre sí, las componentes homopolares, correspondientes a la coordenada en o , son nulas. En esta representación, los nuevos ejes correspondientes al estator y al rotor siguen siendo solidarios al estator y al rotor respectivamente, es decir que el primero está fijo, en tanto que el sistema coordinado $o\alpha\beta$ del rotor rota a velocidad Ω_r respecto del primero. Se ha considerado, además que los ejes a de estator y de rotor están alineados con los ejes α de estator y de rotor respectivamente.

Esta transformación lineal es la misma para las variables de rotor y para las de estator, y puede escribirse en forma matricial como:

$$\mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta_{sr}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

donde el factor de escala $\sqrt{2/3}$ se utiliza para mantener invariante la potencia, ya que para esto debe cumplirse que $\mathbf{Q}_{\{\}} \mathbf{Q}_{\{\}}^T = \mathbf{I}$, matriz identidad de 6×6 .

La matriz completa es de la forma:

$$\mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta_{sr}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta_{sr}} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

- La segunda transformación realiza el cambio de coordenadas desde el sistema estacionario $o\alpha\beta$ al sistema rotante de coordenadas odq , el cual rota a velocidad arbitraria Ω_{dq} . Como ya se ha mencionado, en este trabajo se empleará el marco rotante sincrónico, por lo cual se elegirá $\Omega_{dq} = \Omega_s$.

Esta transformación es simplemente una rotación cuyo ángulo varía en el tiempo. Dado que los sistemas coordinados de estator y rotor no están en la misma condición, el ángulo de rotación, y por lo tanto la matriz de transformación, es diferente en ambos casos:

$$\mathbf{Q}_{o\alpha\beta/odq_s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta_{dq}) & \sin(\Theta_{dq}) \\ 0 & -\sin(\Theta_{dq}) & \cos(\Theta_{dq}) \end{bmatrix}, \text{ para el estator} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{Q}_{o\alpha\beta/odq_r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta_{dq} - \Theta_r) & \sin(\Theta_{dq} - \Theta_r) \\ 0 & -\sin(\Theta_{dq} - \Theta_r) & \cos(\Theta_{dq} - \Theta_r) \end{bmatrix}, \text{ para el rotor} \quad (3.27)$$

donde se verifica $\Omega_{dq} = \frac{d}{dt}\Theta_{dq}$, o $\Theta_{dq}(t) = \int_{t_0}^t \Omega_{dq}(t)dt + \Theta_{dq}(t)$. Esta transformación es también invariante en potencia.

La matriz completa es de la forma:

$$\mathbf{Q}_{o\alpha\beta/odq} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta_s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta_r} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

De esta manera, la matriz que permite realizar la transformación de Park combinando las dos rotaciones, es:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_{o\alpha\beta/odq} \mathbf{Q}_{abc/o\alpha\beta} \quad (3.29)$$

de modo que:

$$\phi_{odq} = \mathbf{Q} \phi_{abc} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{i}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{i}_{abc} \quad (3.31)$$

$$\mathbf{v}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{v}_{abc} \quad (3.32)$$

Ejemplo

Para ilustrar el cambio producido por la transformación de Park se presenta este ejemplo. En el mismo se muestra un vector de tensión de amplitud constante V_s que rota a frecuencia angular Ω , y su representación en cada conjunto de ejes involucrados en la transformación, es decir abc , $o\alpha\beta$ y odq .

En la **Figura 3.6** se muestra en rojo el vector de tensión, y en azul oscuro las tres componentes $v_a(t)$, $v_b(t)$ y $v_c(t)$, correspondientes al conjunto trifásico simétrico y equilibrado de ejes fijos a , b y c .

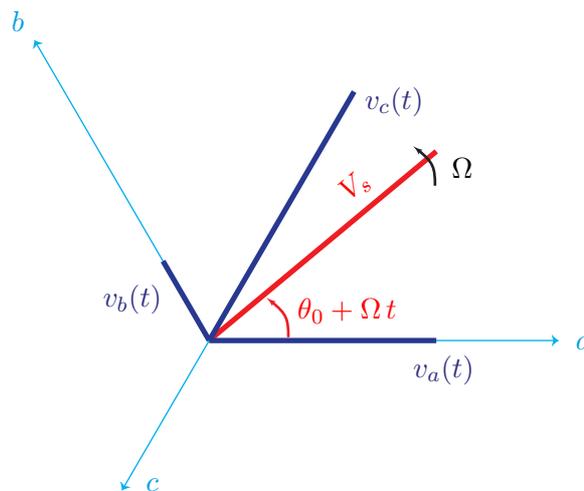


Figura 3.6: Representación del vector de tensión de fase en ejes abc .

Las expresiones temporales de las componentes en este marco son:

$$\begin{cases} v_a(t) = V_s \cos(\theta_0 + \Omega t) \\ v_b(t) = V_s \cos(\theta_0 + \Omega t - 2\pi/3) \\ v_c(t) = V_s \cos(\theta_0 + \Omega t - 4\pi/3) \end{cases} \quad (3.33)$$

donde θ_0 es ángulo del vector de tensión en el instante inicial. Empleando $V_s = 1V$, $\theta_0 = \pi/3$ y como frecuencia angular en rad/s , $\Omega = 2\pi 50$, las curvas temporales de estas tensiones se ilustran en la [Figura 3.7](#).

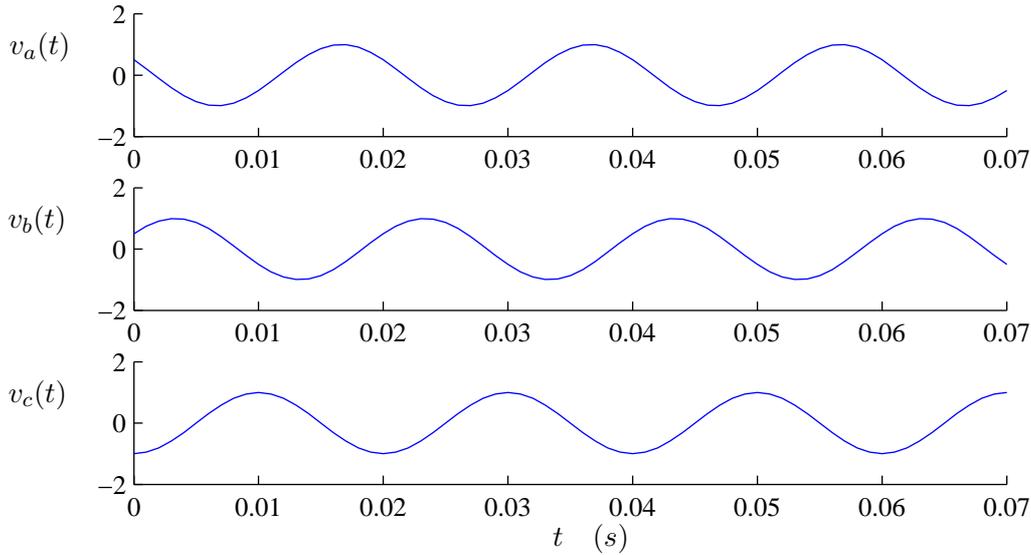


Figura 3.7: Curvas temporales de las componentes de tensión en ejes abc .

La aplicación del primer cambio de variables que conforma la transformación de Park permite representar al vector en coordenadas sobre los ejes o , α y β . En este caso, dado que el sistema original es balanceado, la componente sobre o no existe. En la [Figura 3.8](#) puede observarse la nueva representación.

Luego del cambio realizado se obtienen las expresiones de las componentes en este marco, cuyas curvas para el ejemplo considerado se muestran en la [Figura 3.9](#):

$$\begin{cases} v_o(t) = \sqrt{2/3} (v_a(t) + v_b(t) + v_c(t)) = 0 \\ v_\alpha(t) = \sqrt{2/3} (v_a(t) - 1/2 v_b(t) - 1/2 v_c(t)) = \sqrt{3/2} V_s \cos(\theta_0 + \Omega t) \\ v_\beta(t) = \sqrt{2/3} (v_a(t) + \sqrt{3}/2 v_b(t) - \sqrt{3}/2 v_c(t)) = \sqrt{3/2} V_s \sin(\theta_0 + \Omega t) \end{cases} \quad (3.34)$$

El segundo cambio de variables de la transformación de Park consiste en una rotación de los ejes, donde el ángulo de giro depende del tiempo, haciendo que los ejes giren a alguna velocidad elegida. En este ejemplo, eligiendo $\Omega_{dq} = \Omega$ como velocidad de rotación de los ejes (y con ellos, del marco de referencia), se obtienen componentes constantes en el tiempo, como

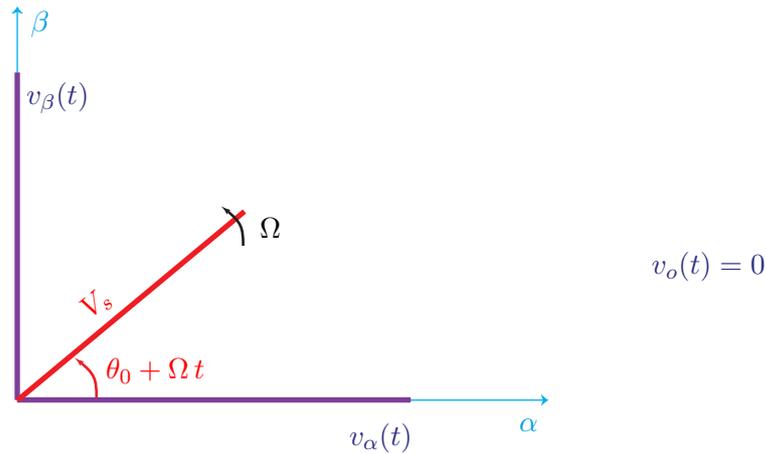


Figura 3.8: Representación del vector de tensión de fase en ejes $o\alpha\beta$.

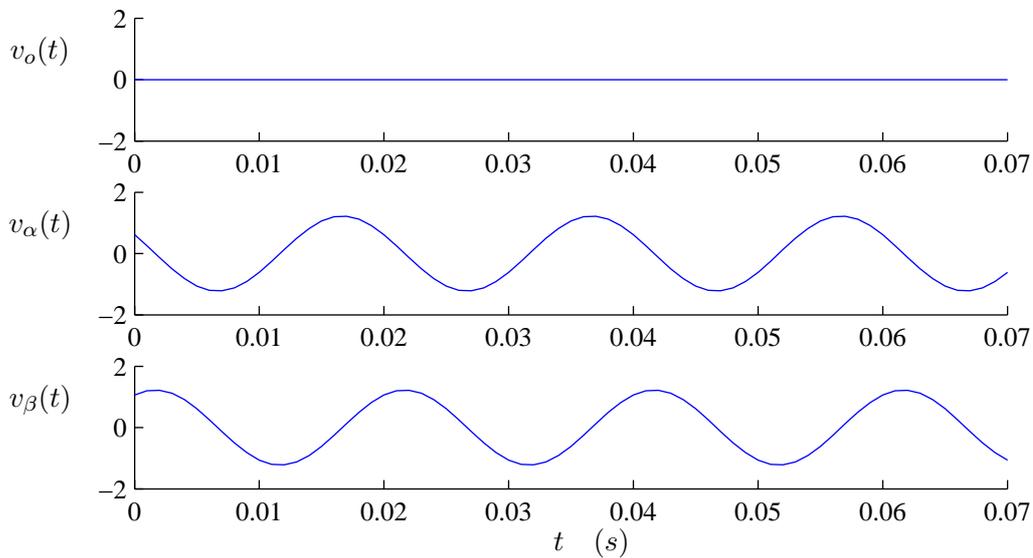


Figura 3.9: Curvas temporales de las componentes de tensión en ejes $o\alpha\beta$.

se ilustra en la [Figura 3.10](#). Se ha considerado, además, que los ejes a , α y d se encuentran alineados.

Como se esperaba, las componentes de tensión en el sistema de referencia rotante odq son constantes. Las mismas se representan en la [Figura 3.11](#) y tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} v_o = v_o(t) = 0 \\ v_d = v_\beta(t) \sin(\Omega) + v_\alpha(t) \cos(\Omega) = \sqrt{3/2} V_s \cos(\theta_0) \\ v_q = v_\beta(t) \cos(\Omega) - v_\alpha(t) \sin(\Omega) = \sqrt{3/2} V_s \sin(\theta_0) \end{cases} \quad (3.35)$$

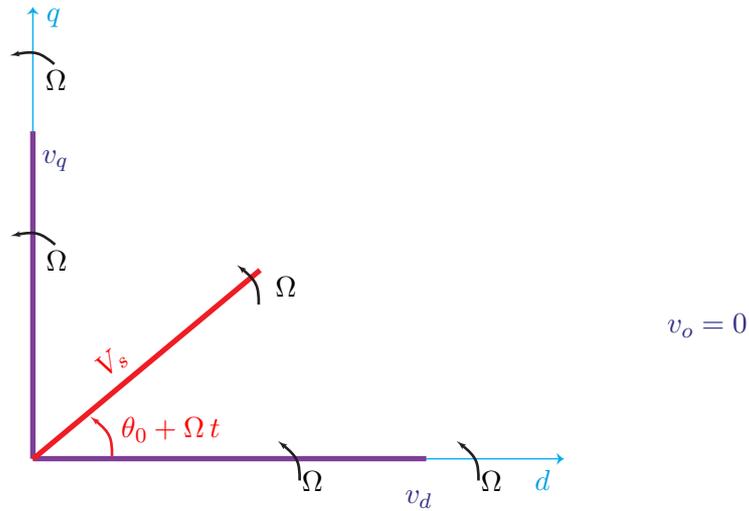


Figura 3.10: Representación del vector de tensión de fase en ejes rotantes odq .

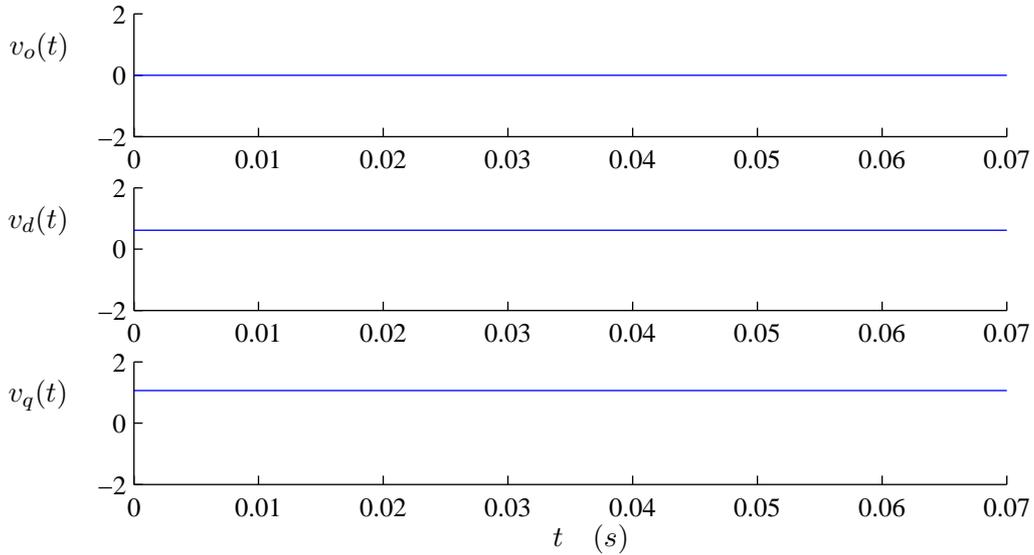


Figura 3.11: Curvas temporales de las componentes de tensión en ejes odq .

Generador de inducción en el marco odq

Aplicando esta transformación a las variables de la ecuación (3.14) se obtiene:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{i}_{abc} \right)$$

$$\mathbf{Q}^{-1} \mathbf{v}_{odq} = \mathbf{R}_{abc} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{i}_{odq} + \frac{d}{dt} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{i}_{odq} \right) \quad (3.36)$$

$$\mathbf{v}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{i}_{odq} + \mathbf{Q} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{i}_{odq} \right) \quad (3.37)$$

$$\mathbf{v}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{i}_{odq} + \mathbf{Q} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{Q}^{-1} \right) \mathbf{i}_{odq} + \mathbf{Q} \mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{Q}^{-1} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_{odq} \quad (3.38)$$

$$\mathbf{v}_{odq} = \left[\mathbf{R}_{odq} + \mathbf{dL}_{odq} + \mathbf{L}_{odq} \frac{d}{dt} \right] \mathbf{i}_{odq} \quad (3.39)$$

donde las matrices de impedancia se transforman según:

$$\mathbf{R}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{R}_{abc} \mathbf{Q}^{-1} = R_{abc}; \quad (3.40)$$

$$\mathbf{L}_{odq} = \mathbf{Q} \mathbf{L}_{abc}(\Theta_r) \mathbf{Q}^{-1} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{L}_{odq} &= \mathbf{Q} \frac{d}{dt} (\mathbf{L}_{abc} \mathbf{Q}^{-1}) (\Theta_r, \Theta_s) \\ &= \Omega_r \mathbf{Q} \frac{d}{d\Theta_r} (\mathbf{L}_{abc} \mathbf{Q}^{-1}) + \Omega_s \mathbf{Q} \frac{d}{d\Theta_s} (\mathbf{L}_{abc} \mathbf{Q}^{-1}) \end{aligned} \quad (3.42)$$

Finalmente, la dinámica eléctrica del generador de inducción en un marco rotante sincrónico odq puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} v_{os} \\ v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{or} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{os} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s + L_s \frac{d}{dt} & -\Omega_s L_s & 0 & M \frac{d}{dt} & -\Omega_s M \\ 0 & \Omega_s L_s & R_s + L_s \frac{d}{dt} & 0 & \Omega_s M & M \frac{d}{dt} \\ 0 & 0 & 0 & z_{or} & 0 & 0 \\ 0 & M \frac{d}{dt} & s\Omega_s M & 0 & R_r + L_r \frac{d}{dt} & -s\Omega_s L_r \\ 0 & -s\Omega_s M & M \frac{d}{dt} & 0 & -s\Omega_s L_r & R_r + L_r \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{os} \\ i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{or} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

donde se han reemplazado $z_{os} = R_s + L_{ls} \frac{d}{dt}$, y $z_{or} = R_r + L_{lr} \frac{d}{dt}$, y además $M = 3/2 M_{sr}$, $L_s = L_{ls} + M$, y $L_r = L_{lr} + M$.

La descripción del sistema se simplifica algo más si la alimentación trifásica es balanceada, ya que en este caso, las componentes homopolares v_{os} y v_{or} son nulas y pueden descartarse.

Por otro lado, en el caso de una máquina con más de un par de polos, pueden emplearse las mismas ecuaciones haciendo la sustitución de ángulos y velocidades mecánicas por sus correspondientes eléctricos, para tener en cuenta el aporte de todos los polos a cada fase. En las ecuaciones en el marco rotante odq obtenidas anteriormente basta con reemplazar Ω_r por $w_r = p_p \Omega_r$ y Ω_s por $w_s = p_p \Omega_s$ (Krause *et al.*, 1995).

Las ecuaciones del generador de inducción de p_p pares de polos alimentado por un conjunto trifásico balanceado, pueden expresarse entonces, en un marco $d-q$ rotante sincrónico, como sigue:

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \\ v_{dr} \\ v_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s \frac{d}{dt} & -p_p \Omega_s L_s & M \frac{d}{dt} & -p_p \Omega_s M \\ p_p \Omega_s L_s & R_s + L_s \frac{d}{dt} & p_p \Omega_s M & M \frac{d}{dt} \\ M \frac{d}{dt} & s p_p \Omega_s M & R_r + L_r \frac{d}{dt} & -p_p s \Omega_s L_r \\ -p_p s \Omega_s M & M \frac{d}{dt} & -p_p s \Omega_s L_r & R_r + L_r \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

La ecuación del par del generador con p_p pares de polos, en el marco $d-q$ rotante sincrónico, resulta ($T_e < 0$ como generador):

$$T_e = p_p M (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (3.45)$$

Queda a la vista la simplicidad de las ecuaciones de la máquina luego de la transformación realizada, frente a la representación de la misma en las coordenadas trifásicas abc . De este modo, la potencia de cálculo requerida para hacer distintos análisis dinámicos del sistema se reduce considerablemente.

3.2.4. GIDA con convertidor unidireccional (KDE)

Se hallan aquí las ecuaciones a través de las cuales puede describirse el sistema conformado por el GIDA en la configuración de tipo *Kramer drive* estático, cuya estructura se presentó en la Sección 2.3.2. En primer lugar se obtendrán las ecuaciones diferenciales de un modelo dinámico eléctrico completo, para lo cual se construye un circuito eléctrico equivalente por fase de rotor y se usan como base las ecuaciones dinámicas del GI. A continuación, haciendo algunas consideraciones sobre el circuito equivalente, se encuentra una expresión para el par desarrollado en condiciones de régimen permanente. Se ha seguido el trabajo (Puleston, 1997).

Circuito equivalente por fase

El diagrama de la Figura 3.12 representa una fase de rotor de la máquina.

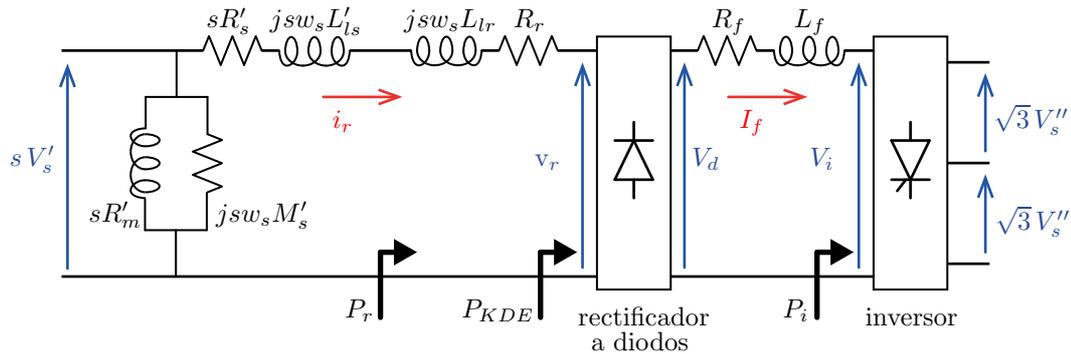


Figura 3.12: Modelo equivalente por fase, referido al rotor, del GIDA conectado al convertidor unidireccional.

En la misma, R_f es la resistencia del bus de continua, en tanto que R_m tiene en cuenta las pérdidas en el núcleo y M_s es la inductancia de magnetización medida desde el estator. V_s es la tensión de fase de la red y, por lo tanto, la tensión de alimentación por fase de estator. Como notación, dos comillas en la tensión de línea indican que la misma se ha referido al lado del convertidor a través de la relación del transformador de relación de vueltas n_2 , de modo que $V_s'' = V_s/n_2$. Una comilla aplicada a una variable de estator indica que la misma se ha referido al rotor a través de la relación de vueltas entre estator y rotor $n_1 = n_s/n_r$, y viceversa: la comilla en una variable de rotor indica su referencia al estator. En el caso de la inductancia de magnetización, se verifica $M_s = n_1 M$.

En el circuito equivalente anterior se ha transferido la rama de magnetización a los terminales del estator para simplificar el análisis. Esta aproximación resulta válida en tanto se

verifique $|R_s + jw_s L_{ls}| \ll w_s M'_s R'_m / |R'_m + jw_s M'_s|$, condición que habitualmente se cumple en este tipo de máquinas.

Se hace notar aquí que el circuito equivalente no se ha referido al rotor como es usual en caso de un transformador ideal, que mantiene la potencia igual entre los bobinados primario y secundario. En este caso se tiene un pseudotransformador, ya que una parte de la potencia sale o entra en forma mecánica por el eje de la máquina. Por esto, además de estar afectada por la relación de espiras, la conversión de variables entre rotor y estator se ve modificada por el efecto de resbalamiento en el caso de las tensiones, pero no en el de las corrientes. Las relaciones que permiten referir variables de un lado a otro son las siguientes:

	Variables de rotor referidas al estator	Variables de estator referidas al rotor
Tensión	$\frac{V_{\text{rotor}} n_1}{s} = \frac{V'_{\text{rotor}}}{s}$	$\frac{s V_{\text{estator}}}{n_1} = s V'_{\text{estator}}$
Corriente	$\frac{I_{\text{rotor}}}{n_1} = I'_{\text{rotor}}$	$I_{\text{estator}} n_1 = I'_{\text{estator}}$
Resistencia	$\frac{R_{\text{rotor}} n_1^2}{s} = \frac{R'_{\text{rotor}}}{s}$	$\frac{s R_{\text{estator}}}{n_1^2} = s R'_{\text{estator}}$
Reactancia	$\frac{j s w_s L_{\text{rotor}} n_1^2}{s} = j w_s L'_{\text{rotor}}$	$\frac{s j w_s L_{\text{estator}}}{n_1^2} = j s w_s L'_{\text{estator}}$

La inductancia de magnetización, por ser mutua, se multiplica o se divide por n_1 (no su cuadrado) al referirla al estator o al rotor, respectivamente ($M'_s = M_s/n_1 = M$).

El análisis eléctrico del circuito equivalente permite encontrar un modelo eléctrico dinámico del sistema de generación, que se introduce a continuación.

Modelo dinámico

Para obtener el modelo dinámico del GIDA en esta configuración se han hecho las siguientes suposiciones, que son habituales en este tipo de deducciones:

- Se desprecian los armónicos generados por los convertidores, por lo que solo se tiene en cuenta la componente fundamental.
- El ángulo de solapamiento también se considera despreciable.
- Los dispositivos semiconductores del convertidor se consideran ideales.
- Se tiene conducción continua en el bus de continua.
- Se desprecian los efectos de saturación en el núcleo.

En estas condiciones, el valor eficaz de la corriente del rotor está relacionado con la corriente continua en el bus de continua, I_f , a través de:

$$I_r = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_f \quad (3.46)$$

La corriente I_f está determinada por la relación entre las tensiones continuas en los terminales del rectificador a diodos y del inversor, las cuales pueden escribirse respectivamente como:

$$V_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{3} V_r \quad (3.47)$$

$$V_i = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{3} V_s'' |\cos(\alpha)| \quad (3.48)$$

donde $V_r = s V_s'$ es el valor eficaz de la componente fundamental de la tensión de rotor por fase, v_r .

La ecuación dinámica del bus de continua puede expresarse como:

$$V_d = R_f I_f + L_f \frac{d}{dt} I_f + V_i \quad (3.49)$$

Reemplazando en esta ecuación las relaciones de tensiones y corrientes dadas por (3.46), (3.47) y (3.48), se obtiene para la tensión de fase del rotor:

$$V_r = \frac{\pi^2}{18} R_f I_r + \frac{\pi^2}{18} L_f \frac{d}{dt} I_r + V_s'' |\cos(\alpha)| \quad (3.50)$$

Dado que la convención de corrientes en la representación dq es opuesta a la asignada en el circuito equivalente, que puede verse en la [Figura 3.12](#), la tensión v_r está en contrafase con la corriente de rotor i_r del modelo $d-q$. Teniendo esto en cuenta, las componentes de tensión del rotor en el marco de referencia sincrónico rotante $d-q$ pueden obtenerse sencillamente multiplicando (3.50) por $\sin(\theta_I + 180)$ y $\cos(\theta_I + 180)$, respectivamente, donde θ_I es el ángulo de fase de la corriente de rotor respecto del marco sincrónico:

$$\tan(\theta_I) = \frac{i_{dr}}{i_{qr}} \quad (3.51)$$

De modo que, haciendo ambos productos y reacomodando, se obtiene:

$$v_{dr} = -\frac{\pi^2}{18} (R_f + L_f \frac{d}{dt}) i_{dr} - V_s'' |\cos(\alpha)| \sin(\theta_I) \quad (3.52)$$

$$v_{qr} = -\frac{\pi^2}{18} (R_f + L_f \frac{d}{dt}) i_{qr} - V_s'' |\cos(\alpha)| \cos(\theta_I) \quad (3.53)$$

Finalmente, estas expresiones se incorporan al modelo del GI en el marco $d-q$ dado en (3.44), refiriendo las variables de rotor al estator, y considerando que el eje q del marco rotante está alineado con el pico de la componente de tensión de estator del eje a de la representación trifásica original. Esto último determina que en la representación $d-q$, la componente v_{ds} será nula y la tensión de estator quedará asignada completamente a la componente del eje q

de estator, es decir $v_{qs} = V_s$. En estas condiciones, la dinámica del GIDA en configuración tipo KDE queda expresada de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_s \\ -(V_s'')' |\cos(\alpha)| \sin(\theta_I) \\ -(V_s'')' |\cos(\alpha)| \cos(\theta_I) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s \frac{d}{dt} & -w_s L_s & M \frac{d}{dt} & -w_s M \\ w_s L_s & R_s + L_s \frac{d}{dt} & w_s M & M \frac{d}{dt} \\ M \frac{d}{dt} & s w_s M & R'_{rf} + L'_{rf} \frac{d}{dt} & -s w_s L'_r \\ -s w_s M & M \frac{d}{dt} & -s w_s L'_r & R'_{rf} + L'_{rf} \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i'_{dr} \\ i'_{qr} \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

donde, para simplificar, se ha utilizado $R_{rf} = R_r + \frac{\pi^2}{18} R_f$, y $L_{rf} = L'_r + \frac{\pi^2}{18} L_f'$.

Reacomodando las expresiones anteriores, el sistema de ecuaciones puede escribirse en la forma típica de los sistemas dinámicos, obteniéndose (sin incluir las componentes homopolares):

$$\dot{\mathbf{i}}_{dq} = \mathbb{G}_{iR} \mathbf{i}_{dq} + w_r \mathbb{G}_{wi} \mathbf{i}_{dq} + \mathbb{G}_{iv} \mathbf{v}_{dq} \quad (3.55)$$

donde

$$\mathbb{G}_{iR} = \frac{-1}{\det} \begin{bmatrix} R_s L'_{rf} & -w_s \det & -M R'_{rf} & -w_s M (L'_{rf} - L'_r) \\ w_s \det & R_s L'_{rf} & w_s M (L'_{rf} - L'_r) & -M R'_{rf} \\ -M R_s & 0 & L_s R'_{rf} & -w_s (L_s L'_r - M^2) \\ 0 & -M R_s & w_s (L_s L'_r - M^2) & L_s R'_{rf} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\mathbb{G}_{wi} = \frac{-1}{\det} \begin{bmatrix} 0 & -M^2 & 0 & -L'_r M \\ M^2 & 0 & L'_r M & 0 \\ 0 & L_s M & 0 & L'_r L_s \\ -L_s M & 0 & -L'_r L_s & 0 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

y

$$\mathbb{G}_{iv} = \mathbf{L}_{dq}^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} L'_{rf} & 0 & -M & 0 \\ 0 & L'_{rf} & 0 & -M \\ -M & 0 & L_s & 0 \\ 0 & -M & 0 & L_s \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

en cuyas expresiones se ha reemplazado $\det = L_s L'_{rf} - M^2$ para economizar espacio.

El par de la máquina en esta configuración puede calcularse de la misma manera que para el GI, es decir, empleando la ecuación (3.45).

Modelo de régimen permanente

Se presenta aquí una expresión para el par desarrollado en condiciones de régimen permanente, que puede encontrarse haciendo algunas suposiciones razonables. Por un lado, considerando que no hay caídas importantes en la tensión de estator, que sus arrollamientos están igualmente distribuidos y que el entrehierro de la máquina es uniforme, la amplitud máxima del flujo magnético en el mismo se mantiene prácticamente constante. Además, si la corriente por el bus de continua puede considerarse libre de armónicos y si puede despreciarse el ángulo de solapamiento en el rectificador, la corriente en el rotor es una onda escalonada de seis pasos, en fase con la tensión de fase del rotor. En estas condiciones, el par eléctrico de la máquina resulta ser directamente proporcional a la componente fundamental de la corriente de rotor, y puede tratarse al convertidor electrónico como si fuese una resistencia equivalente R_{eqC} , función del ángulo de disparo del inversor, α (Puleston *et al.*, 2000).

Por lo tanto, representando al convertidor como una resistencia equivalente variable controlada y a través de consideraciones de potencia que se detallan a continuación, puede encontrarse una ecuación simplificada para el par del generador. El circuito equivalente ilustrando esta idea se observa en la Figura 3.13.

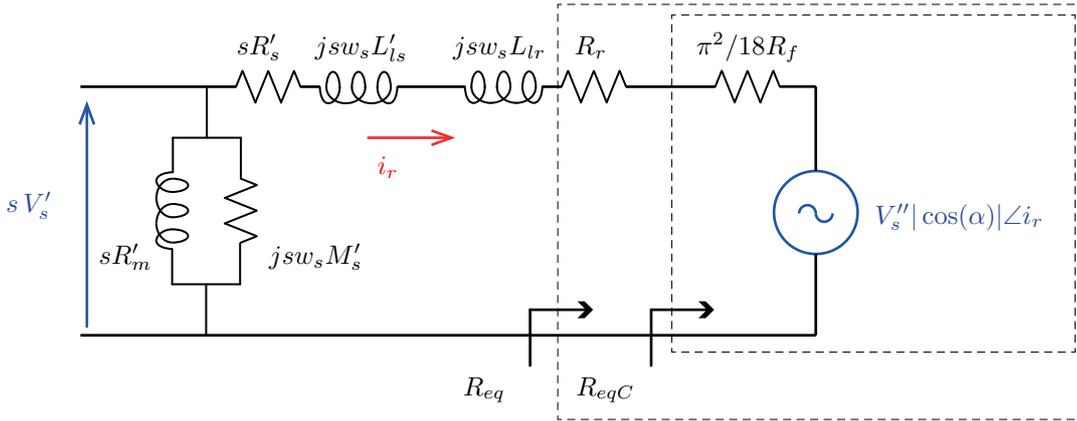


Figura 3.13: Modelo equivalente por fase, referido a rotor, del GIDA con $R_{eq}(\alpha)$.

La expresión para las resistencias equivalentes del convertidor, R_{eqC} , y del rotor, R_{eq} , se calculan a partir de las expresiones para las potencias en las distintas partes de la máquina, que se derivan a continuación.

La potencia total en el convertidor, P_{KDE} , es en parte disipada en la resistencia del bus de continua, $I_f^2 R_f$, y el resto, dado por $P_i = V_i I_f$, es entregado a la red a través del inversor. Empleando las expresiones dadas en (3.46) y (3.48) se obtiene:

$$P_{KDE} = I_f^2 R_f + V_i I_f = \frac{\pi^2}{6} R_f I_r^2 + 3V_s'' |\cos(\alpha)| I_r \quad (3.59)$$

Luego, la potencia de resbalamiento por fase puede expresarse como:

$$P_r = I_r^2 R_r + \frac{P_{KDE}}{3} = I_r^2 \left(R_r + \frac{1}{3} \frac{\pi^2}{6} R_f \right) + V_s'' |\cos(\alpha)| I_r \quad (3.60)$$

Además, las suposiciones hechas permiten escribir:

$$P_r = I_r^2 R_r + I_r^2 R_{eqC} = I_r^2 R_{eq} \quad (3.61)$$

Por lo que:

$$R_{eqC} = \frac{\pi^2}{18} R_f + \frac{V_s'' |\cos(\alpha)|}{I_r} \quad (3.62)$$

$$R_{eq} = R_r + R_{eqC} = \frac{\pi^2}{18} R_f + \frac{V_s'' |\cos(\alpha)|}{I_r} \quad (3.63)$$

La expresión para la corriente eficaz de rotor por fase puede obtenerse por observación del circuito anterior y resulta:

$$I_r = \frac{s V_s'}{\sqrt{(s R_s' + R_{eq})^2 + (s w_s L_{ls}' + s w_s L_{lr})^2}} \quad (3.64)$$

Finalmente, reemplazando esta expresión en (3.63) y despejando, para la máquina funcionando como generador (es decir $T_e < 0$) y para velocidades de operación superior a la sincrónica, se obtiene:

$$R_{eq} = \frac{s}{n_2^2 s^2 - n_1^2 |\cos(\alpha)|^2} \left[n_2^2 s R_{rf} + n_1^2 |\cos(\alpha)|^2 R_s' - n_1 |\cos(\alpha)| \sqrt{n_2^2 (s R_s' + R_{rf})^2 + (n_2^2 s^2 - n_1^2 |\cos(\alpha)|^2) w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2} \right] \quad (3.65)$$

donde se ha utilizado la expresión definida previamente $R_{rf} = R_r + \pi^2/18 R_f$.

El par eléctrico desarrollado por la máquina en régimen permanente está dado por el cociente entre la potencia en el entrehierro y la velocidad sincrónica. La potencia total en el entrehierro, despreciando las pérdidas en el núcleo, es la suma de la potencia de las tres fases del rotor, es decir $3P_r$. Se tiene entonces, en términos de los elementos del circuito equivalente:

$$T_e = \frac{1}{s \Omega_s} 3 I_r^2 R_{eq} = \frac{3 V_s'^2 s R_{eq}}{\Omega_s \sqrt{(s R_s' + R_{eq})^2 + s^2 w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2}} \quad (3.66)$$

Curvas características par - velocidad

Se presentan aquí las curvas características de par vs. velocidad de rotación del GIDA en configuración tipo KDE correspondientes a distintos valores de la entrada de control.

Las curvas se obtienen haciendo un ensayo de aceleración libre para diversos valores del ángulo de disparo del inversor, α . En las mismas puede observarse la variación temporal del par de la máquina y de la velocidad de rotación, cuando se fija α y se deja evolucionar al sistema a partir de una velocidad de rotación inicial mayor que la velocidad sincrónica y sin par impulsor ($T_\nu = 0$).

Realizados los ensayos, se muestran en la [Figura 3.14](#) las curvas correspondientes al modelo dinámico completo del generador, para los valores de α : 90° ; $104,5^\circ$; 120° ; $138,6^\circ$ y 180° ,

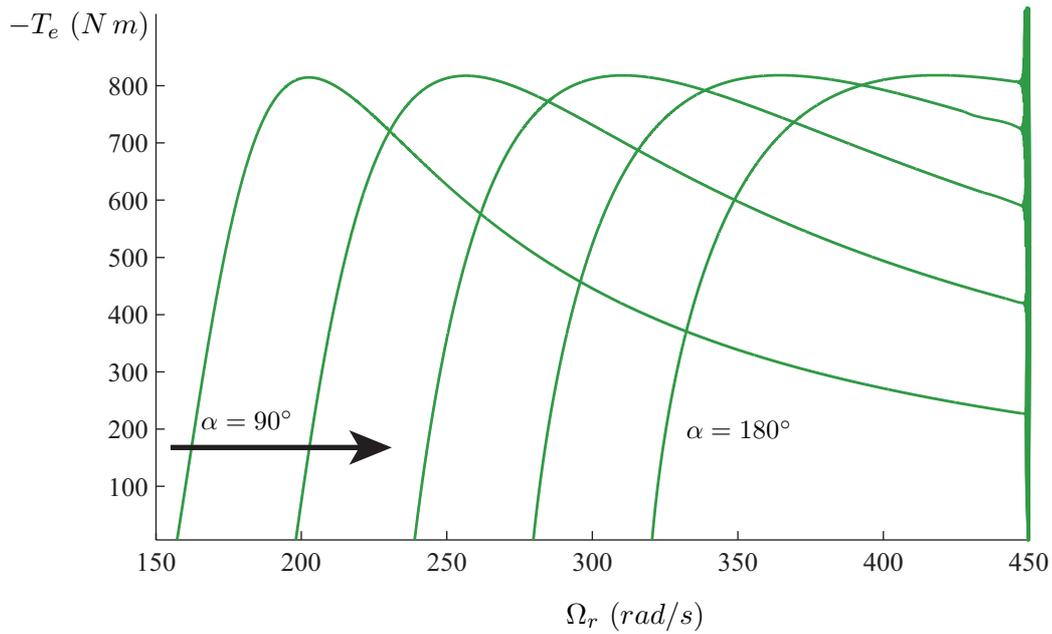


Figura 3.14: Características de par del GIDA KDE según α , $-T_e$ vs. Ω_r correspondientes al ensayo de aceleración libre de generador empleando el modelo dinámico de 5 estados.

para los cuales $|\cos(\alpha)|$: 0; 0,25; 0,5; 0,75 y 1. Los valores de los parámetros de la máquina pueden encontrarse en el [Apéndice A, Sección A.1](#).

Puede notarse el comportamiento aproximadamente lineal con Ω_r de las curvas en la zona de trabajo de la máquina como generador, la cual corresponde a la región por debajo de y hasta el par nominal de la misma. Típicamente, en este tipo de máquinas, el par nominal tiene un valor de alrededor de la mitad del par máximo.

Resulta interesante, además, efectuar una comparación entre los dos modelos desarrollados para el GIDA tipo KDE. Con este fin, en la [Figura 3.15](#) se grafican superpuestas las curvas características $-T_e$ vs. Ω_r correspondientes a ambos casos. Las curvas corresponden a los valores de α : 90° ; 95° ; 100° y 105° .

Puede observarse que las curvas de ambos modelos exhiben un comportamiento muy similar en la zona de trabajo de la máquina.

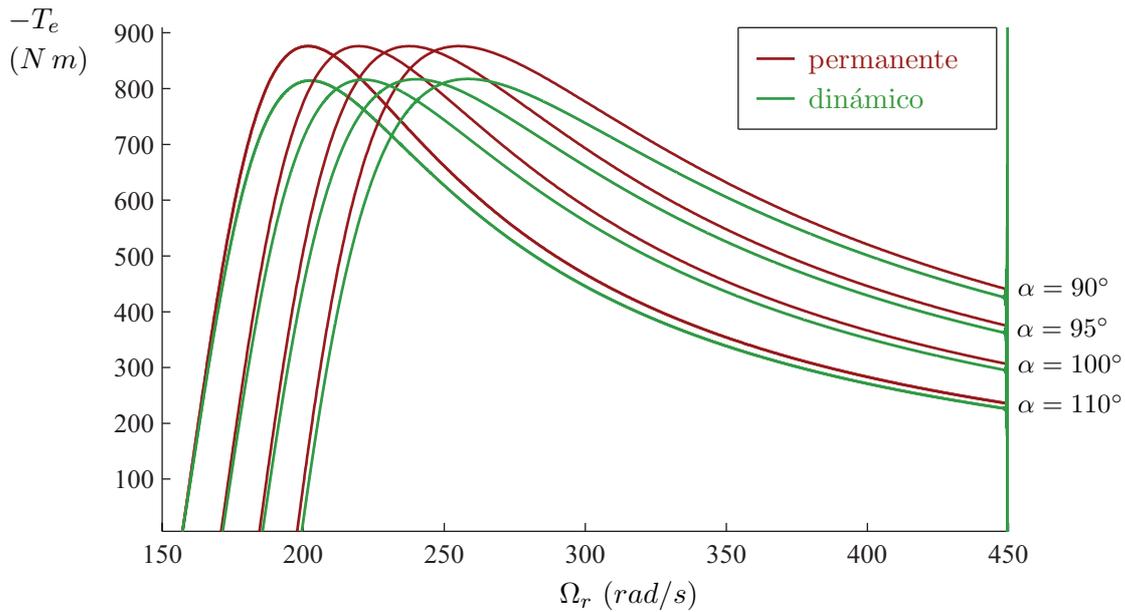


Figura 3.15: Características de par del GIDA KDE según α , $-T_e$ vs. Ω_r . En trazo verde las curvas correspondientes al modelo de 5 estados y en rojo las de 1 estado.

3.2.5. GIDA con convertidor bidireccional *back-to-back*

Respecto de los GIDA con convertidor *back-to-back*, cuya estructura se presentó en la Sección 2.3.3, en especial en su aplicación a SCEE, suelen usarse técnicas de control vectorial (Pena *et al.*, 1996; Sattar *et al.*, 2010). A través del control vectorial del convertidor del lado de la red es posible por ejemplo, desacoplar el control de las potencias activa y reactiva que se generan y se entregan, y mantener la tensión del bus de continua constante, sin importar la potencia que fluya entre el rotor y la red. Por otro lado, el control vectorial del convertidor del lado del generador permite, por ejemplo, hacer el seguimiento de la velocidad de rotación óptima para maximizar la energía extraída del viento.

En las propuestas de esta tesis se aborda el segundo caso por lo que, para describir el comportamiento dinámico del SCEE se emplean las mismas ecuaciones obtenidas para el generador de inducción, (3.44), considerando las tensiones de rotor, v_{dr} y v_{qr} , como entradas de control. Las componentes dq de las tensiones de estator se calculan según la alineación elegida para los ejes del marco rotante.

Simplificación del modelo

Si el eje d del marco de referencia rotante $d-q$ con el vector espacial de flujo de estator y, además, la resistencia de estator puede considerarse despreciable, el modelo del GIDA en esta configuración puede simplificarse a una descripción de 2 estados dinámicos eléctricos, las corrientes de rotor. Para completar la descripción dinámica del SCEE hace falta, por supuesto, incluir también las ecuaciones dinámicas mecánicas en el eje, como se mencionó al principio del capítulo.

Las simplificaciones pueden visualizarse mejor utilizando las ecuaciones dinámicas de flujo de la máquina, en lugar de las de corriente. Se parte de dichas ecuaciones, presentadas en (3.12) y (3.13) para el sistema de referencia abc , y que pueden transformarse al marco rotante sincrónico según se indica en (3.30), obteniéndose:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_{ds} = v_{ds} - R_s i_{ds} + w_s \phi_{qs} \\ \dot{\phi}_{qs} = v_{qs} - R_s i_{qs} - w_s \phi_{ds} \\ \dot{\phi}_{dr} = v_{dr} - R_r i_{dr} + s w_s \phi_{qr} \\ \dot{\phi}_{qr} = v_{qr} - R_r i_{qr} - s w_s \phi_{dr} \end{cases} \quad (3.67)$$

y la relación algebraica entre flujos y corrientes como:

$$\begin{cases} \phi_{ds} = L_s i_{ds} + M i_{dr} \\ \phi_{qs} = L_s i_{qs} + M i_{qr} \\ \phi_{dr} = L_r i_{dr} + M i_{ds} \\ \phi_{qr} = L_r i_{qr} + M i_{qs} \end{cases} \quad (3.68)$$

En primer lugar, del alineamiento del eje d con el flujo de estator resulta que $\phi_{qs} = \dot{\phi}_{qs} = 0$, lo cual determina algunas restricciones sobre las variables y reduce el orden del sistema.

Si además es válida la suposición $R_s \simeq 0$, la relación entre la tensión y la corriente de estator puede considerarse inductiva pura, es decir que la diferencia de fase entre ambas es de 90° . Dado que la corriente está en fase con el vector de flujo de estator, que se supuso alineado con el eje d del marco rotante, entonces la tensión de estator queda asignada completamente a la componente sobre el eje q , es decir $v_{qs} = V_s$ y $v_{ds} = 0$.

Luego, puede observarse que resultan $\dot{\phi}_{qs} = 0$, y $\phi_{ds} = V_s/w_s$.

Tras estas consideraciones, el sistema de ecuaciones de flujos ha quedado reducido a ($\dot{\phi}_{ds} = 0$ y $\dot{\phi}_{qs} = 0$):

$$\begin{cases} \dot{\phi}_{dr} = v_{dr} - R_r i_{dr} + s w_s \phi_{qr} \\ \dot{\phi}_{qr} = v_{qr} - R_r i_{qr} - s w_s \phi_{dr} \end{cases} \quad (3.69)$$

y las relaciones algebraicas entre flujos y corrientes:

$$\begin{cases} \phi_{ds} = 0 \\ \phi_{qs} = \frac{V_s}{w_s} \\ \phi_{dr} = \frac{L_s L_r - M^2}{L_s} i_{dr} + \frac{M V_s}{w_s L_s} \\ \phi_{qr} = \frac{L_s L_r - M^2}{L_s} i_{qr} \end{cases} \quad (3.70)$$

Las ecuaciones dinámicas eléctricas de corriente resultan, finalmente:

$$\begin{cases} \dot{i}_{dr} &= s w_s i_{qr} - \frac{R_s L_s}{L_s L_r - M^2} i_{dr} + \frac{L_s}{L_s L_r - M^2} v_{dr} \\ \dot{i}_{qr} &= -\frac{s M V_s}{L_s L_r - M^2} + w_r i_{dr} - \frac{R_r L_s}{L_s L_r - M^2} i_{qr} + \frac{L_s}{L_s L_r - M^2} v_{qr} \end{cases} \quad (3.71)$$

Las corrientes de estator en el marco $d - q$ se calculan en forma algebraica en función de las corrientes de rotor:

$$i_{ds} = \frac{V_s}{w_s L_s} - \frac{M}{L_s} i_{dr} \quad (3.72)$$

$$i_{qs} = -\frac{M}{L_s} i_{qr} \quad (3.73)$$

Por último, haciendo los reemplazos correspondientes, el par eléctrico puede escribirse también en función de las corrientes eléctricas de rotor como:

$$T_e(i_{qr}) = \frac{3 p_p M V_s}{2 w_s L_s} i_{qr} \quad (3.74)$$

Puede notarse la sencilla expresión a la que se ha reducido el par del generador en este modelo simplificado, resultando una función lineal de únicamente uno de los estados del sistema, i_{qr} . A su vez, la dinámica de este estado depende en forma lineal de una sola de las dos componentes de tensión del rotor (q). Dado que la potencia del generador puede calcularse haciendo el producto entre T_e y Ω_r , se tiene que la potencia activa del generador depende de la componente q del vector de tensión de rotor únicamente.

Por otro lado, la potencia reactiva en el estator, cuya expresión general en función de las tensiones y corrientes en el marco dq es $Q_s = \frac{3}{2} p_p (v_{qs} i_{ds} - v_{ds} i_{qs})$, puede escribirse en función de las variables de estado del modelo simplificado como:

$$Q_s(i_{dr}) = \frac{3 p_p V_s^2}{2 w_s L_s} - \frac{3 p_p M V_s}{2 L_s} i_{dr} \quad (3.75)$$

Como puede observarse, Q_s también depende linealmente de uno de los estados del sistema, en este caso de la corriente i_{dr} . De este modo, al igual que la dinámica de esta corriente, Q_s es función únicamente de la componente d del vector de tensión de rotor.

Por lo tanto, además de la reducir la dimensión del sistema, debe destacarse que la simplificación realizada permite obtener expresiones desacopladas para la potencia del generador (o también para el par T_e) y la potencia reactiva en estator. Esto resulta ventajoso cuando se desea controlar estas variables del sistema.

Curvas características par - velocidad

En el caso del GIDA con convertidor *back-to-back*, dado que se dispone de dos componentes de entrada de control, la dimensión del sistema no permite ilustrar en forma sencilla las curvas características de par eléctrico versus velocidad de rotación. Por lo tanto, a través de

las gráficas que se muestran a continuación se intenta únicamente presentar una idea de las variaciones de estas curvas según un conjunto de diferentes valores de las entradas de control, pero no pretenden detallarlas en forma acabada.

En la Figura 3.16 se muestran las curvas características obtenidas a través de simulaciones realizando ensayos de aceleración libre empleando el modelo completo de 5 estados. Cada trío de curvas (de líneas continua, a trazos y punteada, respectivamente) corresponde a un valor de la componente v_{qr} (-100, 0 y 100V, respectivamente). En cada uno de los tríos, las curvas se obtuvieron variando v_{dr} entre los valores 0, 15 y 30V. Curvas del mismo color corresponden a valores de v_{dr} iguales, en tanto que cada tipo de trazo identifica cada valor de v_{qr} .

