



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA

PARQUES EÓLICOS CON CONEXIÓN A REDES DÉBILES.  
ANÁLISIS Y ESTRATEGIAS DE CONTROL.

Roberto Daniel Fernández

Tesis presentada para el grado de  
DOCTOR EN INGENIERÍA  
DICIEMBRE 2007

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA

El presente trabajo de tesis ha sido realizado en el Laboratorio LEICI (Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación) del Departamento de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, UNLP, bajo la dirección de los profesores:

Director: Ing. Ricardo J. Mantz

Co-director: Ing. Pedro E. Battaiotto

# Tabla de contenidos

Tabla de Contenidos	III
Agradecimientos	VII
Lista de símbolos	IX
Lista de cuadros	XIII
Lista de figuras	XV
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivaciones . . . . .	1
1.2. Organización de la tesis . . . . .	3
1.3. Principales aportes y objetivos . . . . .	3
<b>2. Características del aporte eólico</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.2. Los aprovechamientos convencionales frente a la energía eólica . . . . .	6
2.2.1. Fuentes de energía convencionales: características . . . . .	6
2.2.2. La energía eólica: características . . . . .	7
2.3. Incorporación de la energía eólica a las redes actuales . . . . .	8
2.3.1. La variabilidad del recurso eólico . . . . .	9
2.3.2. Análisis de los sistemas que incluyen energía eólica . . . . .	9
2.3.3. Integración del recurso eólico . . . . .	10
2.4. Operación del sistema integrado e implicancias futuras . . . . .	11
2.4.1. Códigos de redes eléctricas y requerimientos técnicos . . . . .	12
2.4.2. Respecto de incrementar la infraestructura de la red . . . . .	13
2.5. Conclusiones . . . . .	13
<b>3. Calidad de potencia. Integración de la energía eólica</b>	<b>15</b>
3.1. Introducción . . . . .	15
3.2. Calidad de Potencia . . . . .	15
3.3. Integración de las granjas a los sistemas eléctricos . . . . .	18
3.3.1. Programación y manejo del sistema eléctrico . . . . .	19
3.4. Requerimientos de conexión de las granjas . . . . .	20
3.4.1. Control de potencia activa y frecuencia . . . . .	21
3.4.2. Rango de frecuencias de funcionamiento . . . . .	23
3.4.3. Tensión de funcionamiento y control de potencia reactiva . . . . .	23

3.5. Redes débiles . . . . .	25
3.6. Conclusiones . . . . .	25
<b>4. Viento y Aerogeneradores. Granjas Eólicas</b>	<b>27</b>
4.1. Naturaleza del viento . . . . .	27
4.1.1. Características básicas del viento . . . . .	28
4.1.2. Distribución estadística de la velocidad del viento . . . . .	29
4.2. Extracción de la energía cinética del viento . . . . .	30
4.2.1. Cargas perjudiciales en las turbinas . . . . .	32
4.2.2. Clasificación de las turbinas . . . . .	33
4.3. Turbinas eólicas. Modelo matemático . . . . .	33
4.3.1. Fuerzas que actúan sobre las turbinas. Potencia y par desarrollados . . . . .	33
4.3.2. Curva de potencia eléctrica. Limitación a velocidades de viento superiores a la nominal . . . . .	35
4.3.3. Acoplamiento mecánico. El modelo de la turbina eólica . . . . .	38
4.4. Generadores eléctricos empleados. Configuraciones . . . . .	39
4.4.1. Capacidades de las distintas configuraciones frente a los requerimientos de los códigos de red . . . . .	41
4.5. Niveles jerárquicos en el control de las granjas eólicas . . . . .	42
4.5.1. Nivel de control de la granja . . . . .	42
4.5.2. Control local de cada aerogenerador . . . . .	43
4.6. El aerogenerador equivalente . . . . .	44
4.7. Conclusiones . . . . .	46
<b>5. Control Vectorial de Gen. Doblemente Alimentados</b>	<b>49</b>
5.1. El modelo fasorial de la máquina de CA . . . . .	49
5.1.1. El mecanismo de la producción de par en las máquinas de CA . . . . .	57
5.1.2. Las ecuaciones de la tensión en distintos marcos de referencia . . . . .	59
5.1.3. Las ecuaciones en la forma fasorial . . . . .	61
5.1.4. Expresiones para el par electromagnético . . . . .	65
5.2. Fundamentos del control vectorial . . . . .	66
5.2.1. Control de las máquinas de CC . . . . .	67
5.2.2. Control de las máquinas de CA de inducción . . . . .	67
5.2.3. Marco de referencia fijo al fasor del flujo magnetizante . . . . .	68
5.2.4. Marco de referencia fijo al fasor del flujo estatórico . . . . .	71
5.3. Control Vectorial Orientado según el Flujo Estatórico . . . . .	73
5.3.1. Fasores de las corrientes magnetizante y rotórica en el marco de referencia del flujo estatórico . . . . .	73
5.3.2. Tensión estatórica para una máquina doblemente alimentada (rotor bobinado) . . . . .	74
5.3.3. Tensión rotórica para una máquina doblemente alimentada (rotor bobinado) . . . . .	75
5.4. Control de la máquina doblemente alimentada (rotor bobinado) . . . . .	75
5.4.1. Control vectorial orientado según el flujo estatórico . . . . .	76
5.4.2. Límites del control vectorial orientado según el flujo estatórico . . . . .	78
5.4.3. El control vectorial orientado según el flujo de red . . . . .	80
5.5. Conclusiones . . . . .	83

<b>6. Estrategias Propuestas para el Control de las Granjas</b>	<b>84</b>
6.1. Potencia activa y control de frecuencia en gen. sincrónicos . . . . .	84
6.1.1. Respuesta de la máquina sincrónica y de la carga a cambios en la frecuencia .	85
6.1.2. Control de frecuencia con la característica de decaimiento de la velocidad . .	85
6.1.3. Característica estática de regulación compuesta en sistemas de potencia . . .	87
6.1.4. Fundamentos del control automático de generación . . . . .	88
6.2. Propuesta de estrategia de control de la potencia activa . . . . .	90
6.2.1. Evaluación de la propuesta: simulación . . . . .	93
6.3. El balance de potencia reactiva y sus efectos sobre la tensión . . . . .	96
6.4. Propuesta de estrategia de control de la potencia reactiva . . . . .	97
6.4.1. Evaluación de la propuesta: simulación . . . . .	98
6.5. Conclusiones . . . . .	100
<b>7. Formulación Analítica y Comp. Dinámico del Control</b>	<b>103</b>
7.1. Estabilidad de los sistemas eléctricos . . . . .	103
7.1.1. Estabilidad del ángulo rotórico . . . . .	104
7.1.2. Estabilidad de tensión . . . . .	104
7.1.3. Perspectivas actuales relacionadas con la estabilidad de los sistemas de potencia	105
7.2. Operación de una red en estado estacionario . . . . .	105
7.2.1. Modelo del sistema. Ecuaciones del flujo de carga estático . . . . .	106
7.2.2. Clasificación de las variables del sistema . . . . .	108
7.2.3. Generalización a un sistema de n buses . . . . .	109
7.2.4. Restricciones prácticas sobre las variables de estado y sobre las variables de control . . . . .	109
7.3. Formulación del modelo dinámico de la red . . . . .	111
7.3.1. El modelo estático de la red . . . . .	111
7.3.2. Modelado de cargas R - L y líneas de transmisión . . . . .	113
7.3.3. Generalización de los modelos dinámicos de la red y de las cargas . . . . .	114
7.3.4. El generador sincrónico. Modelo de la red . . . . .	115
7.3.5. El ángulo de referencia y el centro de inercia (COI) . . . . .	116
7.4. Modelado de un sistema de potencia con múltiples máquinas . . . . .	116
7.4.1. El modelo reducido de la red eléctrica . . . . .	118
7.4.2. El modelo que preserva la estructura . . . . .	118
7.5. Estabilidad de Pequeña Señal . . . . .	119
7.5.1. Linealización. Dinámica de los sistemas de potencia . . . . .	119
7.6. Las granjas eólicas en el análisis de pequeña señal . . . . .	122
7.6.1. El generador asincrónico jaula de ardilla. Linealización . . . . .	122
7.6.2. El generador asincrónico doblemente alimentado (DFIG). Linealización . . .	123
7.7. Influencia de las granjas eólicas en la oscilación inter área . . . . .	124
7.7.1. Resultados de simulación . . . . .	127
7.8. Influencia de las granjas eólicas en la oscilación intra área . . . . .	128
7.9. Casos de estudio . . . . .	130
7.9.1. Respuesta transitoria completa en el bus 1 . . . . .	133
7.9.2. Efecto del control de potencia reactiva en las oscilaciones electromecánicas . .	133
7.9.3. Respuesta transitoria completa en el bus 1 con control de potencia reactiva .	136
7.10. Conclusiones . . . . .	138

<b>8. Aplicación de Técnicas de Control No Lineal</b>	<b>141</b>
8.1. Introducción . . . . .	141
8.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov . . . . .	142
8.2.1. La Función de Lyapunov . . . . .	142
8.3. La Función de Lyapunov aplicada a Sistemas de Potencia . . . . .	143
8.3.1. Efecto de las simplificaciones sobre el análisis de estabilidad . . . . .	144
8.3.2. Formulación de las Funciones de Energía para los sistemas de potencia . . . . .	145
8.4. Empleo de las Funciones de Lyapunov para control . . . . .	148
8.5. Control de la potencia reactiva . . . . .	149
8.5.1. Control de la potencia reactiva de la granja . . . . .	150
8.5.2. Control de la potencia activa de la granja . . . . .	151
8.5.3. Resultados de simulación . . . . .	151
8.6. Control por Pasividad . . . . .	155
8.6.1. El modelo del sistema y el balance de energía . . . . .	156
8.6.2. Procedimiento de diseño . . . . .	156
8.7. Aplicación del control por pasividad . . . . .	158
8.8. Diseño del control de la potencia activa de la granja . . . . .	161
8.8.1. Dominio de atracción y estabilidad . . . . .	163
8.8.2. Resultados de simulación . . . . .	167
8.9. Conclusiones . . . . .	168
<b>9. Conclusiones</b>	<b>171</b>
<b>10. Líneas futuras de investigación</b>	<b>175</b>
<b>A. Datos utilizados en este trabajo</b>	<b>177</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>179</b>

# Agradecimientos

Sin establecer orden alguno, deseo agradecer a las siguientes personas e instituciones:

A la Universidad Nacional de La Patagonia San Juan Bosco y, particularmente, al Ing. Roberto Aguirre y a la Prof. Stella Simón quienes me han ayudado enormemente para arribar a este objetivo junto a los Ings. Raúl Ríos y Eduardo Pires.

Al personal administrativo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia que siempre me ha brindado su apoyo y su cariño.

Al Departamento de Electrotecnia de la Universidad Nacional de La Plata, involucrando en ello al personal académico y administrativo.

Al Director del LEICI, Ing. Carlos Frede Christiansen, por permitirme desenvolver mis estudios en un ámbito en el que me han hecho sentir como en mi casa, por su apoyo constante, por la amabilidad y el cariño con el que me ha recibido y que me ha dispensado durante este tiempo.

A mis Directores, Ricardo Mantz y Pedro Battaiotto quienes no sólo me han guiado en los aspectos relativos a mi trabajo de tesis sino que permanentemente han sido consejeros, amigos y referentes obligados por sus cualidades humanas. No tengo más palabras que gracias, gracias, gracias y... gracias.

A mi amigo Fernando Valenciaga por la amistad, el cariño, la alegría y por ese don de buena gente que te ayuda sin pedir nada a cambio. Gracias (y a "la July" también, por supuesto).

A mi amigo Fernando Bianchi a quien ya no veo tanto como para atiborrarlo de preguntas (se habrá ido por mi culpa?).

A Faber Garelli y Pablo Camocardi por el cariño, la alegría y esos mates que disfrutamos cada vez que nos vemos (los preparo Yo porque ellos no saben).

A Hernán De Battistta y Paul Puleston por la amistad, la alegría, el apoyo y el conocimiento. A Nicolás y Agustín por idénticas razones.

A Enrique Spinelli por ser como es.

A todos los demás integrantes del LEICI que han permitido siempre que aún dejando a mi familia para estar en La Plata, me encuentre realizando mi trabajo con optimismo y alegría.

A Daniel Barilá porque me ha esperado, entendido y siempre ha tenido una palabra de aliento para mi.

Particularmente a mi esposa Adriana que me ha soportado todo este tiempo (pobre!!!). Le debo disculpas por mis ausencias, gratitud por su comprensión y amor eterno porque, no solamente, la quiero sino que me ha dado el mejor de los regalos, un hogar.

A mi hija Azul, que siempre me esperó a la vuelta de mis actividades en La Plata con su corazoncito alegre no sin dejar de reprenderme por mis ausencias. Perdón.

Agradezco a mi papá Roberto, a mi mamá Nora (habrá sido por sus tortas que siempre me trataron

VIII

tan bien en el LEICI?), a mi hermana Liliana y a mi hermano Diego quienes siempre me han alentado y me han brindado su cariño.



# Lista de símbolos

La naturaleza de la mayoría de los símbolos es global. Para los casos en los que no se cumple lo anterior, se indica el capítulo en el cual toman distinto significado.

Capítulo 4:

$pr$  probabilidad (sólo en Capítulo 4).

$\beta$  ángulo de paso de las palas.

$a$  factor de inducción axial del flujo.

$A$  área.

$c$  cuerda de la pala.

$C$  es el parámetro de escala de la distribución de Weibull (sólo en Capítulo 4).

$C_p$  coeficiente de potencia.

$C_{p0}$  coeficiente de potencia máximo.

$D$  fuerza de arrastre (sólo en Capítulo 4).

$\rho$  densidad del aire.

$prd$  función densidad de probabilidad de la distribución de Weibull (sólo en Capítulo 4).

$\lambda$  relación de punta de pala.

$\lambda_0$  relación de punta de pala a la que se verifica el máximo coeficiente de potencia  $C_{p0}$ .

$\Omega$  velocidad de giro de la turbina.

$d$  diámetro.

$f$  frecuencia del viento [*ciclos/hora*] (sólo en Capítulo 4).

$r$  longitud de las palas de la turbina.

$\alpha$  ángulo de ataque.

$\gamma$  solidez de la turbina.

$v$  velocidad del viento.

$k = \frac{\pi \rho r^2}{2}$  coeficiente empleado en la expresión del par y la potencia de la turbina.

$k$  es el parámetro de forma de la distribución de Weibull (sólo en Capítulo 4).

$L$  fuerza de sustentación.

$N$  cantidad de palas de la turbina.

$N$  relación de transmisión.

$T_t$  par en el eje de la turbina.

$T_o$  lugar geométrico de los puntos de máxima potencia disponible en estado estacionario.

$P_o$  máxima potencia disponible en el eje de la turbina en estado estacionario.

$T_e$  par de carga producido por el generador de rotor bobinado sobre el eje de la turbina.

$Q, q$  potencia reactiva.

$P, p$  potencia activa.

Capítulo 5:

$A, B$  y  $C$  ejes eléctricos trifásicos.

$c$  constante para la conversión de tres a dos ejes (sólo en Capítulo 5).

$f$  frecuencia eléctrica [ $Hz$ ].

$p.u.$  por unidad.

$f$  fuerza magnetomotriz (sólo en Capítulo 5).

$I$  corriente eficaz.

$i$  corriente instantánea.

$L_{ls}$ : inductancia de dispersión.

$L_m$ : inductancia de magnetización.

$L'_{lr}$ : inductancia de dispersión rotórica.

$P$  cantidad de pares de polos.

$Q, q$  eje en cuadratura (sólo en Capítulo 5).

$s, r$  subíndices que se refieren al estator y al rotor, respectivamente.

$D, d$  eje directo (sólo en Capítulo 5).

$M$  inductancia mutua.

$N_{re}, N_{se}$  cantidad efectiva de vueltas del rotor y del estator, respectivamente (sólo en Capítulo 5).

$P_{mec}$  potencia mecánica en el eje del generador.

$W$  energía.

$t$  tiempo.

$P$  pares de polos.

$\alpha_r$  ángulo de la corriente rotórica con respecto al par de ejes que gira solidario con el rotor (sólo en Capítulo 5).

$\alpha'_r$  ángulo de la corriente rotórica con respecto al par de ejes fijo al estator (sólo en Capítulo 5).

$\rho_r$  ángulo del flujo estatórico respecto del marco de referencia fijo al estator (sólo en Capítulo 5).

$\theta_r$  ángulo del par de ejes fijo al rotor respecto del par de ejes fijos al estator (sólo en Capítulo 5).

$\psi$  flujo.

$\mu$  ángulo del flujo magnetizante.

$u_s$  tensión instantánea estatórica.

$u_r$  tensión instantánea rotórica.

$R_r$  resistencia del rotor.

$R'_r$ : resistencia rotórica.

$R_s$  resistencia estatórica.

$\omega_{sl}$  frecuencia de resbalamiento [ $rad/s$ ].

$\omega_m$  velocidad del marco de referencia solidario al campo estatórico [ $rad/s$ ].

$\rho_s$  fase del marco de referencia solidario al campo estatórico [ $rad$ ].

$\tau$  constante de tiempo.

$S$  resbalamiento del motor de inducción.

$V$  tensión.

$I_m$  corriente de magnetización de la máquina de inducción.

## Capítulo 6:

 $D$  amortiguamiento. $k_1, k_2$  ganancias. $J$  inercia. $R$  característica de decaimiento de los generadores sincrónicos. $P$  potencia eléctrica. $E$  fuente interna del generador sincrónico. $DFIG$  generador doblemente alimentado. $S$  potencia aparente. $V$  tensiones. $\delta$  ángulo interno de la tensión de la máquina sincrónica.

## Capítulo 7:

 $\alpha$  factor de pérdidas de las líneas de transmisión. $Z$  impedancia. $R$  resistencia. $T_{dqo}$  matriz de transformación de 3 variables a dos (sólo en Capítulo 7). $X$  reactancia. $Y, y$  admitancias. $K$  ganancia. $J_{t+g}$  momento de inercia de la turbina y del generador de inducción. $J$  corrientes inyectadas en nodos. $E'_d, E'_{qi}$  las tensiones internas del modelo de generador sincrónico adoptado. $T'_{do}, T'_{qi}$  las constantes de tiempo de la dinámica de las tensiones  $E'_d, E'_{qi}$ . $X_d, X_{qi}$  reactancias estatísticas. $X'_{di} = X_{qi} - X_{mdi}^2/X_{fdi}, X'_{qi} = X_{qi} - X_{mqi}^2/X_{1qi}$  con  $X_{mdi}$  y  $X_{mqi}$  las componentes de la reactancia magnetizante. $X_{fdi}$  la reactancia del arrollamiento de excitación. $X_{1qi}$  la reactancia del arrollamiento rotórico. $E_{fdi}$  la tensión de excitación. $\omega_i$  la frecuencia del generador. $\omega_s$  la frecuencia del marco de referencia. $H_i$  la constante de inercia de los generadores. $T_{mi}$  el par motor de los generadores sincrónicos. $D_i$  el coeficiente de amortiguamiento de cada máquina sincrónica. $E_{fdi}$  la tensión del campo. $V_{Ri}$  la tensión de entrada del excitador. $K_{Ei}$  constante que depende del circuito de entrada de la excitación de la máquina sincrónica. $S_{Ei}(E_{fdi})$  la curva de saturación del excitador. $T_{Fi}$  la constante de tiempo del regulador del excitador. $R_{Fi}$  la variable de estado del regulador. $\theta$  fase de las tensiones. $K_{Fi}/T_{Fi}$  la ganancia del regulador de tensión.

Capítulo 8:

$\nu$  Función de Lyapunov o Función de Energía del sistema de potencia.

$COI$  centro de inercia del sistema de potencia.

$f(x, u)$  función del sistema dependiente de los estados y de la entrada.

$\nabla\nu$  gradiente de la función de energía.

$M$  momento de inercia.

$b$  susceptancia equivalente de la granja.

$R$  matriz de amortiguamiento (sólo en Capítulo 8).

$J$  matriz de interconexión (sólo en Capítulo 8).

$u$  esfuerzo de control.

$x$  variables de estado del sistema.

# Lista de cuadros

3.1. Problemas de calidad de potencia . . . . .	16
3.2. Algunos estándares referidos a calidad de potencia . . . . .	17
7.1. Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con SCIG (velocidad constante). . . . .	125
7.2. Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGcp (potencia constante). . . . .	126
7.3. Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGfc (control proporcional a la frecuencia). . . . .	126
7.4. Factores de participación (FP) a diferentes penetraciones eólicas. Granja con DFIGfc (control proporcional a la frecuencia) . . . . .	127
7.5. Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGfc+d (control proporcional y derivativo de la frecuencia). . . . .	128
7.6. Análisis de autovalores directamente relacionados con la oscilación intra área. . . . .	133
7.7. Análisis de autovalores directamente relacionados con la oscilación inter área. . . . .	135
7.8. Autovalores más afectados por el control de tensión. . . . .	137
7.9. Efecto del aumento de la ganancia del lazo de potencia reactiva en la estabilidad del sistema (Peol=30MW). . . . .	138



# Lista de figuras

3.1. Sistema de potencia típico. . . . .	16
3.2. Intervención de las reservas en el control de la frecuencia de la red. . . . .	18
3.3. Dinamarca: correspondencia entre tiempos y rangos de tensiones y frecuencias en las cuales las granjas deben permanecer conectadas [15]. . . . .	22
3.4. Rangos de frecuencia y tiempos en los que las granjas deben permanecer conectadas (tomado de [6]). . . . .	23
3.5. Curva típica de FRT en la que se indican los rangos de tensión de conexión. . . . .	24
4.1. Espectro de Van der Hoven. . . . .	29
4.2. Distribución de probabilidades de Weibull. prp: punto modal. vm: mediana. . . . .	30
4.3. Disminución de la velocidad del viento al atravesar la turbina. . . . .	30
4.4. Presión, velocidad y área del flujo de aire en el proceso de extracción de energía. . . . .	31
4.5. Composición de velocidades y de fuerzas en la turbina. . . . .	34
4.6. Coeficiente de potencia en función de la relación de punta de pala. . . . .	35
4.7. Línea llena: potencia de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: curva de máxima potencia en función de la velocidad de giro. . . . .	36
4.8. Línea llena: par de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: par correspondiente a $\lambda = \lambda_0$ en función de la velocidad de giro. . . . .	36
4.9. Curva de potencia típica de un aerogenerador [5]. . . . .	37
4.10. Coeficiente de potencia $C_p$ en función de la relación de punta de pala $\lambda$ y del ángulo $\beta$ . Líneas de trazos: corresponden a ángulos menores que cero; líneas llenas: corresponden a ángulos mayores que cero. . . . .	37
4.11. Sistema de control de paso de pala. . . . .	38
4.12. Aerogenerador Tipo A, velocidad fija . . . . .	40
4.13. Aerogenerador Tipo B, velocidad variable limitada. . . . .	40
4.14. Aerogenerador Tipo C, velocidad variable. . . . .	40
4.15. Aerogenerador Tipo D, velocidad variable. . . . .	41
4.16. Control jerárquico de las granjas eólicas. . . . .	42

4.17. Control Supervisor de las granjas eólicas. . . . .	43
4.18. Control de cada aerogenerador a partir de la consigna del Control Supervisor. . . . .	44
4.19. Modelo equivalente de las granjas eólicas. Efecto de la estela. . . . .	45
5.1. Sección transversal de una máquina trifásica elemental. . . . .	50
5.2. Relación entre los marcos de referencia estacionario y rotativo. . . . .	52
5.3. El marco de referencia general, transformación de las cantidades estatóricas. . . . .	63
5.4. El marco de referencia general, transformación de las cantidades rotóricas. . . . .	63
5.5. Esquema de la máquina de CA con los bobinados en cuadratura. . . . .	68
5.6. Fasores $\bar{i}_s$ , $\bar{i}'_{0r}$ y $\bar{\psi}'_m$ en el instante $t_0$ . . . . .	69
5.7. Fasores $\bar{i}_s$ , $\bar{i}'_{0r}$ y $\bar{i}'_m$ en el instante $t > t_0$ . . . . .	69
5.8. Fasores de corrientes cuando el estator es rotado un ángulo $\mu_m$ . . . . .	70
5.9. Relación entre los marcos de referencia estacionario (sD y sQ) y el especial (x; y) coaxial con el flujo magnetizante. . . . .	70
5.10. Relación entre el marco de referencia estacionario y en el especial fijo al flujo estatórico. . . . .	72
5.11. Fasores de la corriente magnetizante y de la rotórica. . . . .	74
5.12. Generador de Inducción Doblemente Alimentado (DFIG). Objetivos de funcionamiento de los convertidores. . . . .	76
5.13. Esquema del Control Vectorial Orientado según el Flujo Estatórico de una máquina de Inducción Doblemente Alimentada (DFIG). . . . .	77
5.14. Relación entre el marco de referencia estacionario y el marco del flujo virtual. . . . .	81
5.15. Esquema del Control Orientado por Flujo de Red para una máquina de Inducción Doblemente Alimentada. . . . .	82
6.1. Comportamiento del generador y de la carga con la frecuencia. . . . .	86
6.2. Adición del efecto proporcional al integrador. . . . .	86
6.3. División de potencia en unidades en paralelo. . . . .	87
6.4. Setpoint de la referencia de carga. . . . .	87
6.5. Equivalente eléctrico de dos áreas interconectadas. . . . .	88
6.6. Sistema formado por dos áreas con sus controles internos. . . . .	89
6.7. Control suplementario. . . . .	91
6.8. Generación con una máquina de inducción (IG) de doble bobinado. . . . .	92
6.9. Característica de decaimiento de los aerogeneradores. Curvas potencia - velocidad - frecuencia. . . . .	93
6.10. Sistema bajo estudio. . . . .	93



6.11. Caso 1. Potencia constante. a) Evolución de la frecuencia, b) Potencia del generador sincrónico. . . . .	94
6.12. Caso 2. Ajuste por regulación de frecuencia. a) Frecuencia del generador sincrónico, b) potencia del generador sincrónico, c) potencia de la granja, d) velocidad de giro de la turbina equivalente. . . . .	95
6.13. Sistema de dos buses. Efecto de la potencia reactiva sobre la tensión. . . . .	96
6.14. Modificación en el perfil de la tensión en función de la potencia reactiva. . . . .	97
6.15. Generador y Granja contra Bus Infinito. . . . .	99
6.16. 20 % de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Tensión en bornes del generador sincrónico (c) Potencia activa del generador sincrónico (d) Potencia reactiva del generador sincrónico (e) Potencia activa de la granja y (f) Potencia reactiva de la granja. . . . .	100
6.17. 20 % de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Tensión en bornes del generador sincrónico (c) Potencia activa del generador sincrónico (d) Potencia reactiva del generador sincrónico (e) Potencia activa de la granja (f) Potencia reactiva de la granja. . . . .	101
7.1. Sistema de dos buses. . . . .	106
7.2. Sistema de tres buses. . . . .	111
7.3. Sistema de tres buses. . . . .	111
7.4. Oscilación inter área. Generador sincrónico y granja eólica versus bus infinito. . . . .	125
7.5. 40 % de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Potencia de la granja eólica (c) Potencia del generador sincrónico. . . . .	129
7.6. Frecuencia a 20 %, 40 % y 60 % penetración eólica. (a) SCIG (b) DFIGcp (c) DFIGfc: control proporcional (d) DFIGfc+d: control proporcional y derivativo. . . . .	130
7.7. Sistema bajo prueba: flujos de potencia correspondientes a las oscilaciones inter e intra área. Línea gruesa: oscilación intra área. Línea de trazos: oscilación inter área. . . . .	131
7.8. Respuesta dinámica del sistema considerando el caso DFIGcp con una penetración eólica del 20 %: (a) frecuencia en el bus 1, (b) oscilación intra área y (c) oscilación inter área. . . . .	132
7.9. Evolución de los autovalores correspondientes a la oscilación intra área para los casos DFIGcp (figura de la izquierda), DFIGfc y DFIGfcvc (figura de la derecha) para diferentes penetraciones eólicas. . . . .	132
7.10. Oscilación intra área y tensión en el bus 1 con una penetración eólica del 20 eólica DFIGcp, con control de frecuencia (DFIGfc) y con control de frecuencia y tensión (DFIGfcvc). . . . .	134
7.11. Evolución de los autovalores correspondientes a la oscilación inter área para los casos DFIGcp (figura de la izquierda), DFIGfc y DFIGfcvc (figura de la derecha) para diferentes penetraciones eólicas. . . . .	135

7.12. Respuesta del sistema en el bus 1 con una penetración eólica del 20 (b) tensión (c) potencia aparente de la granja. . . . .	136
7.13. Oscilaciones electromecánicas en el bus 1 con una penetración eólica del 20 frecuencia, (b) oscilación intra área y (c) oscilación inter área. . . . .	138
7.14. Variables eléctricas en el bus 1 con una penetración eólica del 20 (b) tensión y (c) potencia aparente. . . . .	139
8.1. Sistema bajo estudio. . . . .	151
8.2. Granja sin control a)Oscilación inter área b)Oscilación intra área. . . . .	152
8.3. Granja con regulación de tensión a)Osc. inter área b)Osc. intra área. . . . .	153
8.4. Granja con reg. de tensión y control no lineal a)Osc. inter área b)Osc. intra área. . . . .	153
8.5. Osc. inter área con y sin control no lineal. Control PSS en los generadores sincrónicos. . . . .	154
8.6. Osc. intra área con y sin control no lineal. Área 1. Control PSS en los gen sincrónicos. . . . .	154
8.7. Osc. intra área con y sin control no lineal. Área 2. Control PSS en los gen. sincrónicos. . . . .	155
8.8. Generador sincrónico, granja eólica, carga y bus infinito. . . . .	158
8.9. Dominio de atracción: Condición 1. . . . .	164
8.10. Dominio de atracción: Condición 2. . . . .	165
8.11. Dominio de atracción: Condición 3 ( $\theta_3 = 5^\circ$ ). . . . .	166
8.12. Dominio de atracción: Condición 3 ( $\theta_3 = 25^\circ$ ). . . . .	167
8.13. Frecuencia en el punto de conexión de la granja. . . . .	167
8.14. Tensión en el punto de conexión de la granja. . . . .	168

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivaciones

Tanto el costo de los combustibles fósiles, las dudas respecto de las verdaderas reservas de los mismos como el creciente interés en el cuidado del medio ambiente han dado impulso al desarrollo de métodos alternativos de generación de energía.

Así, la energía eólica ha recorrido un largo camino hasta nuestros días, que se remonta hasta diecisiete siglos A.C., cuando Hammurabi, rey de Babilonia, concibió el proyecto de riego de la rica Mesopotamia con ayuda del viento. Luego, tres siglos A.C., Hero de Alejandría presentó, en un estudio de neumática, un molino de cuatro palas que alimentaba un órgano con aire comprimido. Recién en la Edad Media, los molinos de viento hicieron su aparición en Italia, Francia, España y Portugal, haciéndolo más tarde en Gran Bretaña, Holanda y Alemania. Estas máquinas, de eje horizontal, llevaban cuatro aletas en cruz y eran empleadas para moler granos, principalmente trigo. En Holanda se utilizaron desde 1350 para desecar polders (terreno pantanoso ganado al mar y luego empleado para cultivo), para lo cual se les acoplaron ruedas de cangilones, o tornillos de Arquímedes, para elevar agua hasta cinco metros. También eran utilizados en muchas otras tareas, para extraer el aceite de nueces y granos, para aserrar madera, para transformar trapos viejos en papel, etc. [52].

Sin embargo, a partir de la era industrial, fueron los combustibles fósiles quienes proveyeron al crecimiento por medio de una fuente de energía más confiable que el viento. Pero, a partir de la década del setenta, el constante incremento de los precios de los combustibles ha permitido el desarrollo y estudio de nuevas fuentes de energía para la generación de electricidad entre las que la energía eólica es la que más desarrollo ha tenido. Así, en los últimos veinte años el mercado crecimiento en el empleo de medios eólicos de generación supera año tras año las previsiones y expectativas más optimistas dando lugar a un crecimiento anual sostenido, en los últimos cinco años, del 32% [6]. Este crecimiento del sector eólico se debe tanto a las políticas que buscan fomentar el cuidado del medio ambiente como a la creciente disminución del costo de la generación eólica experimentado por el empleo de nuevas tecnologías y por los volúmenes de producción. A partir de lo anterior, también la eficiencia y confiabilidad se ha incrementado a la vez que se observan máquinas de mayores dimensiones.

La energía eólica presenta ventajas respecto de otras fuentes de energía [11]:

- es no contaminante,
- es segura tanto en su aprovechamiento como durante la etapa de desmantelamiento luego de haber cumplido su vida útil (en oposición a los cuidados que se deben tomar en cuenta con

las centrales nucleares),

- es modular, puede aumentarse fácilmente en la medida que lo requiera la demanda,
- puede aplicarse con conexión a la red eléctrica o en sistemas denominados autónomos (combinados con otros tipos de energía), para cargar baterías, para bombeo de agua, para plantas de desalinización, etc.

Es habitual que, como sucede en la Patagonia Argentina, el lugar que posee alto potencial eólico tenga poca densidad poblacional. Lo anterior redundaría en la conexión de las granjas eólicas a redes débiles que se ven perturbadas por la variabilidad del recurso eólico.

El término 'red débil' es empleado en los sistemas de potencia actuales sin una definición rigurosa y en oposición al concepto de 'red fuerte' en la cual, tanto la tensión como la frecuencia permanecen constantes independientemente de la condición de carga. La idea de una definición para las redes débiles se establece a partir de considerar a aquellas redes en las cuales se toleran variaciones de la tensión y/o de la frecuencia mayores que las que se consideran norma en la generalidad de los casos.

El estudio de la calidad de potencia ha adquirido gran importancia para los sistemas de generación convencionales modernos extendiéndose luego, a consecuencia de la variabilidad de la velocidad del viento, a la generación eólica [32]. Así, la tendencia de los trabajos de investigación llevados a cabo durante los últimos años, se ha concentrado en mejorar el desempeño del sistema de conversión y en la calidad de la potencia generada. El control de la orientación de las palas o de la turbina presenta limitaciones en cuanto al ancho de banda de los actuadores y los esfuerzos sobre las partes móviles [7]. El control del generador, dependiente de actuadores electrónicos es más versátil y considera el aspecto de la generación de armónicas heredada del estudio de los sistemas electrónicos de potencia.

La presente tesis aborda el problema del control de la granja eólica considerando que, algunos de los aspectos de control de palas y del generador ya han sido estudiados. Los objetivos del control de las granjas se centran en el estudio del impacto de las granjas eólicas en las redes eléctricas, en la contribución a la estabilidad de los sistemas de potencia y en el perfil de tensión en el punto de conexión de las granjas.

Las estrategias de control propuestas se basan en dos aspectos:

- análisis de pequeña señal y
- empleo de herramientas no lineales.

El primer término es ampliamente empleado en las redes convencionales, es decir, sin granjas eólicas conectadas y se emplea tanto para sintonizar los denominados estabilizadores de potencia de los generadores sincrónicos actuales como para verificar la estabilidad de las redes eléctricas [51][87]. El segundo de los términos corresponde a la necesidad de expandir, lo más posible, el empleo de las granjas eólicas dentro de las redes eléctricas de manera que puedan contribuir a la estabilidad de la red bajo fuertes condiciones de perturbación. Para este punto se adoptan la Teoría de Lyapunov y la Teoría de Pasividad que ofrecen la posibilidad de establecer evaluaciones y desarrollos no lineales [70][71][72][73].

Aunque este trabajo de tesis está orientado al empleo de generadores de inducción doblemente alimentados, ampliamente empleados en aplicaciones de velocidad variable, todas las conclusiones pueden ser utilizadas para otros tipos de aerogeneradores de velocidad variable como los que poseen

generadores sincrónicos. A diferencia de estos últimos, la configuración empleada en este trabajo de tesis, posee la red de convertidores aplicada del lado del rotor de la máquina lo que permite el empleo de convertidores que solamente manejan una fracción de la potencia generada siendo pequeños y baratos.

## 1.2. Organización de la tesis

Los siguientes cuatro capítulos presentan los fundamentos teóricos sobre los cuales se basan los aportes de esta tesis. El Capítulo 2 presenta un análisis del recurso eólico y se comparan las características de la explotación eólica frente a lo convencionalmente probado. En el Capítulo 3 se introducen aspectos referidos a la calidad de potencia en los sistemas eléctricos. Se presenta la manera en que las granjas eólicas se integran y afectan a los sistemas de potencia y se presentan los requisitos que, en la actualidad, se solicitan a las granjas eólicas. En el Capítulo 4 se presentan el principio de funcionamiento de las turbinas eólicas, los tipos de aerogeneradores y la operación de las granjas eólicas como centrales eléctricas equivalentes al resto de las centrales convencionales de la red. En el Capítulo 5 se completa el modelo matemático empleado en esta tesis al presentar el control vectorial de campo orientado por flujo estatórico y el control vectorial orientado por flujo de red.

En el Capítulo 6 se analiza la influencia de las potencias activa y reactiva de la granja sobre la calidad de la potencia suministrada. Mientras que, para la potencia activa se extrapolan consideraciones acerca de la regulación de frecuencia de los generadores sincrónicos, respecto de la potencia reactiva se propone un control que regula la tensión en el punto de conexión de la granja. En el Capítulo 7 se analizan, en primer término, el impacto de granjas eólicas equipadas con generadores de inducción tipo jaula de ardilla y generadores de doble bobinado. La determinación de la estabilidad del sistema eléctrico se realiza por medio de un análisis de autovalores. Finalmente, en el Capítulo 8 se presentan dos técnicas de control no lineal aplicadas al control de las granjas eólicas de manera que contribuyan a la estabilidad de la red, la Teoría de Lyapunov y la Teoría de Pasividad.

## 1.3. Principales aportes y objetivos

Dado que este trabajo de tesis busca, por medio del análisis, entendimiento y operación de las granjas eólicas, poder plantear criterios de control que puedan contribuir a la estabilidad de la red eléctrica de la cual forman parte, se evalúan criterios para las granjas eólicas operadas como centrales generadoras buscando, a la vez, explotar al máximo las características del aprovechamiento.

Los principales aportes presentados en esta tesis se pueden encontrar en [18][19][20][21][22][23][24][25][26][27] y se resumen en los siguientes puntos:

1. Proponer leyes de control para las granjas de manera de asegurar que den soporte a la red eléctrica tanto desde el punto de vista de la frecuencia como de la tensión.
2. Proponer leyes de control para las granjas de manera de asegurar que ellas contribuyan a la estabilidad de la red a la cual se encuentren conectadas.
3. Respecto de la potencia activa de las granjas se proponen leyes de control que implican un comportamiento similar al de los generadores sincrónicos de los modernos sistemas de generación convencional (Cap. 6).

4. Respecto de la potencia reactiva de las granjas se propone una ley de control que permite que las granjas contribuyan al perfil de la tensión en el punto de conexión (Cap. 6).
5. Incorporar al formalismo matemático de las redes eléctricas convencionales, la propuesta, estudio, análisis e impacto de distintas granjas eólicas según las máquinas eléctricas que las componen y teniendo en cuenta el porcentaje de penetración eólica respecto de la potencia generada por medios convencionales (Cap. 7).
6. Incorporar dentro del formalismo matemático precedente las leyes de control lineales tanto para las potencias activa como reactiva de manera de verificar analíticamente el impacto de las propuestas (Cap. 7).
7. Proponer lazos de control no lineales tanto para las potencias activa como reactiva de las granjas de manera de asegurar la contribución de las mismas a la estabilidad de la red eléctrica (Cap. 8),
8. Asegurar, en todos los casos, la practicidad de las propuestas de control presentadas de manera que la implementación de las mismas sea sencilla.

A partir de considerar la operación de la máquina eléctrica de rotor bobinado por medio del control vectorial de campo, se pueden operar a dichas máquinas y, por lo tanto, a las granjas con ellas equipadas de manera de contribuir en los dos aspectos de generación: potencias activa y reactiva. Respecto de los puntos 3, 4, 5 y 6, un estudio de pequeña señal permite establecer y verificar que ciertas leyes de control pueden contribuir con el sistema eléctrico, mientras que el punto 7 busca asegurar la estabilidad de la red en un caso más general a los estudiados en los puntos anteriores con el análisis de pequeña señal.

Al comienzo del trabajo de tesis en 2003, el objetivo se planteaba en forma de pregunta:

*¿Es posible y cómo se puede no afectar e incluso contribuir  
a la estabilidad de la red eléctrica con generadores eólicos?*

La respuesta a esa pregunta ha sido, desde las propuestas de este trabajo, observar que no solamente se puede no afectar sino que se puede dar soporte a las redes eléctricas desde las granjas eólicas. En primer término, se demuestra que es posible contribuir desde la potencia activa amortiguando fuertemente las oscilaciones de frecuencia luego de una perturbación. En segundo término, se muestra que el control de potencia reactiva contribuye al perfil de la tensión en el punto de conexión de la granja. Sin embargo, se prueba que esta última propuesta puede desmejorar el comportamiento de la frecuencia si no es correctamente implementada. Por otra parte, los estudios no lineales han dado lugar a nuevas propuestas de control de las potencias activa y reactiva de las granjas de manera de permitir que ambas contribuyan a la estabilidad de la red eléctrica. Esto último es muy importante porque aún con bajos valores de potencia activa generada, es decir, con poca velocidad de viento en la granja, igualmente es posible contribuir a la estabilidad de la red eléctrica con el aporte de potencia reactiva.

## Capítulo 2

# Características e implicancias del aporte eólico en las redes eléctricas. Generalidades

### Resumen

Se presenta un análisis del recurso eólico. Se comparan las características de la explotación eólica frente a lo convencionalmente probado. Se considera el estudio de la generación eólica como una parte integrante del resto de la red la cual está sometida a grandes variaciones de carga. Se establece la necesidad de requerimientos técnicos acordados para obtener el mayor aprovechamiento de las granjas de manera de asegurar una transición suave hacia un mayor aporte eólico. Se sigue fundamentalmente a [6].

### 2.1. Introducción

Sabido es que existe un fuerte vínculo entre desarrollo y consumo energético así, indicadores como el analfabetismo y la expectativa de vida pueden correlacionarse con el consumo eléctrico [66]. En particular, a nivel de países, se evalúa la evolución del producto bruto interno respecto de la evolución del consumo energético.

La relación entre el desarrollo económico y social y el consumo de electricidad es bidireccional porque la disponibilidad de electricidad facilita la industrialización enormemente pero además permite la aplicación de tecnologías modernas, como la información y tecnología de comunicación. La consecuencia es una gran mejora en la productividad y, por lo tanto, un aumento en el bienestar social económico. Este aumento del bienestar les permite a las personas comprar artículos que consumen electricidad, como televisores, computadoras, calentadores, etc., lo que a su vez redundará en aumento del consumo de electricidad. Por lo tanto, la electricidad es tanto una condición previa como una consecuencia del desarrollo económico y el crecimiento.

En la actualidad, la visión mundial respecto de los medios de generación de electricidad se está modificando porque los combustibles fósiles poseen elevados precios y las centrales nucleares e hidroeléctricas tienen un fuerte impacto ambiental. Por lo anterior, la tendencia es hacia el empleo de las fuentes renovables de energía para la generación de electricidad. Estas fuentes buscan disminuir los efectos contaminantes a la vez que liberan a los países de la compra de combustibles

provenientes de otros lugares. Las energías renovables comprenden el empleo de la energía de las olas y la energía mareomotriz, la energía solar, la energía eólica y la biomasa. En la primera, la energía es extraída del movimiento de 'subida y bajada' de las olas mientras que en el segundo caso se debe al flujo de agua causado por la marea. En la energía solar, la luz del sol es convertida en electricidad, mientras que en los aprovechamientos eólicos la energía contenida en la circulación de aire es convertida en electricidad. Hasta el momento, la contribución de estas tecnologías, respecto de los denominados medio convencionales de generación, es algo modesta. Esto se debe a que,

1. la electricidad generada es más costosa que la obtenida por las tecnologías convencionales,
2. en muchos casos, son menos flexibles que la generación convencional, porque la fuente de energía principal, a partir de la cual generan electricidad, no puede ser controlada.

De las energías renovables, la que más desarrollo ha experimentado es la eólica. En 1991, el total estimado, hacia el año 2000, para los 15 miembros de la Unión Europea, fue de 4 GW, esto fue revisado en 1997 y modificado a 8 GW mientras que el valor real excedió los 13 GW. Para el año 2010, las estimaciones han sido modificadas de 40 GW en 1997 a 60 GW en 2000 y a 75 GW en 2003 [44]. Este tipo de aprovechamiento ya es una realidad y la tendencia a la disminución de los costos contrasta fuertemente con el aumento de los precios de los combustibles fósiles tanto de los últimos años como los que se vislumbran en el futuro.

A medida que la explotación del recurso eólico ha ido avanzando, el desarrollo tecnológico le ha permitido sortear diversos obstáculos de índole técnica a la hora de conectar las granjas eólicas a las redes de energía. En la actualidad se pueden considerar a las granjas como verdaderas centrales generadoras con características particulares. Es en función de ello que, en este capítulo y en los dos siguientes, se analizan las características tecnológicas de las granjas actuales y cuáles son los requisitos que deben cumplir a los efectos de no perjudicar el comportamiento de la red eléctrica.