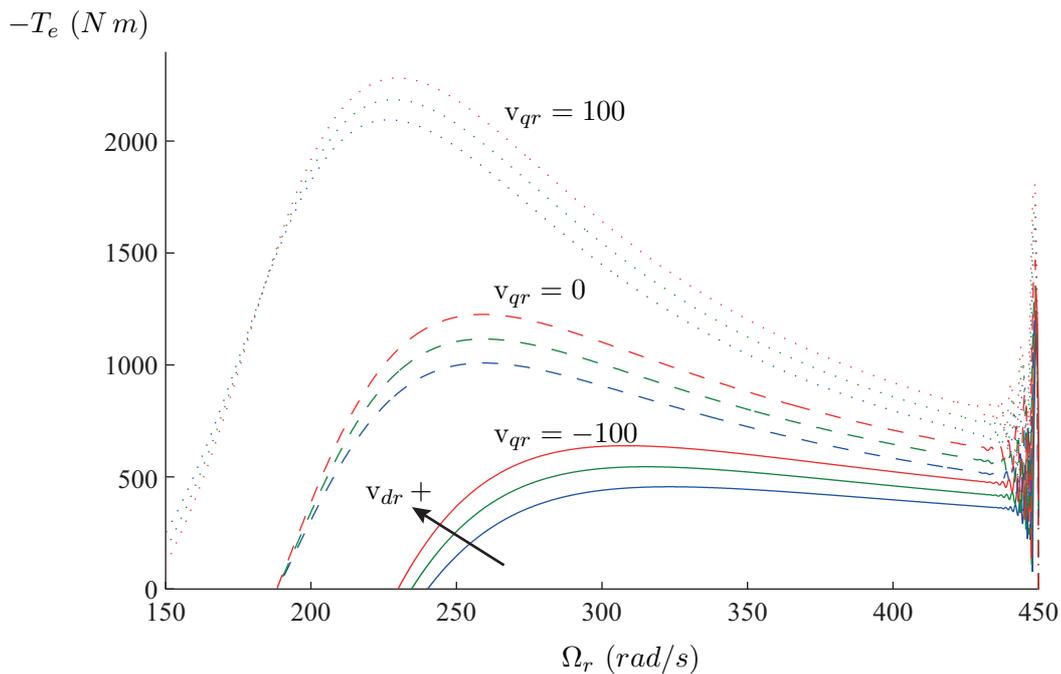


Figura 3.16: Características de par del GIDA con convertidor *back-to-back* según diferentes valores de las entradas de control.

Por último, resulta interesante poder comparar las curvas del modelo completo con las del modelo simplificado de 3 estados. Con este fin, en la Figura 3.17 se grafican superpuestas las curvas características $-T_e$ vs. Ω_r correspondientes a ambos casos para tres pares de valores de las tensiones de control. En los tres ensayos se mantuvo $v_{dr} = 0V$ y se varió v_{qr} , fijándola en -100, 0 y 100V en cada uno de los casos (línea continua, a trazos y punteada, respectivamente). De este modo, las curvas azules correspondientes al modelo de 5 estados son las mismas que las de la figura anterior, en tanto que las magenta son las análogas correspondientes al modelo de orden reducido.

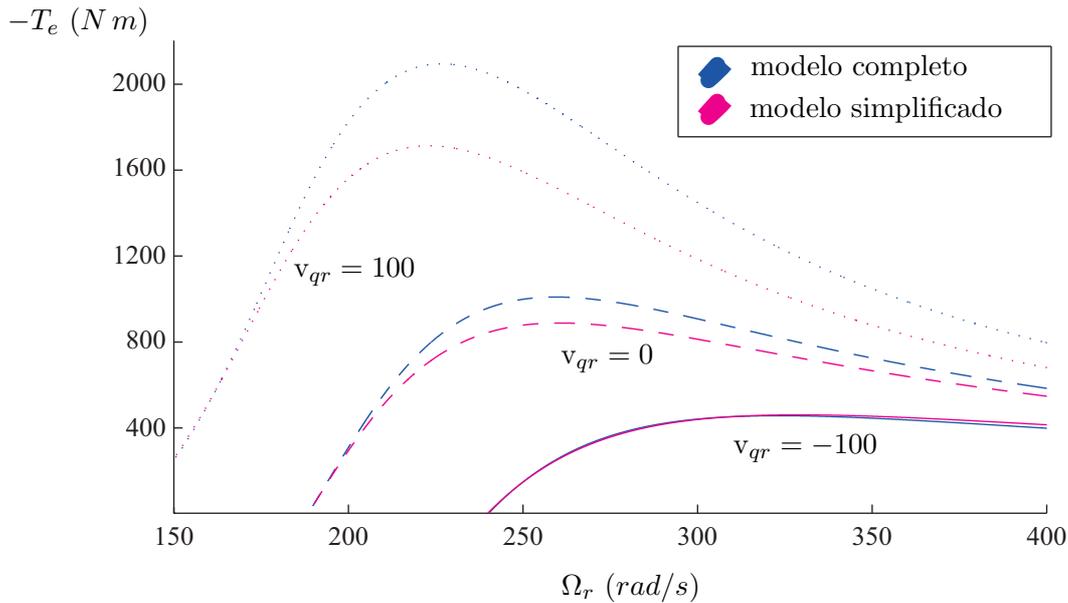


Figura 3.17: Comparación de las características de par del GIDA con convertidor *back-to-back*.

3.3. Resumen del capítulo

En este capítulo se desarrollaron las ecuaciones matemáticas de los SCEE que se emplean en capítulos posteriores, y que permitirán establecer y diseñar las propuestas de control de esta Tesis. Las ecuaciones encontradas describen la dinámica mecánica del sistema de transmisión y la dinámica eléctrica de un GIDA en las dos configuraciones con recuperación de la potencia de resbalamiento seleccionadas, una del tipo *Kramer drive* estático y la otra con un convertidor bidireccional *back-to-back*. Para ello se realizó en primer lugar un análisis de un generador de inducción sencillo, que sirvió de base para desarrollar cada una de las dos configuraciones del GIDA.

Para simplificar los análisis y diseños de control, y disminuir la carga computacional y el tiempo en las simulaciones, se presentó y aplicó la transformación de Park sobre las ecuaciones encontradas, que permite cambiar el sistema de coordenadas de referencia que describe la dinámica del generador, del trifásico fijo *abc* al rotante *odq*. En el caso de alimentación sinusoidal balanceada, eligiendo la velocidad de rotación de este marco igual a la velocidad sincrónica, la descripción en el marco rotante *odq* se simplificó al par de ejes en cuadratura *d - q*, ya que la componente homopolar, correspondiente al eje *o*, es nula.

Además de las ecuaciones dinámicas de ambas configuraciones, se mostró el circuito equivalente y se encontró un modelo de régimen permanente para el GIDA en configuración de tipo *Kramer drive* estático.

Adicionalmente, para cada uno de los casos se mostraron las curvas características de par - velocidad, para distintos valores de las componentes de control.

Capítulo 4

Control por modos deslizantes

En este capítulo se presentan las ideas básicas y fundamentos del control por estructura variable, específicamente por modos deslizantes. En primer lugar se aborda el control por modo deslizante estándar o de primer orden, como un primer paso para facilitar la comprensión de los modos deslizantes de órdenes superiores. Estos se introducen a continuación de manera breve, particularizando la descripción de los modos deslizantes de segundo orden y sentando las bases para presentar en detalle los algoritmos que se proponen en capítulos posteriores con el objetivo de controlar los SCEE.

4.1. Introducción

Existen numerosos sistemas físicos descriptos dinámicamente por ecuaciones diferenciales que dependen en forma discontinua del estado actual del sistema, es decir ecuaciones con lado derecho discontinuo. A estos sistemas se los denomina sistemas de estructura variable (SEV). Las primeras ideas sobre el control de los mismos aprovechando tal característica aparecieron en la literatura en los años '50 tardíos.

Un SEV puede pensarse como un conjunto de (dos o más) estructuras o subsistemas continuos y alguna lógica asociada que, dependiendo de los estados del sistema, efectúa la conmutación entre ambos. Cada una de tales estructuras tendrá sus propias características y, al conmutar entre ellas, el SEV puede combinar las mismas o, incluso, poseer propiedades nuevas no asociadas a ninguno de los subsistemas.

Como ejemplos de SEV pueden mencionarse sistemas mecánicos donde existe rozamiento, donde la fuerza de roce toma el signo opuesto a la dirección de movimiento, o también sistemas eléctricos con fuentes conmutadas o convertidores electrónicos, entre otros.

Tanto en los SEV como en algunos sistemas continuos, el control tiene también la posibilidad de cambiar de estructura. El control por estructura variable (CEV) consiste en diseñar los parámetros de cada una de tales estructuras y además, su lógica de conmutación,

para lograr determinado comportamiento de un SEV. Generalmente, las leyes de CEV son funciones discontinuas de los estados del sistema.

Una de las maneras más efectivas de realizar un CEV consiste en plasmar el objetivo de control como una función de los estados. Luego, mediante conmutaciones a frecuencia muy elevada, idealmente infinita, se fuerza a las trayectorias del sistema a evolucionar sobre la variedad¹ determinada por la restricción planteada, en el espacio de estados. A este modo de funcionamiento, ilustrado en la **Figura 4.1.a.**, se lo denomina operación por modos deslizantes (MD). Se caracteriza por ser altamente robusto o invariante ante cierto tipo de perturbaciones externas y variaciones en los parámetros del sistema. Además, la operación en modo deslizante es de orden reducido, quedando fijada tal dinámica por la función de restricción diseñada. Cuando la frecuencia de conmutación no es infinita, como sucede en cualquier implementación práctica, o en el caso de que existan dinámicas no modeladas, las conmutaciones generan oscilaciones de amplitud finita y alta frecuencia en las trayectorias al evolucionar sobre la variedad de deslizamiento. A este fenómeno se lo denomina efecto de *chattering* y constituye el principal defecto de los modos deslizantes. Una idea esquemática de esta situación puede observarse en la **Figura 4.1.b.**

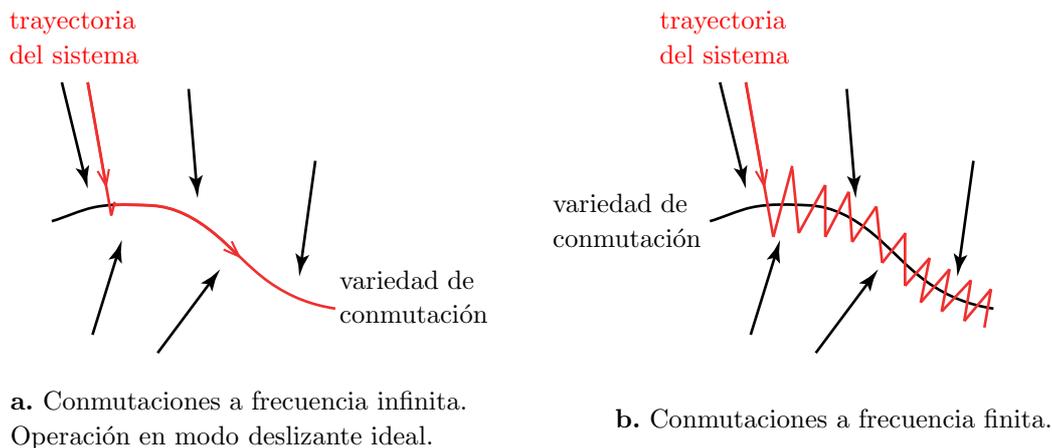


Figura 4.1: Trayectorias en un SEV. Idea intuitiva del deslizamiento.

Un conjunto de propuestas que permite reducir el inconveniente del *chattering* con muy buenas características de robustez, consiste en los denominados modos deslizantes de orden superior (MDOS). Estos restringen aún más el movimiento del sistema sobre la variedad de deslizamiento, estableciendo condiciones de mayor suavidad al mismo.

El CEV y los modos deslizantes resultan una de las alternativas más atractivas para controlar sistemas con incertidumbre en los parámetros y perturbaciones, sobre todo en sistemas mecánicos controlados electrónicamente. En adición a las ventajas en cuanto a robustez y a la reducción del orden dinámico, el diseño de los controladores por MD suele

¹Informalmente, una *variedad* es una generalización del concepto intuitivo de *superficie*, cuando se trabaja en espacios de cualquier dimensión, por ejemplo mayor que 3. Algo más formalmente, una *variedad n*-dimensional es un espacio topológico localmente Euclídeo, es decir que cada punto de la variedad tiene un entorno topológicamente igual a un conjunto abierto en \mathcal{R}^n (Rowland, 2011).

ser relativamente sencillo, pudiendo aplicarse tanto sobre sistemas lineales como no lineales y admitiendo ser combinado con otras técnicas de control.

El desarrollo en teoría de CEV y MD se aceleró mucho a partir de finales de los '70. Desde entonces se han logrado grandes avances y existen numerosas publicaciones al respecto (Utkin, 1977; DeCarlo *et al.*, 1988; Hung *et al.*, 1993; Emelyanov *et al.*, 1996; Young y Özgüner, 1999; Utkin *et al.*, 1999; Utkin, 2002; Levant, 2002; Perruquetti y Barbot, 2002; Sabanovic *et al.*, 2004; Edwards *et al.*, 2006; Bartolini *et al.*, 2008; Sabanovic, 2011). Con el avance de la tecnología, además, se hizo posible la implementación práctica de muchos de los desarrollos teóricos, permitiendo ampliar el rango de aplicaciones e incrementar el interés en estas soluciones (Sira-Ramírez y Rios-Bolívar, 1994; Bartolini *et al.*, 2003b,a; Yu, 2006; Shtessel *et al.*, 2007; Brambilla *et al.*, 2008; Gallardo-Hernandez *et al.*, 2008; Ríos *et al.*, 2010; Pisano y Usai, 2011).

4.2. Conceptos fundamentales del control por MD

La idea básica del control por modo deslizante (CMD) consiste en llevar las trayectorias del sistema sobre una variedad o superficie de deslizamiento y forzarlas a evolucionar sobre ella. Así, el comportamiento dinámico del sistema en estas condiciones queda determinado por las ecuaciones que definen dicha superficie en el espacio de estados. De este modo, plasmando los objetivos de control en tales ecuaciones mediante un diseño adecuado de las mismas, es posible lograr la estabilización del sistema, el seguimiento de referencias y la regulación de variables.

A continuación se establecen los conceptos principales de los MD, en forma matemática y con la ayuda de interpretaciones geométricas. Se ha usado como base principal la bibliografía (Sira-Ramírez, 1988; Utkin, 1992) para los temas de esta sección.

4.2.1. MD de primer orden (1-MD)

Dado que en esta parte se pretende introducir las ideas básicas de los modos deslizantes, sus características y propiedades, se empleará en las siguientes explicaciones un sistema descrito por un modelo de una única entrada y una única salida (SISO, del inglés *Single Input - Single Output*). Las nociones más generales se darán considerando un sistema no lineal de la forma más general y a continuación, algunas interpretaciones se mostrarán para el caso particular de los sistemas no lineales denominados afines en el control, que serán definidos más adelante.

Considérese un sistema de control no lineal SISO, tal que la dinámica de los estados puede describirse a través del siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales con lado derecho discontinuo, en la forma más general:

$$\dot{x} = F(x, u) \tag{4.1}$$

donde $x \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la entrada de control, posiblemente discontinua, por lo que el campo vectorial $F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, tendrá discontinuidades en algún conjunto del espacio \mathbb{X} .

Puede notarse que se ha considerado un sistema autónomo, es decir, uno que no incluye una dependencia explícita con el tiempo. Esto no representa una pérdida de la generalidad en el tratamiento de los temas ya que, en el caso de estudiar un sistema no autónomo, el mismo puede trabajarse como autónomo, tratando al tiempo t como una variable independiente e incluyéndola como un estado más del sistema, cuya evolución temporal, trivial, queda determinado por la ecuación $\dot{t} = 1$. Esta dinámica ficticia implica, obviamente, el incremento de la dimensión del sistema en 1, pero permite estudiar los sistemas no autónomos de la misma manera que los aquí presentados.

Luego, se define además, una función suave de los estados compatible con algún objetivo de control deseado, $\sigma : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$, a partir de la cual queda determinado el conjunto:

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}^n : \sigma(x) = 0\} \quad (4.2)$$

que representa la superficie o variedad de conmutación en el espacio de estados n -dimensional. La misma es de dimensión $n - 1$ en el caso SISO.

La ley de control por estructura variable más sencilla que puede plantearse, con la idea de lograr que el sistema opere sobre la superficie de conmutación, consiste en alternar los valores de $u(x)$ entre dos valores posibles, según el signo de $\sigma(x)$:

$$u = \begin{cases} u^+(x) & \text{si } \sigma(x) > 0 \\ u^-(x) & \text{si } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

donde los dos niveles de u , son funciones suaves de los estados que no se cruzan (para ningún $x \in \mathbb{X}$). En estas condiciones, el sistema (4.1) controlado podrá expresarse a través de dos subsistemas continuos, dependiendo del signo de $\sigma(x)$:

$$\dot{x} = F(x, u) = \begin{cases} F(x, u^+) = F^+(x) & \text{si } \sigma(x) > 0 \\ F(x, u^-) = F^-(x) & \text{si } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

Se dice que existe un régimen deslizante sobre la variedad \mathcal{S} , cuando la aplicación de la ley de conmutación (4.3) resulta en que las trayectorias del sistema alcanzan tal variedad y se mantienen localmente en su entorno. Para que esto suceda, los campos vectoriales controlados de los dos subsistemas continuos, $F^+(x)$ y $F^-(x)$, deben apuntar localmente a \mathcal{S} , como se muestra en la Figura 4.2. Para que esto ocurra, es necesario que en el sistema controlado se satisfagan las siguientes desigualdades en las proximidades de \mathcal{S} :

$$\begin{cases} \dot{\sigma}(x) < 0 & \text{si } \sigma(x) > 0 \\ \dot{\sigma}(x) > 0 & \text{si } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

es decir, que si $\sigma(x) > 0$, debe decrecer ($\dot{\sigma}(x) < 0$) y viceversa.

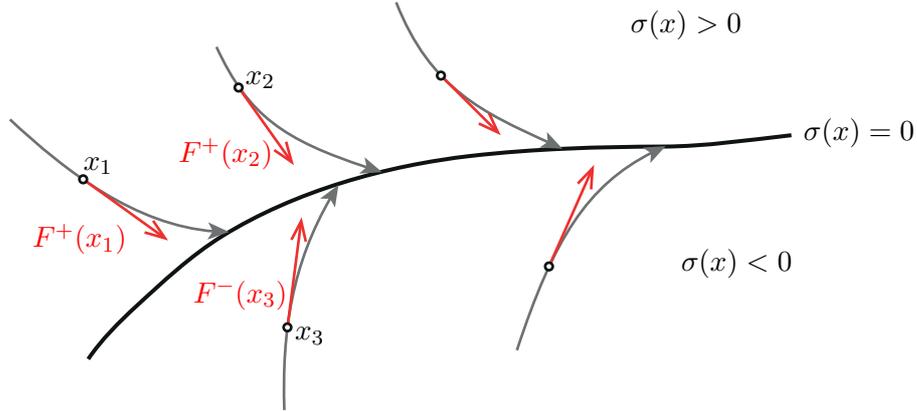


Figura 4.2: Condición para la existencia de régimen deslizando sobre \mathcal{S} .

Estas condiciones son las necesarias para garantizar la convergencia a la variedad de deslizamiento y la permanencia en una vecindad de la misma, es decir, para la existencia de un régimen deslizando. Las desigualdades anteriores pueden condensarse en una única desigualdad:

$$\dot{\sigma}(x) \sigma(x) < 0 \quad (4.6)$$

que debe cumplirse al menos en las vecindades de \mathcal{S} .

4.2.2. Derivadas de Lie

Muchas de las ideas relacionadas con los modos deslizantes pueden explicarse a través de sus interpretaciones geométricas. En las mismas es común el uso de la derivada direccional o derivada de Lie, que aparece además en forma natural al estudiar sistemas dinámicos en general, por lo cual será introducida aquí. La misma es una notación compacta para las derivadas de funciones escalares en dirección de uno o más campos vectoriales, como se ve a continuación.

Dados un campo escalar $h(x)$ y un campo vectorial $f(x)$ en el espacio de estados, con $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, y $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. La derivada de Lie se define como la función escalar $L_f h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, dada por:

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \quad (4.7)$$

que indica la derivada de $h(x)$ en la dirección de $f(x)$. La expresión $\frac{\partial h}{\partial x}$ representa el gradiente de $h(x)$, $\nabla h(x)$:

$$\nabla h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial h(x)}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial h(x)}{\partial x_n} \right] \quad (4.8)$$

vector que indica para cada punto x , la dirección en la cual $h(x)$ varía más rápidamente y con qué ritmo cambia $h(x)$ en esa dirección.

Notando que $L_f h(x)$ es una función escalar, esta derivada direccional puede aplicarse de manera recursiva, en dirección del mismo campo vectorial cada vez o de varios diferentes.

Para el primer caso se tiene:

$$L_f^k h(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left(L_f^{k-1} h(x) \right) f(x) \quad (4.9)$$

Y en el caso de, por ejemplo, dos campos vectoriales $f(x)$ y $g(x)$ distintos, se tiene:

$$L_g L_f h(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left(L_f h(x) \right) g(x) \quad (4.10)$$

La derivada de la función de conmutación puede expresarse, empleando la derivada de Lie, como:

$$\dot{\sigma}(x) = L_F \sigma(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \quad (4.11)$$

y a partir de ella, la condición de existencia del régimen deslizante, dada por (4.5), queda expresada como:

$$\begin{cases} L_{F^+} \sigma(x) < 0 & \text{si } \sigma(x) > 0 \\ L_{F^-} \sigma(x) > 0 & \text{si } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

en las proximidades de \mathcal{S} o, de otra manera:

$$\begin{cases} \lim_{\sigma \rightarrow 0^+} L_{F^+} \sigma(x) < 0 \\ \lim_{\sigma \rightarrow 0^-} L_{F^-} \sigma(x) > 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Estas ecuaciones implican que la variación de la función de restricción $\sigma(x)$ en la dirección del campo controlado siempre se opone al signo de $\sigma(x)$, con lo cual queda garantizado el cruce de la superficie \mathcal{S} desde ambos lados de la misma.

4.2.3. Condición de transversalidad

Al sistema (4.1) se lo denomina sistema afín en el control o sistema lineal analítico en el caso particular en que la dinámica de los estados puede escribirse como:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u \quad (4.14)$$

donde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, y $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, son campos vectoriales en el espacio de estados. A f se lo denomina vector de campo de deriva y a g , vector de campo de control.

Para un sistema de este tipo, considerando la misma función de conmutación σ y, por ende, la superficie de conmutación dada en (4.44), la derivada de σ puede expresarse como una derivada de Lie, haciendo uso de la linealidad de este operador. Así:

$$\dot{\sigma} = L_{f+gu} \sigma = L_f \sigma + L_g \sigma u \quad (4.15)$$

Si se aplica la ley de control definida en (4.3), la condición de existencia del régimen deslizante puede expresarse en este caso como:

$$\dot{\sigma} = \begin{cases} L_f \sigma + L_g \sigma u^+ < 0 & \text{si } \sigma(x) > 0 \\ L_f \sigma + L_g \sigma u^- > 0 & \text{si } \sigma(x) < 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Puede verse en esta ecuación, que la posibilidad de controlar este sistema por MD requiere que se cumpla:

$$L_g\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial x}g(x) \neq 0 \quad (4.17)$$

A la cual se la denomina condición de transversalidad, y es necesaria para la existencia del régimen deslizante sobre \mathcal{S} . La misma permite influenciar $\dot{\sigma}$ y, en particular, el signo de la misma, a través de la acción de control u .

Geoméricamente, esta condición garantiza que el campo vectorial $g(x)$ no puede ser tangencial a la superficie de deslizamiento \mathcal{S} . Si eso ocurriese, no podría forzarse a las trayectorias del sistema a cruzar la superficie, y no podría establecerse el régimen deslizante.

En términos de sistemas de control, pedir que se cumpla la condición de transversalidad es equivalente a pedir que la función de conmutación $\sigma(x)$ sea de grado relativo 1 con respecto a la entrada de control u . El grado relativo de una función de los estados de un sistema o de una salida de un sistema, puede definirse como la cantidad de veces que es necesario derivar aquélla respecto del tiempo para que aparezca la entrada del control en forma explícita. En el caso de $\sigma(x)$ cuando el sistema es afín, la condición (4.17) garantiza la presencia de u en la expresión de $\dot{\sigma}$.

4.2.4. Condición necesaria para la existencia de 1-MD

Suponiendo, sin perder generalidad, que $u^+ > u^-$, la condición de existencia del régimen deslizante queda establecida como:

$$L_g\sigma < 0 \quad \forall\sigma(x) \text{ en el entorno de } \mathcal{S}, \sigma(x) \neq 0 \quad (4.18)$$

Esta expresión surge de manera sencilla reescribiendo la expresión de $\dot{\sigma}$ dada en (4.16) cuando $\sigma(x) < 0$ como $-L_f\sigma - L_g\sigma u^- < 0$, y restando ambas condiciones, con lo que se obtiene:

$$L_g\sigma(u^+ - u^-) < 0 \quad (4.19)$$

dado que se supuso $u^+ > u^-$, la condición se reduce a $L_g\sigma < 0$.

En realidad, lo que debe estar garantizado es que $L_g\sigma$ no se anule, es decir que no cambie de signo. Nótese que si $L_g\sigma > 0$, la elección de $u^+ < u^-$ garantiza la existencia del régimen deslizante. Otra posibilidad es redefinir la ley de conmutación, eligiéndola como $\tilde{\sigma}(x) = -\sigma(x)$, para la cual se verificará (4.18).

4.3. Regularización. Movimiento en modo deslizante

Como se vio, en CMD el comportamiento dinámico del sistema controlado es descrito mediante ecuaciones diferenciales con lado derecho discontinuo. Por esta razón, las mismas no satisfacen las condiciones de existencia y unicidad de solución de la teoría convencional de

ecuaciones diferenciales. En consecuencia, el problema de describir el movimiento del sistema durante el régimen deslizante no es sencillo.

Diferentes investigadores y autores en esta temática han realizado propuestas con acercamientos algo distintos. En general, las propuestas involucran hacer alguna concesión, llevando el sistema a alguna forma que permita encontrar una solución cercana en algún sentido a la del sistema original, y que permita el uso de técnicas de control clásicas. A este mecanismo de sustituir el problema se lo suele denominar regularización.

En algunos casos, el uso de diferentes técnicas de regularización resulta en soluciones diferentes para describir el movimiento en régimen deslizante. Dado que cada técnica suele estar asociada a algún tipo de sistema real, no parece posible afirmar que cada una sea correcta o incorrecta, sino que tienen sentido en diferente tipo de sistema, y lo más razonable parecería ser encontrar el rango de problemas para los cuales es útil cada una de las técnicas.

Entre las más empleadas, pueden mencionarse el método de Filippov y el método del control equivalente, que serán explicados a continuación.

4.3.1. Método de Filippov

Uno de los primeros enfoques para describir la dinámica de un sistema en régimen deslizante consiste en utilizar el método presentado por Filippov (1988). Este propone que el control discontinuo implementado tiene en cuenta distintas clases de imperfecciones o errores (tales como retardos, histéresis, algunas diferencias entre el modelo del sistema a controlar y el sistema real, inercia en la conmutación y en los instrumentos de medición, etc.) y por lo tanto, el movimiento no ocurrirá estrictamente sobre el límite de discontinuidad, la variedad de deslizamiento $\sigma(x) = 0$, sino en una franja límite alrededor de la misma. Es decir, cuando el control conmuta entre los dos valores u^- y u^+ , y por lo tanto el campo de velocidades de los estados lo hace entre F^- y F^+ (recordar (4.4)), las trayectorias del sistema oscilan en un intervalo $|\sigma(x)| < \Delta$, donde Δ depende de las imperfecciones consideradas.

La idea consiste en suponer que Δ es lo suficientemente pequeño como para aceptar que en un intervalo de tiempo corto $[t, t + \Delta t]$ los campos de velocidad $F^- = F^-(x, u^-)$ y $F^+ = F^-(x, u^+)$ permanecen constantes para algún punto x sobre la variedad $s(x) = 0$. Si dentro de este intervalo de tiempo se denomina Δt_1 al subintervalo durante el cual $u = u^+$ y Δt_2 a aquel durante el cual $u = u^-$, con $\Delta t_1 + \Delta t_2 = \Delta t$, entonces el incremento del vector de estados durante Δt resulta $\Delta x = F^+ \Delta t_1 + F^- \Delta t_2$, y el campo promedio de velocidad de los estados puede escribirse como el promedio convexo:

$$\bar{\dot{x}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \mu F^+ + (1 - \mu) F^- \quad (4.20)$$

donde $\mu = \frac{\Delta t_1}{\Delta t} \in [0, 1]$ es la fracción de tiempo durante el cual el control toma el valor u^+ y $(1 - \mu)$ la fracción correspondiente al valor u^- . Haciendo tender Δt a cero puede obtenerse la expresión del campo de velocidad \dot{x} .

Así, el campo de velocidad de los estados en régimen deslizante estándar puede expresarse

según el método de Filippov como:

$$\dot{x} = F^{\text{MD}} = \mu F^+ + (1 - \mu) F^- \quad (4.21)$$

donde el valor del parámetro μ se obtiene por despeje de la condición que define que durante el régimen deslizante, las trayectorias permanecen sobre $\sigma(x) = 0$, es decir, que la derivada temporal de σ es nula:

$$\dot{\sigma} = \nabla\sigma(x) \dot{x} = \nabla\sigma(x) [\mu F^+ + (1 - \mu) F^-] = 0 \quad (4.22)$$

es decir:

$$\mu = -\frac{\nabla\sigma(x) F^-}{\nabla\sigma(x) [F^+ - F^-]} \quad (4.23)$$

Este valor de μ es el necesario para que el campo de velocidad de los estados para cualquier punto sobre la variedad de deslizamiento pertenezca al plano tangente a la misma en ese punto, como se ilustra en la [Figura 4.3](#).

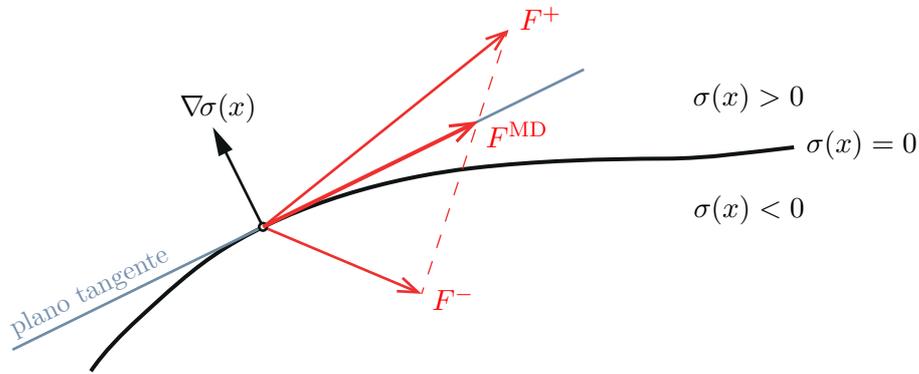


Figura 4.3: Movimiento en régimen deslizante según método de regularización de Filippov.

En sistemas SISO con una única superficie de discontinuidad, el campo de velocidad en régimen deslizante F^{MD} puede obtenerse para cada punto x a partir de la intersección entre la línea que une los extremos de $F^+(x, u^+)$ y $F^-(x, u^+)$ y el plano tangente a la superficie en x .

4.3.2. Método del control equivalente y movimiento deslizante ideal

Este método de regularización propone hallar la dinámica ideal del modo deslizante a través del reemplazo de la ley de control discontinua por una ley suave denominada control equivalente u_{eq} , que permita verificar las siguientes condiciones de invariancia:

$$\sigma(x) = 0 \quad (4.24)$$

$$\dot{\sigma}(x) = L_{F(x, u_{eq})}\sigma(x) = 0 \quad (4.25)$$

es decir, como en el método anterior, se pide que el campo de velocidad de los estados para cualquier punto sobre \mathcal{S} pertenezca al plano tangente a la misma en cada punto. Si la

condición inicial del sistema corresponde a un punto sobre la superficie de conmutación, el control equivalente es la acción de control que garantiza la permanencia sobre la misma.

En el caso de un sistema afín en el control como (4.14), la condición de invariancia queda de la forma:

$$\dot{\sigma}(x) = L_f\sigma(x) + L_g\sigma(x) u_{eq}(x) = 0 \quad (4.26)$$

de donde se obtiene la expresión del control equivalente como:

$$u_{eq}(x) = -\frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} \quad (4.27)$$

$$= -(\nabla\sigma g)^{-1}\nabla\sigma f(x) \quad (4.28)$$

Así, una vez sobre la superficie y aplicando el control $u_{eq}(x)$, la dinámica ideal del MD queda determinada por:

$$\sigma(x) = 0 \quad (4.29)$$

$$\dot{\sigma}(x, u_{eq}) = f(x) + g(x) u_{eq}(x) = f(x) - g(x) \frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} \quad (4.30)$$

Se hace notar que la restricción algebraica que impone (4.29) sobre los estados, es la que produce la reducción del orden del sistema controlado en régimen deslizante, de n a $n - 1$.

La ecuación dinámica de los estados del sistema controlado, sobre la variedad de deslizamiento, puede escribirse a partir de (4.30) como:

$$\dot{x} = \left[\mathbf{I} - g(\nabla\sigma g)^{-1}\nabla\sigma \right] f(x) = \Psi(x) f(x) \quad (4.31)$$

Esta ecuación, evaluada en $\sigma(x) = 0$, es la que describe el movimiento deslizante ideal sobre \mathcal{S} . El control equivalente es la acción de control que, en régimen deslizante, mantiene las trayectorias sobre la superficie, y $\Psi(x)$ es un operador de proyección (verifica $\Psi^2(x) = \Psi(x)$). Este, aplicado al vector de campo $f(x)$, lo proyecta sobre el plano tangente a la superficie en cada punto x , como se ilustra en la Figura 4.4. En la misma pueden verse, además del vector del campo de velocidad en régimen deslizante $\Psi(x) f(x) = f + g u_{eq}$, los campos g y f , el gradiente de σ y el plano tangente a la superficie. Las líneas a trazos muestran el $\text{span}\{g(x)\}$, es decir el conjunto de vectores en el espacio de estados generado por g . El vector $g u$ pertenece al $\text{span}\{g(x)\}$, ya que la acción de control actúa en la dirección de g , escalándolo y dándole el sentido.

El control equivalente tiene un significado físico bastante intuitivo, ya que corresponde al valor promedio de la implementación de la conmutación a frecuencias muy altas entre los dos valores de la acción de control discontinua.

Condición de existencia

Se dice que el control equivalente está bien definido cuando existe y queda determinado en forma única a partir de las condiciones de invariancia, (4.24)-(4.25).

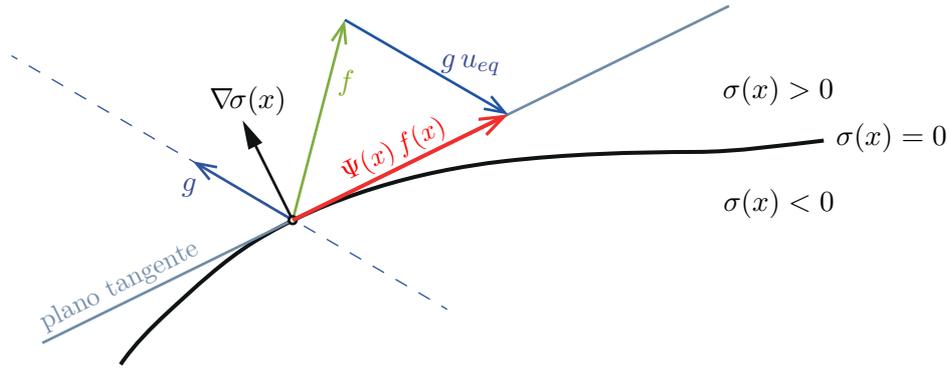


Figura 4.4: Movimiento en régimen deslizante según método de regularización del control equivalente.

Una condición necesaria y suficiente para que el control equivalente esté bien definido es que se verifique la condición de transversalidad, (4.17).

Geoméricamente, el cumplimiento de esta condición garantiza que $\nabla\sigma(x)$ y g no son ortogonales, y que puede proyectarse el campo f sobre el plano tangente a la superficie de deslizamiento.

4.3.3. Condición necesaria y suficiente para la existencia de 1-MD

Es interesante mencionar que en el caso de los sistemas afines en el control, las expresiones de movimiento en régimen deslizante que se obtienen por el método de regularización de Filippov y las obtenidas con el método del control equivalente son las mismas. La interpretación geométrica de esto se muestra gráficamente en la Figura 4.5.

En la figura se muestran los vectores correspondientes al campo de velocidad en el caso de ambos valores del control discontinuo, $(f + g u^+)$ y $(f + g u^-)$, a partir de los cuales, intersecando sus extremos con el plano tangente, se halla el campo de velocidad en régimen deslizante por el método de Filippov, F^{MD} . Además, se muestra que el valor $u = u_{eq}$, es el necesario para que $(f + g u_{eq}) = F^{\text{MD}}$.

Como puede observarse en la figura, es necesario que los valores del control discontinuo u^- y u^+ , sean tales que:

$$u^- \leq u_{eq} \leq u^+ \quad (4.32)$$

De otro modo, el control no tendría la “fuerza” necesaria para mantener a las trayectorias sobre $\sigma(x) = 0$.

Puede demostrarse que la condición (4.32) es una condición necesaria y suficiente para determinar la existencia local del régimen deslizante sobre \mathcal{S} (Sira-Ramírez, 1988).

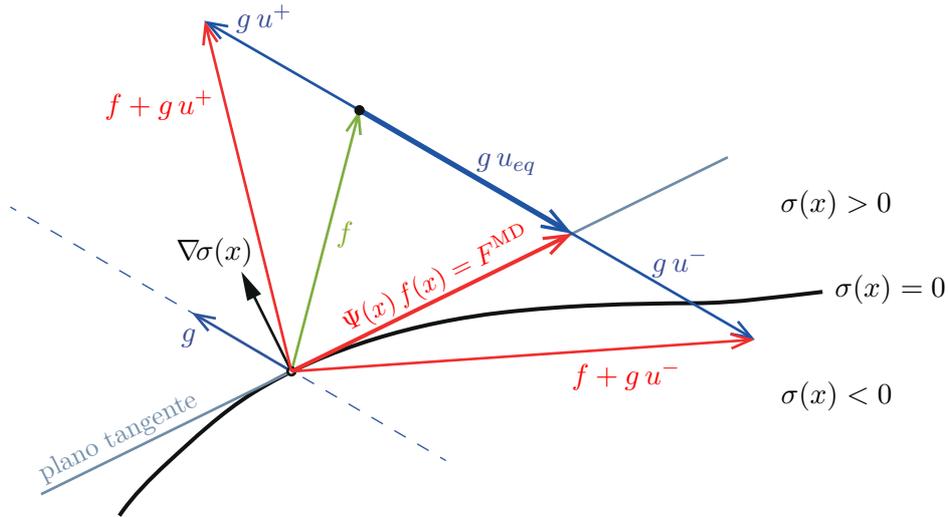


Figura 4.5: Movimiento en régimen deslizante en un sistema afín. Coincidencia de resultados empleando los métodos de regularización de Filippov y del control equivalente.

4.3.4. Robustez de 1-MD

Para analizar la robustez del algoritmo de control por MD, se considera el comportamiento del sistema controlado en régimen deslizante en presencia de perturbaciones. Es de interés tener conocimiento sobre cómo afectan posibles variaciones en los parámetros y otras perturbaciones externas a la existencia del régimen deslizante y al movimiento sobre la superficie.

Para ello, se considera el sistema afín (4.14), pero perturbado según:

$$\dot{x} = (f(x) + \Delta f(x)) + g(x) u + p_e = f(x) + g(x) u + \zeta(x) \quad (4.33)$$

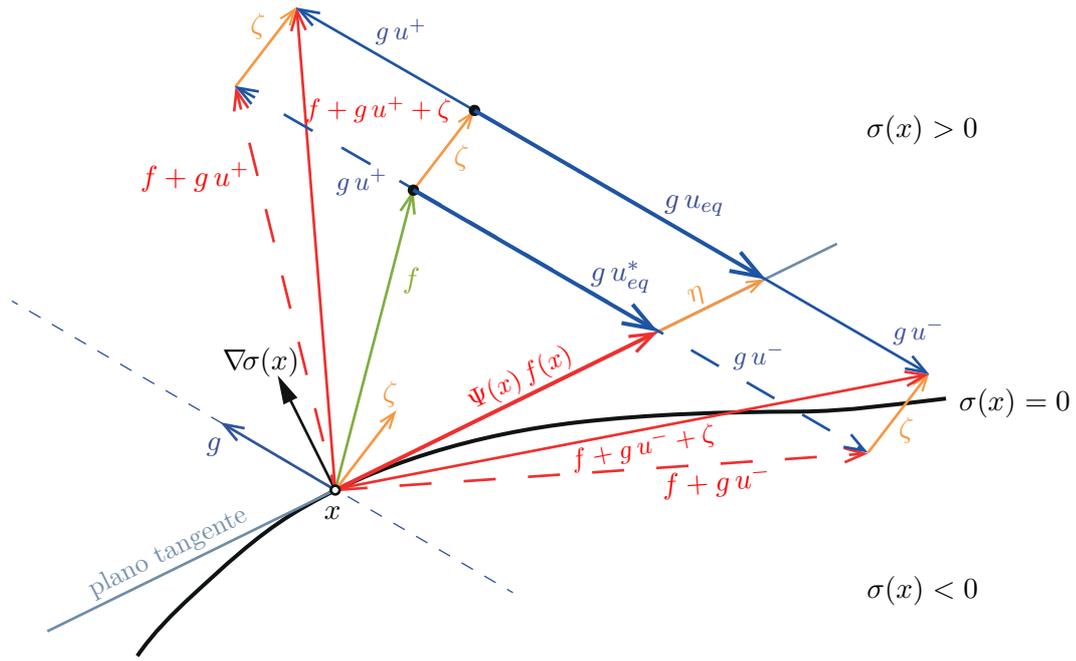
donde $\zeta(x)$, el vector de perturbaciones, incluye tanto las incertidumbres paramétricas $\Delta f(x)$, como perturbaciones externas, p_e .

En un caso general, ζ puede descomponerse en forma única como la suma de dos vectores², uno perteneciente al $\text{span}\{g(x)\}$, y el otro sobre el plano tangente a $\sigma(x)$, es decir, en el núcleo de su gradiente, $\ker\{\nabla\sigma(x)\}$:

$$\zeta(x) = g(x) u^*(x) + \eta(x) \quad (4.34)$$

donde $g(x) u^*(x) \in \text{span}\{g(x)\}$ y $\eta(x) \in \ker\{\nabla\sigma(x)\}$. En la Figura 4.6 se ilustra la situación planteada.

²Se supone que en el sistema no perturbado existe el MD, es decir que se cumple la condición de transversalidad y g no es tangente a la superficie de conmutación.



Descomposición de la perturbación:

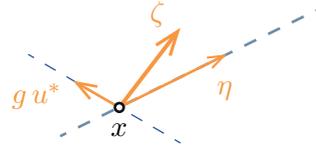


Figura 4.6: Sistema afín perturbado, control por MD.

Efecto sobre el dominio de existencia

Para analizar la influencia de las perturbaciones sobre el dominio de existencia del régimen deslizante, se parte de las condiciones de invariancia. Mientras que la condición sobre σ queda igual, en la condición sobre su derivada temporal aparecen las perturbaciones, pudiendo escribirse como:

$$\dot{\sigma}(x) = L_f \sigma(x) + L_g \sigma(x) u_{eq}(x) + L_\zeta \sigma(x) \quad (4.35)$$

$$= L_f \sigma(x) + L_g \sigma(x) u_{eq}(x) + L_g \sigma(x) u^*(x) + L_\eta \sigma(x) = 0 \quad (4.36)$$

Dado que $\eta(x)$ es la componente tangente a la superficie, se verifica $L_\eta \sigma(x) = 0$. Despejando, puede obtenerse la expresión general para el control equivalente en el caso

perturbado:

$$\begin{aligned}
 u_{eq}(x) &= -\frac{L_f\sigma(x) + L_g\sigma(x)u^*(x) + L_\eta\sigma(x)}{L_g\sigma(x)} = \\
 &= -\underbrace{\frac{L_f\sigma(x)}{L_g\sigma(x)}}_{u_{eq}^*(x)} - \frac{L_g\sigma(x)}{L_g\sigma(x)}u^*(x) + \underbrace{L_\eta\sigma(x)L_g\sigma(x)}_0 = \\
 &= u_{eq}^*(x) - u^*(x)
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

$$\tag{4.38}$$

donde se ha llamado u_{eq}^* al control equivalente para el caso no perturbado.

Con esta expresión, la condición necesaria y suficiente para que exista régimen deslizando sobre \mathcal{S} , dada en (4.32), queda:

$$u^- \leq u_{eq} = u_{eq}^*(x) - u^*(x) \leq u^+ \tag{4.39}$$

de donde puede determinarse que el régimen deslizando existirá sobre $\sigma(x) = 0$ cuando la expresión no perturbada del control equivalente se encuentre en el rango:

$$u^- + u^*(x) \leq u_{eq}^*(x) \leq u^+ + u^*(x) \tag{4.40}$$

De este análisis se desprende que el dominio de existencia del régimen deslizando se ve afectado únicamente por la componente de perturbación que es colineal con $g(x)$, en tanto que la componente tangencial a la superficie $\eta(x)$ no influye en este aspecto.

Efecto sobre la dinámica de MD

Para analizar cómo afectan las perturbaciones a la dinámica del sistema sobre la superficie de deslizamiento en régimen deslizando, se reemplaza la expresión del control equivalente en las ecuaciones dinámicas del sistema:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= f(x) + g(x)u_{eq} + \zeta(x) = \\
 &= f(x) + g(x)(u_{eq}^*(x) - u^*(x)) + g(x)u^*(x) + \eta(x) = \\
 &= \underbrace{f(x) + g(x)u_{eq}^*(x)}_{\text{dinámica no perturbada}} + \eta(x) = \\
 &= \Psi(x)f(x) + \eta(x)
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

Puede notarse que $\eta(x)$, la componente de la perturbación tangencial a la superficie, modifica el movimiento de MD. Por el contrario, la dinámica de régimen deslizando es insensible a la componente que es colineal con g .

Algunas definiciones

Se dice que el régimen deslizante posee una *propiedad de invariancia fuerte* a una perturbación, cuando la dinámica de MD ideal es independiente de la misma (Sira-Ramírez, 1988).

Esto sucede cuando la perturbación cumple la denominada *condición vinculante* (en inglés, *matching condition*), que significa que tal perturbación es colineal con el vector de campo de control g . Es decir, cuando la perturbación es de la forma:

$$\zeta(x) = g(x) u^*(x) \quad (4.42)$$

Cuando la perturbación sobre el sistema no verifica la condición vinculante, se dice que el régimen deslizante posee una *propiedad de invariancia débil*.

Resumen

Los efectos de una perturbación general $\zeta(x) = g(x) u^*(x) + \eta(x)$, donde $g(x) u^*(x) \in \text{span}\{g(x)\}$ y $\eta(x) \in \ker\{\nabla\sigma(x)\}$, pueden resumirse como sigue:

- Componente $g(x) u^*(x)$: cumple la condición vinculante.
 - Afecta al dominio de existencia del régimen deslizante.
 - La dinámica de MD es insensible a esta componente.
- Componente $\eta(x)$: no cumple la condición vinculante.
 - No afecta al dominio de existencia del régimen deslizante.
 - Modifica la dinámica del sistema en MD y el movimiento sobre la superficie de deslizamiento.

4.4. 1-MD en sistemas MIMO

En esta sección se extienden los conceptos de 1-MD, vistos para sistemas SISO, a sistemas con más de una entrada y más de una superficie de conmutación.

Se considera un sistema dinámico MIMO afín en el control de m entradas u_i :

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i = f(x) + \mathbf{G}(x) \mathbf{u} \quad (4.43)$$

donde f y g_i , para $i = 1, \dots, m$, son campos vectoriales suaves en el espacio de estados.

La superficie de deslizamiento está formada por la intersección de m variedades suaves $\sigma_i : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$, cada una de las cuales se denominada *variedad de deslizamiento individual*,

determinándose el conjunto:

$$\mathcal{S} = \bigcap_{i=1}^m \mathcal{S}_i = \bigcap_{i=1}^m \{x \in \mathbb{X} : \sigma_i(x) = 0\} = \bigcap_{i=1}^m \{x \in \mathbb{X} : \sigma(x) = 0\} \quad (4.44)$$

Este conjunto es la superficie o variedad de conmutación en el espacio de estados n -dimensional, que resulta de dimensión $n - m$.

La ley de control de 1-MD se define para cada componente se define análogamente al caso SISO, según el signo de la correspondiente $\sigma_i(x)$:

$$u_i(x) = \begin{cases} u_i^+(x) & \text{si } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(x) & \text{si } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

4.4.1. Movimiento en régimen deslizante MIMO

Respecto del movimiento del sistema en 1-MD MIMO, existe más de una posible manera de definirlo.

Por un lado, puede considerarse que existe régimen deslizante sobre cada una de las superficies de deslizamiento \mathcal{S}_i , obtenido por acción de la entrada de control correspondiente $u_i(x)$. Si el movimiento deslizante se hace converger hacia la superficie de intersección \mathcal{S} y cada uno de los controladores sigue actuando según su superficie individual, el comportamiento debería estudiarse como una combinación de movimientos deslizantes individuales.

La existencia de régimen deslizante sobre cada superficie individual se define en forma análoga al caso SISO:

$$\begin{cases} \lim_{\sigma \rightarrow 0^+} L_f \sigma_i + L_G \sigma_i \mathbf{u} < 0 \\ \lim_{\sigma \rightarrow 0^-} L_f \sigma_i + L_G \sigma_i \mathbf{u} > 0 \end{cases} \quad (4.46)$$

Esta condición no es necesaria, como en el caso SISO, sino suficiente: puede existir movimiento deslizante “colectivo” sobre \mathcal{S} y aún sobre \mathcal{S}_i , sin que se cumpla (4.46).

El problema con este enfoque recae en que para cada entrada u_i , las demás entradas u_j , $j \neq i$, son percibidas como perturbaciones. Así, de no existir una coordinación entre las diferentes entradas de control, el esfuerzo individual de cada entrada por lograr régimen deslizante sobre la superficie correspondiente, podría tener resultados extraños. Una propuesta que resuelve este conflicto se presenta para sistemas lineales MIMO en (Utkin, 1977).

Una segunda manera de analizar el movimiento en MD, más general, consiste en aceptar que puede haber movimiento deslizante sobre \mathcal{S} , sin que el mismo ocurra individualmente sobre cada una de las superficies de conmutación $\sigma_i(x) = 0$.

Control equivalente

Para cualquiera de los enfoques mencionados, las ecuaciones de movimiento ideal en modo deslizante pueden encontrarse siguiendo pasos muy similares al caso SISO. Así, el control

equivalente \mathbf{u}_{eq} se define como el vector de control suave que mantiene al sistema operando sobre la variedad de deslizamiento \mathcal{S} , es decir, que mantiene las condiciones de invariancia sobre \mathcal{S} :

$$\sigma(x) = 0 \quad (4.47)$$

$$L_{f+\mathbf{G}\mathbf{u}_{\text{eq}}}\sigma(x) = \nabla\sigma(x) \left(f + \mathbf{G} \mathbf{u}_{\text{eq}} \right) \quad (4.48)$$

Se tiene, entonces:

$$\mathbf{u}_{\text{eq}} = -\left[\nabla\sigma(x) \mathbf{G}(x) \right]^{-1} \left[\nabla\sigma(x) f(x) \right] \quad (4.49)$$

de modo que el sistema $\dot{x} = f(x) + \mathbf{G}(x) \mathbf{u}_{\text{eq}}$, describe la dinámica de 1-MD ideal MIMO sobre $\sigma(x) = 0$.

El control equivalente se dice *bien definido* siempre que existe y está determinado en forma unívoca por (4.48).

Una condición necesaria y suficiente para que el control equivalente esté bien definido es que se cumpla la condición de transversalidad en forma local sobre \mathcal{S} :

$$\det [\nabla\sigma(x) \mathbf{G}(x)] \neq 0 \quad (4.50)$$

Al igual que en el caso SISO, la dinámica deslizante ideal MIMO puede escribirse, reemplazando la expresión del control equivalente, como:

$$\dot{x} = f(x) + \mathbf{G}(x) \mathbf{u}_{\text{eq}} = \left[\mathbf{I} - \mathbf{G} \left(\nabla\sigma \mathbf{G} \right)^{-1} \nabla\sigma \right] f = \Psi(x) f(x) \quad (4.51)$$

donde $\Psi(x)$ es un operador de proyección que proyecta al campo de deriva $f(x)$ sobre el plano tangente a la superficie de deslizamiento.

4.5. Comentarios sobre control por 1-MD. *Chattering*

Al trabajar con CMD, el objetivo deseado es lograr que el sistema opere sobre la superficie de deslizamiento, y que lo haga con una dinámica de deslizamiento ideal. Sin embargo, la ocurrencia de esto requiere, por un lado la disponibilidad de un control que conmute a frecuencia infinita entre dos valores determinados, y por otro, la no existencia de perturbaciones ni imperfecciones en la conmutación. En un caso práctico, el sistema opera en modo deslizante real, manteniendo la restricción $\sigma(x) = 0$ únicamente en forma aproximada.

El MD ideal podría entenderse como el límite del movimiento cuando desaparecen todas las imperfecciones y la frecuencia de conmutación tiende a infinito.

Por otro lado, además, en algunas implementaciones donde la robustez del CMD resulta de gran atractivo, la aplicación de una acción de control discontinua no es recomendable.

La imposibilidad de contar con frecuencia de conmutación infinita, la discontinuidad de la acción de control e imperfecciones y posible excitación de dinámicas no modeladas puede

provocar, en las implementaciones prácticas de 1-MD, la aparición de oscilaciones de alta frecuencia en las salidas del sistema. A este fenómeno indeseado se lo denomina efecto de *chattering*.

Para atacar este problema, con la idea de eliminar o reducir el *chattering*, se han introducido varias propuestas, entre las cuales se pueden mencionar (Young *et al.*, 1999; Boiko *et al.*, 2006):

- El uso de control de alta ganancia con saturación en lugar de un control discontinuo (Burton y Zinober, 1986; Slotine y Li, 1991). Esta aproximación de la función signo por una función continua logra reducir el *chattering*, aunque el movimiento no se mantiene en forma exacta sobre la superficie de deslizamiento sino en una “capa borde” alrededor de la misma. Esta técnica no asegura la convergencia a la superficie de conmutación, sino a la capa borde, cuyo tamaño depende de la pendiente de la región lineal de la saturación.
- La estimación *online* del control equivalente (Utkin, 1992). Esto permite reducir la amplitud de las componentes del control discontinuo.
- El uso de observadores (Bondarev *et al.*, 1985; Utkin *et al.*, 1999). Este enfoque consiste en cerrar el lazo empleando un observador asintótico, de manera que el lazo de alta frecuencia que incluye la dinámica del *chattering* “saltea” la planta que se está controlando. El éxito de este método requiere que el error del observador asintótico sea capaz de converger a cero a pesar de toda dinámica parásita, resultando, generalmente, en una reducción de la robustez del control, debido a discrepancias entre la dinámica de la planta y la estimada por el observador.
- Los modos deslizantes de orden superior (MDOS) (Emelyanov *et al.*, 1986; Levant, 2003a). La idea de estos métodos consiste en restringir el movimiento a la superficie de conmutación manteniendo, además, alguna cantidad de sus primeras derivadas nulas. Desde finales de los '80 se le dio mayor impulso a este enfoque, el cual por un lado provee atenuación del *chattering*, y por otro, permite disponer de controles con fuertes características de robustez cuando el grado relativo es uno o mayor (Bartolini *et al.*, 1999a; Levant, 2001, 2002; Bartolini *et al.*, 2002; Fridman y Levant, 2002; Levant, 2005). Un algoritmo de MD de orden r (r -MD), es capaz, en teoría, de eliminar el *chattering* en un sistema cuando el grado relativo del modelo de la planta, incluyendo actuadores y sensores, es r . Aunque en la práctica no es posible tener en cuenta el total de las dinámicas parásitas, y por lo tanto no puede eliminarse el *chattering* en una aplicación real, se han obtenido muy buenos resultados teóricos con estos métodos. Además, en particular empleando algunos algoritmos de segundo orden (2-MD), se han obtenido muy buenos resultados en aplicaciones prácticas (Bartolini *et al.*, 2003b,a; Brambilla *et al.*, 2008; Pisano y Usai, 2011).

Las características de robustez de los MDOS, en particular de los 2-MD, en aplicaciones no lineales con salidas de grado relativo 1 y 2, la simplicidad y convergencia en tiempo finito

de muchos de los algoritmos, y la posibilidad de explorar nuevos algoritmos o variaciones de los ya existentes, mejorando algún aspecto particular en cada caso específico, han motivado su estudio, análisis y aplicación en las propuestas de control de esta tesis.

Por esta razón, se presentan a continuación una introducción y las principales características de los MDOS en general, tras lo cual se aborda el tema del diseño basado en 2-MD, sentando una base general para los desarrollos de los algoritmos de control por 2-MD en los próximos capítulos.

4.6. Modos deslizantes de orden superior (MDOS)

Cuando se utilizan actuadores que conmutan a alta frecuencia en aplicaciones de estructura variable y las rápidas dinámicas de los mismos aparecen entre la acción de conmutación y el sistema que se está controlando, se obtiene un efecto de “retardo”. La acción de conmutación ya no actúa directamente como entrada de control a la planta, sino que corresponde a alguna derivada de dicha entrada de control. Luego, la función de los estados que define la superficie de conmutación ya no puede considerarse de grado relativo 1 y aparece naturalmente la idea de los modos deslizantes de mayor orden para satisfacer la restricción buscada.

Previamente se describió el 1-MD como el movimiento de las trayectorias de un sistema sobre una superficie de discontinuidad en el espacio de estados. Los MDOS son modos de operación de un sistema en los cuales las trayectorias de los estados se mueven también sobre una superficie de discontinuidad, pero con el agregado de algunas restricciones adicionales. Estas restricciones condicionan el grado de suavidad de las trayectorias en las cercanías de la superficie de conmutación, dependiendo del orden del MD. En todos los casos el movimiento es entendido en el sentido de Filippov, como se explica más adelante.

El problema de control MDOS se define en forma análoga al caso ya visto, para 1-MD. Considerando un sistema no lineal SISO afín en el control, se tiene:

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ \sigma &= \sigma(x) \in \mathbb{R} \\ u &\in \mathbb{R} \end{cases} \quad (4.52)$$

donde f , g y σ son funciones vectoriales suficientemente suaves, σ puede ser de grado relativo mayor que uno y el objetivo primario consiste en mantener $\sigma(x) = 0$, controlando los valores de la entrada de control u . Si bien en la mayoría de los casos, la acción de control por MDOS es discontinua también, como en 1-MD, existen algunos algoritmos y algunas aplicaciones en los que la misma es continua.

La diferencia conceptual entre 1-MD y los restantes MDOS consiste en que la acción de control discontinua (en algunos casos continua) actúa sobre alguna derivada temporal de $\sigma(x)$ de mayor orden que 1, por lo que su efecto sobre σ es suavizado. Este comportamiento es el

que redundante en una reducción del *chattering* sobre la salida $\sigma(t)$, aunque implica pérdida de algún grado de robustez, frente a variaciones muy abruptas (Bartolini *et al.*, 2003b).

4.6.1. Orden del modo deslizante

El orden del modo deslizante define el grado de suavidad de la dinámica del sistema en las proximidades de la variedad de deslizamiento. Más concretamente, es el número de derivadas totales de σ que son continuas en las cercanías de la variedad (incluyendo la derivada cero, es decir σ misma).

Matemáticamente, r -MD está caracterizado porque las primeras r derivadas de σ , $r = 0, 1, \dots, (r - 1)$ son continuas, la r -ésima es discontinua, y se verifica:

$$\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0 \quad (4.53)$$

ecuación que resulta una condición de dimensión r en el estado del sistema dinámico. Así, el modo deslizante original es 1-MD, ya que su primera derivada resulta discontinua.

4.6.2. Movimiento en régimen deslizante de orden superior

El método de Filippov, introducido en la Sección 4.3.1 en forma particular para el 1-MD, consiste en encontrar para cada punto (incluidos los de discontinuidad), un vector de campo de velocidad que describa el movimiento sobre la superficie de conmutación. El vector correspondiente a cada punto de la superficie pertenece al conjunto de vectores formado por la combinación convexa de los vectores correspondientes a los puntos de alrededor. Mediante este método, la función de velocidad de los estados es reemplazada en cada punto de la superficie por una función velocidad “promedio”.

Una manera de interpretar esto es a través del reemplazo del conjunto de ecuaciones diferenciales discontinuas que describen la dinámica del sistema, por una inclusión diferencial (Filippov, 1988).

Se considera una ecuación diferencial con lado derecho discontinuo:

$$\dot{y} = v(y) \quad (4.54)$$

donde $y \in \mathbb{R}^n$, y $v(y)$ es una función continua a trozos, que toma un único valor para cada punto de un dominio D , localmente acotada y medible (en el sentido de Lebesgue), existiendo algunos puntos de discontinuidad en un conjunto M de medida nula.

Luego, para cada punto $(y, t) \in D$, se considera una función $\mathfrak{V}(y)$ que asigna a cada punto de D un conjunto de valores. En el caso de los puntos donde $v(y)$ es continua, el conjunto $\mathfrak{V}(y)$ es trivial y coincide con $v(y)$, indicando una única dirección posible del vector derivada. En los puntos de discontinuidad de $v(y)$, en cambio, el conjunto $\mathfrak{V}(y)$ contiene varios valores, de manera que incluye todas las posibles direcciones del vector de velocidades de los estados.

Así, una solución de (4.54) en el sentido de Filippov, es una función absolutamente continua $y(t)$ que satisface en casi todo punto la inclusión diferencial:

$$\dot{y} \in \mathfrak{V}(y) \quad (4.55)$$

En el caso en que $v(y)$ es continua en casi todo punto, $\mathfrak{V}(y)$ es la clausura convexa del conjunto de todos los posibles límites de $\lim_{y_{cont} \rightarrow y} v(y_{cont})$, donde y_{cont} son los puntos donde $v(y)$ es continua. En el caso de un punto y donde v es continua, el límite tiene un único valor, $v(y_{cont})$. En cambio, cuando y es un punto de discontinuidad de v , los límites desde distintos lados difieren, resultando un conjunto de direcciones posibles para el vector velocidad, $\mathfrak{V}(y)$.

En el problema de MDOS, y podría ser el vector de estados del sistema y M la variedad de deslizamiento \mathcal{S} . O también, a través de un difeomorfismo³, y podría ser un conjunto formado por σ , $\dot{\sigma}$ y tal vez algunas derivadas de mayor orden de σ y/u otras variables internas del sistema (o combinaciones de las mismas).

Régimen deslizando de orden r sobre variedades

La noción de régimen deslizando sobre una variedad fue definida previamente para 1-MD. La extensión a MDOS puede realizarse a través de una progresión, como se explica a continuación.

Sea \mathcal{S} la variedad de deslizamiento de 1-MD dada por (4.44) a partir de la función suave $\sigma(x)$. Luego, al conjunto de puntos $x \in \mathcal{S}$ cuyo conjunto de velocidades posibles (según Filippov) pertenece completamente al subespacio tangente a \mathcal{S} , se lo denomina conjunto de deslizamiento de segundo orden con respecto a \mathcal{S} , \mathcal{S}_2 . Recordando la condición de transversalidad, se observa que para que exista 1-MD es necesario que el conjunto de velocidades posibles *no* sea tangente a \mathcal{S} , ya que tiene que garantizarse la capacidad de cruce de la superficie desde ambos lados de la misma.

Suponiendo que \mathcal{S}_2 es una variedad lo suficientemente suave, puede construirse el conjunto \mathcal{S}_3 como el conjunto de deslizamiento de segundo orden respecto de \mathcal{S}_2 . Así, el conjunto \mathcal{S}_3 se denomina conjunto de deslizamiento de orden 3 o de tercer orden respecto de \mathcal{S} y está conformado por los puntos $x \in \mathcal{S}$ cuyo conjunto de velocidades posibles pertenece completamente al subespacio tangente al subespacio tangente a \mathcal{S} .

Continuando de la manera descripta, pueden encontrarse los conjuntos de deslizamiento de cualquier orden. El caso trivial es $\mathcal{S}_1 = \mathcal{S}$.

Se dice que existe modo deslizando de orden r o r -MD sobre una variedad \mathcal{S} en un punto $x \in \mathcal{S}_r$, si en un entorno de tal punto el conjunto \mathcal{S}_r es un conjunto integrable en el sentido de Filippov, es decir, consiste de trayectorias en el sentido de Filippov.

³Un *difeomorfismo* es una transformación de coordenadas $y' = \varphi(y)$, donde $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un campo escalar con inversa definida φ^{-1} .

Si φ y φ^{-1} son \mathcal{C}^n , es decir, tienen n derivadas continuas, entonces el sistema transformado mantiene la estructura y propiedades del sistema original.

Régimen deslizante de orden r con respecto a funciones de restricción

Supóngase una restricción dada por $\sigma(x) = 0$, donde $\sigma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es suficientemente suave y sus derivadas temporales $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ existen y son funciones que toman un único valor para cada x y continuas. Es decir, la discontinuidad no aparece ni en σ ni en sus primeras $(r-1)$ derivadas.

En estas condiciones, el conjunto de igualdades dado por (4.53) define unívocamente el conjunto de deslizamiento de orden r . Si este conjunto es no vacío y localmente integrable en el sentido de Filippov, entonces el movimiento restringido a este conjunto se denomina r -MD o modo deslizante de orden r con respecto a la función de restricción σ .

Condiciones de regularidad

Dada la variedad de deslizamiento \mathcal{S} , definida por la ecuación $\sigma(x) = 0$, supóngase que $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-2)}$ son funciones diferenciables de x y que localmente se verifica:

$$\text{rank}\{\nabla\sigma, \nabla\dot{\sigma}, \dots, \nabla\sigma^{(r-2)}\} = r - 1 \quad (4.56)$$

que implica que el dicho conjunto de vectores es de dimensión $(r-1)$.

La ecuación (4.56) se denomina *condición de regularidad de deslizamiento débil* y su verificación hace equivalentes las definiciones de régimen deslizante de orden r sobre la variedad \mathcal{S} y con respecto a la función de restricción $\sigma(x) = 0$ (Levant, 2002).

Si además \mathcal{S}_r es una variedad diferenciable, entonces (4.56) puede extenderse un poco más a:

$$\text{rank}\{\nabla\sigma, \nabla\dot{\sigma}, \dots, \nabla\sigma^{(r-1)}\} = r \quad (4.57)$$

Al conjunto de condiciones formado por la ecuación (4.57) y el requerimiento de que las derivadas $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ sean funciones diferenciables de x se lo denomina *condición de regularidad de deslizamiento*.

Esta definición es útil en el sentido de que, si dicha condición es satisfecha, es posible hacer un cambio de variables en el sistema (4.52), tomando como primeras r variables las primeras derivadas de σ , $x'_1 = \sigma$, $x'_2 = \dot{\sigma}$, ..., $x'_r = \sigma^{(r-1)}$, de manera que el sistema en las nuevas variables resulte de la forma:

$$\begin{cases} x'_1 = \sigma \\ \begin{cases} \dot{x}'_1 = x'_2 \\ \dot{x}'_2 = x'_3 \\ \vdots \\ \dot{x}'_r = \sigma^{(r)} = \Phi(x', \xi) \\ \dot{\xi} = \Psi(x', \xi) \end{cases} \end{cases} \quad \text{donde } \xi \in \mathbb{R}^{n-r} \quad (4.58)$$

Mientras ocurra el movimiento en r -MD, las primeras r variables del sistema en estas coordenadas se anulan, quedando “viva” únicamente la dinámica de los estados ξ , de dimensión $(n - r)$.

Vinculación con el grado relativo y la estabilidad

Considérese el sistema dado por (4.52) y supóngase que $\sigma(x)$ es de grado relativo r con respecto a u . Haciendo uso de las derivadas de Lie, esta condición se traduce en que, en un entorno de cada punto:

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} (f + g u) = L_f \sigma + L_g \sigma u \quad (4.59)$$

si $r > 1$, entonces:

$$\begin{cases} L_g \sigma = 0 \\ \dot{\sigma} = L_f \sigma \end{cases}$$

$$\ddot{\sigma} = \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial L_f \sigma}{\partial x} (f + g u) = L_f^2 \sigma + L_g L_f \sigma u \quad (4.60)$$

si $r > 2$, entonces:

$$\begin{cases} L_g L_f \sigma = 0 \\ \ddot{\sigma} = L_f^2 \sigma \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ \sigma^{(r)} &= L_f^r \sigma + L_g L_f^{r-1} \sigma u \end{aligned} \quad (4.61)$$

En resumen, la condición de que σ sea una salida de grado relativo r permite afirmar:

$$L_g \sigma = L_g L_f \sigma = \dots = L_g L_f^{r-2} \sigma = 0 \quad (4.62)$$

$$L_g L_f^{r-1} \sigma \neq 0 \quad (4.63)$$

$$\sigma^{(i)} = L_f^i \sigma \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, r - 1 \quad (4.64)$$

condiciones que, satisfechas, establecen la verificación de la condición de regularidad de deslizamiento.

En forma general, puede decirse que la condición de regularidad de deslizamiento (4.57) significa que el grado relativo de σ respecto de la discontinuidad es al menos r .

Además, la dinámica de r -MD, de dimensión $(n - r)$, es análoga a la definición de la *dinámica cero* del sistema controlado (Isidori, 1995). El modo deslizante se dice estable, si la dinámica de r -MD, es decir $\dot{\xi} = \Psi(x', \xi)$ en (4.58) es estable.

4.6.3. Sobre el tiempo de convergencia

El modo deslizante, de cualquier orden, se denomina *atractivo en tiempo finito* si (Emelyanov *et al.*, 1996):

- i) para cualquier condición inicial, toda trayectoria de (4.54) alcanza en tiempo finito el conjunto de deslizamiento del orden correspondiente y permanece en él posteriormente.
- ii) en algún entorno del conjunto de deslizamiento, el tiempo para alcanzar tal conjunto está uniformemente acotado.

En el caso de que para asegurar el alcance del modo deslizante en tiempo finito, sea necesario partir de condiciones iniciales en algún entorno del conjunto de deslizamiento, el modo deslizante se denomina *localmente atractivo en tiempo finito*.

Si bien el 1-MD converge en tiempo finito, los MDOS en general pueden converger en tiempo finito o ser asintóticamente estables, dependiendo del algoritmo.

En la literatura pueden encontrarse ejemplos de algoritmos r -MD asintóticamente estables, con r arbitrario, pero no muchos casos de convergencia en tiempo finito, salvo en el caso de $r = 1$ (trivial), 2 y 3.

4.7. 2-MD

Entre las razones que han motivado la actividad de desarrollo de los 2-MD se pueden mencionar dos principales, que ya se han anticipado. Una de ellas corresponde a la atenuación del *chattering* característico del 1-MD, mientras que la segunda tiene que ver con disponer de métodos de control robustos para sistemas con salidas de grado relativo 2, perturbados y con incertidumbre.

En sistemas de grado relativo 1, los algoritmos 2-MD pueden emplearse como mejora del MD estándar (1-MD) reduciendo el *chattering*. Para ello puede utilizarse una ley por 2-MD en la derivada de la acción de control en vez de en la acción misma. De este modo, la entrada de control del sistema es la integral de la ley discontinua por 2-MD, que es continua y permite lidiar en forma robusta con la incertidumbre y las perturbaciones pero reduciendo el efecto de *chattering*. Otra posibilidad es emplear un algoritmo 2-MD desarrollado específicamente para atacar este problema, como el *Super-Twisting* o variantes del mismo (Levant, 1993; Moreno y Osorio, 2008; Dávila *et al.*, 2010). El precio a pagar consiste en una disminución de la robustez, ya que no puede garantizarse la precisión frente a perturbaciones discontinuas, es decir, la continuidad de la acción de control tiene como desventaja el no poder compensar inmediatamente variaciones abruptas (Bartolini *et al.*, 2003b).

Por otra parte, la existencia de distintos algoritmos 2-MD permite elegir, a través de la ley de control y de sus parámetros asociados, el comportamiento transitorio de convergencia al modo 2-MD.

Es posible también en algunos casos, para “ampliar” la efectividad de los 2-MD, diseñar o elegir la variedad de deslizamiento empleando otras técnicas de control para lograr algún comportamiento u optimización particular (Bartolini *et al.*, 2003b).

Con respecto a la síntesis de controladores por MDOS, y en particular por 2-MD, no hay

un procedimiento de diseño unificado. Si bien varios algoritmos 2-MD se basan en algunas consideraciones comunes, cada uno representa un problema particular y debe ser analizado en forma separada.

Esta sección presenta los conceptos básicos necesarios para el diseño de distintos algoritmos 2-MD.

4.7.1. Problema general 2-MD

Considérense el siguiente sistema SISO no lineal, no necesariamente afín en el control, y la siguiente función de restricción (Kunusch *et al.*, 2012):

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x, u, t) \\ u : (t, x) \mapsto u(t, x) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R} \\ \sigma : (t, x) \mapsto \sigma(t, x) \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (4.65)$$

donde $x \in \mathbb{X} \subset \mathbb{R}^n$, u la entrada de control que toma valores dentro de un conjunto acotado \mathcal{U} y F y σ son funciones suaves en x, t . Notar que se ha incluido explícitamente la dependencia temporal, para mejorar la claridad de la explicación.

El objetivo genérico consiste en anular σ , que podrá ser de grado relativo 1 o 2 con respecto a u . Se busca, además, con el algoritmo 2-MD, anular también $\dot{\sigma}$, y que ambas condiciones se cumplan en tiempo finito. En el caso de que σ sea de grado relativo 1, la acción física de entrada a la planta, sintetizada por un algoritmo 2-MD, será continua.

En la mayor parte de los algoritmos 2-MD, el procedimiento de diseño depende de las cotas sobre determinadas funciones que conforman la segunda derivada temporal de σ . Recientemente, en los últimos años, han aparecido desarrollos basados en la teoría de estabilidad de Lyapunov, sobre el cual se harán algunos comentarios más adelante.

Las expresiones genéricas de las dos primeras derivadas son las siguientes:

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial}{\partial t} \sigma(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \sigma(x, t) F(x, u, t) \quad (4.66)$$

$$\ddot{\sigma} = \frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{\sigma}(x, t) F(x, u, t) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{\sigma}(x, t) \dot{u}(t) \quad (4.67)$$

Luego, las funciones que deben acotarse se hallan de diferente manera según el grado relativo de σ sea 1 o 2 respecto de u .

Caso en que el grado relativo es 1

Cuando σ es de grado relativo 1, el control u no aparece explícitamente en σ pero sí en su primera derivada temporal. Luego, su segunda derivada temporal (4.67), puede escribirse

en este caso de modo que la derivada del control, \dot{u} aparece en forma afín:

$$\ddot{\sigma} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\dot{\sigma}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x}\dot{\sigma}(x, t) F(x, u, t)}_{a(x, u, t)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial u}\dot{\sigma}(x, t)}_{b(x, u, t)} \dot{u}(t) \quad (4.68)$$

$$= a(x, u, t) + b(x, u, t) \dot{u}(t) \quad (4.69)$$

donde $a(x, u, t)$ y $b(x, u, t)$ son funciones no necesariamente conocidas pero uniformemente acotadas en un dominio acotado.

Para especificar el problema, se considera que dentro de algún entorno de cada punto de la variedad de restricción, definido como $|\sigma(x)| < s_0$, con $s_0 > 0$ constante y $x \in \mathbb{X}$, y para todo t y $u(t) \in \mathcal{U}$, se verifican las siguientes condiciones para algún conjunto de constantes positivas $\Gamma_m < \Gamma_M$ y C (Levant, 1993):

- i) $|a(x, u, t)| \leq C$.
- ii) $\Gamma_m \leq b(x, u, t) \leq \Gamma_M$.

En las condiciones anteriores, puede reemplazarse (4.69) por la siguiente inclusión diferencial:

$$\ddot{\sigma} \in \left[-C, C \right] + \left[\Gamma_m, \Gamma_M \right] \dot{u} \quad (4.70)$$

Los algoritmos 2-MD se diseñan en base a esta relación de manera que aseguren la convergencia a $\sigma = \dot{\sigma} = 0$ (en tiempo finito o asintótico según el caso) no solamente para el sistema original sino, en realidad, para los casos en que se verifique (4.70). Dado que esta “no recuerda” el sistema original (4.65), el algoritmo permitirá garantizar la convergencia ante cualquier perturbación o variación del sistema que mantenga la inclusión diferencial satisfecha, es decir, será robusto a las mismas.

Debe notarse que las cotas halladas y (4.70) son válidas en la región $|\sigma(x)| < s_0$, alrededor de la superficie de deslizamiento, por lo que posiblemente deba considerarse incluir en la acción de control algún mecanismo que lleve al sistema a algún punto dentro de tal región.

Caso en que el grado relativo es 2

Cuando σ es de grado relativo 2, el control u no aparece explícitamente ni en σ ni en $\dot{\sigma}$. Este, y no su derivada \dot{u} , aparecerá en $\ddot{\sigma}$, es decir:

$$\ddot{\sigma} = \frac{\partial}{\partial t}\dot{\sigma}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x}\dot{\sigma}(x, t) F(x, u, t) \quad (4.71)$$

En este caso, se considerará únicamente aquí el caso en que el sistema es afín en el control, es decir, cuando la primera ecuación de (4.65) puede escribirse de la forma:

$$\dot{x} = F(x, u, t) = f(x, t) + g(x, t) u(t) \quad (4.72)$$

y así, (4.71) puede reescribirse también en forma afín en u :

$$\ddot{\sigma} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{\sigma}(x, t) f(x, t)}_{a'(x, t)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial u} \dot{\sigma}(x, t)}_{b'(x, t)} u(t) \quad (4.73)$$

$$= a'(x, t) + b'(x, t) u(t) \quad (4.74)$$

donde $a'(x, t)$ y $b'(x, t)$ son, análogamente al caso anterior, funciones no necesariamente conocidas pero uniformemente acotadas en un dominio acotado.

Y, de la misma manera que en caso anterior, para especificar el problema se considera que en algún entorno de cada punto de \mathcal{S} , definido como $|\sigma(x)| < s_0$, con $s_0 > 0$ constante y $x \in \mathbb{X}$, y para todo t y $u(t) \in \mathcal{U}$, existe algún conjunto de constantes positivas $\Gamma'_m < \Gamma'_M$ y C' , tal que se verifiquen las condiciones:

- i) $|a'(x, t)| \leq C'$.
- ii) $\Gamma'_m \leq b'(x, t) \leq \Gamma'_M$.

También en este caso, cuando se verifican las condiciones anteriores puede reemplazarse (4.74) por la inclusión diferencial:

$$\ddot{\sigma} \in \left[-C', C' \right] + \left[\Gamma'_m, \Gamma'_M \right] u \quad (4.75)$$

Como puede preverse, son válidos en este caso los comentarios sobre robustez y región de convergencia dados para el caso de grado relativo 1.

Enfoque por Lyapunov

La teoría de estabilidad de Lyapunov puede emplearse para probar la convergencia de algoritmos 2-MD, estableciendo condiciones a los parámetros para garantizar el régimen deslizante sobre una variedad de deslizamiento de segundo orden.

Sea un sistema $\dot{y} = F(y)$, con F localmente Lipschitz en un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ que contiene al origen, y sea el origen un punto de equilibrio del sistema. Si existe una función escalar $V(y)$, $V : D \rightarrow \mathbb{R}$, continuamente diferenciable en D tal que (Khalil, 2002):

$$V(0) = 0 \quad \text{y} \quad V(y) > 0 \quad \text{en} \quad D - \{0\} \quad (4.76)$$

$$\dot{V} \leq 0 \quad \text{en} \quad D \quad (4.77)$$

donde \dot{V} es la derivada de V sobre las trayectorias del sistema, entonces el origen $y = 0$ es un punto de equilibrio estable. Si además se verifica:

$$\dot{V} < 0 \quad \text{en} \quad D - \{0\} \quad (4.78)$$

entonces el equilibrio es asintóticamente estable.

Supóngase entonces que se transforma mediante un difeomorfismo el conjunto de variables del sistema a controlar, de manera que σ y $\dot{\sigma}$ (tanto en el caso SISO como en el caso MIMO) sean parte del nuevo conjunto de variables, como en (4.58). El origen del plano $\sigma - \dot{\sigma}$, coincidirá entonces con la variedad de deslizamiento 2-MD, dada por $\sigma = \dot{\sigma} = 0$. Luego, puede elegirse una *función candidata de Lyapunov* V dependiente de estas variables de modo que la prueba de estabilidad por Lyapunov implica la convergencia de las trayectorias del sistema a \mathcal{S} .

Garantizada la convergencia al 2-MD, la estabilidad del sistema dependerá de la dinámica en régimen deslizante, es decir, de la dinámica cero. El diseño de la superficie de conmutación debe realizarse teniendo en cuenta este requisito.

4.8. Resumen del capítulo

En este capítulo se introdujeron las ideas y los conceptos matemáticos básicos para entender el control por modos deslizantes, destacándose sus atractivas características de robustez y la posibilidad de ser aplicados en forma relativamente sencilla a sistemas no lineales.

Tras una breve introducción histórica, se presentó el 1-MD, planteando el problema general SISO, las ideas de funcionamiento y los inconvenientes al buscar soluciones empleando métodos tradicionales de análisis de sistemas. Para ello se describieron en primer lugar los métodos de regularización, en particular el de Filippov y el del control equivalente, relacionado con el movimiento deslizante ideal. Luego, se establecieron condiciones necesarias y suficientes para la existencia de régimen deslizante sobre una superficie. Los conceptos de 1-MD fueron extendidos luego para sistemas MIMO.

A continuación se presentaron los MDOS como una de las soluciones más ventajosas para controlar sistemas con incertidumbre en forma robusta, mejorando además el inconveniente del *chattering*. Esto requirió extender las ideas de variedad de deslizamiento y de movimiento en régimen deslizante de orden 1 a órdenes superiores.

Por último, se establecieron las condiciones generales para el diseño de controladores basados en 2-MD, según el enfoque original y según el método de estabilidad de Lyapunov.

Capítulo 5

Control de potencia por 2-MD para GIDA con convertidor unidireccional. Estudio comparativo

5.1. Introducción

En este capítulo se presenta una estrategia para controlar la potencia y optimizar el rendimiento de conversión de un SCEE de velocidad variable conectado a red. El mismo está basado en un GIDA de 60kW de potencia nominal con recuperación de potencia de resbalamiento, en una configuración del tipo *Kramer drive* estático (KDE, descrito en la [Sección 2.3.2](#)). En base a la estrategia propuesta se diseñan cuatro controladores empleando sendos algoritmos 2-MD, con la motivación conjunta de evaluar la aplicabilidad de tales técnicas simples y robustas a este tipo de sistemas y, al mismo tiempo, realizar una comparación respecto de las ventajas y desventajas de los distintos algoritmos. Los cuatro controladores desarrollados se basaron en los siguientes algoritmos: con Ley de Variación Definida, Sub-Óptimo, *Twisting* y *Super-Twisting*.

Tal como se detalla en la [Sección 2.2.3](#), la estrategia de operación ideal para SCEE presenta cuatro regiones según la velocidad del viento, ν . En la *zona II* o *de carga parcial* (velocidades entre la de corte inferior y la nominal) el principal objetivo de control es la maximización de la eficiencia de conversión de energía. Al operar en la zona de carga parcial es práctica común que el ángulo de las palas de la turbina sea mantenido fijo, en cuyo caso existe un único máximo de potencia extraída, que ocurre cuando $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$ y por tanto, $C_p(\lambda)|_{\lambda=\lambda_{\text{ópt}}} = C_{p\text{máx}}$ (ver [Sección 2.2.2](#)). Una manera de lograr tal condición es haciendo un seguimiento de velocidad de modo que la hélice gire a velocidad $\Omega_t = \lambda_{\text{ópt}} \nu / R$, es decir debe hacerse rotar el eje del rotor del generador a velocidad variable $\Omega_r = k_{gb} \lambda_{\text{ópt}} \nu / R$.

En los sistemas electromecánicos que conforman los SCEE, la dinámica eléctrica es

considerablemente más rápida que la mecánica. Esto permite emplear en el proceso de diseño del controlador de seguimiento de velocidad, un modelo simplificado de orden reducido del sistema que considere únicamente la dinámica mecánica y desprece la eléctrica. Por lo tanto, se propone usar como modelo para el diseño de los controladores el modelo de régimen permanente hallado para el GIDA en configuración tipo KDE en la Sección 3.2.4. Empleando este modelo es posible, para lograr el objetivo deseado, realizar el seguimiento de una referencia de velocidad función de la velocidad del viento y plantear una variable de deslizamiento en función de la velocidad de rotación, que resulta de grado relativo 1.

Tal como se describió en el capítulo anterior, los algoritmos 2-MD pueden utilizarse en sistemas donde σ es de grado relativo 1 como una mejora del 1-MD, con buenas características de robustez y reducción del *chattering*. Para la mayor parte de los algoritmos 2-MD esto se lleva a cabo expandiendo el sistema y realizando el diseño para la derivada de la acción de control \dot{u} (Levant, 2007; Fridman y Levant, 2002; Bartolini *et al.*, 1999a). Este es el caso de los algoritmos con Ley de Variación Definida, Sub-Óptimo y *Twisting*. En el caso del *Super-Twisting*, en cambio, el mismo puede aplicarse directamente sobre el sistema (sin expandir).

Durante el procedimiento de diseño de los controladores es posible considerar diversos tipos de perturbaciones externas e incertidumbre en los modelos que producen variaciones acotadas de los parámetros del sistema, junto con errores de medición y estimación de variables. La robustez que proveen los algoritmos 2-MD se sustenta en las consideraciones tenidas en cuenta en esta etapa.

Para evaluar la estrategia de control propuesta y el desempeño del sistema controlado por cada uno de los algoritmos seleccionados, se realizan pruebas por simulación. En primer lugar se verifican los controladores sobre los modelos de diseño. Luego se efectúan simulaciones de evaluación y análisis empleando el modelo completo del SCEE, con la dinámica eléctrica y la mecánica, en condiciones realistas de funcionamiento dentro de la zona de carga parcial. En ambos casos se incorporan perturbaciones externas y variaciones de los parámetros semejantes a las consideradas en la instancia de diseño.

A partir de los resultados obtenidos se elaboran conclusiones respecto de la viabilidad de aplicación de los algoritmos 2-MD a estos sistemas, a la vez que se comparan las ventajas y desventajas de cada uno.

El contenido de este capítulo se desarrolla en base a los resultados que se han presentado y publicado en actas de dos congresos (Evangelista *et al.*, 2009a,b), y en dos artículos que se han publicado en revistas internacionales (Evangelista *et al.*, 2010a,b).

5.2. Modelo para el diseño

Tal como se describió en la Sección 5.1, el proceso de diseño se realiza empleando un modelo simplificado del SCEE que considera únicamente la dinámica dominante, mecánica. En el mismo se utiliza el modelo de régimen permanente del GIDA para describir el par eléctrico resistente del generador.

Considerando que, para este sistema de pequeña potencia, el sistema de transmisión puede representarse según el enfoque rígido, la dinámica dominante del sistema es de dimensión uno. Despreciando roces e imperfecciones, la ecuación no lineal que define tal dinámica es (ver Sección 3.1.1):

$$\dot{\Omega}_r = \frac{1}{J} \left(T_t(\Omega_r, \nu(t)) + T_e(\Omega_r, u) \right) \quad (5.1)$$

donde Ω_r es la velocidad de rotación del rotor del generador, T_t es el par mecánico de la turbina (referido al lado de alta velocidad), T_e el par eléctrico resistente del generador ($T_e < 0$) y J la inercia total equivalente de las partes rotantes en su conjunto. Si bien el par del generador T_e se modifica a través del ángulo de disparo α , tal como se ha explicado previamente, por razones de simplicidad matemática se considera $u = |\cos(\alpha)|$, en lugar de α , como acción de control para el proceso de diseño.

Recordando (2.23) en la Sección 2.2.2, la expresión del par de la turbina (referida al lado del generador y para el ángulo de *pitch* fijo) puede escribirse como:

$$T_t(\Omega_r, \nu) = \frac{1}{k_{gb}} \frac{1}{2} \rho \pi R^3 C_t \left(\frac{\Omega_r R}{k_{gb} \nu} \right) \nu^2 \quad (5.2)$$

donde el coeficiente de par se ha modelado para este SCEE a través del siguiente polinomio en $\lambda = \frac{\Omega_r R}{\nu}$:

$$C_t(\lambda) = c_{t3} \lambda^3 + c_{t2} \lambda^2 + c_{t1} \lambda + c_{t0} \quad (5.3)$$

La expresión del par resistente del generador en régimen permanente, dada por (3.65)-(3.66), se repite aquí por claridad, levemente reformulada:

$$T_e = \frac{3V_s'^2 s R_{eq}}{\Omega_s \sqrt{(sR_s' + R_{eq})^2 + s^2 w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2}} \quad (5.4)$$

donde

$$R_{eq} = s \frac{[sR_{rf} + n_{12}^2 u^2 R_s' - n_{12} |\cos(\alpha)| \sqrt{\Gamma}]}{s^2 - n_{12}^2 u^2} \quad (5.5)$$

$$\Gamma = (sR_s' + R_{rf})^2 + (s^2 - n_{12}^2 u^2) w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2 \quad (5.6)$$

y $R_{rf} = R_r + \pi^2/18R_f$. R_s , R_r y R_f son las resistencias de estator, rotor y bus de continua respectivamente, L_{ls} y L_{lr} las inductancias de dispersión de los arrollamientos de estator y rotor, Ω_s y w_s las velocidades sincrónicas mecánica y eléctrica, $s = (w_s - p_p \Omega_r)/w_s$ el resbalamiento del generador, con p_p el número de pares de polos, V_s es la tensión de alimentación por fase de estator y $n_{12} = n_1/n_2$, siendo n_1 y n_2 las relaciones de vueltas del generador y del transformador respectivamente. Recordar que la comilla aplicada a una variable de rotor indica que ha sido referida al estator a través de n_1 , según se describió en la Sección 3.2.4.

Las características de par-velocidad para T_t y $-T_e$ correspondientes a este SCEE se presentan en la Figura 5.1. En ella se grafican, por un lado, las curvas de $-T_e$ vs. Ω_r para algunos valores de $u = |\cos(\alpha)|$ entre sus valores extremos 0 y 1, correspondientes a ángulos de

disparo entre 90° y 180° (curvas bordó). Se muestran además, las curvas de T_t vs. $\Omega_r = k_{gb}\Omega_t$ para diferentes velocidades de viento (curvas azules). En la figura también se indica, en línea negra de trazos, la curva correspondiente a los puntos de máxima extracción de potencia, es decir, aquéllos para los cuales $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$, $\Omega_t = \nu\lambda_{\text{ópt}}/R$, y $\Omega_r = k_{gb}\lambda_{\text{ópt}}\nu/R$.

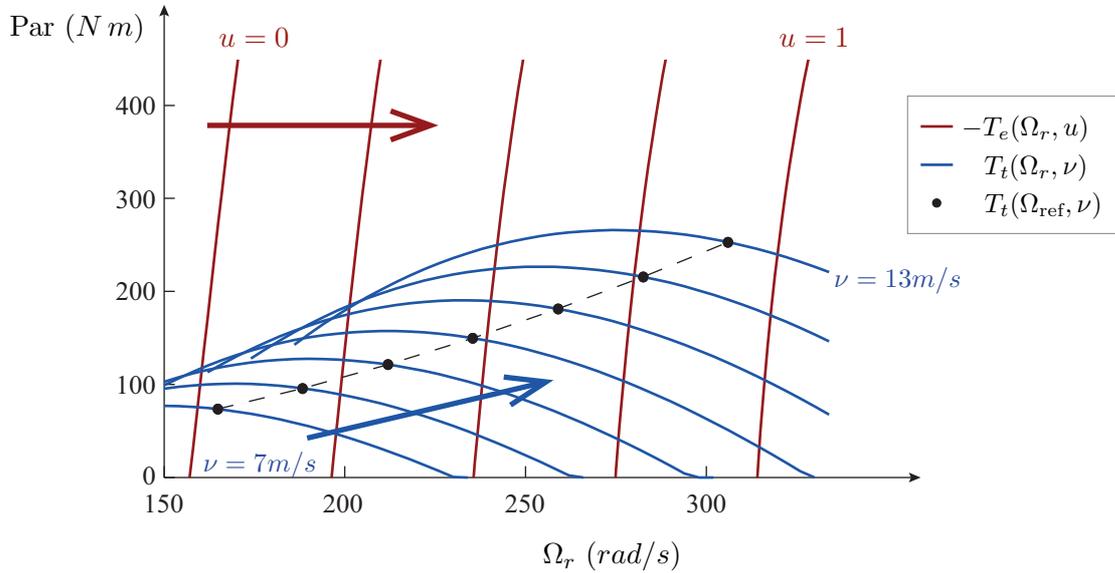


Figura 5.1: Características de par del SCEE: $-T_e$ vs. Ω_r para varios valores de u (en bordó) y T_t vs. Ω_r para distintas velocidades de viento (en azul). Puntos de máxima potencia capturada según la velocidad del viento (en negro).

5.3. Parte común del procedimiento de diseño por 2-MD

Como estrategia para optimizar el rendimiento de conversión de la turbina, se propone el seguimiento de una referencia de velocidad función de la velocidad del viento, de modo de alcanzar y mantener la condición $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$.

Con este objetivo, la variable de deslizamiento se diseña de modo que su anulación resulte en la velocidad de rotación igual a la óptima:

$$\sigma = \Omega_r - \Omega_{\text{ref}} = \Omega_r - k_{gb} \frac{\lambda_{\text{ópt}} \nu}{R} \quad (5.7)$$

Puede verificarse que σ resulta de grado relativo 1 respecto a la entrada de control u (y también respecto de la entrada de control física, el ángulo de disparo α).

Si se escribe la ecuación dinámica de la turbina (5.1) en la forma general:

$$\dot{\Omega}_r = F(t, \Omega_r, u) \quad (5.8)$$

la segunda derivada temporal de σ puede escribirse como:

$$\ddot{\sigma}(t, \Omega_r, u, \dot{u}) = \underbrace{\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial t} + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \Omega_r} F}_{a(t, \Omega_r, u)} + \underbrace{\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial u}}_{b(t, \Omega_r, u)} \dot{u} = a(t, \Omega_r, u) + b(t, \Omega_r, u) \dot{u} \quad (5.9)$$

Se hayan entonces las funciones $a(t, \Omega_r, u)$ y $b(t, \Omega_r, u)$ correspondientes al SCEE que se desea controlar. Las expresiones obtenidas son las siguientes:

$$\begin{aligned} a(t, \Omega_r, u) = & \left(\nu \frac{T_t(\Omega_r, \nu(t)) + T_e(\Omega_r, u)}{J} - \Omega_r \dot{\nu} \right) \frac{R^4 \rho \pi}{2Jk_{gb}^2} \frac{\partial C_t(\lambda)}{\partial \lambda} \Bigg|_{\lambda = \frac{\Omega_r R}{k_{gb} \nu}} - \frac{k_{gb} \lambda_{\text{ópt}}}{R} \ddot{\nu} - \\ & - \frac{3V_s'^2 s^2 \left(T_t(\Omega_r, \nu(t)) + T_e(\Omega_r, u) \right) \left(s^2 (R_s'^2 + w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2)^2 - R_{eq}^2 \right)}{J^2 \Omega_s^2 \left[s^2 (R_s'^2 + w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2)^2 + 2sR_s' R_{eq} + R_{eq}^2 \right]^2 (s^2 - n_{12}^2 u^2)} \times \\ & \times \left[R_{rf} - 2R_{eq} - n_{12} u \left(s (R_s'^2 + w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2)^2 + R_s' R_b \right) \Gamma^{-\frac{1}{2}} \right] + \\ & + \frac{2\dot{\nu}}{\nu J} T_t(\Omega_r, \nu(t)) \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} b(t, \Omega_r, u) = & \frac{3V_s'^2 s^2 \left(s^2 (R_s'^2 + w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2)^2 - R_{eq}^2 \right)}{J \Omega_s \left[s^2 (R_s'^2 + w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2)^2 + 2sR_s' R_{eq} + R_{eq}^2 \right]^2 (s^2 - n_{12}^2 u^2)} \times \\ & \times \left[2n_{12} u (R_s' + R_{eq}/s) - \Gamma^{\frac{1}{2}} + n_{12}^2 u^2 w_s^2 (L_{ls}' + L_{lr})^2 \Gamma^{-\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

Para diseñar los controladores por 2-MD se requiere encontrar las constantes positivas Γ_m , Γ_M y C , que permiten acotar las funciones a y b según las condiciones I y II (ver pág. 90):

$$|a(t, \Omega_r, u)| \leq C \quad (5.12)$$

$$0 < \Gamma_m \leq |b(t, \Omega_r, u)| \leq \Gamma_M \quad (5.13)$$

válidas en la región $|\sigma(\Omega_r, t)| < s_0$ (con s_0 constante y positivo) de la vecindad de σ , y que permiten el reemplazo de (5.9) por la inclusión diferencial:

$$\ddot{\sigma} \in [-C, C] + [\Gamma_m, \Gamma_M] \dot{u} \quad (5.14)$$

Luego, los parámetros de cada controlador se definen a través de un proceso iterativo de refinamiento, sopesando ciertas características deseadas y garantizando que, para las cotas halladas y $|\sigma(\Omega_r, t)| < s_0$, se verifique un determinado conjunto de condiciones particulares para cada algoritmo. De este modo, partiendo desde cualquier condición inicial que cumpla dichas condiciones en cada caso, las trayectorias de los estados convergerán a la superficie de deslizamiento y el sistema se mantendrá operando en 2-MD en forma robusta, en tanto el sistema no se escape de la condición (5.14) (Levant, 1993).

A partir de lo expresado, debe notarse que la inclusión de perturbaciones, términos de incertidumbre y otros errores, todos estos acotados, en el proceso de cálculo y determinación de las cotas de $a(t, \Omega_r, u)$ y de $b(t, \Omega_r, u)$, resultará en un controlador que mantendrá al sistema operando en modo 2-MD, no solo en las condiciones nominales sino ante variaciones dentro de los límites considerados. Es decir, el controlador será robusto a dichas alteraciones.

5.4. Algoritmos 2-MD

Cada uno de los algoritmos de 2-MD empleados aquí depende únicamente de unos pocos parámetros fijos. Los valores de estos son determinados off-line durante esta etapa, de diseño y ajuste, a través de un proceso iterativo de refinamiento como ya se mencionó. Si bien este proceso lleva trabajo, la operación online del algoritmo, con valores ya definidos, es muy simple.

A continuación en esta sección, se describen los algoritmos a utilizar y las condiciones que garantizan la convergencia en cada caso. Las demostraciones de convergencia no se presentan en este texto, pero pueden encontrarse en la bibliografía de referencia.

Los tres primeros algoritmos presentados fueron ideados, como la mayor parte de los algoritmos 2-MD, para variables de deslizamiento σ de grado relativo 2 respecto de u , por lo que la derivada del control \dot{u} es la que será considerada como “entrada de control” y diseñada según dichos algoritmos, tal como se explicó en la Sección 4.7.1, página 90. El último caso, algoritmo *Super-Twisting*, es de aplicación directa en caso de salidas de grado relativo 1.

5.4.1. Controlador basado en algoritmo con Ley de Variación Definida

Los algoritmos con Ley de Variación Definida consisten en un conjunto de algoritmos de la forma (Levant, 1993; Emelyanov *et al.*, 1996; Bartolini *et al.*, 1999a; Levant, 2002):

$$\dot{u}(\sigma) = -V_{M_{LVD}} \text{sign} \left(\dot{\sigma} - g_{LVD}(\sigma) \right) \quad (5.15)$$

Cada uno de estos algoritmos depende de la función $g_{LVD}(\sigma)$, que debe ser continua y suave en todos lados excepto posiblemente en $\sigma = 0$, y a la cual están ligadas las propiedades de convergencia. La elección de la función es parte del procedimiento de diseño del controlador, debiendo seleccionarse de modo tal que las soluciones de $\dot{\sigma} = g_{LVD}(\sigma)$ se anulen en tiempo finito, y que el producto $\frac{dg_{LVD}}{d\sigma} g_{LVD}$ esté acotado para todo t , σ en la región. Como puede notarse, la forma general utiliza la idea del 1-MD, pero con una restricción adecuada dentro de la función sign.

La convergencia en tiempo finito y la operación en 2-MD, $\sigma = \dot{\sigma} = 0$, dependen de las cotas (5.39)-(5.41) y de la función escogida, quedando garantizadas si el parámetro que da la ganancia del controlador verifica la condición suficiente:

$$V_{M_{LVD}} > \frac{C + \sup \left(\frac{dg_{LVD}}{d\sigma} g_{LVD} \right)}{\Gamma_m} \quad (5.16)$$

donde $\sup(\cdot)$ es el supremo de su argumento, es decir, es la mínima de sus cotas superiores.

Para esta propuesta se eligió g_{LVD} como una de las funciones más comunes en la bibliografía sobre este algoritmo, que cumple con las condiciones requeridas, aún en el caso de 2-MD no ideal, es:

$$g_{LVD}(\sigma) = -\gamma_{LVD}|\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \quad , \quad \gamma_{LVD} > 0 \quad (5.17)$$

Esta función determina la forma en que convergen las trayectorias, ya que las mismas seguirán la curva $\dot{\sigma} = g_{LVD}(\sigma)$.

Finalmente, la expresión explícita del controlador y las condiciones requeridas para la convergencia y operación en 2-MD resultan:

$$\dot{u}(\sigma) = -V_{MLVD} \text{sign} \left(\dot{\sigma} + \gamma_{LVD} |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \right) \quad (5.18)$$

$$\begin{cases} \gamma_{LVD} > 0 \\ V_{MLVD} > \frac{C + 1/2 \gamma_{LVD}^2}{\Gamma_m} \end{cases} \quad (5.19)$$

Debe notarse que este algoritmo de control, aunque permite elegir la forma de convergencia, requiere conocer no solo la variable de deslizamiento, sino también su derivada y, además, calcular el valor de $g_{LVD}(\sigma)$ en cada instante.

5.4.2. Controlador basado en algoritmo Sub-Óptimo

La expresión general de este algoritmo, presentada en (Bartolini *et al.*, 2003b), es de la forma:

$$\dot{u}(\sigma) = -\alpha_{SO}(t) V_{MSO} \text{sign}(\sigma - \beta_{SO} \sigma_M) \quad (5.20)$$

$$\alpha_{SO}(t) = \begin{cases} 1 & , (\sigma - \beta_{SO} \sigma_M) \sigma_M \geq 0 \\ \alpha_{SO}^* & , (\sigma - \beta_{SO} \sigma_M) \sigma_M < 0 \end{cases} \quad (5.21)$$

$$\beta_{SO} \in [0, 1) \quad (5.22)$$

donde β_{SO} se denomina *factor de anticipación*, σ_M es variable y corresponde al valor del último extremo alcanzado por la variable de deslizamiento, es decir, toma el valor de σ en el último instante en el que $\sigma(t)$ alcanzó un máximo o un mínimo local, o un punto de inflexión horizontal. En la expresión, además, se observan los parámetros V_{MSO} , que es el mínimo valor que toma la acción de control v , y el denominador *factor de modulación* α_{SO}^* , que es mayor que 1.