## 2.2. Los aprovechamientos convencionales frente a la energía eólica

### 2.2.1. Fuentes de energía convencionales: características

La electricidad es un portador de energía que se produce en centrales generadoras, en las que una fuente de energía principal es convertida en electricidad. De estas fuentes, los combustibles fósiles, el flujo de agua y los procesos de fisión nuclear han sido ampliamente empleados. Algunas desventajas tanto en el empleo de combustibles fósiles como en la fisión nuclear son:

- las reservas son finitas,
- producen impactos ambientales adversos, como el efecto invernadero y el problema de los residuos nucleares,
- los países tienen dependencia de un recurso que no les pertenece.

Por otra parte, las grandes centrales hidroeléctricas, aunque poseen impacto ambiental, son una alternativa valiosa, porque no tienen las otras desventajas mencionadas para los combustibles fósiles y el uranio. Sin embargo, será imposible satisfacer la demanda de electricidad del mundo con estas plantas generadoras dado que,

1. en los países desarrollados, el potencial hidráulico disponible ya ha sido utilizado en gran parte;



2. en los países en vías de desarrollo, en ciertos casos, las ubicaciones disponibles para las grandes represas son muy distantes encareciendo el costo tanto por acceso a las mismas como por la complejidad del sistema de transmisión que aumenta debido a las distancias. En otros casos se trata de regiones políticamente inestables.

La principal desventaja de las grandes represas es la inundación de grandes áreas destruyendo los ecosistemas locales y forzando al desplazamiento de poblados cercanos. Así, de manera distinta a los combustibles fósiles y al uranio, las represas hidráulicas tienen su propio impacto ambiental.

Luego, las condiciones para el desarrollo y progreso económico, esto es disponibilidad de energía abundante y barata, hoy en día, están lejos de ser cumplidas y la tendencia es hacia un empeoramiento de dichas condiciones. En efecto, desde 2001 el precio del petróleo se ha, por lo menos, triplicado siendo la variable que más influencia tiene a la hora de reducir el crecimiento mundial. Tanto el precio del petróleo como del gas han aumentado más rápidamente que lo previsto y la dependencia de las grandes potencias con estos elementos hace que las grandes economías del planeta puedan presentar problemas de estabilidad.

Junto con el incremento de la demanda de gas y petróleo y la incertidumbre acerca del valor real de las reservas mundiales, existe una creciente preocupación por el medio ambiente. La idea de tener un uso de combustibles fósiles similar al de medio siglo atrás, no puede ser tolerado por el ecosistema actual sin un daño irreparable. Así, los países deberían reexaminar los fundamentos sobre los que están basadas sus políticas energéticas y ambientales.

Finalmente, la relación entre los aumentos de precios de los combustibles y de la electricidad a nivel países o bloques continentales se ve fuertemente afectada por el comercio internacional del combustible el cual está afectado por distintas variables político-económicas que hacen muy difícil el cálculo (y la predicción) de la mencionada relación. A pesar de ello, la electricidad sobre el último cuarto de siglo en Europa se ha basado fundamentalmente en inversiones de plantas alimentadas con gas y, en ese caso, sí es cierto que el costo de la electricidad en los turbogeneradores modernos, corresponde en un 60% o más al del gas. Así al aumentar los precios del mismo se incrementará, inevitablemente, el costo de la electricidad.

### 2.2.2. La energía eólica: características

En contraposición a lo antes mencionado, la energía eólica tiene características únicas:

1. No tiene riesgos respecto de la volatilidad del precio del combustible.
2. El precio del combustible es nulo.
3. Los gastos de operación y mantenimiento son sumamente bajos.
4. No produce gases contaminantes.
5. No implica riesgos geopolíticos respecto de restricciones sobre otros países.

La energía eólica no tiene ninguna restricción de recurso, el combustible es libre e interminable. A diferencia de combustibles convencionales, el viento es una fuente autóctona enorme "permanentemente" disponible. Por otra parte, las granjas eólicas pueden ser construidas de manera modular por lo cual pueden contribuir con generación de manera más rápida que sus contrapartes convencionales.

El punto más importante es que el combustible nunca será comercializado internacionalmente protegiendo así las economías nacionales de costos de energía que aumentan junto con la escasez

del combustible. Más aún, a gran escala, la energía eólica suministrará electricidad a partir de un combustible gratis y el costo de esa electricidad irá cayendo con el desarrollo tecnológico. Así los países del mundo podrán establecer criterios claros para planificar su crecimiento libre de inseguridad, políticas, y desventajas económicas y ambientales relacionadas con el petróleo y el gas. Por otra parte, las desventajas asociadas al recurso son el costo de la generación y la variabilidad del viento.

### 2.3. Incorporación de la energía eólica a las redes actuales

Mientras que las ventajas de la generación convencional frente a las energías renovables son el precio de la electricidad y la controlabilidad y la flexibilidad de la energía generada, las energías renovables disponen de una fuente de recursos inagotables y con consecuencias ambientales mucho menos graves. Para reducir el costo de la energía generada por medios renovables las políticas más empleadas son:

1. subsidiar directamente a los fabricantes de productos eólicos,
2. los consumidores pagan un adicional que beneficia a quienes generan por medios renovables de manera de acelerar la disminución de costos,
3. gravar con impuestos a quienes generan con medios convencionales.

Por otra parte, para hacer eficiente el uso de la energía eólica, se deben entender tanto las características del recurso como el contexto sobre el cual se incorpora de manera de actuar sobre ambos lados:

1. entender la variabilidad del recurso y su real implicancia cuando se tienen aprovechamientos eólicos dispersos geográficamente,
2. incorporar la variabilidad del recurso como un punto más dentro de la variabilidad del sistema eléctrico,
3. analizar entonces la manera de operar el sistema con el recurso incorporado,
4. establecer códigos de conexión y desconexión adecuados para los recursos renovables,
5. estudiar las posibilidades de manejo de la energía generada de manera que permita dar soporte a la red según las condiciones de la misma.

La energía eólica constituye una tecnología que es en gran parte subexplotada. Luego de dos décadas de progreso tecnológico, la operación de las granjas eólicas está mucho más cerca a la de las centrales convencionales de energía pero, a diferencia de estas, la instalación de las primeras es modular y rápida. Una turbina eólica actual puede producir unas 200 veces su equivalente de hace dos décadas. Así, a medida que la tecnología está siendo probada, se vislumbra el importante potencial que tendrá la energía eólica y, por ende, la influencia en el desarrollo de los países. En vista de lo anterior, no es sorprendente que el sector eólico incluya a algunas de las compañías de energía más grandes del mundo.

El principal inconveniente a la hora de incluir la explotación completa del recurso eólico se debe a limitaciones tanto de la red eléctrica actual como de las condiciones legales que deben resolverse. En efecto, mientras se conoce que será necesario adaptar la red existente así como las plantas de

generación, existen numerosas distorsiones en el mercado eléctrico. Estas distorsiones incluyen, por ejemplo: barreras institucionales y legales, grandes subsidios y ayuda estatal para combustibles fósiles y la energía nuclear.

De cualquier manera, es inevitable que la energía eólica tenga un papel preponderante en los próximos años, de producir el 2.4% de la electricidad en Europa en 2006 pasará al 12% de la producción de electricidad en 2020 y por encima del 20% en 2030 [6]. Esto requerirá un gran esfuerzo concertado en toda Europa a nivel local, nacional y regional. Una importante inversión de infraestructura de la transmisión existente será requerida para facilitar el desarrollo en tierra junto con inversión y desarrollo de sitios cercanos a la costa.

La energía eólica se encuentra en desventaja comparando las situaciones bajo las cuales fue desarrollada la electricidad a partir del petróleo, el gas, el carbón y la energía nuclear. Hasta los años 80, la generación y distribución de electricidad, el refuerzo de la red, su ampliación y la venta de electricidad fueron emprendidos por monopolios nacionales, verticalmente integrados a quienes fueron permitidos los derechos exclusivos para financiar inversiones e investigación a través de subsidios de los estados. Ahora, la tendencia es hacia mercados más liberados de manera que, si bien, las nuevas tecnologías están enfrentando un ambiente muy estimulante y muy desafiante, es cierto que las condiciones de desarrollo respecto del aporte estatal tanto económico como legal han disminuido considerablemente.

### 2.3.1. La variabilidad del recurso eólico

La energía eólica es descrita, a veces, como energía intermitente. Esto es engañoso porque la energía eólica no empieza y se detiene a intervalos irregulares, que es lo que implica el significado de 'intermitente'. La energía eólica, entrega una energía que puede ser variable, pero ello no implica que sea poco confiable por esta característica.

Adviértase que los sistemas de generación, transmisión y demanda de electricidad son intrínsecamente muy variables e influenciados por una gran cantidad de factores previstos e imprevistos. Por ejemplo, el consumo depende de cantidades enormes de equipamientos que se encienden y apagan; las centrales de energía, equipos y líneas de transmisión se averían sobre un consumo irregular de potencia, o están seriamente afectados por cambios extremos del clima como la sequía, que afecta particularmente represas hidroeléctricas y a la energía nuclear; los árboles se caen sobre líneas de alimentación, o los cables se congelan y causan las interrupciones repentinas del suministro.

Los operadores del sistema eléctrico necesitan equilibrar el sistema ante cambios planeados e imprevistos que se modifican constantemente y que deben satisfacerse para mantener la integridad del sistema. La variabilidad en la electricidad no es nada nuevo; ha sido una característica distintiva desde el comienzo.

Tanto el suministro de la electricidad como la demanda son variables. Luego, la variabilidad del recurso eólico no es una limitación inviable, pero sí es importante saber cómo predecirla y cuáles herramientas pueden ser utilizadas para mejorar la eficiencia energética de los aprovechamientos eólicos. La energía eólica variable puede ser predicha en gran medida. Esto no quiere decir que la variabilidad no tenga ningún efecto sobre la operación de sistema, por el contrario, lo tiene especialmente en sistemas donde se tiene gran penetración eólica.

### 2.3.2. Análisis de los sistemas que incluyen energía eólica

En función de lo antes dicho, el viento no puede ser analizado aisladamente de las otras partes del sistema eléctrico, además todos los sistemas son diferentes. Así, el tamaño y la flexibilidad

inherente a la red eléctrica son aspectos cruciales que determinan la capacidad de adaptación a altas cantidades de energía eólica. El papel de una fuente de energía variable como la energía eólica tiene que ser considerado como un aspecto dentro de un suministro variable y junto con la demanda del sistema eléctrico.

Así como los operadores del sistema eléctrico no tienen que tomar acción cada vez que un consumidor individual cambia su demanda de energía, por ejemplo cuando una fábrica empieza la operación por la mañana, tampoco tienen que actuar cada vez que varía la potencia de un sólo aerogenerador. Es el total de todas turbinas sobre el sistema o los grupos grandes de granjas eólicas lo que importa.

Luego, la energía eólica tiene que ser considerada en comparación con la variabilidad de demanda en conjunto y la variabilidad y la intermitencia de otros grupos generadores. Cuando se considera que la generación eólica está distribuida en una región, si el viento deja de soplar en algún lugar, siempre lo está haciendo en otro de manera que se advierte un (bajo) impacto en el conjunto. Por lo tanto, el recurso puede ser considerado para proveer la electricidad de manera fiable aunque el mismo no esté disponible el 100 % del tiempo en un sitio en particular.

Debido a que el recurso es variable, se argumenta que la energía eólica no es confiable. Sin embargo, ninguna central de energía es totalmente segura, dado que cualquier sistema falla en algún momento. Peor aún, las grandes centrales de energía lo hacen abruptamente, ya sea de manera accidental, por efectos de la naturaleza o por los cortes planeados, causando una importante pérdida de energía y un inmediato requerimiento de esa energía. Para las plantas térmicas corrientes, la pérdida atribuible a los apagones imprevistos representa el 6 % de su generación de energía. Cuando una central a partir de recursos fósiles o recursos nucleares se corta inesperadamente, representa un fuerte golpe al sistema todo. Las redes de energía han tenido que arreglarse con estas diferencias producto de repentinas caídas de centrales grandes tanto como con la demanda variable. Los procedimientos puestos en práctica en esos casos, pueden ser aplicados (en algunos países lo son) para compensar las diferencias en la producción de energía eólica.

Por el contrario, la energía eólica no corta repentinamente la producción de energía. Las diferencias en la energía eólica son más suaves, porque hay centenares o miles de unidades chicas dispersas en vez de algunas centrales de energías grandes, esto hacer más fácil para el operador del sistema predecir y dirigir los cambios en el suministro cuando aparecen dentro del sistema en conjunto. El sistema no notará el apagado de una turbina de 2 MW. Tendrá que responder al apagado de una planta de 500 MW alimentada a carbón o al de una planta nuclear de 1.000 MW en un instante.

### 2.3.3. Integración del recurso eólico

Para niveles de penetración pequeños de energía eólica, la operación de la red no será afectada de manera importante. Los métodos de operación y control establecidos y los de potencia de reserva son más que adecuados para sostener una demanda variable como puede entenderse a la energía eólica en niveles de penetración hasta, aproximadamente, el 20 %, dependiendo de la naturaleza de un sistema específico. Para niveles de penetración más grandes, la integración adicional de la energía eólica implica algunos cambios tanto en el refuerzo de las redes como en la metodología de operación.

En Dinamarca, el país del mundo con la mayor penetración eólica, el 21 % del consumo total se produjo por medios eólicos en 2004. En el sistema de transmisión occidental de Dinamarca, que está desconectado de la parte oriental del país, aproximadamente el 25 % de la demanda es cubierta por la energía eólica en un año de viento normal y, en algunas ocasiones, se ha llegado a cubrir el

100 % de la demanda instantánea [6].

Muchos operadores de sistemas eléctricos, a menudo, descartan la integración de grandes cantidades de energía eólica y son reacios a hacer cambios en los procedimientos establecidos para acomodar los requerimientos de la energía eólica. En Dinamarca, el operador era inicialmente escéptico sobre con cuánta energía eólica podía disponer el sistema. La actitud de muchos operadores para la energía eólica puede ser ilustrado por la siguiente cita de Eltra, el TSO (Transmission Systems Operator) del oeste de Dinamarca, en la presentación de su informe anual en 2002 [6]:

- "Desde el final de 1999 y en tan sólo tres años la capacidad de energía eólica en el sistema de Jutland - Fyn ha aumentado de 1.110 MW a 2.400 MW. ... Hace siete u ocho años, dijimos que el sistema eléctrico no podía funcionar si la energía eólica se incrementaba por encima de los 500 MW. Ahora estamos manejando casi cinco veces esa cantidad y me gustaría decir al gobierno y al Parlamento que estamos listos para manejar incluso más cantidad, pero requiere que nos sea permitido usar las herramientas correctas para dirigir el sistema."

En el área de suministro de Energinet (antes Eltra) occidental, la energía eólica cubre aproximadamente el 25 % de la demanda de electricidad en un año de viento normal y no es un problema técnico manejar mayor cantidad, es un asunto de regulación. Las herramientas para manejar más energía eólica en el sistema están desarrolladas y los operadores de red deben poder usarlas. En última instancia, la experiencia con la energía eólica en las áreas de España, Dinamarca y Alemania que tienen grandes cantidades de energía eólica en sus sistemas, la pregunta respecto de si hay un límite superior para la penetración en las redes existentes será más una consulta económica y de política reguladora que un problema técnico.

En áreas donde el desarrollo en energía eólica todavía está en su etapa inicial, muchas lecciones pueden ser aprendidas de países como los mencionados. Sin embargo, como en el contexto de Europa la cantidad de energía eólica aportada a la red es escasa, las características más importantes se harán evidentes cuando haya una mayor penetración eólica.

La energía eólica tiene características técnicas distintivas como cualquier otro tipo de generación. Por ejemplo, las centrales a partir de energía nuclear, algunas a gas y carbón y las centrales hidroeléctricas son rígidas porque para un buen funcionamiento deben mantener la generación en un nivel constante. En el contexto de las redes eléctricas, la generación constante es una característica no deseada porque, como se ha mencionado, la demanda de electricidad varía significativa y constantemente durante todo el día. En ese sentido, otras centrales a carbón, gas e hidroeléctricas más modernas emplean un concepto más flexible y la potencia producida puede ser modificada más rápidamente. Todo lo anterior lleva a considerar que ninguna tecnología, ni "la potencia de base" de la energía nuclear ni la producción variable de la energía eólica, deben ser tratadas aisladamente. Son los efectos combinados de todas tecnologías, tanto como los patrones de la demanda, los que importan a la hora de mantener la confiabilidad de la red eléctrica.

## 2.4. Operación del sistema integrado e implicancias futuras

Las posibilidades de operación del sistema manejando una potencia variable como la eólica variará entre regiones y entre países. Como cualquier otra forma de generación, la energía eólica tendrá un impacto sobre las reservas de la red de energía a la vez que contribuirá a una reducción en el uso de combustible y las emisiones de gases contaminantes. El impacto de la energía eólica depende principalmente del nivel de penetración, pero también del tamaño de la red, de la capacidad

de mezclar distintos tipos de generación, del grado de interconexión con sistemas cercanos y de las variaciones de carga.

Las grandes redes de energía pueden aprovechar la diversidad natural de fuentes variables. Una gran dispersión geográfica de la energía eólica reducirá la variabilidad, incrementará la previsibilidad y reducirá los acontecimientos de potencia cero o de potencia pico. Así como las redes eléctricas tienen mecanismos flexibles para seguir las variaciones de la carga y los cortes de las grandes plantas, que no siempre se tratan de cortes programados, similares mecanismos se pueden emplear para integrar la energía eólica con sus fluctuaciones a la red. Dado que las granjas eólicas tienen la ventaja sobre las centrales hidroeléctricas convencionales de ser más pequeñas en cuanto al total de lo producido, la variación de potencia es siempre más pequeña que, por ejemplo, la diferencia causada por el apagón de una planta convencional. Por otra parte, a nivel regional, las diferencias de energía eólica son suavizadas por la dispersión geográfica y, debido a esa dispersión, los 'apagones' de energía eólica son infrecuentes.

Las soluciones para mantener el equilibrio del sistema eléctrico ante una falla abrupta involucran, actualmente, a las unidades de generación convencionales existentes, térmicas e hidroeléctricas principalmente. Otras soluciones para manejar la variabilidad de las redes de energía incluyen el manejo de la carga, de la interconexión y del almacenamiento de energía. En ese sentido, las nuevas tecnologías utilizadas deberán permitir que las granjas eólicas funcionen como centrales eléctricas (virtuales) con la capacidad de ofrecer servicios a la red de la cual forman parte, como el control de la frecuencia y de la tensión. Estas propiedades de las granjas serán cada vez más útiles, principalmente, en niveles altos de la penetración del recurso eólico.

#### 2.4.1. Códigos de redes eléctricas y requerimientos técnicos

Es evidente que son necesarias reglas claras para asegurar que la red eléctrica funcione bien y sin peligro cuando los aerogeneradores son conectados. La tecnología de la energía eólica se ha desarrollado en un ambiente, si bien variante de país en país, cada vez más severo en cuanto a requerimientos. Hay constantes cambios de los códigos de las redes eléctricas y de requisitos técnicos relacionados, presentados a menudo con poco tiempo de antelación y con participación mínima del sector de energía eólica en el desarrollo de los mismos.

Los requisitos técnicos deben reflejar las necesidades técnicas verdaderas para la operación de sistema y deben ser desarrollados en cooperación entre TSO (Operadores del Sistema de Transmisión), los sectores de energía eólica y los cuerpos de gobierno.

Actualmente, los requisitos varían considerablemente de país en país a consecuencia de las dispares penetraciones de energía eólica y los diversos grados de robustez de la red de la cual las granjas forman parte. Incluso a nivel europeo se ha sugerido la necesidad de armonizar los requerimientos para disminuir el peso sobre los fabricantes de aerogeneradores de manera que cada modelo no tenga que ser desarrollado para cada mercado. Esto será particularmente difícil en Europa porque los requisitos técnicos tendrían que reflejar las muy diferentes condiciones en relación con la combinaciones de energía de cada país, el tamaño de sus redes interconectadas, la dispersión geográfica de los sistemas y los niveles de penetración de energía eólica en cada país [6].

Además de los requisitos técnicos, se tiene el problema práctico de la interconexión. Existe la necesidad de definir un método adecuado para determinar la capacidad de interconexión máxima en un punto de la red en particular. Tal método podría ser definido por una autoridad neutral como un ente regulador.

Estudios dinámicos suministran la base para las prácticas de conexión de la energía eólica en

general. A partir de distintos estudios se ha llegado a la conclusión de que la dinámica de las redes de energía no es un obstáculo importante para incrementar la penetración de la energía eólica, siempre que sean tomadas las medidas adecuadas tanto en el diseño de los aerogeneradores como en la operación y la tecnología de la red [2][6][54][55].

La investigación y desarrollo deben continuar a fin de mejorar los conocimientos acerca de la interacción dinámica del sistema eléctrico con las centrales eólicas. También el trabajo de investigación es necesario para mejorar los modelos dinámicos para los más recientes tipos de turbina eólicas y para granjas enteras. Tales esfuerzos de modelado se tornan cada vez más importantes porque algunos TSO han empezado a exigir de los fabricantes de aerogeneradores a que presenten un modelo de simulación dinámico de la granja antes de conceder permisos de conexión [6].

#### 2.4.2. Respecto de incrementar la infraestructura de la red

La infraestructura de todas las redes eléctricas necesitará de un redimensionamiento habida cuenta de los incrementos en el consumo en cualquier país del mundo. Esta actualización no solo debe acontecer debido a requerimientos de la energía eólica. Se estima que más de la mitad de la demanda de electricidad en Europa entre 2001 y 2030 [6] será abastecida a partir del gas por lo que se deberá asegurar tanto la transmisión como la distribución a partir de la provisión de gas y del recurso del agua para las centrales a gas e hidroeléctricas durante las próximas décadas.

Así, la necesidad de inversiones en infraestructura no está surgiendo del aumento de la energía eólica exclusivamente. Por consiguiente, aumentar el tamaño de la red, reforzarla y aumentar la reserva rotante beneficia a todos los usuarios y, además, a los aprovechamientos eólicos. Así como la energía eólica no es, y no debe ser, la única tecnología que se beneficia de las mejoras en la infraestructura del conjunto de la red y de la operación del sistema, se necesitará un enfoque integrado que, por supuesto, debe tener en cuenta los detalles concretos de la tecnología de energía eólica tanto como los detalles concretos de otras tecnologías.

El proceso de actualización de los sistemas eléctricos es muy complicado y requiere de medidas que, a corto y a largo plazo, permitan una integración 'suave' de la energía eólica. Las medidas de corto plazo incluyen la optimización de infraestructura existente. En el largo plazo, las grandes redes deberán acomodarse a grandes cantidades de energía eólica tanto de las granjas eólicas marinas como de las de tierra, utilizando a ambas de manera de suavizar los efectos de la variabilidad del recurso a fin de extender su empleo y mejorar el funcionamiento de toda la red.

## 2.5. Conclusiones

A medida que la energía eléctrica es requerida para acompañar el desarrollo de los países, aspectos referidos a la economía de los mismos y al cuidado del medio ambiente se ven fuertemente comprometidos cuando la generación de energía se realiza por medios convencionales.

Por lo anterior, la visión en cuanto a la solución de los problemas energéticos ha cambiado hacia las energías denominadas renovables, de las cuales la energía eólica es la que más desarrollo ha tenido.

Así, la penetración eólica ha crecido considerablemente superando año tras año todas las predicciones en cuanto a la cantidad de energía que por ese medio se puede generar.

Las principales ventajas de la energía eólica son: la fuente inagotable del recurso y la no dependencia de los países respecto de un recurso que les es propio.

Como las características del recurso eólico son distintivas respecto de la generación convencional

su estudio y conexión a las modernas redes eléctricas debe realizarse desde un punto de vista propio y particular del aprovechamiento.

Finalmente, existen grandes desafíos respecto de la integración de las granjas dentro de las redes eléctricas modernas, tanto la legislación y los requerimientos que deben cumplir las granjas como la necesidad de mejorar la infraestructura de las redes eléctricas existentes. La tendencia indica que lo más beneficioso para quienes hacemos uso del servicio es una transición suave hacia la diversificación de los elementos que aportan energía a las redes eléctricas actuales.



## Capítulo 3

# Calidad de potencia: generalidades. Integración de la energía eólica a las redes eléctricas.

### Resumen

En este capítulo se introducen aspectos referidos a la calidad de potencia en los sistemas eléctricos. En este sentido se presenta la manera en que las granjas eólicas se integran y afectan a los sistemas de potencia. Por último se presentan diversos requisitos que, en la actualidad, se solicitan a las granjas eólicas.

### 3.1. Introducción

Un sistema de potencia eléctrico se compone de tres partes: la generación de potencia, la transmisión y la distribución, Figura 3.1. La potencia eléctrica es generada en una planta, que podrá estar ubicada geográficamente muy distante a los consumos. La tensión de generación se eleva por el transformador T1 para ser transmitida por la línea de transmisión hacia los consumos. Luego, el transformador T2 reduce la tensión a un valor intermedio de manera de transmitir la potencia eléctrica por las denominadas líneas de subtransmisión que alimentan a la mayoría de los consumos industriales. Los sistemas de distribución, que están diseñados para funcionar a menores tensiones, alimentan a cargas comerciales y residenciales. Mientras que los consumos domésticos corresponden a cargas monofásicas, las cargas industriales y los consumos comerciales corresponden a cargas trifásicas.

En lo que sigue, se presentan, en primer lugar, el concepto de calidad de potencia y, luego, la integración de las granjas eólicas a la red eléctrica junto con algunos requerimientos referidos a la conexión en las redes eléctricas modernas.

### 3.2. Calidad de Potencia

Hasta hace algunos años la principal preocupación de los consumidores de potencia era la confiabilidad del servicio, definida como la continuidad del mismo. En la actualidad, mientras la generación de potencia es confiable, la distribución no siempre lo es dado que las líneas de transmisión se encuentran expuestas a las fuerzas de la naturaleza.

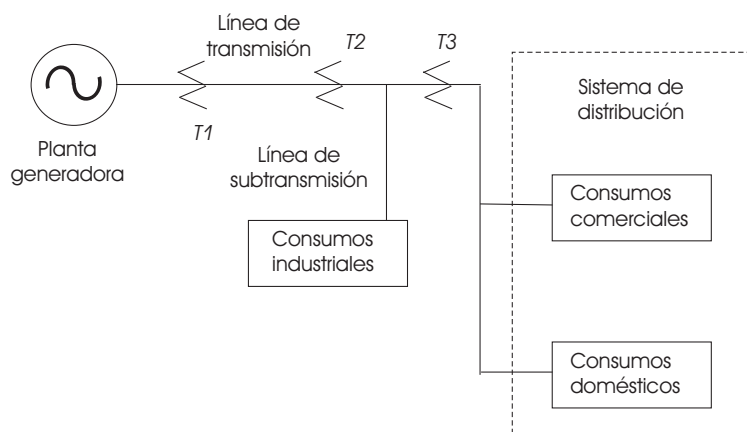


Figura 3.1: Sistema de potencia típico.

Otro elemento de fundamental importancia lo constituye la calidad del servicio. Entre las situaciones que comprometen dicha calidad, se encuentra la conexión de grandes cargas inductivas, que pueden producir importantes cambios de tensión, afectando a otras cargas sensibles a estas variaciones.

### Impacto sobre los usuarios

La calidad de potencia es el término empleado para describir cuán cerca a los valores nominales se encuentra la potencia eléctrica entregada, de manera de operar correctamente los equipamientos conectados a la red. Una calidad de potencia perfecta significa que la tensión es sinusoidal, de amplitud y frecuencia constantes.

El Cuadro 3.1 presenta los indicadores más comunes asociados a los problemas de calidad de potencia [32].

Cuadro 3.1: Problemas de calidad de potencia

Tipos	Descripción	Caracterización
Transitorios	Impulsivos	Valor pico, duración, tiempo de crecimiento
	Oscilatorios	componentes de frecuencia
Variaciones de tensión corta duración	Caídas	Magnitud, duración
	Aumento	Magnitud, duración
	Interrupción	Duración
Variaciones de tensión larga duración	Caídas	Magnitud, duración
	Aumento	Magnitud, duración
	Interrupciones sostenidas	Duración
Desbalance de tensión		Componentes simétricas
Distorsión de la forma de onda	Armónicas	Espectro
	Transitorios periódicos	Espectro
	Offset de continua	V, A
Flicker		frecuencia de ocurrencia

Los transitorios impulsivos pueden dar lugar a oscilaciones del sistema mientras que los oscilatorios pueden llevar al aumento de la tensión con el consecuente daño de las aislaciones. Por otra parte, las variaciones de tensión de corta duración producen distintos efectos en los consumidores, las caídas pueden producir pérdidas de producción en los procesos por la parada de motores o la detención de microprocesadores. Para prevenir lo último se emplean las fuentes de alimentación ininterrumpibles las cuales, a su vez, producen armónicos. Los aumentos de tensión pueden causar stress en el equipamiento hogareño y en el industrial disminuyendo su vida útil. Las interrupciones causan fuertes pérdidas al afectar a los sistemas de producción y de procesamiento de datos.

El impacto en los consumidores de las variaciones de tensión de larga duración es mayor que aquellas de corta duración. Los desbalances de tensión producen el aumento en la temperatura en motores y pueden causar la salida de servicio. Las armónicas, cortes y offset de continua producen distorsiones en la forma de la onda. Las armónicas pueden ser múltiplos enteros de la fundamental, subarmónicas o inter armónicas causando pérdidas innecesarias en las redes de distribución que dan lugar a calentamiento en transformadores e interferencia electromagnética. Por otra parte, los offsets de continua pueden causar la saturación de los núcleos de los transformadores. Los transitorios periódicos de tensión producen fuertes modificaciones en la onda de la tensión lo que da lugar al deterioro de los componentes capacitivos de la red.

Por último, el flicker puede ser causado por lámparas de descarga, hornos de arco, arranque de grandes motores, etc. El flicker se caracteriza por frecuentes variaciones de tensión que producen el parpadeo de las luces incandescentes a una frecuencia que es percibida por el ojo humano. Además de reducir la vida útil de los equipamientos, puede deteriorar la salud de las personas al causar dolores de cabeza y migrañas.

Los estándares de calidad de potencia, que indican la manera de medir las mencionadas variaciones de la tensión, se basan en las propuestas del IEEE y la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC). Algunos de estos estándares se listan en el Cuadro 3.2 [32].

Cuadro 3.2: Algunos estándares referidos a calidad de potencia

Fenómeno	Estándar
Clasificación	IEC 61000-2-5:1995, IEC 61000-2-1:1990, IEEE 1159:1995
Transitorios	IEC 61000-2-1:1990, IEEE c62.41:1991, IEEE 1159:1995, IEC 816:1984
Variaciones corta duración	IEC 61000-2-1:1990, IEEE 1159:1995
Armónicas	IEC 61000-2-1:1990, IEEE 519:1992, IEC 61000-4-7:1991
Flicker	IEC 61000-4-15:1997

Tradicionalmente, la estabilización y control del sistema eléctrico ha corrido por cuenta, únicamente, de las grandes centrales convencionales. Sin embargo, a medida que la generación eólica va cubriendo más espacios, torna más complejos los aspectos referidos a la calidad del servicio y a la estabilidad del sistema. Luego, la tendencia actual es que todas las centrales generadoras incluyendo las eólicas deben tomar parte en las tareas de estabilización y control del sistema eléctrico asegurando, al mismo tiempo, ciertos parámetros de calidad del servicio. Así, para la efectiva integración de la energía eólica se tienen ciertos requisitos para mantener la calidad técnica y el balance del sistema eléctrico.

Un análisis y comparación entre calidades de potencia de elementos unitarios versus granjas eólicas puede observarse en [60]. La Norma IEC 61400-21 [42] indica la manera en que se deben

medir los parámetros relacionados así como la forma de determinar la calidad de la potencia de un aerogenerador. El análisis con los métodos de la mencionada norma incluye los siguientes pasos [1][15]:

- Análisis de flujo de carga. Determinar si las variaciones de tensión se mantienen dentro de los límites aceptables;
- mediciones de flicker máximo y comparación con los límites aplicables;
- determinación de las caídas de tensión posibles atribuibles a la puesta en marcha de los aerogeneradores;
- cálculo de las armónicas máximas y comparación con los límites aplicables.

### 3.3. Integración de las granjas a los sistemas eléctricos

Si una importante cantidad de energía eólica se agrega a la generación convencional, el impacto, como el de cualquier fuente de energía con penetración importante, se extiende a las escalas de tiempo relevantes del sistema, esto es: segundos, minutos, horas y días. El impacto se advierte, principalmente, en la necesidad de contar con una mayor reserva de potencia disponible.

En las redes eléctricas, el balance entre la potencia generada y el consumo debe ser equilibrado constantemente. La variable que indica un desbalance entre las mencionadas potencias es la frecuencia del sistema porque si la generación excede al consumo, la frecuencia aumenta y si el consumo excede a la generación, la frecuencia cae. Los sistemas convencionales hacen frente a las variaciones de la frecuencia de la red con las denominadas 'reservas del sistema eléctrico'. Estas reservas se clasifican en primarias o principales, secundarias y terciarias. Las primarias corresponden al período de tiempo comprendido entre los segundos a minutos luego de la alteración de la frecuencia de la red, mientras que las secundarias actúan en el rango de los minutos a las horas y las terciarias corresponden al rango de las horas [6] (Figura 3.2). Las primarias son de carácter

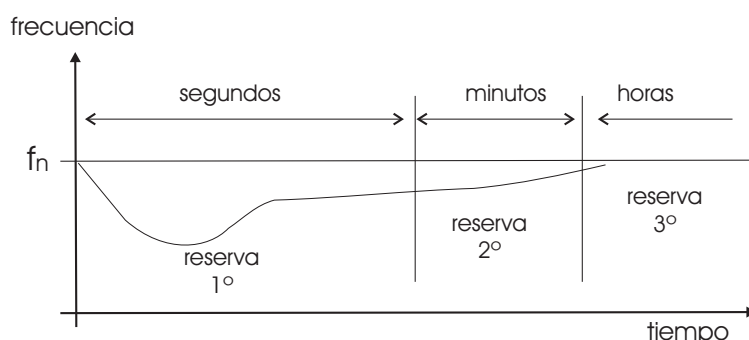


Figura 3.2: Intervención de las reservas en el control de la frecuencia de la red.

instantáneo, mientras que las secundarias se denominan rápidas y las terciarias de largo término.

Dado que las perturbaciones a la red no pueden ser predichas, los controles de las reservas primarias y secundarias funcionan constantemente para mantener la frecuencia del sistema en el entorno de su valor nominal.

Las reservas de largo término actúan en respuesta al cambio de carga referido a las modificaciones de la demanda en el largo plazo. Por ejemplo, sabido es que durante la mañana el aumento en la carga ocurre a las 7:00 hs y que existen otros aumentos al mediodía y por la tarde. Después que

se alcanza el máximo consumo de la tarde, la carga cae las próximas horas llegando a un mínimo por la noche. Así, el denominado 'despacho de carga', que afecta a las reservas terciarias, se realiza en respuesta a las tendencias de la demanda mientras que los controles primarios y secundarios responden a desequilibrios inesperados.

Es importante destacar que algunos generadores requieren de varias horas para arrancar y, en muchos casos, el proceso de apagado también es largo. Todo esto agrega complejidad a la programación y al manejo del sistema eléctrico por parte de los operadores de red.

### 3.3.1. Programación y manejo del sistema eléctrico

Como se ha mencionado, la generación convencional está programada para responder a las variaciones de la demanda. Ante cualquier desviación imprevista, las reservas principales y secundarias son operadas para mantener a la frecuencia del sistema en el entorno de su valor nominal. Así, las características variables del recurso eólico pueden influenciar el comportamiento y el manejo de la red eléctrica.

#### Impacto de las granjas eólicas en las reservas primaria y secundaria

Los cambios en la energía eólica son relevantes en la escala de tiempos que corresponde a la reserva secundaria [11][28][96]. Dado que en el intervalo de tiempo de los segundos a minutos las variaciones en la generación de energía eólica ocurren aleatoriamente, de la misma manera que las variaciones de carga, el desbalance entre la generación y el consumo es pequeño. Se debe notar que la cantidad de la reserva principal asignada en las redes de energía es dominada por el concepto de hacer frente a los apagones de plantas de generación grandes, por lo tanto la cantidad de energía en la reserva principal debería ser suficiente para hacer frente a estas diferencias rápidas por el incremento de la penetración eólica. Por otra parte, a medida que la penetración eólica aumenta, tal como se presenta en este trabajo de tesis, se tienen estrategias de control que limitan o regulan la generación de potencia del recurso eólico pero que además permiten contribuir a la estabilidad de la red eléctrica al disponer de potencia activa en el rango de tiempos que corresponde a las reservas primarias. Luego, el desarrollo de la energía eólica no impone requerimientos adicionales sobre la cantidad de reserva principal necesitada.

#### Impacto de las granjas eólicas en las reservas secundarias y terciarias

A los efectos de evaluar el impacto de la energía eólica en las reservas secundarias y terciarias, es relevante considerar la variabilidad de la energía eólica en la escala de tiempo desde los minutos a las horas. Sin embargo, aún en casos extremos la potencia generada por las granjas eólicas distribuidas no cambia en más del 10% de la capacidad instalada por hora en las áreas más grandes en los países nórdicos o  $\pm 25\%$  de la capacidad instalada en áreas más pequeñas [6].

En estos casos, el uso de las reservas debe considerar, como se ha mencionado, todas las diferencias no predichas que afecten el desequilibrio del sistema eléctrico. Siendo que sólo una parte de la producción de energía eólica puede ser tenida en cuenta al programar las otras unidades de generación, se deben agregar los desequilibrios de producción eólica a todas las otras desviaciones del sistema para determinar el desequilibrio total y las reservas necesarias para mantener el normal funcionamiento del sistema eléctrico.

Si la energía producida por una granja eólica pudiera ser pronosticada con exactitud con uno o dos días de anticipación, ayudaría a establecer el programa de operación de las unidades a ser comprometidas. A falta de este pronóstico, la decisión respecto de la programación posee incertidumbre.

El resultado podría ser el de comprometer a una unidad de generación cuando no sea necesario o, no comprometerla cuando sí lo sea. Aquí la mezcla de los tipos de generación de la red determina cuánta producción eólica es posible introducir sin distorsionar la frecuencia del sistema. En efecto, cuanto más flexibles son las unidades convencionales respecto de su capacidad de respuesta frente a cambios en la consignas de generación, mayores son las posibilidades de tomar decisiones en la programación en tiempo real, de forma de asegurar una provisión confiable de electricidad.

### **Empleo del pronóstico del tiempo**

Pronosticar el clima en el corto plazo es útil para todos los productores de energía eólica. Esto, también se torna cada vez más importante para los operadores del sistema cuando la penetración de energía eólica aumenta.

En algunas regiones europeas con un alto nivel de penetración (regiones en España, Alemania y Dinamarca) los operadores emplean pronósticos en forma regular a los efectos de programar las operaciones de las plantas convencionales, pero también para propósitos comerciales porque los precios del total de la energía generada caen cuando se maximiza el empleo del viento, que tiene costo nulo de combustible.

## **3.4. Requerimientos de conexión de las granjas**

Los operadores de redes desarrollan continuamente reglas para conectar generadores a las redes de distribución y transmisión denominadas Códigos de Conexión. Estos requisitos específicos están siendo complementados para la conexión de granjas eólicas teniendo en cuenta que el objetivo es asegurar que las granjas no afecten adversamente la operación de la red de energía. Esto último en relación a la seguridad, la confiabilidad y la calidad de la potencia suministrada.

Es de notar que los requerimientos técnicos para la conexión de granjas eólicas varían considerablemente de país a país. Estas diferencias radican en las distintas penetraciones eólicas y en los distintos grados de robustez de las redes eléctricas involucradas así como en el desarrollo que exhiben esos países en la tecnología de la generación por medios eólicos. Luego, muchos países desarrollados poseen Códigos de Conexión muy elaborados que difieren claramente de las reglas más o menos especificadas en países en los cuales las tecnologías usadas en este tipo de generación son relativamente nuevas. En definitiva, las reglas de interconexión para las granjas están siendo reformuladas en paralelo con el incremento de la penetración y el desarrollo de tecnología.

Además de requerimientos para salvaguardar a los aerogeneradores de daños provenientes de defectos propios o de su instalación y contra perturbaciones exteriores como [15]:

- corrientes de cortocircuito entre fases y a tierra;
- bajas tensiones por recuperación de cortocircuitos;
- incrementos de tensión por fallas trifásicas y monofásicas a tierra;
- falta de fase;
- recierre por falta de fase y otros impactos producto de operaciones anormales,

existen otros requisitos vinculados a distintos aspectos de la conexión de las granjas eólicas al sistema eléctrico, tales como [1][8]:

- Control de potencia activa: aunque con diferentes objetivos, varios códigos de red requieren del control de potencia activa de las granjas.
- Control de frecuencia: mantener la frecuencia del sistema dentro de límites aceptables garantiza la seguridad del servicio, se previene la sobrecarga del equipamiento y se satisfacen los estándares de calidad.
- Rangos de frecuencia y de tensión: se requiere que las granjas eólicas se mantengan en operación aún cuando los valores de frecuencia y tensión se encuentren alejados de sus valores nominales. En la Figura 3.3 se presenta un gráfico en el que se indican los rangos de tensión, en el eje de las ordenadas, y de la frecuencia, en las abscisas, en los que cada aerogenerador debe permanecer conectado para Dinamarca [15] indicándose, además, el período durante el cual la granja debe permanecer conectada en esa condición.
- Calidad de tensión (flicker, armónicas, cambios rápidos): diversos requerimientos según los distintos países.
- Transformadores tipo 'tap changing': algunos códigos los requieren en caso de necesitar el cambio de la relación de transformación entre la granja eólica y la red.
- Protección de las granjas eólicas: considera perturbaciones en la red. Un sistema de protección tipo relé debe actuar en presencia de corrientes de cortocircuito, caídas de tensión, sobretensiones y durante y después de una falla. Esto debe asegurar que la granja obedezca a requisitos para la operación de la red y la apoye durante y después de una falla, por ejemplo debe permanecer conectada durante fuertes fallas de tensión (conocidas como FRT: fault ride through o huecos de tensión).
- Modelado y verificación de una granja eólica: algunos códigos requieren los modelos de las granjas eólicas a los efectos de permitir al operador investigar por simulaciones la interacción entre la granja y el sistema de potencia. Además, se puede requerir de la instalación y monitoreo de diversas variables para verificar el comportamiento real durante fallas y para verificar el modelo.
- Comunicaciones y control externo.

Comunicaciones: a diferencia de los requisitos anteriores, los cuales son diferentes para distintos operadores, todos los requerimientos establecen que el operador de la granja debe proporcionar varios parámetros importantes a los efectos de permitir la operación correcta de la red de energía (típicamente la tensión, las potencias activa y reactiva, el estado operativo, la velocidad y dirección del viento, etc.).

Control externo: debe ser posible conectar y desconectar los aerogeneradores exteriormente (solamente Dinamarca y Alemania).

#### 3.4.1. Control de potencia activa y frecuencia

Como se ha mencionado, algunos requerimientos establecen la participación de las granjas eólicas en el control primario y secundario, con capacidad de respuesta ante cambios en la frecuencia y la limitación de las velocidades de cambio de la potencia activa generada. Estos requerimientos incluyen [37]:

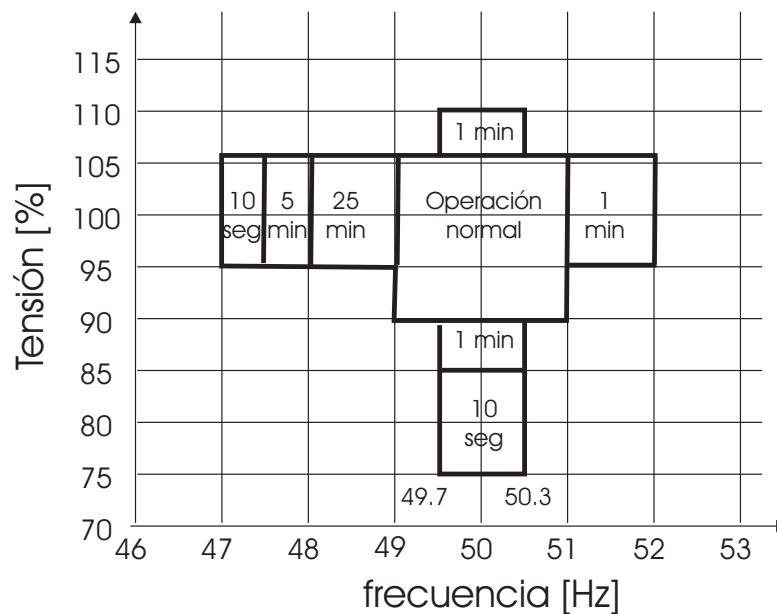


Figura 3.3: Dinamarca: correspondencia entre tiempos y rangos de tensiones y frecuencias en las cuales las granjas deben permanecer conectadas [15].

1. Control balanceado: la producción de la granja es ajustada en pasos o niveles constantes.
2. Control delta: la granja opera con una reserva constante de potencia activa respecto de la máxima potencia instantánea disponible de manera de disponer de esa reserva para actuar cuando se modifique la frecuencia en el punto de conexión común (PCC). No se conocen aplicaciones actuales de este tipo de control el cual es similar al propuesto en este trabajo de tesis como control proporcional de frecuencia [18].
3. Limitación de gradiente: se limita la velocidad con que la potencia activa de la granja puede ser cambiada de manera de no perturbar (desbalanceando) el equilibrio de potencias con el resto de la red. Así, se buscan limitar los cambios de frecuencia asociados a variaciones extremas causadas por cortes o arranques de toda una central eólica. A medida que la penetración eólica aumente es lógico suponer que los requerimientos se tornarán más estrictos. Algunos límites son [6]:

Rampas positivas:

- 10% de la potencia nominal en Alemania;
- 1 a 10 MW (dependiendo del tamaño de la granja) por minuto en Escocia;
- 1 a 30 MW por minuto en Irlanda.