Las condiciones suficientes que garantizan la convergencia en tiempo finito a la superficie 2-MD, $\sigma = \dot{\sigma} = 0$, y la operación del sistema controlado sobre ella, pueden expresarse como

sigue:

$$V_{M_{SO}} > \frac{C}{\Gamma_m} \quad (5.23)$$

$$\alpha_{SO}^* \in [1; +\infty) \cap \left(\frac{2C + (1 - \beta_{SO}) \Gamma_M V_{M_{SO}}}{(1 + \beta_{SO}) \Gamma_m V_{M_{SO}}}; +\infty \right) \quad (5.24)$$

Mientras que (5.23), denominada *condición de dominancia*, asegura la ganancia mínima para que el control pueda afectar el signo de la segunda derivada temporal de σ , $\dot{\sigma}$, la *condición de convergencia* dada por (5.24) garantiza la estabilidad del modo deslizante y a su vez determina la velocidad de la convergencia. Las trayectorias del sistema controlado en el plano $\sigma = \dot{\sigma}$ quedan confinadas en zonas que incluyen el origen dentro de arcos parabólicos límite, por lo que la convergencia puede incluir tanto giros alrededor del mismo como “rebotes” dentro de un mismo cuadrante del plano o una combinación de ambos comportamientos.

Como comentario adicional, es posible que en algún caso se requiriese garantizar una convergencia monotónica en lugar de dando giros alrededor del origen, situación que puede lograrse imponiendo una condición algo más restringida sobre α_{SO}^* . Esto implica reemplazar la condición (5.24) por:

$$\alpha_{SO}^* \in [1; +\infty) \cap \left(\frac{C + (1 - \beta_{SO}) \Gamma_M V_{M_{SO}}}{(\beta_{SO}) \Gamma_m V_{M_{SO}}}; +\infty \right) \quad (5.25)$$

Este algoritmo requiere poder detectar cada extremo local de $\sigma(t)$, σ_M , lo cual puede llevarse a cabo observando el signo de $\dot{\sigma}$ o analizar los valores previos de σ , en cuyo caso no sería necesario disponer de información sobre $\dot{\sigma}$.

5.4.3. Controlador basado en algoritmo *Twisting*

Este algoritmo se caracteriza por la forma en que las trayectorias del sistema convergen al origen del plano de deslizamiento, $\sigma = \dot{\sigma} = 0$, luego de infinitos giros a su alrededor, alcanzando el régimen 2-MD en tiempo finito.

Aunque en distinta bibliografía difiere la manera de expresar la ley de control y sus condiciones de convergencia y estabilidad, estas describen el mismo algoritmo y puede pasarse de una expresión a otra a través de una sencilla interpretación geométrica (Levant, 1993; Bartolini *et al.*, 1999a, 2003b).

El algoritmo implementado en esta propuesta responde a la siguiente ley:

$$\dot{u}(\sigma) = -r_1 \text{sign}(\sigma) - r_2 \text{sign}(\dot{\sigma}) \quad , \quad r_1 > r_2 > 0 \quad (5.26)$$

Escribiendo $r_1 = r_2 + \Delta_T$, las condiciones suficientes para la convergencia en tiempo finito descripta y la estabilidad del 2-MD pueden escribirse como:

$$\Delta_T > \frac{C}{\Gamma_m} \quad (5.27)$$

$$r_2 > \frac{\Delta_T (\Gamma_M - \Gamma_m) + 2C}{2\Gamma_m} \quad (5.28)$$

La implementación aquí presentada surge de replantear las expresiones de (Levant, 1993), donde el algoritmo y las condiciones de convergencia son los siguientes:

$$\dot{u}(\sigma) = \begin{cases} -\alpha_m \text{sign}(\sigma) & , \sigma \dot{\sigma} \leq 0 \\ -\alpha_M \text{sign}(\sigma) & , \sigma \dot{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (5.29)$$

$$\alpha_m > \max \left\{ \frac{C}{\Gamma_m}; \frac{4\Gamma_M}{s_0} \right\} \quad (5.30)$$

$$\Gamma_m \alpha_M - C > \Gamma_M \alpha_m + C \quad (5.31)$$

con $\alpha_M > \alpha_m > 0$. En caso de que la validez de las cotas (5.12)-(5.13) fuese global, la segunda condición se reduciría a $\alpha > C/\Gamma_m$. La equivalencia entre esta descripción y la que se implementa aquí se verifica si se definen $\alpha_M = r_1 + r_2$, y $\alpha_m = r_1 - r_2$, compatibilizando las condiciones través del análisis del valor que toma el control en cada uno de los cuadrantes del plano de deslizamiento $\dot{\sigma}$ - σ .

Si bien este algoritmo es muy sencillo, tiene la desventaja de requerir información sobre la derivada de la variable de deslizamiento, es decir, requiere al menos conocer el signo de $\dot{\sigma}$.

5.4.4. Controlador basado en algoritmo *Super-Twisting*

El *Super-Twisting* es un algoritmo de 2-MD que puede aplicarse directamente cuando σ es de grado relativo 1 sin necesidad de expandir el sistema, ya que posee un término integral en su ley de control. La misma está conformada por dos términos, uno de ellos continuo y otro que integra una función discontinua de σ , tal como se expresa a continuación (Levant, 1993)¹:

$$u(\sigma) = u_1(\sigma) + u_2(\sigma) \quad (5.32)$$

$$\dot{u}_1(\sigma) = -\alpha_{ST} \text{sign}(\sigma) \quad (5.33)$$

$$u_2(\sigma) = \begin{cases} -\beta_{ST} |s_0|^{\rho_{ST}} \text{sign}(\sigma) & , |\sigma| > s_0 \\ -\beta_{ST} |\sigma|^{\rho_{ST}} \text{sign}(\sigma) & , |\sigma| \leq s_0 \end{cases} \quad (5.34)$$

$$\rho_{ST} \in (0, 1/2] \quad (5.35)$$

La forma en que las trayectorias del sistema controlado convergen al origen en el plano de deslizamiento $\dot{\sigma}$ - σ es realizando rodeos característicos alrededor del mismo. Con $\rho_{ST} = 1/2$ o menor se tiene una convergencia en tiempo finito y relativamente rápida, en tanto que si se fijase $\rho_{ST} = 1$ la convergencia sería exponencial, no en tiempo finito. El valor $\rho_{ST} = 1/2$ ha probado ser la mejor opción, por cuanto mantiene el funcionamiento en modo deslizante con la mejor precisión en el caso 2-MD no ideal (Fridman y Levant, 2002).

¹Dado que la acción de control del SCEE que se está controlando tiene un rango (ideal) de variación entre $[0, 1]$, la expresión del término u_1 se ve simplificada respecto de la forma general que se encuentra en la referencia citada.

Las condiciones suficientes de convergencia en tiempo finito y operación en 2-MD, pueden expresarse como sigue, para $\rho_{ST} = 1/2$:

$$\alpha_{ST} > \frac{C}{\Gamma_m} \quad (5.36)$$

$$\beta_{ST} > \frac{\sqrt{2(\alpha_{ST}\Gamma_M + C)}}{\Gamma_m} \quad (5.37)$$

Además de su sencillez, una de las principales ventajas de este algoritmo reside en que no requiere información sobre $\dot{\sigma}$, necesaria para la mayor parte de los algoritmos 2-MD.

5.5. Diseño de los controladores

En esta sección se detalla el procedimiento de diseño de los cuatro controladores por 2-MD y se presentan algunos resultados obtenidos por simulación durante esta etapa de diseño y ajuste de valores. Los valores nominales de los parámetros eléctricos y mecánicos correspondientes al SCEE particular considerado se listan en el [Apéndice A, Sección A.1](#).

En primer lugar, debieron determinarse cotas para las funciones $a(\cdot)$ y $b(\cdot)$, para satisfacer (5.12) y (5.13), ya que las mismas son necesarias para poder sintonizar los algoritmos 2-MD y garantizar su convergencia.

Luego se efectuó el proceso de selección de parámetros, que involucró un análisis detallado de la estructura del sistema, extensas simulaciones y la aplicación de algunos criterios de diseño. Este procedimiento, que permitió establecer los valores de todos los parámetros, se realizó simultáneamente para todos los algoritmos, buscando equiparar algunas características, como el tiempo de convergencia, para comparar otros aspectos de su comportamiento en igualdad de condiciones. Los criterios de selección para el ajuste estuvieron apuntados a mantener tiempos de convergencia similares, buscando luego la reducción del *chattering* y de esfuerzos mecánicos. Se incluyen y comentan aquí algunas curvas obtenidas durante esta etapa, empleando el modelo de diseño de 1 estado dinámico del SCEE. En todas las simulaciones realizadas se consideraron variaciones de los parámetros dentro de rangos acotados y se hicieron pruebas con distintos perfiles de viento.

5.5.1. Determinación de las cotas

Teóricamente, la manera trivial de determinar las cotas, consiste en incluir en (5.1) los términos necesarios para tener en cuenta incertidumbres en los parámetros eléctricos y aerodinámicos del sistema y de la red de distribución, errores de medición y otras perturbaciones, y luego acotar por maximización las funciones a y b obtenidas al propagar los errores. Sin embargo, debe señalarse que las cotas definidas mediante este procedimiento resultan usualmente mucho mayores que lo necesario, inclusive hasta 100 veces mayores ([Levant, 2002](#)). Además de resultar innecesario, el sobredimensionamiento de los parámetros

y ganancias del controlador es desfavorable principalmente debido a que cuanto mayores son los parámetros del controlador, la sensibilidad con respecto a variaciones y perturbaciones aumenta. En la práctica, la manera más adecuada de hallar las cotas es heurística, a través de simulaciones por computadora (Bartolini *et al.*, 1999a,b; Levant, 2002).

En este caso, por lo tanto, las cotas se determinaron a partir de simulaciones sobre el modelo de diseño el SCEE, manteniendo al sistema en la *zona de carga parcial* mediante un control a lazo abierto. En las mismas se incluyeron perturbaciones y variaciones en los parámetros, realizando barridos de valores dentro de los rangos previstos para los mismos de modo de contemplar la mayor cantidad de casos posibles. Se consideraron acotadas, también, las variaciones de la velocidad del viento y de sus derivadas.

En particular, se introdujeron variaciones en las resistencias eléctricas de hasta el $\pm 20\%$ de sus valores nominales, en la tensión de red de hasta un $\pm 15\%$ de la tensión nominal y, en cuanto a la característica aerodinámica, se consideró un error del 10% en los coeficientes de $C_t(\lambda)$.

Como perturbación externa no considerada en el modelo de la planta, se incorporó también una fuerte perturbación aditiva como un par de roce. Se modeló el mismo como una función cuadrática de la velocidad de rotación, con la adición de componente aleatoria, según la expresión:

$$T_{\text{roce}}(t) = c_{tr2} \Omega_r^2(t) + c_{tr1} \Omega_r(t) + T_a(t) \quad (5.38)$$

donde T_a se genera como ruido blanco limitado en banda y representa alrededor del 10% del par de fricción.

Finalmente, luego de haber analizado en detalle la estructura del sistema y realizado las simulaciones acorde a lo descripto, se determinaron los siguientes valores:

$$C = 10 \quad (5.39)$$

$$\Gamma_m = 650 \quad (5.40)$$

$$\Gamma_M = 750 \quad (5.41)$$

los cuales acotan las funciones $a(t, \Omega_r, u)$ y $b(t, \Omega_r, u)$ según lo requerido, en una región alrededor de la superficie de deslizamiento delimitada por $|\sigma| < s_0 = 10 \text{ rad/s}$. Es decir, los controladores por 2-MD serán diseñados para garantizar convergencia al régimen 2-MD y operación robusta con error de seguimiento de velocidad nulo, siempre que las condiciones iniciales estén dentro de dicha región: $(\Omega_{\text{ref}} - 10) < \Omega_r < (\Omega_{\text{ref}} + 10)$ en rad/s .

5.5.2. Selección de los parámetros

Una vez determinadas las cotas de las funciones que componen $\ddot{\sigma}$, se realizó la selección de parámetros. Este proceso iterativo de ajuste se basó en simulaciones empleando el modelo de régimen permanente del SCEE, análisis y evaluaciones de diseño en las condiciones mencionadas. Los valores de los parámetros para cada uno de los controladores fueron determinados teniendo en cuenta las condiciones de convergencia de cada algoritmo y los

objetivos de control deseados, es decir, lograr maximizar la potencia extraída apuntando a reducir el *chattering* en las variables de salida y las oscilaciones de las variables mecánicas. Adicionalmente, se buscó que el tiempo de convergencia fuese del mismo orden en los cuatro casos, estableciendo así un marco para poder comparar los controladores en forma equitativa.

Los valores finales de todos los parámetros se listan a continuación.

Algoritmo con Ley de Variación Definida:

$$\begin{cases} \gamma_{LVD} & = 2 \\ V_{MLVD} & = 0,02 \end{cases} \quad (5.42)$$

Algoritmo Sub-Óptimo:

$$\begin{cases} \beta_{SO} & = 1/2 \\ V_{MSO} & = 0,02 \\ \alpha_{SO}^* & = 1,5 \end{cases} \quad (5.43)$$

Algoritmo *Twisting*:

$$\begin{cases} \Delta_T & = 0,02 \\ r_2 & = 0,02 \\ r_1 & = 0,04 \end{cases} \quad (5.44)$$

Algoritmo *Super-Twisting*:

$$\begin{cases} \rho_{ST} & = 1/2 \\ \alpha_{ST} & = 0,02 \\ \beta_{ST} & = 0,02 \end{cases} \quad (5.45)$$

Una idea comparativa respecto a los tiempos de convergencia de cada algoritmo con las sintonías finales puede obtenerse observando la [Figura 5.2](#), donde se presentan las evoluciones temporales de la variable de deslizamiento $\sigma(t)$ en el recuadro superior, y de su derivada $\dot{\sigma}(t)$ en el recuadro inferior. Debe notarse en la misma que el tiempo en que las variables se anulan es del mismo orden en todos los casos, ya que este fue uno de los criterios tenidos en cuenta al sintonizar los controladores, con la idea de poder comparar los algoritmos en forma justa.

Resulta de interés, también, observar la forma en la que convergen los distintos algoritmos en las condiciones de diseño y en presencia de perturbaciones e incertidumbre acotada. Para ello se muestran, en la [Figura 5.3](#) las trayectorias del sistema controlado en los diferentes casos, correspondientes a cada uno de los cuatro diseños realizados, en la región del origen del plano $\dot{\sigma}$ - σ .

Este gráfico permite efectuar una comparación cualitativa, en forma y amplitudes relativas, de las trayectorias de alcance del régimen 2-MD para los cuatro algoritmos considerados.

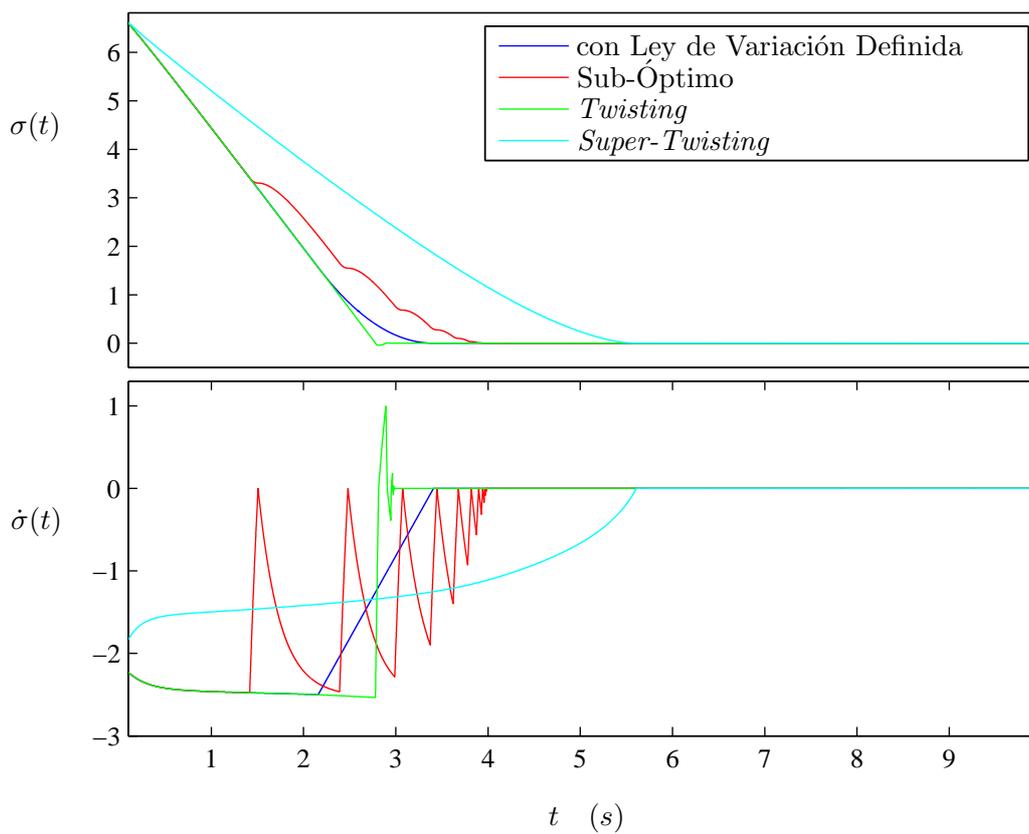


Figura 5.2: Evoluciones temporales de $\sigma(t)$ y $\dot{\sigma}$, comparadas.

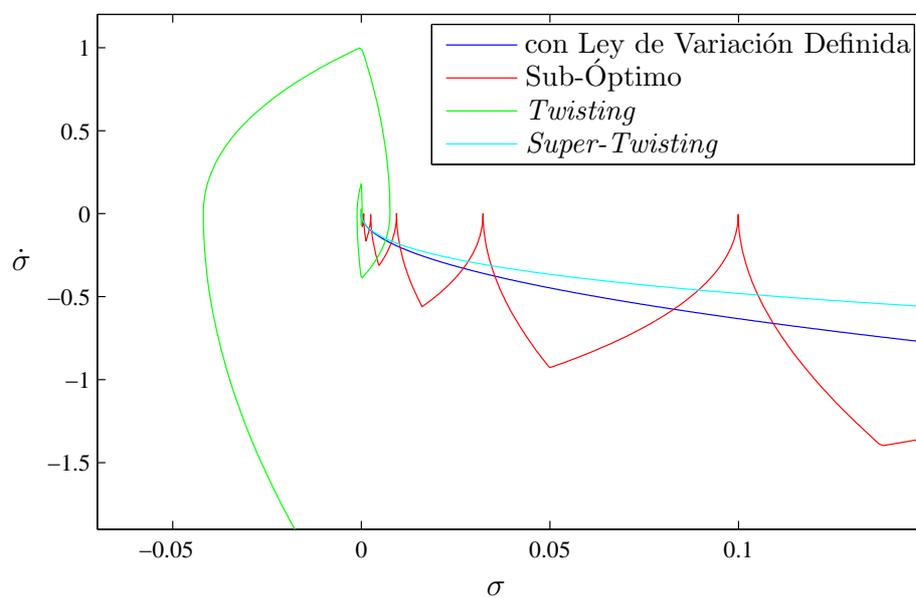


Figura 5.3: Comparación del alcance de la superficie 2-MD en el plano $\dot{\sigma}$ - σ .

Para mayor claridad se muestra a continuación, en la [Figura 5.4](#), el origen del plano de deslizamiento $(\dot{\sigma}, \sigma) = (0, 0)$ en mayor detalle, ilustrando cada una de las curvas por separado. Puede verse que se logra la convergencia de las trayectorias al origen, de manera que el sistema alcanza en todos los casos el régimen 2-MD.

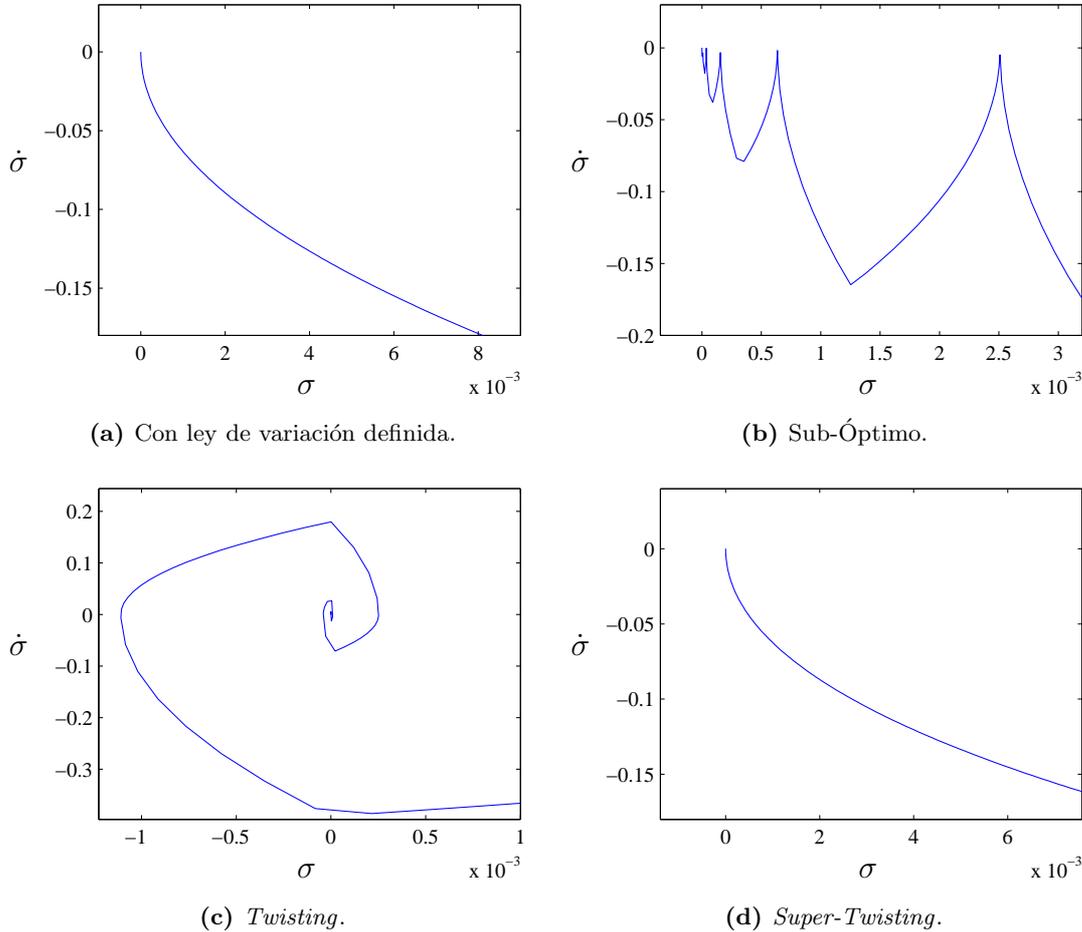


Figura 5.4: Alcance de la superficie 2-MD en el plano σ - $\dot{\sigma}$.

En particular, se observa la convergencia esperada mediante “rebotes” del algoritmo Sub-Óptimo y los giros alrededor del origen característicos del *Twisting*.

En el caso *Super-Twisting*, la elección de los parámetros no resultó en este caso en la forma de convergencia más conocida, girando también en torno al $(0, 0)$, sino que el mismo se alcanzó rápidamente, sin giros apreciables. El comportamiento conocido depende de la relación α_{ST}/β_{ST} , apareciendo al aumentar este cociente. Con motivos ilustrativos se muestra la convergencia de este algoritmo para el SCEE estudiado, con una selección de parámetros elegida a este fin: $\alpha_{ST} = 0, 2$ y $\beta_{ST} = 0, 03$ (ver [Figura 5.5](#)).

Por último, debe notarse que en el caso del algoritmo con Ley de Variación Definida, la convergencia de las trayectorias al régimen 2-MD sigue la forma $\dot{\sigma} = g_{LVD}(\sigma) = -\gamma_{LVD}|\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma)$, para lo cual se muestran ambas juntas en la [Figura 5.6](#). Una vez alcanzada la curva, la trayectoria del sistema sigue la forma de la función de diseño determinada.

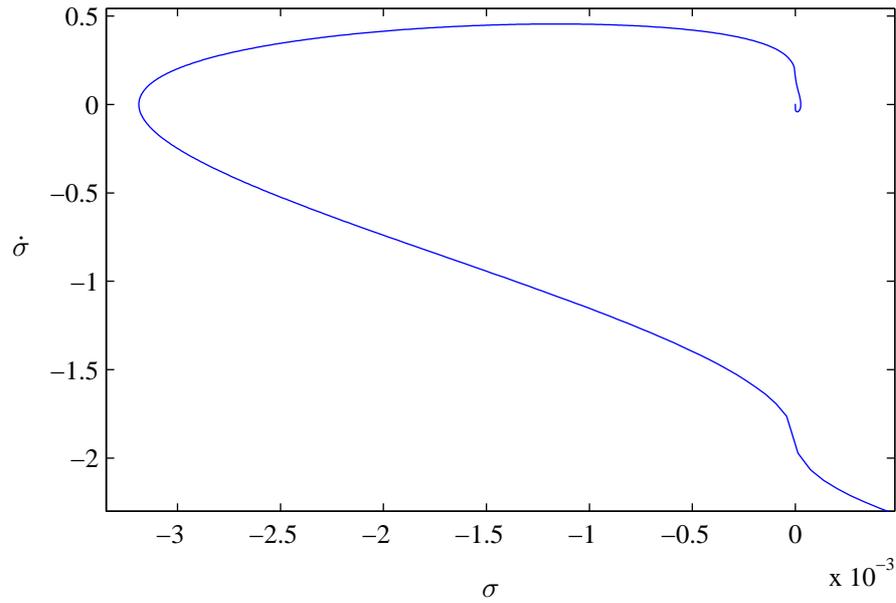


Figura 5.5: Forma característica de convergencia del algoritmo *Super-Twisting*, que aparece para el SCEE controlado al seleccionar los parámetros del algoritmo aumentando la relación α_{ST}/β_{ST} .

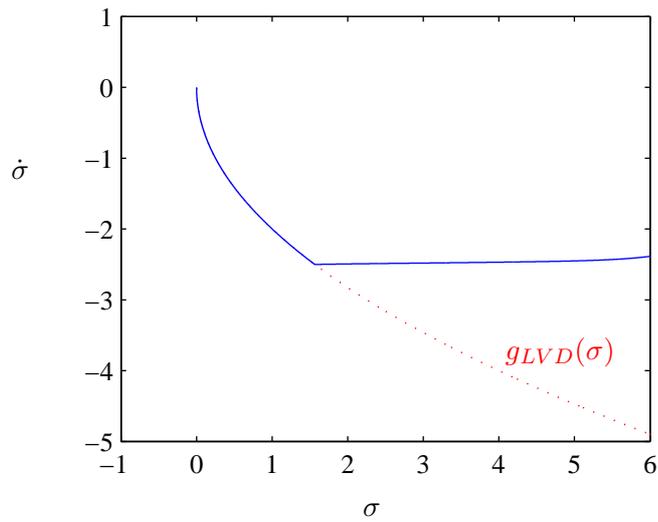


Figura 5.6: Modo de convergencia del algoritmo con Ley de Variación Definida.

5.6. Resultados de simulaciones

Una vez diseñados y probados sobre el modelo reducido, los controladores por 2-MD fueron evaluados y verificados por simulación empleando el modelo dinámico más completo del SCEE, descrito por (3.1), (5.2), (3.45) y (3.54). Las pruebas se realizaron empleando variados perfiles de viento e incluyendo perturbaciones e incertidumbre en los parámetros tal

como se describió en la etapa de diseño, con el objetivo de validar la estrategia de control y el enfoque de diseño.

A continuación se presentan resultados representativos de tales simulaciones, correspondientes al control del SCEE durante 10 minutos, bajo acción del viento cuyas variaciones temporales se muestran en la Figura 5.7.

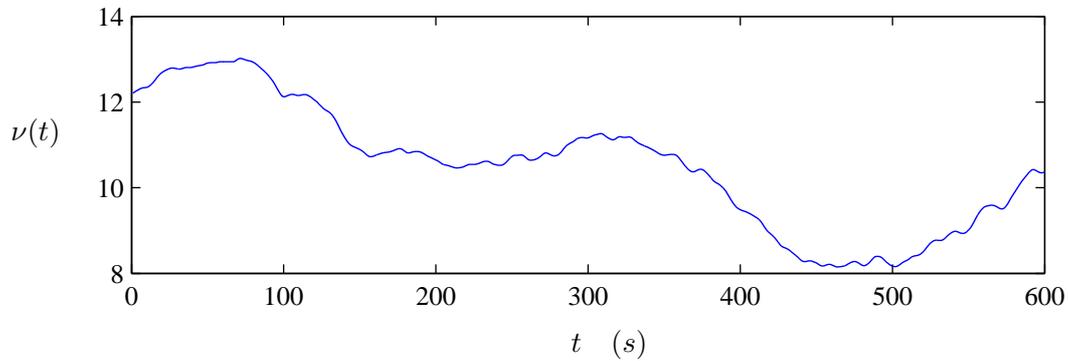


Figura 5.7: Evolución temporal de la velocidad del viento.

En la Figura 5.8 se muestra el origen del plano de deslizamiento $\dot{\sigma}$ - σ y sus cercanías, donde puede verificarse que, si bien la operación en 2-MD no es ideal, el sistema se mantiene operando alrededor, pero extremadamente cerca de la superficie de deslizamiento, $\sigma = \dot{\sigma} = 0$.

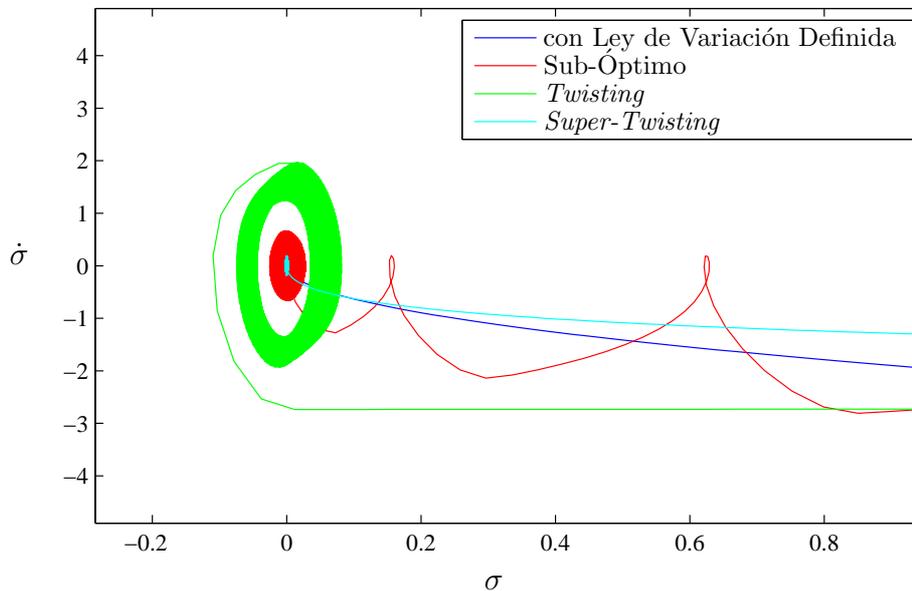


Figura 5.8: Comparación del alcance de la superficie 2-MD en el plano $\dot{\sigma}$ - σ .

Las diferencias que pueden observarse respecto en la convergencia de los distintos algoritmos al emplear el modelo de diseño se debe principalmente al aumento del orden del sistema (de 1 a 5). Sin embargo, aún en el peor caso, correspondiente al controlador basado

en el algoritmo *Twisting*, el error en σ se mantiene por debajo de $0,1\text{rad/s}$. Es decir que el error de seguimiento de velocidad es siempre es menor que $0,1\text{ rad/s}$. Esto puede observarse más claramente en la **Figura 5.9**, donde se muestra la evolución temporal de las variables de deslizamiento $\sigma = \Omega_r - \Omega_{\text{ref}}$ para los cuatro controladores, en un intervalo de tiempo reducido (coincidente) que incluye los instantes de convergencia de todos.

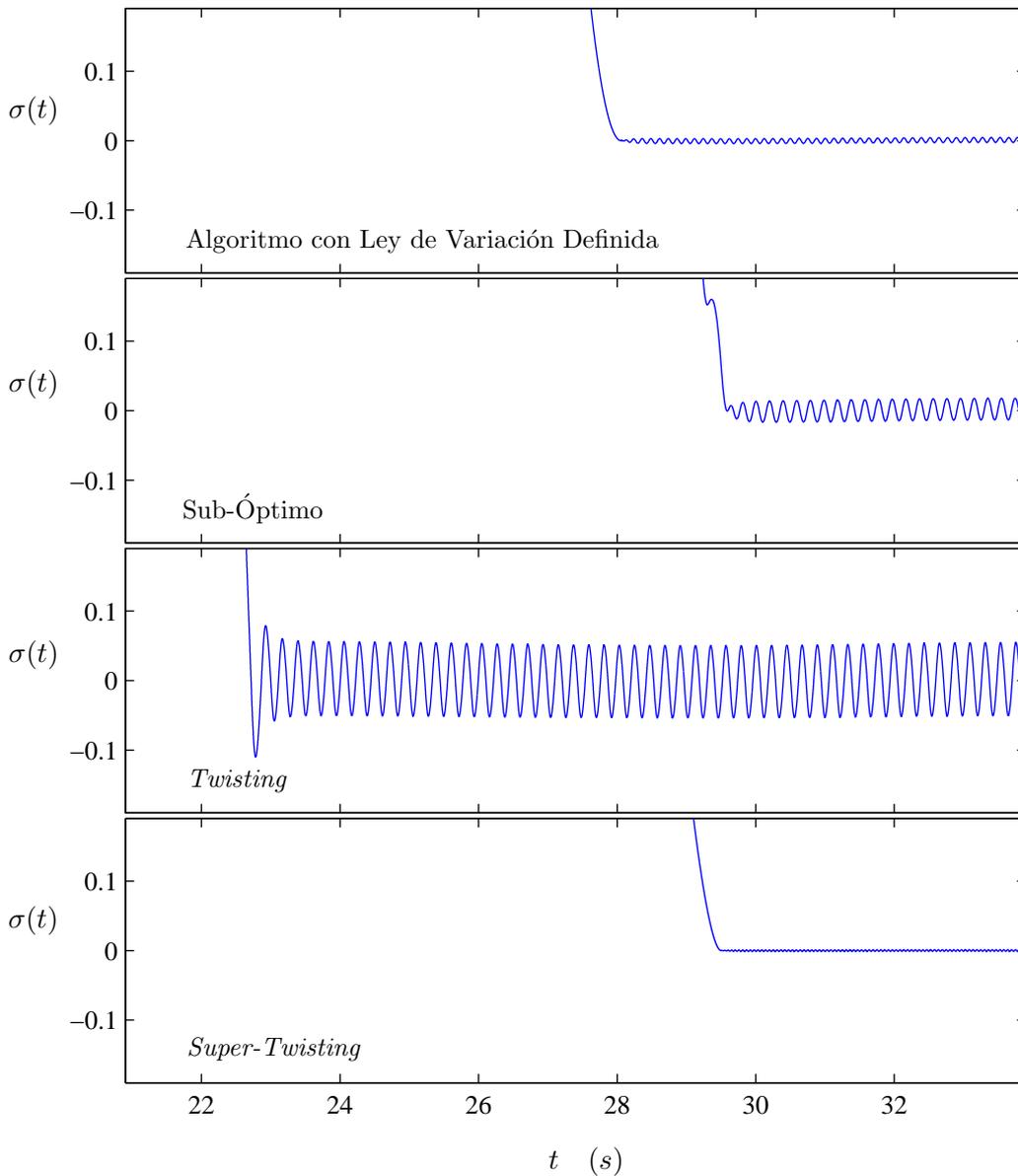


Figura 5.9: Evolución temporal de $\sigma(t)$, en un intervalo que comprende los instantes de convergencia.

Considerando que en la *zona de carga parcial* las velocidades de rotación del rotor del generador del SCEE varían en un rango algo menor que 160 a 340rad/s , el error relativo resulta menor al $0,1\%$ para todos los algoritmos. Siendo que esto es bajo las condiciones

de perturbación e incertidumbre antes detalladas, queda en evidencia la robustez de los controladores por 2-MD que se han diseñado. Entre ellos puede destacarse, además, el mejor comportamiento logrado con los controladores basados en *Super-Twisting* y en el algoritmo con Ley de Variación Definida. En particular, para el *Super-Twisting*, el error de seguimiento no supera $0,001rad/s$.

Las siguientes cuatro figuras muestran las curvas de potencia del SCEE, para cada uno de los controladores probados. Las gráficas presentan, en negro, la potencia disponible en el viento (es decir, $P_{tm\acute{a}x}$, la máxima que puede extraerse) y en verde la potencia extraída en cada instante, P_t . Además, en trazo continuo azul se muestra la parte de esta última que es aprovechada ($P_{generador} = -T_e \Omega_r$) y en línea azul punteada la potencia de pérdidas por roce (se han despreciado las pérdidas eléctricas en las resistencias). En la Figura 5.10 se observa el caso del control por el algoritmo con Ley de Variación Definida, en la Figura 5.11 las curvas correspondientes al Sub-Óptimo, en la Figura 5.12 las del *Twisting* y, por último, en la Figura 5.13 las curvas de potencia del caso *Super-Twisting*.

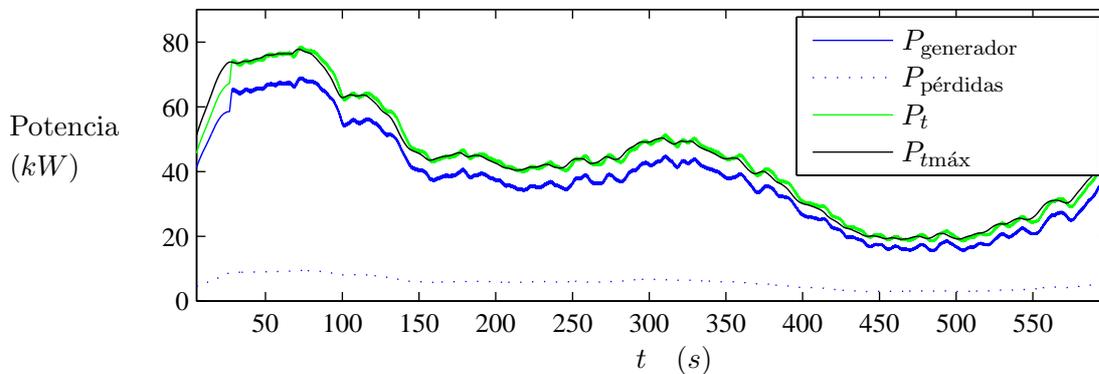


Figura 5.10: Curvas de potencia del SCEE, caso controlador basado en algoritmo con Ley de Variación Definida.

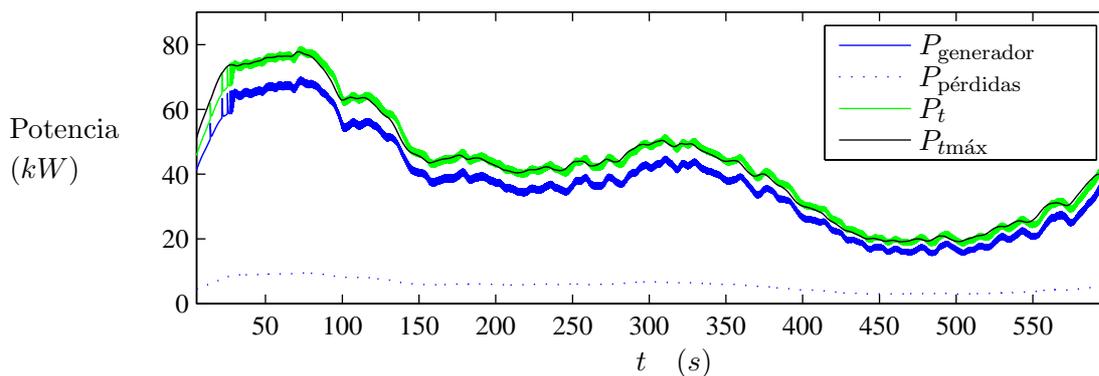


Figura 5.11: Curvas de potencia del SCEE, caso controlador basado en algoritmo Sub-Óptimo.

Como se observa en las imágenes anteriores, los resultados son muy buenos en todos los casos excepto para el controlador basado en *Twisting*, donde se observan oscilaciones muy

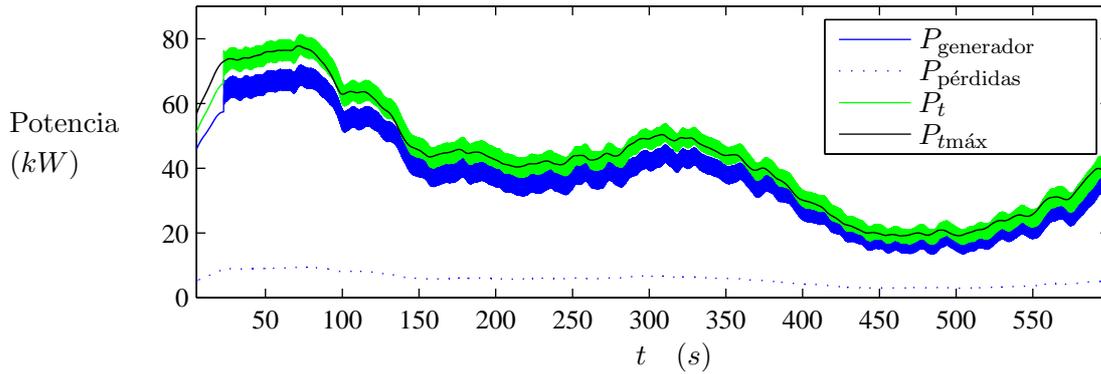


Figura 5.12: Curvas de potencia del SCEE, caso controlador basado en algoritmo *Twisting*.

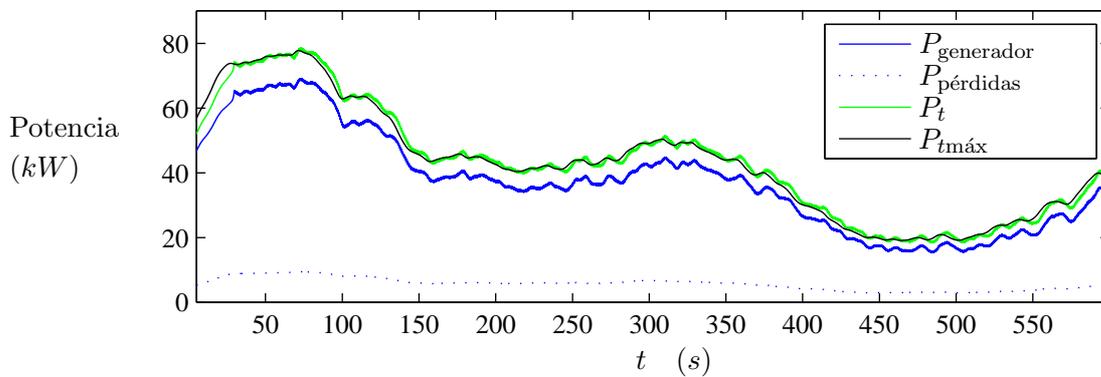


Figura 5.13: Curvas de potencia del SCEE, caso controlador basado en algoritmo *Super-Twisting*.

grandes y por lo tanto, el seguimiento del máximo no es muy exacto.

Puede notarse en las figuras presentadas que durante algunos breves intervalos de tiempo el valor de potencia extraída es mayor que la potencia máxima disponible en el viento. Este comportamiento puede observarse, por ejemplo, en el lapso entre 80 y 100seg de las simulaciones, o entre 120 y 140seg. El motivo del mismo responde a la devolución de energía cinética almacenada en la inercia del sistema en intervalos anteriores (ver las mismas curvas, por ejemplo, en el lapso inicial de las simulaciones hasta 25seg).

Por otro lado, se observa también en las figuras que el valor de potencia nominal del generador es superado en algunos momentos. Esto se debe a la potencia de resbalamiento que es “recuperada” en el rotor, y que constituye una de las ventajas de la configuración de SCEE utilizada. La potencia nominal de una máquina corresponde a la potencia de estator de la misma.

La acción de control de diseño $u = |\cos(\alpha)|$ se muestra para los cuatro controladores en la Figura 5.14. La entrada de control física, el ángulo de disparo α , puede obtenerse a partir de las mismas aplicando simplemente una fórmula matemática (función \cos^{-1} en el segundo cuadrante, es decir $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$).

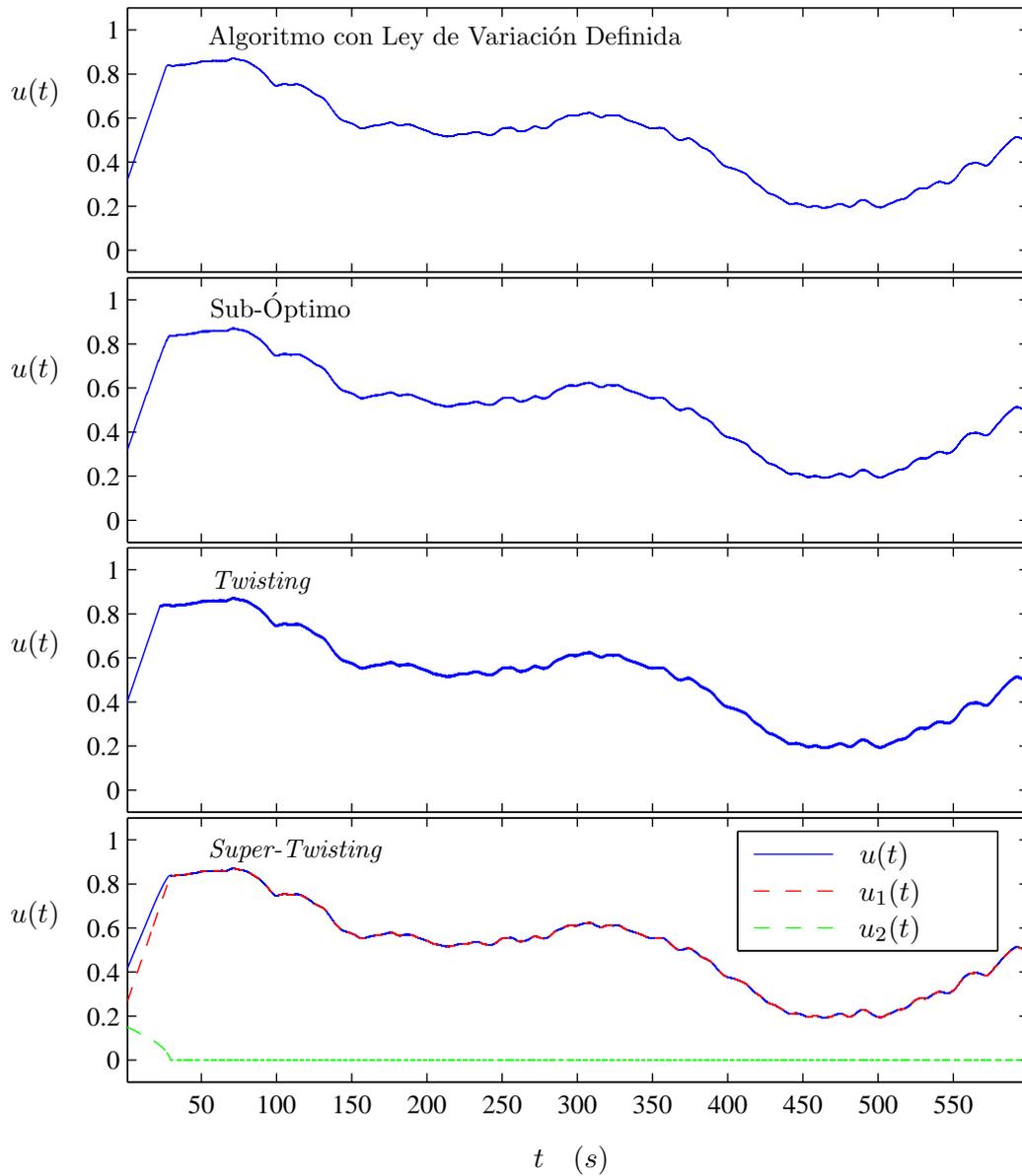


Figura 5.14: Entradas de control $u = |\cos(\alpha)|$ correspondientes a los cuatro controladores. En el caso del *Super-Twisting* se muestran, además, las dos componentes que la forman.

Como puede observarse, las variaciones temporales son muy similares si bien, en detalle, las oscilaciones en el caso del *Twisting* son de amplitud levemente mayor que en los demás casos.

Para el control *Super-Twisting* se han incorporado a la gráfica correspondiente las curvas correspondientes a las 2 componentes que conforman la entrada de control. Queda a la vista que la acción de control final es casi coincidente con la componente integral $u_1(t)$, la cual aporta en forma aproximada el valor promedio de la acción de control necesaria para mantener

el régimen 2-MD. Es decir, $u_1(t)$ tiene un papel semejante al del control equivalente.

En la Figura 5.15 se han graficado el par mecánico generado por el viento (referido al lado del generador), T_t y el par eléctrico resistente del generador, $-T_e$ en recuadros separados para cada uno de los controladores.

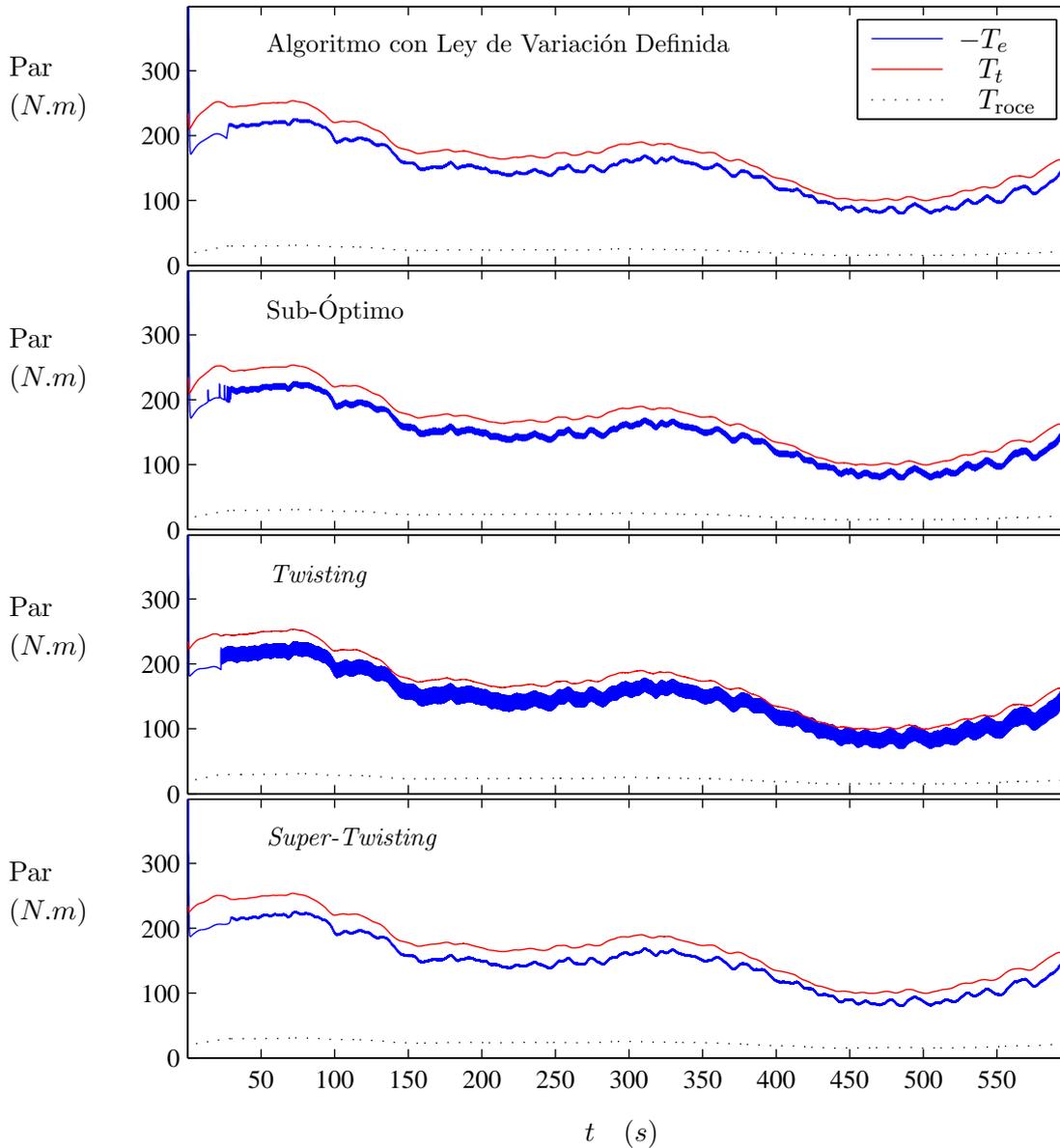


Figura 5.15: Par mecánico generado por el viento, T_t (en rojo), par eléctrico resistente del generador, $-T_e$ (en azul) y par de roce (en negro, línea punteada).

Debe notarse que las oscilaciones del par eléctrico resistente son diferentes en los distintos casos. En el peor de ellos, correspondiente al algoritmo *Twisting*, las oscilaciones máximas llegan hasta un 13%. El mejor desempeño se observa en el caso del algoritmo *Super-Twisting*,

donde la amplitud relativa de las oscilaciones se mantiene por debajo del 1,5%, demandando menores esfuerzos mecánicos que en los demás casos. Puede observarse, también, la diferencia entre T_t y $-T_e$, debida al par de roce, T_{roce} , que se ha incluido en cada uno de los recuadros en línea negra de puntos.

Por último, a modo ilustrativo, se muestran en la Figura 5.16 las corrientes eléctricas de estator y rotor de la máquina, en el marco de referencia $d - q$. Puede notarse, aquí también, las líneas más angostas en los casos de los algoritmos con Ley de Variación Definida y *Super-Twisting*, indicando oscilaciones más pequeñas.

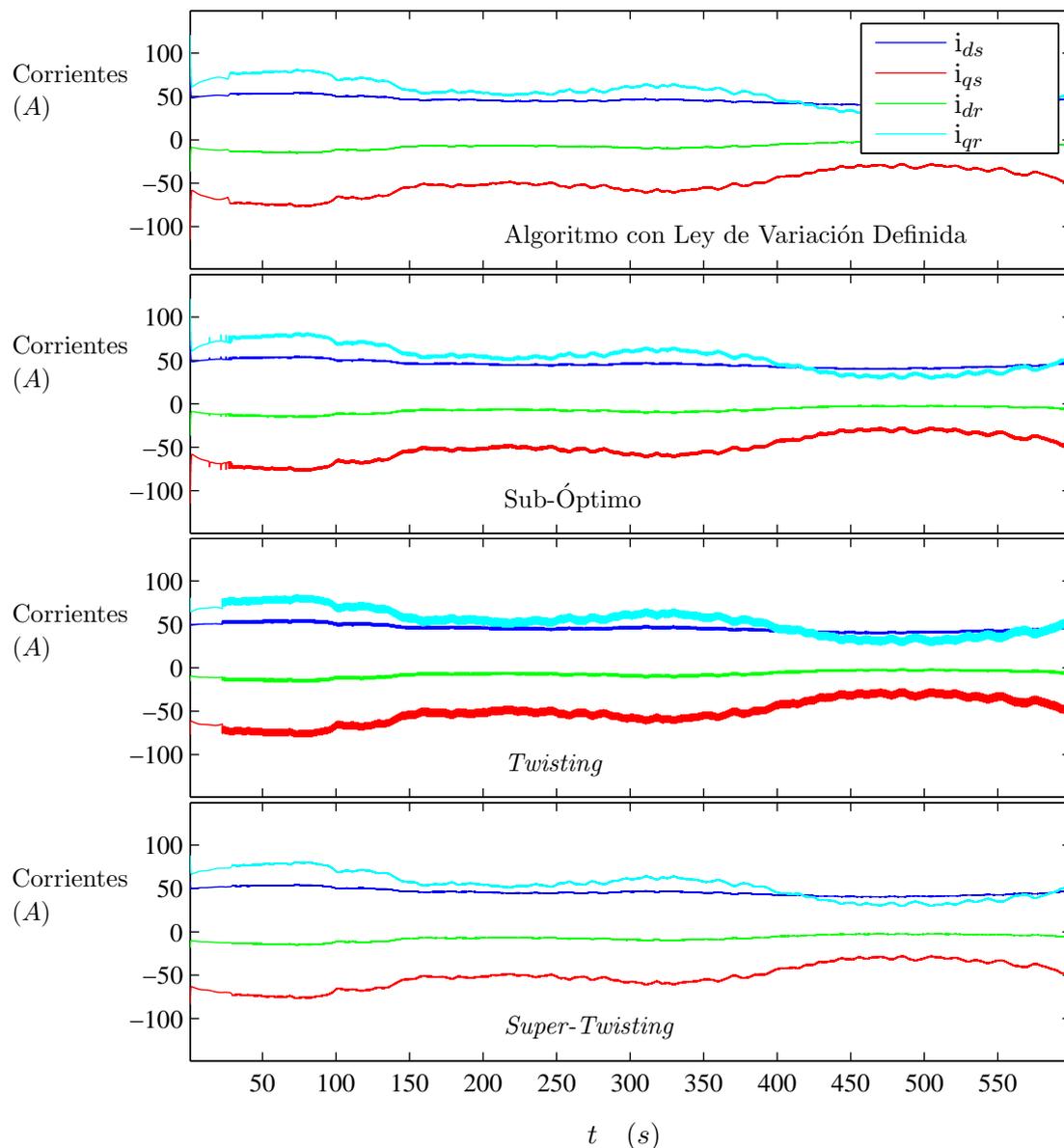


Figura 5.16: Corrientes eléctricas en marco de referencia $d - q$, para los cuatro controladores.

5.7. Conclusiones

En este capítulo se propuso estudiar la viabilidad y evaluar el comportamiento de la aplicación de algoritmos 2-MD al control de SCEE, como mejora del control por 1-MD y otras propuestas. Para ello se seleccionó como caso de estudio un SCEE de velocidad variable conectado a red, basado en un GIDA en configuración tipo *Kramer drive* estático, que permite recuperar la potencia de resbalamiento.

Con el objetivo de maximizar la potencia extraída de la turbina en la *zona II* del rango de operación, la estrategia de control consistió en realizar el seguimiento de una referencia de velocidad, llevando al sistema a operar en los puntos de trabajo óptimos, buscando no generar esfuerzos mecánicos excesivos que generan fatiga y deterioro del sistema. Con este fin se estudiaron, diseñaron y analizaron los desempeños de 4 controladores basados en los algoritmos 2-MD con Ley de Variación Definida, Sub-Óptimo, *Twisting* y *Super-Twisting*.

Durante el proceso de diseño fue empleado un modelo simplificado de dimensión 1 del SCEE, considerando únicamente la dinámica dominante, mecánica. Esta etapa involucró el estudio detallado del problema y la evaluación de las perturbaciones, errores e incertidumbres de aparición común durante la operación del sistema y la realización y análisis de simulaciones. Debieron encontrarse cotas constantes para dos funciones requeridas por el método de diseño de los algoritmos 2-MD, así como sintonizar los valores de todos sus parámetros. Es importante tener en cuenta que el hallazgo teórico de las cotas suele dar resultados innecesariamente grandes, por lo que es común, razonable y altamente recomendado determinar dichas cotas en forma heurística, a través de simulaciones por computadora. Debe destacarse que, si bien el proceso de encontrar estas cotas y sintonizar los parámetros no resultó sencillo, debe ser realizado una única vez, durante esta etapa.

Finalmente, los controladores fueron probados sobre el modelo completo del SCEE, en condiciones realistas de funcionamiento (en presencia de perturbaciones, errores de medición e incertidumbre en los parámetros del sistema). Los resultados obtenidos fueron muy buenos en general.

Una evaluación completa de los resultados permite destacar como mejores opciones a los controladores basados en los algoritmos con Ley de Variación Definida y *Super-Twisting*. Además de lograr el objetivo de control, ambos son sencillos, de bajo costo computacional durante la operación online y presentan entradas de control suaves que no generan esfuerzos mecánicos excesivos. Comparando entre ambos, debe señalarse la ventaja adicional del *Super-Twisting* de no requerir información de ninguna derivada de $\sigma(t)$ durante el funcionamiento, en tanto que el con Ley de Variación Definida requiere conocer $\dot{\sigma}$ y calcular el valor de $g_{LVD}(\sigma)$ en cada instante.

Capítulo 6

Control de potencia para GIDA con convertidor unidireccional. Variantes de *Super-Twisting* por Lyapunov

6.1. Introducción

En el capítulo anterior se evaluó la aplicación de cuatro algoritmos 2-MD para maximizar la potencia extraída del viento en un SCEE a través de un control de seguimiento de velocidad. Los resultados obtenidos en los cuatro casos fueron muy satisfactorios, destacándose el controlador basado en el algoritmo *Super-Twisting*. El mismo, además de ser de estructura sencilla y de bajo costo computacional durante el funcionamiento, permitió alcanzar el objetivo de control en forma robusta (frente a perturbaciones, errores de medición, incertidumbre en los parámetros e incluso ante el aumento del orden del sistema), casi sin *chattering* y sin esfuerzos mecánicos excesivos. La mayor dificultad consistió en determinar en forma adecuada las cotas necesarias para garantizar la convergencia en forma rigurosa. Al usar estos métodos en general (y así fueron realizados los controladores propuestos), las cotas se hallan en forma heurística y restringiendo la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento. Concretamente, los controladores desarrollados fueron diseñados para operar en la región determinada por $(\Omega_{\text{ref}} - 10) < \Omega_r < (\Omega_{\text{ref}} + 10)$ en *rad/s*.

Por las razones mencionadas, en este capítulo se desarrolla una estrategia de control para el mismo SCEE basada en una variante del algoritmo *Super-Twisting* que posee ganancias variables. Estas se van ajustando según sea necesario para lidiar con las perturbaciones y mantener al sistema operando en 2-MD. El método de diseño en este caso se basa en el trabajo presentado recientemente por [Dávila, Moreno, y Fridman \(2009\)](#), que emplea técnicas de Lyapunov para garantizar la convergencia y el régimen 2-MD. La motivación del uso de este algoritmo para el control del SCEE es, fundamentalmente, la característica adaptiva

de sus ganancias. En estas condiciones es esperable poder controlar al sistema en un rango de operación más amplio, manteniendo las ganancias en valores adecuados y la robustez característica de los 2-MD y del *Super-Twisting* y logrando, además, un desempeño mejorado con respecto a los esfuerzos mecánicos provocados al aplicar un control de ganancias fijas en un rango comparable de operación.

Dado que este método presenta características de diseño muy diferentes respecto del método original, un segundo controlador es desarrollado en este capítulo con fines comparativos. El mismo emplea una ley de control coincidente con la del algoritmo *Super-Twisting* original, de ganancias constantes, pero se diseña en base a la teoría de Lyapunov, en condiciones similares a la propuesta de ganancias variables.

Los dos algoritmos se aplican al control del SCEE de velocidad variable conectado a red basado en un GIDA en configuración tipo KDE, como en el capítulo anterior. También aquí se busca maximizar la potencia de conversión en la zona *II* del rango de operación en base a una estrategia de seguimiento de la velocidad de referencia óptima. En esta propuesta, también se emplea para la etapa de diseño un modelo simplificado del sistema electromecánico. La simplificación, en este caso, consiste en utilizar una aproximación del modelo de régimen permanente del GIDA tipo KDE.

La convergencia del algoritmo 2-MD se prueba por Lyapunov para las dos variantes consideradas, estableciendo condiciones para diseñar las ganancias y parámetros de los controladores. La verificación de tales condiciones, diferentes en ambos casos, garantiza la llegada a la superficie de deslizamiento en tiempo finito y la operación en 2-MD en forma robusta, considerando variaciones en los parámetros del sistema dentro de ciertos rangos y perturbaciones externas acotadas.

El contenido de este capítulo se desarrolla en base a los resultados presentados y publicados en los anales de un congreso ([Evangelista et al., 2010c](#)) y a los presentados en un trabajo más completo aceptado recientemente para su publicación en revista:

Evangelista C., Puleston P., Valenciaga F. y Fridman L., “Lyapunov Designed *Super-Twisting* Sliding Mode Control for Wind Energy Conversion Optimization”. *IEEE Trans. Industrial Electronics*. Aceptado en enero 2012.

6.2. Modelo para el diseño

Como se introdujo en la [Sección 6.1](#), en este capítulo se diseñan dos controladores para un SCEE semejante al del capítulo anterior. El mismo es de velocidad variable y está basado en un GIDA conectado a red, en una configuración con recuperación de potencia de resbalamiento del tipo KDE. Tal como se mencionó previamente, los controladores se diseñan sobre un modelo de la planta de orden reducido y se verifican luego empleando un modelo más completo.

Dado que los métodos en estas propuestas se basan en disponer de un modelo dinámico afín en el control, se realizan dos simplificaciones que permiten obtener el mismo para el

SCEE. La primera consiste en considerar únicamente la dinámica no lineal dominante de dimensión 1 (al igual que en la propuesta del capítulo anterior). Luego, dicha dinámica es aproximada por un modelo también no lineal pero afín en el control.

Para desarrollar esta idea, se repiten a continuación las ecuaciones nominales de la dinámica dominante, es decir, la de la velocidad de rotación mecánica del rotor del generador, Ω_r , utilizando la descripción del par en régimen permanente:

$$\dot{\Omega}_r(\Omega_r, \nu(t), u) = \frac{1}{J} (T_t(\Omega_r, \nu(t)) + T_e(\Omega_r, u)) \quad (6.1)$$

$$T_t(\Omega_r, \nu(t)) = \frac{1}{k_{gb}} \frac{1}{2} \rho \pi R^3 C_t \left(\frac{\Omega_r R}{k_{gb} \nu} \right) \nu^2 \quad (6.2)$$

$$T_e(\Omega_r, u) = \frac{3V_s^2 R'_{eq}/s}{\Omega_s [(R_s + R'_{eq}/s)^2 + w_s^2 (L_{ls} + L'_{lr})^2]} \quad (6.3)$$

$$R'_{eq}/s = \frac{sR'_{rf} + n_{12}^2 u^2 R_s - n_{12} u \sqrt{(sR_s + R'_{rf})^2 + (s^2 - n_{12}^2 u^2) w_s^2 (L_{ls} + L'_{lr})^2}}{s^2 - n_{12}^2 u^2}$$

donde T_t es el par mecánico de la turbina referido al lado de alta velocidad (cuyo coeficiente de par se ha modelado como en el capítulo previo, (5.3)), T_e el par eléctrico resistente del generador y J la inercia de las partes rotantes en conjunto. Nuevamente por simplicidad matemática, se considera $u = |\cos(\alpha)|$ como acción de control para el proceso de diseño (ya que el par del generador T_e se modifica a través de α).

Con el fin de obtener la simplificación del modelo según se describió, la expresión de par eléctrico del generador (6.3) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} T_e(\Omega_r, u) &= \frac{3V_s'^2 n_{12}}{\Omega_s R'_{rf}} u + \frac{3V_s'^2}{\Omega_s R'_{rf}} \left(1 - \frac{\Omega_r}{\Omega_s} \right) + \Delta T_e(\Omega_r) \\ &= \underbrace{B_1 u + T_{e_1}(\Omega_r)}_{\text{aprox. afín en } u} + \Delta T_e(\Omega_r) \end{aligned} \quad (6.4)$$

donde se han definido el factor constante $B_1 = 3V_s'^2 n_{12}/(\Omega_s R'_{rf})$ y las funciones de Ω_r : $T_{e_1}(\Omega_r) = 3V_s'^2 (1 - \Omega_r/\Omega_s)/(\Omega_s R'_{rf})$, y $\Delta T_e(\Omega_r)$. De esta manera se ha separado la expresión de T_e en dos términos que constituyen una aproximación al mismo de forma afín en el control y un tercer término, ΔT_e , que tiene en cuenta las diferencias restantes.

En la zona de operación de la máquina (región donde el par de la máquina es menor o igual que el nominal) el término ΔT_e se mantiene relativamente pequeño y, en consecuencia, la descripción afín en el control resulta una buena aproximación para T_e . Esto puede observarse en la Figura 6.1, en la cual se muestran las rectas correspondientes a tal aproximación para algunos valores de u (en verde) junto con las curvas del modelo de 1 estado (en bordó). En esta figura se muestran, además, las características de par mecánico de la turbina vs. velocidad de rotación correspondientes a distintas velocidades de viento ($T_t(\Omega_r, \nu)$ vs. $\Omega_r = k_{gb} \Omega_t$, en azul), y la curva de puntos donde se obtiene la máxima generación de potencia, es decir, aquéllos para los cuales $C_p(\lambda) = C_{p\text{máx}}$, y $\Omega_t = \nu \lambda_{\text{ópt}}/R$ ($T_t(\Omega_{\text{ref}}, \nu)$ vs. $\Omega_r = k_{gb} \nu \lambda_{\text{ópt}}/R$, en negro).

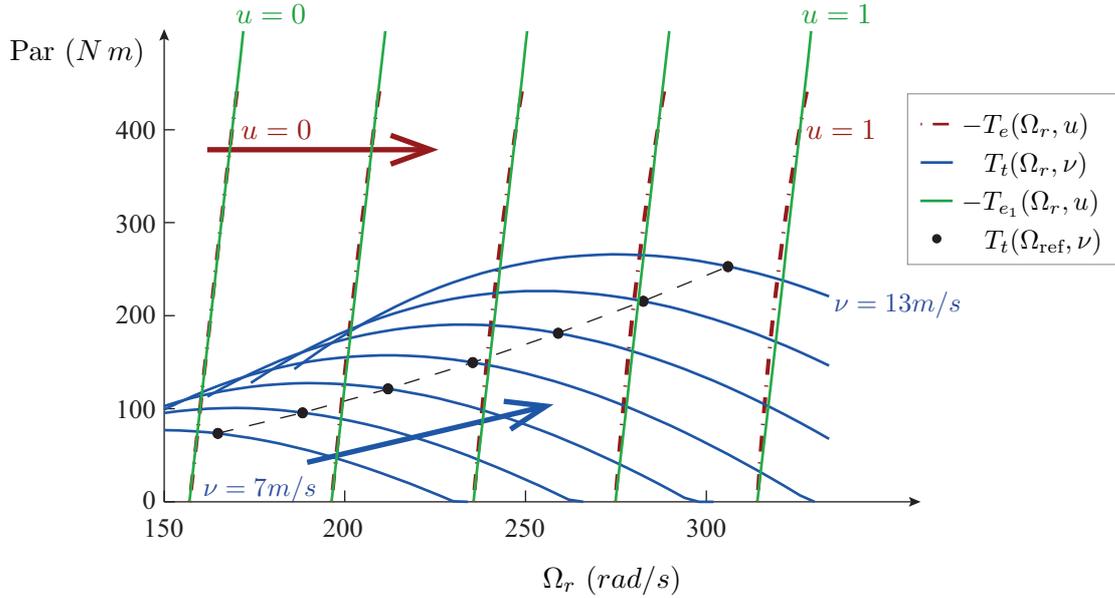


Figura 6.1: Características de par del SCEE: $-T_e$ vs. Ω_r para varios valores de u (en bordó) y T_t vs. Ω_r para distintas velocidades de viento (en azul). Aproximación afín en el control $-T_{e_1}$ vs. Ω_r (en verde). Puntos de máxima potencia capturada según la velocidad del viento (en negro).

Por lo tanto, empleando la aproximación afín en lugar de (6.3) y agregando un término $p_e(\Omega_r, t)$ para considerar roce no modelado, incertidumbres y otras perturbaciones, la ecuación (6.1), que describe la dinámica del SCEE, resulta en:

$$\dot{\Omega}_r(\Omega_r, \nu(t), u) = \frac{B_1}{J}u + \frac{1}{J} \left(T_t(\Omega_r, \nu(t)) + T_{e_1}(\Omega_r) \right) + \left(p_e(\Omega_r, t) + \frac{1}{J} \Delta T_e(\Omega_r) \right) \quad (6.5)$$

6.3. Diseño de los controladores, componente común: control equivalente

El primer paso en el diseño de los controladores consiste en la selección de una variable de deslizamiento adecuada, plasmando en la misma el objetivo de control deseado. De manera concreta, el mismo se resume en maximizar la potencia capturada a través de controlar la velocidad de giro del rotor del generador para mantener $\Omega_r = \Omega_{\text{ref}} = k_{gb} \lambda_{\text{ópt}} \nu / R$, es decir, $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$, y $C_p(\lambda) = C_{p\text{máx}}$, para todas las velocidades de viento en la zona de carga parcial.

La búsqueda de una representación afín (aproximada) para el par del generador fue motivada por los métodos de diseño propuestos, que requieren poder expresar la dinámica deslizante en la forma regular, tal como se verá a continuación. Con ello en mente, el objetivo de control se plasma eligiendo la siguiente variable de deslizamiento:

$$\sigma = \frac{J}{B_1} (\Omega_r - \Omega_{\text{ref}}(t)) \quad (6.6)$$

Así, con la inclusión del factor J/B_1 y definiendo $k_o = k_{gb}\lambda_{\text{ópt}}/R$, la derivada temporal de la variable de deslizamiento tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= \frac{J}{B_1}\dot{\Omega}_r - \frac{Jk_o}{B_1}\dot{\nu} \\ &= u + \frac{1}{B_1}\left(T_t(\Omega_r, \nu) + T_{e_1}(\Omega_r) - Jk_o\dot{\nu}\right) + \frac{1}{B_1}\left(p_e(\Omega_r, t) + \Delta T_e(\Omega_r)\right)\end{aligned}\quad (6.7)$$

Puede hacerse entonces el cambio de variables $\sigma = B_1/J(\Omega_r - \Omega_{\text{ref}})$, de modo que la ecuación dinámica del sistema controlado corresponde a la derivada de la variable σ , la cual queda expresada en la forma regular:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma} &= u + \underbrace{\frac{1}{B_1}\left(T_t\left(\frac{B_1}{J}\sigma + k_o\nu, \nu\right) + T_{e_1}\left(\frac{B_1}{J}\sigma + k_o\nu\right) - Jk_o\dot{\nu}\right)}_{A(\sigma, t)} + \\ &\quad + \underbrace{\frac{1}{B_1}\left(p\left(\frac{B_1}{J}\sigma + k_o\nu, t\right) + \Delta T_e\left(\frac{B_1}{J}\sigma + k_o\nu, t\right)\right)}_{\Lambda(\sigma, t)}\end{aligned}\quad (6.8)$$

$$= u + A(\sigma, t) + \Lambda(\sigma, t)\quad (6.9)$$

Puede notarse que la función $A(\sigma, t)$ representa la parte nominal o no perturbada del modelo de diseño, en tanto que $\Lambda(\sigma, t)$ tiene en cuenta errores de medición y de modelado, incertidumbre en los parámetros y perturbaciones externas.

En estas condiciones, se propone una acción de control de dos componentes:

$$u = u_{eq} + \tilde{u}\quad (6.10)$$

donde \tilde{u} se diseña en base al algoritmo *Super-Twisting* (para ambos controladores) y u_{eq} es el control equivalente para (6.6).

Los dos diseños propuestos para la componente \tilde{u} son desarrollados en las siguientes secciones. En el primero de ellos, \tilde{u} tiene una estructura similar a la del *Super-Twisting* pero sus ganancias son variables, es diseñado en base a Lyapunov y es empleado con la idea de que sus características adaptivas resulten beneficiosas con respecto al *chattering* y a los esfuerzos mecánicos que se aplican al eje. En la segunda propuesta se utiliza el algoritmo *Super-Twisting* en su forma original pero empleando un método de diseño basado en Lyapunov similar al del primer caso.

En cuanto a la componente u_{eq} , si bien el control equivalente es un concepto que tiene sentido únicamente sobre la superficie y durante el régimen deslizante, su uso como parte de la acción de control ha aparecido en diversas aplicaciones en la literatura. Este término continuo aporta la mayor parte del esfuerzo de control cuando se opera sobre la superficie de deslizamiento, de manera que la componente restante, \tilde{u} (en un caso general diseñada por 2-MD, no necesariamente continua), debe inicialmente garantizar la convergencia pero, una vez sobre la superficie, le queda únicamente lidiar con las perturbaciones e incertidumbre. Así, en el caso ideal de estar operando en 2-MD sin perturbaciones ni errores de ningún tipo, será la

acción de control continua u_{eq} quien mantenga al sistema en tal situación ($\sigma = \dot{\sigma} = 0$). Luego, es esperable que el uso del término u_{eq} disminuya el esfuerzo de control que debe aportar el término \tilde{u} y por lo tanto, el conjunto de ambas componentes puede resultar tan robusto como el algoritmo 2-MD utilizado para diseñar \tilde{u} , pero con menor *chattering*.

La expresión de u_{eq} se calcula a partir de la ecuación de la dinámica deslizante sin perturbar, es decir, (6.9) con $\Lambda(\sigma, t) = 0$. Se obtiene despejando u de la ecuación algebraica $\dot{\sigma} = 0$, sobre la superficie de deslizamiento, es decir, con $\sigma = 0$. Resulta por lo tanto:

$$u_{eq} = -A(0, t) = \frac{Jk_o \dot{\nu} - T_t(k_o \nu, \nu) - T_{e_1}(k_o \nu)}{B_1} \quad (6.11)$$

Con esta expresión para el control equivalente, si se controla el sistema con (6.10), la dinámica deslizante puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= u_{eq} + \tilde{u} + A(\sigma, t) + \Lambda(\sigma, t) \\ &= \tilde{u} + \tilde{\Lambda}(\sigma, t) \end{aligned} \quad (6.12)$$

donde $\tilde{\Lambda}(\sigma, t) = A(\sigma, t) - A(0, t) + \Lambda(\sigma, t)$, que agrupa las perturbaciones, incertidumbre y errores junto con la parte del modelo nominal fuera de la superficie de deslizamiento, es decir, para $\sigma \neq 0$. Con este conjunto de variaciones deberá lidiar la componente \tilde{u} , manteniendo $\tilde{\Lambda}(\sigma, t) = 0$.

Luego, para diseñar la componente \tilde{u} se expresa $\tilde{\Lambda}(\sigma, t)$ como la suma de dos términos:

$$\begin{cases} \tilde{\Lambda}_2(t) &= \tilde{\Lambda}(0, t) \\ \tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) &= \tilde{\Lambda}(\sigma, t) - \tilde{\Lambda}(0, t) \end{cases} \quad (6.13)$$

de modo que $\tilde{\Lambda}(\sigma, t) = \tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) + \tilde{\Lambda}_2(t)$, y $\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t)$ es nula cuando $\sigma = 0$.

Los dos procedimientos de diseño propuestos para \tilde{u} se basan en funciones que acotan, de forma particular según el método, la función $\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t)$ y la derivada temporal de $\tilde{\Lambda}_2(t)$.

6.4. Diseño de \tilde{u} con ganancias variables

En este caso, la componente \tilde{u} tiene una forma análoga a la del *Super-Twisting* original, excepto que se incluye en cada término una ganancia variable, función de la variable de deslizamiento y del tiempo:

$$\tilde{u} = -k_{v_1}(\sigma, t)\phi_{v_1}(\sigma) - \int_0^t k_{v_2}(\sigma, \tau)\phi_{v_2}(\sigma)d\tau \quad (6.14)$$

donde las ganancias variables $k_{v_1}(\sigma, t)$ y $k_{v_2}(\sigma, t)$ se determinan para garantizar convergencia por Lyapunov en tiempo finito, como se mostrará más adelante, y las funciones ϕ_{v_i} se definen

como:

$$\phi_{v_1}(\sigma) = k_c |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \quad (6.15)$$

$$\phi_{v_2}(\sigma) = \frac{d}{d\sigma} \phi_{v_1}(\sigma) \phi_{v_1}(\sigma) = \frac{k_c^2}{2} \text{sign}(\sigma) \quad (6.16)$$

Debe notarse que este algoritmo responde a la forma del *Super-Twisting* original dada en la Sección 5.4.4, restringiendo la operación a una región dada por $|\sigma| \leq s_0$ para algún s_0 y haciendo $\alpha_{ST} = k_{v_1} k_c$, y $\beta_{ST} = k_{v_2} k_c^2/2$, con $\rho_{ST} = 1/2$.

El controlador de esta propuesta se ha desarrollado a partir del enfoque teórico presentado en (Dávila *et al.*, 2009), reelaborando el mismo en base al análisis de las características y problemáticas del SCEE y de los objetivos de control deseados. En este contexto, se decidió no incluir en la ley de control (6.14) un término lineal en σ existente en el enfoque teórico mencionado, ya que se consideró innecesario el uso del mismo en esta aplicación. Por otro lado, se han incluido factores constantes que actúan multiplicando las ganancias variables del sistema (k_c y $k_c^2/2$ en cada caso). Esto permite disponer de un grado de libertad adicional al sintonizar el controlador y mejorar su desempeño si sus valores son seleccionados en forma adecuada.

Como puede observarse, la componente de control \tilde{u} posee un término integral que aumenta en 1 el orden del sistema controlado. Puede hacerse entonces un nuevo cambio de variables definiendo un nuevo estado $z_v = -\int_0^t k_{v_2}(\sigma, \tau) \phi_{v_2}(\sigma) d\tau + \tilde{\Lambda}_2(t)$, de modo que la dinámica del sistema (6.12) con el control (6.14)-(6.16) incluido, puede expresarse a través de las ecuaciones de estado:

$$\begin{cases} \dot{\sigma} &= -k_{v_1} \phi_{v_1}(\sigma) + z_v(\sigma, t) + \tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) \\ \dot{z}_v &= \frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_2(t) - k_{v_2} \phi_{v_2}(\sigma) \end{cases} \quad (6.17)$$

A continuación, tras el estudio detallado de la estructura, características y comportamiento del sistema perturbado y con incertidumbre, deben encontrarse cotas para las componentes de $\tilde{\Lambda}(\sigma, t)$. Estas cotas no son constantes sino funciones positivas $\varrho_1(\sigma, t)$ y $\varrho_2(\sigma, t)$ que verifiquen:

$$|\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t)| \leq \varrho_1(\sigma, t) |\phi_{v_1}(\sigma)| = \varrho_1(\sigma, t) k_c |\sigma|^{1/2} \quad (6.18)$$

$$\left| \frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_2(t) \right| \leq \varrho_2(\sigma, t) |\phi_{v_2}(\sigma)| = \varrho_2(\sigma, t) \frac{k_c^2}{2} \quad (6.19)$$

Luego deben seleccionarse cinco constantes de diseño $\epsilon > 0$, $p_1 > 0$, $p_3 > 0$, p_2 tal que $p_1 p_3 > p_2^2$, y δ_v positiva, arbitraria y pequeña. La convergencia en tiempo finito, la operación en 2-MD y la robustez ante las perturbaciones, errores e incertidumbre que hayan sido considerados al determinar las funciones cota (y que, por lo tanto, no dejen de cumplir (6.18)-(6.19)) quedan garantizados por el método de Lyapunov (la prueba se presenta en la

Sección 6.4.1) si las ganancias variables se calculan como:

$$k_{v_1}(\sigma, t) = \delta_v + \frac{p_3}{p_1 p_3 - p_2^2} \left[\frac{-1}{4(p_2 + \epsilon)} (p_3 \varrho_2 - p_2 \varrho_1)^2 - \frac{p_1 p_2}{p_3} + p_1 \varrho_1 - p_2 \varrho_2 + \epsilon \right] \quad (6.20)$$

$$k_{v_2}(\sigma, t) = \frac{p_1}{p_3} - \frac{p_2}{p_3} k_{v_1}(\sigma, t) \quad (6.21)$$

Notar que se han omitido los argumentos de las funciones $\varrho_1(\sigma, t)$ y $\varrho_2(\sigma, t)$ en las expresiones de las ganancias, para clarificar visualmente las mismas.

6.4.1. Prueba de convergencia

Para probar la convergencia del algoritmo empleando la teoría de Lyapunov, se propone la siguiente función de los estados (6.17):

$$V(\sigma, z_v) = \zeta^T \mathbf{P} \zeta \quad (6.22)$$

Esta función candidata de Lyapunov corresponde a una forma cuadrática con:

$$\zeta = \begin{bmatrix} \phi_{v_1}(\sigma) \\ z_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_c |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \\ z_v \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \\ p_2 & p_3 \end{bmatrix} > 0 \quad (6.24)$$

si p_1 y p_3 son constantes mayores que cero y se verifica $p_1 p_3 > p_2^2$. En estas condiciones, la función (6.22) es mayor que cero, continua en todo punto y diferenciable en todo punto excepto en $(\sigma, z_v) = (0, 0)$.

Supóngase que se puede escribir:

$$\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) = \alpha_{v_1}(\sigma, t) \phi_{v_1}(\sigma) \quad (6.25)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_1(t) = \alpha_{v_2}(\sigma, t) \phi_{v_2}(\sigma) \quad (6.26)$$

de modo que existen funciones continuas $\varrho_i(\sigma, t) \geq 0$ tal que se verifican:

$$|\alpha_{v_1}(\sigma, t)| \leq \varrho_1(\sigma, t) \quad (6.27)$$

$$|\alpha_{v_2}(\sigma, t)| \leq \varrho_2(\sigma, t) \quad (6.28)$$

Notar que estas definiciones permiten escribir las inecuaciones (6.18) y (6.19), que se piden en el procedimiento de diseño. Se hace notar, también, que desde este punto en la demostración serán omitidos los argumentos de las ganancias $k_{v_1}(\sigma, t)$ y $k_{v_2}(\sigma, t)$, y los de las funciones $\alpha_{v_1}(\sigma, t)$ y $\alpha_{v_2}(\sigma, t)$, con el objeto de clarificar a la vista las expresiones desarrolladas.

Para probar estabilidad por Lyapunov debe hallarse una expresión para la derivada temporal total de la función candidata de Lyapunov, en la que pueda determinarse que la misma es negativa. Se plantea, por lo tanto:

$$\dot{V}(\sigma, z_v, t) = \dot{\zeta}^T \mathbf{P} \zeta + \zeta^T \mathbf{P} \dot{\zeta} \quad (6.29)$$

Se busca, entonces, una expresión para la derivada temporal de ζ . Derivando (6.23) puede escribirse:

$$\dot{\zeta} = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \dot{\sigma} \\ \dot{z}_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) [\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) - k_{V_1}\phi_{V_1}(\sigma) + z_i] \\ \frac{d}{dt}\tilde{\Lambda}_2(t) - k_{V_2}\phi_{V_2}(\sigma) \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

y de aquí, recordando las expresiones (6.25)-(6.26) y la manera en que se definió $\phi_{2i}(\sigma_i)$ en (6.16), y descomponiendo luego la matriz en un producto entre matriz y vector, se escribe:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= \frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \begin{bmatrix} (\alpha_{V_1} - k_{V_1})\phi_{V_1}(\sigma) + z_V \\ (\alpha_{V_2} - k_{V_2})\phi_{V_1}(\sigma) \end{bmatrix} \\ &= -\frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \begin{bmatrix} k_{V_1} - \alpha_{V_1} & 1 \\ k_{V_2} - \alpha_{V_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{V_1}(\sigma) \\ z_V \end{bmatrix} \\ &= \frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \mathbf{A}(\sigma, t) \zeta \end{aligned} \quad (6.31)$$

donde se ha definido la matriz \mathbf{A} como:

$$\mathbf{A}(\sigma, t) = \begin{bmatrix} k_{V_1} - \alpha_{V_1} & 1 \\ k_{V_2} - \alpha_{V_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

Simplemente aplicando propiedades de matrices para trasponer e incorporando en (6.29) lo obtenido en (6.31), recordando que \mathbf{P} es simétrica y omitiendo (por claridad) el argumento de \mathbf{A} , se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \zeta^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \zeta \\ &= -\frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) \zeta^T \mathbf{Q} \zeta \end{aligned} \quad (6.33)$$

donde la matriz \mathbf{Q} es simétrica, ya que fue definida como:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= -(\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) = \\ &= \begin{bmatrix} 2p_1(k_{V_1} - \alpha_{V_1}) + 2p_2(k_{V_2} - \alpha_{V_2}) & -p_1 + p_2(k_{V_1} - \alpha_{V_1} + p_3(k_{V_2} - \alpha_{V_2})) \\ -p_1 + p_2(k_{V_1} - \alpha_{V_1} + p_3(k_{V_2} - \alpha_{V_2})) & -2p_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.34)$$

Dado que $\frac{d}{d\sigma}\phi_{V_1}(\sigma) = \frac{k_c}{2|\sigma|^{1/2}}$ es positiva $\forall \sigma \neq 0$, se buscarán las condiciones que hagan positiva la forma cuadrática $\zeta^T \mathbf{Q} \zeta$, de modo que resulte $\dot{V} < 0$ en (6.33).

En primer lugar se define k_{V_2} como en (6.21) ($k_{V_2} = p_1/p_3 - p_2/p_3 k_{V_1}$), con lo cual se simplifican las cuentas que siguen y el hallazgo de una expresión para calcular la ganancia k_{V_1} . Con esta definición incorporada en (6.34), se propone:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} - 2\epsilon \mathbb{I}_2 &= \\ &= \begin{bmatrix} 2p_1(k_{V_1} - \alpha_{V_1}) + 2p_2(k_{V_2} - \alpha_{V_2}) - 2\epsilon & -p_1 + p_2(k_{V_1} - \alpha_{V_1} + p_3(k_{V_2} - \alpha_{V_2})) \\ -p_1 + p_2(k_{V_1} - \alpha_{V_1}) + p_3(k_{V_2} - \alpha_{V_2}) & -2(p_2 + \epsilon) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.35)$$

donde \mathbb{I}_2 es la matriz identidad de 2×2 . Probando que la matriz $\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2$ es positiva definida, es posible acotar $\zeta^T \mathbf{Q} \zeta$ por debajo con $2\epsilon\zeta^T \mathbb{I}_2 \zeta = 2\epsilon \|\zeta\|_2^2$, donde $\|\cdot\|_2^2$ es el cuadrado de la norma-2 euclídea, dando una expresión positiva. Es decir, se probaría que $\zeta^T \mathbf{Q} \zeta > 0$.

Una matriz $m \times m$ simétrica es *positiva definida* si y solo si todos sus menores principales son mayores que cero, es decir, si los determinantes de todas las m submatrices obtenidas eliminando las últimas k columnas y k filas, con $k = (m - 1), \dots, 0$, son mayores que cero (Chen, 1999, pp. 74-75). Luego, en este caso, deberían verificarse:

$$\begin{cases} \{\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2\}_{11} \\ \det(\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2) = -2(p_2 + \epsilon) \{\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2\}_{11} - (p_2\alpha_{v_1} + p_3\alpha_{v_2})^2 \end{cases} \quad (6.36)$$

donde $\{\cdot\}_{ij}$ es el elemento ij de la matriz argumento.

Dado que la segunda expresión (miembro derecho) puede reescribirse como:

$$\{\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2\}_{11} > \frac{(p_2\alpha_{v_1} + p_3\alpha_{v_2})^2}{-2(p_2 + \epsilon)} \quad (6.37)$$

si se establece $p_2 < -\epsilon$, de modo que el miembro derecho es positivo, esto implica que la segunda condición en (6.36) es más restrictiva que la primera, siendo que esta última se cumple siempre que se cumple la segunda. Por lo tanto, $\mathbf{Q} - 2\epsilon\mathbb{I}_2$ será positiva definida siempre que se verifique (6.37).

Luego, puede despejarse de (6.37) la condición que debe cumplir la ganancia k_{v_1} :

$$k_{v_1} > \frac{p_3}{p_1 p_3 - p_2^2} \left[\frac{(p_2\alpha_{v_1} + p_3\alpha_{v_2})^2}{-2(p_2 + \epsilon)} - \frac{p_1 p_2}{p_3} + p_1 \alpha_{v_1} + p_2 \alpha_{v_2} + \epsilon \right] \quad (6.38)$$

Empleando las cotas de $|\alpha_{v_1}|$ y $|\alpha_{v_2}|$ dadas en (6.27)-(6.28) y agregando una constante positiva δ_v tan pequeña como se desee, puede convertirse la inecuación en una igualdad, obteniéndose la condición expresada en (6.20).

Así, si se verifican (6.20) y (6.21), la derivada temporal de la función de Lyapunov, (6.33), puede acotarse como:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{d}{d\sigma} \phi_{v_1}(\sigma) \zeta^T \mathbf{Q} \zeta \leq -\frac{d}{d\sigma} \phi_{v_1}(\sigma) \zeta^T (2\epsilon\mathbb{I}_2) \zeta \\ &\leq -2\epsilon \frac{d}{d\sigma} \phi_{v_1}(\sigma) \zeta^T \zeta = -\frac{\epsilon k_c}{|\sigma|^{1/2}} \|\zeta\|_2^2 \end{aligned} \quad (6.39)$$

Para seguir, debe recordarse que, dado que la norma-2 de un vector es mayor que el módulo de cualquiera de sus componentes, se tiene en particular:

$$\|\zeta\|_2 \geq |\{\zeta\}_1| = |\phi_{v_1}(\sigma)| = k_c |\sigma|^{1/2} \implies \frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \geq \frac{k_c}{\|\zeta\|_2}$$

Además, empleando para la función candidata de Lyapunov V la conocida relación de desigualdad para las formas cuadráticas:

$$\lambda_{\mathbf{P}m} \|\zeta\|_2^2 \leq \underbrace{\zeta^T \mathbf{P} \zeta}_V \leq \lambda_{\mathbf{P}M} \|\zeta\|_2^2 \quad (6.40)$$

donde $\lambda_{\mathbf{P}_m}$ y $\lambda_{\mathbf{P}_M}$ son el mínimo y el máximo autovalor de la matriz \mathbf{P} , puede obtenerse:

$$\begin{cases} \frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \geq \frac{k_c}{\|\zeta\|_2} \geq k_c \frac{\lambda_{\mathbf{P}_M}^{1/2}}{V^{1/2}} \\ \|\zeta\|_2^2 \geq \frac{V}{\lambda_{\mathbf{P}_M}} \end{cases} \implies \frac{\|\zeta\|_2^2}{|\sigma|^{1/2}} \geq \frac{k_c \lambda_{\mathbf{P}_M}^{1/2} V^{1/2}}{\lambda_{\mathbf{P}_M}}$$

Finalmente, la aplicación de este resultado en (6.39) permite determinar:

$$\dot{V} \leq -\frac{\epsilon k_c^2 \lambda_{\mathbf{P}_m}^{1/2}}{\lambda_{\mathbf{P}_M}} V^{1/2} \quad (6.41)$$

Siendo la matriz $\mathbf{P} > 0$, sus autovalores son positivos, por lo que resulta $\gamma = \frac{\epsilon k_c^2 \lambda_{\mathbf{P}_m}^{1/2}}{2 \lambda_{\mathbf{P}_M}} > 0$ y por lo tanto:

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{1}{2}} \leq 0 \quad (6.42)$$

tomando el valor 0 únicamente cuando σ y z_V son nulas. Puede concluirse entonces que el origen del plano de deslizamiento, es decir, la superficie 2-MD ($\sigma = \dot{\sigma} = 0$) es globalmente estable.

Luego, empleando el principio de comparación (Khalil, 2002), se puede afirmar que la superficie 2-MD es alcanzada en tiempo finito a partir de cualquier condición inicial.

6.5. Diseño de \tilde{u} con ganancias constantes

La componente del control por 2-MD, \tilde{u} , se diseña en este caso en base a (Moreno y Osorio, 2008). La expresión para la misma es la siguiente:

$$\tilde{u} = -k_{F_1} \phi_{F_1}(\sigma) - k_{F_2} \int_0^t \phi_{F_2}(\sigma) d\tau \quad (6.43)$$

donde las ganancias k_{F_1} y k_{F_2} son fijas y las funciones $\phi_{F_1}(\sigma)$ y $\phi_{F_2}(\sigma)$ se definen como:

$$\phi_{F_1}(\sigma) = |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \quad (6.44)$$

$$\phi_{F_2}(\sigma) = \phi'_{F_1}(\sigma) \phi_{F_1}(\sigma) = \frac{1}{2} \text{sign}(\sigma) \quad (6.45)$$

Este algoritmo responde a la forma del *Super-Twisting* original y coincide con la expresión propuesta para el *Super-Twisting* ganancias variables, (6.14)-(6.16), con ganancias constantes y $k_c = 1$. La diferencia con el algoritmo original dado en la Sección 5.4.4 radica en las condiciones bajo las cuales deben seleccionarse las ganancias para garantizar la convergencia y la operación robusta en 2-MD, que en este caso se eligen en base al método de Lyapunov.

Análogamente a la propuesta de ganancias variables, el control \tilde{u} incrementa en 1 el orden del sistema, permitiendo definir un nuevo estado $z_F = -k_{F_2} \int_0^t \phi_{F_2}(\sigma) dt + \tilde{\Lambda}_2(t)$. De

este modo, la dinámica del sistema (6.12) con el control (6.43) incluido puede expresarse a través del siguiente par de ecuaciones de estado:

$$\begin{cases} \dot{\sigma} &= -k_{F1} \phi_{F1}(\sigma) + z_F(\sigma, t) + \tilde{\Lambda}_1(\sigma, t) \\ \dot{z}_F &= \frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_2(t) - k_{F2} \phi_{F2}(\sigma) \end{cases} \quad (6.46)$$

Luego, estudiando las características del sistema y las perturbaciones e incertidumbre que lo afectan, deben determinarse dos constantes positivas δ_1 y δ_2 que permitan acotar las componentes de $\tilde{\Lambda}(\sigma, t)$ según:

$$|\tilde{\Lambda}_1(\sigma, t)| \leq \delta_1 |\phi_{F1}(\sigma)| = \delta_1 |\sigma|^{1/2} \quad (6.47)$$

$$\left| \frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_2(t) \right| \leq \delta_2 \quad (6.48)$$

De este modo, puede encontrarse una función de Lyapunov que prueba la convergencia en tiempo finito de los estados del SCEE controlado al origen del plano deslizante $\dot{\sigma}$ - σ , si las ganancias constantes se seleccionan tal que verifiquen las siguiente condiciones suficientes:

$$k_{F1} > 2\delta_1 \quad (6.49)$$

$$k_{F2} > k_{F1} \frac{5\delta_1 + 6\delta_2 + 4(\delta_1 + \delta_2/k_{F1})^2}{2(k_{F1} - 2\delta_1)} \quad (6.50)$$

Esta selección de ganancias garantiza, además, la operación robusta del sistema en 2-MD, frente a todas las clases de perturbaciones, errores e incertidumbres que no saquen al sistema de las condiciones de borde determinadas en (6.47)-(6.48).

6.5.1. Prueba de convergencia

La manera de probar la convergencia de este algoritmo empleando la teoría de Lyapunov es muy similar a la del caso de ganancias variables, por lo cual no será presentada en forma tan detallada. La función candidata se propone de la misma forma que en el caso anterior:

$$V^*(\sigma, z_V) = \zeta^{*T} \mathbf{P}^* \zeta^* \quad (6.51)$$

donde

$$\zeta^* = \begin{bmatrix} \phi_{F1}(\sigma) \\ z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\sigma|^{1/2} \text{sign}(\sigma) \\ z_F \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

y los elementos de la matriz \mathbf{P}^* se eligen como

$$\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^{*T} = \begin{bmatrix} 2k_{F2} + k_{F1}^2/2 & -k_{F1}/2 \\ -k_{F1}/2 & 1 \end{bmatrix} > 0 \quad (6.53)$$

De este modo, si k_{F_1} y k_{F_2} son constantes mayores que cero, la función (6.51) es positiva, continua en todo punto y diferenciable en todo punto excepto en $(\sigma, z_F) = (0, 0)$.

Supóngase entonces que pueden encontrarse constantes positivas δ_1 y δ_2 que acoten las funciones de perturbación según (6.47) y (6.48). Esta manera de acotar dichas funciones permite hallar, trabajando sobre (6.51)-(6.53), una expresión para la derivada temporal total de la función candidata de Lyapunov y acotarla empleando una matriz simétrica de elementos constantes:

$$\begin{aligned}\dot{V}^*(\sigma, z_F, t) &= \dot{\zeta}^{*T} \mathbf{P}^* \zeta^* + \zeta^{*T} \mathbf{P}^* \dot{\zeta}^* \\ &\leq -\frac{d}{d\sigma} \phi_{F_1}(\sigma) \zeta^{*T} \mathbf{Q}^* \zeta^* = -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \zeta^{*T} \mathbf{Q}^* \zeta^*\end{aligned}\quad (6.54)$$

con

$$\mathbf{Q}^* = \frac{k_{F_1}}{2} \begin{bmatrix} 2k_{F_2} + k_{F_1}^2 - \left(4\frac{k_{F_2}}{k_{F_1}} + k_{F_1}\right) \delta_1 - 2\delta_2 & -k_{F_1} - 2\delta_1 - \frac{2}{k_{F_1}}\delta_2 \\ -k_{F_1} - 2\delta_1 - \frac{2}{k_{F_1}}\delta_2 & 1 \end{bmatrix}\quad (6.55)$$

Dado que $1/|\sigma|^{1/2}$ es positiva $\forall \sigma \neq 0$, \dot{V}^* en (6.54) será negativa siempre que la forma cuadrática $\zeta^{*T} \mathbf{Q}^* \zeta^*$ sea positiva definida. Puede verificarse que esto sucede si las ganancias constantes del controlador se seleccionan de manera que se cumplan (6.49) y (6.50). En estas condiciones es posible acotar \dot{V}^* como:

$$\dot{V}^* \leq -\frac{1}{|\sigma|^{1/2}} \lambda_{\mathbf{Q}^*m} \|\zeta\|_2^2\quad (6.56)$$

donde $\lambda_{\mathbf{Q}^*m}$ es el mínimo autovalor de la matriz \mathbf{Q}^* . Procediendo en forma análoga al caso de ganancias variables, puede emplearse la relación de desigualdad para formas cuadráticas para acotar $\|\zeta^*\|_2^2/|\sigma|^{1/2}$ por debajo, permitiendo obtener, finalmente:

$$\dot{V}^* \leq -\gamma^* V^{*\frac{1}{2}} \leq 0\quad (6.57)$$

con $\gamma^* = \frac{\lambda_{\mathbf{Q}^*m} \lambda_{\mathbf{P}^*m}}{\lambda_{\mathbf{P}^*M}} > 0$, donde $\lambda_{\mathbf{P}^*m}$ y $\lambda_{\mathbf{P}^*M}$ son el mínimo y el máximo autovalor de la matriz \mathbf{P}^* (ambos positivos).

Luego, empleando el principio de comparación (Khalil, 2002), puede afirmarse que la superficie 2-MD es alcanzada en tiempo finito a partir de cualquier condición inicial donde se verifiquen (6.47) y (6.48).

6.6. Selección de valores para los parámetros

Recordando que $\tilde{\Lambda}(\sigma, t)$ fue definida como la suma de dos términos relacionados con la parte nominal del sistema $A(\sigma, t) - A(0, t)$ y el término $\Lambda(\sigma, t)$, se determinan en primer lugar las perturbaciones, variaciones de parámetros y errores ante los cuales se desea garantizar la robustez del controlador.

Para el modelo de diseño del SCEE cuyos valores nominales pueden encontrarse en el Sección A.1, $\Lambda(\sigma, t)$ fue calculada propagando errores en los parámetros aerodinámicos, eléctricos y magnéticos del sistema en la expresión de la dinámica deslizante nominal dada por $A(\sigma, t)$ en (6.8). Se agregó además un par de roce no modelado y errores de medición y se consideraron variaciones acotadas de las primeras derivadas temporales de la velocidad del viento. Los parámetros considerados con incertidumbre fueron:

- Las resistencias eléctricas, con variaciones de $\pm 20\%$ alrededor de sus valores nominales.
- La tensión de red, variando hasta $\pm 15\%$ de su valor nominal.
- La característica aerodinámica de la turbina, suponiendo que los coeficientes del polinomio que describe el coeficiente de par C_t se conocen con un error del 10% .