Rampas negativas:

- No especificado en Alemania;
- 3.3% por minuto de la potencia de salida en Escocia;
- No especificado en Irlanda.



4. Respuesta a cambios de frecuencia: es la capacidad de las granjas de variar la potencia activa generada frente a cambios en la frecuencia. En la actualidad, este requerimiento es solicitado por el operador de red de Gran Bretaña [6][41] pero no es de extrañar que, a futuro, otros lo adopten especialmente para situaciones de baja demanda con altas penetraciones del recurso eólico, la cual es una situación en la que unas pocas unidades convencionales térmicas proveen control de frecuencia. Es de características similares al propuesto en este trabajo de tesis con el nombre de control derivativo de la frecuencia [21].

### 3.4.2. Rango de frecuencias de funcionamiento

Cualquier desviación de la potencia generada o consumida respecto de las previsiones, corre la frecuencia fuera de sus valores normales. Un incremento anormal en la frecuencia aumenta las temperaturas de operación de los generadores, disminuyendo la vida útil de las aislaciones a la vez que puede dañar al equipamiento electrónico. Antiguamente, los operadores de la red eléctrica requerían la desconexión de las granjas eólicas en el caso de una caída de frecuencia, no obstante si grandes cantidades de energía eólica se desconectan se puede afectar la habilidad del sistema para recuperar su estado normal. A los efectos de asegurar la operación del sistema y evitar problemas durante la restauración de la frecuencia, algunos operadores de red han considerado importante que las granjas se mantengan conectadas y operativas en un amplio rango de frecuencias que se indican en la Figura 3.4 [6].

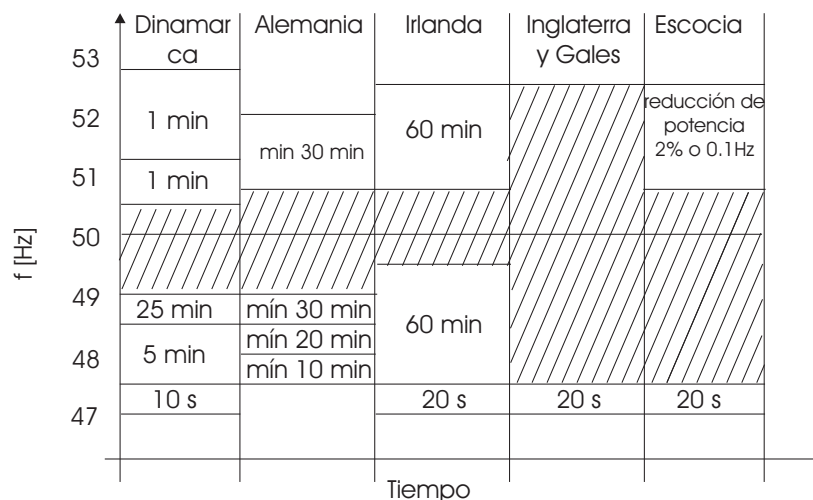


Figura 3.4: Rangos de frecuencia y tiempos en los que las granjas deben permanecer conectadas (tomado de [6]).

### 3.4.3. Tensión de funcionamiento y control de potencia reactiva

Los requisitos básicos implican que las granjas operen continuamente a potencia nominal bajo rangos de tensión normales y permanezcan conectadas durante saltos de tensión.

Otros requisitos son [37]:

1. Control de potencia reactiva, la granja produce o absorbe una cantidad constante de potencia reactiva. Cuando la generación eólica desplaza generación convencional, las granjas deben ser capaces de proporcionar potencia reactiva, incluyendo variaciones dinámicas. En general, los requisitos de los códigos para la potencia reactiva se extienden desde los factores de potencia 0.925 en adelante a los 0.85 en atraso.

- Control automático de tensión, se controla la tensión en el PCC. Se está comenzando a solicitar, en algunos casos, que las granjas controlen la tensión en el punto de la conexión a un valor de referencia predeterminado, definido por el operador de la red de transmisión. En este trabajo se propone un control proporcional de la potencia reactiva para cumplir con el mencionado objetivo [19]. También se demuestra que, el control de tensión en el punto de conexión de la granja puede dar lugar a inconvenientes con los controladores de tensión de los generadores sincrónicos [22].

### Comportamiento durante una falla: huecos de tensión

El FRT (fault ride through), que indica la capacidad de las granjas de permanecer conectadas a la red durante fuertes disminuciones de la tensión en el punto de conexión, es de particular importancia para los operadores de red.

Debido a que ciertos tipos de falla son inevitables a causa de factores atmosféricos, se producen fuertes caídas de tensión en amplias áreas de la red eléctrica. En los grandes generadores sincrónicos convencionales la desconexión ocurre únicamente si ocurre una falla permanente en el área de directa influencia del generador mientras que otros generadores en circuitos adyacentes deben permanecer conectados. El comportamiento de las granjas eólicas debe ser similar al expuesto para los generadores sincrónicos ya que si una cantidad importante de energía proveniente del recurso eólico se desconecta, a consecuencia de una fuerte caída de tensión, officaría como efecto multiplicador de la falla inicial y no como elemento reparador de la misma.

En la Figura 3.5 se muestra una curva típica de FRT en la que se indican los rangos de tensión en los que cada aerogenerador debe permanecer conectado, los tiempos y los valores de tensión corresponden a Alemania [59].

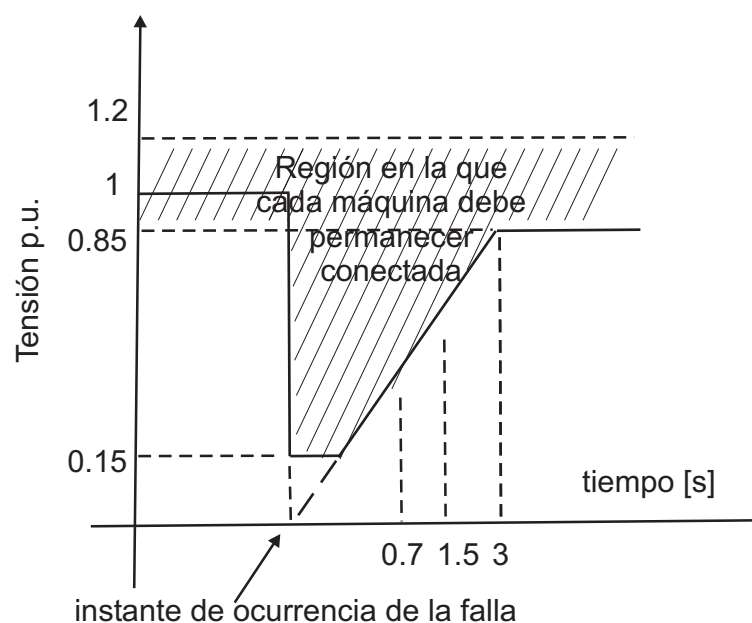


Figura 3.5: Curva típica de FRT en la que se indican los rangos de tensión de conexión.

### 3.5. Redes débiles

El término 'red débil' es empleado en las redes eléctricas actuales sin una definición rigurosa y en oposición al concepto de 'red fuerte'. El último refleja que las variables tensión y frecuencia se mantienen constantes e independientes tanto de los cambios de las cargas como de las modificaciones estructurales (salida de funcionamiento) de partes del sistema.

En el contexto anterior, la definición de las redes débiles se establece a partir de considerar a aquellas redes en las cuales se toleran variaciones tanto de la tensión como de la frecuencia mayores que las que se tienen en cuenta para el resto de las redes. Es necesario remarcar que existen redes que pueden ser fuertes en frecuencia pero débiles en tensión y viceversa.

Como las redes débiles se encuentran en lugares alejados de los centros de generación las impedancias de las redes de transmisión no son despreciables. De esta manera, el valor de la tensión en la red débil cae si el consumo aumenta lo que limita fuertemente el desarrollo industrial de la región.

Es de notar que la generación eólica potencia las limitaciones de la tensión y a la constancia de la frecuencia indicados para las redes débiles. En efecto, tanto el consumo de potencia reactiva de los aerogeneradores asincrónicos como las variaciones de la potencia activa generada perturban al sistema eléctrico. En el primero de los casos, el consumo de potencia reactiva afecta al perfil de la tensión mientras que, para el segundo caso, las variaciones de la potencia activa generada, que son proporcionales a los cambios en la velocidad del viento, perturban a la frecuencia de la red.

Por otra parte, la posibilidad de exportar el excedente de energía provisto desde las granjas eólicas hacia los grandes centros poblados también se ve limitada por la impedancia de la línea de transmisión en las redes débiles. En este caso también la red débil restringe la capacidad de crecimiento de la región.

### 3.6. Conclusiones

Se presentó un resumen de los aspectos referidos a la calidad de potencia de los sistemas eléctricos.

Se introdujo el impacto de las granjas eólicas en los sistemas de generación convencionales al determinar las necesidades en las reservas del sistema de potencia a los efectos de asegurar la confiabilidad del servicio. Así, se evaluó la manera en la que el recurso renovable puede afectar las reservas primarias, secundarias y terciarias del sistema eléctrico.

Se presentó un resumen de los aspectos salientes referidos a los requerimientos para la conexión de las granjas eólicas para distintos países y que están referidos a la frecuencia, la tensión y las potencias activa y reactiva.

Se introdujo la idea de red débil y cómo las granjas eólicas pueden potenciar los problemas que se reflejan en la frecuencia y la tensión de dichas redes.



## Capítulo 4

# Viento y Aerogeneradores. Granjas Eólicas

### Resumen

En este capítulo se presentan, a) las características del recurso eólico y cómo las turbinas eólicas extraen la potencia del viento, b) las estrategias de funcionamiento de las turbinas, los rangos de operación según las velocidades del viento y la manera en que regulan la velocidad de giro, c) los tipos de aerogeneradores y cómo cada uno de ellos puede cumplir con los requerimientos de conexión a la red, d) las granjas eólicas y la implementación de un Control Supervisor que determina las potencias que cada aerogenerador debe entregar y que considera a la granja como una central eléctrica equivalente al resto de las centrales convencionales de la red y e) el modelo equivalente de la parte mecánica de las granjas empleado en esta tesis.

### 4.1. Naturaleza del viento

Debido a que la energía recibida desde el sol por unidad de superficie depende de la latitud, se producen diferencias de temperaturas que dan lugar a gradientes de presión, los que junto a las fuerzas centrípetas y de Coriolis asociadas a la rotación de la tierra, inducen movimientos en las masas de aire (vientos macro-meteorológicos o globales) [28]. En las zonas ecuatoriales las masas de aire son calentadas más que en el resto del planeta por lo que ascienden y posteriormente se dirigen a zonas de menor temperatura. Alrededor de los 30° de latitud, la fuerza de Coriolis evita que los vientos se desplacen a latitudes mayores, en consecuencia, las masas de aire descienden debido a que existe una zona de altas presiones, para luego ser atraídas por las bajas presiones del ecuador consecuencia del ascenso del aire en aquellas latitudes. Este tipo de viento existe a partir de una altura de 1 km. [28].

En las regiones bajas de la atmósfera (hasta alrededor de los 100 m), existen los denominados vientos de superficie. El movimiento del aire a estas alturas es retardado por la rugosidad y los obstáculos del terreno.

En general se puede decir que, aunque los vientos globales son importantes en la determinación del viento dominante de un área, las condiciones climáticas locales pueden definir las direcciones de

viento más comunes (vientos locales). Dentro de los vientos locales, encontramos la brisa marina y el viento de montaña. Las turbulencias, que son de naturaleza mecánica y/o térmica, dan lugar a rápidas fluctuaciones en la velocidad del viento denominadas ráfagas [28].

#### 4.1.1. Características básicas del viento

El perfil del viento presenta una variación (aumento) con la altura, producto de la influencia de la rugosidad de la superficie terrestre, influencia que se anula a los 2000 metros. Sin embargo, para el estudio y aplicaciones de tipo eólicas, el límite de altura ronda los 200 metros. Existen diversas funciones de tipo exponencial que modelan la variación de la velocidad media del viento con la altura, en las cuales, a través de distintos factores, se toman en cuenta las características del suelo y el rango de alturas a ser cubierto [52][96].

La mayor parte de los problemas de las estructuras que emplean el recurso eólico, están relacionados con las cargas producidas en severas condiciones de viento. En estas condiciones, en las capas inferiores de la atmósfera, la fricción de la masas de aire con las superficies causa gradientes térmicos que dan lugar a procesos de convección. Estos procesos son destruidos en las capas superiores por la neutralidad y estabilidad del resto de la atmósfera. Registros anemométricos en condiciones de fuerte variabilidad del recurso eólico, permiten establecer las principales características del flujo de aire en las regiones cercanas al suelo, pudiendo resumirse en [11][28]:

- La velocidad del viento se incrementa con la altura.
- Existen variaciones en la velocidad del viento, denominadas turbulencias.
- El espectro de las turbulencias abarca el rango de las altas frecuencias.
- La turbulencia a diferentes alturas está correlacionada. Dicha correlación se torna más intensa a medida que la diferencia de alturas y la frecuencia disminuyen.

#### Espectro de Van der Hoven

Como resultado de las componentes macro y micrometeorológicas, el viento posee un contenido de frecuencias extremadamente amplio como muestra el espectro de Van der Hoven (Figura 4.1). En dicho espectro,  $\Phi$  es la densidad espectral de potencia del viento y  $f$  la frecuencia. La potencia del viento queda determinada por el área bajo la curva.

Se observan las siguientes características:

- Las zonas de baja frecuencia (el período puede ser de unos cuatro días) poseen un pico de energía debido a la componente macrometeorológica del viento.
- Las zonas de alta frecuencia (con períodos del orden del minuto) poseen otro máximo debido a las componentes micrometeorológicas del viento (las turbulencias).

Si bien el espectro puede cambiar de un lugar a otro, se ha encontrado que dicha distribución se repite. El análisis precedente permite elegir un valor de tiempo adecuado para promediar la velocidad del viento que no esté influenciado por alguna de las zonas mencionadas. Éste suele tomarse, en general, entre 10 minutos y 2 horas.

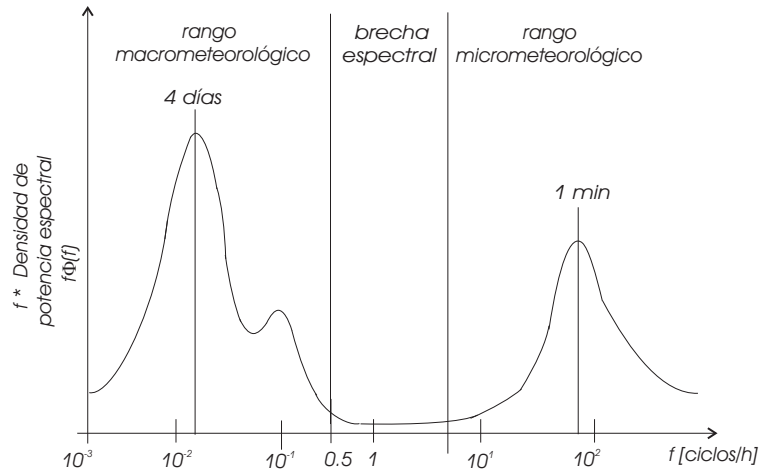


Figura 4.1: Espectro de Van der Hoven.

### Influencia del terreno sobre el recurso eólico

El terreno juega un papel preponderante en la determinación del lugar con mejores características de viento, es decir, del lugar adecuado para un emprendimiento eólico. Los distintos obstáculos (árboles y edificios por ejemplo) pueden producir turbulencias dando origen a pérdidas en la potencia disponible en el viento.

Las turbinas eólicas generalmente son ubicadas en los toques de las colinas, esto se debe a que el viento se comprime en la parte inferior de la colina, asciende por ella e incrementa su velocidad alcanzando el valor máximo en el extremo superior [48][52]. También son adecuadas las regiones abiertas como las costas marinas o en el mar, en los denominados emprendimientos fuera de costa.

En algunos casos se aprovecha el efecto túnel, típicamente producido entre laderas de formaciones rocosas enfrentadas, el cual se debe a la compresión del aire por la presencia de dos obstáculos que permiten la circulación del aire entre ellos. En consecuencia, se establece un aumento en la velocidad de la masa de aire [4].

#### 4.1.2. Distribución estadística de la velocidad del viento

La variación del viento en un emplazamiento típico suele describirse por medio de una distribución estadística, conocida como distribución de Weibull:

$$prd(v) = \left(\frac{k}{C}\right) \left(\frac{v}{C}\right)^{k-1} \exp\left[-\frac{v}{C}\right], \quad (4.1)$$

siendo  $prd(v)$  la función densidad de probabilidad de la distribución de Weibull,  $v$  es la velocidad del viento,  $k$  es el parámetro de forma y  $C$  es el parámetro de escala.

La distribución estadística de las velocidades del viento varía de un lugar a otro, dependiendo de las condiciones climáticas locales, del paisaje y de su superficie. Por lo tanto, la Distribución de Weibull puede variar tanto en la forma como en el valor medio. Si el parámetro de forma es exactamente 2, como el presentado en la Figura 4.2, la distribución es conocida como distribución de Rayleigh. Los fabricantes de aerogeneradores proporcionan gráficos de rendimiento para sus máquinas basados en la distribución de Rayleigh [4].

La mediana de la distribución  $v_m$  establece que la mitad del tiempo el viento soplará por encima de ese valor y la otra mitad por debajo de ella. Sin embargo, la velocidad media del viento

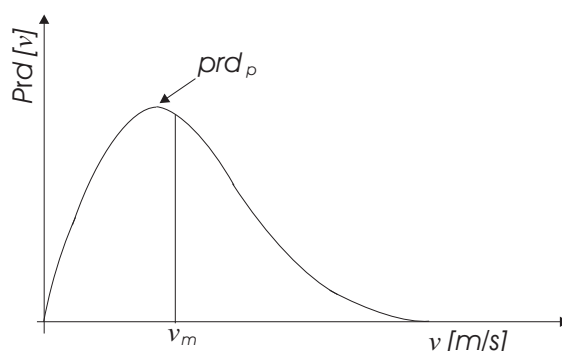


Figura 4.2: Distribución de probabilidades de Weibull.  $pr_p$ : punto modal.  $v_m$ : mediana.

es realmente el promedio de las observaciones de la velocidad del viento del emplazamiento, obtenido como la suma de los productos en cada intervalo de la velocidad del viento por la probabilidad  $pr$  de tener esa velocidad particular [4]. Como puede observarse, la distribución de las velocidades del viento es sesgada. Las velocidades de viento muy altas son poco probables, mientras que las velocidades del viento del pico de probabilidad  $pr_p$  (el valor modal de la distribución) son las más comunes [4].

## 4.2. Extracción de la energía cinética del viento

Al acercarse una masa de aire a la turbina, se produce una disminución de su velocidad y, consecuentemente, un aumento de la presión en el frente de la turbina. Al atravesar el área de barrido de la palas, se produce una caída de la presión estática de la masa de aire inmediatamente después de la turbina. Esta presión corriente abajo recupera su valor normal (la presión atmosférica) a costa de disminuir la velocidad de desplazamiento de la masa de aire. Finalmente, entre secciones lo suficientemente alejadas delante y detrás de la turbina, no existe cambio en la presión de la masa de aire pero sí un cambio en su velocidad [11][28] (Figura 4.3, con  $v_1$  y  $v_2$  las velocidades de viento).

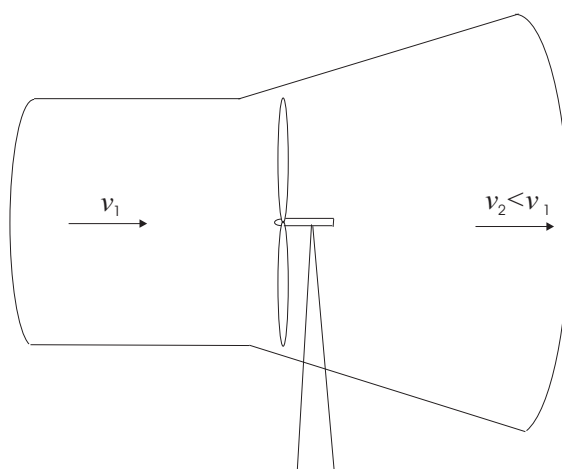


Figura 4.3: Disminución de la velocidad del viento al atravesar la turbina.

La teoría de Betz considera a la turbina como un disco que, conforme a la explicación precedente, absorbe parte de la potencia disponible en el viento. Establece además, que no puede transformarse más que el 59 % de la potencia del viento (límite de Betz) en potencia mecánica en el eje de la turbina



[4][11][28]. La teoría es aplicable indistintamente a turbinas de eje vertical y de eje horizontal.

La variación de la cantidad de movimiento y la aplicación del teorema de Bernoulli, permiten obtener la expresión de la potencia que se puede extraer del viento. La Figura 4.4, muestra cómo varían el área de la masa de aire, la velocidad y la presión al atravesar el *disco actuador*, siendo,  $V_\infty$  la velocidad de la masa de aire corriente arriba del actuador,  $V_D$  la velocidad en el disco actuador,  $V_W$  la velocidad corriente abajo y  $p$  es la presión en distintos puntos de la masa de aire.

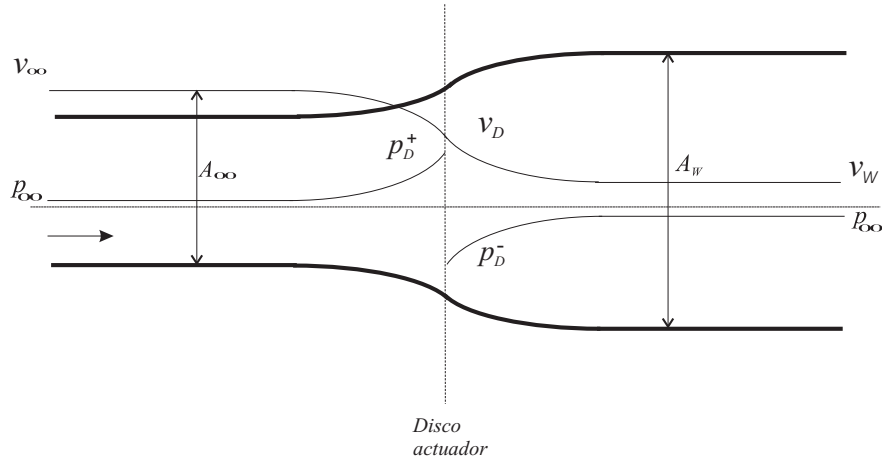


Figura 4.4: Presión, velocidad y área del flujo de aire en el proceso de extracción de energía.

Como el flujo de aire debe conservarse, la ecuación de continuidad dice:

$$\rho \cdot A_\infty \cdot v_\infty = \rho_D \cdot A_D \cdot v_D = \rho_W \cdot A_W \cdot v_W, \quad (4.2)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire y  $A$  el área de la masa de aire en las distintas secciones.

El cambio en la velocidad de la masa de aire debido al disco se puede representar por un coeficiente  $a$  denominado factor de inducción axial del flujo. Consecuentemente, la velocidad en el disco es:

$$v_D = (1 - a) \cdot v_\infty. \quad (4.3)$$

El cambio en la cantidad de movimiento que experimenta el aire depende del cambio de velocidad corriente arriba y abajo del disco, y de la cantidad de masa por unidad de tiempo que pasa por el mismo. Así, tenemos:

$$Cant. \text{ mov.} = (v_\infty - v_W) \cdot \rho \cdot A_D \cdot (1 - a) \cdot v_\infty. \quad (4.4)$$

La variación en la cantidad de movimiento es producida por la caída de presión en las inmediaciones del disco:

$$(p_D^+ - p_D^-)A_D = (v_\infty - v_W) \cdot \rho \cdot A_D \cdot (1 - a) \cdot v_\infty. \quad (4.5)$$

Para obtener una expresión en función de la velocidad exclusivamente, se reemplaza la caída de presiones empleando el Teorema de Bernoulli, el cual es, básicamente, el principio de conservación de la energía para la circulación de fluidos [17][57].

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p + \rho g z = cte, \quad (4.6)$$

con  $z$  la altura geométrica.

Si se emplea dos veces el teorema, la primera entre una sección corriente abajo suficientemente alejada y otra sección también corriente abajo pero inmediatamente antes del disco, y se hace lo propio en el otro lado del disco, se tiene:

$$\frac{1}{2}\rho v_{\infty}^2 + p_{\infty} + \rho g z_{\infty} = \frac{1}{2}\rho v_D^2 + p_D^+ + \rho g z_D, \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{2}\rho v_W^2 + p_{\infty} + \rho g z_W = \frac{1}{2}\rho v_D^2 + p_D^- + \rho g z_D, \quad (4.8)$$

$$p_D^+ - p_D^- = \frac{1}{2}\rho(v_{\infty}^2 - v_W^2). \quad (4.9)$$

Reemplazando en (4.5) se puede despejar la relación entre las velocidades corriente arriba y abajo del disco:

$$\frac{1}{2}(v_{\infty}^2 - v_W^2) = (v_{\infty}^2 - v_W^2)(1 - a)v_{\infty} \Rightarrow \quad (4.10)$$

$$v_W = (1 - 2a)v_{\infty}. \quad (4.11)$$

Como la fuerza es el producto de la presión por el área, a partir de aquella se puede calcular la potencia, de (4.5) y de (4.10) se tiene:

$$F = (p_D^+ - p_D^-)A_D = 2\rho A_D v_{\infty}^2 a(1 - a) \Rightarrow \quad (4.12)$$

$$P = F \cdot v_D = 2\rho A_D v_{\infty}^3 a(1 - a)^2. \quad (4.13)$$

Se define el coeficiente de potencia  $C_p$  como:

$$C_p = \frac{P}{0,5\rho A_D v_{\infty}^3} \Rightarrow \quad (4.14)$$

$$C_p = 4a(1 - a)^2, \quad (4.15)$$

Haciendo nula la derivada del coeficiente de potencia respecto de  $a$ , se puede encontrar que el valor máximo de conversión de potencia conocido como límite de Betz. Éste corresponde a  $C_p = 0,593$  cuando  $a = 0,33$ .

#### 4.2.1. Cargas perjudiciales en las turbinas

Además de los pares utilizables para dar lugar a la rotación de la turbina y, por consiguiente, a la generación de energía, existen otras cargas aerodinámicas que producen esfuerzos perjudiciales. Estos pueden disminuir la vida útil de la turbina y degradar la calidad de la potencia generada.

Las cargas perjudiciales se pueden clasificar en [11][28]:

- Cargas aerodinámicas: dentro de estas cargas existen algunas que son comunes tanto a las turbinas de eje vertical como a las de eje horizontal, y otras que son propias de cada tipo. Entre las comunes se encuentran la sombra de la torre y el gradiente de velocidades de viento con la altura. Además las turbinas de eje horizontal se ven sometidas a cargas debidas a desalineamientos entre la dirección del viento y del eje de la turbina. Las de ejes verticales están sometidas a variaciones periódicas de las fuerzas normales y tangenciales sobre las palas. Todas estas cargas son de tipo cíclico con una frecuencia fundamental asociada a la velocidad de giro del rotor.
- Cargas mecánicas: las más importantes son la gravedad, las cargas giroscópicas y, en las turbinas de eje horizontal, las cargas debidas a la inclinación de las palas que reducen el nivel de las fuerzas de empuje sobre la estructura.

### 4.2.2. Clasificación de las turbinas

Existen numerosas formas de clasificar a las turbinas, algunas de las cuales se detallan seguidamente:

1. de acuerdo a la posición del eje (vertical-horizontal),
2. de acuerdo al tamaño,
3. de acuerdo a si están o no conectadas a la red de energía,
4. de acuerdo a su orientación (barlovento o a sotavento),
5. de acuerdo al tipo de generación (sincrónica o asincrónica),
6. de acuerdo al tipo de soporte,
7. de acuerdo a la solidez de la turbina,
8. de acuerdo a la cantidad de palas,
9. de acuerdo a la forma de controlar la generación.

Con respecto al punto 7), el coeficiente de solidez de la turbina  $\gamma$ , es la relación entre el área de las palas y el área por ellas barrida (el área del disco actuador):

$$\gamma = \frac{Nc}{2\pi r}, \quad (4.16)$$

siendo  $N$  la cantidad de palas y  $c$  el valor medio de la cuerda de las palas. Por ejemplo, los molinos multipala tipo americano de fines del siglo XIX, tienen gran solidez, mientras que las turbinas actuales poseen baja solidez. En un caso la potencia se obtiene por el elevado par (gran solidez) y en el otro (baja solidez) por la elevada velocidad de giro. Las turbinas de elevada solidez, en la práctica, tienen un  $C_p$  máximo menor.

Las turbinas de baja solidez son prácticamente las únicas empleadas con fines de generación, normalmente poseen dos o tres palas. Mientras que las de tres palas pueden obtener hasta un 5% más de energía, son más estéticas, menos ruidosas y tiene menores cargas cíclicas, las de dos palas son más baratas, más livianas y de fácil instalación [28].

## 4.3. Turbinas eólicas. Modelo matemático

### 4.3.1. Fuerzas que actúan sobre las turbinas. Potencia y par desarrollados

Con el objeto de obtener resultados próximos al límite de Betz se emplean turbinas con palas de secciones transversales similares a las utilizadas en los perfiles alares. Dichos perfiles están sometidos a distintos tipos de cargas que se deben conocer para el diseño de la turbina. Entre ellas se pueden mencionar las fuerzas de arrastre, sustentación, empuje axial, etc.. La composición de algunas de estas fuerzas establece el par necesario para que la turbina gire, y de esta manera transmita la potencia del viento al eje de la misma. La Figura 4.5, muestra las velocidades y las fuerzas intervinientes en la extracción de energía del viento. En dicha figura, la velocidad de viento efectiva en el perfil alar es la composición de la velocidad real del viento y la debida a la velocidad tangencial

de la turbina. En la parte b) de la figura se indican las fuerzas de sustentación  $L$  y la de arrastre  $D$ . La fuerza de arrastre está en la dirección de la velocidad de viento efectiva y en cuadratura con ésta se encuentra la fuerza de sustentación. Se dice que el perfil entra en pérdida cuando, superado un ángulo de ataque  $\alpha_{max}$ , la fuerza de sustentación decrece y aumenta significativamente la de arrastre. El par de la turbina, se establece como consecuencia de la composición de las fuerzas de sustentación y de arrastre en el plano de giro (multiplicado por el radio de la turbina). Cuando el perfil entra en pérdida disminuye el par de la turbina y, por consiguiente, la extracción de la energía cinética del viento.

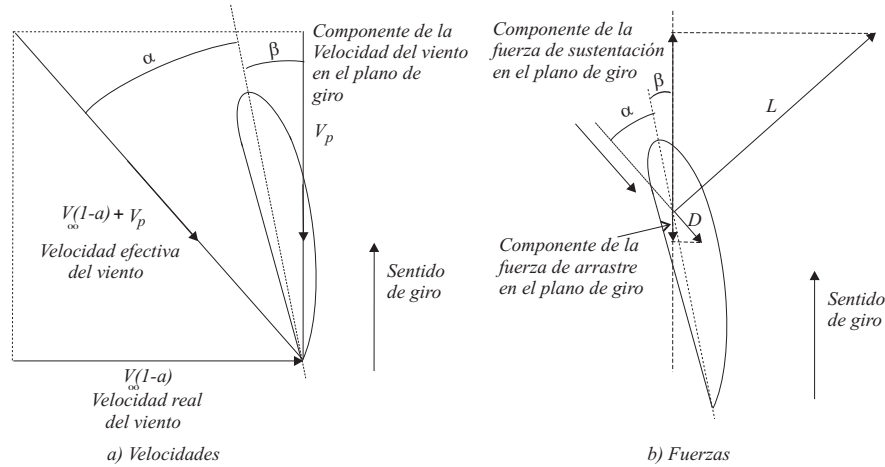


Figura 4.5: Composición de velocidades y de fuerzas en la turbina.

El parámetro que relaciona la velocidad tangencial en el extremo de las palas con la velocidad del viento es conocido como la relación de punta de pala  $\lambda$

$$\lambda = \frac{\Omega r}{v_\infty}, \quad (4.17)$$

siendo  $\Omega$  la velocidad de giro de la turbina,  $v_\infty$ <sup>1</sup> la velocidad del viento en una sección anterior alejada del disco actuador y  $r$  el radio de la turbina. El coeficiente  $\lambda$  tiene relación directa con el factor de inducción de flujo  $a$  y de hecho las curvas del coeficiente de potencia se presentan, en general, como una función de  $\lambda$  y no de  $a$  como en la expresión (4.15). Luego, la potencia que se extrae del viento puede escribirse como:

$$P = kv^3 C_p(\lambda), \quad (4.18)$$

con  $k = \frac{\pi \rho r^2}{2}$ . Entonces el par desarrollado en el eje es:

$$T = kv^3 \frac{C_p(\lambda)}{\Omega}. \quad (4.19)$$

Tanto el par como la potencia son máximos cuando lo es el coeficiente  $C_p(\lambda)$ .

La Figura 4.6 muestra una aproximación polinómica del coeficiente de potencia en función de  $\lambda$ . Se observa que para el valor máximo del coeficiente de potencia  $C_{p0}$ , le corresponde un determinado valor de la relación de punta de pala  $\lambda_0$ .

Considerando que para cada velocidad de viento, la máxima potencia que se puede extraer se produce a una dada velocidad de giro de la turbina, que corresponde a la relación de punta

<sup>1</sup>En lo que sigue  $v_\infty = v$

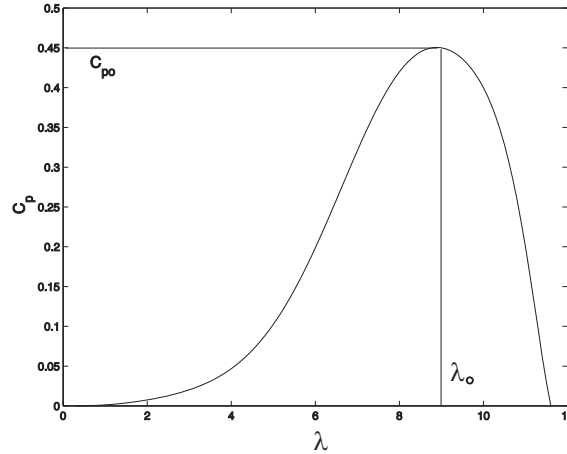


Figura 4.6: Coeficiente de potencia en función de la relación de punta de pala.

de pala óptima  $\lambda = \lambda_o$ , se puede encontrar una expresión de la potencia máxima disponible, en función de la velocidad de giro de la turbina. Efectivamente, si se reemplaza la velocidad del viento correspondiente al  $\lambda_o$ :

$$v = \frac{\Omega r}{\lambda_o}, \quad (4.20)$$

las expresiones de la potencia y del par resultan:

$$P_o = k \left( \frac{r}{\lambda_o} \right)^3 C_{po} \Omega^3, \quad (4.21)$$

$$T_o = k \left( \frac{r}{\lambda_o} \right)^3 C_{po} \Omega^2. \quad (4.22)$$

Puede observarse que:

- en las expresiones (4.21) y (4.22) no aparece explícitamente la velocidad del viento,
- la potencia máxima es una función cúbica de la velocidad de giro y, por lo tanto, el par correspondiente sigue una dependencia cuadrática con ella.

La expresión (4.21), que es una consecuencia de la (4.20) y de la curva del coeficiente  $C_p$ , muestra la conveniencia de operar al sistema en un régimen de velocidad variable si lo que se pretende es extraer la máxima energía disponible en el viento. Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran las curvas de potencia (expresión (4.18)) y par de la turbina (expresión (4.19)), teniendo al viento como parámetro, también se muestran las curvas que corresponden a las ecuaciones (4.21) y (4.22).

### 4.3.2. Curva de potencia eléctrica. Limitación a velocidades de viento superiores a la nominal

La capacidad de generación de los modernos aerogeneradores, se expresa por medio de la 'curva de potencia', la cual es medida conforme a la Norma IEC 61400-12 [43], que presenta la potencia eléctrica producida en función de la velocidad del viento, Figura 4.9. Esta curva presenta distintas zonas en función de la velocidad del viento. A bajas velocidades de viento, la potencia que se extrae corresponde a la dada por la expresión (4.21) menos las pérdidas en el generador. Esto último correspondiente a aerogeneradores de velocidad variable. Por otra parte, cuando la velocidad del

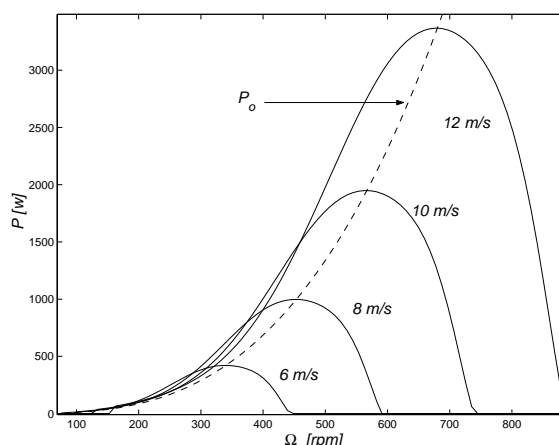


Figura 4.7: Línea llena: potencia de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: curva de máxima potencia en función de la velocidad de giro.

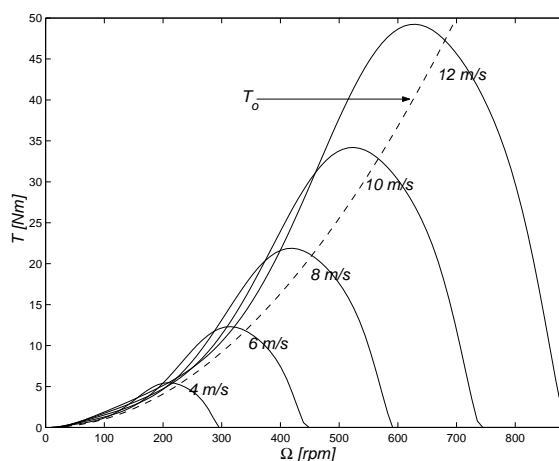


Figura 4.8: Línea llena: par de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: par correspondiente a  $\lambda = \lambda_0$  en función de la velocidad de giro.

viento supera la velocidad nominal de los aerogeneradores, los 13 m/s en la Figura 4.9, el límite de la turbina 'satura' el crecimiento de la potencia que se extrae del viento y con ello la potencia del aerogenerador a su valor nominal. Cuando la velocidad del viento alcanza el límite de integridad de la máquina (25 m/s en la figura), se produce la desconexión por tormenta.

Para asegurar la integridad de la turbina, se debe limitar su velocidad de giro. En algunas turbinas eólicas, las palas son diseñadas con el propósito de hacer que  $C_p$  caiga drásticamente a grandes velocidades de viento. Este método de control del par aerodinámico es conocido como 'stall (o pérdida) aerodinámico'. Sus principales desventajas son [11]:

- comportamiento post pérdidas impredecible en cuanto a la constancia de la potencia aerodinámica obtenida y
- vibraciones con bajo amortiguamiento que causan fuerte stress y fatiga en las palas.

Las grandes turbinas eólicas modernas emplean un método más sofisticado para controlar el par aerodinámico que tiene otros beneficios además de prevenir la sobre velocidad de giro. En estas turbinas, el coeficiente de potencia también puede ser cambiado ajustando el "ángulo  $\beta$ " de las palas medido entre la línea de sustentación nula y el plano del disco actuador (Figura 4.5). La Figura

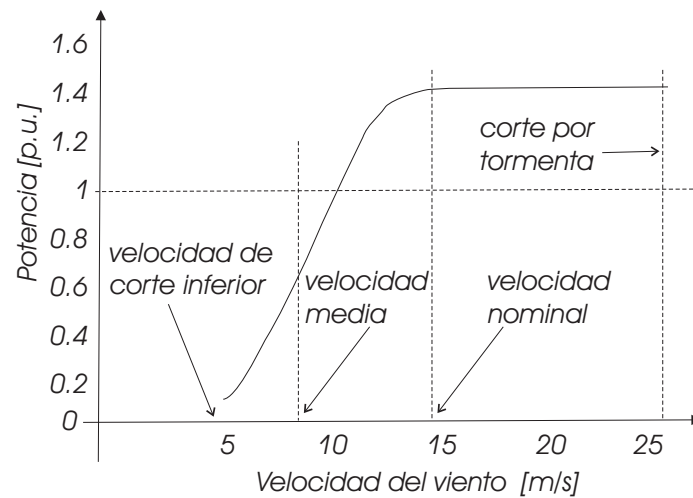


Figura 4.9: Curva de potencia típica de un aerogenerador [5].

4.10 muestra al coeficiente  $C_p$  como una función de  $\lambda$  con el ángulo  $\beta$  como parámetro [5][28]. Así, el cambio del ángulo de pala  $\beta$  permite que la captura de energía sea modificada de manera de asegurar la protección de velocidad. Con grandes ángulos pueden obtenerse mayores pares de arranque y también menores esfuerzos cuando se desea frenar la máquina si se los compara con los obtenidos por las turbinas de velocidad fija [11]. El control por paso de pala más efectivo permite la disminución continua de la potencia extraída del viento sin que el perfil alar entre en pérdidas, lo que da lugar a que las palas no vibren en demasía y la potencia obtenida se ajuste a las predicciones matemáticas.

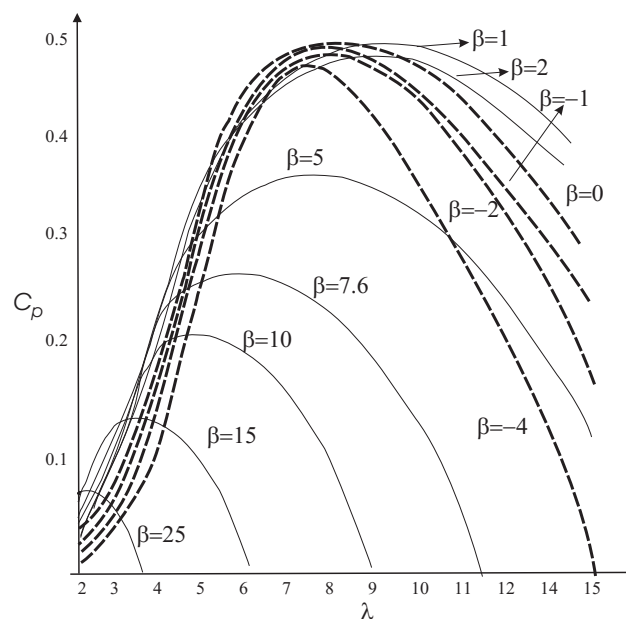


Figura 4.10: Coeficiente de potencia  $C_p$  en función de la relación de punta de pala  $\lambda$  y del ángulo  $\beta$ . Líneas de trazos: corresponden a ángulos menores que cero; líneas llenas: corresponden a ángulos mayores que cero.

### Modelo del control del ángulo de paso

El actuador del control de paso de pala es un servomecanismo no lineal que rota todas las palas o parte de ellas [7][56][93]. La Figura 4.11, presenta el sistema de control de paso de pala que es modelado con una dinámica de primer orden con saturación de amplitud y de rapidez de crecimiento y cuyos valores característicos oscilan en  $-2^\circ < \beta < 30^\circ$  y  $|\dot{\beta}| < 10^\circ/\text{s}$ .

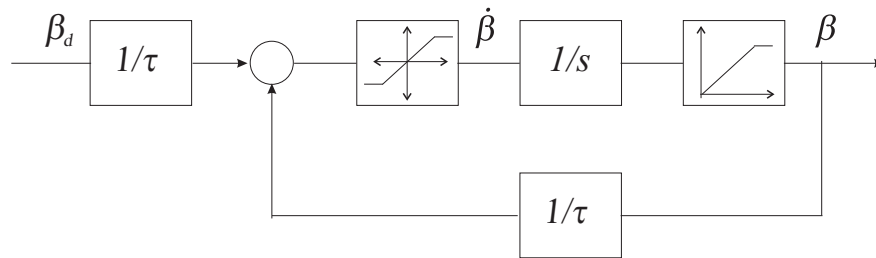


Figura 4.11: Sistema de control de paso de pala.

### 4.3.3. Acoplamiento mecánico. El modelo de la turbina eólica

Además del accionamiento del paso de las palas, dependiendo del fenómeno a estudiar, pueden requerirse modelos dinámicos de distinta complejidad que incluyan:

- Las palas.
- El eje de baja velocidad.
- La caja multiplicadora.
- El eje de alta velocidad.

Es usual el empleo de modelos de parámetros concentrados a los efectos de analizar el comportamiento dinámico de la turbina eólica, tal como se indica en [85] donde se presenta un modelo de cinco masas que considera a las palas individualmente y que permite determinar, por separado, el par entrante en cada una y las oscilaciones entre pala y eje, en [82] se considera un modelo de tres masas que representa a las palas como un conjunto, en [16] se utiliza un modelo de dos masas y en [45][77][79] se consideran modelos de una masa.

La complejidad del modelo está vinculada al fenómeno que se desea estudiar. Si lo que se busca es determinar los modos de oscilación de la turbina, es suficiente con el modelo de dos masas que representan al conjunto palas y rotor de la turbina por un lado y al generador junto con la caja multiplicadora por el otro. Por otra parte, para el estudio y control de esfuerzos en las palas y/o en el tren de transmisión son necesarios modelos de varias masas. Dado que el enfoque del presente trabajo de tesis está orientado a:

*la manera en que las granjas eólicas pueden contribuir a  
la estabilidad de la red eléctrica de la que forman parte,*

es suficiente considerar un modelo con un estado dominante (es decir, a cada conjunto mecánico de las turbinas eólicas se lo considera como una única masa sobre la que actúan los pares debidos al viento y al generador). Esta suposición considera que:

- las oscilaciones internas del conjunto han sido resueltas por medio de controles dedicados (los que están fuera del enfoque de esta tesis) [36][84] ó



- que la rigidez del eje es suficiente para considerar ese modelo [45].