Además, como perturbación externa se introdujo un par de roce no modelado, T_{roce} , función cuadrática de la velocidad de rotación, al cual se le adicionó un término aleatorio independiente generado como ruido blanco limitado en banda. La perturbación $\frac{1}{J}T_{\text{roce}}$, que en el sistema real se supuso entrando al sistema como parte de la función $p_e(\Omega_r, t)$ en (6.5), se calculó como:

$$T_{\text{roce}}(\Omega_r, t) = c_{tr2} \Omega_r^2 + c_{tr1} \Omega_r + T_a(t) \quad (6.58)$$

donde $T_a(t)$ corresponde al término aleatorio y representa alrededor de 10% del par de fricción.

A partir de $\Lambda(\sigma, t)$ se obtuvo $\tilde{\Lambda}(\sigma, t)$, cuya expresión se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}(\sigma, t) = & \sigma^3 \frac{9 n_{12}^2 \pi R^6 V_s'^3 \rho}{2 J^3 \nu^2 R_{rf}^3 \Omega_s^2} \left(V_s' \nu R_{rf} \Delta c_3 - 2 c_3 V_s' \Delta R_{rf} \nu + c_3 R_{rf} (V_s' \Delta \nu - 4 \Delta V_s \nu) \right) + \\ & + A(\sigma, t) - A(0, t) + \sigma^2 \frac{3 n_{12} \pi R^5 V_s' \rho}{2 J^2 R_{rf}^2 \Omega_s} \left(c_2 (2 \Delta V_s' R_{rf} - V_s' \Delta R_{rf}) - 3 V_s' \Delta R_{rf} c_3 \lambda_{\text{ópt}} + \right. \\ & + R_{rf} \left(3 \lambda_{\text{ópt}} (2 \Delta V_s' c_3 + V_s' \Delta c_3) + V_s' \Delta c_2 \right) \left. \right) - \lambda_{\text{ópt}} \frac{3 V_s'^2 \Delta \nu + J \Delta R_{rf} \Omega_s^2 \dot{\nu}}{3 n_{12} R V_s'^2 \Omega_s} + \\ & + T_{\text{roce}} \left(\frac{B_1}{J} \sigma + k_o \nu, t \right) + \frac{\sigma}{2 J R_{rf}^2 \Omega_s^2} \left(6 V_s'^2 \Delta R_{rf} - 12 V_s' \Delta V_s' R_{rf} + \right. \\ & + \left. \pi R^4 \rho R_{rf}^2 \Omega_s^2 \left(\Delta \nu c_1 + \nu \Delta c_1 + \lambda_{\text{ópt}} (2 \Delta \nu c_2 + 2 \nu \Delta c_2) + 3 \lambda_{\text{ópt}}^2 (\Delta \nu c_3 + \nu \Delta c_3) \right) \right) + \\ & + \frac{\pi R^3 \nu \rho \Omega_s}{6 n_{12} V_s'^3} \sum_{i=0}^3 \left((V_s' \Delta R_{rf} \nu + 2 R_{rf} (V_s' \Delta \nu - \nu \Delta V_s')) c_i + V_s' \nu R_{rf} \Delta c_i \right) \lambda_{\text{ópt}}^i + \\ & + \frac{\lambda_{\text{ópt}} R_{rf} J \Omega_s}{3 n_{12} R V_s'} (2 \Delta V_s' \dot{\nu} - V_s' \Delta \nu \ddot{\nu}) + \frac{1}{B_1} \Delta T_e \left(\frac{B_1}{J} \sigma + k_o \nu, t \right) \end{aligned} \quad (6.59)$$

Siguiendo el procedimiento descrito, se hallaron expresiones analíticas para las funciones

cota requeridas en (6.18) y (6.19) para el diseño de ganancias variables:

$$\varrho_1(\sigma, t) = \frac{1}{k_c} |\sigma|^{1/2} (A_1 + A_2 |\sigma| + A_3 \sigma^2) \quad (6.60)$$

$$\varrho_2(\sigma, t) = \frac{A_0}{k_c^2} \quad (6.61)$$

donde los valores determinados para las constantes A_0 - A_3 fueron:

$$\begin{cases} A_0 = 0,018 \\ A_1 = 7,12 \\ A_2 = 3,213 \\ A_3 = 7,32 \end{cases} \quad (6.62)$$

En base a estas funciones cota, la selección final de los parámetros del controlador de ganancias variables se realizó con el complemento de simulaciones computacionales. A través de las mismas se buscó un conjunto de valores con el objetivo de reducir los esfuerzos mecánicos en el sistema y el *chattering* de salida en el sistema controlado. Se establecieron, finalmente, los siguientes:

$$\begin{cases} k_c = 0,07 \\ p_1 = 0,00579 \\ p_2 = -0,002 \\ p_3 = 0,0069 \\ \epsilon = 0,001 \\ \delta_v = 0,0001 \end{cases} \quad (6.63)$$

Con estos valores, las ganancias variables del controlador se calculan durante la operación del sistema empleando (6.20) y (6.21).

Con respecto al controlador de ganancias fijas, surge de (6.18)-(6.19) que las constantes δ_1 y δ_2 que permiten satisfacer (6.47) y (6.48) pueden calcularse acotando las funciones $\varrho_1(\sigma, t)$ y $\varrho_2(\sigma, t)$ en (6.60) y (7.69). Es decir:

$$\delta_1 \geq |\sigma|^{1/2} (A_1 + A_2 |\sigma| + A_3 \sigma^2) \quad (6.64)$$

$$\delta_2 \geq \frac{A_0}{2} \quad (6.65)$$

Puede notarse aquí que el uso global de este algoritmo no sería conveniente. Como en el caso del algoritmo *Super-Twisting* original, de ganancias constantes, resulta necesario restringir la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento. Es decir, debe establecerse un límite máximo para las variaciones de $|\sigma| = \frac{J}{B_1} |\Omega - \Omega_{\text{ref}}(t)|$ de modo de determinar un valor razonable para δ_1 . En este caso de estudio, se ha derivado este máximo considerando que Ω_r pudiese variar en el rango $|\Omega_r - \Omega_{\text{ref}}(t)| = 5 \text{ rad/s}$.

Al igual que en el caso de ganancias variables, la selección final de los parámetros del controlador de ganancias fijas fue realizado con el complemento de simulaciones por computadora. Nuevamente también, se buscó a través de las mismas un conjunto de valores para reducir las cargas mecánicas generadas por la aplicación del control y el *chattering* a la salida en el sistema controlado. Finalmente, los valores determinados para las cotas y ganancias constantes del controlador fueron:

$$\begin{cases} \delta_1 &= 0,576 \\ \delta_2 &= 0,009 \\ k_{F1} &= 130 \\ k_{F2} &= 2,162 \end{cases} \quad (6.66)$$

6.7. Resultados de simulación

Para ensayar y analizar el desempeño de las estrategias de control en condiciones realistas empleando los controladores basados en *Super-Twisting* diseñados por Lyapunov, se realizaron simulaciones empleando el modelo dinámico completo del SCEE, descrito por (3.1), (5.2), (3.45) y (3.54). Asimismo, se incorporaron perturbaciones e incertidumbre en los parámetros variando dentro de los rangos típicos, considerados en la etapa de ajuste de valores. El sistema fue evaluado operando en la *zona de carga parcial*.

A continuación se presentan y analizan resultados representativos obtenidos por simulación durante 10 minutos del sistema controlado con cada uno de los controladores diseñados. La evolución temporal del viento durante la misma se muestra en la Figura 6.2.

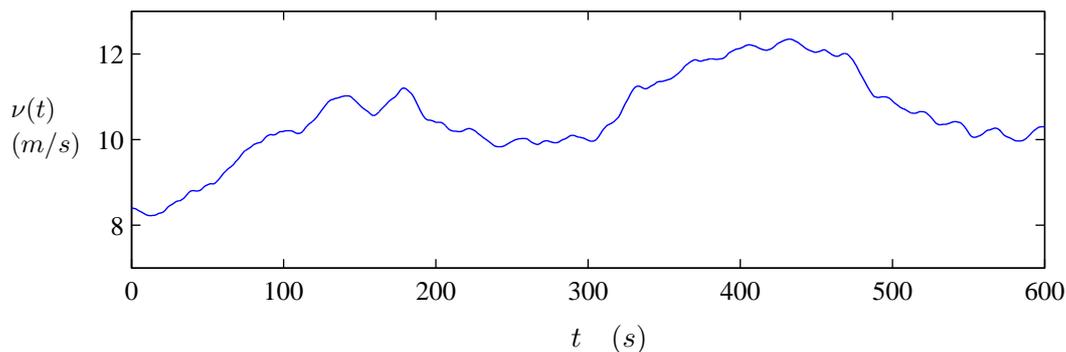


Figura 6.2: Evolución temporal de la velocidad del viento $\nu(t)$.

En la Figura 6.3 se muestra la evolución temporal de la velocidad de rotación del eje (del lado de alta velocidad), Ω_r , junto con la velocidad óptima Ω_{ref} , para el sistema controlado con cada uno de los diseños desarrollados. Mientras que la Figura 6.3a corresponde al controlador de ganancias variables, la Figura 6.3b presenta las curvas correspondientes al sistema controlado por el algoritmo de ganancias constantes.

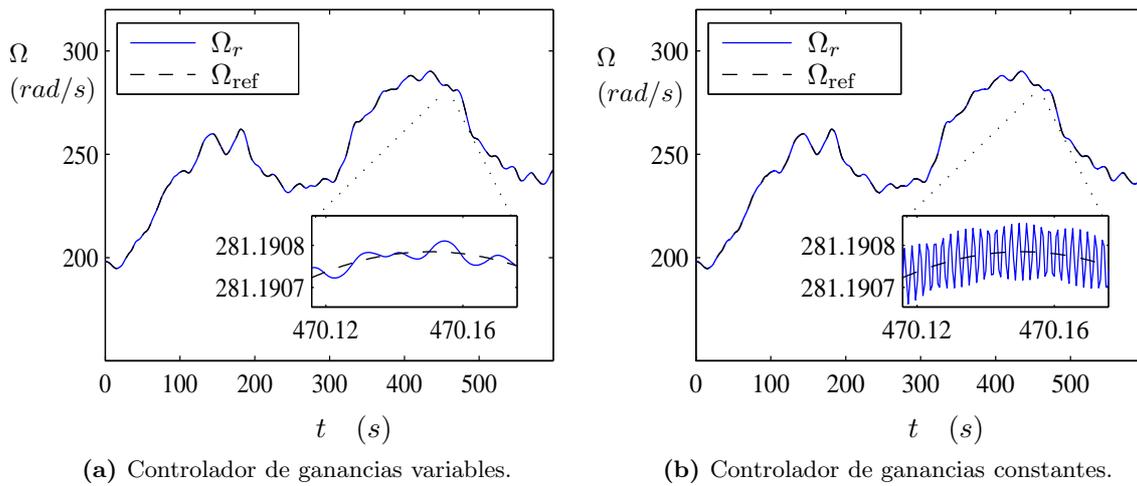


Figura 6.3: Velocidad de rotación del rotor del generador y velocidad de referencia óptima.

Luego de un breve tiempo de alcance, la diferencia relativa entre las dos curvas es despreciable en ambos casos, como puede apreciarse en los recuadros donde se han graficado detalles de las señales. Esto se encuentra estrechamente vinculado a la verificación práctica de la condición $\sigma = \frac{J}{B_1}(\Omega - \Omega_{\text{ref}}(t)) = 0$ para ambos controladores, como se observa en la Figura 6.4.

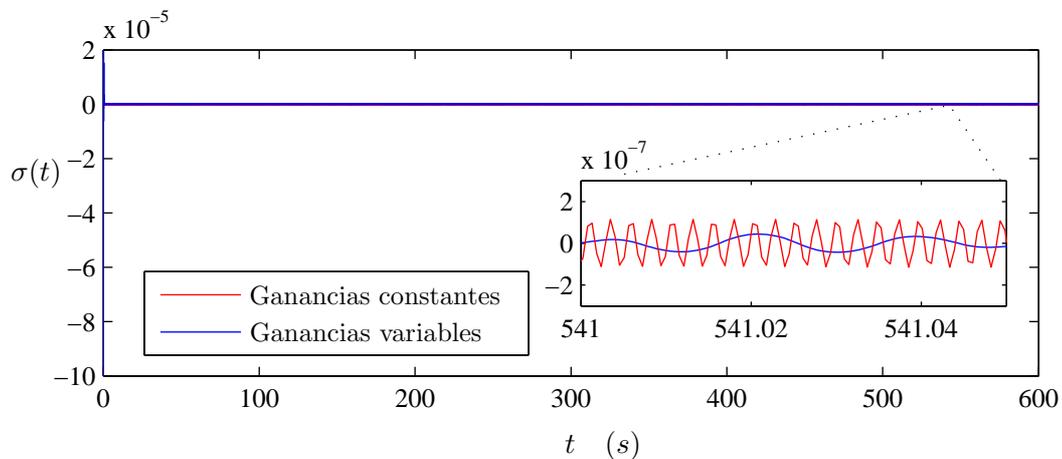


Figura 6.4: Evolución temporal de la variable de deslizamiento $\sigma(t)$.

Puede notarse, observando la amplitud extremadamente pequeña de las oscilaciones que se muestran en el detalle de ambas curvas dentro del recuadro, que el sistema controlado opera en 2-MD prácticamente sin *chattering* en la salida de deslizamiento. Además, dado que tal situación se mantiene a lo largo del tiempo, ante variaciones de los parámetros y en presencia de perturbaciones, queda a la vista la robustez de estas técnicas de control.

Debe mencionarse que, aún cuando ambos controladores muestran ser capaces de lograr el excelente seguimiento de una variable de referencia en forma robusta y casi sin *chattering*,

la comparación entre ellos permite detectar un mejor comportamiento en el caso del *Super-Twisting* de ganancias variables, ya que las pequeñas oscilaciones en Ω_r son de amplitud algo menor y varían con mayor suavidad.

La convergencia de las trayectorias del sistema al régimen 2-MD se muestra en la Figura 6.5, donde se han graficado las curvas correspondientes a ambos controladores en las cercanías del origen del plano de deslizamiento $\dot{\sigma}$ vs. σ . Luego, en la Figura 6.6 se muestran las curvas por separado, con mayor nivel de detalle. Puede observarse que en ambos casos las

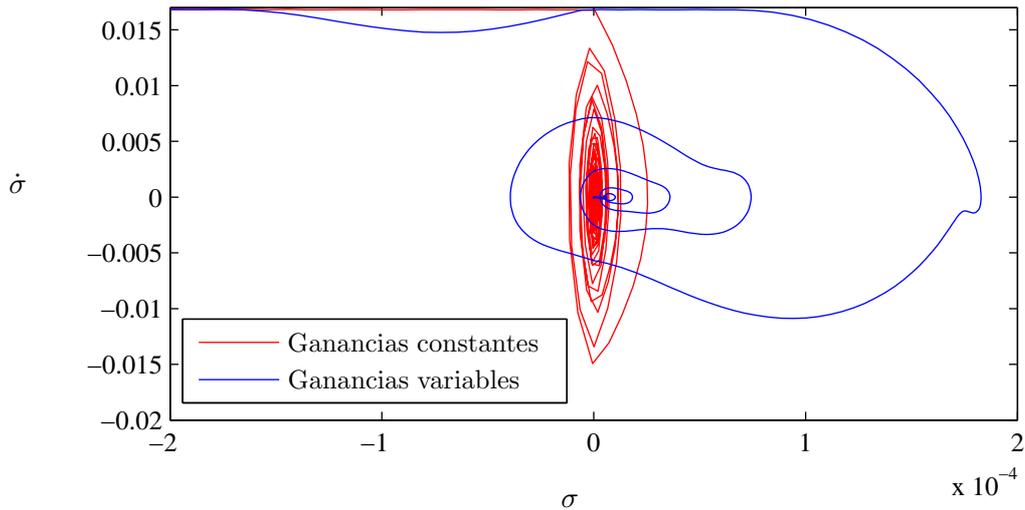


Figura 6.5: Convergencia al origen del plano de deslizamiento $\sigma - \dot{\sigma}$.

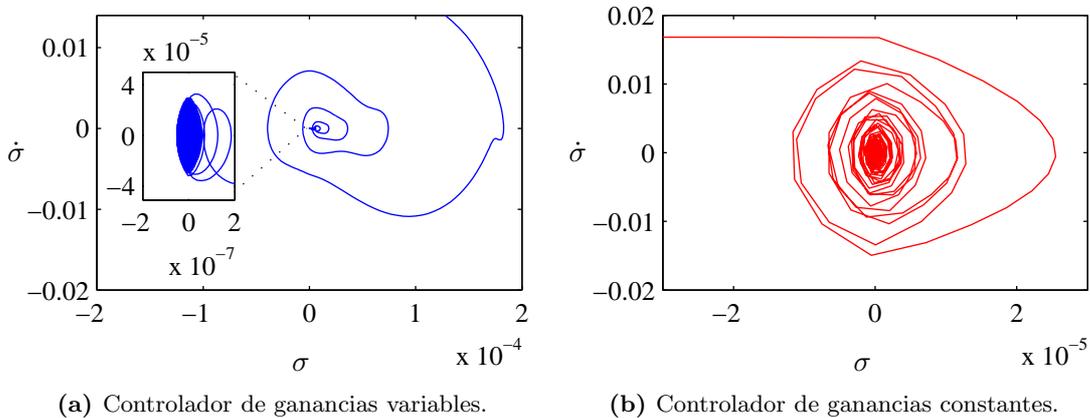


Figura 6.6: Alcance de la superficie 2-MD en el plano $\sigma - \dot{\sigma}$.

trayectorias alcanzan el origen, aunque no lo hacen en la forma más conocida de convergencia del algoritmo *Super-Twisting*. El motivo principal corresponde al aumento del orden del sistema al cambiar entre el modelo de diseño y el modelo completo. Por otro lado, la forma de las trayectorias depende también del cociente entre las ganancias de los dos términos del algoritmo. En el caso de emplear ganancias variables, esta relación cambia en el tiempo, sobre

todo durante el intervalo de alcance del régimen 2-MD, generando mayores diferencias con la forma de convergencia conocida.

Las Figuras 6.7 y 6.8 muestran las curvas de potencia del SCEE, para cada uno de los controladores. Las gráficas presentan en negro la potencia disponible en el viento (es decir, $P_{tm\acute{a}x}$, la máxima que puede extraerse) y en verde la potencia extraída en cada instante, P_t . Además, en trazo continuo azul se muestra la parte de esta última que es aprovechada ($P_{\text{generador}} = -T_e \Omega_r$) y en línea azul punteada la potencia de pérdidas por roce (se han despreciado las pérdidas eléctricas en las resistencias).

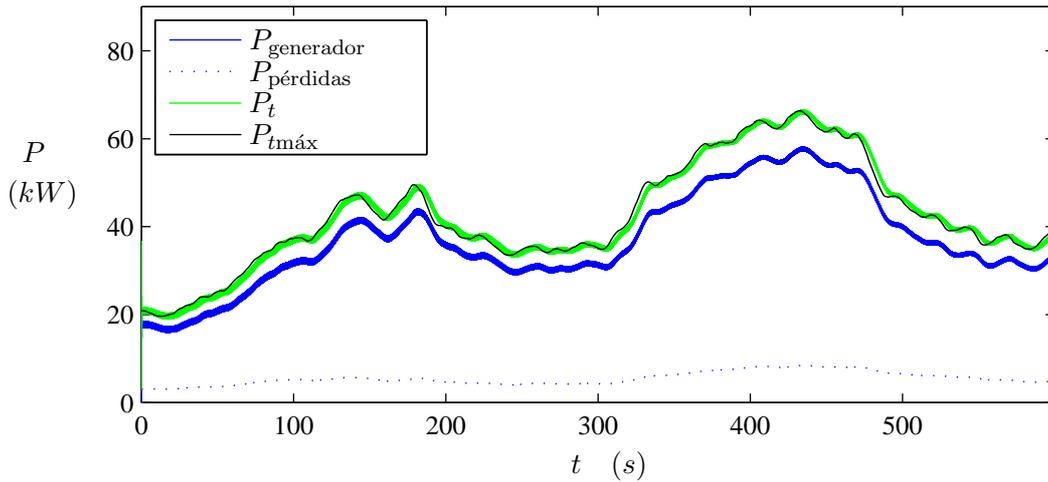


Figura 6.7: Curvas de potencia del SCEE controlado por el algoritmo de ganancias constantes.

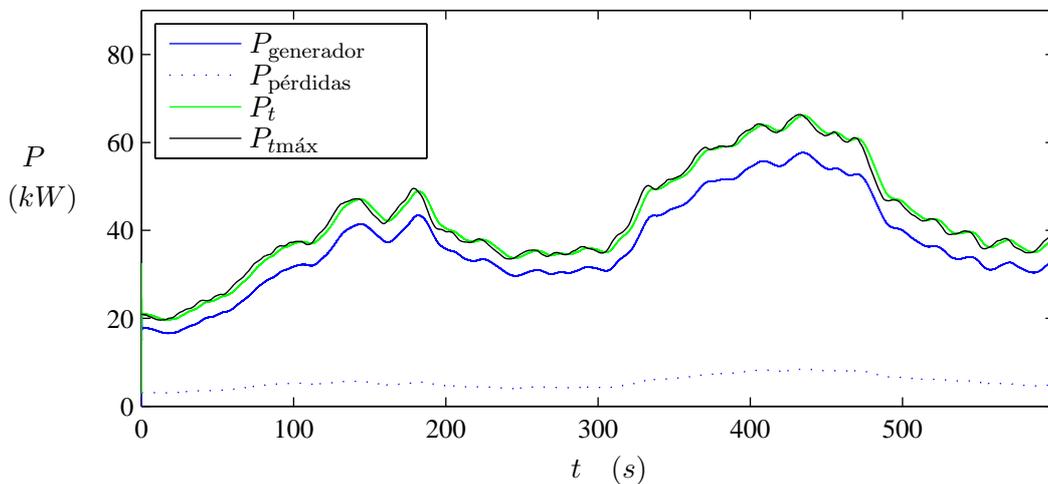


Figura 6.8: Curvas de potencia del SCEE controlado por el algoritmo de ganancias variables.

Como puede verse, la potencia extraída sigue muy bien la máxima disponible, verificando el objetivo principal de la estrategia de control propuesta. Vuelve a quedar a la vista, en las oscilaciones de la potencia extraída, P_t , que el controlador de ganancias variables se comporta en forma más cercana a la deseada. Puede notarse el efecto de la inercia del sistema en

algunos intervalos de tiempo donde el valor de potencia extraída supera a la potencia máxima disponible en el viento en esos instantes.

A continuación, en la [Figura 6.9](#) se muestran las curvas de par del SCEE controlado, en los dos casos. Las curvas en cada figura corresponden al par mecánico generado por el viento (referido al lado del generador), T_t , al par eléctrico resistente del generador, $-T_e$, y al par de roce, T_{roce} , que se ha incluido en línea punteada negra.

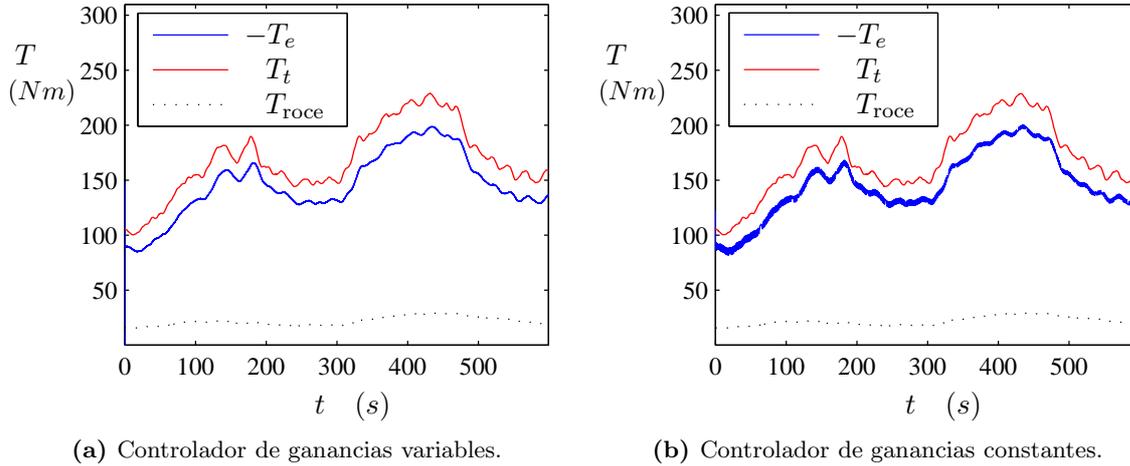


Figura 6.9: Par mecánico generado por el viento, T_t (en rojo), par eléctrico resistente del generador, $-T_e$ (en azul) y par de roce (en negro, línea punteada).

Puede verse que las oscilaciones del par eléctrico resistente, resultan como máximo en la peor situación menores al 4% en el caso del controlador con ganancias fijas, y se mantienen por debajo del 0,2% en el caso del algoritmo de ganancias variables (ver detalle en la [Figura 6.10](#)). Esto permite destacar que ambos controladores muestran un buen desempeño en cuanto a las cargas mecánicas provocadas sobre el sistema. Aún así, debe resaltarse la ventaja que presentan las ganancias variables, desde este punto de vista, ya que si bien ambos presentan un buen comportamiento, en este caso las variaciones del par aplicado sobre el eje son 20 veces menores, y esto sin un incremento demasiado significativo en la complejidad del control.

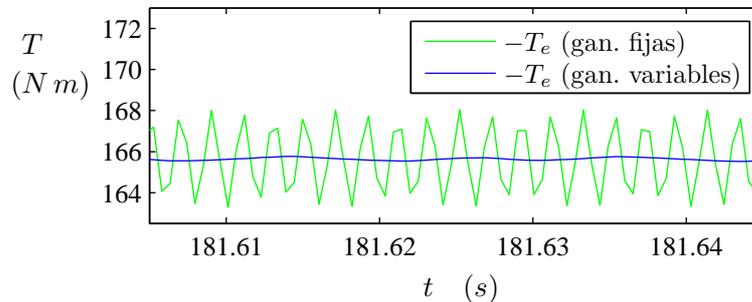


Figura 6.10: Detalle de las oscilaciones producidas en el par resistente eléctrico T_e , en el sistema controlado.

En la Figura 6.11 se observan las entradas de control $u(t) = |\cos(\alpha(t))|$ correspondientes a ambos diseños, superpuestas. La mayor suavidad de la misma, y por lo tanto de la entrada física de control, el ángulo de disparo α , en el caso del algoritmo *Super-Twisting* de ganancias variables, es la responsable de la reducción de esfuerzos mecánicos aplicados y de la prácticamente ausencia de *chattering* en la variable de deslizamiento.

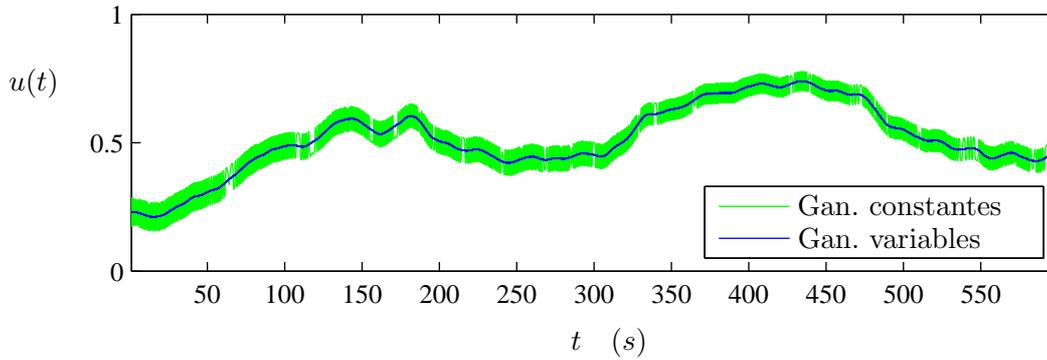


Figura 6.11: Entradas de control $u(t) = |\cos(\alpha(t))|$, de ambos controladores.

Dado que la acción de control se propuso formada por dos componentes, una basada en el concepto del control equivalente y la otra en alguna variante del algoritmo *Super-Twisting* por Lyapunov, las mismas se muestran por separado en la Figura 6.12. En la misma pueden observarse en rojo la curva correspondiente al término u_{eq} , que es común a ambos controladores, en verde la componente basada en el algoritmo de ganancias constantes y en azul la \tilde{u} del algoritmo de ganancias variables. En el par de ejes más pequeño dentro de la imagen pueden apreciarse en mayor detalle las variaciones de los términos \tilde{u} , de menor amplitud y mayor suavidad en el caso del algoritmo de ganancias adaptivas.

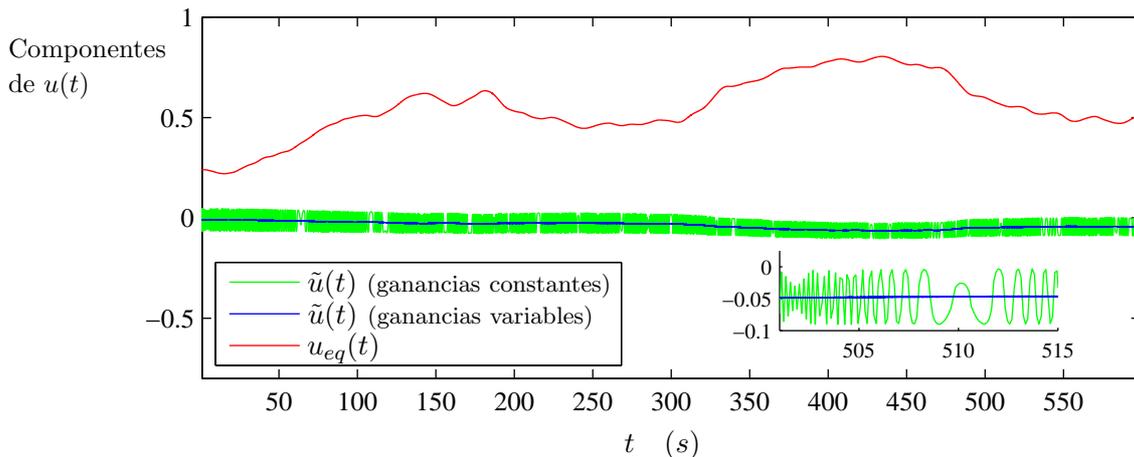


Figura 6.12: Componentes de las entradas de control: $u_{eq}(t)$ (en rojo) y $\tilde{u}(t)$ del controlador de ganancias variables (en azul) y del controlador de ganancias fijas (en verde).

Para completar lo concerniente a la acción de control, en la [Figura 6.13](#) se grafican las ganancias variables $k_{v_1}(t)$ y $k_{v_2}(t)$ del controlador de ganancias variables, durante el tiempo de simulación. Como puede observarse, las mayores variaciones tienen lugar durante un tiempo inicial transitorio, de alcance de la superficie, que se muestra en detalle para ambas ganancias dentro de la misma figura. Luego, una vez en régimen 2-MD, el principal esfuerzo de control es aportado por el término de control equivalente (u_{eq}) y cada una de las ganancias queda variando en un intervalo pequeño (alrededor del valor 32,83 en el caso de k_{v_1} y de 10,35 en el de k_{v_2}) debiendo aportar el esfuerzo de control para lidiar con las perturbaciones e incertidumbre únicamente.

La posibilidad de cambiar los valores de las ganancias en un rango amplio durante el período de alcance de la superficie 2-MD y luego durante la operación en régimen 2-MD permite, principalmente, ampliar la región de convergencia sin deteriorar el comportamiento del sistema con respecto al *chattering*. En este aspecto, si bien debe destacarse que la incorporación del término u_{eq} en la ley de control colabora con este objetivo, los resultados obtenidos muestran la ventaja de utilizar el mismo en conjunto con el algoritmo de ganancias variables.

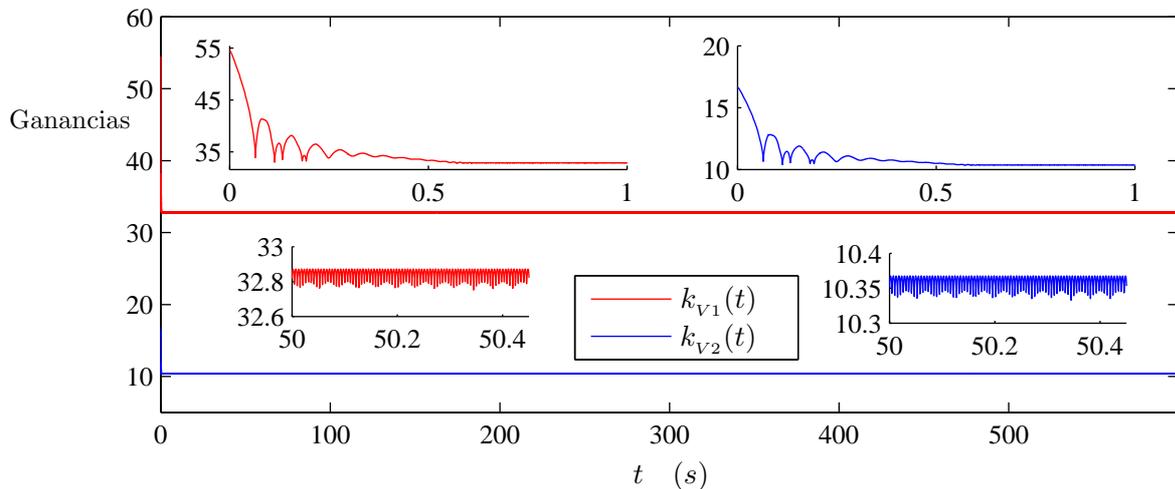


Figura 6.13: Ganancias k_{v_1} y k_{v_2} (del controlador de ganancias variables).

Finalmente, a modo ilustrativo y para completar lo presentado, se muestran a continuación las curvas temporales de las variables eléctricas del SCEE, en el caso de cada uno de los controladores. Las componentes de las corrientes de estator y de rotor en el marco rotante sincrónico $d - q$ se muestran en la [Figura 6.14](#), correspondiendo la [Figura 6.14a](#) al algoritmo de ganancias variables y la [Figura 6.14b](#) al de ganancias fijas. Por su parte, las componentes $d - q$ de las tensiones pueden verse en la [Figura 6.15](#), correspondiendo las [Figuras 6.15a](#) y [6.15b](#) al diseño de ganancias variables y al de ganancias constantes respectivamente.

La observación de los dos pares de figuras, correspondientes a corrientes y a tensiones respectivamente, permite notar la mayor suavidad de estas variables en el caso de control de ganancias variantes (comparar a simple vista, por ejemplo, las oscilaciones rápidas de las

curvas de v_{qr} en ambos casos).

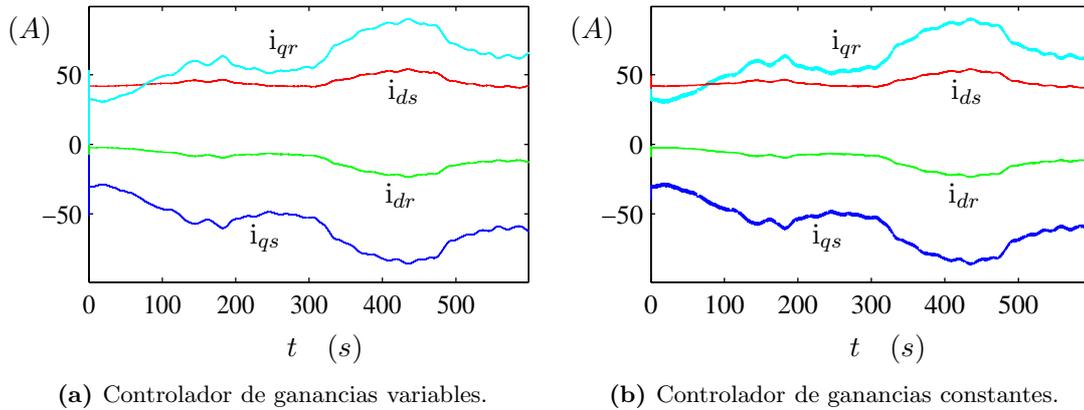


Figura 6.14: Componentes $d - q$ de las corrientes eléctricas de estator y de rotor, del sistema controlado con cada uno de los controladores diseñados.

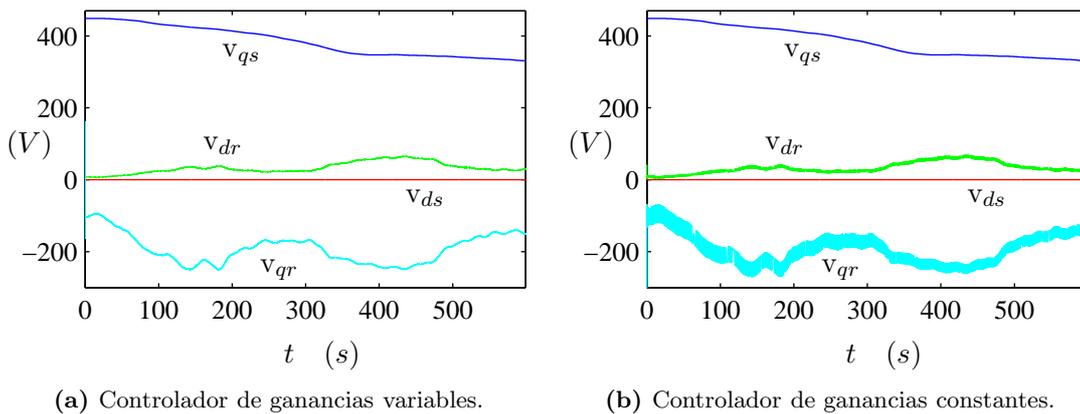


Figura 6.15: Componentes $d - q$ de las tensiones eléctricas de estator y de rotor, del sistema controlado con cada uno de los controladores diseñados.

6.8. Conclusiones

La evaluación y comparación de los cuatro algoritmos 2-MD diseñados según los métodos originales, realizadas en el [Capítulo 5](#), permitieron validar la aplicabilidad de dichas técnicas al control de SCEE y, a la vez, identificar al *Super-Twisting* como la mejor opción. Esto teniendo en cuenta la simplicidad, la información requerida por el algoritmo, la robustez y el comportamiento en relación a los esfuerzos mecánicos aplicados. La posibilidad de expandir el rango de convergencia del sistema manteniendo la misma robustez y sin deteriorar el desempeño del sistema controlado fueron las principales motivaciones de las propuestas presentadas en este capítulo.

Empleando el mismo SCEE que en capítulo anterior, el objetivo de control deseado consistió en maximizar la extracción de potencia en la *zona II* del rango de operación, reduciendo las cargas mecánicas aplicadas sobre el sistema controlado y el *chattering*. Con este fin se elaboraron, desarrollaron y evaluaron dos controladores para un SCEE basados en variaciones del algoritmo *Super-Twisting* diseñados empleando la teoría de estabilidad de Lyapunov.

En la propuesta principal, la acción de control se conformó en base a dos términos, uno de ellos calculado como el control equivalente correspondiente al régimen 2-MD sobre la superficie de deslizamiento diseñada, y el otro empleando una variación del algoritmo *Super-Twisting* con ganancias variables. Tal como se esperaba, la característica adaptiva de estas ganancias permitió sintetizar un controlador con variaciones más suaves, lo cual dio muy buenos resultados, reduciendo las cargas mecánicas y prácticamente eliminando el *chattering* en la variable de deslizamiento.

En segundo lugar, con el objeto de comparar esta estrategia en condiciones similares de diseño, se desarrolló un nuevo controlador con una ley de control coincidente con la anterior excepto por el término basado en el *Super-Twisting*, que en este caso se coincidió enteramente con el algoritmo *Super-Twisting* original, pero fue diseñado por Lyapunov.

Para el procedimiento de diseño se empleó un modelo simplificado no lineal de 1 estado del SCEE en estudio, este de velocidad variable conectado a red, basado en un GIDA en configuración tipo KDE que permite recuperar la potencia de resbalamiento. El modelo de diseño consistió en una aproximación afín en el control del modelo de 1 estado del SCEE empleado en el [Capítulo 5](#). Durante esta etapa se requirió realizar un cambio de variables simple para trabajar sobre un modelo regular, luego del cual debieron hallarse expresiones analíticas para ciertas funciones, acotando perturbaciones e incertidumbre en los parámetros del sistema y finalmente, debieron sintonizarse los parámetros de los controladores. El trabajo de determinación de estas funciones cota y de selección de los valores de los parámetros resulta dificultoso pero se realiza una única vez, durante la etapa de diseño. Luego, la operación online de ambos algoritmos (de ganancias constantes y de ganancias variables) es relativamente simple y requiere poca carga computacional.

Por último, los dos controladores diseñados se probaron por simulación sobre el modelo dinámico no lineal de 5 estados del SCEE, operando en la *zona de carga parcial* y en presencia de perturbaciones y variaciones en los parámetros. Los excelentes resultados obtenidos permitieron establecer las ventajas de la estrategia de diseño propuesta. Esta permitió desarrollar y obtener controladores que mostraron su robustez en el seguimiento de una referencia aleatoria variable en el tiempo en un amplio rango de operación, ante perturbaciones e incertidumbre en los modelos.

La comparación entre ambos controladores permitió destacar la mayor suavidad de la acción de control obtenida con el algoritmo de ganancias variables sin comprometer la robustez, implicando un mejor comportamiento en cuanto a cargas mecánicas y *chattering*. Si bien la implementación de la ley de control es algo más compleja que en el caso de ganancias constantes, la misma no deja de ser relativamente sencilla. Además, la incorporación del

término de control equivalente en la ley de control junto con la característica adaptativa de las ganancias en el caso del *Super-Twisting* de ganancias variables permitió aumentar la región de operación sin deteriorar el comportamiento del sistema (con respecto al *chattering*, robustez y aplicación de esfuerzos mecánicos).

Capítulo 7

Control MIMO de Potencias Activa y Reactiva para GIDA con convertidor bidireccional

7.1. Introducción

Los excelentes resultados obtenidos en los capítulos anteriores al emplear algoritmos 2-MD SISO, y en particular *Super-Twisting*, en el control de SCEE animan a continuar explorando otras posibilidades en estos campos. En ese sentido, en este capítulo se desarrollan dos controladores MIMO basados en 2-MD para llevar a cabo una estrategia de control de potencia de un SCEE. Específicamente, se selecciona un GIDA de velocidad variable con convertidor bidireccional en una configuración con recuperación de potencia de resbalamiento que puede describirse a mediante un modelo de dos entradas y dos salidas. Esta topología permite definir dos objetivos de control desacoplados con respecto a las entradas de control del sistema: maximizar la potencia capturada por la turbina durante operación en la zona de carga parcial y a la vez regular la potencia reactiva de estator. El desacoplamiento mencionado permite simplificar los procedimientos de diseño de los controladores.

Con respecto a la potencia extraída del viento, esta es máxima cuando el sistema opera en los puntos tales que $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$ y $C_p(\lambda) = C_{p\text{máx}}$. Como en las propuestas anteriores, es posible llevar a cabo este objetivo a través del seguimiento de una referencia de velocidad óptima basada en la medición de la velocidad del viento. Si bien se han obtenido muy buenos resultados con esta estrategia y es una técnica que se utiliza en la actualidad, la misma presenta algunas desventajas. Entre ellas pueden mencionarse el ligero aumento de costo y la reducción de la robustez del sistema al tener que agregar sensores para medir el viento en forma lo suficientemente precisa. Con estas motivaciones, se propone controlar los puntos de funcionamiento a través del seguimiento de una referencia de par. La misma puede ser

generada a partir de $C_{p\text{máx}}$ y otros parámetros de la turbina, y de la medición de la velocidad de rotación mecánica del rotor, sin requerir conocimiento de la velocidad del viento.

Por otro lado, con el segundo objetivo de control se busca regular la potencia reactiva en estator con el objeto de contribuir a la compensación de las necesidades de potencia reactiva de la red eléctrica.

El primer controlador se diseña siguiendo los lineamientos desarrollados por [Levant \(2003b\)](#), que consiste en una variante MIMO del algoritmo *Super-Twisting*. El procedimiento propone hacer una transformación de estados del sistema llevándolo a una forma en la que cada una de las componentes de la acción de control puede diseñarse en forma independiente. Esto, en conjunto con el desacoplamiento de los objetivos de control respecto de las entradas del sistema, permite simplificar el diseño de las 2 componentes del control 2-MD MIMO, reduciéndolo a diseñar 2 controladores 2-MD SISO. En la propuesta presentada cada uno de ellos se realiza en base al algoritmo *Super-Twisting* original.

El diseño del segundo controlador está basado en una nueva propuesta surgida de la reelaboración del algoritmo por 2-MD MIMO de ganancias variables propuesto por [Dávila, Moreno, y Fridman \(2010\)](#) en conjunto con los resultados y conclusiones obtenidos en la versión análoga SISO del capítulo anterior. De este modo, para cada una de las dos componentes de la ley de control MIMO se utiliza una expresión semejante a la propuesta de *Super-Twisting* con ganancias variables SISO desarrollada y evaluada previamente. Para el sistema controlado en base a este algoritmo *Super-Twisting* MIMO de ganancias variables se propone una función de Lyapunov que permite demostrar la convergencia y determinar las condiciones de diseño que garantizan la estabilidad y la robustez del mismo frente a diversos tipos de perturbaciones e incertidumbres.

El contenido de este capítulo se desarrolla en base a resultados de trabajos que se han presentado y publicado en anales de dos congresos y uno que se encuentra en prensa y publicado online en una revista internacional ([Evangelista et al., 2011a,b, 2012](#)).

7.2. Modelo del sistema para el diseño

El proceso de diseño para los dos controladores se realiza empleando un modelo MIMO no lineal reducido de la dinámica del SCEE. Este consiste en un sistema de tres ecuaciones no lineales obtenido a partir del modelo de cinco estados haciendo algunas consideraciones geométricas y despreciando la resistencia de estator (estas simplificaciones se detallan en la [Sección 3.2.5](#)).

Los tres estados del modelo reducido tienen en cuenta las dinámicas eléctricas del rotor y la mecánica en el eje. En particular, dos ecuaciones diferenciales corresponden a las corrientes de rotor directa y en cuadratura en el marco rotante sincrónico $d - q$ (dadas por [\(3.71\)](#)), mientras que la tercera corresponde a la velocidad de rotación mecánica del eje, según el

modelo de transmisión rígida (dada por (3.1)). El sistema se repite aquí por claridad:

$$\dot{i}_{qr} = - \left(\frac{MV_s}{L_{eq}} + w_s i_{dr} \right) \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) - \frac{R_r L_s}{L_{eq}} i_{qr} + \frac{L_s}{L_{eq}} v_{qr} \quad (7.1)$$

$$\dot{i}_{dr} = w_s i_{qr} \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) - \frac{R_r L_s}{L_{eq}} i_{dr} + \frac{L_s}{L_{eq}} v_{dr} \quad (7.2)$$

$$\dot{\Omega}_r = \frac{1}{J} (T_t(\Omega_r, \nu(t)) - T_e(i_{qr})) \quad (7.3)$$

donde v_{qr} y v_{dr} son las tensiones $d-q$ de rotor y entradas físicas de control y $L_{eq} = L_s L_r - M^2$. Las corrientes de estator directa y en cuadratura se vinculan con las de rotor a través de las expresiones algebraicas dadas por (3.73):

$$i_{qs} = - \frac{M}{L_s} i_{qr} \quad (7.4)$$

$$i_{ds} = \frac{V_s}{w_s L_s} - \frac{M}{L_s} i_{dr} \quad (7.5)$$

El par mecánico generado por el viento (referido al lado del generador) y el par eléctrico resistente desarrollado en el generador pueden expresarse en función de los tres estados del sistema del modelo de diseño:

$$T_e(i_{qr}) = T_e(i_{qr}) = \frac{3 p_p M V_s}{2 w_s L_s} i_{qr} \quad (7.6)$$

$$T_t(\Omega_r, \nu(t)) = \frac{1}{k_{gb}} 0,5 \pi \rho R^3 C_t \left(\frac{\Omega_r R}{k_{gb} \nu} \right) \nu^2 \quad (7.7)$$

La expresión del coeficiente de par que se ha utilizado en esta propuesta es la siguiente:

$$C_t(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda} \left(\frac{c_2}{\lambda} - 1 \right) e^{-c_3/\lambda} \quad (7.8)$$

7.2.1. Objetivos de control

De manera concreta, los objetivos para los cuales se diseñan los controladores del sistema descrito buscan:

- Maximizar la potencia capturada, controlando los puntos de operación de manera que $T_e = T_{\text{ópt}}(\Omega_r)$ para todas las velocidades de viento en la zona de carga parcial.
- Regular la potencia reactiva de estator (Q_s) siguiendo una referencia de potencia para contribuir a compensar las necesidades de potencia reactiva de la red.

Por un lado, en los puntos de operación donde la extracción de potencia es máxima ($C_p(\lambda) = C_{p\text{máx}}$) se tiene $\lambda = \lambda_{\text{ópt}}$. El par generado por el viento en tales puntos (referido al lado del alta velocidad) es el que será tomado como par de referencia. Este puede escribirse como:

$$T_{\text{ópt}}(\Omega_r) = \frac{\pi \rho R^5 C_{p\text{máx}}}{2 k_{gb}^3 \lambda_{\text{ópt}}} \Omega_r^2 = k_{T_o} \Omega_r^2 \quad (7.9)$$

donde se ha definido la constante de par óptimo $k_{T_o} = \frac{\pi \rho R^5 C_{\rho \text{máx}}}{2 k_{g_b}^3 \lambda_{\text{ópt}}}$.

Por otro lado, para determinar el segundo objetivo de control se expresa la potencia reactiva de estator en función de los estados del sistema, según:

$$Q_s(i_{dr}) = \frac{3 p_p V_s^2}{2 w_s L_s} - \frac{3 p_p M V_s}{2 L_s} i_{dr} \quad (7.10)$$

Luego, la elección de las variables de deslizamiento para lograr los objetivos de control deseados cuando el sistema opere en 2-MD, es la siguiente:

$$\sigma_1 = T_{\text{ópt}} - T_e = k_{T_o} \Omega_r^2 - \frac{3 p_p M V_s}{2 w_s L_s} i_{qr} \quad (7.11)$$

$$\sigma_2 = Q_{\text{ref}} - Q_s = Q_{\text{ref}}(t) + \frac{3 p_p M V_s}{2 L_s} \left(i_{dr} - \frac{V_s}{w_s M} \right) \quad (7.12)$$

donde Q_{ref} es la referencia externa a seguir, fijada por las necesidades de la red. Puede verificarse que ambas variables, σ_1 y σ_2 , son salidas de grado relativo 1 con respecto al control.

A partir de esta selección de las variables de deslizamiento se proponen, desarrollan y evalúan dos controladores basados en variantes MIMO del algoritmo *Super-Twisting*. El diseño de cada uno de estos controladores se hace de manera diferente, explicándose y desarrollándose cada uno de ellos en una sección separada a continuación.

7.3. Diseño basado en algoritmo original

7.3.1. Preparación del sistema MIMO

El primer controlador es realizado en base a una adaptación del algoritmo *Super-Twisting* original para sistemas MIMO, desarrollada por [Levant \(2003b\)](#). Tal procedimiento de diseño fue elaborado para sistemas dinámicos no lineales afines en el control, de la forma $\dot{x} = f(x, t) + \mathbf{G}(x, t) \mathbf{v}$, con n estados, $x \in \mathcal{R}^n$, y m entradas de control, $\mathbf{v} \in \mathcal{R}^m$, tal que las componentes de $f(x, t)$ y de $\mathbf{G}(x, t)$, $f_i(x, t)$ y $g_{ij}(x, t)$ respectivamente, son funciones \mathcal{C}^1 , para $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$.

Se reescriben entonces las ecuaciones dinámicas del SCEE, (7.1)-(7.3), en la forma matricial afín en el control, tomándose $x = [i_{qr} \ i_{dr} \ \Omega_r]^T$ y $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2]^T = [v_{qr} \ v_{dr}]^T$, con $n = 3$ y $m = 2$:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} f_1(x, t) \\ f_2(x, t) \\ f_3(x, t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11}(x, t) & 0 \\ 0 & g_{22}(x, t) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (7.13)$$

donde:

$$f_1(x, t) = - \left(\frac{MV_s}{L_{eq}} + w_s i_{dr} \right) \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) - \frac{R_r L_s}{L_{eq}} i_{qr} \quad (7.14)$$

$$f_2(x, t) = w_s i_{qr} \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) - \frac{R_r L_s}{L_{eq}} i_{dr} \quad (7.15)$$

$$f_3(x, t) = \frac{1}{J} \left(\frac{1}{k_{gb}} - 0,5\pi\rho R^3 C_t \left(\frac{\Omega_r R}{k_{gb}\nu} \right) \nu^2 - \frac{3p_p MV_s}{2w_s L_s} i_{qr} \right) \quad (7.16)$$

$$g_{11}(x, t) = g_{22}(x, t) = \frac{L_s}{L_{eq}} \quad (7.17)$$

Las m variables deslizantes son las componentes de $\sigma(x, t) \in \mathcal{R}^m$, y cada una debe ser una función \mathcal{C}^2 . El grado relativo de σ debe estar bien definido, es decir que la matriz $\mathbf{B} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma \mathbf{G}$ debe ser no singular. En este caso se tiene:

$$\sigma(x, t) = \begin{bmatrix} \sigma_1(x, t) \\ \sigma_2(x, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{T_o} \Omega_r^2 - \frac{3p_p MV_s}{2w_s L_s} i_{qr} \\ Q_{ref}(t) + \frac{3p_p MV_s}{2L_s} i_{dr} - \frac{3p_p V_s^2}{2w_s L_s} \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

Puede verificarse el cumplimiento de la condición pedida:

$$\mathbf{B} = \frac{\partial}{\partial x} \sigma \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\frac{3p_p MV_s}{2w_s L_s} & 0 & 2k_{T_o} \Omega_r \\ 0 & \frac{3p_p MV_s}{2L_s} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{G} = \frac{3p_p MV_s}{2L_{eq}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{w_s} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

$$\det \mathbf{B} = -\frac{9p_p M^2 V_s^2}{4w_s L_{eq}^2} \neq 0 \quad (7.20)$$

El procedimiento de diseño requiere, en el caso general, realizar el procedimiento de Gauss de exclusión de variables sobre la matriz \mathbf{B} , para obtener una matriz triangular superior $\tilde{\mathbf{B}}$. Esta matriz debe ser no singular y acotada, y ninguno de los elementos de su diagonal debe cambiar de signo, es decir, no deben anularse para ningún t, x . Además, el control equivalente del régimen deslizante y su derivada temporal deben estar acotados.

Para el sistema de esta propuesta la matriz \mathbf{B} es diagonal, caso particular de una matriz triangular, por lo cual no es necesario trabajar sobre ella. Puede verse, además, que los elementos de su diagonal no son nulos, y no dependen ni de los estados ni de t .

Una vez en estas condiciones, por ser $\tilde{\mathbf{B}}$ triangular superior, la variable deslizante σ_m depende únicamente de la componente v_m del control. Como se muestra en (Levant, 2003b), cada componente del control puede diseñarse empleando un algoritmo 2-MD SISO, si se procede de “abajo hacia arriba”, es decir, se diseña en primer lugar v_m , y luego las demás componentes en orden inverso hasta llegar a v_1 . La idea se basa en realizar los diseños de a una componente e ir reemplazando cada una de ellas (cada componente v_k ya diseñada) en las ecuaciones superiores, por la expresión de la componente correspondiente del control equivalente v_{keq} , como si el sistema ya estuviese operando sobre $\sigma_k = 0$.

Así, se trabaja con cada componente v_i del control como si cada una estuviese asociada a la variable de deslizamiento σ_i correspondiente, diseñando cada una como si fuese independiente de las demás. De este modo, el diseño 2-MD MIMO se simplifica a diseñar m controladores SISO, que pueden basarse en alguno de los algoritmos 2-MD SISO conocidos, como por ejemplo *Super-Twisting*, *Twisting*, Sub-Óptimo o con Ley de Variación Definida. Para cada uno de los controladores puede emplearse el mismo algoritmo, o puede optarse por diseñar cada uno en base a un algoritmo diferente.

En el caso que se trata aquí, el procedimiento es aún más sencillo, gracias a que $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}$ es diagonal. Luego, cada componente puede diseñarse independientemente y sin importar el orden, empleando algoritmos 2-MD SISO. Las características del algoritmo *Super-Twisting* en cuanto a robustez, reducción del *chattering*, simplicidad y sencillez en su aplicabilidad a los SCEE que se observaron en los dos capítulos anteriores, lo hicieron la opción elegida para las dos componentes del control MIMO en esta propuesta.

7.3.2. Diseños empleando *Super-Twisting* SISO

Para los diseños en base al *Super-Twisting* original, se requiere tener una expresión para la segunda derivada temporal total de cada variable de deslizamiento, por lo tanto:

$$\dot{\sigma}_i(x, v_i, t) = \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial t} \sigma_i + \frac{\partial}{\partial x} \sigma_i f \right)}_{a_i^0(x, t)} + \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x} \sigma_i g_{ii} \right)}_{b_i^0(x, t)} v_i \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma}_i(x, v, \dot{v}_i, t) = & \underbrace{\frac{\partial^0}{b_i(x, t)}}_{b_i^0(x, t)} \dot{v}_i + \\ & + \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial t} a_i^0(x, t) + \frac{\partial}{\partial t} b_i^0(x, t) v_i + \frac{\partial}{\partial x} a_i^0(x, t) (f + \mathbf{G} v) + \frac{\partial}{\partial x} b_i^0(x, t) (f + \mathbf{G} v) v_i \right)}_{a_i(x, v, t)} \end{aligned} \quad (7.22)$$

En este caso se propone diseñar cada componente del control empleando dos términos haciendo uso del concepto de control equivalente, como en las propuestas del capítulo anterior, aliviando la carga sobre el control por *Super-Twisting*. Por lo tanto se plantea:

$$v_i = v_{eqi} + \tilde{v}_i \quad (7.23)$$

Para cada componente, el término basado en el control equivalente que se utilizará en esta propuesta se define como $v_{eqi}(x, t) \triangleq -\left(\frac{\partial}{\partial x} \sigma_i \mathbf{G}\right)^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} \sigma_i + \frac{\partial}{\partial x} \sigma_i f\right)$. Debe notarse que esta definición no coincide con la que se usó en el capítulo [Capítulo 6](#), ya que allí no se evaluó la expresión obtenida en $\sigma_i = 0$. Si bien sobre la superficie 2-MD, que es donde tiene sentido el concepto teórico del control equivalente, las dos definiciones coinciden (ya que allí σ es nula), fuera de la superficie no hay una idea unificada en la literatura sobre su definición y

uso. La elección de esta definición en el caso en estudio se hizo luego de diversas pruebas por simulación, resultando ser la presente la mejor opción en esta propuesta.

La ley de control para cada una de las componentes de control diseñada en base al algoritmo *Super-Twisting* SISO, tiene la siguiente forma:

$$v_i = \varsigma_i \left(-\beta_{STi} |\sigma_i|^{1/2} \text{sign}(\sigma_i) - \alpha_{STi} \text{sign}(\sigma_i) \right) \quad (7.24)$$

similar a la descrita en la [Sección 5.4.4](#), excepto por el factor $\varsigma_i = \text{sign}(b_i(x, t))$, fijo para todo (x, t) y que se denomina *signo de influencia*. Así como para garantizar la existencia del régimen deslizante en el caso del 1-MD era necesario el cumplimiento de la condición $L_g \sigma < 0$, pero si $L_g \sigma > 0$ la situación podía solucionarse intercambiando u^+ y u^- en la ley de control o redefiniendo la variable de conmutación, en el caso del 2-MD la situación análoga se soluciona aquí con la presencia del signo de influencia en la ley de control.

A excepción de ς_i , que queda determinado por el sistema y por las variables de deslizamiento, el resto de los parámetros se diseña en base a las constantes positivas C_i , Γ_{mi} y Γ_{Mi} que se determinan para el SCEE de modo que acoten la derivada de la variable de deslizamiento verificando las condiciones I y II (ver pág. 90), las cuales se repiten a continuación para cada componente:

$$\begin{cases} |a_i(x, v, t)| \leq C_i \\ \Gamma_{mi} \leq |b_i(x, v, t)| \leq \Gamma_{Mi} \end{cases} \quad (7.25)$$

En estas condiciones, las trayectorias de los estados del sistema convergerán a la superficie deslizante $\sigma = \dot{\sigma} = 0$, y el sistema operará en 2-MD, si las ganancias fijas del controlador α_{STi} y β_{STi} son seleccionadas tal que cumplan con:

$$\alpha_{STi} > \frac{C_i}{\Gamma_{mi}} \quad (7.26)$$

$$\beta_{STi} > \frac{\sqrt{2(\alpha_{STi} \Gamma_{Mi} + C_i)}}{\Gamma_{mi}} \quad (7.27)$$

Como en los capítulos anteriores, el control diseñado será robusto ante la presencia de todas las perturbaciones y variaciones de parámetros que no saquen al sistema de las condiciones de borde consideradas, dadas por (7.25). Es decir que, de incluir en las ecuaciones del sistema términos que tengan en cuenta las perturbaciones e incertidumbre que se desean rechazar, y determinando a partir de ellas las constantes en (7.26)-(7.27), quedaría garantizada la robustez del controlador frente a las variaciones consideradas.

Para el SCEE descrito por (7.13)-(7.17), las expresiones para las derivadas temporales

totales de las variables de deslizamiento elegidas en (7.11)-(7.12), son las siguientes:

$$\dot{\sigma}_1 = 2k_{T_o}\Omega_r\dot{\Omega}_r - \frac{3p_pMV_s}{2w_sL_s}\dot{i}_{qr} = a_1^0(x, t) + b_1^0(x, t)v_{qr} \quad (7.28)$$

$$\dot{\sigma}_2 = \dot{Q}_{\text{ref}} + \frac{3p_pV_sM}{2w_sL_s}\dot{i}_{dr} = a_2^0(x, t) + b_2^0(x, t)v_{dr} \quad (7.29)$$

$$\ddot{\sigma}_1 = a_1(x, v, t) + b_1(x, v, t)\dot{v}_{qr} \quad (7.30)$$

$$\ddot{\sigma}_2 = a_2(x, v, t) + b_2(x, v, t)\dot{v}_{dr} \quad (7.31)$$

Las expresiones para las $a_i^0(\cdot)$ y $b_i^0(\cdot)$ se obtuvieron reemplazando con las expresiones de las derivadas de los estados y se muestran a continuación:

$$a_1^0(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t) = \frac{3p_pMV_s}{2w_sL_s} \left(\frac{MV_s}{L_{eq}} + \frac{R_rL_s}{L_{eq}}i_{qr} + (w_s - p_p\Omega_r) - \frac{p_pMV_s}{w_sL_{eq}}\Omega_r \right) + \frac{2k_{T_o}\Omega_r}{J}(T_t(\nu, \Omega_r) - T_e(i_{qr})) \quad (7.32)$$

$$b_1^0 = \{\mathbf{B}\}_{11} = -\frac{3p_pV_sM}{2w_sL_{eq}} \quad (7.33)$$

$$a_2^0(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t) = \dot{Q}_{\text{ref}} + \frac{3p_pMV_s}{2L_s} \left((w_s - p_p\Omega_r) - \frac{R_rL_s}{L_{eq}}i_{dr} \right) \quad (7.34)$$

$$b_2^0 = \{\mathbf{B}\}_{22} = \frac{3p_pV_sM}{2L_{eq}} \quad (7.35)$$

donde $\{\cdot\}_{ij}$ denota el elemento (i, j) de la matriz. Luego, se tiene $b_i = b_i^0$, y $a_1(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t)$ y $a_2(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t)$ se calculan derivando las expresiones (7.32)-(7.35) según:

$$a_i(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t) = \frac{d}{dt}a_i^0(i_{qr}, i_{dr}, \Omega_r, t) + \frac{d}{dt}b_i^0v_i \quad (7.36)$$

Pueden extraerse de (7.33) y (7.35), los *signos de influencia* para cada componente del control: $\varsigma_1 = -1$, y $\varsigma_2 = +1$.

7.3.3. Determinación de las cotas y selección de parámetros

Como fue establecido en el Capítulo 5, la manera de determinar los valores de las cotas necesarias para el diseño de los controladores por este método es en forma heurística. Además, generalmente resulta adecuado restringir la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento.

En este contexto, los valores constantes para acotar las funciones a_1 , a_2 , b_1 y b_2 se hallaron a partir del análisis de la estructura y funcionamiento del SCEE en conjunto con exhaustivas simulaciones, manteniendo al sistema operando en la zona de carga parcial. En los análisis y simulaciones realizados se emplearon variados perfiles de viento y referencias de potencia reactiva y se consideraron perturbaciones y variaciones en los parámetros del sistema y de la red, realizando barridos de valores dentro de rangos realistas para los mismos. Se consideraron también variaciones acotadas de la velocidad del viento y de sus derivadas.

Los valores nominales del SCEE empleado en las simulaciones pueden encontrarse en el Sección A.2. En esta propuesta de control, los parámetros considerados con incertidumbre fueron:

- Las inductancias electromagnéticas, con variaciones de $\pm 10\%$ alrededor de sus valores nominales.
- Las resistencias eléctricas, con variaciones de $\pm 10\%$ alrededor de sus valores nominales.
- La tensión de red, variando hasta $\pm 15\%$ de su valor nominal.
- La frecuencia de la red, con cambios de hasta $\pm 2\%$ del valor nominal de la misma.
- La característica aerodinámica de la turbina, suponiendo que los coeficientes del polinomio que describe el coeficiente de par C_t se conocen con un error del 10% .

Se incorporó también un par de roce, $T_{\text{roce}}(t)$, como fuerte perturbación externa aditiva, no considerada en el modelo de la planta. Este par fue modelado como una función cuadrática de la velocidad de rotación con la adición de una componente aleatoria independiente (T_a) generada como ruido blanco limitado en banda, representando alrededor del 10% del par de fricción. Se tiene, por lo tanto:

$$T_{\text{roce}}(t) = c_{tr2} \Omega_r^2(t) + c_{tr1} \Omega_r(t) + T_a(t) \quad (7.37)$$

Por último, para garantizar la convergencia al régimen 2-MD se estableció una región alrededor de la superficie de deslizamiento 2-MD delimitada por $|\sigma_1| = |T_{\text{ópt}} - T_e| < 40N m$ y por $|\sigma_2| = |Q_{\text{ref}} - Q_s| < 1kVAr$. Así, el controlador MIMO diseñado por 2-MD se diseña para garantizar convergencia y operación robusta sobre la superficie 2-MD σ , siempre que las condiciones iniciales estén dentro de dicha región.

Se determinaron finalmente los siguientes valores:

$$\begin{cases} C_1 & = 51100 \\ \Gamma_{m1} & = 1600 \\ \Gamma_{M1} & = 2000 \end{cases} \quad (7.38)$$

$$\begin{cases} C_2 & = 2876000 \\ \Gamma_{m2} & = 694000 \\ \Gamma_{M2} & = 7 \times 10^5 \end{cases} \quad (7.39)$$

Una vez determinadas las cotas, los parámetros para cada componente del controlador MIMO se seleccionaron luego de nuevas pruebas por simulación. Los valores se establecieron cumpliendo las condiciones dadas por (7.26) y (7.27), priorizando la reducción del *chattering*

en las salidas y la suavidad de las entradas de control. La selección final fue la siguiente:

$$\begin{cases} \alpha_{ST1} = 60 \\ \beta_{ST1} = 4, 5 \\ \alpha_{ST2} = 10 \\ \beta_{ST2} = 0, 1 \end{cases} \quad (7.40)$$

Tal como en las propuestas anteriores donde se usó el método de diseño análogo para el controlador basado en *Super-Twisting* SISO, es importante resaltar que el proceso de determinación de las cotas y de selección de valores de los parámetros de diseño no es simple. Sin embargo es un proceso que se debe ser realizado una única vez para el controlador, en forma *off-line* durante la etapa de diseño. Luego, la operación *online* de los controladores es muy sencilla y de bajo costo computacional.

7.3.4. Resultados de simulación del sistema controlado

A continuación se presentan y analizan resultados representativos obtenidos en pruebas por simulación, en las cuales se controló al SCEE mediante el diseño desarrollado. Las mismas fueron realizadas empleando el modelo dinámico de 3 estados del sistema operando en condiciones realistas dentro de la zona *II*, incluyendo perturbaciones e incertidumbre en los rangos considerados durante la etapa de diseño. Los resultados que se muestran corresponden a un intervalo de simulación de 10 minutos de duración.

El perfil de velocidades de viento durante el intervalo de simulación se muestra en la Figura 7.1. Por su parte, las variaciones temporales de los parámetros eléctricos del sistema (R_r , L_s , L_r y M) y de la red (tensión y frecuencia) durante el tiempo de simulación pueden apreciarse en las Figuras 7.2 y 7.3, respectivamente.

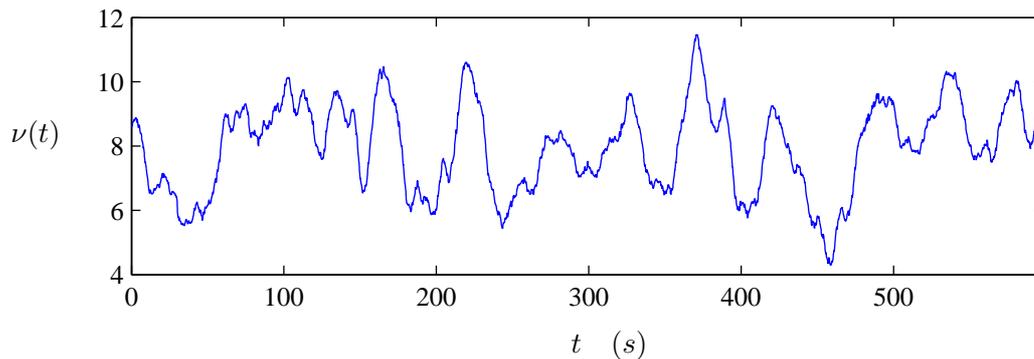


Figura 7.1: Variaciones temporales de la velocidad del viento durante 10 minutos.

Dado que por un lado, la dimensión del sistema MIMO no permite mostrar la convergencia en el espacio de estados 2-MD MIMO (σ_1 - σ_2 - $\dot{\sigma}_1$ - $\dot{\sigma}_2$) y que, por otro, las características de este sistema permitieron diseñar en forma independiente cada una de las componentes del control, el alcance de la superficie se ilustra a través de la convergencia de cada una de

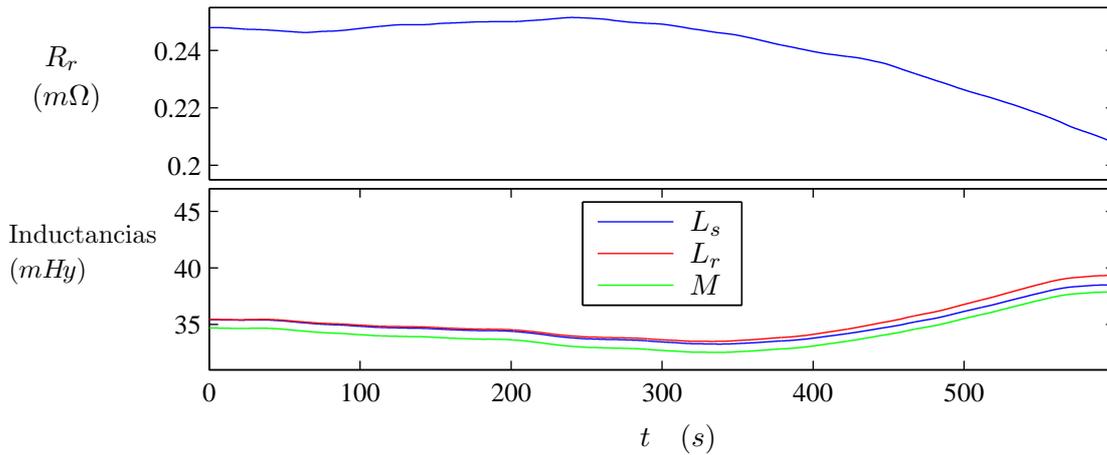


Figura 7.2: Variaciones temporales de los parámetros electromagnéticos del sistema. En el recuadro superior se muestra la resistencia de rotor (R_r) y en el inferior las inductancias de dispersión de rotor (L_r) y de estator (L_s), y la inductancia mutua entre ambos bobinados, M .

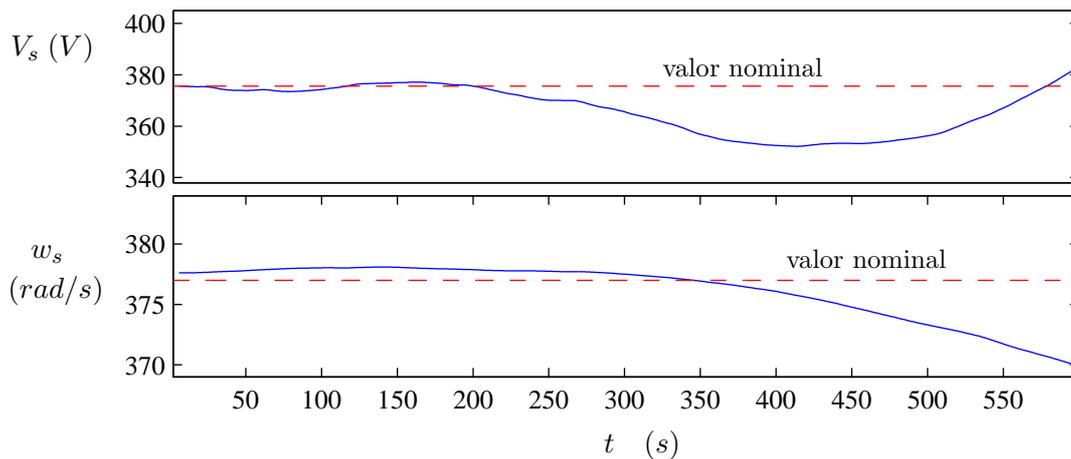


Figura 7.3: Variaciones temporales de los parámetros eléctricos de la red. En el recuadro superior se muestra la tensión de la línea y en el inferior su frecuencia.

sus componentes. Así, en los recuadros izquierdo y derecho de la [Figura 7.4](#) se presenta la convergencia de las trayectorias al origen de los planos $\sigma_1-\dot{\sigma}_1$ y $\sigma_2-\dot{\sigma}_2$, respectivamente.

Puede observarse que la forma de las trayectorias en ambos casos es simple, sin dar los giros alrededor del origen más conocidos del algoritmo *Super-Twisting* SISO. Como se estableció en el [Capítulo 5](#), el comportamiento durante la convergencia está asociado al valor del cociente entre los parámetros α_{STi} y β_{STi} de cada componente.

En la primera componente de la variable de deslizamiento se plasmó la estrategia para lograr el primer objetivo de control propuesto, la maximización de la potencia capturada. Dado que tal estrategia consistió en el seguimiento de una referencia calculada como el

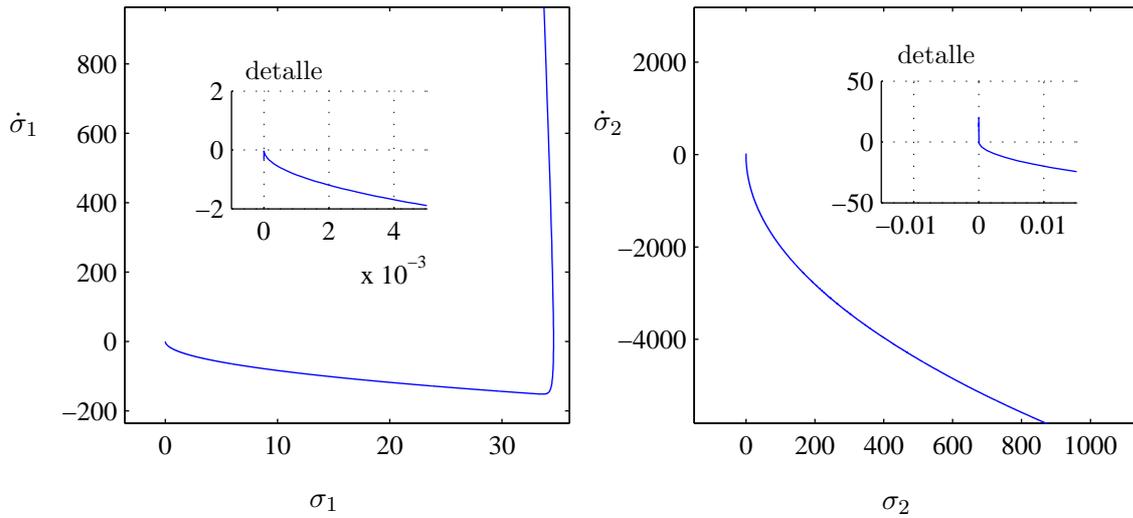


Figura 7.4: Convergencia al origen en los planos σ_i - $\dot{\sigma}_i$.

par en el punto de trabajo óptimo, el logro de este primer objetivo queda a la vista en la **Figura 7.4**, observándose que una vez alcanzado el régimen 2-MD, el valor de $\sigma_1 = T_{t_{\text{opt}}} - T_e$ se mantiene siempre por debajo de $1 \times 10^{-3} \text{ Nm}$ a pesar de las perturbaciones y variaciones de los parámetros, mostrando la robustez del algoritmo.

La evolución temporal de los pares involucrados se presenta en la **Figura 7.5**. En ella se

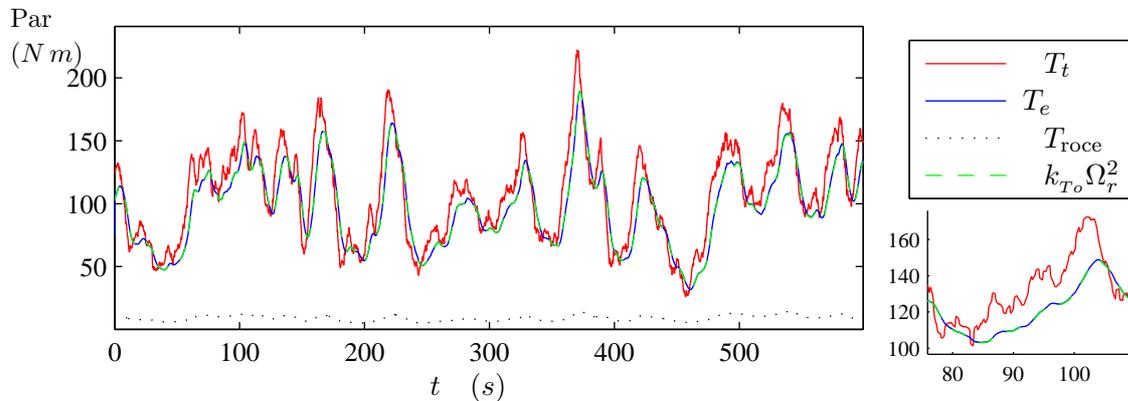


Figura 7.5: Curvas de par del SCEE controlado con el algoritmo de ganancias constantes.

En rojo, el par mecánico generado por el viento, T_t , en azul el par eléctrico resistente del generador, T_e y en línea negra punteada el par de roce.

muestran las curvas del par eléctrico resistente del generador (T_e , en azul) y del par óptimo de referencia ($T_{\text{opt}} = k_{T_o} \Omega_r^2$, en línea verde a trazos), junto con la del par mecánico generado por el viento referido al lado de alta velocidad (T_t , en rojo) y la del par de roce (línea negra punteada). La superposición de T_e con T_{opt} demuestra el logro del primer objetivo planteado, así como la capacidad y robustez del controlador para seguir una referencia variable y aleatoria

de este tipo, aún en un ambiente perturbado.

Por otro lado, pueden notarse diferencias entre T_t y la referencia óptima $k_{T_o} \Omega_r^2$. En un caso ideal no perturbado, la operación del SCEE en los puntos óptimos implicaría la igualdad de valores entre ambos pares. En este caso, las variaciones se deben principalmente al par de roce no modelado incluido en las simulaciones. Esta perturbación actúa directamente deteriorando la calidad de la referencia a seguir, causando que el seguimiento exacto de la misma no resulte en la maximización de la potencia extraída. Una solución para reducir este problema consistiría en estimar el término T_{roce} a partir de las mediciones de Ω_r y desafectar el mismo incluyéndolo en la variable de deslizamiento.

La Figura 7.6 muestra las curvas de potencia activa del SCEE. En particular se presentan en línea verde a trazos la potencia disponible en el viento (es decir, $P_{tm\acute{a}x}$, la máxima extraíble), en rojo la potencia que es extraída en cada instante (P_t) y en azul la parte de esta última que es aprovechada ($P_{\text{generador}} = -T_e \Omega_r$). Adicionalmente, la línea negra punteada corresponde a la potencia de pérdidas por roce. Puede observarse que, aunque el

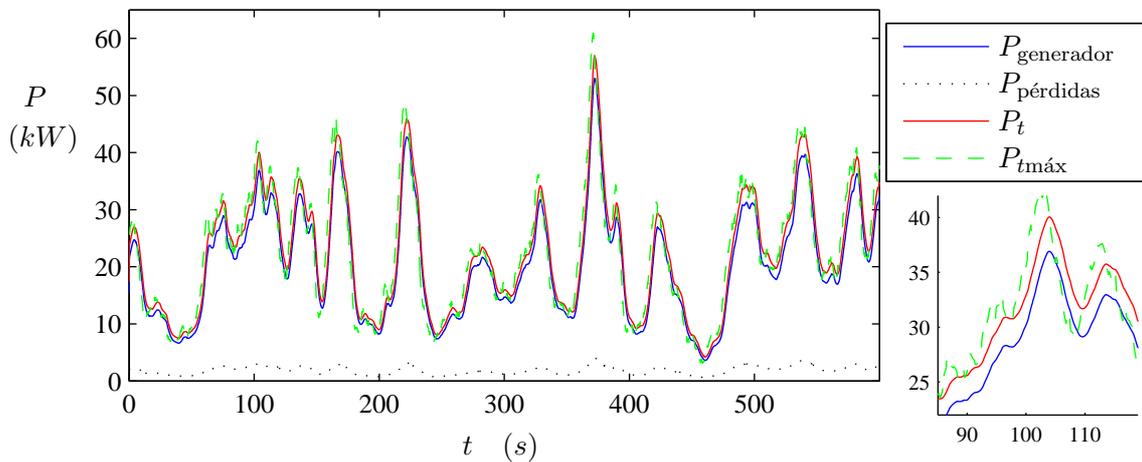


Figura 7.6: Curvas de potencia del SCEE controlado por el algoritmo de ganancias constantes.

resultado obtenido es bueno, la potencia extraída no coincide exactamente con la máxima potencia extraíble, como se pretendía con el primer objetivo de control. Los motivos de esta diferencia residen principalmente en dos razones. La primera de ellas está relacionada con la estrategia elegida para lograr dicho objetivo. Al basar la misma en un control de seguimiento del par correspondiente al punto de máxima potencia, el resultado esperable corresponde a un seguimiento pasabajos de dicha potencia. Por otro lado, la segunda razón está vinculada a la presencia del par de rozamiento, como se discutió al observar dichas curvas.

Con respecto al segundo objetivo de control propuesto, el seguimiento de una referencia Q_{ref} por parte de la potencia reactiva de estator de la máquina, este fue plasmado en la segunda variable de deslizamiento en forma directa ($\sigma_2 = Q_{\text{ref}} - Q_s$). Como puede notarse en la Figura 7.4, el valor de σ_2 se mantiene menor a $0,01 \text{ VAr}$ una vez alcanzado el régimen 2-MD. Comparado con los valores que toma Q_s (del orden de los kVAr), el error relativo resulta ser extremadamente pequeño. La evolución temporal de Q_s se presenta en la Figura 7.7

juntamente con la de Q_{ref} , donde la casi inexistente diferencia entre ambas curvas permite verificar el excelente logro del objetivo propuesto.

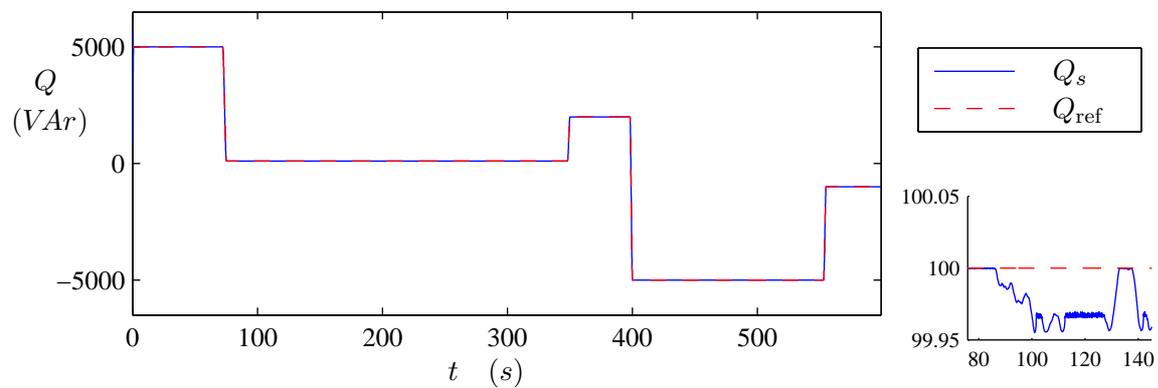


Figura 7.7: Potencia reactiva de estator del SCEE controlado con el algoritmo de ganancias constantes (Q_s) y referencia de potencia, Q_{ref} .

Por último, en la [Figura 7.8](#) se ilustra la acción de control MIMO aplicada para controlar el SCEE. Cada uno de los recuadros (superior e inferior) corresponde a una de las componentes de la misma ($v_1 = v_{qr}$ y $v_2 = v_{dr}$ respectivamente), graficándose además los dos términos que conforman cada una de ellas: v_{eqi} y \tilde{v}_i .

Como puede observarse, es el término basado en el control equivalente el que aporta la mayor parte, en tanto que los términos basados en el algoritmo *Super-Twisting* (\tilde{v}_i) se mantienen relativamente pequeños. Puede notarse el aumento de los mismos en la segunda mitad del intervalo de simulación. Este aumento puede justificarse observando el incremento de los errores en los parámetros eléctricos del sistema y de la red respecto de sus valores nominales (ver [Figuras 7.2](#) y [7.3](#)).

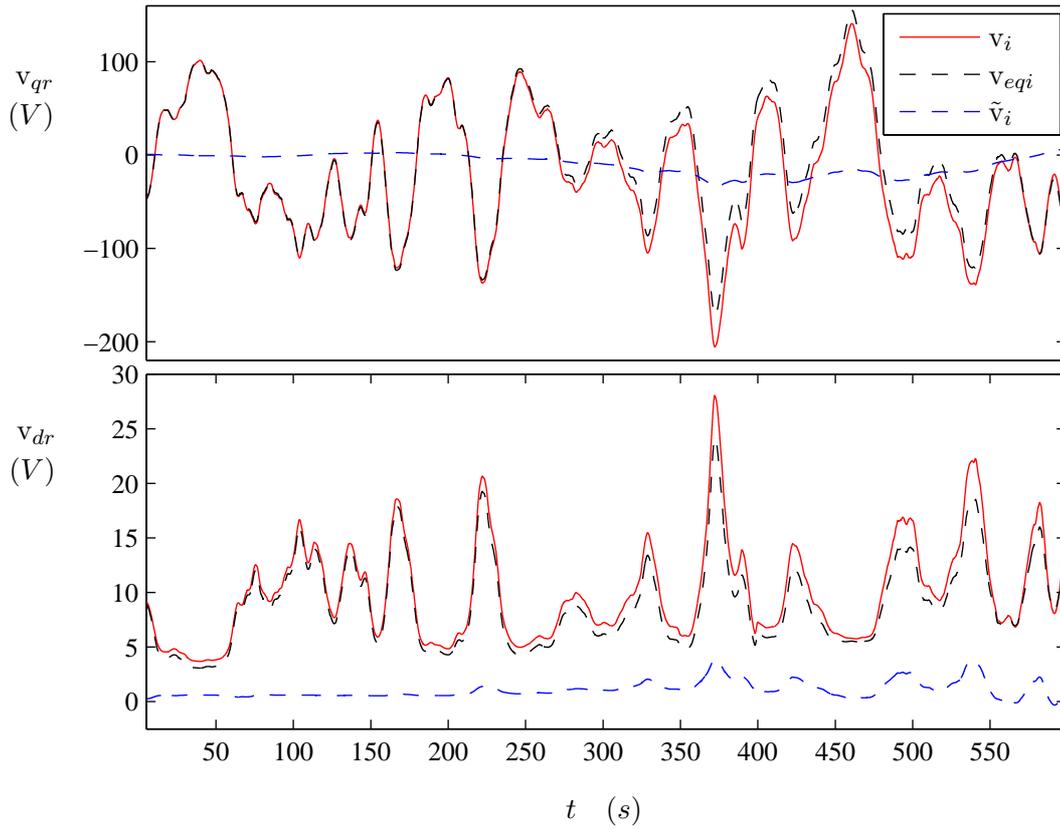


Figura 7.8: En cada recuadro se muestran las componentes de la entrada de control MIMO v : v_{qr} y v_{dr} , junto con los dos términos que conforman cada una de ellas, v_{eqi} y \tilde{v}_i .

7.4. Diseño basado en Lyapunov

El controlador que se desarrolla en esta sección está basado en la extensión MIMO del algoritmo *Super-Twisting* de ganancias variables que se empleó en el [Capítulo 6](#) (ver pág. 122). El procedimiento de diseño es análogo aunque presenta algunas pequeñas diferencias, dado que se utilizó como referencia el trabajo ([Dávila et al., 2010](#)), una evolución del anterior de los mismos autores. Sobre tal algoritmo se hizo aquí una reelaboración semejante a la realizada para el controlador SISO de ganancias variables en la propuesta del capítulo previo.

7.4.1. Transformación de variables

Para diseñar el control por este método se realiza una transformación de estados, que permite trabajar con el conjunto formado por las dos variables de deslizamiento y la velocidad de rotación mecánica. A partir del sistema de ecuaciones (7.1)-(7.3) se obtiene el siguiente,

sobre el cual se basa el diseño por Lyapunov:

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_i = A_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) + \Lambda_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) + u_i & , \quad i = 1, 2 \\ \dot{\Omega}_r = A_3(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) + \Lambda_3(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \end{cases} \quad (7.41)$$

donde puede notarse el desacoplamiento entre las dos variables de deslizamiento y cada una de las componentes del control. En las expresiones obtenidas, las funciones $A_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ representan la parte nominal o no perturbada del modelo:

$$\begin{aligned} A_1(\cdot) = & \frac{2k_{T_o}}{J} \Omega_r \left(T_t(\Omega_r, \nu(t)) + \sigma_1 - k_{T_o} \Omega_r^2 \right) - \frac{R_s L_s}{L_{eq}} (\sigma_1 - k_{T_o} \Omega_r^2) + \\ & + \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) \left(\sigma_2 - Q_{ref} + \frac{3p_p L_r V_s^2}{2w_s L_{eq}} \right) \end{aligned} \quad (7.42)$$

$$A_2(\cdot) = -w_s^2 \left(1 - \frac{p_p}{w_s} \Omega_r \right) (\sigma_1 - k_{T_o} \Omega_r^2) - \frac{3p_p R_r V_s^2}{2w_s L_{eq}} - \frac{R_r L_s}{L_{eq}} (\sigma_2 - Q_{ref}) + \dot{Q}_{ref} \quad (7.43)$$

$$A_3(\cdot) = \frac{1}{J} \left(T_t(\Omega_r, \nu(t)) + \sigma_1 - k_{T_o} \Omega_r^2 \right) \quad (7.44)$$

Las funciones $\Lambda_i(\cdot)$ tienen en cuenta errores de medición y de modelado, incertezas en los parámetros y perturbaciones externas, y se obtienen a partir de (7.42)-(7.44), escribiendo las variaciones de los parámetros respecto de sus valores nominales en forma separada y propagando errores. Las variables u_i se consideran como entradas de control para este diseño, siendo las mismas:

$$u_1 = -\frac{3p_p M V_s}{2w_s L_{eq}} v_{qr} \quad (7.45)$$

$$u_2 = \frac{3p_p M V_s}{2L_{eq}} v_{dr} \quad (7.46)$$

7.4.2. Procedimiento de diseño

El procedimiento propone para cada componente de la entrada de control una suma de dos términos:

$$u_i = u_{eq_i} + \tilde{u}_i \quad , \quad i = 1, 2 \quad (7.47)$$

donde u_{eq_1} y u_{eq_2} se basan en los controles equivalentes para las variables de deslizamiento en (7.41) sin perturbar, y \tilde{u}_1 y \tilde{u}_2 se diseñan empleando una versión del algoritmo *Super-Twisting* MIMO de ganancias variables basado en Lyapunov.

La expresión para los u_{eq_i} se obtiene despejando algebraicamente u_i de la ecuación obtenida al igualar a cero la primera derivada temporal de σ_i con $\Lambda_i = 0$, en (7.41) para el i correspondiente. Es decir:

$$u_{eq_i} = -A_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \quad , \quad i = 1, 2 \quad (7.48)$$

Se hace notar aquí, al igual que en la propuesta 2-MD MIMO anterior, la diferencia entre los términos basados en el concepto de control equivalente de este capítulo y del capítulo

Capítulo 6. Probada la convergencia en forma teórica para ambas definiciones, la elección se hizo en base a pruebas por simulación, en las cuales resultó ser la presente la mejor opción en este caso de estudio.

La expresión para cada una de las componentes \tilde{u}_i , $i = 1, 2$, de la entrada de control se propone de la forma:

$$\tilde{u}_i = -k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)\phi_{1i}(\sigma_i) - \int_0^t k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, \tau)\phi_{2i}(\sigma_i)d\tau \quad (7.49)$$

donde las ganancias variables $k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ y $k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ para cada componente se determinan por Lyapunov como se explica en lo que sigue, y se definen:

$$\phi_{1i}(\sigma_i) = k_{ci}|\sigma_i|^{1/2} \text{sign}(\sigma_i) \quad (7.50)$$

$$\phi_{2i}(\sigma_i) = \frac{\partial}{\partial \sigma_i} \phi_{1i}(\sigma_i) \phi_{1i}(\sigma_i) = \frac{k_{ci}^2}{2} \text{sign}(\sigma_i) \quad (7.51)$$

con la ganancia k_{ci} constante y mayor que cero para ambas componentes del control.

Para diseñar las ganancias variables se divide cada una de las funciones $\Lambda_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ en dos términos aditivos tal que $\Lambda_i = \tilde{\Lambda}_{1i} + \tilde{\Lambda}_{2i}$, donde cada término se define como:

$$\tilde{\Lambda}_{2i}(\Omega_r, t) = \Lambda_i(0, 0, \Omega_r, t) \quad (7.52)$$

$$\tilde{\Lambda}_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \Lambda_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) - \Lambda_i(0, 0, \Omega_r, t) \quad (7.53)$$

Así, las $\tilde{\Lambda}_{2i}$ consideran las perturbaciones sobre la superficie 2-MD y las $\tilde{\Lambda}_{1i}$ los efectos restantes.

Para cada uno de ellos deben hallarse funciones continuas $\varrho_{ji}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \geq 0$ que permitan acotarlas como:

$$|\tilde{\Lambda}_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)| \leq \varrho_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) |\phi_{1i}(\sigma_i)| = \varrho_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) k_{ci} |\sigma_i|^{1/2} \quad (7.54)$$

$$\left| \frac{d}{dt} \tilde{\Lambda}_{2i}(\Omega_r, t) \right| \leq \varrho_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) |\phi_{2i}(\sigma_i)| = \varrho_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \frac{k_{ci}^2}{2} \quad (7.55)$$

La convergencia en tiempo finito y la robustez ante las perturbaciones que hayan sido consideradas en las funciones $\Lambda_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ quedan garantizadas, como se demuestra a continuación, si las ganancias $k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ y $k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ en (7.49) se calculan según:

$$k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \delta_{Vi} + \frac{1}{\beta_i} \left[\frac{(2\epsilon_i \varrho_{1i} + \varrho_{2i})^2}{4\epsilon_i} + \epsilon_i + 2\epsilon_i \varrho_{2i} + (2\epsilon_i + \varrho_{1i})(\beta_i + 4\epsilon_i^2) \right] \quad (7.56)$$

$$k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \beta_i + 4\epsilon_i^2 + 2\epsilon_i k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \quad (7.57)$$

donde β_i , ϵ_i y δ_{Vi} son constantes arbitrarias positivas. Notar que fueron omitidos los argumentos de las funciones $\varrho_{ji}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t)$ para mejorar la claridad. Puede observarse aquí la diferencia de las expresiones de las ganancias variables, con respecto a las del caso SISO del capítulo anterior. Esta diferencia se debe simplemente a que aquí se han escrito los tres parámetros p_i del algoritmo SISO en función de dos parámetros únicamente, como: $p_{1i} = \beta_i + 4\epsilon_i^2$; $p_{2i} = -2\epsilon_i^2$; y $p_{3i} = 1$. De esta manera, las condiciones sobre los parámetros se simplifican a pedir que β_i , ϵ_i y δ_{Vi} sean positivos en lugar de las que se pedían antes.

Prueba de convergencia

La convergencia de este algoritmo se prueba empleando la teoría de Lyapunov. Dado que la demostración es muy semejante a la del caso SISO, desarrollada en el capítulo anterior, la prueba se presentará en este caso en forma simplificada, haciendo referencias a aquella (Sección 6.4.1, pág. 124).

El sistema dinámico de tres estados del sistema (7.41) aumenta en dos dimensiones al ser controlado según (7.47) a través de (7.48)-(7.51). Luego, el mismo puede reescribirse como un sistema de cinco variables de estado definiendo dos nuevos estados:

$$z_i(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = - \int_0^t k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, \tau) \phi_{2i}(\sigma_i) d\tau + \tilde{\Lambda}_{2i}(\Omega_r, t) \quad , \quad i = 1, 2 \quad (7.58)$$

A partir de ellos, las ecuaciones dinámicas del sistema (7.41) controlado pueden expresarse como sigue:

$$\dot{\Omega}_r = f_3(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) + \tilde{f}_3(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \quad (7.59)$$

$$\dot{\sigma}_i = g_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) - k_{1i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \phi_{1i}(\sigma_i) + z_i \quad i = 1, 2 \quad (7.60)$$

$$\dot{z}_i = \frac{d}{dt} g_{2i}(\Omega_r, t) - k_{2i}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) \phi_{2i}(\sigma_i) \quad i = 1, 2 \quad (7.61)$$

A continuación se propone la siguiente función de los estados como candidata de Lyapunov:

$$V_{MIMO}(\sigma_1, \sigma_2, z_1, z_2) = \underbrace{\zeta_1^T \mathbf{P}_1 \zeta_1}_{V_1} + \underbrace{\zeta_2^T \mathbf{P}_2 \zeta_2}_{V_2} = \sum_{i=1}^2 V_i \quad (7.62)$$

donde cada uno de los términos V_i es una forma cuadrática igual a la función candidata de Lyapunov del caso SISO del capítulo anterior, agregando el subíndice correspondiente. Dado que el sistema MIMO es diagonal, cada una de las candidatas V_i dependerá únicamente de las variables correspondientes σ_i y z_i . Luego, la derivada temporal total de la función candidata de Lyapunov para el sistema MIMO puede hallarse y acotarse en base a los resultados para el caso SISO:

$$\dot{V}_{MIMO} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \sum_{i=1}^2 \dot{V}_i \quad (7.63)$$

$$\leq - \frac{\epsilon_1 k_{c1}^2 \lambda_{\mathbf{P}_1 m}^{1/2}}{\lambda_{\mathbf{P}_1 M}} V_1^{1/2} - \frac{\epsilon_2 k_{c2}^2 \lambda_{\mathbf{P}_2 m}^{1/2}}{\lambda_{\mathbf{P}_2 M}} V_2^{1/2} \quad (7.64)$$

donde cada $\gamma_i = \frac{\epsilon_i k_{ci}^2 \lambda_{\mathbf{P}_i m}^{1/2}}{\lambda_{\mathbf{P}_i M}} V_i^{1/2} > 0$ y por lo tanto:

$$\dot{V}_{MIMO} \leq -\gamma_1 V_1^{1/2} - \gamma_2 V_2^{1/2} \leq 0 \quad (7.65)$$

tomando el valor 0 únicamente cuando las σ_i y las z_i son todas nulas. Puede concluirse entonces que el origen del plano de deslizamiento, es decir, la superficie 2-MD MIMO

($\sigma_1 = \dot{\sigma}_1 = \sigma_2 = \dot{\sigma}_2 = 0$) es globalmente estable. También como en el caso SISO, puede probarse que la superficie 2-MD es alcanzada en tiempo finito a partir de cualquier condición inicial.

Puede demostrarse también en forma sencilla para este sistema, que la dinámica cero (dada por (7.59)), es estable sobre la superficie de deslizamiento y converge a la velocidad de rotación del punto óptimo $\Omega_r = \frac{\lambda_{\text{ópt}} k_{gb}}{R} \nu$.

7.4.3. Selección de valores para los parámetros

Para determinar los valores de los parámetros del controlador 2-MD MIMO deben establecerse en primer lugar las perturbaciones, variaciones de parámetros y errores ante los cuales se desea garantizar la robustez del controlador. En base a ellos podrán hallarse las funciones ϱ_{ji} que acotan las componentes de cada $\Lambda_i(\cdot)$ según (7.54) y (7.55). Como se mencionó en la Sección 7.4.1, las funciones $\Lambda_i(\cdot)$ se obtuvieron escribiendo las variaciones de los parámetros en (7.42)-(7.44) respecto de sus valores nominales en forma separada y propagando errores.

Para evaluar este controlador se empleó el mismo SCEE de la propuesta MIMO anterior, cuyos valores nominales se detallan en el Sección A.2. Las perturbaciones e incertidumbre en los parámetros que se consideran durante la etapa de diseño y para realizar las simulaciones coinciden también con las de la propuesta anterior (se describen en la Sección 7.3.3). De esta manera se tienen en cuenta variaciones y errores en las resistencias e inductancias del generador, en la tensión y en la frecuencia de la red, y en la característica aerodinámica de la turbina, además de agregarse un par de roce no modelado.

A diferencia del algoritmo anterior, las ganancias en esta propuesta son ajustables. Por esta razón se espera, como en el caso del *Super-Twisting* SISO de ganancias variables, controlar al sistema en forma robusta y con un buen desempeño respecto del *chattering* y de las cargas mecánicas generadas, en un rango de operación más amplio que con el algoritmo de ganancias constantes. Por lo tanto, en este diseño no se restringe la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento.

Una vez efectuado cuidadosamente el procedimiento descrito, se determinaron expresiones analíticas para las funciones cota para cada una de las dos componentes del control MIMO, como se observa a continuación:

$$\varrho_{11}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \frac{B_1}{k_{c1}} |\sigma_1|^{1/2} \quad (7.66)$$

$$\varrho_{21}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \frac{C_1}{k_{c1}^2} \quad (7.67)$$

$$\varrho_{12}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \frac{B_2}{k_{c2}} |\sigma_2|^{1/2} \quad (7.68)$$

$$\varrho_{22}(\sigma_1, \sigma_2, \Omega_r, t) = \frac{C_2}{k_{c2}^2} \quad (7.69)$$

Puede observarse que el efecto de desacoplamiento ya mencionado (obtenido en el modelo del sistema empleando la estrategia de control propuesta) se reflejó en la sencillez de las expresiones halladas y en su dependencia sola con la variable de deslizamiento asociada a la componente de control correspondiente a dicha cota.