La acción de control, en este trabajo, abarca a las potencias activa y reactiva que la máquina eléctrica es capaz de producir, y dada la rapidez de respuesta [78], se tiene un comportamiento altamente desacoplado de las partes eléctrica y mecánica [88]. Luego, no es necesario incluir un modelo con más masas para el eje del generador si el objetivo está centrado en el impacto sobre la dinámica de la red eléctrica [29][81].

Por otra parte, el objetivo del control de paso de las palas será mantener constante la velocidad de giro de la turbina por encima de la velocidad nominal de viento según se indica en la Figura 4.9. Así, en una primera aproximación, a los efectos de regular las potencias eléctricas del aerogenerador, puede considerarse que el control de paso tendrá poca ingerencia sobre el valor de dichas potencias y una influencia despreciable sobre la dinámica eléctrica considerando el mencionado desacoplamiento.

Luego, el modelo mecánico de las turbinas eólicas considerado en este trabajo de tesis es:

$$\left(J_g + \frac{J_t}{N^2}\right)\dot{\Omega}_r = \frac{kv^3 \frac{C_p(\lambda)}{\Omega}}{N} - T_e, \quad (4.23)$$

expresión que está referida al eje del generador  $\Omega_r$  a través de la relación de transmisión de la caja multiplicadora  $N$ , con  $J_t$  y  $J_g$  las inercias de la turbina y del generador y  $kV^3 \frac{C_p(\lambda)}{\Omega}$  respectivamente, y  $T_e$  el par de la turbina según (4.19) y el par eléctrico que presenta el generador en el eje rápido, respectivamente.

#### 4.4. Generadores eléctricos empleados. Configuraciones

Una manera de clasificar a los aerogeneradores es considerando la configuración de conexión y el tipo de máquina eléctrica empleada. Así, se clasifican en tipos A, B, C y D [5][6][35]:

- Tipo A (Figura 4.12): esta configuración emplea generadores asincrónicos tipo jaula de ardilla aplicados a turbinas eólicas que regulan velocidad de giro por stall. El acople entre generador y turbina es por medio de una caja multiplicadora que adapta las respectivas velocidades. El generador se conecta a la red de manera directa poseyendo además compensación de potencia reactiva por bancos de capacitores y algún tipo de arranque suave que actúa en la conexión - desconexión del aerogenerador. El rango de velocidades de giro de funcionamiento del aerogenerador está limitado por la característica par - velocidad del generador eléctrico y puede ser del orden del 1 % al 2 % de la frecuencia de la red, por ello se los considera como aerogeneradores de 'velocidad fija'.
- Tipo B (Figura 4.13): emplea generadores asincrónicos doblemente alimentados con equipamiento electrónico para controlar resistencias del lado del rotor permitiendo que la velocidad cambie del orden del  $\pm 10$  % con los cambios de viento, reduciendo la carga mecánica en el eje de la turbina a expensas de perder energía. Suelen estar equipados con control de paso de pala activo.
- Tipo C (Figura 4.14): emplea generadores asincrónicos doblemente alimentados, es el concepto más popular actualmente, combinando las ventajas de los sistemas previos con los avances en equipo electrónico. El rotor del generador está conectado a la red a través de convertidores que controlan las corrientes del rotor y desacoplan la velocidad del rotor de la frecuencia de red. El control electrónico por rotor provee el manejo independiente de las potencias activas y reactivas. El rango de velocidades de operación cubre el 40 % de la velocidad sincrónica. Están equipados con control de paso de pala activo.

- Tipo D (Figura 4.15): se conocen varias configuraciones que corresponden al Tipo D, con caja multiplicadora, con conexión directa (con el generador girando a bajas velocidades) y la versión híbrida (con caja multiplicadora con menores prestaciones y el generador girando a velocidades medias). Respecto de las clases de generadores se tienen: generadores sincrónicos con electroimanes, con imanes permanentes y aún con generadores tipo jaula de ardilla. En los tipo D, el estator está conectado a la red por medio de convertidores electrónicos. Pueden proveer un rango de velocidades de operación más amplio que los tipos C. Los aerogeneradores tipo D han aparecido recientemente y, a futuro, competirán seriamente con los tipo C respecto de la cantidad de máquinas instaladas en el mundo.

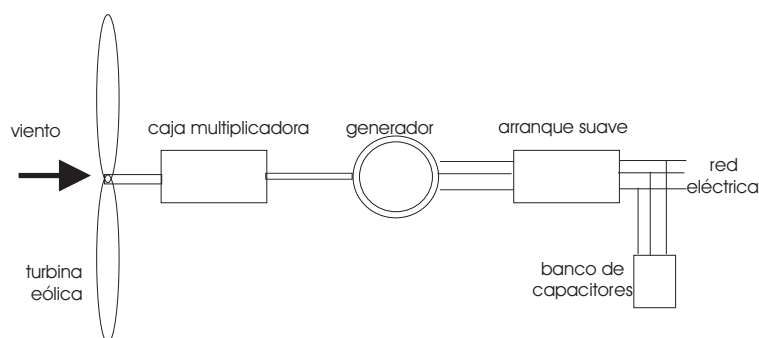


Figura 4.12: Aerogenerador Tipo A, velocidad fija .

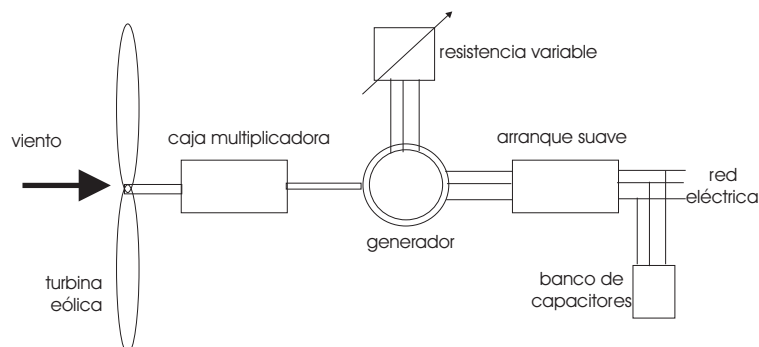


Figura 4.13: Aerogenerador Tipo B, velocidad variable limitada.

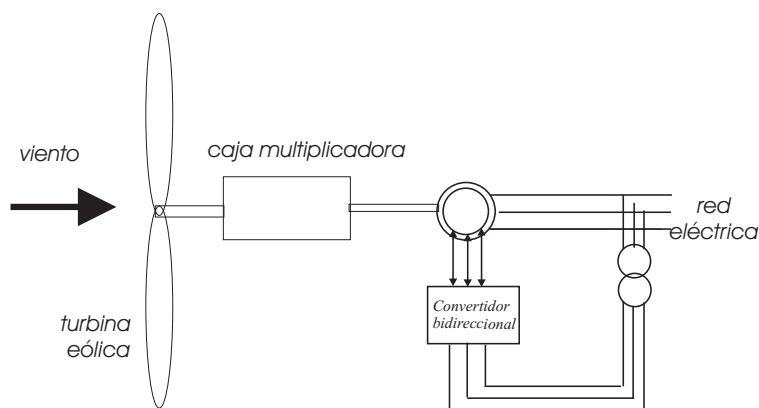


Figura 4.14: Aerogenerador Tipo C, velocidad variable.

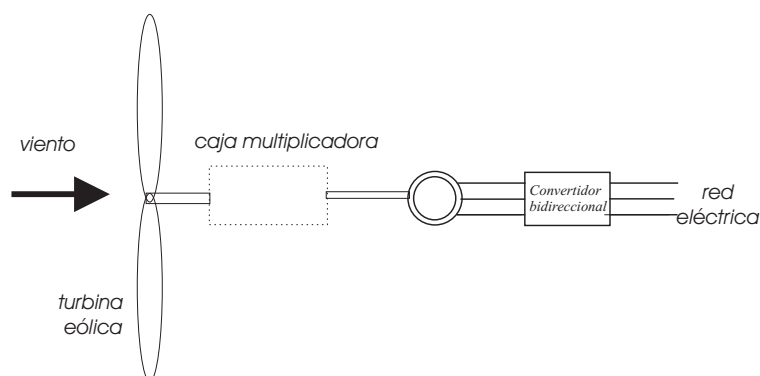


Figura 4.15: Aerogenerador Tipo D, velocidad variable.

#### 4.4.1. Capacidades de las distintas configuraciones frente a los requerimientos de los códigos de red

Conforme a los requerimientos de conexión de las granjas presentados en la Sección §3.4, se presentan las capacidades de cada configuración para hacer frente a un dichos requerimientos. Dado que, en el tiempo, el desarrollo de los aerogeneradores modernos ha evolucionado, junto con los requerimientos de conexión, desde los Tipo A a los D, el cumplimiento de los códigos de red actuales depende del desarrollo tecnológico de cada aerogenerador.

##### Rango de frecuencias de operación

Los aerogeneradores Tipo A no son capaces de funcionar dentro de los rangos de frecuencias en los que deben permanecer conectados. En el caso de los otros aerogeneradores (C y D), al poseer equipamiento electrónico, se deben tomar algunas precauciones en cuanto al diseño pero se pueden cumplir las exigencias de la regulación.

##### Control de frecuencia

A diferencia de los aerogeneradores Tipo A, las modernas tecnologías de fabricación permiten que los aerogeneradores tipo C y D puedan contribuir a la red eléctrica brindando soporte de frecuencia al poder controlar la potencia activa generada.

##### Potencia reactiva y control de tensión

En general, los aerogeneradores Tipo A modernos poseen dispositivos asociados, como los STAT-COM, que permiten el manejo de la potencia reactiva necesaria conforme a los diversos códigos de red. Los tipo C, conforme al tipo de control vectorial empleado, pueden experimentar problemas de estabilidad cuando se requieren bajos valores del factor de potencia. Esto último es estudiado en el próximo capítulo de este trabajo de tesis. Los tipo D, puede manejar de manera independiente la potencia reactiva para el control de tensión no experimentando las inestabilidades mencionadas en el caso anterior.

##### Comportamiento con fuertes cambios en la tensión (FRT: huecos de tensión)

En el caso de fuertes caídas de tensión los aerogeneradores Tipo A son desconectados. Los aerogeneradores Tipo C pueden mantenerse conectados desconectando el convertidor del rotor y

cortocircuitando por medio de resistencias al bobinado del rotor [36], otra posibilidad es emplear adecuadamente las capacidades en el manejo de las corrientes y las tensiones del convertidor del lado del rotor [59][97]. Los Tipo D, con la aplicación de estrategias específicas en los convertidores, pueden mantenerse conectados [12].

## 4.5. Niveles jerárquicos en el control de las granjas eólicas

Las granjas eólicas actuales, con tamaños desde algunos MW hasta varios cientos de MW's, son diferentes de las centrales generadoras convencionales en varios aspectos. Mientras el objetivo de ambos tipos de instalaciones es la producción de la energía eléctrica para el transporte y el consumo, la diferencia radica en cómo operan e interactúan las granjas eólicas con el resto de la red.

En respuesta a las demandas crecientes de integración eficiente a las redes eléctricas existentes, la generación de energía por medio de granjas se está desarrollando hacia el concepto de plantas de generación de energía eólica (WEPP) o plantas virtuales de energía (VPP). El concepto considera a las granjas eólicas con las propiedades de una central hidroeléctrica, con la excepción que el suministro de combustible es variable. El control debe estar diseñado de manera de aumentar y disminuir la producción de energía de manera semejante a plantas de generación convencionales. Así, las centrales eólicas pueden contribuir a la estabilidad, a la recuperación de una falla y al soporte de tensión del sistema.

En la Figura 4.16 se presenta la estructura de control jerárquico de una granja eólica. A los efectos de comportarse como una VPP, es el operador del sistema quien ordena en cualquier momento y bajo cualquier condición de viento, el total de la producción de la granja eólica. Así, dependiendo del estado del sistema eléctrico, el operador demanda específicamente enviando señales de referencia al nivel de control central o Control Supervisor de la granja. Luego, el control central de la granja envía las referencias de potencias activas y reactivas a cada aerogenerador, basadas en mediciones en el punto de conexión común (PCC) de la granja y dependiendo de la potencia disponible de cada turbina eólica [37].

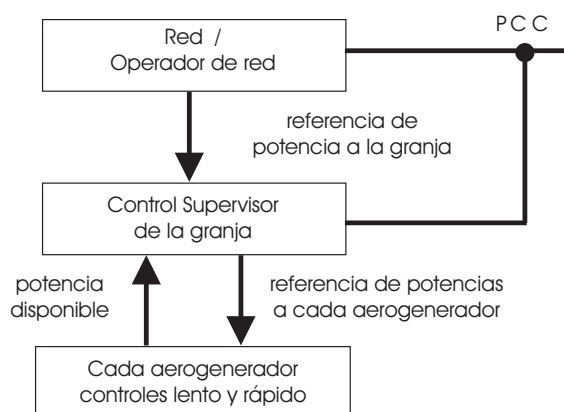


Figura 4.16: Control jerárquico de las granjas eólicas.

### 4.5.1. Nivel de control de la granja

Para controlar las potencias activa y reactiva de manera similar a las centrales convencionales modernas, el Control Supervisor actúa como una unidad centralizada que, a partir de las consignas

del operador y las mediciones en el Punto de Conexión Común (PCC), junto con la información de potencia disponible en cada turbina, determina la nueva consigna de potencia de los aerogeneradores, según el diagrama de la Figura 4.17.

Es de notar que en el presente trabajo, se centra la atención en las leyes de control de las potencias activa y reactiva del control supervisor, a los efectos de permitir que la VPP contribuya a la estabilidad de la red eléctrica.

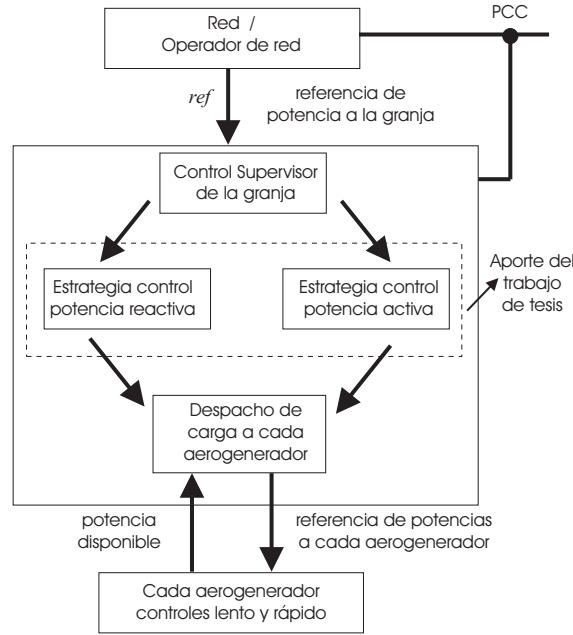


Figura 4.17: Control Supervisor de las granjas eólicas.

Como se ha mencionado en el Capítulo 3, las centrales eólicas modernas deben ser capaces de proveer una serie de servicios auxiliares a las redes eléctricas tanto desde el punto de vista de la potencia activa como de la reactiva. Para hacer frente a los requerimientos, el despacho de carga, que define la manera en que se reparte la carga en cada aerogenerador de la granja, realiza un reparto proporcional a las capacidades según [91][92]:

$$q_{disp} = \frac{Q_{ref}}{Q_{max}} q_{imax} \quad \text{y} \quad p_{disp} = \frac{P_{ref}}{P_{max}} p_{imax}, \quad (4.24)$$

$$Q_{max} = \sum_{i=1}^n q_{imax} \quad \text{y} \quad P_{max} = \sum_{i=1}^n p_{imax}. \quad (4.25)$$

El subíndice *disp* indica el valor de potencia activa o reactiva de referencia, disponible para cada aerogenerador. El subíndice *ref* indica la potencia de referencia de toda la granja dada por el Operador de la red (Figura 4.17). Los subíndices *max* e *imax* indican la máxima potencia de la granja y la máxima potencia que puede disponer cada aerogenerador, respectivamente. Además, *P*, *p*, *Q* y *q* indican potencias activas y reactivas refiriéndose las letras mayúsculas al total de la granja y las minúsculas a cada aerogenerador.

#### 4.5.2. Control local de cada aerogenerador

Conforme a la estructura de las Figuras 4.16 y 4.17, la Figura 4.18 presenta el nivel de control en el cual cada aerogenerador responde a partir de la consigna del control supervisor de la granja.

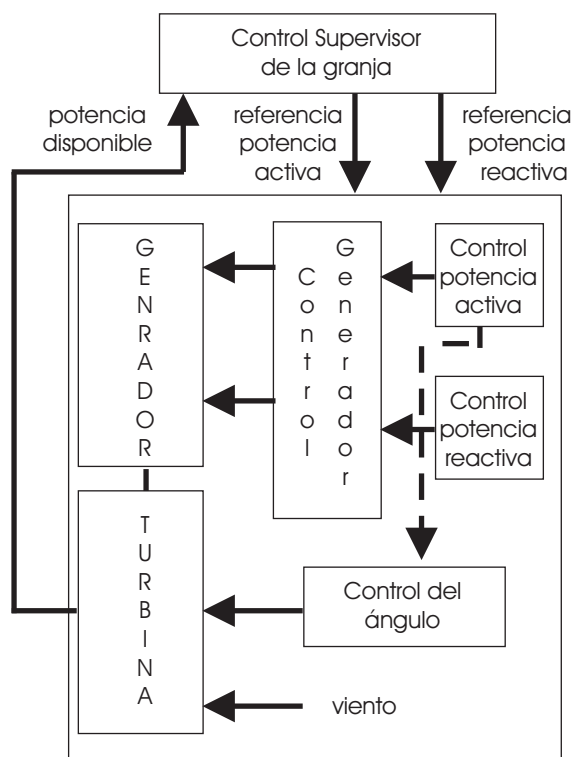


Figura 4.18: Control de cada aerogenerador a partir de la consigna del Control Supervisor.

Aunque existen diversas maneras de clasificar los controles, en general, se emplea la velocidad de respuesta:

- 1) un nivel de control 'lento' que se encarga de la velocidad de la turbina y/o de la potencia de estado estacionario y
- 2) un nivel de control 'rápido' que maneja las corrientes del generador.

En los esquemas modernos, el controlador rápido corresponde al de las potencias eléctrica activa y reactiva. Cada salida de estos controladores se conecta en cascada con los controladores electrónicos de los generadores que, básicamente, manejan las corrientes del generador de manera de dar respuesta al requerimiento de potencias que vienen de las referencias correspondientes de cada cascada anterior.

Por otra parte, el controlador lento corresponde al control del ángulo de giro de las palas. Dado que se conocen las características de la turbina, midiendo su velocidad de giro y conforme a la expresión (4.21), cada aerogenerador es capaz de indicarle al control supervisor cuál es el valor de la potencia activa máxima disponible en las condiciones de operación presentes y la reactiva máxima en virtud de la potencia aparente de la máquina (o de otro límite) para el cálculo de las consignas de las expresiones (4.24) y (4.25).

## 4.6. El aerogenerador equivalente

El modelado matemático de una granja (Figura 4.19) presenta considerables complicaciones debido al número de ecuaciones a manejar [53]. La situación empeora si se intentan modelar varias granjas y sus correspondientes interconexiones. Sin embargo, si el estudio se centra en cuestiones

de estabilidad de la red de la cual la granja forma parte, puede considerarse que todos los aerogeneradores que reciben la misma velocidad de viento se comportan como uno equivalente [53][62][91]. En la Figura 4.19, en la que se considera un grupo de aerogeneradores con idénticos parámetros mecánicos y eléctricos, se supone que todos los aerogeneradores en una misma fila reciben la misma velocidad del viento, por esto cada fila puede modelarse como un único aerogenerador equivalente. Los parámetros de este aerogenerador equivalente son iguales a los de un aerogenerador individual pero con una potencia nominal que es la suma de las potencias de todos aerogeneradores en la fila. Luego, cada fila es representada por un solo aerogenerador y la granja se modela como la conexión en paralelo de los aerogeneradores equivalentes. De esta manera, se logra una notable reducción en la cantidad de ecuaciones en el modelo total.

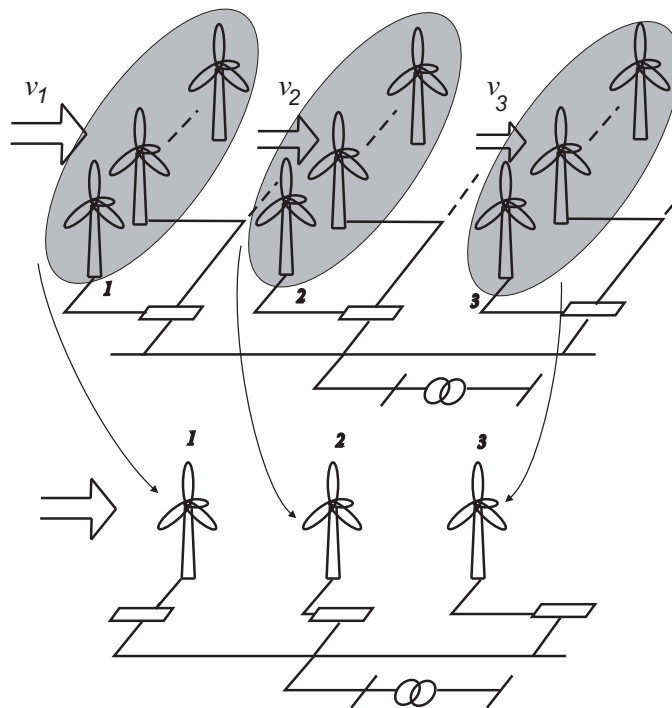


Figura 4.19: Modelo equivalente de las granjas eólicas. Efecto de la estela.

El modelo equivalente o 'modelo agregado' que se obtiene mediante las consideraciones precedentes, resulta ser una adecuada representación de la granja cuando se pretende estudiar su comportamiento frente a perturbaciones provenientes de la red exterior. Si se desea examinar una falla lejana, probablemente considerar un único aerogenerador sea suficiente, si la falla es dentro del parque la situación podría ser la opuesta.

Los factores que podrían afectar la exactitud del modelado son:

- Variaciones cíclicas del par del aerogenerador.
- Turbulencia del viento.
- Variaciones permanentes del par entre turbinas eólicas.

Las primeras corresponden a fenómenos tales como el aumento de la velocidad del viento con la altura (la pala que pasa por la mitad inferior del recorrido recibe una velocidad de viento menor), la sombra de la torre (la presencia de la torre produce una zona de velocidad de viento nula) o

a componentes debidas a la fuerza de gravedad, etc [28]. El efecto de estas componentes, cuando se analizan fenómenos de gran escala, es menor. La turbulencia también produce componentes en el par de la turbina, pero la cantidad de aerogeneradores tiende a mitigar estadísticamente dicho efecto [53].

Dado que una excesiva separación entre aerogeneradores incrementa considerablemente los costos, las turbinas suelen instalarse una próxima a la otra. Esto trae como consecuencia variaciones de par conocidas como efecto de la estela [28][96]. En la Figura 4.19, donde la granja ha sido representada por tres turbinas equivalentes, se puede comprender el efecto de la estela. Conforme a la dirección y sentido del viento, la energía extraída por las turbinas de la fila uno hace que la velocidad del viento que 've' la fila dos disminuya, lo mismo sucede con la fila tres. Si se considera que entre filas de turbinas se produce un decremento del 10 % en la velocidad del viento y, dado que la máxima potencia que extraen las turbinas es una función cúbica de dicha velocidad según (4.18), la segunda fila podría extraer un 73 % de la energía que captura la primera, mientras que la tercera fila capturaría sólo el 51 % de la energía capturada por la primera fila. Esta pérdida de la potencia activa disponible en el viento puede ser empleada en el control de potencia reactiva de la granja dado que los aerogeneradores que entregan menor potencia activa a la red están en condiciones de entregar más potencia reactiva.

Para el desarrollo de este trabajo de tesis, dado que se estudia cómo es posible contribuir a la estabilidad de la red desde el aporte de las granjas eólicas, se empleará el concepto de aerogenerador equivalente al analizar perturbaciones lejanas a la granjas de manera de considerar a cada granja, como una única turbina equivalente. Así, el modelo de la parte mecánica de la granja equivalente se regirá según la expresión (4.23) aunque con los parámetros del aerogenerador equivalente.

## 4.7. Conclusiones

Se han presentado diversas características del recurso eólico a los efectos de comprender su influencia en la extracción de potencia.

Se ha introducido la teoría necesaria para comprender la manera en que las turbinas obtienen la energía del recurso. A partir de esta teoría se desprende que existe un límite para la extracción de energía a partir del viento (59 %).

Tanto el par como la potencia de las turbinas eólicas presentan una característica altamente no lineal con respecto a la velocidad de giro y a la velocidad del viento. Así, para maximizar la extracción de energía, es necesario que la turbina opere a velocidad de giro variable en función de la velocidad del viento.

Se ha presentado el modelo matemático de la parte mecánica de la turbina.

Se presentó una clasificación genérica de los aerogeneradores, haciendo hincapié en el control de velocidad de las turbinas y en las configuraciones de los generadores eléctricos. Se presentaron las capacidades de cada configuración para cumplir con los requerimientos de los códigos de conexión modernos.

A los efectos de incorporar a las granjas de manera eficiente en la producción de energía, se consideró el manejo de las mismas como plantas de generación virtuales en el sentido de comportarse como centrales convencionales para el resto del sistema eléctrico. En ese sentido, se presentó un control jerárquico de las centrales eólicas en el cual, a pedido del operador de red, el control supervisor de cada granja (o grupo de granjas) determina el despacho de potencias activa y reactiva de cada aerogenerador en base a las capacidades individuales y de las consignas de operación.



Finalmente, se ha introducido el concepto de aerogenerador equivalente a los efectos de permitir el modelado de las granjas con uno o más elementos equivalentes. Así, se puede evaluar un comportamiento similar al verdadero, que considera a todos los aerogeneradores de la granja, pero simplificando fuertemente el esfuerzo de cálculo sin comprometer los resultados.



## Capítulo 5

# Modelado de Generadores de Inducción Doblemente Alimentados y Control de Potencias Activa y Reactiva con Técnicas de Control Vectorial

### Resumen

En este capítulo se completa el modelo matemático empleado en los estudios desarrollados en capítulos posteriores de este trabajo de tesis. En ese sentido, y siguiendo a [95], se presenta el control vectorial de campo orientado por flujo estático para las máquinas de inducción con rotor bobinado y doblemente alimentadas. Dado que el mencionado control vectorial, ampliamente empleado, posee restricciones en cuanto a la generación de potencia reactiva, se introduce el empleo del control vectorial orientado por flujo de red que no posee esas limitaciones.

### 5.1. El modelo fasorial de la máquina de CA

Como se ha indicado en el Capítulo 3, mientras las turbinas eólicas transforman el movimiento de traslación del aire en movimiento de rotación, las máquinas eléctricas convierten el movimiento de rotación en energía eléctrica. Este capítulo se centra en la modelización matemática del segundo de los procesos mencionados considerando máquinas de inducción doblemente alimentadas. A partir de lo anterior es posible, empleando técnicas de control vectorial, dar lugar a la generación independiente de las potencias activa y reactiva de las máquinas eléctricas lo que, a su vez, permitirá completar el modelo equivalente de las granjas eólicas.

La Figura 5.1 muestra la sección transversal de la máquina en consideración, los efectos del maquinado del estator se desprecian considerando que el flujo es radial. Las pérdidas del hierro son despreciadas. Además, se presentan los arrollamientos trifásicos de rotor y estator por medio de inductores simples. La representación anterior indica que los arrollamientos producen en cada instante de tiempo la f.m.m. senoidal centrada en los ejes magnéticos de la máquina que corresponde

a cada uno de ellos. Los arrollamientos están alimentados por tensiones desplazadas  $120^\circ$  eléctricos. El ángulo  $\theta_r$  se determina entre el eje magnético del arrollamiento  $sA$  ( $sD$ ) y el eje magnético del arrollamiento rotórico  $ra$  ( $r\alpha$ ). La dirección positiva de la velocidad rotórica  $\omega_r$  es la considerada en la figura.

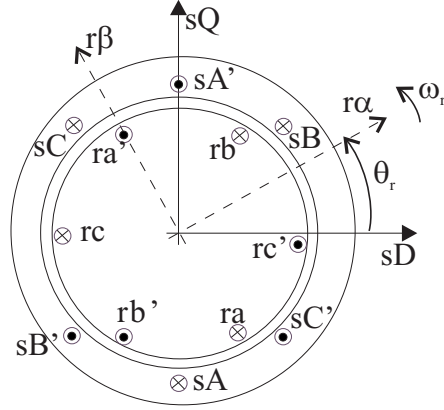


Figura 5.1: Sección transversal de una máquina trifásica elemental.

### Fasores de las fuerzas magnetomotrices y de las corrientes estáticas

Si los arrollamientos estáticos son alimentados por un sistema trifásico  $i_{sA}(t)$ ,  $i_{sB}(t)$  e  $i_{sC}(t)$ , que puede variar arbitrariamente en el tiempo, pero con el punto neutro aislado, entonces la corriente del neutro es nula. Luego:

$$i_{s0}(t) = i_{sA}(t) + i_{sB}(t) + i_{sC}(t) = 0, \quad (5.1)$$

con  $i_{s0}(t)$  el valor instantáneo de la corriente de secuencia cero del estator. Si se asume que todos los arrollamientos estáticos poseen igual número efectivo de vueltas, esto es  $N_{se} = N_s k_{ws}$ , con  $N_s$  la cantidad de espiras y  $k_{ws}$  el factor de arrollamiento, se puede calcular la distribución de la f.m.m. resultante,  $f_s(\theta, t)$  producida por el estator. Si  $\theta$  es el ángulo geométrico con referencia al eje del arrollamiento estático  $sA$ , el cual coincide con el eje (real) denominado  $sD$  en la Figura 5.1, entonces:

$$f_s(\theta, t) = N_{se} [i_{sA}(t) \cos \theta + i_{sB}(t) \cos(\theta - 2\pi/3) + i_{sC}(t) \cos(\theta - 4\pi/3)]. \quad (5.2)$$

Manipulando términos es posible poner la ecuación anterior en la siguiente forma:

$$f_s(\theta, t) = \frac{3}{2} N_{se} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2}{3} [i_{sA}(t) + a i_{sB}(t) + a^2 i_{sC}(t)] e^{-j\theta} \right\}, \quad (5.3)$$

con  $a = e^{j2\pi/3}$  y  $a^2 = e^{j4\pi/3}$ .

El término que multiplica a  $e^{-j\theta}$  es el fasor complejo:

$$\bar{i}_s(t) = \frac{2}{3} [i_{sA}(t) + a i_{sB}(t) + a^2 i_{sC}(t)] = |\bar{i}_s| e^{j\alpha_s}, \quad (5.4)$$

dicho fasor, representa las tres corrientes estáticas en un marco de referencia fijo al estator. Además,  $|\bar{i}_s|$  es el módulo de la corriente de estator y  $\alpha_s$  es su ángulo de fase respecto del eje real del marco de referencia estacionario fijo al estator. En efecto, el ángulo de las componentes  $a$

se encuentra referido a la horizontal según la convención ampliamente empleada, que corresponde al eje  $sD$  (Figura 5.1) denominado *eje Directo* del estator. Dado que, en general, tanto el módulo como la fase de las corrientes varían con el tiempo, el fasor de las corrientes estatóricas determina la magnitud y el desplazamiento espacial de la f.m.m. estatórica producida por los tres arrollamientos. Luego,

$$\bar{f}_s(t) = N_{se}\bar{i}_s(t) = f_{sA}(t) + f_{sB}(t) + f_{sC}(t), \quad (5.5)$$

donde se tiene la suma de los fasores de cada f.m.m..

También de (5.4), el fasor espacial trifásico puede obtenerse a partir de la adición de cada fase, es decir  $\bar{i}_{sA} = 1i_{sA}(t)$ ,  $\bar{i}_{sB} = ai_{sB}(t)$  e  $\bar{i}_{sC} = a^2i_{sA}(t)$ . En estado estacionario (simétrico), las corrientes son senoidales y forman un sistema trifásico balanceado,

$$i_{sA} = I_s \cos(\omega_1 t - \phi_s), \quad i_{sB} = I_s \cos(\omega_1 t - \phi_s - 2\pi/3) \quad \text{e} \quad i_{sC} = I_s \cos(\omega_1 t - \phi_s - 4\pi/3).$$

Luego, el fasor de las corrientes estatóricas es  $i_s = I_s e^{j(\omega_1 t - \phi_s)}$  y como es constante, se corresponde con un círculo en el plano complejo con una velocidad angular constante e igual a la velocidad sincrónica.

El fasor que representa las corrientes estatóricas puede ser descompuesto según una parte real que es el valor de la componente en el eje directo y una parte imaginaria que corresponde a la componente en cuadratura, es decir:

$$\bar{i} = i_{sD} + ji_{sQ}. \quad (5.6)$$

En máquinas trifásicas simétricas, las corrientes directa y en cuadratura  $i_{sD}$  e  $i_{sQ}$  son ficticias y se relacionan con las corrientes estatóricas como sigue:

$$i_{sD} = c \left[ i_{sA} - \frac{1}{2}i_{sB} - \frac{1}{2}i_{sC} \right] \quad (5.7)$$

e

$$i_{sQ} = c \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{sB} - i_{sC}), \quad (5.8)$$

con  $c$  constante. Para la forma clásica, la transformación de potencia no invariante implica que  $c = 2/3$ , mientras que para la transformación de potencia invariante  $c = \sqrt{2/3}$ . Si existe componente de secuencia cero, se define como:

$$i_{s0} = c_1 [i_{sA} + i_{sB} + i_{sC}], \quad (5.9)$$

donde  $c_1 = 1/3$  para la transformación no invariante y  $c_1 = 1/\sqrt{3}$  para la invariante.

### Los fasores de las fuerzas magnetomotrices y de las corrientes rotóricas

Consideraciones similares a aquellas desarrolladas para la f.m.m. estatórica se mantienen para la f.m.m. resultante del conjunto de arrollamientos rotóricos sinusoidalmente distribuidos. Se asume, además, que la fase  $ra$  se encuentra desplazada de la fase estatórica  $sA$ , por el ángulo  $\theta_r$  y  $\alpha$  es el ángulo eléctrico con referencia al eje del arrollamiento rotórico  $ra$ . Se asume que los arrollamientos rotóricos poseen igual cantidad efectiva de vueltas  $N_{re} = N_r k_{wr}$ , con  $N_r$  la cantidad de vueltas y  $k_{wr}$  el factor de arrollamiento. Similarmente a la ecuación (5.2), si no existe componente de secuencia cero, la f.m.m. rotórica resultante  $f_r(\theta, t)$  producida por las corrientes  $i_a(t)$ ,  $i_b(t)$  e  $i_c(t)$  es:

$$f_r(\theta, t) = N_{re} [i_{ra}(t) \cos \alpha + i_{rb}(t) \cos(\alpha - 2\pi/3) + i_{rc}(t) \cos(\alpha - 4\pi/3)]. \quad (5.10)$$

Aplicando notación compleja es posible escribir:

$$f_r(\theta, t) = \frac{3}{2} N_{re} \operatorname{Re} \left\{ \frac{2}{3} [i_{ra}(t) + ai_{rb}(t) + a^2 i_{rc}(t)] e^{-j\alpha} \right\}. \quad (5.11)$$

La cantidad compleja que multiplica a  $e^{-j\alpha}$  es:

$$\bar{i}_r(t) = \frac{2}{3}[1i_{ra}(t) + ai_{rb}(t) + a^2i_{rc}(t)] = |\bar{i}_r|e^{j\alpha_r}, \quad (5.12)$$

expresada en un marco de referencia fijo al rotor (el eje real de este marco de referencia es  $r\alpha$  y el imaginario es  $r\beta$ ) que gira a velocidad  $\omega_r = d\theta_r/dt$ , con  $\theta_r$  el ángulo rotórico (Figura 5.1).

Considerando que las definiciones de las cantidades fasoriales, rotóricas y estatóricas, en sus respectivos marcos de referencia son similares, se pueden obtener las componentes de las corrientes rotóricas de idéntica manera que para las corrientes estatóricas. Sean  $i_{r\alpha}$  e  $i_{r\beta}$  los valores instantáneos de las componentes de las corrientes rotóricas trifásicas en el eje directo y en el de cuadratura, entonces, como en el análisis estatórico se tiene:

$$i_{r\alpha} = c \left[ i_{ra} - \frac{1}{2}i_{rb} - \frac{1}{2}i_{rc} \right] \quad (5.13)$$

e

$$i_{r\beta} = c \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{rb} - i_{rc}). \quad (5.14)$$

con  $c$  definida para la forma invariante o variante de la potencia.

A partir de las ecuaciones (5.10) y (5.11), se tiene que la variación instantánea de la f.m.m. rotórica, la cual gira a velocidad  $\omega_r$ , puede ser expresada en términos del fasor de corrientes rotóricas definido y de los ángulos  $\theta$  y  $\theta_r$ , considerando que  $\alpha = \theta - \theta_r$ :

$$f_r(\theta, \theta_r, t) = \frac{3}{2}N_{re}\text{Re}[\bar{i}_r e^{-j(\theta - \theta_r)}] = \frac{3}{2}N_{re}\text{Re}[\bar{i}'_r e^{-j\theta}] \quad (5.15)$$

con

$$\bar{i}'_r = \bar{i}_r e^{j\theta_r} = |\bar{i}_r| e^{j\alpha'_r} \quad (5.16)$$

que es el fasor de las corrientes rotóricas expresado en el marco de referencia estacionario. Sustituyendo (5.12) en la (5.16), se tiene:

$$\bar{i}'_r = |\bar{i}_r| e^{j\alpha'_r} = |\bar{i}_r| e^{j(\alpha_r + \theta_r)}. \quad (5.17)$$

La relación entre el marco de referencia fijo al estator y fijo al rotor se ilustra en la Figura 5.2. Notar que, de la ecuación (5.12), el fasor de las corrientes rotóricas expresado en el marco de referencia rotante es  $|\bar{i}_r|e^{j\alpha_r}$ , donde  $\alpha_r$  es el ángulo del fasor de corrientes respecto del eje  $r\alpha$ , que es estacionario con respecto al rotor. El fasor de las corrientes del rotor expresado en el marco de referencia estacionario del estator es  $\bar{i}'_r$ .

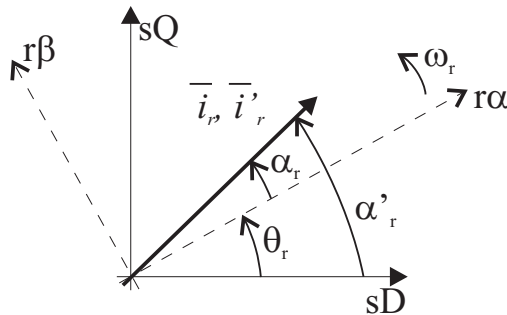


Figura 5.2: Relación entre los marcos de referencia estacionario y rotativo.

### La corriente magnetizante

La f.m.m. resultante en el interior de la máquina es la suma de los efectos combinados de las excitaciones del rotor y del estator:

$$f(\theta, \theta_r, t) = f_s(\theta, t) + f_r(\theta, \theta_r, t), \quad (5.18)$$

considerando las ecuaciones (5.3), (5.4) y (5.15) se tiene:

$$f(\theta, \theta_r, t) = \frac{3}{2} N_{se} \text{Re}[\bar{i}_r e^{-j\theta} + N_{re}/N_{se} \bar{i}'_r e^{-j\theta}], \quad (5.19)$$

luego,

$$f(\theta, \theta_r, t) = \frac{3}{2} N_{se} \text{Re}[(\bar{i}_s + N_{re}/N_{se} \bar{i}'_r) e^{-j\theta}]. \quad (5.20)$$

La corriente de magnetización expresada en el marco de referencia fijo al estator se define como:

$$\bar{i}_m = \bar{i}_s + N_{re}/N_{se} \bar{i}'_r. \quad (5.21)$$

La corriente magnetizante juega un papel fundamental en el llamado control de flujo orientado en las máquinas de CA.

### Fasores del flujo concatenado

#### Flujo concatenado en el marco de referencia fijo al estator

El flujo estático puede ser expresado de manera similar al establecido para las corrientes rotóricas y estáticas como sigue:

$$\bar{\psi}_s(t) = \frac{2}{3} [1\psi_{sA}(t) + a\psi_{sB}(t) + a^2\psi_{sC}(t)], \quad (5.22)$$

donde, los valores instantáneos de las componentes del flujo son [50][95]:

$$\begin{aligned} \psi_{sA} = & \bar{L}_s \bar{i}_{sA} + \bar{M}_s \bar{i}_{sB} + \bar{M}_s \bar{i}_{sC} + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{ra} \cos \theta_r + \\ & \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rb} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rc} \cos(\theta_r + 4\pi/3), \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \psi_{sB} = & \bar{L}_s \bar{i}_{sB} + \bar{M}_s \bar{i}_{sA} + \bar{M}_s \bar{i}_{sC} + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{ra} \cos(\theta_r + 4\pi/3) + \\ & \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rb} \cos \theta_r + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rc} \cos(\theta_r + 2\pi/3), \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} \psi_{sC} = & \bar{L}_s \bar{i}_{sC} + \bar{M}_s \bar{i}_{sB} + \bar{M}_s \bar{i}_{sA} + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{ra} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + \\ & \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rb} \cos(\theta_r + 4\pi/3) + \bar{M}_{sr} \bar{i}_{rc} \cos \theta_r \end{aligned} \quad (5.25)$$

En las ecuaciones anteriores  $\bar{L}_s$  es la autoinductancia de los bobinados de fase estáticos,  $\bar{M}_s$  es la inductancia mutua entre los arrollamientos estáticos y  $\bar{M}_{sr}$  es el máximo valor de la inductancia mutua entre los arrollamientos de estator y rotor. Si las anteriores se reemplazan en (5.22), considerando además las ecuaciones (5.4), (5.12) y (5.16), se tiene:

$$\bar{\psi}_s = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}'_r = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r e^{j\theta_r}, \quad (5.26)$$

con  $L_s = \bar{L}_s - \bar{M}_s$  es la inductancia estática trifásica y  $L_m$  es la denominada inductancia magnetizante trifásica,  $L_m = (3/2)\bar{M}_{sr}$ . La ecuación (5.26) es válida aún para condiciones magnéticas no lineales, en cuyo caso  $L_s$  y  $L_m$  no son constantes.

Es posible definir el flujo en términos de las componentes del eje directo y en cuadratura:

$$\bar{\psi}_s = \psi_{sD} + j\psi_{sQ}, \quad (5.27)$$

y, considerando la ecuación (5.26), los flujos estáticos en el eje directo y en cuadratura se definen como:

$$\psi_{sD} = L_s i_{sD} + L_m i_{rd}, \quad (5.28)$$

$$\psi_{sQ} = L_s i_{sQ} + L_m i_{rq}. \quad (5.29)$$

En las dos ecuaciones anteriores, las corrientes están definidas en el marco de referencia fijo al estator. Luego, a partir de (5.16):

$$\bar{i}'_r = i_{rd} + j i_{rq} = \bar{i}_r e^{j\theta_r} \quad (5.30)$$

que da origen a la transformación entre las componentes d - q y  $\alpha - \beta$  de las componentes del rotor. Lo anterior puede obtenerse a partir de la teoría de las máquinas eléctricas como [50]:

$$\begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = C_2^{-1} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

### Flujo concatenado en el marco de referencia fijo al rotor

El fasor del flujo concatenado expresado en el marco de referencia rotórico, es decir, a velocidad de rotación  $\omega_r$  se define como sigue:

$$\bar{\psi}_r(t) = \frac{2}{3} [1\psi_{ra}(t) + a\psi_{rb}(t) + a^2\psi_{rc}(t)], \quad (5.32)$$

donde, los valores instantáneos de las componentes del flujo son:

$$\psi_{ra} = \bar{L}_r i_{ra} + \bar{M}_r i_{rb} + \bar{M}_r i_{rc} + \bar{M}_{sr} i_{sA} \cos \theta_r + \quad (5.33)$$

$$\bar{M}_{sr} i_{sB} \cos(\theta_r + 4\pi/3) + \bar{M}_{sr} i_{sC} \cos(\theta_r + 2\pi/3),$$

$$\psi_{rb} = \bar{L}_r i_{rb} + \bar{M}_r i_{ra} + \bar{M}_r i_{rc} + \bar{M}_{sr} i_{sA} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + \quad (5.34)$$

$$\bar{M}_{sr} i_{sB} \cos \theta_r + \bar{M}_{sr} i_{sC} \cos(\theta_r + 4\pi/3),$$

$$\psi_{rc} = \bar{L}_r i_{rc} + \bar{M}_r i_{ra} + \bar{M}_r i_{rb} + \bar{M}_{sr} i_{sA} \cos(\theta_r + 4\pi/3) + \quad (5.35)$$

$$\bar{M}_{sr} i_{sB} \cos(\theta_r + 2\pi/3) + \bar{M}_{sr} i_{sC} \cos \theta_r.$$

En las ecuaciones anteriores  $\bar{L}_r$  es la autoinductancia de los bobinados de fase rotóricos y  $\bar{M}_r$  es la inductancia mutua entre dos fases rotóricas. Además de las componentes de flujo producidas por las corrientes rotóricas se tienen las componentes debidas a las corrientes estáticas. Si las ecuaciones anteriores se reemplazan en (5.32), se tiene:

$$\bar{\psi}_r = L_r \bar{i}'_r + L_m \bar{i}'_s, \quad (5.36)$$

con  $L_r = \bar{L}_r - \bar{M}_r$  la inductancia rotórica trifásica e  $\bar{i}'_s$  el fasor de la corriente del estator expresado en el marco de referencia del rotor.