Empleando estas funciones se realizaron nuevas simulaciones para asistir el proceso de selección final de los parámetros del controlador de ganancias variables. A través de estas pruebas se buscaron valores que redujesen los esfuerzos mecánicos aplicados al sistema y el *chattering* a la salida. Finalmente, los valores que se establecieron para todas las constantes de diseño de cada componente del control fueron los siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = 2305 \\ C_1 = 20 \\ k_{c1} = 25 \\ \epsilon_1 = 1,10^{-5} \\ \beta_1 = 1000 \\ \delta_{v1} = 0,0001 \end{array} \right. \quad (7.70)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B_2 = 1261 \\ C_2 = 20 \\ k_{c2} = 51 \\ \epsilon_2 = 1,10^{-8} \\ \beta_2 = 1000 \\ \delta_{v2} = 0,0001 \end{array} \right. \quad (7.71)$$

Empleando estos valores, las ganancias variables del controlador 2-MD MIMO son calculadas como (7.56) y (7.57) durante la operación del sistema.

7.4.4. Simulaciones del sistema controlado

Diseñado el controlador y ajustados los valores de sus parámetros, se realizaron simulaciones para probar, evaluar y analizar su desempeño actuando sobre el SCEE durante su operación en la zona II. En las mismas se empleó el modelo dinámico de 3 estados del sistema y se incluyeron perturbaciones e incertidumbre en los rangos considerados durante la etapa de diseño. A continuación se presentan resultados representativos de estas simulaciones, los cuales corresponden a 10 minutos de operación bajo la acción del mismo perfil viento y variaciones de los parámetros eléctricos de la máquina y de la red que se mostraron en la propuesta anterior (ver Figuras 7.1, 7.2 y 7.3, respectivamente).

En primer lugar se pretende ilustrar la convergencia al régimen 2-MD MIMO. Como ya fue establecido en la propuesta MIMO desarrollada anteriormente, la dimensión del sistema hace imposible mostrar las trayectorias del sistema controlado en el espacio de estados 2-MD MIMO (σ_1 - σ_2 - $\dot{\sigma}_1$ - $\dot{\sigma}_2$). En su lugar se presentan entonces las trayectorias que muestran la convergencia al origen en los planos de deslizamiento SISO σ_1 - $\dot{\sigma}_1$ y σ_2 - $\dot{\sigma}_2$. Esto no resulta tan desacertado dada la vinculación unívoca de cada una de las variables de deslizamiento con cada una de las entradas del sistema en esta estrategia de control.

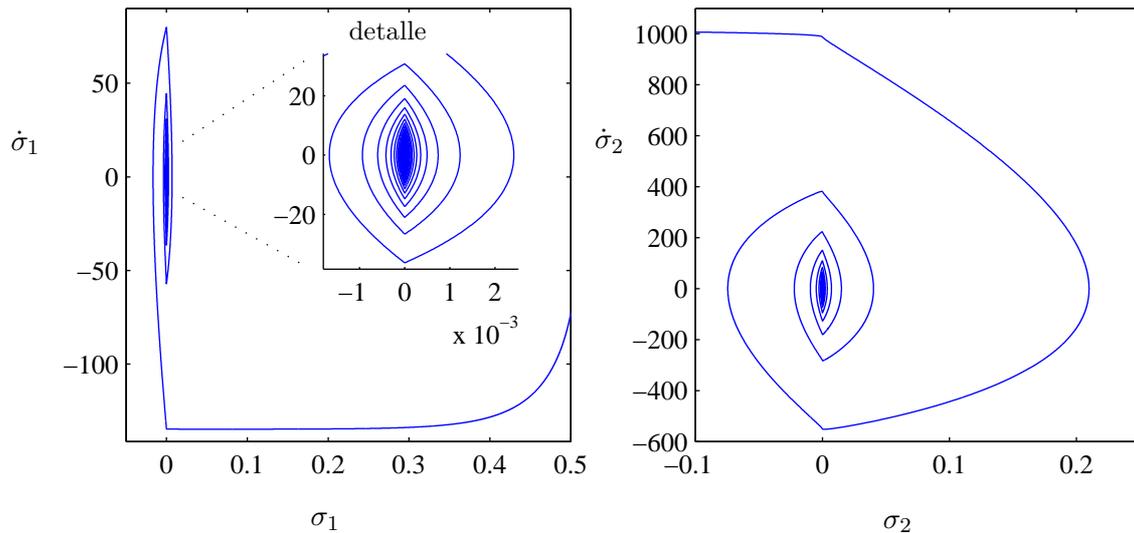


Figura 7.9: Alcance de la superficie 2-MD en el plano σ - $\dot{\sigma}$.

Puede verse que las curvas convergen al origen dando giros alrededor del mismo, alcanzándolo en un tiempo muy breve. La forma de las trayectorias no es exactamente la más conocida del algoritmo *Super-Twisting*, pero debe recordarse la asociación de la misma al cociente entre las ganancias de diseño del controlador, variable en esta propuesta.

La primera componente de la variable de deslizamiento se estableció como la diferencia entre el par resistente de la máquina y la referencia de par óptimo generada para maximizar la potencia extraída del viento. En la [Figura 7.10](#) se presentan las curvas correspondientes a ambas variables (en azul la primera, T_e , y en línea verde a trazos la segunda, $T_{\text{opt}} = k_{T_o} \Omega_r^2$). La superposición de tales curvas muestra el logro del primer objetivo de control planteado. Puede verificarse esta situación también en el recuadro correspondiente a $\sigma_1 = k_{T_o} \Omega_r^2 - T_e$ de la [Figura 7.9](#).

En la [Figura 7.10](#) se muestran también el par mecánico generado por el viento referido al lado de alta velocidad (T_t , en rojo) y el par de roce generado (T_{roce} , en línea negra punteada). Nuevamente surge aquí la imposibilidad de corregir el error debido al par de roce no modelado (para el cual puede proponerse la solución en base a la estimación del mismo que ya fue comentada en la propuesta anterior).

La [Figura 7.11](#) muestra las curvas de potencia activa del SCEE controlado, donde se presentan la potencia disponible en el viento (es decir $P_{t\text{máx}}$, la máxima extraíble, en línea

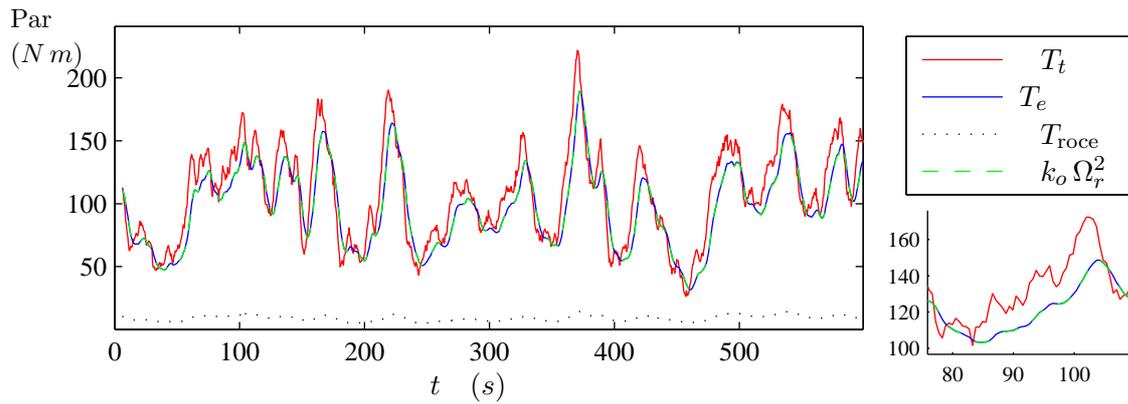


Figura 7.10: Curvas de par del SCEE controlado con el algoritmo MIMO de ganancias variables. En rojo, el par mecánico generado por el viento, T_t , en azul el par eléctrico resistente del generador, T_e y en línea negra punteada el par de roce.

verde a trazos), la potencia extraída en cada instante (P_t , en rojo) y la parte de esta última que es aprovechada ($P_{\text{generador}} = -T_e \Omega_r$, en azul). Por su parte, la línea negra de puntos corresponde a la potencia de pérdidas, en las cuales se han considerado las debidas al roce y despreciado las eléctricas.

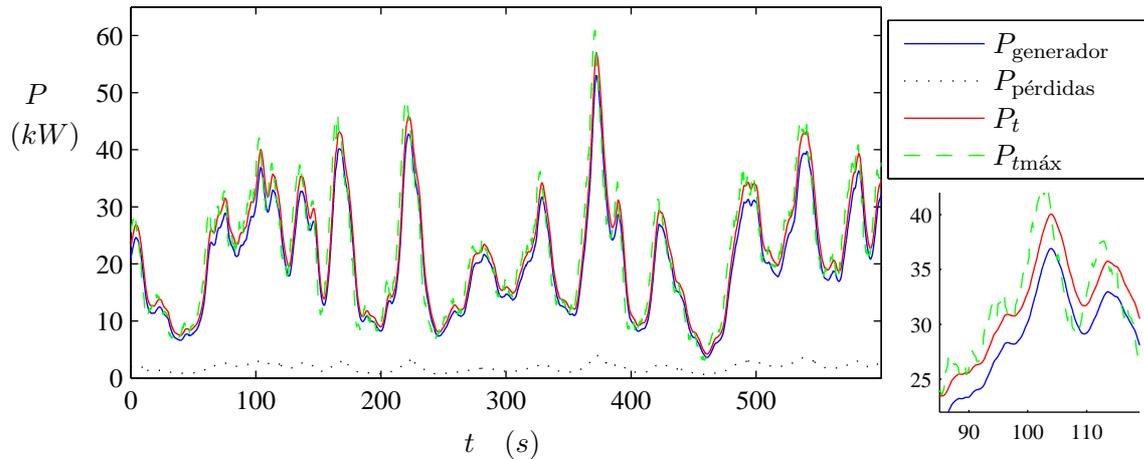


Figura 7.11: Curvas de potencia del SCEE controlado por el algoritmo de ganancias variables.

En estas curvas puede observarse un comportamiento análogo al de la propuesta anterior en cuanto a las diferencias entre la potencia extraída y la máxima potencia extraíble. Aunque el resultado es bueno, la estrategia fue basada en términos de par, cuyo logro se tradujo en un seguimiento pasabajos de la potencia máxima. Por otro lado se tiene, además, el efecto de corrimiento de la referencia utilizada respecto del valor de par óptimo, provocado por el par de roce no modelado como se expuso previamente.

En la segunda componente de la variable de deslizamiento se plasmó directamente el segundo objetivo de control propuesto. Las excelentes resultados obtenidos, logrando

concretar el mismo casi sin error, pueden observarse en la [Figura 7.12](#). En ella se presenta la curva correspondiente a la potencia reactiva en el estator de la máquina junto con la referencia a seguir por la misma, Q_{ref} . Ambas curvas se encuentran prácticamente superpuestas, debiendo destacarse el excelente seguimiento pese a los fuertes flancos temporales de la referencia. El pequeño valor del error puede verificarse en el recuadro de la derecha, donde se muestra un detalle de las curvas y también puede apreciarse en el recuadro de la derecha de la [Figura 7.9](#) (ya que $\sigma_2 = Q_{\text{ref}} - Q_s$).

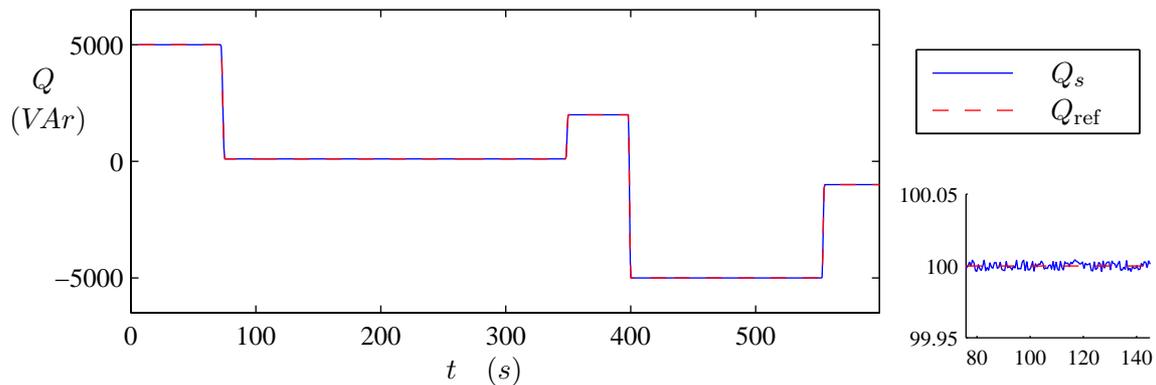


Figura 7.12: Potencia reactiva de estator del SCEE controlado con el algoritmo de ganancias variables (Q_s) y referencia de potencia, Q_{ref} .

Por último, las tensiones de control aplicadas a la entrada del sistema MIMO se presentan en la [Figura 7.13](#).

En la misma se muestra cada una de las componentes del control ($v_1 = v_{qr}$ y $v_2 = v_{dr}$ en los recuadros superior e inferior respectivamente) junto con cada uno de los términos que la conforman, v_{eqi} (basado en el concepto del control equivalente) y \tilde{v}_i (diseñado en base al algoritmo *Super-Twisting* de ganancias variables).

Tal como en la propuesta de ganancias constantes, puede observarse que el término basado en el control equivalente es el que aporta la mayor parte al operar en régimen 2-MD. Puede observarse también en este caso el aumento de amplitud de los términos correspondientes al algoritmo *Super-Twisting* de ganancias variables durante la segunda mitad del tiempo, para contrarrestar el aumento de los errores en los parámetros del sistema y de la red que sucede en este tramo (ver [Figuras 7.2](#) y [7.3](#)).

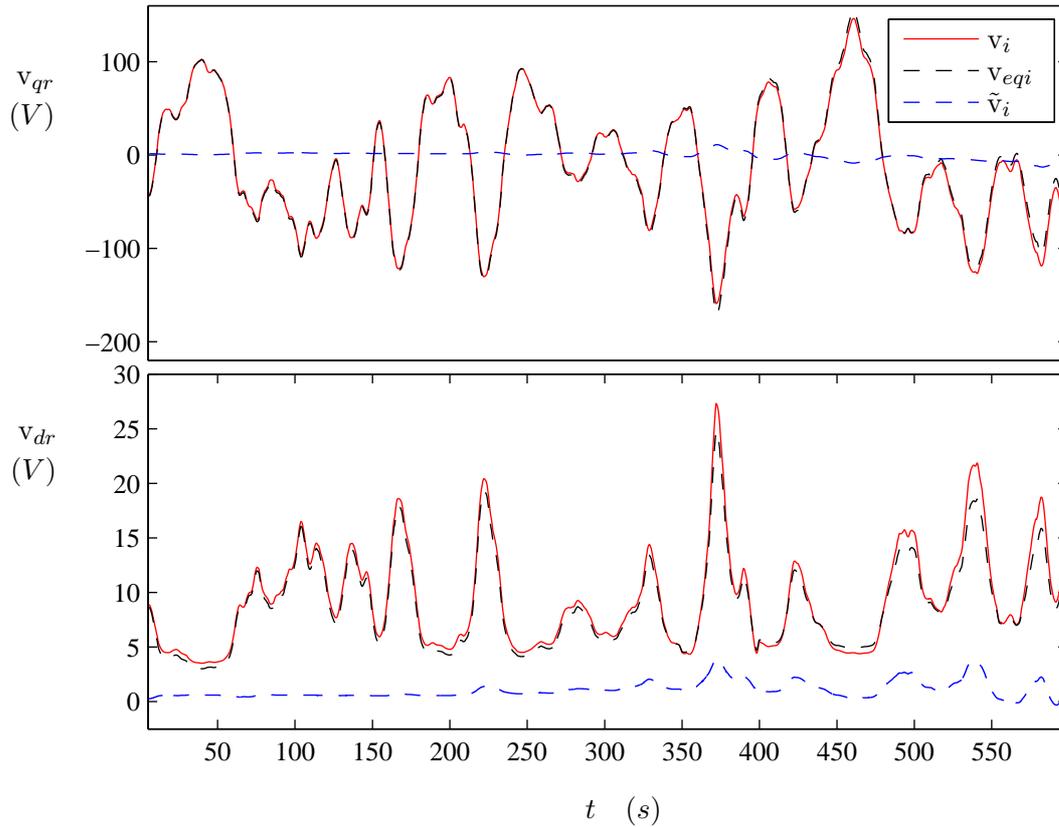


Figura 7.13: En cada recuadro se muestran las componentes de la entrada de control MIMO v : v_{qr} y v_{dr} , junto con los dos términos que conforman cada una de ellas, v_{eqi} y \tilde{v}_i .

7.5. Conclusiones

En este capítulo se exploró el uso de técnicas 2-MD MIMO aplicadas al control de SCEE. Tras haber obtenido muy buenos resultados con algoritmos 2-MD en sistemas SISO, particularmente empleando *Super-Twisting* y variaciones del mismo en los capítulos previos, se propuso desarrollar y evaluar el desempeño de dos controladores basados en versiones MIMO de aquellos. Los resultados obtenidos fueron muy buenos en ambos casos.

Para las propuestas que se presentaron aquí se seleccionó como caso de estudio un SCEE basado en un GIDA de velocidad variable con convertidor bidireccional, descrito a través de un modelo de dos entradas y dos salidas ($m = 2$). Continuando con la idea de mejorar la eficiencia del sistema y su comportamiento mecánico, los objetivos de control planteados fueron la maximización de la potencia extraída del viento durante la operación en la zona *II* y la regulación de la potencia reactiva en estator acorde a las necesidades de la red. Debe destacarse la ventaja de la estrategia propuesta para maximizar la potencia capturada, la cual propone el seguimiento de un par de referencia óptimo y no requiere medir la velocidad del viento. Esto representa una simplificación del sistema de control del SCEE, con la consiguiente disminución de costo y aumento de robustez del mismo. Como

desventaja, aunque pueden proponerse soluciones en base a estimación de variables, este método no resulta robusto a perturbaciones como un par de roce, el cual afecta directamente a la referencia de par generada. Por otro lado, la estrategia planteada para lograr estos objetivos permitió desacoplar cada uno de ellos con respecto a las entradas de control en la topología empleada, lo cual representó una ventaja a la hora de diseñar los controladores.

El primer desarrollo se basó en la variación MIMO del algoritmo *Super-Twisting* original. Como en el caso SISO original, la aplicación de este método requirió restringir la región de convergencia a las cercanías de la variedad de deslizamiento. Luego, en tales condiciones, se obtuvo un controlador 2-MD MIMO que resultó robusto a las perturbaciones e incertidumbre que se consideraron y casi sin *chattering*. El desacoplamiento de los objetivos deseados con respecto a las entradas de control fue de especial importancia al utilizar este método, ya que permitió simplificar el problema de diseño de un controlador 2-MD MIMO de 2 componentes al diseño de dos controladores 2-MD SISO por separado. En el caso de un sistema MIMO donde se dispone de m entradas y m salidas, la variedad de deslizamiento queda conformada por la intersección de m superficies, permitiendo plantear m objetivos de control a través de las mismas. Generalmente, esto supone ciertas diferencias con el caso SISO que requieren tener en cuenta algunas consideraciones extra para garantizar convergencia y operación en 2-MD sobre la superficie MIMO. Ello no fue necesario en este caso.

El segundo desarrollo se basó en la extensión MIMO del *Super-Twisting* de ganancias variables diseñado con técnicas de Lyapunov, cuya versión SISO se empleó en el capítulo anterior. Tal como se esperaba, la adaptabilidad de las ganancias permitió diseñar el controlador para operar con un rango de convergencia más amplio que en caso MIMO de ganancias constantes, ambos con robustez y características de desempeño similarmente buenas. El desacoplamiento de los objetivos de control con respecto a las entradas del sistema significó en esta propuesta una simplificación de las expresiones para las funciones cota ρ_{ij} , necesarias para el cálculo online de las ganancias variables del controlador.

Capítulo 8

Conclusiones

En esta Tesis se han presentado los trabajos de investigación realizados sobre la aplicación de los modos deslizantes de segundo orden al control de sistemas de conversión de energía eólica. En los primeros capítulos fue establecida la importancia y la necesidad de trabajar en pos del desarrollo tecnológico necesario para lograr la explotación de esta fuente energética limpia y renovable de manera eficiente. En este sentido, las tareas de optimizar el rendimiento de los SCEE y lograr buenas condiciones mecánicas de operación resultan tareas especialmente desafiantes desde el punto de vista del control debido a las características de este tipo de sistemas, tales como la naturaleza no lineal de los mismos, la gran variabilidad y aleatoriedad del viento, y la incertidumbre en los modelos eléctricos y aerodinámicos, entre otros.

Por un lado, se estudió la manera en la que la energía cinética del viento es capturada y transformada primero en energía mecánica y luego en energía eléctrica empleando aerogeneradores. Como parte de tal proceso de captura y transformación, fueron destacados también los efectos mecánicos no deseados generados por el viento sobre las palas, la hélice y la torre de la turbina. Se presentaron luego los principales esquemas de sistemas de conversión de energía eólica de frecuencia y *pitch* constantes conectados a red. Entre ellos, fueron discutidas diversas topologías y se centró el análisis en las que emplean convertidores electrónicos de potencia y permiten que el sistema opere a velocidad variable. Con estas topologías es posible maximizar la eficiencia de conversión en un rango amplio de velocidades de viento, disminuir los esfuerzos mecánicos aplicados sobre el sistema y mejorar la calidad de la potencia que se entrega a la red, manejando únicamente una parte de la potencia generada, con la consiguiente reducción de costo respecto de sistemas con convertidor de rango completo. Estas configuraciones están basadas en un generador de inducción doblemente alimentado que posee un convertidor electrónico de potencia fraccional en rotor a través del cual puede recuperarse la potencia de resbalamiento (entre un 30 % y un 40 % de la potencia total generada).

Por otro lado, se presentaron las características y propiedades principales de las técnicas de control por modos deslizantes, destacando su robustez respecto a perturbaciones externas y a variaciones de los parámetros, la simplicidad de su diseño e implementación (aún en sistemas

no lineales), y su inherente desventaja, el efecto de *chattering*. Se establecieron las ventajas de los modos deslizantes de orden superior empleados para diseñar controladores robustos capaces de reducir o eliminar prácticamente el *chattering*. En particular, numerosos motivos sugirieron explorar la aplicación de los modos deslizantes de segundo orden a los SCEE. Entre los principales pueden mencionarse la variedad de algoritmos (cada uno con particularidades propias), los probados beneficios en su aplicación a dispositivos controlados electrónicamente, su robustez y la relativa sencillez de sus métodos de diseño aún en sistemas no lineales. Los resultados obtenidos con las propuestas elaboradas fueron altamente satisfactorios en general. A continuación se discuten en forma más detallada.

En primer lugar se propuso una estrategia de control basada en 2-MD para maximizar la potencia extraída del viento por un SCEE en la zona *II* de operación. Con este objetivo se desarrollaron, analizaron y evaluaron controladores basados en cuatro algoritmos 2-MD diferentes, algoritmo con Ley de Variación Definida, Sub-Óptimo, *Twisting* y *Super-Twisting*, todos ellos siguiendo el método de diseño original. Como caso de estudio se empleó un SCEE de velocidad variable basado en un GIDA en configuración unidireccional descrito por un modelo SISO.

Los controladores fueron desarrollados en base a un modelo simplificado no lineal de orden reducido del sistema y diseñados para garantizar la convergencia al régimen 2-MD y operación robusta en tal condición frente a perturbaciones externas, incertidumbre en los parámetros del sistema y errores de medición y estimación de variables. Se observó la dificultad para determinar adecuadamente las cotas necesarias, y con ellas las ganancias de los algoritmos, para garantizar la convergencia global en forma rigurosa. Las cotas debieron hallarse en forma heurística y restringiendo la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento. Por último, la selección final de los parámetros de diseño de los algoritmos fue complementada con simulaciones, eligiéndose de manera que el tiempo de convergencia fuese del mismo orden en los cuatro casos (con el fin de establecer un marco comparativo) y se redujesen tanto el *chattering* en las variables de salida como las oscilaciones de las variables mecánicas.

Para evaluar el desempeño de los controladores se realizaron simulaciones empleando el modelo dinámico completo del SCEE (lo cual aumentó el orden del sistema de 1 a 5) en condiciones realistas de funcionamiento involucrando perfiles variados de viento, perturbaciones e incertidumbre en los parámetros dentro de los rangos considerados durante la etapa de diseño. Se obtuvieron resultados muy satisfactorios, lográndose en todos los casos el seguimiento de la referencia de velocidad variable y con él el objetivo de control deseado, con *chattering* muy reducido. Los controladores basados en los algoritmos con Ley de Variación Definida y *Super-Twisting* se destacaron de los demás por la suavidad de las acciones de control aplicadas, que permitieron el logro del objetivo propuesto en forma robusta, no generando cargas mecánicas excesivas sobre el sistema y prácticamente eliminando el *chattering*. Además, sus leyes de control son muy sencillas y de bajo costo computacional durante la operación *online*. Por su parte, el *Super-Twisting* posee la ventaja adicional de requerir únicamente conocer el valor de $\sigma(t)$ durante el funcionamiento, en tanto que los otros

tres requieren alguna información extra, tal como el valor o el signo de $\dot{\sigma}$.

Establecidos los beneficios del *Super-Twisting* en la aplicación desarrollada, este algoritmo fue seleccionado para las siguientes aplicaciones de la Tesis.

Con el fin de ampliar la región de convergencia del algoritmo *Super-Twisting* sin comprometer ni la robustez del controlador ni su comportamiento en cuanto al *chattering*, se exploraron algunas mejoras. Estas consistieron en el cambio de los parámetros constantes del algoritmo por ganancias variables y en el agregado de un nuevo término en la ley de control, basado en el concepto del control equivalente. Por otro lado, la prueba de convergencia se realizó empleando técnicas de Lyapunov, lo cual implicó la modificación del procedimiento de diseño con respecto al método original. Adicionalmente, para evaluar este modo alternativo de diseño y sobre todo con fines comparativos, se diseñó un segundo controlador empleando la ley del *Super-Twisting* original de ganancias constantes pero basado en Lyapunov, con agregado del término basado en el control equivalente.

En base a estos métodos, el desarrollo de los dos controladores se realizó utilizando una aproximación no lineal afín en el control del modelo simplificado del sistema que fue empleado en las propuestas anteriores. Ambos fueron diseñados para garantizar la convergencia y operación robusta en régimen 2-MD frente al mismo tipo de perturbaciones externas, incertidumbre en los parámetros del sistema y errores considerados anteriormente. Mientras que en el caso de ganancias constantes fue necesario restringir la región de convergencia a las cercanías de la superficie de deslizamiento al igual que con el método original, el controlador de ganancias variables fue diseñado en las mismas condiciones restantes pero sin requerir tal limitación.

Las estrategias propuestas fueron evaluadas a través de la realización de simulaciones en las cuales se empleó el modelo dinámico completo del SCEE, se probaron diversos perfiles de viento y se incluyeron perturbaciones e incertidumbre en los parámetros semejantes a los considerados en la etapa de diseño. En ambos casos se obtuvieron muy buenos resultados, lográndose el objetivo de control casi sin *chattering* y en forma robusta. Tal como se esperaba, la característica adaptativa de las ganancias en conjunto con la incorporación del término basado en el control equivalente permitió, en el caso del controlador de ganancias variables, sintetizar un controlador con un rango de convergencia más amplio y con variaciones más suaves. Esto resultó una importante ventaja, ya que implicó un mejor comportamiento en cuanto a cargas mecánicas aplicadas sobre el sistema y prácticamente se eliminó el *chattering* en la variable de deslizamiento. Podría mencionarse la contrapartida del diseño con ganancias variables, consistente en que la implementación de la ley de control, si bien es relativamente sencilla, resulta algo más compleja que en el caso de ganancias constantes.

En último lugar, luego de haber analizado y discutido los excelentes resultados obtenidos al aplicar algoritmos 2-MD para controlar un SCEE descrito por un modelo SISO, se propuso explorar la extensión de estas técnicas a otra configuración de SCEE, descrita a través de un modelo MIMO. Como caso de estudio se utilizó un SCEE basado en un GIDA de velocidad variable con convertidor bidireccional, descrito por un modelo de dos entradas y dos salidas.

Para el mismo se propusieron como objetivos de control la maximización de la potencia extraída del viento en la zona *II* de operación y la regulación de la potencia reactiva en estator según las necesidades de la red. Para evitar tener que medir la velocidad del viento se propuso controlar los puntos de funcionamiento a través del seguimiento de una referencia de par para llevar a cabo el primer objetivo de control. De esta manera se evitó tener que medir la velocidad del viento, lo cual constituye una mejora tanto desde el punto de vista económico como al considerar la robustez del equipo y las tareas de mantenimiento del sistema de control del SCEE. Por otro lado, el uso de un modelo (MIMO) simplificado del sistema junto con la estrategia propuesta permitieron desacoplar cada uno de los objetivos deseados con respecto a las entradas de control en la topología empleada, simplificando el diseño de los controladores.

El primer controlador se diseñó en base a la variante MIMO del algoritmo *Super-Twisting* original y cada uno de los objetivos de control fue plasmado en una componente de la variable de deslizamiento multivariable. De esta manera, el desacoplamiento entrada/salida mencionado simplificó el diseño del controlador de dos componentes, que fue realizado a través de dos diseños SISO independientes. Se obtuvieron muy buenos resultados aunque con la limitación antes mencionada sobre la restricción de la región de convergencia a las cercanías de la variedad de deslizamiento (por el uso de ganancias constantes).

Luego, el desarrollo y diseño del segundo controlador se basaron en una extensión MIMO del *Super-Twisting* de ganancias variables, para la cual se propuso una función de Lyapunov que permitió demostrar la convergencia. La adaptabilidad de las ganancias permitió obtener un rango de convergencia más amplio que en el caso anterior, ambos con características de robustez y desempeño igualmente buenas.

8.1. Futuras líneas de investigación

A partir de los trabajos de esta Tesis han surgido diversas líneas de investigación para realizar a corto y mediano plazo. Entre ellas pueden mencionarse:

- ▷ **Extensión de la región de operación de los controladores** Las propuestas de control de esta Tesis estuvieron enfocadas al control de SCEE de velocidad variable en la zona *II* de operación, buscando maximizar la potencia extraída del viento empleando técnicas por 2-MD. La extensión del rango de operación de los controladores para incluir la zona *III* es una línea que presenta nuevos desafíos de control y en la que se pretende seguir trabajando. Por un lado dicha zona corresponde a velocidades de viento más altas, por lo cual ya no se busca que la máquina funcione en los puntos de máxima eficiencia de conversión sino que debe limitarse la potencia que se extrae. Además, en máquinas de mediana potencia y mayores es usual utilizar las variaciones del ángulo de *pitch* para controlar el sistema en esta zona. El agregado de esta nueva variable de ajuste junto con las características de comportamiento del SCEE en esta región de vientos más fuertes requiere establecer estrategias de control diferentes, que permitan el logro del objetivo de control propio en cada zona y permitan obtener un desempeño adecuado al cambiar entre ellas.

- ▷ **Estimación de la velocidad del viento y de otras variables.** Una de las estrategias propuestas para maximizar la potencia extraída se basó en el seguimiento de una referencia basada en la medición de la velocidad del viento. Para eliminar sensores, con el consiguiente aumento de confiabilidad y robustez del sistema y disminución de costo del subsistema de control, podría implementarse un estimador de dicha velocidad empleando técnicas basadas en modos deslizantes (por ejemplo, diferenciadores robustos de primero o de más alto orden, (Levant, 2002)). Podría explorarse también su aplicabilidad para estimar otras variables de interés, tales como el par de roce al emplear la estrategia de seguimiento de par.
- ▷ **Aplicación a otras configuraciones de generación eléctrica.** Las estrategias de control por 2-MD propuestas en esta Tesis son generales, por lo que resulta de especial interés extenderlas a otras configuraciones de SCEE de velocidad variable. Además podría estudiarse el uso de estas estrategias en sistemas híbridos de generación que utilicen energía eólica.
- ▷ **Exploración de nuevos algoritmos MDOS con ganancias variables.** Los favorables resultados obtenidos empleando modos deslizantes de primero y segundo orden para el control de SCEE forman parte de un campo de estudio muy vasto. Resulta de gran interés el desarrollo de nuevos algoritmos tanto por 2-MD como por MDOS de órdenes más altos, posiblemente incorporando las ventajas aportadas por las ganancias variables.
- ▷ **Implementación y estudio experimental.** Como en cualquier aplicación de control en ingeniería, el objetivo final consiste en implementar y verificar experimentalmente las propuestas elaboradas. En este sentido, en el grupo de trabajo se está desarrollando un sistema de laboratorio que emplea un versátil emulador de turbinas eólicas. Este dispositivo permitirá, a través de una PC y placas DSP, la implementación de los controladores y la programación de diversos perfiles de viento y perturbaciones.

Apéndice A

Valores nominales de los parámetros de los sistemas considerados

A.1. SCEE basado en GIDA en configuración tipo KDE

Estos valores corresponden al sistema utilizado en el [Capítulo 5](#) y en el [Capítulo 6](#).

Parámetros eléctricos

Frecuencia de red	$f_s = 50\text{Hz}$
Tensión de red (valor eficaz de la tensión de línea)	$V_s = 460\text{V}$
Potencia nominal del generador	60kW
Pares de polos del generador	$p_p = 2$
Relación de espiras del generador	$n_1 = 1,2$
Relación de espiras del transformador	$n_2 = 1,2$
Resistencia de estator y de rotor	$R_s = 119\text{m}\Omega$
Resistencia de rotor	$R'_r = 238\text{m}\Omega$
Inductancia de magnetización	$M = 35,1\text{mHy}$
Inductancia de dispersión de estator	$L_{ls} = 1,4\text{mHy}$
Inductancia de dispersión de rotor	$L'_{lr} = 1,4\text{mHy}$
Resistencia del bus de continua	$R'_f = 25,9\text{m}\Omega$
Inductancia del bus de continua	$L'_f = 10,1\text{mHy}$

Los valores de los parámetros eléctricos listados se han referido al lado de estator.

Parámetros del subsistema mecánico

Número de palas	3
Radio de las palas	$R = 6,75\text{m}$
Relación de transmisión de la caja de engranajes	$k_{gb} = 19,85$
Inercia del generador	$J_g = 1,3833\text{kg.m}^2$
Inercia de la turbina	$J_t = 5,679\text{kg.m}^2$
Coeficiente de par: $C_t(\lambda) = c_{t3}\lambda^3 + c_{t2}\lambda^2 + c_{t1}\lambda + c_{t0}$	
	$c_{t3} = 1,849 \cdot 10^{-4}$
	$c_{t2} = -8,056 \cdot 10^{-3}$
	$c_{t1} = 0,0872$
	$c_{t0} = -0,2267$

El valor de la inercia de la turbina se ha referido al lado del generador.

El coeficiente de par corresponde al lado de la turbina.

Para estos valores de los parámetros: $C_{pm} = 0,4024$; $\lambda_{\text{ópt}} = 8$.

A.2. SCEE basado en GIDA con convertidor *back-to-back*

Estos valores se han utilizado en el [Capítulo 7](#).

En este sistema la relación de espiras es unitaria, por lo que los valores de los parámetros eléctricos tienen los mismos valores numéricos del lado del estator y del lado del rotor.

Parámetros eléctricos

Frecuencia de red	$f_s = 60\text{Hz}$
Tensión de red (valor eficaz de la tensión de línea)	$V_s = 460\text{V}$
Potencia nominal del generador	$50\text{HP} \approx 37\text{kW}$
Pares de polos del generador	$p_p = 2$
Resistencia de estator y de rotor	$R_s = 82\text{m}\Omega$
Resistencia de rotor	$R'_r = 228\text{m}\Omega$
Inductancia de magnetización	$M = 34,7\text{mHy}$
Inductancia de dispersión de estator	$L_{ls} = 0,8\text{mHy}$
Inductancia de dispersión de rotor	$L'_{lr} = 0,8\text{mHy}$

El valor de la inercia total se obtuvo sumando la inercia del generador, J_g , y la de la turbina, J_t , referida al lado del generador.

El coeficiente de par corresponde al lado de la turbina.

Parámetros del subsistema mecánico

Número de palas	3
Radio de las palas	$R = 7,3\text{m}$
Relación de transmisión de la caja de engranajes	$k_{gb} = 25$
Inercia total: generador y turbina	$J_g + J_t = 3,662\text{kg.m}^2$
Coeficiente de par:	$C_t(\lambda) = c_1/\lambda (c_2/\lambda - 1) \exp(-c_3/\lambda)$
	$c_1 = 9,5946$
	$c_2 = 12$
	$c_3 = 20$

Para estos valores de los parámetros: $C_{pm} = 0,4$; $\lambda_{\text{ópt}} = 7,5$.

Bibliografía

- Global Wind Energy Outlook 2008*. Informe técnico, Global Wind Energy Council and Greenpeace International (2008). <http://www.gwec.net>.
- Renewables 2010 - Global Status Report*. Informe técnico, REN21 “Renewable Energy Policy Network for the 21st Century” (2010).
- Global Wind Report - Annual Market Update 2010*. Informe técnico, Global Wind Energy Council (2011). <http://www.gwec.net>.
- World Wind Energy Report 2010*. Informe técnico, World Wind Energy Association (2011).
- Alkandari, A. M., S. A. Soliman, y M. H. Abdel-Rahman. Steady state analysis of a doubly fed induction generator. *Energy and Power Engineering*, 3:393–400 (2011).
- Avis, M. y P. Maegaard. *Worldwide Wind Turbine Market and Manufacturing Trends*. Informe técnico, XMIRE (2008).
- Baroudi, J., V. Dinavahi, y A. Knight. A review of power converter topologies for wind generators. *Renewable Energy*, 32(14):2369–2385 (2007).
- Bartolini, G., A. Damiano, G. Gatto, I. Marongiu, A. Pisano, y E. Usai. Robust speed and torque estimation in electrical drives by second-order sliding modes. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 11(1):84–90 (2003a).
- Bartolini, G., A. Ferrara, A. Levant, y E. Usai. *Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control*, capítulo 17 “On Second-Order Sliding-Mode Controllers”, págs. 329–350. Springer (1999a).
- Bartolini, G., L. Fridman, A. Pisano, y E. Usai, eds. *Modern Sliding Mode Control Theory: New Perspectives and Applications*, tomo 375. Springer (2008).
- Bartolini, G., A. Levant, A. Pisano, y E. Usai. 2-sliding mode with adaptation. En *Procs. 7th IEEE Mediterranean Conference on Control and Systems*. Haifa, Israel (1999b).

- Bartolini, G., A. Levant, A. Pisano, y E. Usai. *Variable Structure Systems: towards the 21-century*, capítulo 6 “Higher-Order Sliding Modes for Output-Feedback Control of Nonlinear Uncertain Systems”, págs. 83–108. 274. Springer Verlag, Berlin (2002).
- Bartolini, G., A. Pisano, E. Punta, y E. Usai. A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems. *International Journal of Control*, 76(9/10):875–892 (2003b).
- Bastianón, R. A. *Energía del viento y diseño de turbinas eólicas*. Tiempo de Cultura, Buenos Aires, Argentina (1994).
- Bhatti, A. I., S. K. Spurgeon, y X. Y. Lu. A nonlinear sliding mode control design approach based on neural network modelling. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9:397–493 (1999).
- Bianchi, F. D., H. de Battista, y R. Mantz. *Wind Turbine Control Systems: Principles, Modeling and Gain Scheduling Design*. Springer (2007).
- Boiko, I., L. Fridman, R. Iriarte, A. Pisano, y E. Usai. Parameter tuning os second-order sliding mode controllers for linear plants with dynamic actuators. *Automatica*, 42:833–839 (2006).
- Bondarev, A. G., S. A. Bondarev, N. Kostyleva, y V. Utkin. Sliding modes in systems with asymptotic state observers. *Automation and Remote Control*, 46(5):679–684 (1985).
- Bose, B. K. *Power electronics and AC drives*. Prentice-Hall (1986).
- Bourlis, D. y J. Bleijs. Gain scheduled controller with wind speed estimation via kalman filtering for a stall regulated variable speed wind turbine. En *Universities Power Engineering Conference (UPEC), 2009 Proceedings of the 44th International*, págs. 1–5 (2009).
- Brambilla, D., L. Capisani, A. Ferrara, y P. Pisu. Fault detection for robot manipulators via second-order sliding modes. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(11):3954–3963 (2008).
- Burton, J. y A. Zinober. Continuous approximation of variable structure control. *International Journal of System Science*, 17:875–885 (1986).
- Burton, T., D. Sharpe, N. Jenkins, y E. Bossanyi. *Wind Energy handbook*. John Wiley and Sons, England (2001).
- Chen, C. *Linear system theory and design*. Oxford University Press, 3rd edición (1999).
- Chen, Z., J. Guerrero, y F. Blaabjerg. A review of the state of the art of power electronics for wind turbines. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 24(8):1859–1875 (2009).
- Dávila, A., J. Moreno, y L. Fridman. Global non homogeneous super-twisting controller for the quasi-linear systems with unbounded uncertainties: a Lyapunov design. En *Procs. Congreso Nacional de Control Automático, AMCA*. México D.F., México (2009).

- Dávila, A., J. Moreno, y L. Fridman. Variable gains super-twisting algorithm: A Lyapunov based design. En *Procs. 2010 American Control Conference*. Baltimore, MD, USA (2010).
- De Battista, H. *Control de la calidad de potencia en sistemas de conversión de energía eólica*. Tesis Doctoral, Universidad Nacional de La Plata, Argentina (2000).
- DeCarlo, R., S. Zak, y G. Matthews. Variable structure control of nonlinear multivariable systems: a tutorial. *Proceedings of the IEEE*, 76(3):212–232 (1988).
- Edwards, C., E. Fossas Colet, y L. Fridman, eds. *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control*. Springer, Berlin (2006).
- Emelyanov, S., S. Korovin, y A. Levant. High-order sliding modes in control systems. *Computational Mathematics and Modeling*, 7(3):294–318 (1996).
- Emelyanov, S., S. Korovin, y L. Levantovsky. Higher order sliding regimes in the binary control systems. *Sovietics Physics, Doklady*, 31(4):291–293 (1986).
- Evangelista, C., P. Puleston, y F. Valenciaga. Controlador robusto basado en un algoritmo super-twisting para una turbina eólica de velocidad variable. En *XIII RPIC - Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control*. Rosario, Argentina (2009a).
- Evangelista, C., P. Puleston, y F. Valenciaga. Optimización del rendimiento de una turbina eólica. estudio comparativo de controladores por modos deslizantes de segundo orden. En *3º Congreso Nacional - 2º Congreso Iberoamericano Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía - HYFUSEN 2009*. San Juan, Argentina (2009b).
- Evangelista, C., P. Puleston, y F. Valenciaga. A simple robust controller for power maximization of a variable-speed wind turbine. *International Journal of Energy Research*, 34(10):924–932 (2010a).
- Evangelista, C., P. Puleston, y F. Valenciaga. Wind turbine efficiency optimization. comparative study of controllers based on second order sliding modes. *International Journal of Hydrogen Energy*, 35(11):5934–5939 (2010b).
- Evangelista, C., P. Puleston, F. Valenciaga, y A. Dávila. Variable gains super-twisting control for wind energy conversion optimization. En *11th Int. Workshop on Variable Structure Systems*, págs. 50–55. México D.F., México (2010c).
- Evangelista, C., F. Valenciaga, y P. Puleston. Multivariable 2-sliding mode control for a wind energy system based on a double fed induction generator. *International Journal of Hydrogen Energy* (2012). Online, doi: 10.1016/j.ijhydene.2011.12.080.
- Evangelista, C. A., F. Valenciaga, y P. Puleston. Control de potencias activa y reactiva para aerogenerador empleando algoritmo 2-md mimo de ganancias variables. En *XIV RPIC - Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control - RPIC 2011*. Oro Verde, Entre Ríos, Argentina (2011a).

- Evangelista, C. A., F. Valenciaga, y P. F. Puleston. Control multivariable por modos deslizantes de segundo orden para un sistema eólico basado en un generador de inducción de doble salida. En *4^o Congreso Nacional - 3^o Congreso Iberoamericano Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía - HYFUSEN 2011*. Mar del Plata, Argentina (2011b).
- Filippov, A. F. *Differential equations with discontinuous righthand sides*, tomo 18 de *Mathematics and its applications*. Springer (1988).
- Freris, L. L., ed. *Wind Energy Conversion Systems*. Prentice-Hall (1990).
- Fridman, L. y A. Levant. *Sliding Mode Control in Engineering*, capítulo 3 “Higher Order Sliding Modes”, págs. 53–101. Marcel Dekker, Inc. (2002).
- Gallardo-Hernandez, G., L. Fridman, S. Islas-Andrade, y Y. Shtessel. Quasi-continuous high order sliding modes controllers applied to glucose-insulin regulatory system models. En *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, págs. 2208–2213 (2008).
- Godoy Simoes, M., B. Bose, y R. Spiegel. Fuzzy logic based intelligent control of a variable speed cage machine wind generation system. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 12(1):87–95 (1997).
- Hung, J., W. Gao, y J. Hung. Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1):2–22 (1993).
- Isidori, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer, Berlin, 3rd edición (1995).
- Khalil, H. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, Upsaddle River, New Jersey, 3rd edición (2002).
- Kim, H. S. y D. Dah-Chuan Lu. Wind energy conversion system from electrical perspective - a survey. *Smart Grid and Renewable Energy*, 1:119–131 (2010).
- Krause, P. C., O. Wasynczuk, y S. D. Sudhoff. *Analysis of electric machinery*. IEEE Press (1995).
- Kron, G. *Equivalent circuits of electric machinery*. John Wiley & Sons (1951).
- Kunusch, C., P. Puleston, y M. Mayosky. *Sliding-Mode control of PEM fuel cells*. Springer (2012).
- Levant, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, 58(6):1247–1263 (1993).
- Levant, A. Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence. 46(9):1447–1451 (2001).
- Levant, A. Introduction to high-order sliding modes (2002). School of Mathematical Sciences, Israel. <http://www.tau.ac.il/levant/hosm2002.pdf>.
- Levant, A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 76(9):924–941 (2003a).

- Levant, A. Mimo 2-sliding control design. En *European Control Conference, ECC'03*. Cambridge, United Kingdom (2003b).
- Levant, A. Homogeneity approach to high-order sliding mode design. *Automatica*, 41:823–830 (2005).
- Levant, A. Principles of 2-sliding mode design. *Automatica*, 43(4):576–586 (2007).
- Monsees, G., K. George, J. M. A. Scherpen, y M. Verhaegen. Feedforward-feedback interpretation of a sliding mode control law. En *7th IEEE Mediterranean Conference Control and Automation*, págs. 2384–2398 (1999).
- Moreno, J. A. y M. Osorio. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. En *Procs. 47th IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2008*, págs. 2856–2861. Mexico (2008).
- Muhandó, E., T. Senjyu, N. Urasaki, A. Yona, y T. Funabashi. Robust predictive control of variable-speed wind turbine generator by self-tuning regulator. En *Power Engineering Society General Meeting, 2007. IEEE* (2007).
- Munteanu, I. *Contributions to the optimal control of wind energy conversion systems*. Doctoral dissertation, “Dunarea de Jos” University of Galati (2006).
- Munteanu, I., A. Bratcu, N. Cutululis, y E. Ceanga. *Optimal Control of Wind Energy Systems*. Springer-Verlag London (2007).
- Pena, R., J. C. Clare, y G. M. Asher. Doubly fed induction generator using back-to-back pwm converters and its application to variable-speed wind-energy generation. *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, 143(3):231–241 (1996).
- Perruquetti, W. y J. P. Barbot, eds. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker (2002).
- Petru, T. y T. Thiringer. Modeling of wind turbines for power systems studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):1132–1139 (2002).
- Pisano, A. y E. Usai. Sliding mode control: A survey with applications in math. *Mathematics and Computers in Simulation*, 81(5):954 – 979 (2011). ISSN 0378-4754.
- Prats, M., J. Carrasco, E. Galvan, J. Sanchez, y L. Franquelo. A new fuzzy logic controller to improve the captured wind energy in a real 800 kw variable speed-variable pitch wind turbine. En *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*, tomo 1, págs. 101–105 (2002).
- Puleston, P., R. Mantz, P. Battaiotto, y F. Valenciaga. Sliding mode control for efficiency optimization of wind energy systems with double output induction generator. *International Journal of Energy Research*, 24(1):77–92 (2000).

- Puleston, P. F. *Control de sistemas de conversión de energía eólica con generador de inducción de doble salida*. Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Argentina (1997).
- Pulgar-Painemal, H. A. y P. W. Sauer. Dynamic modeling of wind power generation. En *North American Power Symposium (NAPS), 2009* (2009).
- Ríos, H., A. Rosales, A. Ferreira, y A. Dávila. Robust regulation for a 3-dof helicopter via sliding-modes control and observation techniques. En *American Control Conference (ACC), 2010*, págs. 4427–4432 (2010).
- Rowland, T. Manifold. Online. Math World - A Wolfram Web Resource, created by Weisstein, E. (2011). <http://mathworld.wolfram.com/Manifold.html>.
- Sabanovic, A. Variable structure systems with sliding modes in motion control - a survey. *Industrial Informatics, IEEE Transactions on*, 7(2):212–223 (2011).
- Sabanovic, A., L. M. Fridman, y S. Spurgeon, eds. *Variable Structure Systems: From Principles to Implementation*. IET, UK (2004).
- Sattar, A. A., M. I. Marei, y A. O. Badr. Back-to-back converters with doubly fed induction generators for wind energy scheme. En *Proc. Int. Computer Engineering and Systems (ICCES) Conf*, págs. 114–119 (2010).
- Shtessel, Y. B., I. A. Shkolnikov, y A. Levant. Smooth second-order sliding modes: Missile guidance application. *Automatica*, 43:1470–1476 (2007).
- Sira-Ramírez, H. Differential geometric methods in variable structure control. *International Journal of Control*, 48(5):1359–1390 (1988).
- Sira-Ramírez, H. y M. Rios-Bolívar. Sliding mode control of dc-to-dc power converters via extended linearization. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on*, 41(10):652–661 (1994).
- Slotine, J. J. y W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall (1991).
- Song, Y. D., B. Dhinakaran, y X. Y. Bao. Variable speed control of wind turbines using nonlinear and adaptive algorithms. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 85(3):293–308 (2000).
- Swisher, R., C. De Azua, y J. Clendenin. Strong winds on the horizon: wind power comes of age. *Proceedings of the IEEE*, 89(12):1757–1764 (2001).
- Uhlen, K., B. A. Foss, y O. B. Gjosæter. Robust control and analysis of a wind-diesel hybrid power plant. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 9(4):701–708 (1994).
- Utkin, V. Variable structure systems with sliding modes. 22(2):121–222 (1977).
- Utkin, V. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1):23–36 (1993).

- Utkin, V., J. Gulder, y J. Shi. *Sliding mode Control in Electro-Mechanical Systems*. Taylor and Francis, London (1999).
- Utkin, V. I. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, Berlin, Germany (1992).
- Utkin, V. I. *Variable Structure Systems: Towards the 21st century*, capítulo 1 “First stage of VSS: people and events”, págs. 1–32. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2002).
- Valenciaga, F., P. Puleston, P. Battaiotto, y R. Mantz. Passivity/sliding mode control of a stand-alone hybrid generation system. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings* -, 147(6):680–686 (2000a).
- Valenciaga, F., P. F. Puleston, R. J. Mantz, y P. E. Battaiotto. An adaptive feedback linearization strategy for variable speed wind energy conversion systems. *International Journal of Energy Research*, 24(2):151–161 (2000b).
- Van der Hoven, I. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. *Journal of Meteorology*, 14:160–164 (1957).
- Young, K., V. Utkin, y . Özgüner. A control engineer’s guide to sliding mode control. 7(3):328–342 (1999).
- Young, K. D. y U. Özgüner, eds. *Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control*. Springer (1999).
- Yu, S.-H. Analysis and design of single-bit sigma-delta modulators using the theory of sliding modes. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 14(2):336–345 (2006).