El flujo rotórico expresado en dos componentes es:

$$\bar{\psi}_r = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta}, \quad (5.37)$$

con

$$\psi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + L_m i_{sd}, \quad (5.38)$$

$$\psi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + L_m i_{sq}, \quad (5.39)$$

con la corriente estatórica referida al marco de referencia rotórico :

$$\bar{i}'_s = i_{sd} + j i_{sq}. \quad (5.40)$$

### Flujo rotórico en el marco de referencia fijo al estator

El flujo rotórico en el marco de referencia fijo al rotor  $(\psi_{r\alpha}, \psi_{r\beta})$ , se relaciona con el flujo en el marco de referencia estatórico  $(\psi_{rd}, \psi_{rq})$  por la misma relación  $e^{j\theta_r}$  dada en la ecuación (5.30):

$$\bar{\psi}'_r = \psi_{rd} + j\psi_{rq} = \bar{\psi}_r e^{j\theta_r} = (\psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta}) e^{j\theta_r}, \quad (5.41)$$

en forma matricial puede ser puesto como sigue:

$$\begin{bmatrix} \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix}. \quad (5.42)$$

Sustituyendo la (5.36) en la (5.41) y, considerando la (5.30) se tiene:

$$\bar{\psi}'_r = L_r \bar{i}'_r + L_m \bar{i}'_s e^{j\theta_r} = L_r \bar{i}'_r + L_m \bar{i}_s. \quad (5.43)$$

La corriente estatórica en el marco de referencia estacionario, se relaciona con la que corresponde al marco de referencia rotante por la siguiente:

$$\bar{i}_s = \bar{i}'_s e^{-j\theta_r}, \quad (5.44)$$

con  $i_s$  e  $i'_s$  expresadas en sus correspondientes marcos de referencia:

$$\begin{aligned} \bar{i}_s &= i_{sD} + j i_{sQ} \\ \bar{i}'_s &= i_{sd} + j i_{sq}. \end{aligned} \quad (5.45)$$

### Flujo estatórico en el marco de referencia fijo al rotor

El flujo estatórico en el marco de referencia rotante  $(\bar{\psi}'_s)$  a partir del marco de referencia estacionario  $(\bar{\psi}_s)$ , similarmente a la ecuación (5.44), puede hallarse como:

$$\bar{\psi}'_s = \bar{\psi}_s e^{-j\theta_r}, \quad (5.46)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{sD} \\ \psi_{sQ} \end{bmatrix}. \quad (5.47)$$

La sustitución de la ecuación (5.26) en la (5.46), da el valor de  $\bar{\psi}'_s$ , si además las ecuaciones (5.30) y (5.44) son consideradas:

$$\bar{\psi}'_r = (L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}'_r) e^{-j\theta_r} = L_s \bar{i}'_s + L_m \bar{i}_r, \quad (5.48)$$

siendo  $\bar{i}'_s$  e  $\bar{i}_r$  los fasores de las corrientes estatórica y rotórica en el marco de referencia fijo al rotor.

### Fasores de los voltajes rotóricos y estáticos

Los fasores de voltaje pueden definirse de manera similar a la obtenida para los fasores presentados en las subsecciones anteriores. Luego, el fasor de la tensión estática en el marco de referencia estacionario es:

$$\bar{u}_s(t) = \frac{2}{3}[1u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2u_{sC}(t)] = u_{sD} + ju_{sQ}, \quad (5.49)$$

y el fasor del voltaje rotórico es:

$$\bar{u}_r(t) = \frac{2}{3}[1u_{rA}(t) + au_{rB}(t) + a^2u_{rC}(t)] = u_{r\alpha} + ju_{r\beta}. \quad (5.50)$$

En las anteriores se tienen las tensiones instantáneas en estator y rotor en cada fase y los correspondientes a los ejes directo y en cuadratura correspondientes a cada marco de referencia.

$$\bar{u}_{sD} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{3}[u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2u_{sC}(t)]\right\} = \frac{2}{3}\left(u_{sA}(t) - \frac{1}{2}u_{sB}(t) - \frac{1}{2}u_{sC}(t)\right) \quad (5.51)$$

$$\bar{u}_{sQ} = \operatorname{Re}\left\{\frac{2}{3}[u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2u_{sC}(t)]\right\} = \frac{2}{3}\left(u_{sB}(t) - u_{sC}(t)\right)/\sqrt{3}. \quad (5.52)$$

Similarmente, para las componentes de voltaje del rotor se tiene:

$$\bar{u}_{r\alpha} = \frac{2}{3}\left(u_{rA}(t) - \frac{1}{2}u_{rB}(t) - \frac{1}{2}u_{rC}(t)\right) \quad (5.53)$$

$$\bar{u}_{r\beta} = (u_{rB}(t) - u_{rC}(t))/\sqrt{3}. \quad (5.54)$$

Si existen las componentes de secuencia cero, ellas se pueden escribir como sigue:

$$\bar{u}_{s0} = \frac{1}{3}(u_{sA}(t) + u_{sB}(t) + u_{sC}(t)) \quad (5.55)$$

$$\bar{u}_{r0} = \frac{1}{3}(u_{rA}(t) + u_{rB}(t) + u_{rC}(t)). \quad (5.56)$$

Las ecuaciones (5.51), (5.52) y (5.55) en forma matricial pueden escribirse como:

$$\begin{bmatrix} u_{s0} \\ u_{sD} \\ u_{sQ} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \end{bmatrix} \quad (5.57)$$

Los voltajes estáticos, en el marco de referencia estacionario ( $\bar{u}_s$ ), pueden ser transformados en el marco de referencia fijo al rotor ( $\bar{u}'_s$ ) como en la ecuación (5.44):

$$\bar{u}'_s = \bar{u}_s e^{-j\theta_r} = u_{sd} + ju_{sq}. \quad (5.58)$$

Una transformación similar se puede realizar para los voltajes rotóricos. Así, el fasor del voltaje rotórico en el marco de referencia fijo al rotor ( $\bar{u}_r$ ) puede ser expresado en el marco de referencia estacionario ( $\bar{u}'_r$ ), siendo la transformación empleada la misma que en (5.30):

$$\bar{u}'_r = u_{rd} + ju_{rq} = \bar{u}_r e^{j\theta_r} \quad (5.59)$$

A partir de (5.49) y de (5.58) puede determinarse:

$$u_{sd} + ju_{sq} = \frac{2}{3}[1u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2u_{sC}(t)](\cos\theta_r - j\sin\theta). \quad (5.60)$$

La proyección de la (5.60) en sus componentes real e imaginaria es:

$$u_{sd} = \frac{2}{3}[u_{sA}(t) \cos \theta_r + u_{sB}(t) \cos(\theta_r - 2\pi/3) + u_{sC}(t) \cos(\theta_r - 4\pi/3)], \quad (5.61)$$

$$u_{sq} = -\frac{2}{3}[u_{sA}(t) \sin \theta_r + u_{sB}(t) \sin(\theta_r - 2\pi/3) + u_{sC}(t) \sin(\theta_r - 4\pi/3)], \quad (5.62)$$

la que define la denominada transformación de Park. Con la componente de secuencia cero definida como en (5.55) y, combinada con (5.61), se obtiene:

$$\begin{bmatrix} u_{s0} \\ u_{sD} \\ u_{sQ} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r - 4\pi/3) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - 2\pi/3) & -\sin(\theta_r - 4\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \end{bmatrix}. \quad (5.63)$$

### 5.1.1. El mecanismo de la producción de par en las máquinas de CA

Es posible obtener una expresión del par electromagnético a partir de igualar la rapidez de cambio de la energía mecánica de salida ( $dW_{mec}/dt$ ) a la potencia mecánica ( $P_{mec}$ ),

$$P_{mec} = \frac{dW_{mec}}{dt} = T_e \Omega_r, \quad (5.64)$$

con  $\Omega_r$  la velocidad de giro en *rad/seg* (mecánicos).

Por simplicidad se considera una máquina de dos polos, por lo cual  $\Omega_r = \omega_r$ , siendo la última la pulsación angular. Dado que el principio de conservación de la energía debe ser válido para toda máquina, la energía eléctrica entrante  $W_e$  debe cubrir las energías relacionadas con las pérdidas estáticas y rotóricas  $W_{loss}$ , con la energía magnética almacenada en el campo  $W_{field}$  y con la mecánica de salida  $W_{mec}$ . Luego,

$$W_e = W_{loss} + W_{field} + W_{mec}, \quad (5.65)$$

por lo que,

$$dW_{mec} = dW_e - dW_{loss} - dW_{field}. \quad (5.66)$$

Las tres componentes de la ecuación anterior, se obtienen a continuación. En general, para una máquina polifásica doblemente alimentada se tiene:

$$dW_e = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{u}_s \bar{i}_s^* + \bar{u}_r \bar{i}_r^*) dt, \quad (5.67)$$

con los fasores de los voltajes y las corrientes estáticos expresados en el marco de referencia estacionario y con el signo \* denotando complejo conjugado. La ecuación (5.67) establece el hecho físico que la potencia instantánea total es la suma de las potencias estáticas y rotóricas:

$$P_s = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{u}_s \bar{i}_s^*), \quad (5.68)$$

$$P_r = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{u}_r \bar{i}_r^*) = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{u}_r \bar{i}_r^*). \quad (5.69)$$

Las pérdidas son debidas a la disipación de calor por las resistencias estáticas y rotóricas, a la histéresis y corrientes de Eddy en el material magnético, por fricción en las partes móviles de

los rodamientos o por rozamiento con el aire y por pérdidas dieléctricas en los campos eléctricos. Si solamente las pérdidas en los arrollamientos son tenidas en cuenta, se tiene:

$$\frac{dW_{loss}}{dt} = \frac{3}{2}(R_s|\bar{i}_s|^2 + R_r|\bar{i}_r|^2), \quad (5.70)$$

con  $R_s$  y  $R_r$  las resistencias estatórica y rotórica.

La variación de la energía del campo puede ser obtenida como:

$$\frac{dW_{field}}{dt} = \frac{3}{2}\text{Re}(\bar{u}_{si}\bar{i}_s^* + \bar{u}'_{ri}\bar{i}'_r{}^*), \quad (5.71)$$

donde  $\bar{u}_{si}$  y  $\bar{u}'_{ri}$  son los fasores de las fuerzas electromotrices (f.e.m.) inducidas en el estator y rotor respectivamente y están expresadas en el marco de referencia fijo al estator. La f.e.m. inducida en el estator debida a la rapidez de cambio del flujo estatórico es:

$$\bar{u}_{si} = \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \quad (5.72)$$

y similarmente para la f.e.m. inducida en el rotor:

$$\bar{u}'_{ri} = \frac{d\bar{\psi}'_r}{dt}. \quad (5.73)$$

La sustitución de las (5.73) y (5.72) en la (5.71), produce la siguiente expresión:

$$\frac{dW_{field}}{dt} = \frac{3}{2}\text{Re}\left(\bar{i}_s^* \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} + \bar{i}'_r{}^* \frac{d\bar{\psi}'_r}{dt}\right) dt, \quad (5.74)$$

entonces, la energía magnética almacenada se puede expresar como:

$$W_{field} = \frac{3}{2}\text{Re}(\bar{i}_s^* \bar{\psi}_s + \bar{i}'_r{}^* \bar{\psi}'_r), \quad (5.75)$$

el cual es un resultado físicamente esperado.

Luego, la sustitución de las ecuaciones (5.67), (5.70) y (5.74) en (5.66), permite obtener:

$$dW_{mec} = dW_{mecs} + dW_{mecr}, \quad (5.76)$$

con los subíndices indicando pertenencia al circuito estatórico o rotórico,

$$dW_{mecs} = \frac{3}{2}[\text{Re}(\bar{u}_s \bar{i}_s^*) - R_s|\bar{i}_s|^2 - \text{Re}(\bar{i}_s^* d\bar{\psi}_s/dt)] dt, \quad (5.77)$$

y

$$dW_{mecr} = \frac{3}{2}[\text{Re}(\bar{u}'_r \bar{i}'_r{}^*) - R_r|\bar{i}'_r|^2 - \text{Re}(\bar{i}'_r{}^* d\bar{\psi}'_r/dt)] dt. \quad (5.78)$$

Como en la expresión (5.77), en el marco de referencia estacionario, el fasor de voltaje debe estar balanceado con las pérdidas óhmicas ( $R_s \bar{i}_s$ ) más la rapidez de cambio de flujo del estator ( $d\bar{\psi}_s/dt$ ), entonces  $dW_{mecs} = 0$ . Bajo idénticas consideraciones, el voltaje rotórico se compensa con las pérdidas óhmicas y la rapidez de cambio del campo rotórico aunque persiste un voltaje adicional  $-j\omega_r \bar{\psi}'_r$ . En consecuencia, la potencia mecánica obtenida es:

$$P_{mec} = \frac{3}{2}\text{Re}(-j\omega_r \bar{\psi}'_r \bar{i}'_r{}^*) = \frac{3}{2}\omega_r \text{Re}(-j\bar{\psi}'_r \bar{i}'_r{}^*) = -\frac{3}{2}\omega_r \bar{\psi}'_r \times \bar{i}'_r. \quad (5.79)$$

De acuerdo a la anterior, la potencia mecánica es proporcional al producto vectorial del flujo rotórico y el fasor de la corriente. Por lo tanto, según la (5.64) se tiene:

$$T_e = -\frac{3}{2}\bar{\psi}'_r \times \bar{i}'_r, \quad (5.80)$$

que debe ser modificada teniendo en cuenta la cantidad de pares de polos de la máquina que se esté considerando. En la expresión anterior, tanto el flujo como la corriente están expresados en un marco de referencia estacionario, pero el par es invariante ante el cambio de referencia. Luego,  $-\frac{3}{2}\bar{\psi}_r \times \bar{i}_r$  es también válida considerando que los fasores están expresados en el marco de referencia fijo al rotor.

A partir de las (5.43) y (5.44), el flujo rotórico puede ser expresado en el marco de referencia estacionario a partir de dos componentes. Una de las componentes ( $L_r\bar{i}'_r$ ) es producida por el fasor de la corriente rotórica únicamente, y la otra ( $L_m\bar{i}_s$ ) la componente debida a las corriente estática, siendo  $L_m$  la inductancia magnetizante. Luego, la ecuación (5.80) puede ponerse en la siguiente forma:

$$T_e = -\frac{3}{2}(L_r\bar{i}'_r + L_m\bar{i}_s) \times \bar{i}'_r = -\frac{3}{2}L_m\bar{i}_s \times \bar{i}'_r, \quad (5.81)$$

expandiendo la anterior se tiene:

$$T_e = -\frac{3}{2}L_m\bar{i}_s \times \bar{i}'_r = -\frac{3L_m}{2L_s}(L_s\bar{i}_s + L_m\bar{i}'_r) \times \bar{i}'_r, \quad (5.82)$$

dato que el vector  $\bar{i}'_r \times \bar{i}'_r = 0$ . En la (5.82),  $L_s$  es la autoinductancia y, de acuerdo a la definición en (5.36),  $L_s\bar{i}_s + L_m\bar{i}'_r = \bar{\psi}_s$ . Luego, el par electromagnético, siempre considerando una máquina de dos polos, puede ser expresado como:

$$T_e = -\frac{3L_m}{2L_s}\bar{\psi}_s \times \bar{i}'_r. \quad (5.83)$$

Las expresiones derivadas para el valor instantáneo del par electromagnético son válidas para máquinas simétricas trifásicas sin realizar restricción alguna sobre la variación temporal de las corrientes del rotor y del estator, aparte del hecho de no existir componente de secuencia cero. La presunción, generalmente considerada en la teoría de máquinas eléctricas, es que tanto la distribución espacial de la densidad de flujo así como la densidad de corriente son sinusoidales.

### 5.1.2. Las ecuaciones de la tensión en distintos marcos de referencia

**El modelo trifásico convencional** En el marco de referencia estacionario, los voltajes de estator pueden ser expresados como:

$$u_{sA} = R_{sA}i_{sA}(t) + d\psi_{sA}/dt \quad (5.84)$$

$$u_{sB} = R_{sB}i_{sB}(t) + d\psi_{sB}/dt \quad (5.85)$$

$$u_{sC} = R_{sC}i_{sC}(t) + d\psi_{sC}/dt, \quad (5.86)$$

donde se han considerado los valores instantáneos de las tensiones, corrientes y los flujos estáticos (definidos en las expresiones (5.23), (5.24) y (5.25)), así como la resistencia de los arrollamientos  $R_s$ .

Expresiones similares se tienen para las ecuaciones del voltaje rotórico, en el marco de referencia fijo al rotor:

$$u_{ra} = R_r i_{ra}(t) + d\psi_{ra}/dt \quad (5.87)$$

$$u_{rb} = R_r i_{rb}(t) + d\psi_{rb}/dt \quad (5.88)$$

$$u_{rc} = R_r i_{rc}(t) + d\psi_{rc}/dt, \quad (5.89)$$

considerando los valores instantáneos de las tensiones, corrientes y los flujos rotóricos (definidos en las expresiones (5.32), (5.34) y (5.35)), así como la resistencia de los arrollamientos  $R_r$ .

Por conveniencia, las seis expresiones anteriores se pueden combinar en un única expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} u_{sA} \\ u_{sB} \\ u_{sC} \\ u_{ra} \\ u_{rb} \\ u_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_{sr} \cos \theta & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 \\ p\bar{M}_s & R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_s & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 \\ p\bar{M}_s & p\bar{M}_s & R_s + p\bar{L}_s & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta \\ p\bar{M}_{sr} \cos \theta & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 & R_r + p\bar{L}_r & p\bar{M}_r & p\bar{M}_r \\ p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 & p\bar{M}_r & R_r + p\bar{L}_r & p\bar{M}_r \\ p\bar{M}_{sr} \cos \theta_2 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta_1 & p\bar{M}_{sr} \cos \theta & p\bar{M}_r & p\bar{M}_r & R_r + p\bar{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sA} \\ i_{sB} \\ i_{sC} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (5.90)$$

con  $p = d/dt$  y  $\theta = \theta_r$ ,  $\theta_1 = \theta_r + 2\pi/3$  y  $\theta_2 = \theta_r + 4\pi/3$ , con  $\theta_r$  el ángulo del rotor mostrado en la Figura 5.1.

La autoinductancia por fase del estator puede ser expresada por la suma de las inductancias estatóricas de pérdidas y la magnetizante  $\bar{L}_s = \bar{L}_{sl} + \bar{L}_{sm}$ . La relación entre las citadas inductancias se mantiene aún si la distribución de f.m.m. no es sinusoidal. Para una distribución sinusoidal, la inductancia mutua  $\bar{M}_s$  puede ser expresada como [50][95]:

$$\bar{M}_s = L_{sm} \cos(2\pi/3) = -L_{sm}/2.$$

De igual manera, es posible expresar la autoinductancia rotórica por fase  $\bar{L}_r$ , a partir de la de pérdidas y la magnetizante  $\bar{L}_r = \bar{L}_{rl} + \bar{L}_{rm}$ . Para una distribución sinusoidal, la inductancia mutua entre arrollamientos rotóricos es  $\bar{M}_r = L_{rm} \cos(2\pi/3) = -L_{rm}/2$ .

Por simples consideraciones físicas [50], puede mostrarse que la inductancia del estator es  $L_{sm} = (N_{se}/N_{re})\bar{M}_{sr}$ , siendo  $N_{se}$  y  $N_{re}$  las cantidades de vueltas efectivas del estator y del rotor. También puede escribirse  $L_{rm} = (N_{re}/N_{se})\bar{M}_{sr}$ , siguiendo que  $\bar{M}_{sr}^2 = \bar{L}_{sm}\bar{L}_{rm}$ .

Si la inductancia magnetizante trifásica, expresión (5.26), es empleada, entonces:

$$L_s = \bar{L}_s - \bar{M}_s = L_{sl} + L_{sm} + \frac{1}{2}L_{sm} = L_{sl} + \frac{3}{2}L_{sm},$$

y la inductancia trifásica rotórica (5.36), puede ser expresada como:

$$L_r = \bar{L}_r - \bar{M}_r = L_{rl} + L_{rm} + \frac{1}{2}L_{rm} = L_{rl} + \frac{3}{2}L_{rm}.$$

Es importante notar que en la ecuación matricial (5.90), las tensiones y corrientes del estator se encuentran referidas al marco de referencia fijo al estator, luego estas cantidades pueden ser medidas directamente sobre el estator. Sin embargo, las tensiones y corrientes rotóricas están expresadas

en el marco de referencia fijo al rotor, luego deben ser medidos sobre el rotor lo cual se hace casi imposible en el caso de las máquinas jaula de ardilla.

También la (5.90) permite observar que el sistema de ecuaciones diferenciales es no lineal, con coeficientes dependiendo del tiempo, el ángulo del rotor es una función del tiempo y, además, algunos parámetros pueden ser variantes. Por ejemplo, bajo condiciones de saturación, algunas inductancias variarán con las corrientes. Sin embargo, aún cuando todos los parámetros de la matriz de impedancias sean considerados constantes, el ángulo rotórico todavía varía en el tiempo.

Una simplificación significativa puede obtenerse si las variables trifásicas pueden ser reemplazadas por su equivalente bifásico, en este caso se tendrán solamente cuatro ecuaciones de tensión suponiendo la ausencia de la componente de secuencia cero. Luego, la matriz de impedancia habrá reducido su tamaño a 16 elementos frente a los 36 términos de la matriz de impedancias de la expresión (5.90).

### 5.1.3. Las ecuaciones en la forma fasorial

#### Las ecuaciones de la tensión en el marco de referencia estacionario

Empleando las definiciones para los fasores de tensión (5.49) y (5.50), corriente (5.4) y (5.12) y los de los flujos (5.22) y (5.32), las ecuaciones (5.84) - (5.86) y las (5.87) - (5.89) pueden ponerse en la siguiente forma:

$$\bar{u}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\psi}_s}{dt} \quad (5.91)$$

$$\bar{u}'_r = R_r \bar{i}'_r + \frac{d\bar{\psi}'_r}{dt} - j\omega_r \bar{\psi}'_r. \quad (5.92)$$

Las variables intervinientes en las dos ecuaciones precedentes, se repiten a continuación:

$$\bar{u}_s(t) = \frac{2}{3}[1u_{sA}(t) + au_{sB}(t) + a^2u_{sC}(t)] = u_{sD} + ju_{sQ}, \quad (5.93)$$

$$\bar{i}_s(t) = \frac{2}{3}[1i_{sA}(t) + ai_{sB}(t) + a^2i_{sC}(t)] = i_{sD} + ji_{sQ}, \quad (5.94)$$

$$\bar{\psi}_s(t) = \frac{2}{3}[1\psi_{sA}(t) + a\psi_{sB}(t) + a^2\psi_{sC}(t)] = \psi_{sD} + j\psi_{sQ} = L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}'_r, \quad (5.95)$$

y el fasor del voltaje rotórico es:

$$\bar{u}_r(t) = \frac{2}{3}[1u_{ra}(t) + au_{rb}(t) + a^2u_{rc}(t)] = u_{r\alpha} + ju_{r\beta}, \quad (5.96)$$

$$\bar{i}_r(t) = \frac{2}{3}[1i_{ra}(t) + ai_{rb}(t) + a^2i_{rc}(t)] = i_{r\alpha} + ji_{r\beta}, \quad (5.97)$$

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_r(t) &= \frac{2}{3}[1\psi_{ra}(t) + a\psi_{rb}(t) + a^2\psi_{rc}(t)] = L_r \bar{i}_r + L_m \bar{i}'_s \\ &= L_r \bar{i}_r + L_m \bar{i}_s e^{-j\theta_r} = \psi_{r\alpha} + j\psi_{r\beta}. \end{aligned} \quad (5.98)$$

Las cantidades rotóricas referidas al marco de referencia fijo al estator conforme a las ecuaciones (5.59), (5.30) y (5.43) son:

$$\bar{u}'_r = \bar{u}_r e^{j\theta_r} = u_{rd} + ju_{rq}, \quad (5.99)$$

$$\bar{i}'_r = \bar{i}_r e^{j\theta_r} = i_{rd} + ji_{rq}, \quad (5.100)$$

$$\bar{\psi}'_r = \bar{\psi}_r e^{j\theta_r} = L_r \bar{i}_r e^{j\theta_r} + L_m \bar{i}_s = \psi_{rd} + j\psi_{rq}. \quad (5.101)$$

Las cantidades estatóricas referidas al marco de referencia fijo al rotor conforme a las ecuaciones (5.58), (5.44) y (5.46) son:

$$\bar{u}'_s = \bar{u}_s e^{j\theta_r} = u_{sd} + j u_{sq}, \quad (5.102)$$

$$\bar{i}'_s = \bar{i}_s e^{j\theta_r} = i_{sd} + j i_{sq}, \quad (5.103)$$

$$\bar{\psi}'_s = \bar{\psi}_r e^{j\theta_r} = \psi_{sd} + j \psi_{sq}. \quad (5.104)$$

La forma compacta de las ecuaciones (5.91) y (5.92) hace que su aplicación sea muy conveniente. El primer término en dichas expresiones se refiere a las pérdidas óhmicas, el segundo es la f.e.m. del transformador, el que es la primera derivada del flujo del estator y del rotor. En la (5.92), el término  $-j\omega_r \bar{\psi}'_r$  representa la f.e.m. debida a la rotación del rotor y contribuye a la conversión electromecánica de la energía.

En forma matricial, y refiriendo las tensiones al marco de referencia estacionario, las expresiones (5.91) y (5.92) pueden ponerse en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_s \\ \bar{u}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}'_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}'_r \end{bmatrix} - j\omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_m & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}'_r \end{bmatrix}. \quad (5.105)$$

La simplicidad de esta expresión puede contrastarse con la de la (5.90) en la que las variables tensiones y corrientes están presentes, a diferencia de (5.105) en la que se emplean los fasores de tensiones y corrientes. Si dichos fasores se resuelven en los ejes real e imaginario, se obtiene entonces la expresión que corresponde al 'quadrature-phase commutator model' [95]. Así, aplicando relaciones entre fasores, es innecesario el empleo de matrices de transformación como las que aparecen normalmente en el análisis de máquinas eléctricas ([50]) para obtener el modelo en otro marco de referencia.

Si, en cambio, a partir de las (5.99) y (5.100),  $\bar{u}_r = \bar{u}'_r e^{-j\theta_r}$  e  $\bar{i}_r = \bar{i}'_r e^{-j\theta_r}$  y las cantidades rotóricas se expresan en el marco de referencia fijo al rotor, la expresión (5.105) se transforma en:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_s \\ \bar{u}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_s & L_m e^{j\theta_r} \\ L_m e^{-j\theta_r} & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_s \\ \bar{i}_r \end{bmatrix}. \quad (5.106)$$

En este caso, si los fasores se expresan por sus partes real e imaginaria, se tiene el 'quadrature-phase slip-ring model' [95].

### Las ecuaciones de la tensión en un marco de referencia general

En este caso las ecuaciones se refieren a un marco general que rota a una velocidad  $\omega_g$ . El análisis sigue los lineamientos presentados para las variables estatóricas en el marco de referencia rotórico, con la consideración que ahora los ejes directo y en cuadratura,  $x$  e  $y$  giran a una velocidad  $\omega_g = d\theta_g/dt$  arbitraria como se muestra en la Figura 5.3.

El ángulo  $\theta_g$  se define desde el eje real  $x$  respecto del eje real del marco de referencia fijo al estator  $sD$ . Luego, el fasor de corrientes definido en el marco de referencia general, como en (5.103), es:

$$\bar{i}_{sg} = \bar{i}_s e^{-j\theta_g} = i_{sx} + j i_{sy}. \quad (5.107)$$

La ecuación anterior permite obtener el marco de referencia estatórico modificando el ángulo  $\theta_g$  por  $\theta_r$ . La (5.107) puede demostrarse a partir de la Figura 5.3, en el marco estacionario se tiene  $\bar{i}_{sg} = |\bar{i}_s| e^{j\alpha_s}$  y en el marco general  $\bar{i}_{sg} = |\bar{i}_s| e^{j(\alpha_s - \theta_g)}$ , luego

$$\bar{i}_{sg} = |\bar{i}_s| e^{j\alpha_s} e^{-j\theta_g} = \bar{i}_s e^{-j\theta_g}. \quad (5.108)$$



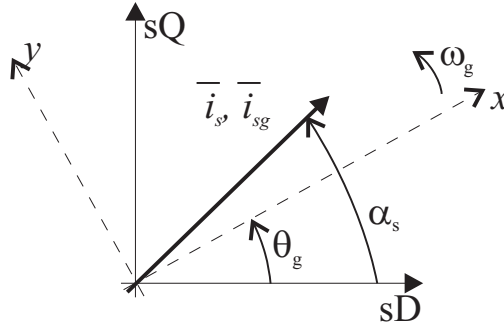


Figura 5.3: El marco de referencia general, transformación de las cantidades estáticas.

Además,

$$\bar{u}_{sg} = \bar{u}_s e^{-j\theta_g} = u_{sx} + j u_{sy}, \quad (5.109)$$

$$\bar{\psi}_{sg} = \bar{\psi}_s e^{-j\theta_g} = \psi_{sx} + j \psi_{sy}. \quad (5.110)$$

Con  $\bar{u}_s$  y  $\bar{\psi}_s$  son los fasores que representan el voltaje y flujo estáticos en el marco de referencia estacionario.

Similares consideraciones pueden realizarse para los fasores rotóricos. En la Figura 5.4 se muestran tres marcos de referencia, el fijo al rotor indicado por  $\theta_r$ , el estacionario fijo al estator y el marco de referencia general.

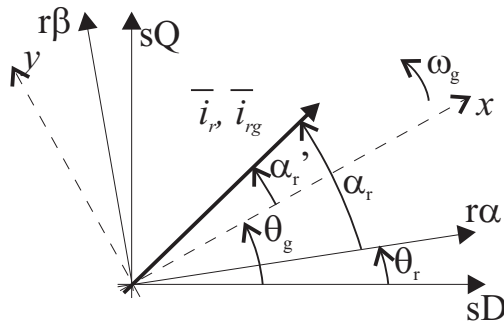


Figura 5.4: El marco de referencia general, transformación de las cantidades rotóricas.

El fasor de la corriente en el marco de referencia rotórico puede ser expresado como  $\bar{i}_r = |\bar{i}_r| e^{j\alpha_r}$ . En el marco de referencia general se tiene  $\bar{i}_{rg} = |\bar{i}_r| e^{j\alpha'_r}$  con  $\alpha'_r = \alpha_r - (\theta_g - \theta_r)$ . Luego,

$$\bar{i}_{rg} = |\bar{i}_r| e^{j\alpha_r} e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = \bar{i}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = i_{rx} + j i_{ry}. \quad (5.111)$$

Además,

$$\bar{u}_{rg} = \bar{u}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = u_{rx} + j u_{ry} \quad (5.112)$$

$$\bar{\psi}_{rg} = \bar{\psi}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = \psi_{rx} + j \psi_{ry}. \quad (5.113)$$

Reemplazando las ecuaciones (5.107) - (5.111) en las expresiones (5.91), (5.92), (5.95) y (5.98) se obtienen:

$$\bar{u}_{sg} = R_s \bar{i}_{sg} + \frac{d\bar{\psi}_{sg}}{dt} - j\omega_g \bar{\psi}_{sg} \quad (5.114)$$

$$\bar{u}_{rg} = R_r \bar{i}_{rg} + \frac{d\bar{\psi}_{rg}}{dt} - j(\omega_g - \omega_r) \bar{\psi}_{rg}, \quad (5.115)$$

donde los flujos estáticos y rotóricos en el marco de referencia general pueden ser expresados en términos de los fasores de corrientes y voltajes como:

$$\bar{\psi}_{sg} = L_s \bar{i}_{sg} + L_m \bar{i}_{rg} \quad (5.116)$$

$$\bar{\psi}_{rg} = L_r \bar{i}_{rg} + L_m \bar{i}_{sg}. \quad (5.117)$$

Las expresiones (5.114) y (5.115) pueden ser puestas en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{sg} \\ \bar{u}_{rg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{sg} \\ \bar{i}_{rg} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{sg} \\ \bar{i}'_{rg} \end{bmatrix} + \\ + j\omega_g \begin{bmatrix} L_s & L_m \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{sg} \\ \bar{i}_{rg} \end{bmatrix} - j\omega_r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ L_m & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_{sg} \\ \bar{i}_{rg} \end{bmatrix}. \quad (5.118)$$

También es posible escribir las cantidades fasoriales en términos de sus componentes reales e imaginarias. Luego, empleando las (5.107), (5.108), (5.111) y (5.112), la ecuación (5.118) puede ser puesta en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_g L_s & pL_m & -\omega_g L_m \\ \omega_g L_s & R_s + pL_s & \omega_g L_m & pL_m \\ pL_m & -(\omega_g - \omega_r)L_m & R_r + pL_r & (-\omega_g - \omega_r)L_r \\ (\omega_g - \omega_r)L_m & pL_m & (\omega_g - \omega_r)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}. \quad (5.119)$$

Si en (5.119) se hace  $\omega_g = 0$ , entonces se obtiene la expresión que corresponde a (5.105). Si  $\omega_g = \omega_1$  con  $\omega_1$  la velocidad sincrónica, entonces para una máquina asíncrona se tiene  $\omega_1 - \omega_r = s\omega_1$  con  $s$  el resbalamiento. Luego, la (5.119) puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_1 L_s & pL_m & -\omega_1 L_m \\ \omega_1 L_s & R_s + pL_s & \omega_1 L_m & pL_m \\ pL_m & -s\omega_1 L_m & R_r + pL_r & -s\omega_1 L_r \\ s\omega_1 L_m & pL_m & s\omega_1 L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}, \quad (5.120)$$

donde  $u_{sx}$ ,  $u_{sy}$  e  $i_{sx}$ ,  $i_{sy}$  son las tensiones y corrientes estáticas en el marco de referencia rotante a velocidad sincrónica. Idénticas consideraciones se mantienen para las cantidades rotóricas.

Además, para una máquina de  $P$  pares de polos, similarmente a la expresión (5.81), el par electromagnético puede ser expresado, en términos de los fasores de las corrientes estáticas y rotóricas, en el marco de referencia general como:

$$T_e = -\frac{3}{2} PL_m \bar{i}_{sg} \times \bar{i}_{rg} = -\frac{3}{2} PL_m \left( i_{sx} i_{ry} - i_{sy} i_{rx} \right). \quad (5.121)$$

En la ecuación (5.80) se presenta otra expresión para el par electromagnético, en el cual  $\bar{\psi}'_r$  e  $\bar{i}'_r$  el flujo y la corrientes rotóricos, se encuentran formulados en el marco de referencia fijo al estator. En el marco de referencia general, a partir de las expresiones (5.111) y (5.113) se definen como:

$$\begin{aligned} \bar{i}_{rg} &= \bar{i}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = \bar{i}_r e^{\theta_r} e^{-j\theta_g}, \\ \bar{\psi}_{rg} &= \bar{\psi}_r e^{-j(\theta_g - \theta_r)} = \bar{\psi}_r e^{\theta_r} e^{-j\theta_g}. \end{aligned}$$

Luego, considerando (5.80), el par electromagnético es:

$$T_e = -\frac{3}{2} \bar{\psi}'_r \times \bar{i}'_r = -\frac{3}{2} \bar{\psi}_{rg} e^{j\theta_g} \times \bar{i}_{rg} e^{j\theta_g} = -\frac{3}{2} \bar{\psi}_{rg} \times \bar{i}_{rg}. \quad (5.122)$$

### 5.1.4. Expresiones para el par electromagnético

Distintas expresiones del par electromagnético pueden ser obtenidas empleando diferentes variables en distintos marcos de referencia. Sin embargo, se demuestra que en los marcos de referencias fijos al flujo rotórico, o al fasor del flujo magnetizante, la expresión del par electromagnético es similar a la expresión del par producido por una máquina de CC con excitación independiente. La analogía mencionada sirve para varias formas de control vectorial, en las que el control de par de la máquina de CA es similar al de una máquina de CC con excitación independiente.

#### Aplicación del marco de referencia general

A los efectos de dar un mejor entendimiento de los procesos físicos que dan lugar a la aparición del par, se puede partir de la ecuación (5.115). En dicha expresión, la fuerza electromotriz 'rotacional' en el arrollamiento rotórico es  $-j\omega_r\psi_{rg} = -j\omega_r(\psi_{rx} + j\psi_{ry})$ . Luego, la componente en el eje real de esta f.e.m. es  $u_{rotx} = \omega_r\psi_{ry}$  y la componente imaginaria es  $u_{roty} = -\omega_r\psi_{rx}$ . Por lo tanto, a partir de considerar la potencia rotórica (que es la potencia mecánica), se tiene:

$$P_{mec} = -\frac{3}{2}\left(u_{rotx}\dot{i}_{rx} + u_{roty}\dot{i}_{ry}\right) = -\frac{3}{2}\omega_r\left(\psi_{ry}\dot{i}_{rx} - \psi_{rx}\dot{i}_{ry}\right) = -\frac{3}{2}\omega_r\bar{\psi}_{rg} \times \bar{i}_{rg}, \quad (5.123)$$

esta expresión, cuando es dividida por la velocidad del rotor  $\omega_r$  da lugar al par electromagnético, que coincide con la (5.122). Para una máquina con  $P$  pares de polos, la (5.122) toma la forma:

$$T_e = -\frac{3}{2}P\bar{\psi}'_r \times \bar{i}'_r = -\frac{3}{2}P\bar{\psi}_{rg} \times \bar{i}_{rg}, \quad (5.124)$$

esta expresión concuerda con el hecho que el par es producido por la interacción entre los fasores del flujo rotórico y de la corriente rotórica. Se puede mostrar que el par también puede obtenerse como el producido por la interacción entre los fasores de la corriente estatórica y de la corriente rotórica. Partiendo de la (5.81), y considerando que la transformación de coordenadas no da lugar al cambio de par, se tiene:

$$T_e = -\frac{3}{2}PL_m\bar{i}_s \times \bar{i}'_r = -\frac{3}{2}PL_m\bar{i}_{sg} \times \bar{i}_{rg}. \quad (5.125)$$

De la (5.83):

$$T_e = -\frac{3}{2}(L_m/L_s)\bar{\psi}_{sg} \times \bar{i}_{rg}. \quad (5.126)$$

Partiendo de la (5.125), se puede escribir:

$$T_e = \frac{3}{2}PL_m\bar{i}_{rg} \times \bar{i}_{sg}, \quad (5.127)$$

considerando que  $\bar{i}_{sg} \times \bar{i}_{sg} = 0$  y empleando la (5.116), se puede escribir:

$$T_e = \frac{3}{2}P(L_s\bar{i}_{sg} + L_m\bar{i}_{rg}) \times \bar{i}_{sg} = \frac{3}{2}P\bar{\psi}_{sg} \times \bar{i}_{sg}. \quad (5.128)$$

Además, también se puede dividir el flujo estatórico como la suma de un flujo de pérdidas  $\bar{\psi}_{slg}$  y uno magnetizante  $\bar{\psi}_{smg}$ . Luego, partiendo de la (5.116) se puede escribir:

$$\bar{\psi}_{sg} = \bar{\psi}_{slg} + \bar{\psi}_{smg} = L_{sl}\bar{i}_{sg} + L_m\bar{i}_{mg}. \quad (5.129)$$

Con los flujos expresados en el marco de referencia general y  $L_{sl}$  la inductancia de pérdidas del arrollamiento estático. Si se considera que el rotor y el estator poseen igual cantidad efectiva de vueltas, se tiene que:

$$\bar{\psi}_{mg} = L_m \bar{i}_{mg}, \quad (5.130)$$

que da lugar al flujo magnetizante en el marco de referencia general, con  $\bar{i}_{mg}$  el fasor de la corriente magnetizante en el mismo marco de referencia,

$$\bar{i}_{mg} = \bar{i}_{rg} + \bar{i}_{sg}. \quad (5.131)$$

Reemplazando las (5.129) - (5.131) en la (5.128), se tiene:

$$T_e = \frac{3}{2}P(L_{sl}\bar{i}_{sg} + L_m\bar{i}_{mg}) \times \bar{i}_{sg} = \frac{3}{2}PL_m\bar{i}_{mg} \times \bar{i}_{sg} = \frac{3}{2}P\bar{\psi}_{mg} \times \bar{i}_{sg}, \quad (5.132)$$

que concuerda con el hecho físico que el par electromagnético puede ser expresado como el producto vectorial entre la corriente magnetizante y la corriente estática. Como es esperado, el flujo de pérdidas no interviene en la producción del par.

Resolviendo los fasores en sus partes real e imaginaria, es posible obtener el par electromagnético en términos de las componentes en los dos ejes en el marco de referencia general. Partiendo de la (5.132), con  $\bar{\psi}_{mg} = \psi_{mx} + j\psi_{my}$  y  $\bar{i}_{sg} = i_{sx} + ji_{sy}$ ,

$$T_e = \frac{3}{2}P(\psi_{mx}i_{sy} - \psi_{my}i_{sx}). \quad (5.133)$$

La expansión de la (5.127) da lugar a la siguiente expresión, considerando que  $\bar{i}_{sg} \times \bar{i}_{sg} = 0$ :

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2}PL_m\bar{i}_{rg} \times \bar{i}_{sg} = \frac{3}{2}P\frac{L_m}{L_r}(L_r\bar{i}_{rg} \times \bar{i}_{sg}) \\ &= \frac{3}{2}P\frac{L_m}{L_r}(L_r\bar{i}_{rg} + L_m\bar{i}_{sg}) \times \bar{i}_{sg} = \frac{3}{2}P\frac{L_m}{L_r}\bar{\psi}_{rg} \times \bar{i}_{sg}. \end{aligned} \quad (5.134)$$

La resolución en las componentes de los ejes directo ( $x$ ) y en cuadratura ( $y$ ) en el marco de referencia general y empleando  $\bar{\psi}_{rg} = \psi_{rx} + j\psi_{ry}$ ,  $\bar{i}_{sg} = i_{sx} + ji_{sy}$ ,

$$T_e = \frac{3}{2}P\frac{L_m}{L_r}(\psi_{rx}i_{sy} - \psi_{ry}i_{sx}), \quad (5.135)$$

con  $\psi_{rx}$  y  $\psi_{ry}$  las componentes del flujo rotórico en el marco de referencia general, los cuales a partir de las ecuaciones (5.117) pueden ser expresados como  $\psi_{rx} = L_r i_{rx} + L_m i_{rx}$  y  $\psi_{ry} = L_r i_{ry} + L_m i_{sy}$ .

## 5.2. Fundamentos del control vectorial

En el pasado, las máquinas de corriente continua (CC), han sido ampliamente empleadas en áreas donde la operación a velocidad variable era requerida, dado que el flujo y par podían ser fácilmente controlados por medio de la corriente de campo. En particular, la excitación independiente de los motores de CC ha sido principalmente empleada cuando se requieren aplicaciones de respuesta rápida y operación en los cuatro cuadrantes con alta performance a bajas velocidades. Sin embargo, poseen ciertas desventajas debidas a la existencia del conmutador y las escobillas. Lo anterior implica, mantenimiento periódico, la imposibilidad de operar en ambientes corrosivos y/o explosivos y la limitada capacidad del conmutador a elevadas velocidades de operación. Los mencionados problemas pueden disminuirse con la aplicación de las máquinas de corriente alterna

(CA), que poseen una estructura más simple y robusta, menor mantenimiento, más economía y son inmunes a elevados requerimientos de sobrecarga. Además, poseen menores dimensiones a iguales rangos de potencia.

Las máquinas de CA han sido aplicadas, en el pasado, en tareas relativamente poco importantes dadas las limitaciones de costos de los convertidores de frecuencia estáticos, y en los casos en los cuales se presentaban las limitaciones de las máquinas de CC ya mencionadas. Sin embargo, resultado del progreso del campo de la electrónica de potencia, la tendencia actual hacia convertidores de potencia más eficientes y baratos ha invertido el compromiso costo - beneficio frente a aplicaciones con máquinas de CC. Así, los modernos convertidores estáticos permiten incorporar en las máquinas de CA, control de par y funcionamiento de alta performance en los cuatro cuadrantes.

Las técnicas de control vectorial incorporan rápidos microprocesadores y DSPs que han permitido la posibilidad del control de las máquinas de CA conforme a los requerimientos planteados. En el pasado tales técnicas no podrían haber sido empleadas dada la complejidad de hardware y software necesarios para resolver el problema. Como para las máquinas de CC, el control de par de las máquinas de CA, es alcanzado manipulando las corrientes. Sin embargo, en contraste con las máquinas de CC, se debe controlar el módulo y la fase de las corrientes, es decir, el vector de corrientes debe ser controlado. Esta razón da origen al nombre "control vectorial". En las máquinas de CC, la orientación del flujo de campo y de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de armadura está dada por el conmutador y las escobillas, mientras que en las máquinas de CA, el ángulo entre el campo y la f.m.m. requiere control externo. En ausencia de este control, el mencionado ángulo varía con la carga apareciendo respuestas oscilatorias indeseadas. Con control vectorial, las componentes de corriente de par y de flujo están desacopladas y la respuesta transitoria es similar a los de una máquina de CC de excitación independiente.

### 5.2.1. Control de las máquinas de CC

Consecuencia de la ortogonalidad estacionaria de los ejes de los campos, la estructura de las máquinas de CC es relativamente simple, aunque su construcción es complicada. En la máquina de CC de excitación independiente, el par  $T_e$  es proporcional al producto de la corriente de campo  $i_f$  y la corriente de armadura  $i_a$ ,

$$T_e = c i_f i_a = c_1 \psi i_a, \quad (5.136)$$

donde  $c$  y  $c_1$  son constantes y  $\psi$  es el flujo. El flujo puede ser establecido tanto por un arrollamiento independiente como por imanes permanentes. Luego, el control de par es alcanzado manipulando la corriente de armadura y, entonces, una rápida respuesta es obtenida si la corriente de armadura cambia rápidamente y el flujo permanece constante.

### 5.2.2. Control de las máquinas de CA de inducción

Las máquinas de inducción jaula de ardilla son simples y fuertes, siendo consideradas los caballos de batalla de la industria. Sin embargo, la estructura de estas máquinas es complicada por el campo magnético rotante y dado que las corrientes del rotor o el campo rotórico no pueden ser directamente medidas.

El mecanismo de la producción de par en la máquina de CA es similar a la de CC. La formulación bien conocida en los textos de máquinas eléctricas [50] implica que, para determinar el par electromagnético instantáneo de la máquina de inducción, es también necesario conocer las corrientes rotóricas y la posición del rotor. No obstante, se puede mostrar que, de manera similar al

caso de las máquinas de CC con excitación independiente, el par electromagnético instantáneo de una máquina de inducción puede ser expresado como el producto de una corriente y un flujo, si se emplea en un marco de referencia conocido como de *flujo orientado*, el denominado control de flujo orientado. En el caso anterior, las componentes de las corrientes estáticas (que están expresadas en un marco de referencia estacionario) son transformadas en un nuevo marco de referencia rotante, que gira conforme al vector que representa al flujo concatenado. Aunque más adelante se propone otra forma de control vectorial, se considerarán, en principio, tres posibilidades de selección del mencionado vector, el del flujo estático concatenado, el del flujo rotórico concatenado o el del flujo magnetizante concatenado. El par electromagnético en los tres casos es como sigue:

$$T_e = C_{1s} |\bar{\psi}_s| i_{sy}^s \quad \text{control vectorial orientado según el flujo estático,} \quad (5.137)$$

$$T_e = C_{1r} |\bar{\psi}_r| i_{sy}^r \quad \text{control vectorial orientado según el flujo rotórico,} \quad (5.138)$$

$$T_e = C_{1m} |\bar{\psi}_m| i_{sy}^m \quad \text{control vectorial orientado según el flujo magnetizante.} \quad (5.139)$$

Las expresiones anteriores son similares a la ecuación (5.136), para condiciones de operación lineales  $c_{1s}$ ,  $c_{1r}$  y  $c_{1m}$  son constantes y  $|\bar{\psi}_s|$ ,  $|\bar{\psi}_r|$  y  $|\bar{\psi}_m|$  son los módulos de los flujos que corresponden al estator, rotor y flujo magnetizante concatenados. El par es producido por las corrientes (estática, rotórica y magnetizante) orientadas según el marco de referencia empleado, el cual se denota por el superíndice.

En cualquiera de los casos presentados, si el flujo es constante, un cambio en la corriente produce un cambio en el par.

### 5.2.3. Marco de referencia fijo al fasor del flujo magnetizante

En la Figura 5.5, se muestra el esquema de una máquina de inducción, con arrollamientos estáticos  $sD$  y  $sQ$  (por simplicidad) y arrollamientos rotóricos polifásicos cortocircuitados.

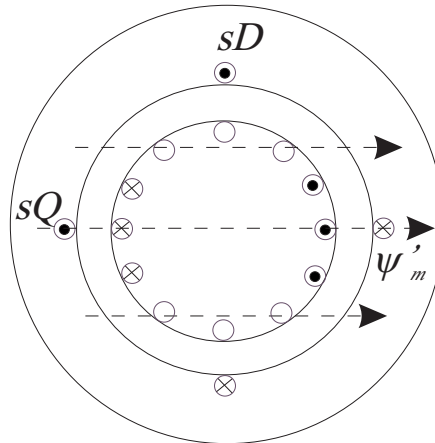


Figura 5.5: Esquema de la máquina de CA con los bobinados en cuadratura.

La corriente estática del eje directo  $i_{sD}$  produce el flujo magnetizante  $\psi'_m$ . Si la corriente en cuadratura  $i_{sQ}$  es repentinamente inyectada en el arrollamiento  $sQ$ , la corriente  $i'_r$  que fluirá en los arrollamientos rotóricos en el primer instante de tiempo  $t_0$  es  $i'_r = -i_{sQ}$ . Luego, se tiene el diagrama fasorial mostrado en la Figura 5.6 donde  $i_s = i_{sD} + j i_{sQ}$  es el fasor de las corrientes estáticas e  $i'_r$  el fasor de las corrientes rotóricas en el marco de referencia estacionario.

A partir de la (5.131), la suma de las corrientes rotóricas y estáticas da la corriente magnetizante si los arrollamientos rotóricos y estáticos se asumen de igual cantidad efectiva de vueltas.

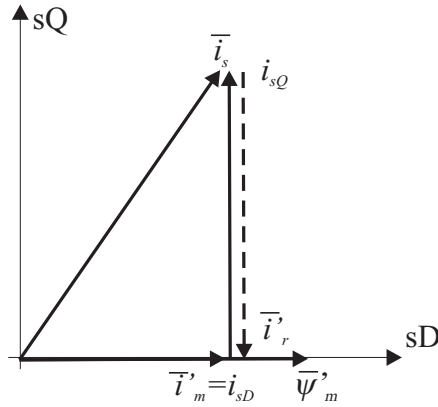


Figura 5.6: Fasores  $\bar{i}_s$ ,  $\bar{i}'_r$  y  $\bar{\psi}'_m$  en el instante  $t_0$ .

Luego, de la (5.130) el flujo magnetizante en el marco de referencia estacionario es  $\bar{\psi}'_{mg} = L_m \bar{i}'_{mg}$ , proporcional a la corriente magnetizante si la inductancia  $L_m$  es constante y coaxial con el eje directo del marco de referencia estacionario. Sin embargo, a  $t > t_0$  el diagrama fasorial debe ser modificado, ya que el campo cambia para inducir las corrientes rotóricas. Por simplicidad se asume que el rotor se encuentra fijo en la misma posición que en la Figura 5.6. El nuevo diagrama se muestra en la Figura 5.7, con los nuevos (modificados) flujo magnetizante y corriente rotórica.

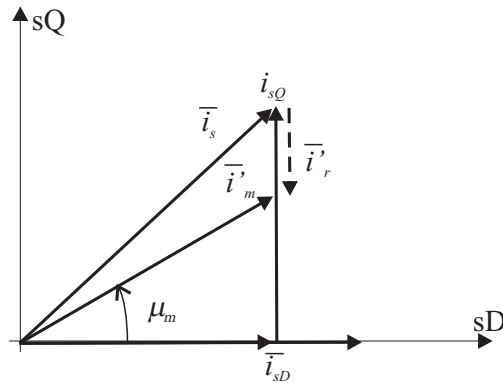


Figura 5.7: Fasores  $\bar{i}_s$ ,  $\bar{i}'_r$  y  $\bar{i}'_m$  en el instante  $t > t_0$ .

Obviamente, en contraste con la Figura 5.6, el fasor del flujo magnetizante no es coaxial con el eje directo del marco de referencia estacionario y tampoco está en el eje de cuadratura de dicha referencia. El flujo se encuentra rotado un ángulo  $\mu_m$  con respecto al eje  $sD$ .

Sin embargo, si se realiza una rotación ficticia del estator un ángulo  $\mu_m$  en la dirección contraria a las agujas del reloj, el fasor del flujo magnetizante  $\bar{\psi}'_{mg} = L_m \bar{i}'_{mg}$  vuelve a ser coaxial con el eje directo y en cuadratura con el eje de cuadratura, como muestra la Figura 5.8.

Como el estator no puede ser continuamente rotado para asegurar la descomposición en dos corrientes, una de las cuales produce el flujo magnetizante y otra el par electromagnético, un marco de referencia especial ( $x$  e  $y$ ) debe ser empleado. Existen varios caminos para seleccionar el mencionado marco de referencia, uno es tal que rota a la velocidad del flujo magnetizante y posee su eje real coaxial a dicho flujo, como se muestra en la Figura 5.9.

En la Figura 5.9, si en el marco de referencia estacionario ( $sD$ ,  $sQ$ ) el flujo magnetizante se define como:

$$\bar{\psi}'_m = |\bar{\psi}_m| e^{j\mu_m} = \psi_{mD} + j\psi_{mQ}, \quad (5.140)$$

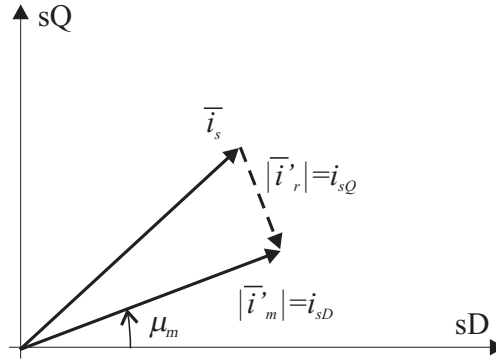


Figura 5.8: Fasores de corrientes cuando el estator es rotado un ángulo  $\mu_m$ .

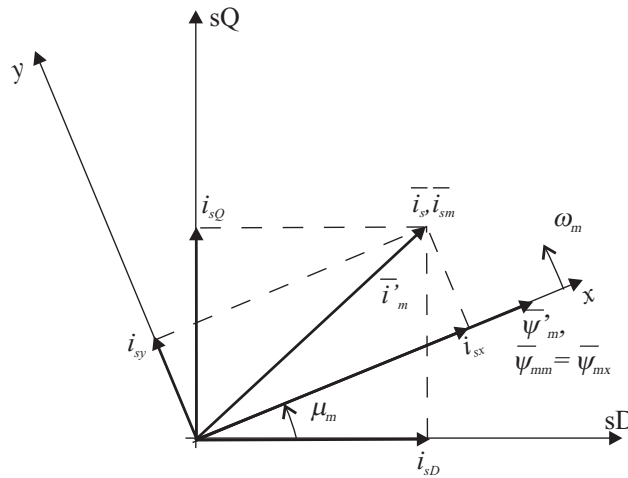


Figura 5.9: Relación entre los marcos de referencia estacionario ( $sD$  y  $sQ$ ) y el especial ( $x, y$ ) coaxial con el flujo magnetizante.

donde  $|\bar{\psi}_m|$  y  $\mu_m$  son el módulo y el ángulo del flujo magnetizante y  $\psi_{mD}$  y  $\psi_{mQ}$  son las componentes en los dos ejes en el marco de referencia estacionario. El fasor de las corrientes estáticas en el marco de referencia especial, que rota a velocidad

$$\omega_m = \frac{d\mu_m}{dt} \quad (5.141)$$

es

$$\bar{i}_{sm} = \bar{i}_s e^{-j\mu_m} = i_{sx} + j i_{sy}, \quad (5.142)$$

con  $\bar{i}_s$  el fasor de las corrientes estáticas en el marco de referencia estacionario. Conforme a la Figura 5.9, se puede escribir,

$$\bar{i}_{sm} = i_{sx} + j i_{sy} = (i_{sD} + i_{sQ}) e^{-j\mu_m} \quad (5.143)$$

que puede ponerse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mu_m & \sin \mu_m \\ -\sin \mu_m & \cos \mu_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sD} \\ i_{sQ} \end{bmatrix}. \quad (5.144)$$

La (5.144) muestra cómo las corrientes estáticas directa y en cuadratura en el marco de referencia especial, pueden ser obtenidas a partir de sendas componentes en el marco de referencia



estacionario si el ángulo  $\mu_m$ , el cual varía continuamente, es conocido. En el marco de referencia especial, el eje directo es coaxial con el flujo magnetizante, luego la componente del último en el eje en cuadratura es nula. Entonces, de las ecuaciones (5.132) o (5.133) y en el marco de referencia especial, el par electromagnético es proporcional al producto del módulo del flujo  $|\bar{\psi}_m|$  y la componente en cuadratura de la corriente del estator  $i_{sy}$ ,

$$T_e = \frac{3}{2}P|\psi_m|i_{sy}. \quad (5.145)$$

La expresión anterior se puede expandir. Considerando las (5.130) y (5.132), siempre en el marco de referencia especial, el flujo, el cual contiene solamente una componente en el eje directo ( $\bar{\psi}_{mm} = \bar{\psi}_{mx}$ ), puede ser expresado como

$$\psi_{mx} = \bar{\psi}_{mm} = L_m\bar{i}_{mm} = L_m(\bar{i}_{sm} + \bar{i}_{rm}) = L_m i_{mx} = |\bar{\psi}_m| = L_m|\bar{i}_{mm}|, \quad (5.146)$$

con  $\bar{i}_{sm}$  definida en la ecuación (5.142) y con el fasor de las corrientes rotóricas en el marco de referencia especial ( $\bar{i}_{rm}$ ) obtenido de la expresión (5.111) con  $\theta_g = \mu_m$  como

$$\bar{i}_{rm} = \bar{i}_r e^{-j(\mu_m - \theta_r)} = i_{rx} + j i_{ry}. \quad (5.147)$$

Luego, sustituyendo la (5.146) en la (5.145), el par electromagnético

$$T_e = \frac{3}{2}P\psi_{mx}i_{sy} = \frac{3}{2}PL_m i_{mx}i_{sy}, \quad (5.148)$$

con  $i_{mx}$  es la componente de corriente que produce el flujo e  $i_{sy}$  la que produce el par. La ecuación (5.145) es la base del control de flujo orientado, que puede ser implementado en diferentes formas.

#### 5.2.4. Marco de referencia fijo al fasor del flujo estatórico

Conforme a la expresión (5.132) el par electromagnético puede ser expresado en términos del producto vectorial entre el flujo y la corriente estatórica. De la (5.128), si se emplea un marco de referencia especial fijo al flujo estatórico, es decir, donde la componente en cuadratura del flujo es nula, tanto en estado estacionario como en el transitorio, el par para una máquina de  $P$  pares de polos puede escribirse como:

$$T_e = \frac{3}{2}P\psi_{sx}i_{sy}. \quad (5.149)$$

Aquí,  $\psi_{sx}$  es la componente en el eje real del flujo estatórico en el marco de referencia especial que rota a la velocidad del fasor del flujo estatórico ( $\omega_{ms}$ ) y la corriente  $i_{sy}$  es la componente imaginaria del fasor de la corriente estatórica en el mismo eje de referencia.

Las componentes de las diferentes variables en el marco de referencia especial se relacionan con las componentes expresadas en el marco de referencia estacionario como sigue. A partir de la (5.95) en el marco de referencia estacionario, el fasor del flujo estatórico puede ser expresado como:

$$\bar{\psi}_s = \psi_{sD} + j\psi_{sQ} = |\bar{\psi}_s|e^{j\rho_s}, \quad (5.150)$$

que da cuenta de las componentes del flujo en los eje estacionarios y del módulo del mismo, con  $\rho_s$  el ángulo de fase con respecto al eje real del marco de referencia estacionario. La velocidad del marco especial de referencia puede ser expresada como:

$$\omega_m = \frac{d\rho_s}{dt}. \quad (5.151)$$

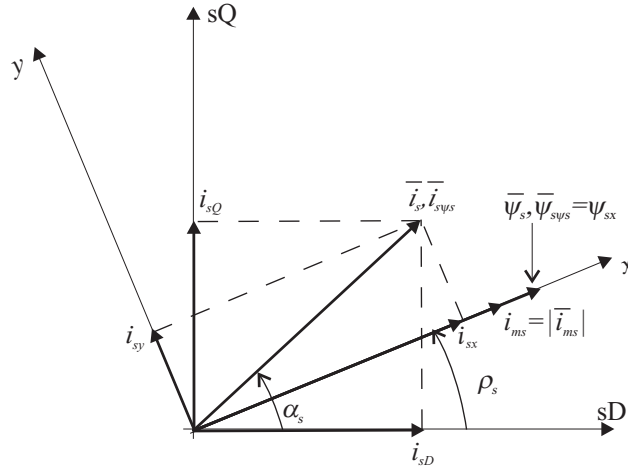


Figura 5.10: Relación entre el marco de referencia estacionario y en el especial fijo al flujo estático.

La Figura 5.10, muestra la relación entre los marcos de referencia especial y estacionario.

Partiendo de las expresiones (5.107) y (5.110), en el marco de referencia especial, mostrado en la Figura 5.10 ( $\theta_g = \rho_s$ ), los fasores de la corriente y el flujo estático son expresados como:

$$\bar{i}_{s\psi_s} = \bar{i}_s e^{-j\rho_s} = (i_{sD} + j i_{sQ}) e^{-j\rho_s} = i_{sx} + j i_{sy}, \quad (5.152)$$

$$\bar{\psi}_{s\psi_s} = \bar{\psi}_s e^{-j\rho_s} = (\psi_{sD} + j \psi_{sQ}) e^{-j\rho_s} = \psi_{sx} + j \psi_{sy} \quad (5.153)$$

expresiones en las que aparecen las dos componentes en el marco de referencia especial de la corriente y del flujo rotórico ( $i_{sx}$  e  $j i_{sy}$ ,  $\psi_{sx}$  y  $j \psi_{sy}$ ), y las componentes en el marco de referencia estacionario  $i_{sD}$  e  $j i_{sQ}$  y  $\psi_{sD}$ ,  $j \psi_{sQ}$ . Reemplazando la (5.150) en la (5.153) se tiene:

$$\bar{\psi}_{s\psi_s} = |\bar{\psi}_s| e^{j\rho_s} e^{-j\rho_s} = \psi_{sx} + j0 = \psi_{sx} = |\bar{\psi}_s|, \quad (5.154)$$

que demuestra matemáticamente que en el marco de referencia especial, el fasor del flujo estático contiene solamente la componente en el eje directo, que es igual al módulo del fasor ya que ha sido deliberadamente alineado. La expresión (5.152) puede ponerse en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \rho_s & \sin \rho_s \\ -\sin \rho_s & \cos \rho_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sD} \\ i_{sQ} \end{bmatrix}. \quad (5.155)$$

Es posible expresar la ecuación del par en tal forma que el flujo estático  $\psi_{sx}$  se exprese en términos de las corrientes. Luego, el fasor del flujo estático expresado en el marco de referencia especial (definido en la (5.153)) se expresa en términos de las corrientes de estator y rotor a partir de (5.116) como

$$\bar{\psi}_{s\psi_s} = L_s \bar{i}_{s\psi_s} + L_m \bar{i}_r \psi_s \quad (5.156)$$

con  $\bar{i}_{s\psi_s}$  definida en (5.152) y  $\bar{i}_r \psi_s$  el fasor de las corrientes rotóricas definido en el marco de referencia especial. De las ecuaciones (5.100), (5.111) y haciendo  $\theta_g = \rho_s$  se tiene:

$$\bar{i}_r \psi_s = i_{rx} + i_{ry} = \bar{i}_r e^{-j(\rho_s - \theta_r)} = \bar{i}_r e^{j\theta_r} e^{-j\rho_s} = \bar{i}'_r e^{-j\rho_s} = (i_{rd} + i_{rq}) e^{-j\rho_s}, \quad (5.157)$$

con  $\bar{i}_r$  el fasor de la corriente rotórica en el marco de referencia rotórico e  $\bar{i}'_r$  referida al marco de referencia fijo al estator. Luego se puede definir la corriente magnetizante estática  $i_{ms}$  en el marco

de referencia especial, que rota a velocidad  $\omega_{ms}$ . De las expresiones (5.156) y (5.157) se tiene:

$$\bar{i}_{ms} = \frac{\bar{\psi}_{s\psi s}}{L_m} = \frac{L_r}{L_m} \bar{i}_{s\psi s} + \bar{i}_{r\psi s} = \bar{i}_{r\psi s} + (1 + \sigma_s) \bar{i}_{s\psi s}. \quad (5.158)$$

Dado que por la elección de un marco de referencia especial,  $\bar{\psi}_{s\psi s}$  está alineado con el eje real, posee una única componente. De la expresión anterior, el fasor de la corriente magnetizante será coaxial con  $\bar{\psi}_{s\psi s}$  como muestra la Figura 5.10. Partiendo de la (5.158) se tiene:

$$\bar{i}_{ms} = i_{msx} + j i_{msy} = i_{msx} = |\bar{i}_{ms}| = \frac{\bar{\psi}_{sx}}{L_m} = \bar{i}_{s\psi s} + (1 + \sigma_s) \bar{i}_{r\psi s}, \quad (5.159)$$

luego, la sustitución de la ecuación (5.159) en la (5.149) da lugar a:

$$T_e = \frac{3}{2} P L_m |\bar{i}_{ms}| i_{sy}, \quad (5.160)$$

con  $|\bar{i}_{ms}|$  la componente de la corriente que produce el flujo e  $i_{sy}$  la componente que produce el par. Esta ecuación es similar a la ecuación del par electromagnético producido por una máquina de CC de excitación independiente. Luego, el par puede ser independientemente controlado si se actúa sobre estas corrientes. Debe remarcararse finalmente, que estas corrientes en estado estacionario son valores de CC.

### 5.3. Control Vectorial Orientado según el Flujo Estatórico de las Máquinas de Inducción de Rotor Bobinado

#### 5.3.1. Fasores de las corrientes magnetizante y rotórica en el marco de referencia del flujo estatórico

Como indica la expresión (5.160) se puede controlar el par electromagnético de una máquina de CA manipulando el módulo del fasor de la componente productora del par ( $i_{sy}$ ). Luego, en la (5.160), la corriente magnetizante puede ser puesta en términos de los fasores de las corrientes rotóricas y estatóricas expresadas en el marco de referencia del flujo estatórico orientado ( $i_{s\psi s}, i_{s\psi r}$ ) como en la expresión (5.158):

$$|\bar{i}_{ms}| = \bar{i}_{r\psi s} + \frac{L_s}{L_m} \bar{i}_{s\psi s} = (i_{rx} + j i_{ry}) + (i_{sx} + j i_{sy}) \frac{L_s}{L_m}, \quad (5.161)$$

con  $i_{sx}, i_{sy}, i_{rx}, i_{ry}$  las componentes directa y en cuadratura de la corriente estatórica y de la corriente rotórica en el marco de referencia orientado por el flujo estatórico. En la expresión (5.152)

$$\bar{i}_{s\psi s} = i_{sx} + j i_{sy} = (i_{sD} + j i_{sQ}) e^{-j\rho_s}, \quad (5.162)$$

con  $i_{sD}, i_{sQ}$  las corrientes en los ejes directo y en cuadratura de la corriente estatórica en el marco de referencia estacionario y el ángulo  $\rho_s$  da la posición de la corriente estatórica magnetizante con respecto al eje real ( $sD$ ) del marco de referencia estacionario (Figura 5.10). El fasor que representa a las corrientes rotóricas en el marco de referencia fijo al rotor puede ser expresado en términos de las componentes en sus dos ejes como  $\bar{i}_{r\psi r} = i_{r\alpha} + j i_{r\beta} = |\bar{i}_r| e^{j\alpha_r}$

$$\bar{i}_{r\psi s} = i_{rx} + j i_{ry} = (i_{r\alpha} + j i_{r\beta}) e^{j\theta_r} e^{-j\rho_s} = |\bar{i}_r| e^{j(\alpha_r + \theta_r - \rho_s)}. \quad (5.163)$$

En la Figura 5.11 se muestran el fasor de la corriente magnetizante y el de la corriente rotórica junto con los ángulos  $\alpha_r, \theta_r$  y  $\rho_s$ .

Además, de la Figura 5.11 el ángulo  $\phi_r = \alpha_r + \theta_r - \rho_s$ , es el ángulo de par dado que representa el ángulo entre el fasor de la corriente rotórica con respecto al fasor de la corriente magnetizante del estator.

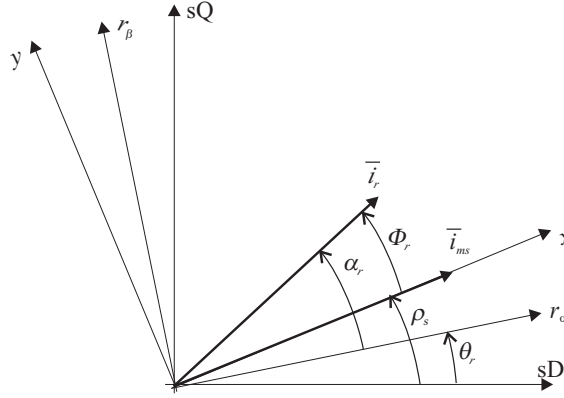


Figura 5.11: Fasores de la corriente magnetizante y de la rotórica.

### 5.3.2. Tensión estática para una máquina doblemente alimentada (rotor bobinado)

Considerando las ecuaciones (5.114) y (5.116), que definen los fasores que corresponden a la tensión estática y al flujo en el marco de referencia general, despreciando los efectos de la saturación, se obtiene la siguiente expresión, en el marco de referencia fijo al fasor del flujo estático concatenado que rota a velocidad  $\omega_{ms} = d\rho_s/dt$ :

$$\bar{u}_{s\psi_s} = R_s \bar{i}_{s\psi_s} + L_s \frac{d\bar{i}_{s\psi_s}}{dt} + L_m \frac{d\bar{i}_{r\psi_s}}{dt} + j\omega_{ms} L_s \bar{i}_{s\psi_s} + j\omega_{ms} L_m \bar{i}_{r\psi_s}, \quad (5.164)$$

como en la ecuación (5.162), que define el fasor de la corriente estática en el marco de referencia de flujo estático orientado, el fasor del voltaje en el mismo marco de referencia puede ser expresado como:

$$\bar{u}_{s\psi_s} = u_{sx} + ju_{sy} = (u_{sD} + ju_{sQ})e^{-j\rho_s}. \quad (5.165)$$

Para una máquina doblemente alimentada, partiendo de la (5.161) se tiene:

$$\bar{i}_{s\psi_s} = \frac{L_m}{L_s} (|\bar{i}_{ms}| - \bar{i}_{r\psi_s}), \quad (5.166)$$

que cuando es reemplazada en la (5.164) da

$$\bar{u}_{s\psi_s} = \frac{R_s L_m}{L_s} (|\bar{i}_{ms}| - \bar{i}_{r\psi_s}) + \frac{L_m d|\bar{i}_{ms}|}{dt} + j\omega_{ms} L_m |\bar{i}_{ms}|, \quad (5.167)$$

que puede ponerse como:

$$\tau_s \frac{L_s d|\bar{i}_{ms}|}{dt} + |\bar{i}_{ms}| (1 + j\omega_{ms} \tau_s) = \bar{u}_{s\psi_s} \frac{L_s}{R_s L_m} + \bar{i}_{r\psi_s}, \quad (5.168)$$

con  $\tau_s = L_s/R_s$  la constante de tiempo del estator. Considerando las definiciones del voltaje, las corrientes estática y rotórica en términos de las componentes en los dos ejes en el marco de referencia del flujo estático orientado (expresiones (5.162), (5.163) y (5.165)) la solución de la (5.168) en sus partes real e imaginaria es:

$$\tau_s \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt} + |\bar{i}_{ms}| = \frac{L_s}{R_s L_m} \bar{u}_{sx} + i_{rx} \quad (5.169)$$

$$\omega_{ms} \tau_s |\bar{i}_{ms}| = \frac{L_s}{R_s L_m} \bar{u}_{sy} + i_{ry}. \quad (5.170)$$

#### 5.4. CONTROL DE LA MÁQUINA DOBLEMENTE ALIMENTADA (ROTOR BOBINADO) 75

Para una máquina doblemente alimentada, las componentes del voltaje estático pueden ser obtenidas como sigue. El fasor de voltaje expresado en el marco de referencia fijo al estator es:

$$\bar{u}_s = \sqrt{2}U_s e^{j\omega_1 t}, \quad (5.171)$$

con  $U$  el valor eficaz de la tensión de fase y  $t$  es el tiempo. Luego, reemplazando la (5.171) en la (5.165) se tiene:

$$\bar{u}_{s\psi_s} = \sqrt{2}U_s e^{j(\omega_1 t - \rho_s)} = u_{sx} + j u_{sy} \quad (5.172)$$

$$\bar{u}_{sx} = \sqrt{2}U_s \cos(\omega_1 t - \rho_s) \quad (5.173)$$

$$\bar{u}_{sy} = \sqrt{2}U_s \sin(\omega_1 t - \rho_s) \quad (5.174)$$

#### 5.3.3. Tensión rotórica para una máquina doblemente alimentada (rotor bobinado)

Reemplazando la (5.166) en la expresión que corresponde a la segunda fila de la expresión (5.118), el fasor de la tensión rotórica en el marco de referencia orientado por el flujo estático es:

$$\bar{u}_{r\psi_s} = (R_r + L'_r p) \bar{i}_{r\psi_s} + \frac{L_m^2}{L_s} p |\bar{i}_{ms}| + j\omega_{sl} \left[ \frac{L_m^2}{L_s} |\bar{i}_{ms}| + L'_r |\bar{i}_{r\psi_s}| \right], \quad (5.175)$$

que puede resolverse según los ejes directo y en cuadratura como:

$$\tau'_r \frac{d\bar{i}_{rx}}{dt} + \bar{i}_{rx} = \frac{u_{rx}}{R_r} + \omega_{sl} \tau'_r \bar{i}_{ry} - (\tau_r - \tau'_r) \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt}, \quad (5.176)$$

$$\tau'_r \frac{d\bar{i}_{ry}}{dt} + \bar{i}_{ry} = \frac{u_{ry}}{R_r} - \omega_{sl} \tau'_r \bar{i}_{rx} - \omega_{sl} (\tau_r - \tau'_r) |\bar{i}_{ms}|, \quad (5.177)$$

con  $\tau_r = L_r/R_r$  y  $\tau'_r = L'_r/R_r = (L_r - L_m^2/L_s)$ . El acoplamiento entre las componentes de los ejes  $x$  e  $y$  puede eliminarse por medio de las siguientes expresiones, considerando los voltajes de rotación de las expresiones anteriores y asumiendo la operación a flujo estático constante ( $|\bar{i}_{ms}| = cte$ )

$$u_{drx} = -\omega_{sl} L'_r \bar{i}_{ry}, \quad (5.178)$$

$$u_{dry} = \omega_{sl} L'_r \bar{i}_{rx} + \omega_{sl} (L_r - L'_r) |\bar{i}_{ms}|. \quad (5.179)$$

Valores que deben ser adicionados a las salidas de los controladores de las corrientes  $\bar{i}_{rx}$  e  $\bar{i}_{ry}$ . Así, para mejorar la performance dinámica, se debe sumar un término apropiado a la salida del controlador rotórico, que en el caso de  $|\bar{i}_{ms}| = cte$  compensa el último término de la expresión (5.177), el cual actúa como una perturbación para la corriente de los controladores.

#### 5.4. Control de la máquina doblemente alimentada (rotor bobinado)

En la Figura 5.12, se muestra el esquema eléctrico que considera a los convertidores que, actuando 'espalda contra espalda', intervienen en el control de la máquina doblemente alimentada.

Dado que el control vectorial de la máquina asincrónica se realiza desde el convertidor rotórico, el convertidor del lado de la red tiene como objetivo mantener la tensión en el bus de continua constante de manera de asegurar que no haya acumulación de carga en el capacitor del enlace de continua [53]. Así, aunque el tamaño del capacitor involucrado hace que su dinámica no sea

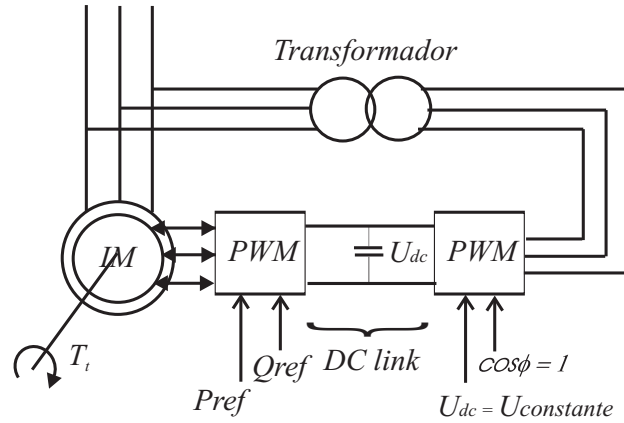


Figura 5.12: Generador de Inducción Doblemente Alimentado. Objetivos de funcionamiento de los convertidores.

despreciable, su comportamiento es transparente al resto del sistema bajo cualquier condición de funcionamiento debido a la rápida acción del control del convertidor mencionado [79][80]. Finalmente, y como se indica en la Figura 5.12 también se considera que el convertidor del lado de la red presenta un factor de potencia nulo al resto del sistema eléctrico.

#### 5.4.1. Control vectorial orientado según el flujo estático

En este tipo de control vectorial, las componentes reales e imaginarias de las corrientes rotóricas ( $i_{rx}, i_{ry}$ ) corresponden directamente a las dos componentes de las corrientes estáticas ( $i_{sx}, i_{sy}$ ) expresadas en el marco de referencia de flujo estático orientado. Luego, el control de  $i_{rx}$  puede ser empleado para mantener la corriente estática reactiva  $i_{sx}$  en un valor fijo (o a un valor dependiente del voltaje) y la corriente  $i_{ry}$  puede ser empleada para controlar el par como se muestra más adelante.

A partir de resolver la (5.166) en sus dos componentes ( $i_{sx}, i_{sy}$ ), estas corrientes pueden ser expresadas en términos de las componentes de la corriente del rotor establecidas en el mismo marco de referencia:

$$i_{sy} = -i_{ry} \frac{L_m}{L_s}, \quad (5.180)$$

además

$$i_{sx} = (|\bar{i}_{ms}| - i_{rx}) \frac{L_m}{L_s}. \quad (5.181)$$

A partir de la (5.180) la corriente rotórica en cuadratura  $i_{ry}$  es proporcional a la corriente estática productora de par (corriente activa)  $i_{sy}$ . Sin embargo, en la (5.181) la corriente magnetizante estática que depende de la tensión estática también está presente. Para máquinas por encima de los 10 KW, la resistencia estática es despreciable, además se asume que la frecuencia de alimentación  $\omega_1$  es constante. En estado estacionario, el módulo de la corriente magnetizante estática  $|\bar{i}_{ms}|$  (definido en (5.161)) es constante y la velocidad de dicho fasor ( $\omega_{ms} = d\rho_s/dt$  con  $\rho_s$  el ángulo tomado respecto del eje real del marco de referencia estacionario en la Figura 5.11) también lo es. Luego, partiendo de la (5.167) se tiene:

$$|\bar{u}_s| = \omega_1 L_m |\bar{i}_{ms}|, \quad (5.182)$$

donde  $|\bar{u}_s|$  es el módulo del voltaje estático, por otra parte de la (5.172) se obtiene  $|\bar{u}_{s\psi_s}| = \sqrt{2}U_s$ . De (5.182), el módulo de la corriente magnetizante estática es:

$$|\bar{i}_{ms}| = \frac{|\bar{u}_s|}{\omega_1 L_m}, \quad (5.183)$$

#### 5.4. CONTROL DE LA MÁQUINA DOBLEMENTE ALIMENTADA (ROTOR BOBINADO) 77

que es el resultado esperado, ya que se ha considerado que la resistencia estática es despreciable. Al mismo resultado se podría haber arribado desde las expresiones (5.169)-(5.174), bajo las mismas consideraciones:

$$|\bar{u}_{sx}| = 0, \quad u_{sy} = |\bar{u}_s|, \quad |\bar{i}_{ms}| = \frac{u_{sy}}{\omega_1 L_m}. \quad (5.184)$$

Luego, de la (5.181) y la (5.183):

$$i_{sx} = (|\bar{u}_s|/\omega_1 - L_m i_{rx})/L_s, \quad (5.185)$$

de la anterior, dado que tanto los parámetros ( $L_m, L_s$ ) y también  $\bar{u}_s$  y  $\omega_1$  son constantes, la corriente del eje directo  $i_{sx}$  (la reactiva) puede ser controlada por la corriente rotórica de eje directo  $i_{rx}$ . Los resultados anteriores serán empleados en el control vectorial orientado según el flujo estático de una máquina doblemente alimentada, como se indica en la Figura 5.13.

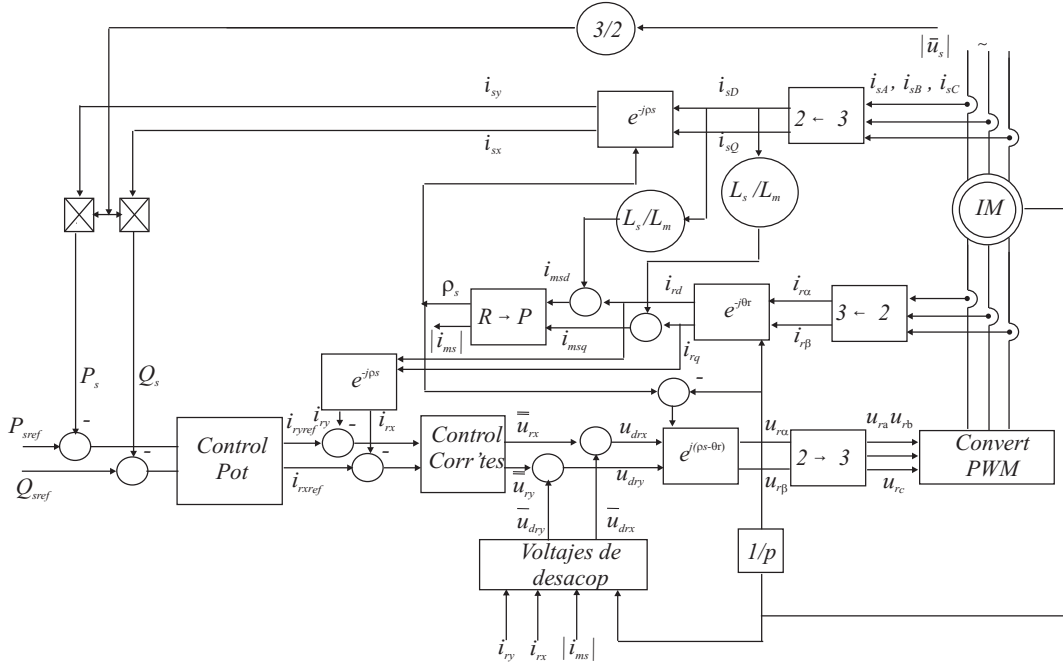


Figura 5.13: Esquema del Control Vectorial Orientado según el Flujo Estático de una máquina de Inducción Doblemente Alimentada.

En la ecuación (5.68) se determina la potencia activa estática como:

$$P_s = \frac{3}{2} \text{Re}(\bar{u}_s \psi_s \bar{i}_s^*) = \frac{3}{2} (u_{sx} i_{sx} + u_{sy} i_{sy}) \quad (5.186)$$

y la potencia reactiva como

$$Q_s = \frac{3}{2} \text{Im}(\bar{u}_s \psi_s \bar{i}_s^*) = \frac{3}{2} (u_{sy} i_{sx} - u_{sx} i_{sy}). \quad (5.187)$$

De la (5.184),  $u_{sx} = 0$  y  $\bar{u}_{sy} = |\bar{u}_s|$ , luego para las dos expresiones precedentes se tiene:

$$P_s = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sy}, \quad (5.188)$$

como  $|\bar{u}_s|$  es constante, el par electromagnético generado también es proporcional a la corriente. Además,

$$Q_s = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sx}, \quad (5.189)$$

siendo  $i_{sx}$  la denominada corriente reactiva. En la Figura 5.13, el ángulo de la corriente magnetizante  $\rho_s$  es obtenido de las componentes del eje directo  $i_{smD}$  y en cuadratura  $i_{msQ}$  de la corriente estática magnetizante, expresada en el marco de referencia estacionario, convirtiendo de coordenadas rectangulares a polares. Luego, a partir de las expresiones (5.161), (5.162) y (5.163) se tiene:

$$\begin{aligned}\bar{i}_{ms} &= i_{msD} + ji_{msQ} = \frac{L_s}{L_m}(i_{sD} + ji_{sQ}) + (i_{r\alpha} + ji_{r\beta})e^{j\theta_r} \\ \bar{i}_{ms} &= \frac{L_s}{L_m}(i_{sD} + ji_{sQ}) + (i_{rd} + ji_{rq}) = |i_{ms}|e^{j\rho_s},\end{aligned}\quad (5.190)$$

con  $i_{sD}$  e  $i_{sQ}$  las corrientes estáticas en el marco de referencia estacionario obtenidas a partir de medir las corrientes trifásicas y aplicando la transformación de tres a dos fases. Las componentes en el marco de referencia rotórico ( $i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ ) se obtienen a partir de medir las corrientes rotóricas y aplicar la transformación correspondiente. Para obtener sus equivalentes en el marco de referencia estático se debe aplicar la transformación  $e^{j\theta_r}$  con  $\theta_r$  el ángulo rotórico. Se debe observar que la (5.190) se puede obtener a partir de la (5.95), que define el flujo estático en el marco de referencia estacionario, si se divide por la inductancia magnetizante. También es posible obtener  $i_{msD}$  y  $i_{msQ}$  midiendo los voltajes y corrientes estáticos. Luego,  $i_{msD} + ji_{msQ} = (\psi_{sD} + j\psi_{sQ})/L_m$  podría utilizarse con  $\psi_{sD}$  y  $\psi_{sQ}$  obtenidos a partir de integrar  $(u_{sD} + ju_{sQ}) - R_s(i_{sD} + ji_{sQ})$  con  $R_s$  la resistencia estática y considerando las componentes del voltaje estático  $u_{sD}$  y  $u_{sQ}$ .

Las corrientes  $i_{sx}$  e  $i_{sy}$  se obtienen a partir de (5.162), la diferencia entre las referencias y el valor actual de las corrientes es tomada por el controlador para indicar los valores de las corrientes activas y reactivas que debe la máquina de inducción consumir/producir. Dado que el control de la máquina se realiza, en este caso, por medio de convertidores *PWM* espalda contra espalda, es necesario considerar el control por medio de las tensiones rotóricas. El circuito de desacoplamiento permite independizar las tensiones de los acoplamientos indeseados en los ejes  $x$  e  $y$  en el circuito rotórico adicionando a la salida del controlador las tensiones  $\bar{u}_{drx}$  y  $\bar{u}_{dry}$ . Luego, las tensiones  $u_{drx}$  y  $u_{dry}$  son transformadas en las componentes  $u_{r\alpha}$  y  $u_{r\beta}$  para, finalmente, realizar la transformación de dos a tres fases.

#### 5.4.2. Límites del control vectorial orientado según el flujo estático

Como se ha mencionado, el control vectorial de campo permite el control independiente de las potencias activa y reactiva según las expresiones (5.188) y (5.189) y, en los hechos, se emplean para el control de tensión en el punto de conexión de las granjas y/o para controlar el factor de potencia [91][92]. Sin embargo, las expresiones mencionadas fueron derivadas a partir de considerar características de estado estacionario de la frecuencia y la tensión en bornes del generador doblemente alimentado. Cuando ni la frecuencia ni la tensión se mantienen constantes, las expresiones que permiten calcular la potencia activa y reactiva son (5.186) y (5.187). Esto es de interés particular cuando se producen perturbaciones en la red eléctrica, por ejemplo cortocircuitos o conexiones repentinas de grandes cargas, que dan lugar a las mencionadas alteraciones en las variables. Es por ello que se torna indispensable estudiar la estabilidad del control vectorial orientado según el flujo estático bajo condiciones de funcionamiento transitorias de manera de asegurar un buen comportamiento de las granjas bajo estas condiciones habida cuenta de las exigencias de las normas actuales.

A los efectos de determinar la estabilidad del control orientado según el flujo estático, a continuación se repiten las expresiones de la tensión estática para una máquina doblemente alimentada



en el marco de referencia del flujo estático:

$$T_s \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt} + |\bar{i}_{ms}| = \frac{L_s}{R_s L_m} \bar{u}_{sx} + i_{rx} \quad (5.191)$$

$$\omega_{ms} T_s |\bar{i}_{ms}| = \frac{L_s}{R_s L_m} \bar{u}_{sy} + i_{ry}. \quad (5.192)$$

Considerando que la dinámica rotórica es más rápida que la estática [53][80], se determinan los límites de estabilidad de las expresiones (5.191) y (5.192) al analizarlas linealizadas. Para ello se tiene:

$$\begin{aligned} T_s \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt} + |\bar{i}_{ms}| &= \frac{L_s}{R_s L_m} U'_s \cos(\omega_1 t - \rho_s) + i_{rx} \Rightarrow \\ T_s \frac{d^2|\bar{i}_{ms}|}{dt^2} &= \frac{L_s}{R_s L_m} \cos(\omega_{1o} t - \rho_{so}) \frac{dU'_s}{dt} - \frac{L_s}{R_s L_m} U'_{so} \sin(\omega_{1o} t - \rho_{so}) (\omega_1 - \\ &- \omega_{ms}) - \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt}; \end{aligned} \quad (5.193)$$

$$\begin{aligned} \omega_{ms} T_s |\bar{i}_{ms}| &= \frac{L_s}{R_s L_m} U'_s \sin(\omega_1 t - \rho_s) + i_{ry} \Rightarrow \\ |\bar{i}_{mso}| T_s \frac{d\omega_{ms}}{dt} &= \frac{L_s}{R_s L_m} \sin(\omega_{1o} t - \rho_{so}) \frac{dU'_s}{dt} + \frac{L_s}{R_s L_m} U'_{so} \cos(\omega_{1o} t - \rho_{so}) (\omega_1 - \\ &- \omega_{ms}) - \omega_{mso} T_s \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt}. \end{aligned} \quad (5.194)$$

A partir de las expresiones (5.191) y (5.192) se tienen los siguientes equilibrios (los cuales han sido considerados en la subsección anterior para determinar las condiciones de estado estacionario):

1.  $u_{sx} = 0$ ,
2.  $u_{sy} = U'_s = |u_s|$ ,
3.  $|\bar{i}_{mso}| = \frac{L_s}{R_s L_m} U'_s \cos(\omega_{1o} t - \rho_s) + i_{rx}$ ,
4.  $|\bar{i}_{mso}| = \frac{U'_s}{\omega_{mso} L_m} + \frac{i_{ry} R_s}{\omega_{mso} L_m L_s} \simeq \frac{U'_s}{\omega_{mso} L_m}$ ,
5.  $\omega_{mso} = \omega_1 = \omega_{1o}$ .

Luego, las expresiones (5.193) y (5.194) se pueden presentar como:

$$\begin{aligned} \frac{d^2|\bar{i}_{ms}|}{dt^2} &= \frac{1}{L_m} \cos(\omega_{1o} t - \rho_{so}) \frac{dU'_s}{dt} + \frac{1}{L_m} U'_{so} \sin(\omega_{1o} t - \rho_{so}) (\omega_{ms} - \\ &- \omega_1) - \frac{1}{T_s} \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt}; \\ \frac{d\omega_{ms}}{dt} - \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_{ms}}{dt} &= \frac{1}{L_m |\bar{i}_{mso}|} \sin(\omega_{1o} t - \rho_{so}) \frac{dU'_s}{dt} - \frac{1}{L_m |\bar{i}_{mso}|} U'_{so} \cos(\omega_{1o} t - \rho_{so}) (\omega_{ms} - \\ &- \omega_1) - \frac{\omega_{mso}}{|\bar{i}_{mso}|} \frac{d|\bar{i}_{ms}|}{dt}; \end{aligned}$$

que representan a las ecuaciones de estado:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Luego, los autovalores de la matriz  $A$  indican la estabilidad del sistema:

$$\begin{aligned}
|pI - A| &= \left| \begin{pmatrix} p + \frac{1}{T_s} & -\frac{1}{L_m} U'_{so} \sin(\omega_{1o}t - \rho_{so}) \\ \frac{\omega_{mso}}{|\bar{i}_{mso}|} & p + \frac{1}{L_m |\bar{i}_{mso}|} U'_{so} \cos(\omega_{1o}t - \rho_{so}) \end{pmatrix} \right|; \\
|pI - A| &= p^2 + p \left( 2 - \frac{i_{rxo}}{|\bar{i}_{mso}|} \right) \frac{R_s}{L_s} + \left( \frac{R_s}{L_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{i_{rxo}}{|\bar{i}_{mso}|} \right) + \omega_{mso}^2 \left( 1 - \frac{i_{ry} R_s}{L_m \omega_{mso} |\bar{i}_{mso}|} \right); \\
|pI - A| &\approx p^2 + p \left( 2 - \frac{i_{rxo}}{|\bar{i}_{mso}|} \right) \frac{R_s}{L_s} + \omega_{mso}^2 \left( 1 - \frac{i_{ry} R_s}{L_m \omega_{mso} |\bar{i}_{mso}|} \right) \\
|pI - A| &\approx p^2 + p \left( 2 - \frac{i_{rxo} L_m \omega_{mso}}{U'_s} \right) \frac{R_s}{L_s} + \omega_{mso}^2 \left( 1 - \frac{i_{ry} R_s}{U'_s} \right)
\end{aligned}$$

A los efectos de evitar el cambio de signo que, según el criterio de Routh, inestabiliza al sistema y considerando además que  $R_s$  es muy pequeña de manera que  $\frac{i_{ry} R_s}{U'_s} \approx 0$ , el término:

$$\left( 2 - \frac{i_{rxo} L_m \omega_{mso}}{U'_s} \right) > 0 \Rightarrow i_{rxo} < 2 \frac{U'_s}{L_m \omega_{mso}} \quad (5.195)$$

representa una fuerte restricción a la potencia reactiva que puede entregar el generador de doble bobinado con control vectorial por flujo orientado. Es de notar, que también ha sido considerado que la dinámica de las corrientes rotóricas es mucho más rápida que la que corresponde a la dinámica restante. En caso contrario debe incluirse en el análisis.

### 5.4.3. El control vectorial orientado según el flujo de red

En el control vectorial orientado según el flujo de red se desea eliminar la restricción anteriormente presentada, así que se propone un flujo 'virtual' como sigue [80][94]:

$$\bar{\psi}_g = \frac{u_s}{j\omega_g} = -j \frac{|u_s| e^{j\theta_g}}{\omega_g}, \quad (5.196)$$

con  $\theta_g$  la fase de la tensión respecto del eje de referencia y  $\omega_g$  la velocidad del fasor de tensión de línea. Esta modificación no implica ninguna consideración diferente de las expresadas anteriormente y únicamente define un nuevo marco de referencia general que se corresponde con la expresión (5.119). Se debe notar que la expresión (5.196) define al flujo virtual  $\bar{\psi}_g$  a  $90^\circ$  de la tensión de red la cual queda asociada al eje imaginario como se presenta en la Figura 5.14.

Note además que, la expresión de la tensión estatórica de la máquina doblemente alimentada, en estado estacionario, es igual a la expresión (5.114) si se desprecia la resistencia estatórica lo que es usual en potencias superiores a los 10 KW.

$$\bar{u}_{sg} = R_s \bar{i}_{sg} + \frac{d\bar{\psi}_{sg}}{dt} - j\omega_g \bar{\psi}_{sg} = -j\omega_g \bar{\psi}_{sg} \quad (5.197)$$

A los efectos de comparar las características de estabilidad del nuevo marco de referencia respecto del control vectorial orientado según el flujo estatórico, se debe tener en cuenta que, ahora, la velocidad del marco de referencia es una entrada al modelo así como la tensión mientras que para el caso anterior la única entrada era la tensión ya que la velocidad del marco de referencia se podía deducir de las ecuaciones del sistema. De la Figura 5.14 se tiene que el flujo del estator posee dos componentes una de las cuales es el flujo virtual antes presentado mientras que el fasor de la tensión se encuentra alineado con el eje 'y' del sistema de coordenadas de referencia.

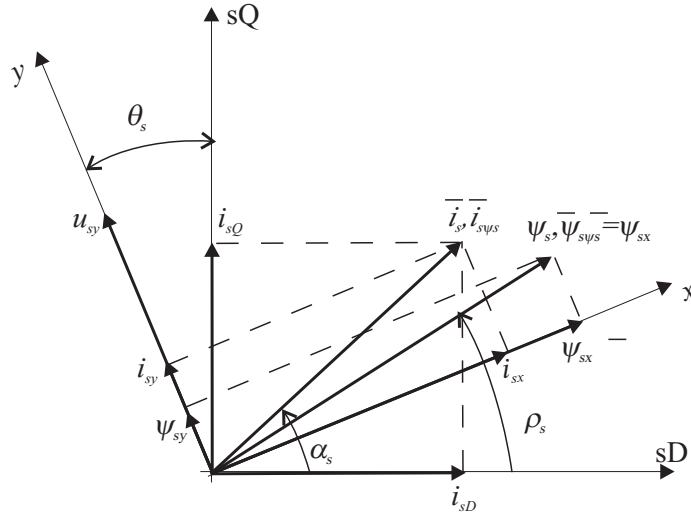


Figura 5.14: Relación entre el marco de referencia estacionario y el marco del flujo virtual.

Debido a que el fasor del flujo estático puede ser expresado en el nuevo marco de referencia por medio de las corrientes de estator y rotor a partir de (5.116), se tiene:

$$\bar{\psi}_{s\psi s} = L_m \bar{i}_{ms} = L_m (i_{msx} + i_{msy}) = L_s \bar{i}_{s\psi s} + L_m \bar{i}_{r\psi s} = L_s (i_{sx} + j i_{sy}) + L_m (i_{rx} + j i_{ry}), \quad (5.198)$$

con

$$\bar{i}_{s\psi s} = \frac{L_m}{L_s} (\bar{i}_{ms} - \bar{i}_{r\psi s}). \quad (5.199)$$

Luego,

$$\bar{u}_{sg} = R_s \bar{i}_{sg} + \frac{d\bar{\psi}_{sg}}{dt} - j\omega_g \bar{\psi}_{sg}$$

que permite obtener las ecuaciones para analizar la estabilidad del sistema:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{sy} &= R_s \frac{L_m}{L_s} (i_{msy} - i_{ry}) + L_m^2 \frac{di_{msy}}{dt} - \omega_g L_m i_{msx} \\ \bar{u}_{sx} &= R_s \frac{L_m}{L_s} (i_{msx} - i_{rx}) + L_m^2 \frac{di_{msx}}{dt} + \omega_g L_m i_{msy} = 0. \end{aligned}$$

A partir de linealizar las anteriores se tiene:

$$\begin{aligned} L_m^2 \frac{d^2 i_{msy}}{dt^2} &= -R_s \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{msy}}{dt} + \omega_{go} L_m \frac{di_{msx}}{dt} + i_{msxo} L_m \frac{d\omega_g}{dt} + \frac{du_{sy}}{dt} \\ L_m^2 \frac{d^2 i_{msx}}{dt^2} &= -R_s \frac{L_m}{L_s} \frac{di_{msx}}{dt} - \omega_{go} L_m \frac{di_{msy}}{dt} + i_{msyo} L_m \frac{d\omega_g}{dt} + \frac{du_{sx}}{dt} \\ \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -R_s \frac{L_m}{L_s} & \omega_{go} L_m \\ -\omega_{go} L_m & -R_s \frac{L_m}{L_s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & i_{msxo} L_m \\ 0 & i_{msyo} L_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_{sy} \\ \dot{\omega}_g \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Luego,

$$\begin{aligned} |pI - A| &= \left| \begin{pmatrix} p + R_s \frac{L_m}{L_s} & -\omega_{go} L_m \\ \omega_{go} L_m & p + R_s \frac{L_m}{L_s} \end{pmatrix} \right|; \\ |pI - A| &= p^2 + p \left( 2R_s \frac{L_m}{L_s} \right) + \left( R_s \frac{L_m}{L_s} \right)^2 + (\omega_{go} L_m)^2; \\ |pI - A| &\approx p^2 + p \left( 2R_s \frac{L_m}{L_s} \right) + (\omega_{go} L_m)^2; \end{aligned}$$

la última expresión no posee cambio de signo de manera que garantiza la estabilidad del control vectorial por campo virtual al no involucrar las corrientes rotóricas en el desarrollo. Así, es posible generar tanta potencia reactiva como se desee sin perjudicar la estabilidad del sistema. Es de notar que, si se calculan las raíces se observa que la parte real es pequeña (es función de la resistencia estática) dando lugar a una respuesta temporal siempre estable aunque poco amortiguada. También se debe remarcar que, en esta tesis y para este desarrollo, nuevamente se ha considerado que la determinación de las corrientes rotóricas es infinitamente rápida y, además, como se desprende de la ecuación de estados, se consideran entradas al sistema la frecuencia de red y la tensión. Sin embargo en algunos trabajos se introduce la dinámica del PLL que da lugar a la medida de la frecuencia para concluir que dicha dinámica es independiente de la aquí mostrada obteniendo, en consecuencia, la misma conclusión desde el punto de vista de la estabilidad del sistema [79][80]. También en [79] se presentan distintas técnicas de control para darle más amortiguamiento a la respuesta de este tipo de control vectorial.

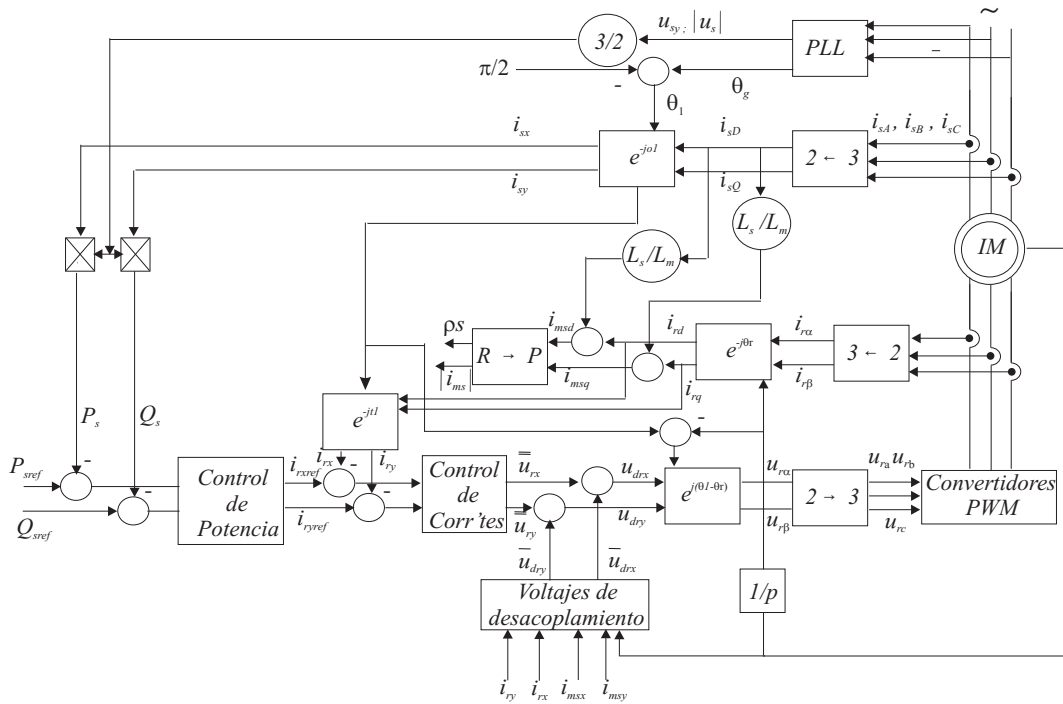


Figura 5.15: Esquema del Control Orientado por Flujo de Red para una máquina de Inducción Doblemente Alimentada.

### Potencias activa y reactiva con control por flujo de red orientado

A diferencia del control vectorial de campo, en el cual las expresiones (5.188) y (5.189) son válidas únicamente en estado estacionario, en el control por campo virtual las potencias activa y reactiva del generador doblemente alimentado son siempre:

$$P_s = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sy}, \quad (5.200)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sx}. \quad (5.201)$$

La Figura 5.15 presenta el control vectorial por flujo de red orientado. En dicha figura, en la parte inferior, se presentan las corrientes que dan lugar a las tensiones de desacoplamiento si

se consideran, bajo el nuevo marco de referencia, las ecuaciones rotóricas y cómo influyen las corrientes en los canales en los que no tienen directa relación. La diferencia fundamental con la Figura 5.13 radica en la manera en la que se obtiene la fase de la tensión que da lugar al resto de las operaciones en el flujo orientado.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se ha realizado un exhaustivo repaso y análisis del control vectorial en general y del control vectorial orientado según el flujo estatórico en particular. Se han obtenido distintas expresiones del par mecánico conforme al marco de referencia que se adopte. Del análisis presentado se concluyó que el control vectorial por campo estatórico orientado tiene como principal ventaja que la generación de potencia activa es, en estado estacionario, independiente de la generación de potencia reactiva.

Un análisis transitorio subsiguiente dio lugar a la determinación del límite de estabilidad del control orientado según el campo estatórico estableciendo una restricción sobre la potencia reactiva que el aerogenerador es capaz de generar - absorber.

A los efectos de evitar la citada restricción se cambió el marco de referencia por uno conocido como control vectorial orientado según el flujo de red. Con el nuevo marco de referencia no sólo se mantuvo la independencia en el cálculo de las potencias activa y reactiva del aerogenerador sino que también, al asegurar un comportamiento estable para toda condición de funcionamiento, es posible generar tanta potencia reactiva como sea posible.

Luego, si se considera el control vectorial por campo virtual, el único límite a la generación de potencia reactiva está dado por la potencia aparente del generador. Esto es muy importante si, como se demuestra en este trabajo de tesis, la generación de potencia reactiva puede ser empleada para estabilizar el sistema eléctrico del cual una granja eólica forma parte. Así, aún con bajas velocidades de viento, es decir, con poca generación de potencia activa es posible que las granjas eólicas contribuyan desde el punto de vista de la potencia reactiva.

El desarrollo presentado en este capítulo completa el modelo matemático de los aerogeneradores al incorporar a la parte mecánica la máquina eléctrica y su control. De esta manera, las características del modelo serán empleadas en lo que resta de este trabajo de tesis a los efectos de permitir que las granjas eólicas contribuyan con la red eléctrica.

## Capítulo 6

# Estrategias Propuestas para el Control de las Granjas. Contribución a la Estabilidad de la red eléctrica

### Resumen

En este capítulo se analiza la influencia de las potencias activa y reactiva de la granja sobre la calidad de la potencia suministrada. En ese sentido, para la potencia activa, se parte del estudio de los generadores sincrónicos y se extrapolan consideraciones acerca de la regulación de frecuencia para implementarlas en el control de las granjas eólicas. Respecto de la potencia reactiva, se propone el control para regular la tensión en el punto de conexión de la granja.

### 6.1. Potencia activa y control de frecuencia en generadores sincrónicos

En general, los flujos de potencias activa y reactiva en una red de transmisión son independientes entre sí siendo influenciados por diferentes acciones de control. Por lo anterior, pueden ser estudiados separadamente para una gran cantidad de problemas. En efecto, mientras que la potencia activa está relacionada con el control de frecuencia, la potencia reactiva se vincula con el control de tensión. Dado que tanto la constancia de la frecuencia como de la tensión son factores vitales en la calidad de la potencia, el control de ellas es de suma importancia para satisfacer las condiciones requeridas por una red eléctrica moderna.

Para asegurar la operación satisfactoria de los sistemas de potencia, la frecuencia debe mantenerse prácticamente constante. Lo anterior asegura la operación a velocidad casi constante de motores de inducción y sincrónicos. Las caídas de frecuencia resultan en elevadas corrientes magnetizantes en máquinas de inducción y en transformadores. Además el empleo de la frecuencia para diferentes propósitos de conteo de tiempos hace necesario también mantener la integral del error de la frecuencia respecto de su valor nominal igual a cero.

Dado que la frecuencia, en estado estacionario, es un factor común al sistema, un cambio en

la demanda de la potencia activa en un punto se refleja a todo el sistema como un cambio de frecuencia. Como existen varios generadores proveyendo potencia a la red, por algún medio se debe asignar a algunas unidades el cambio producido en la demanda. Un control de velocidad en cada generador presenta una función de control inicial, mientras que otras acciones de control originadas en un Control Supervisor determinan la asignación de un control adicional conforme a alguna política de generación de energía preestablecida. Así, en un sistema interconectado de dos o más áreas independientemente controladas, además del control de cada área, se tiene uno adicional cuyo objetivo es mantener el esquema de intercambio de potencia programado [14][51].

### 6.1.1. Respuesta de la máquina síncrona y de la carga a cambios en la frecuencia

El cambio de frecuencia está asociado a un cambio en la carga lo que causa una diferencia entre el par eléctrico y el par que mueve al generador síncrono [14][51]:

$$\dot{\omega}_r = \frac{T_m - T_e}{J} \quad (6.1)$$

con  $\omega_r$  la velocidad del rotor de la máquina (equivalente a la frecuencia del sistema),  $T_m$  el par del motor que mueve al generador síncrono y  $T_e$  el par eléctrico o par de carga y  $J$  el momento de inercia del conjunto.

Por otra parte, la carga está compuesta de una variedad de dispositivos eléctricos. Para cargas resistivas (luces y resistencias de calentamiento), la potencia eléctrica es independiente de la frecuencia mientras que para cargas tipo motores (bombas y ventiladores), la potencia cambia con la frecuencia dados los cambios de velocidad de los motores. La característica frecuencia potencia de una carga compuesta puede ser expresada como [51]:

$$P_e = P_L + D\omega_r, \quad (6.2)$$

con  $P_L$  la parte de la carga que no es dependiente de la frecuencia mientras que el producto  $D\omega_r$  es la parte dependiente<sup>1</sup>, siendo  $P_e$  el efecto compuesto y  $D$  se conoce como constante de amortiguamiento de la carga. Valores típicos de  $D$  son 1 a 2 por ciento, significando  $D = 2$  que un 1% de cambio en la frecuencia causa un 2% de cambio en la carga.

El diagrama bloques de las variables intervinientes se muestra en la Figura 6.1

En dicha figura se ha considerado equivalencia entre pares y potencias por la elección de la velocidad de giro de estado estacionario a su valor normalizado (unitario). Es de notar la acción de filtrado que ejerce la dinámica del conjunto de generación sobre la frecuencia del sistema, con una constante de tiempo  $\tau = J/D$ .

### 6.1.2. Control de frecuencia con la característica de decaimiento de la velocidad

En sistemas aislados con una sola unidad de generación síncrona (no conectada a red), las variaciones de frecuencia pueden ser restablecidas mediante un control integral (PI) sobre la velocidad del generador síncrono. En el caso de tratarse de áreas de generación, con varios generadores síncronos conectados en red, una estrategia como la anterior conduce a un conflicto entre generadores debido al accionamiento independiente de sus controladores. Ello se resuelve permitiendo la caída de la velocidad del generador, es decir la caída de la frecuencia, en estado estacionario. Para lo anterior, se agrega a la integral de la estrategia anterior la de la Figura 6.2 quedando el

<sup>1</sup>En capítulos posteriores se analizan cargas con dinámicas más complejas

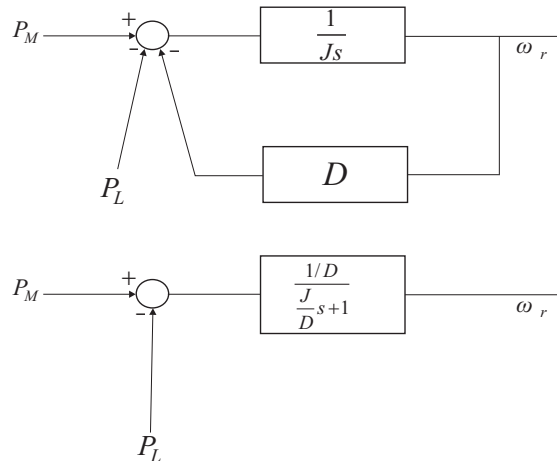


Figura 6.1: Comportamiento del generador y de la carga con la frecuencia.

integrador dentro del lazo inferior de la figura. La función de transferencia entre la apertura de la válvula  $\Delta Y$  respecto del error de velocidades del generador  $\Delta\omega_r$  del lazo inferior es:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta\omega_r} = \frac{-\frac{1}{R}}{1 + \frac{s}{KR}} \tag{6.3}$$

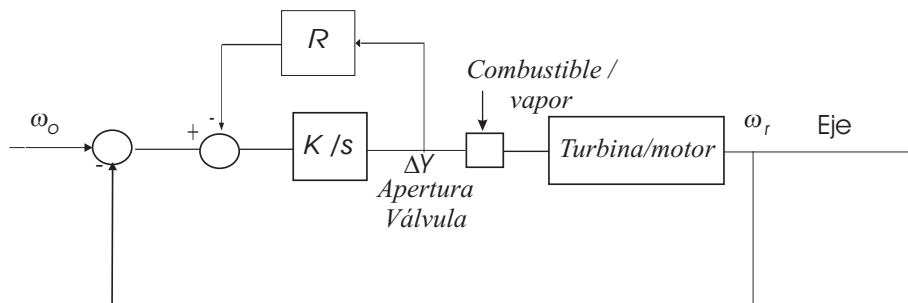


Figura 6.2: Adición del efecto proporcional al integrador.

El valor  $R$  determina la velocidad de estado estacionario de la unidad de generación y es referido como factor de regulación de velocidad o factor de decaimiento de la velocidad [14][51].

Si dos o más unidades de generación se encuentran conectadas a la red existe una única frecuencia, en estado estacionario, a la cual dichas unidades entregan su potencia. Una variación de potencia en la carga se reparte conforme a la característica de decaimiento de cada máquina como se muestra en la Figura 6.3 [51]. La frecuencia  $f$  indicada en la Figura 6.3 es proporcional la velocidad mecánica  $\omega_r$  en la Figura 6.2.

La cantidad de carga que cada unidad toma depende de la característica de decaimiento:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= P'_1 - P_1 = \frac{\Delta f}{R_1}, & \text{con } \Delta f \equiv \Delta\omega_r \\ \Delta P_2 &= P'_2 - P_3 = \frac{\Delta f}{R_2}, \end{aligned}$$



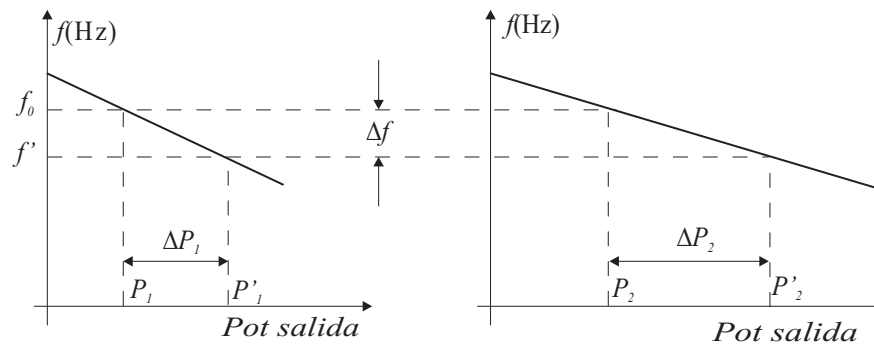


Figura 6.3: División de potencia en unidades en paralelo.

por lo tanto,

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (6.4)$$

Como la característica de decaimiento indica la proporción en que se reparte la generación cuando sucede un cambio en la carga, la potencia de salida de cada generador a una dada frecuencia se modifica mediante el setpoint de referencia de la carga el cual mueve hacia arriba o abajo la mencionada característica (Figura 6.4).

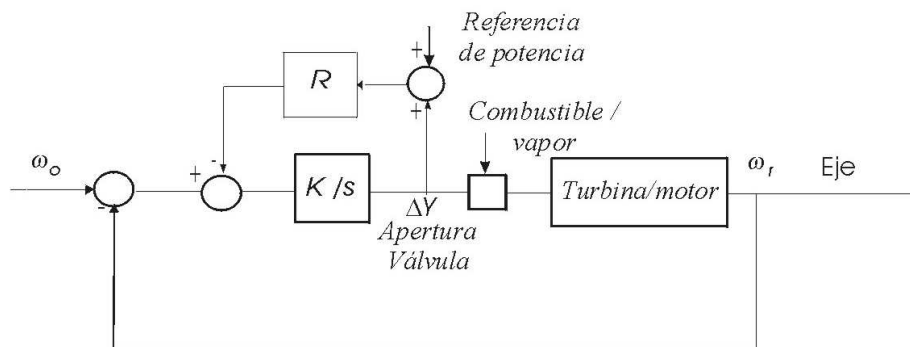


Figura 6.4: Setpoint de la referencia de carga.

### 6.1.3. Característica estática de regulación compuesta en sistemas de potencia

En el análisis abordado en este capítulo, para el control de frecuencia de carga importa la performance colectiva de todos los generadores del sistema de potencia y, por lo tanto, no se revisan los comportamientos entre máquinas de una misma área de generación (oscilaciones entre máquinas que se estudian en capítulos posteriores). Así, se asume que todos los generadores responden de manera coherente a los cambios de carga del sistema, representándose al conjunto por un único generador equivalente. Este generador presenta una inercia igual a la suma de las constantes de inercia de todas las unidades de generación siendo impulsado por una unidad cuya potencia es la suma de todas las potencias de las unidades motrices del conjunto. Similarmente, los efectos de las cargas del sistema, se juntan en un única constante  $D$ . La velocidad del generador equivalente representa la frecuencia del sistema.

Para un sistema con  $n$  máquinas, la desviación en estado estacionario de la frecuencia, siguiendo

un cambio en la carga, es la misma para todos los generadores y está dada por:

$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_L}{(1/R_1 + 1/R_2 \dots + 1/R_n) + D} = \frac{-\Delta P_L}{1/R_E + D}. \quad (6.5)$$

Al término

$$\beta = \frac{-\Delta P_L}{\Delta f_{ss}} = 1/R_E + D, \quad (6.6)$$

se lo denomina la *rigidez* del sistema.

#### 6.1.4. Fundamentos del control automático de generación

Con la característica de decaimiento de carga, un cambio en la carga del sistema resulta en un reparto de la potencia de la generación adicional y en una desviación en estado estacionario de la frecuencia. Restablecer la frecuencia a su valor original requiere de acciones de control suplementarias que ajusten la referencia de carga de cada unidad generadora (Figura 6.4).

Los objetivos de los sistemas de control de generación, denominados *Control Automático de Generación*, son el de regular la frecuencia de generación a un valor especificado y mantener el intercambio de potencia entre áreas de generación a sus valores pre-especificados de acuerdo al programa de generación del sistema. Estos objetivos se conocen como *Control de la frecuencia de la carga*. Un objetivo secundario es el de distribuir el mencionado cambio de potencia de manera de minimizar los costos operativos.

La Figura 6.5 presenta el esquema de dos áreas de generación unidas por una línea de transmisión. Se representa a cada área por un generador equivalente formado por una fuente de tensión y una reactancia.

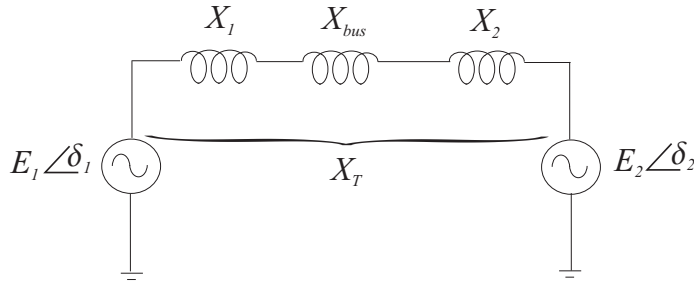


Figura 6.5: Equivalente eléctrico de dos áreas interconectadas.

En la Figura 6.5, el flujo de potencia del área 1 al área 2 es [14][51]:

$$P_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_T} \sin(\delta_1 - \delta_2), \quad (6.7)$$

linealizando alrededor del punto de operación se tiene

$$\Delta P_{12} = T(\Delta \delta_1 - \Delta \delta_2) = T \Delta \delta_{12}, \quad (6.8)$$

con  $T$  denominado par sincronizante:

$$T = \frac{E_1 E_2}{X_T} \cos(\delta_1 - \delta_2). \quad (6.9)$$

El diagrama en bloques de las áreas de generación se presenta en la Figura 6.6, indicándose a la línea de transmisión por medio del par sincronizante  $T$ . Un valor positivo de  $\Delta P_{12}$  representa

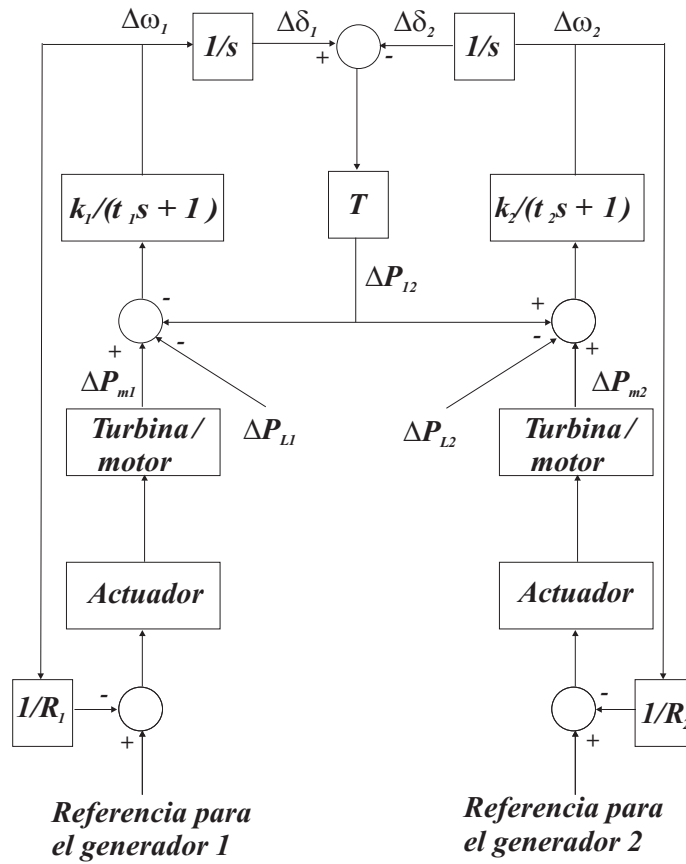


Figura 6.6: Sistema formado por dos áreas con sus controles internos.

un incremento de potencia transferida del área 1 al área 2, lo cual es equivalente a considerar un incremento de la carga en el área 1 y un decremento en el área 2. Por lo anterior, el signo de  $\Delta P_{12}$  es negativo en el área 1 y positivo en el área 2.

De acuerdo a (6.5), se tiene:

$$\Delta f_{ss} = \frac{-\Delta P_{L1}}{1/R_1 + 1/R_2 + D_1 + D_2} = \frac{-\Delta P_L}{\beta_1 + \beta_2} \quad (6.10)$$

Los valores de estado estacionario para ambas áreas de generación, recordando que la desviación de frecuencia en cada área es la misma, se obtienen a partir de:

$$\Delta P_{m1} - \Delta P_{12} - \Delta P_{L1} = \Delta f D_1 \quad (6.11)$$

$$\Delta P_{m2} + \Delta P_{12} = \Delta f D_2 \quad (6.12)$$

Dado que

$$\Delta P_{m1} = -\frac{\Delta f}{R_1},$$

$$\Delta P_{m2} = -\frac{\Delta f}{R_2},$$

se tiene:

$$\Delta f \left( \frac{1}{R_1} + D_1 \right) = -\Delta P_{12} - \Delta P_{L1},$$

$$\Delta f \left( \frac{1}{R_2} + D_2 \right) = \Delta P_{12},$$

luego,

$$\Delta P_{12} = \frac{-\Delta P_{L1} \left( \frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{1/R_1 + D_1 + 1/R_2 + D_2} = \frac{-\Delta P_{L1} \beta_2}{\beta_1 + \beta_2}.$$

En consecuencia, un incremento en la carga del área 1 se refleja como una disminución de la frecuencia de ambas áreas y en un incremento de la potencia en la línea de valor  $\Delta P_{12}$ .

### El control de frecuencia

Como se ha mencionado, los objetivos básicos del control de frecuencia son:

- mantener la frecuencia en el valor programado,
- mantener el intercambio neto de potencia entre áreas en el valor programado.

El segundo debe corregir solamente los cambios en el área, es decir, si cambia la carga en el área 1 debe haber control únicamente en el área 1 y no en el área 2. El término a ser minimizado es el *Error de Control de Área (ACE)* [51]:

$$\begin{aligned} ACE_1 &= \Delta P_{12} + \beta_1 \Delta f, \\ ACE_2 &= \Delta P_{21} + \beta_2 \Delta f. \end{aligned}$$

El diagrama bloques se presenta en la Figura 6.7. Es de notar que no es necesario que todas las máquinas de cada área se encuentren afectadas al control suplementario.

## 6.2. Propuesta de estrategia de control de la potencia activa de la granja

En lo que sigue se considerará que cada área de generación se encuentra conformada por generación mixta, es decir, generadores sincrónicos convencionales más generadores asincrónicos (eólicos) de doble bobinado. El objetivo es el de extrapolar las estrategias de control de potencia activa presentadas para los generadores sincrónicos a los aerogeneradores. De esta forma se mantiene el comportamiento del conjunto tal como lo haría un área de generación compuesta únicamente por generación convencional.

En la actualidad el seguimiento del punto óptimo de operación:

$$T_o = k\Omega^2 \left( \frac{r}{\lambda_o} \right)^3 C_{po}, \quad (6.13)$$

corresponde a una de las estrategias de funcionamiento más empleada en las granjas eólicas modernas. Sin embargo, más allá de sus ventajas, cuando se incrementa la penetración eólica, representa una fuente de perturbaciones para el sistema eléctrico debido a las variaciones del viento. En efecto, si un área de generación (Figura 6.6) incluye una granja, dichas perturbaciones son consideradas como (partiendo de la expresión (6.11)):

$$\Delta P_{mi} - \Delta P'_L - \Delta f \cdot D - \Delta P'_{eol}(\Delta v) = f_0 J \Delta \dot{\omega}, \quad (6.14)$$

donde  $\Delta P'_{eol}(\Delta v)$  es la variación de potencia aportada por la granja en función de la variación del viento, debido al seguimiento del óptimo. Luego, dado el creciente aporte de generación eólica en los sistemas de generación eléctrica, dicha estrategia de seguimiento del óptimo dejará de ser

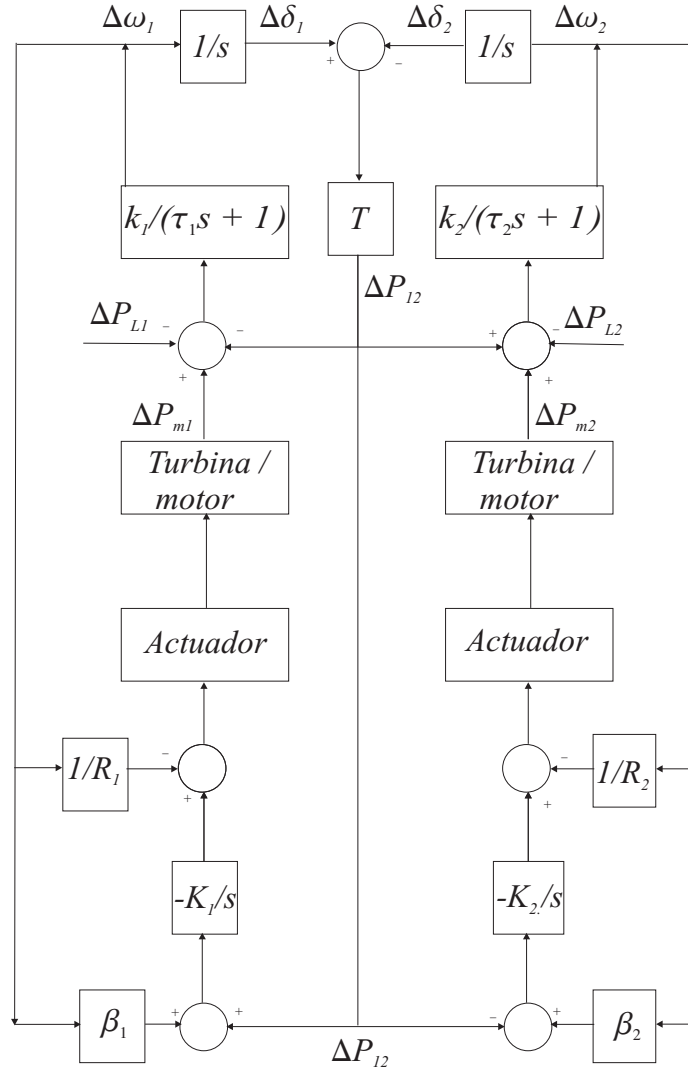


Figura 6.7: Control suplementario.

prioritaria, requiriéndose de otras estrategias menos perturbadoras. En este sentido, el Sistema Supervisor [35][37] puede asignar a la granja eólica una consigna de potencia, evitando con ello la perturbación que el referido seguimiento introduce en la red.

Si a un sistema eólico de generación como el de la Figura 6.8, controlado para regular su potencia en base a una consigna, se le produce un cambio en la frecuencia estática, el control vectorial rápidamente reajusta las variables para mantener la potencia en el valor prefijado. Esto último, aún siendo deseable, evita que la granja eólica contribuya a estabilizar dicho cambio de frecuencia. En este trabajo se propone una estrategia de control de la granja que, además de evitar la perturbación producto del seguimiento del óptimo, le permite contribuir a la mejora de la regulación de frecuencia en el área de generación. Con esta finalidad se propone la modificación de la consigna de potencia, impuesta por el Sistema Supervisor, en función de la frecuencia. Luego, se tiene:

$$\begin{aligned}\Delta P_{mi} - \Delta P'_L - \Delta f \cdot D - \Delta P_e(\Delta f) &= f_0 J \Delta \dot{f}, \\ \Delta P_{mi} - \Delta P'_L - \Delta f \cdot D - \Delta f \cdot K &= f_0 J \Delta \dot{f},\end{aligned}$$

donde se ha propuesto que la variación de la potencia  $\Delta P_e(\Delta f)$  sea proporcional al apartamiento de frecuencia. El factor  $K$  conduce a que la granja presente una característica de decaimiento de

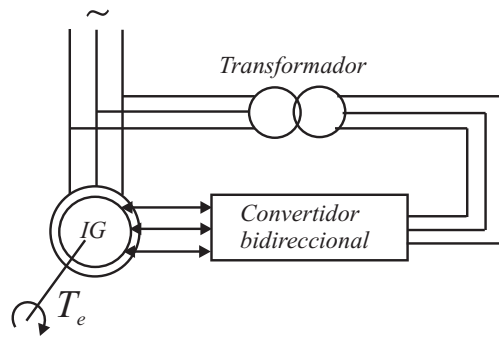


Figura 6.8: Generación con una máquina de inducción (IG) de doble bobinado.

carga equivalente a las características de las áreas de generación sincrónicas convencionales.

Es de notar que, para que pueda darse una acción correctiva cuando se altera la frecuencia, es necesario disponer de una reserva de potencia que permita dicha acción. En ese sentido, en lo que sigue, se considera que, en lugar de operar a la granja en el punto de máxima extracción de potencia:

$$P_{to} = \frac{\pi \rho r^2}{2} \left( \frac{\Omega_t r}{\lambda_o} \right)^3 C_{po}, \quad (6.15)$$

la granja es operada considerando una reserva del orden del 80 % del valor máximo [18]. Así, la Figura 6.9, muestra, a la velocidad del viento  $v$ , el punto del funcionamiento  $A$  que corresponde a  $0,8P_{to}$  y a la frecuencia nominal  $f_0$ . Dicha figura presenta, en el plano  $P - \Omega$ , la característica de la turbina eólica "agregada" que representa a la granja, con el viento como parámetro y en el plano  $P - f$  a la característica de decaimiento de la granja. Luego, mientras en el plano  $P - \Omega$ , el punto de funcionamiento  $A$  del espacio tridimensional corresponde al punto  $A'$ , en el plano  $P - f$  se lo indica como  $A''$ .

Nótese, en la Figura 6.9, que la velocidad de giro de la turbina que corresponde al punto  $A$  es mayor que la del  $B$ . Luego,

Nótese, en la Figura 6.9, el exceso de energía almacenada debido a la velocidad de la turbina que corresponde al punto  $A$  el cual es mayor que la velocidad de la turbina en el punto  $B$  que corresponde a  $P_{to}$ . Así, para cada característica potencia - frecuencia, existen dos límites, pero, en particular, sólo se muestra a la velocidad de viento  $v''$  el punto que corresponde al límite estático  $B$  y al límite dinámico  $C$ . La definición del límite dinámico es particularmente necesaria cuando, buscando un punto del funcionamiento estable, no hay medida de velocidad de viento y la frecuencia permanece fuera su valor nominal, luego:

$$0 \leq P_{wf} \leq P_{to}, \quad (6.16)$$

siendo  $P_{wf}$  la potencia de referencia para la turbina equivalente que representa a toda la granja. Así, es posible usar la energía entre las dos curvas, la primera es la curva característica de la turbina  $P_t$  y la segunda es debida a  $P_{to}$  según (6.15).

Por otro lado, en caso de un incremento de frecuencia, todo el exceso de energía va a la reserva de inercia. En la tal condición, el límite inferior de potencia generada es cero.

Contrariamente a la generación sincrónica convencional, las máquinas de inducción doblemente alimentadas pueden modificar la potencia generada muy rápidamente comparado con el resto del sistema eléctrico [53][54][55][78]. Esta propiedad se usa específicamente en la estrategia de control

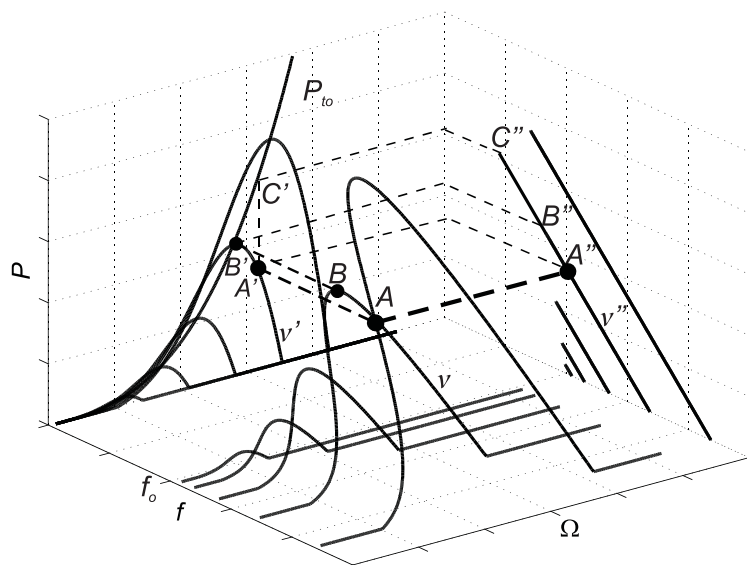


Figura 6.9: Característica de decaimiento de los aerogeneradores. Curvas potencia - velocidad - frecuencia.

mencionada haciendo que la granja sea muy sensible a la variación de frecuencia, permitiendo una gran efectividad en la regulación de la misma. Lo mencionado implica que la participación de la granja podrá ser importante incluso cuando la potencia de la granja involucrada sea significativamente menor que la potencia de generación convencional instalada.

### 6.2.1. Evaluación de la propuesta: simulación

A los efectos de evaluar la estrategia propuesta, se emplea el esquema de la Figura 6.10. En dicha figura, el área de generación está conformada por un generador sincrónico impulsado por una turbina hidráulica [3], más una granja eólica formada por 50 aerogeneradores de rotor bobinado. Se considera que los aerogeneradores actúan coherentemente de manera de poder representar el comportamiento de la granja eólica como una única turbina equivalente [53][91]. El área está conectada a un bus infinito por medio de una línea de transmisión.

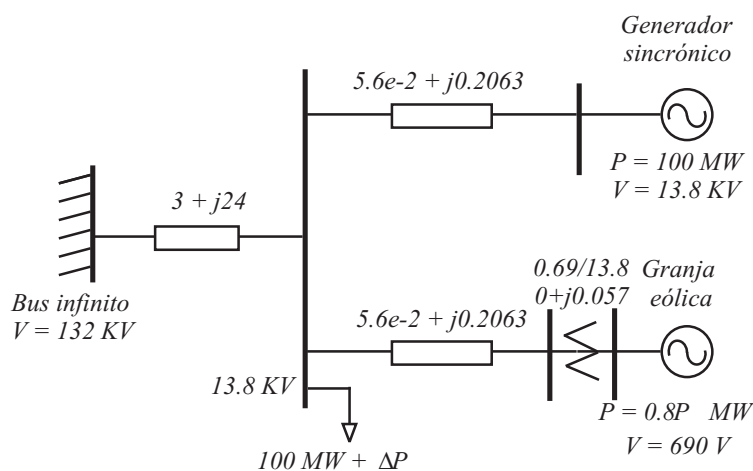


Figura 6.10: Sistema bajo estudio.

Los datos utilizados se detallan en el Anexo A.

A los efectos de verificar las mejoras introducidas por el control de la granja, para las simulaciones se ha considerado que, sobre un valor de carga de 100 MW, la potencia activa experimenta un escalón de 40 MW durante 3,5 s.

Se analizan los siguientes casos, considerando velocidad de viento constante  $v = 8\text{ m/s}$ :

1. Se considera al parque con regulación de potencia sin ajuste por variación de frecuencia.
2. Se considera al parque con regulación de potencia y ajuste por variación de frecuencia  $\Delta P_e(\Delta f) = K\Delta\omega$ .

En todos los casos la potencia del generador sincrónico es, inicialmente, de 100 MW y no se considera consumo de potencia reactiva.

Para el caso 1), la Figura 6.11 presenta en a) la evolución de la frecuencia del generador, mientras que en b) presenta el comportamiento de la potencia del generador sincrónico. La granja, que no interviene en el control de la frecuencia, entrega una potencia constante de 8,8 MW. En las figuras se verifica que, por las oscilaciones del mismo, el sistema no alcanza el estado estacionario antes de producirse el cambio en la carga que restituye al sistema a su estado original.

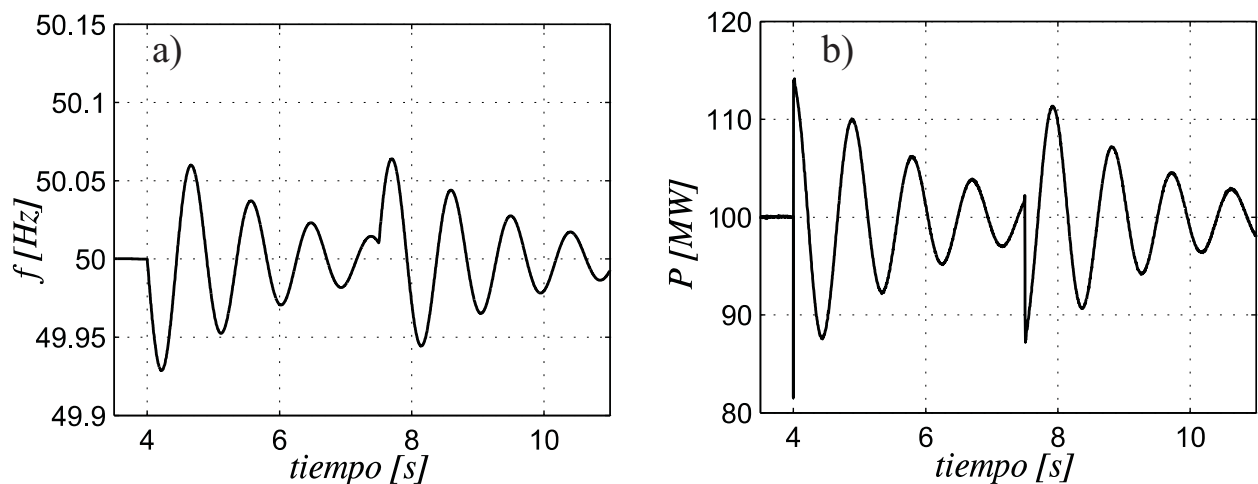


Figura 6.11: Caso 1. Potencia constante. a) Evolución de la frecuencia, b) Potencia del generador sincrónico.

Para el caso 2) se muestra en la Figura 6.12 en la parte a) el comportamiento de la frecuencia y en la b) la potencia activa, ambas del generador sincrónico, mientras que las partes c) y d) muestran la potencia y la velocidad de la turbina equivalente de la granja. Se evidencian las mejoras introducidas respecto del Caso 1) (Figura 6.11) en cuanto a la disminución de los valores de la frecuencia y al agotamiento del transitorio, es decir, se ha obtenido una respuesta mucho más amortiguada.

La Figura 6.12, parte c) muestra el aporte de la granja, donde se observa que el salto de potencia activa es mucho mayor que el 20% que se consideró como reserva de potencia eólica. Lo anterior se debe a la energía almacenada en la inercia de la granja por la región de operación elegida (por ejemplo, el punto *A* de la Figura 6.9). Luego, con la estrategia de operación propuesta, la granja dispone de una reserva de potencia eólica del 20% (indicada en el punto de *B* la Figura 6.9) más una reserva de energía mecánica en la inercia para las acciones que contribuyan con el control de la frecuencia (*C* en la Figura 6.9). Estas reservas dependen de la velocidad del viento y de la velocidad de operación de las turbinas. En la parte c) de la figura se han indicado dos límites, el primero evita que la potencia extraída del aerogenerador supere a la máxima posible conforme



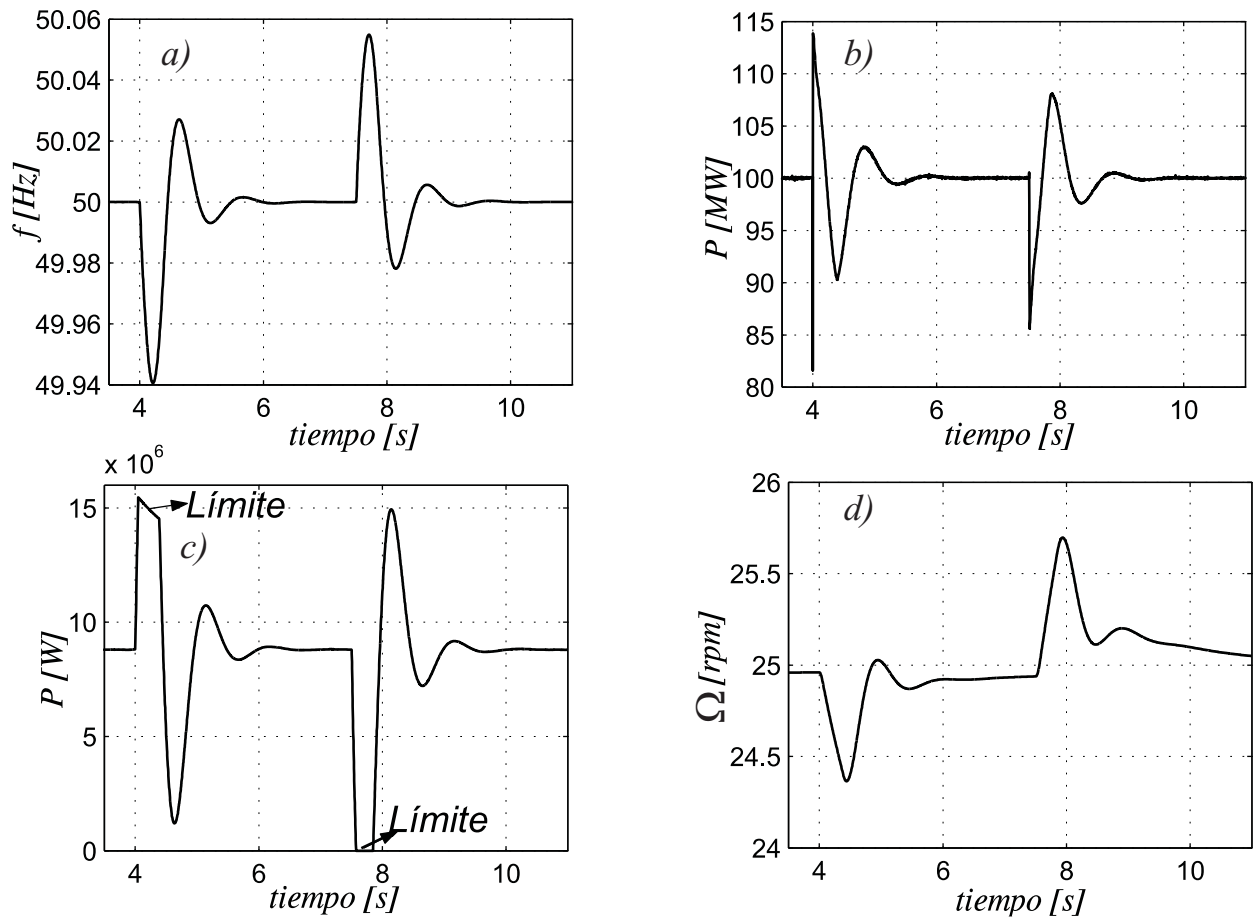


Figura 6.12: Caso 2. Ajuste por regulación de frecuencia. a) Frecuencia del generador sincrónico, b) potencia del generador sincrónico, c) potencia de la granja, d) velocidad de giro de la turbina equivalente.

a la velocidad de giro de la turbina según la expresión (6.13), garantizando la convergencia a un punto de funcionamiento de estado estacionario estable. El segundo límite es el que corresponde a la potencia mínima del aerogenerador, que en esta simulación se ha considerado de valor cero, pero que debería incrementarse si existieran restricciones adicionales. Por último, la parte d) de la Figura 6.12 muestra la evolución de la velocidad de la turbina equivalente del parque.

En las simulaciones presentadas, se ha considerado un tamaño de granja lo suficientemente pequeño como para observar las restricciones impuestas por los límites de potencia de la granja. Así, es de notar que la potencia aportada por la granja, en estado estacionario (8,8 MW) es sensiblemente inferior a la aportada por el generador sincrónico (100 MW) e incluso a la perturbación, por ello si el tamaño de la granja fuese mayor, la potencia aportada para corregir las oscilaciones de frecuencia sería una fracción menor del valor en estado estacionario y, seguramente, la granja mejoraría el perfil de la frecuencia sin llegar a los límites observados en la Figura 6.12. Lo anterior se observa en las secciones siguientes en las cuales una mayor penetración eólica permite corregir fuertemente las oscilaciones de frecuencia con un porcentaje pequeño de la potencia activa entregada en estado estacionario.

### 6.3. El balance de potencia reactiva y sus efectos sobre la tensión

El área de la calidad de la potencia cubre un amplio espectro dado que involucra diversos problemas y tópicos. Cualquier elemento conectado a la red eléctrica debe cumplir con ciertos requisitos estandarizados de calidad de potencia. Esto asegura que la red está protegida de perturbaciones inaceptables a la vez que dispone, para todos los elementos a ella conectados, de un rango de valores de las variables eléctricas dentro de ciertos límites. Dado que se ha analizado el problema de la regulación de frecuencia, en lo que sigue se analizará el efecto de la potencia reactiva en la tensión de la línea. Así, el problema que se enfoca en esta sección es el de la regulación de la tensión [19].

La Figura 6.13 presenta una configuración general de conexión de una red cualquiera alimentada por un generador  $G_1$ .

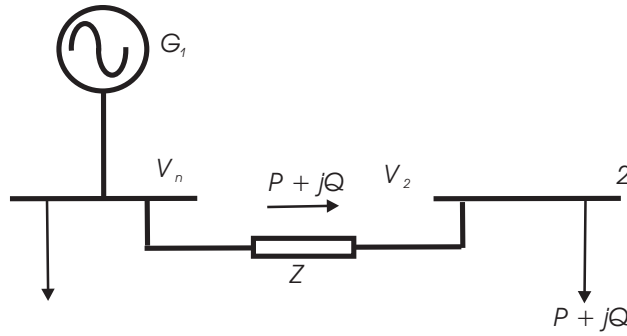


Figura 6.13: Sistema de dos buses. Efecto de la potencia reactiva sobre la tensión.

Las expresiones que se deducen a continuación permiten determinar la manera en la que el intercambio de potencias en juego  $P$  y  $Q$  afectan la tensión en el punto de conexión que corresponde al bus  $n^\circ 2$  [14][51].

$$V_2 = U_n - IZ, \quad (6.17)$$

$$Z = R_g + jX_g, \quad (6.18)$$

$$V_2 = V_n - I(R_g + jX_g), \quad (6.19)$$

$$I = \frac{P - jQ}{V_n} = I_P + jI_Q, \quad (6.20)$$

donde  $V_n = V_n \angle 0$  e  $I_P$  e  $I_Q$  representan las componentes activas y reactivas de la corriente del generador.

$$V_2 = V_n - \frac{P - jQ}{V_n}(R_g + jX_g), \quad (6.21)$$

$$V_2 = V_n - j\left(\frac{P}{V_n}X_g + \frac{Q}{V_n}R_g\right) - \frac{Q}{V_n}X_g - \frac{P}{V_n}R_g. \quad (6.22)$$

Si se desprecia la resistencia de la red, se tiene [14]:

$$V_2 = V_n - j\frac{P}{V_n}X_g - \frac{Q}{V_n}X_g = V_n - j\Delta V_1 - \Delta V_2, \quad (6.23)$$

que se muestra en la Figura 6.14

Partiendo de la ecuación (6.23) se puede concluir que:

- un cambio en la potencia activa no produce un cambio apreciable en la magnitud de  $V_2$  dado que dicho cambio se encuentra en cuadratura con la tensión de red  $V_n$ ,

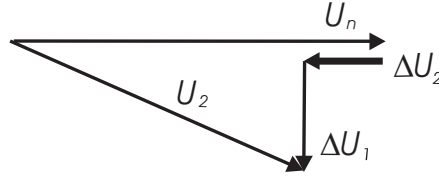


Figura 6.14: Modificación en el perfil de la tensión en función de la potencia reactiva.

- un cambio en la potencia reactiva produce un cambio apreciable en la magnitud de  $V_2$  dado que dicho cambio se encuentra en fase con la tensión de red  $V_n$ .

Luego, si se desea mantener constante el perfil de la tensión en el bus 2, la demanda de potencia reactiva debe ser satisfecha localmente, de manera que la fuerte influencia de ésta por su transporte en la línea de transmisión sea despreciable. Así, se torna evidente que en el punto de conexión de las granjas eólicas, la potencia reactiva debe ser provista por ellas o por algún dispositivo auxiliar.

#### 6.4. Propuesta de estrategia de control de la potencia reactiva de la granja

Como ha sido mencionado, el control vectorial permite realizar de manera independiente el control de las potencias activa y reactiva de los generadores doblemente alimentados (DFIG). Luego, algunas posibilidades acerca de dicho control son:

- Potencia activa  $\left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ Maximizando la potencia generada (DFIGmp)}; \\ 2, \text{ Fuente de potencia constante (DFIGcp)}; \\ 3, \text{ Control de frecuencia (DFIGfc) (propuesta en esta tesis §6.2)}. \end{array} \right.$
- Potencia reactiva  $\left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ Factor de potencia constante } \cos \varphi = 1; \\ 2, \text{ Factor de potencia especificado}; \\ 3, \text{ Control de tensión}. \end{array} \right.$

Los casos 1 y 2, para los controles de potencia activa y reactiva, son los más comúnmente empleados en la actualidad. En esta sección, como ya ha sido presentado, se considera contribuir a la regulación de frecuencia por medio de la potencia activa de la granja (DFIGfc) y, respecto de la potencia reactiva, que la granja contribuya a mantener el perfil de tensión en el punto de conexión (Control de tensión).

##### Granjas eólicas con DFIGfc

Como se ha mencionado en §6.2, en la estrategia de control de frecuencia se considera una modificación sobre la estrategia de potencia constante realizando una acción correctiva cuando se produce un cambio en la frecuencia [13][18]. Luego, se tiene:

$$P_{wf} = P_{SC} + \Delta P_{e(\Delta f)}, \quad (6.24)$$

$$\Delta P_{e(\Delta f)} = K \Delta f, \quad (6.25)$$

siendo  $P_{wf}$  la potencia de referencia para la turbina agregada,  $P_{SC}$  la referencia de potencia constante la que puede ser provista por un Control Supervisor y  $\Delta P_{e(\Delta f)}$  el cambio en la potencia

generada por la granja proporcional a la variación de frecuencia  $\Delta f$ . Note, además, que es posible incorporar un equivalente 'inercial' del comportamiento de la granja si se incorpora la derivada de la frecuencia en el punto de conexión de la granja.

### Granjas eólicas. Potencia reactiva

Acerca del control de potencia reactiva es importante destacar que el límite de las máquinas generadoras está dado por su potencia aparente  $S$ . En efecto, dado que el control de tensión se relaciona estrechamente con el control de potencia reactiva [14][51], es necesario considerar las mismas restricciones acerca del límite de potencia de las turbinas eólicas que para los casos de control de  $\cos \varphi$  distinto de uno. Así:

$$0 \leq S \leq S_{nominal} = S_{limit}. \quad (6.26)$$

Luego, en función de la potencia activa que se extrae del viento, es posible que algunas máquinas encuentren su  $S_{limit}$  no pudiendo alcanzar la potencia reactiva especificada. Para evitar lo anterior, como se ha mencionado, el despacho de carga es realizado por el Control Supervisor, de manera de repartir la carga de la granja de manera ponderada proporcional a las capacidades de cada aerogenerador [91][92].

Operando dentro de los límites de potencia aparente de las máquinas de inducción se tiene que para un  $\cos \varphi = \cos \varphi_o$  especificado, la ley de control de la potencia reactiva  $Q_{wf}$  es también función de la potencia activa generada:

$$Q_{wf} = K_{QP_e} P_{wf}, \quad (6.27)$$

con  $K_{QP_e} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_o}}{\cos \varphi_o}$ . Mientras que con control de tensión se tiene [19]:

$$Q_{wf} = K_{QV} \Delta V, \quad (6.28)$$

siendo  $K_{QV}$  la ganancia del control de tensión.

#### 6.4.1. Evaluación de la propuesta: simulación

La Figura 6.15 presenta un sistema bajo prueba empleado para verificar la contribución de la granja eólica a la estabilidad del sistema. Esta configuración, sin la granja eólica, es normalmente empleada para analizar el estabilizador del sistema de potencia (PSS), usado para amortiguar las oscilaciones de baja frecuencia [87]. El sistema está formado por una máquina sincrónica en paralelo con una granja eólica alimentando una carga. La máquina sincrónica, donde no se considera el control del par motor  $T_{mi}$  el cual entonces resulta constante, es asociado a un excitador IEEE Tipo I [51]. La granja está conectada al bus del generador (el n°1) por una impedancia de 0,0586j  $\Omega$  y ambos están conectados al bus infinito por una impedancia de 0,056 + 0,3206j  $\Omega$ . En todas las simulaciones, ha sido considerada una carga de 200 MW que cambia en 20 MW a  $t = 2s$ , mientras que la granja eólica tiene una penetración del 20% (40 MW). La velocidad del viento se mantiene constante. Los datos de los aerogeneradores son idénticos a los del control de frecuencia ya presentado.

Se muestran simulaciones para los siguientes casos:

- Figura 6.16: DFIGcp con  $\cos \varphi = 1$  (DFIGcp1) versus DFIGcp con control de tensión (DFIGcpvc).
- Figura 6.17: DFIGfc con control de tensión versus DFIGcpvc.

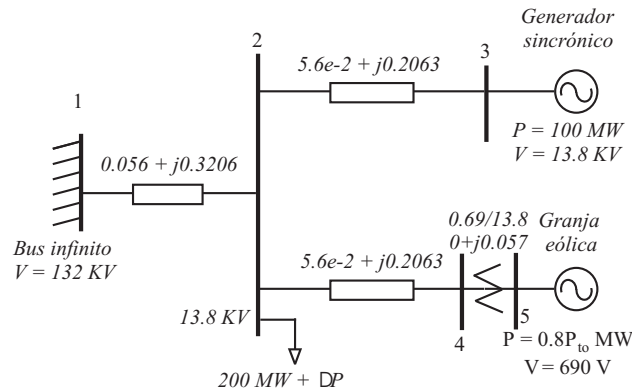


Figura 6.15: Generador y Granja contra Bus Infinito.

La Figura 6.16 presenta el comportamiento del sistema, cuando la granja es operada con las estrategias DFIGcp1 y DFIGcpvc. Dicha figura muestra en (a) y (b) la frecuencia y la tensión en el generador síncrono respectivamente, en (c) y (d) las potencias activa y reactiva del generador síncrono y en (e) y (f) las potencias activa y reactiva de la granja, respectivamente.

En la Figura 6.16, se observa en la parte (a) una mejora en la respuesta del comportamiento de la frecuencia en la estrategia DFIGcpvc (con control de tensión). Obviamente, en esta estrategia la mejora más notoria está en el comportamiento de la tensión en la parte (b). El comportamiento de las potencias activa y reactiva del generador síncrono indican un menor esfuerzo del generador debido a la contribución de reactivo por parte de la granja que se observa en (f). Es de notar, la contribución nula de potencia activa de la granja en (e). A modo de síntesis, en este caso, una importante mejora no sólo en el comportamiento de tensión sino de la frecuencia es observado.

En la Figura 6.17 se comparan, para la misma condición del 20% de penetración eólica las respuestas de las estrategias DFIGcpvc de la Figura 6.16 y DFIGfvc. Como se espera, se produce una fuerte mejora en el comportamiento transitorio de la frecuencia del sistema. Para la estrategia DFIGfvc también se observa una mejora en la tensión en bornes del generador síncrono. Lo anterior se obtiene a expensas de aumentar el esfuerzo de control, esto es, a expensas de aumentar la potencia activa generada por la granja como se observa en la parte (e) manteniéndose la generación de potencia reactiva en valores menores que para el caso DFIGcpvc (parte (f)). Lo anterior, da lugar a un menor esfuerzo tanto de potencia activa como reactiva por parte del generador síncrono según se observa en las partes (c) y (d) de la Figura (6.17).

Note que, como se mencionara para la Figura 6.12 (Sección §6.2.1) respecto del incremento de la penetración eólica, el esfuerzo de control necesario para mejorar ostensiblemente la respuesta del sistema tanto en lo referido a la tensión como a la frecuencia se encuentra en el orden de un valor máximo del 16% del valor de estado estacionario de la potencia aportada por la granja.

Finalmente, el caso:

- Control de frecuencia con  $\cos \varphi =$  especificado,

no se ha considerado porque representa una situación intermedia entre los casos DFIGcp1 en la Figura 6.16 y DFIGfvc de la Figura 6.17. Como en este caso, debido al factor de potencia, la potencia reactiva es una consecuencia de la generación de potencia activa, la conducta que exhibe la tensión puede ser perturbada por la potencia reactiva cuando se genera o se consume según la oscilación de potencia activa de la granja que es consecuencia de la oscilación de la frecuencia de la red.

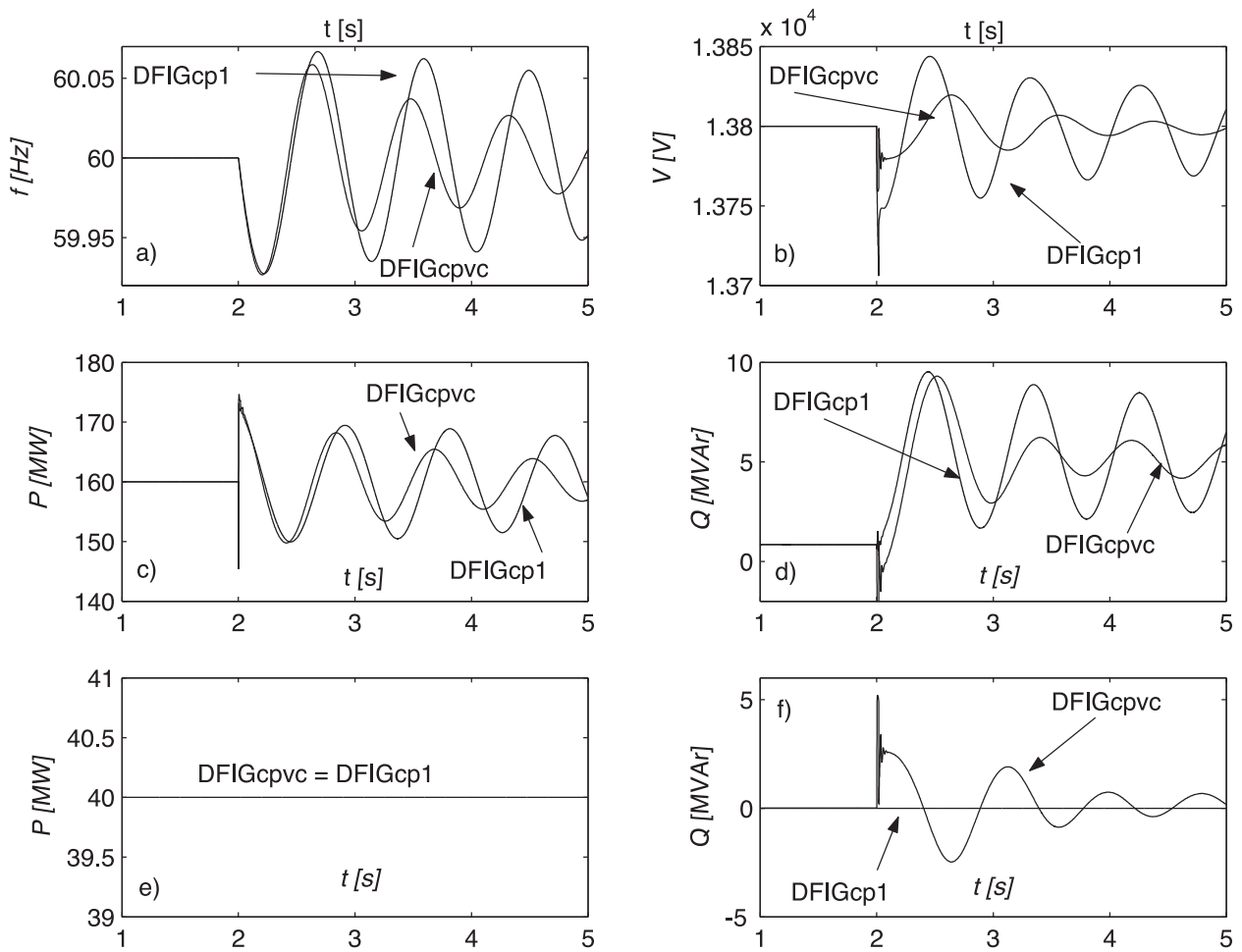


Figura 6.16: 20% de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Tensión en bornes del generador sincrónico (c) Potencia activa del generador sincrónico (d) Potencia reactiva del generador sincrónico (e) Potencia activa de la granja y (f) Potencia reactiva de la granja.

## 6.5. Conclusiones

A partir de considerar el incremento de generación eólica en los sistemas convencionales de generación eléctrica, se propone que las granjas eólicas intervengan en la regulación de frecuencia de manera similar a la que lo hacen los generadores sincrónicos convencionales.

Se presentó una estrategia de control de potencia activa de los aerogeneradores sin necesidad de modificar las características propias del sistema de generación convencional, y sin deteriorar significativamente la capacidad de generación de la granja. A tal efecto se ha considerado que el mismo opere al 80% del valor de potencia óptima para cada velocidad de viento. Lo último permite emplear tanto la reserva de potencia eólica de estado estacionario como la energía disponible en la inercia de las turbinas.

Se ha analizado y simulado el comportamiento del sistema con y sin intervención de la granja en la regulación de la frecuencia, a partir de introducir un importante nivel de perturbación en la carga. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto las ventajas de aplicar este control.

A posteriori, y a consecuencia del control vectorial de los generadores doblemente alimentados, se analizó el control de granjas eólicas considerando su influencia sobre la tensión de red a los efectos de agregar a las mejoras sobre el comportamiento de la frecuencia, una mejora en la tensión del

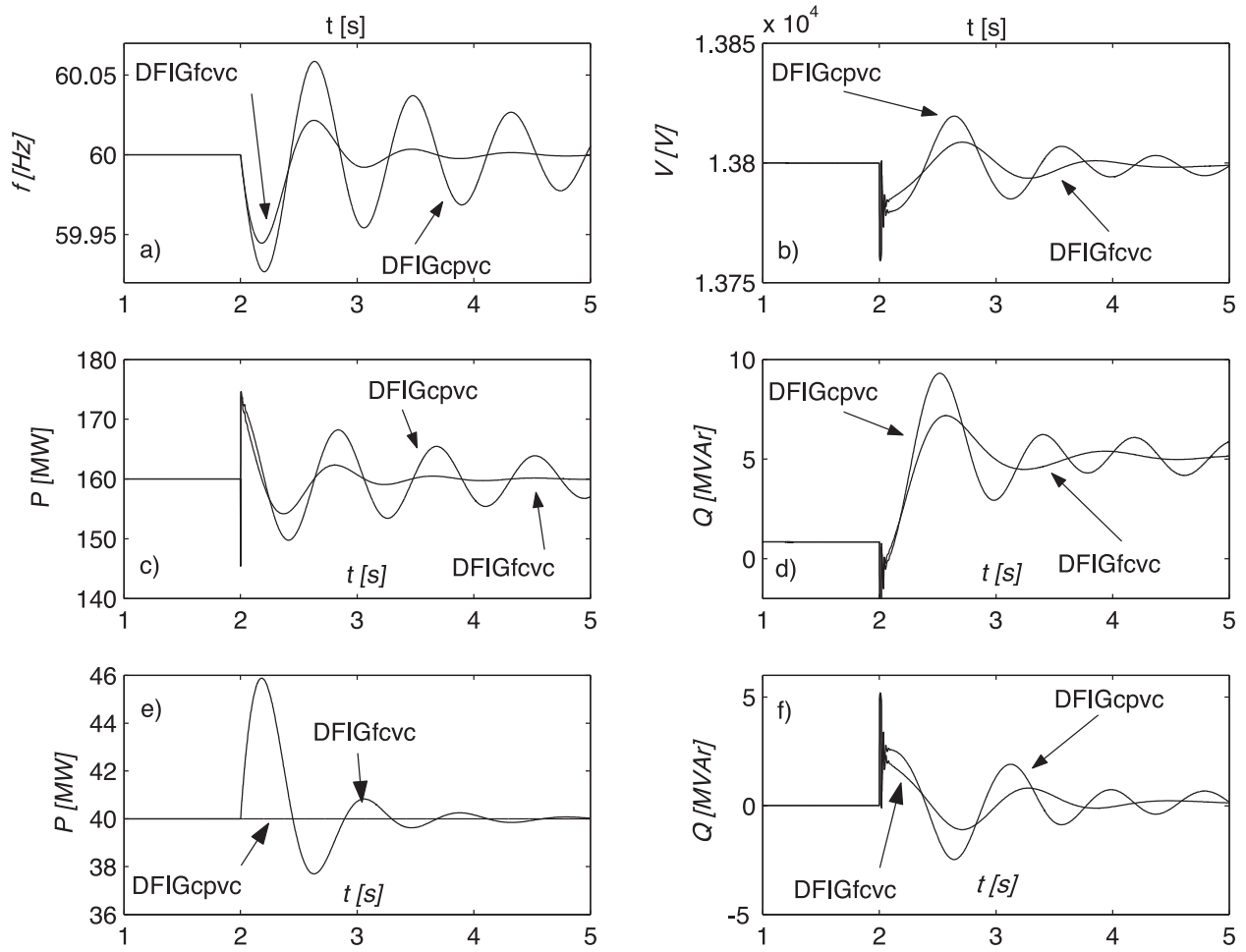


Figura 6.17: 20% de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Tensión en bornes del generador sincrónico (c) Potencia activa del generador sincrónico (d) Potencia reactiva del generador sincrónico (e) Potencia activa de la granja (f) Potencia reactiva de la granja.

punto de conexión común. La granja eólica, que ha sido modelada como una única turbina agregada fue probada para los siguientes casos:

1. Control de la potencia activa:
  - 1, Maximizar la potencia extraída (DFIGmp);
  - 2, Fuente de potencia constante (DFIGcp);
  - 3, Control de frecuencia (DFIGfc).

Donde el primero y segundo casos se consideraron como uno único al mantener la velocidad del viento constante.

2. Control de la potencia reactiva:
  - 1, Factor de potencia unitario
  - 2, Control de tensión.

El impacto de la potencia eólica en las dinámicas de la frecuencia y de la tensión ha sido evaluado cualitativamente por medio de simulaciones. Se observó que la granja operada con controles de frecuencia y de tensión, actuando de manera independiente, presentó los mejores resultados respecto de la respuesta dinámica de la frecuencia y de la tensión sin requerir de un esfuerzo de control excesivo.

Luego, aún cuando sólo un sistema relativamente simple ha sido investigado, debido a que las estrategias propuestas han sido diseñadas de manera independiente de la red de la cual forma

parte la granja, puede esperarse que investigaciones sobre otras configuraciones de red den lugar a similares resultados.



## Capítulo 7

# Formulación Analítica y Comportamiento Dinámico de las Estrategias de Control Propuestas

### Resumen

En este capítulo se analiza cómo contribuyen las estrategias de control de las granjas eólicas a la estabilidad del sistema eléctrico del cual forman parte. Se presenta, en primer lugar, la clasificación de la estabilidad de los sistemas de potencia y luego el modelado de los mismos. A los efectos de poder realizar el estudio pertinente, se agregan los modelos de granjas eólicas de velocidad fija y de velocidad variable al modelo completo. A posteriori, un análisis de autovalores determina la evolución de los mismos en función de las alternativas de control propuestas y la contribución de las estrategias respecto de la estabilidad de la red.

### 7.1. Estabilidad de los sistemas eléctricos

Los sistemas de potencia han ido evolucionando desde las centrales generadoras de antaño a los grandes sistemas interconectados actuales. Dada la naturaleza sumamente compleja de estos sistemas se tienen, por un lado una gran cantidad de desarrollos nacidos a consecuencia de la experimentación mientras que, por otro, aparecen gran cantidad de herramientas teóricas que poseen cierta dificultad de implementación. Así, amalgamar ambas actividades se torna indispensable si lo que se pretende es continuar con el desarrollo de los sistemas de potencia cuando se agrega gran cantidad de generación dispersa como la generación de energía eólica.

La estabilidad de un sistema de potencia puede ser definida como la capacidad de mantener un estado de equilibrio de operación bajo condiciones normales de funcionamiento y mantenerse en un estado aceptable de equilibrio después de una perturbación [51].

En el estudio de la estabilidad del sistema de potencia, el concepto predominante es el de perturbación. La perturbación, que se supone acotada a un pequeño lapso de tiempo en comparación con las dinámicas dominantes en el sistema, puede ser grande o chica. En el caso de esta última, en realidad, se trata de cambios que constantemente afectan al sistema por lo cual el sistema en sí es una red que cambia constantemente. En el caso de las fallas severas, como cortocircuitos de

redes de transmisión, pérdidas de unidades generadoras o cualquier otra perturbación, se involucra a una gran cantidad de dispositivos. En efecto, luego de una falla de estas características, los dispositivos de protección actúan para aislar el problema, esto redundando en cambios en el flujo de potencia, en la tensión y en la velocidad (frecuencia) de los generadores sincrónicos del sistema. Así, se dará intervención a los controles de tensión y de frecuencia de los generadores, los cambios en la frecuencia y en la tensión también darán lugar a modificaciones en las cargas asociadas a estos cambios. Sin embargo, la situación antes descripta, afortunadamente, afectará principalmente a las máquinas en directa relación con ella. Por lo anterior, es posible el estudio de sistemas de potencia más simples que las complejas redes modernas a los efectos de determinar el comportamiento y las leyes de control que puedan estabilizar a sistemas mucho más complejos. Por otra parte, el entendimiento de la estabilidad de los sistemas eléctricos se torna más sencillo enfocando y simplificando el problema al determinar a qué tipo de variable afecta directamente.

### **7.1.1. Estabilidad del ángulo rotórico**

Es la propiedad relacionada al sincronismo entre las máquinas del sistema eléctrico. Por ello, involucra a las oscilaciones de potencia activa entre generadores y a las oscilaciones de los rotores de las máquinas sincrónicas.

La estabilidad del ángulo rotórico se clasifica en dos tipos:

1. Estabilidad de pequeña señal: las perturbaciones son tales que permiten determinar el comportamiento del sistema a partir de linealizarlo. La naturaleza de la inestabilidad tiene dos causas, a) aumento en el ángulo del rotor hasta que se produce la pérdida del sincronismo o b) aumento de las oscilaciones del rotor debido a la disminución o pérdida del amortiguamiento. El último tópico es el desarrollado en este capítulo al agregar amortiguamiento a partir de controlar a las granjas adecuadamente. Dentro de la estabilidad de pequeña señal se tiene la siguiente clasificación [51][87]:
  - Modos intra área, asociados con las oscilaciones internas de grupos generadores en un mismo área de generación.
  - Modos inter área, las oscilaciones se producen entre máquinas de un área contra máquinas de otras áreas.
  - Modos de control, asociados con las unidades de generación y otros controles como, por ejemplo, compensadores estáticos, controles de excitación de las máquinas, etc.
  - Modos torsionales, las oscilaciones de cada máquina se asocian a los ejes de las máquinas respecto del resto de los controles del sistema de potencia.
2. Estabilidad transitoria: se encuentra asociada a la estabilidad en presencia de una falla severa del sistema de potencia. Se producen grandes evoluciones del ángulo rotórico.

### **7.1.2. Estabilidad de tensión**

La estabilidad de tensión se encuentra asociada a la capacidad del sistema de potencia para mantener las tensiones dentro de valores nominales después que el sistema ha estado sujeto a una perturbación. El factor determinante es la potencia reactiva que debe ser cubierta de manera local como se ha mostrado en el capítulo anterior. El estudio de la estabilidad de tensión puede clasificarse conforme a las perturbaciones [51]:

- Estabilidad de tensión para perturbaciones de pequeña señal, que se refiere a la capacidad del sistema de mantener la estabilidad de tensión cuando se producen pequeñas perturbaciones tales como pequeños cambios de carga.
- Estabilidad de tensión frente a grandes perturbaciones, representa la capacidad del sistema para recuperarse de fallas severas como la salida de operación de estaciones generadoras, interviniendo controles continuos y discontinuos como las protecciones. En general los tiempos de acción van desde algunos segundos hasta unos pocos minutos.

Las inestabilidades de tensión no ocurren aisladas de las rotóricas por lo cual, la distinción no es clara cuando se analizan distintos sucesos. Sin embargo, resulta importante comprenderlas por separado para determinar la estrategia adecuada cuando alguna de ellas se presenta.

### 7.1.3. Perspectivas actuales relacionadas con la estabilidad de los sistemas de potencia

En general, en la actualidad, los esfuerzos respecto de la estabilidad de los sistemas de potencia están relacionados con los modos de oscilación vinculados al análisis de pequeña señal. Lo anterior es consecuencia del gran desarrollo que han tenido tanto la modelización de los equipos como su testeo particularmente para máquinas sincrónicas, sus sistemas de excitación y las cargas [38][40][51][58][67][87]. Es de notar que también se ha ido incrementando la tendencia de los sistemas de potencia a exhibir oscilaciones a consecuencia, por ejemplo, del empleo de excitadores de elevada respuesta en los generadores sincrónicos [87].

Por otra parte, el crecimiento de los sistemas de potencia ha dado lugar a que unidades generadoras fuertemente acopladas se encuentren vinculadas por redes débiles lo cual, en condiciones de fuertes transferencias de potencia, da lugar a modos de oscilación inter área.

La tendencia actual, debido a las condiciones económico - financieras y a las regulaciones propias del mercado eléctrico, es construir sistemas eléctricos con cada vez menos redundancia de elementos de manera que se tornan más sensibles a los tipos de oscilación inter e intra área y a la estabilidad de tensión. Además, a medida que la tecnología cambia, se incrementa la complejidad de la dinámica de los sistemas eléctricos. Grandes esfuerzos en investigación se están realizando a los efectos de analizar y determinar el comportamiento de las redes así como las características y particularidades de los controles necesarios. En ese sentido, el aporte de las granjas eólicas se tornará significativo si, como se ha demostrado, pueden entregar tanto potencia activa como reactiva a los efectos de contribuir a la estabilidad de la red.

## 7.2. Operación de una red en estado estacionario

La función primaria de un sistema de energía es la de proveer las potencias activas y reactivas demandadas por las cargas conectadas a la red. Simultáneamente, la frecuencia y las tensiones en los buses que forman la red, deben mantenerse dentro de las tolerancias especificadas, a pesar de cambios en la demanda o de variaciones estructurales en la red.

La Figura 7.1, responde a un esquema muy sencillo a efectos de evaluar las características salientes de los sistemas de distribución de energía. En dicha figura, se presentan dos generadores  $G_1$  y  $G_2$  unidos por medio de una línea de transmisión alimentando en conjunto a las cargas del sistema.

Cada generador entrega una potencia aparente  $S_{G1}$  y  $S_{G2}$  a cada bus. Las cargas consumen las potencias  $S_{D1}$  y  $S_{D2}$ , respectivamente. La línea de transmisión se caracteriza por una impedancia

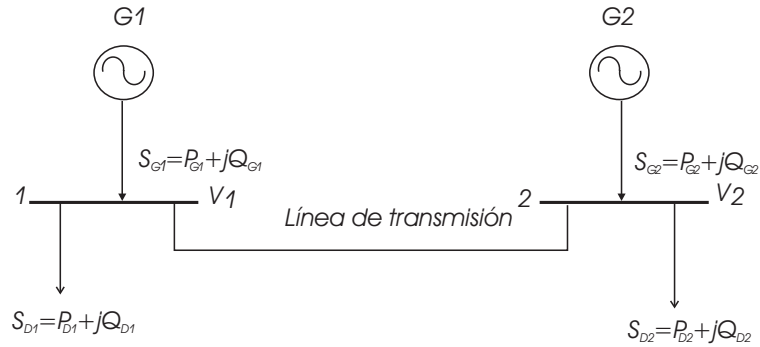


Figura 7.1: Sistema de dos buses.

serie  $Z_{ser}$  junto a una admitancia  $Y_{sh}$  en cada extremo. En la red de la figura, se pueden incorporar los transformadores que deben existir en cada extremo y que no modifican la topología de la impedancia y las admitancias consideradas para la línea de transmisión.

La potencia en cada bus es, entonces:

$$S_1 - P_1 + jQ_1 \doteq S_1 - P_{G1} - P_{D1} + j(Q_{G1} - Q_{D1}) = 0 \quad (7.1)$$

$$S_2 - P_2 + jQ_2 \doteq S_2 - P_{G2} - P_{D2} + j(Q_{G2} - Q_{D2}) = 0 \quad (7.2)$$

Manipulando los pares motrices de las máquinas, operando a frecuencia constante, es posible mantener el balance entre la potencia generada y la demandada más las pérdidas. Por manipulación de los campos rotóricos, se mantiene el balance entre generación y demanda de potencia reactiva junto a las pérdidas.

### 7.2.1. Modelo del sistema. Ecuaciones del flujo de carga estático

Considerando las corrientes entrando o saliendo de los buses, se tiene:

$$\frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_{sh} + \frac{V_1 - V_2}{Z_{ser}} \quad (7.3)$$

y para el bus 2,

$$\frac{S_2^*}{V_2^*} = V_2 Y_{sh} + \frac{V_2 - V_1}{Z_{ser}}, \quad (7.4)$$

donde \* indica la variable compleja conjugada.

Las admitancias paralelo para propósitos prácticos son puramente capacitivas [14], luego:

$$Y_{sh} = \frac{j}{X_c} \quad (7.5)$$

con  $X_c$  la reactancia capacitiva de la mitad de la línea.

La impedancia serie puede ser escrita como:

$$Z_{ser} = R + jX_L \quad (7.6)$$

y el factor de pérdidas  $\alpha$  es:

$$\alpha \doteq \frac{R}{X_L} \quad \alpha \ll 1 \quad (7.7)$$

debido a que las pérdidas siempre son comparativamente bajas. Luego,

$$Z_{ser} \simeq X_L e^{j(\pi/2 - \alpha)}. \quad (7.8)$$

Las tensiones de cada bus se caracterizan por

$$V_1 = |V_1|e^{j\delta_1} \quad (7.9)$$

$$V_2 = |V_2|e^{j\delta_2} \quad (7.10)$$

Si las últimas seis expresiones se reemplazan en (7.3) y (7.4), se tiene:

$$P_{G1} - P_{D1} - \frac{|V_1|^2}{X_L} \sin \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin[\alpha - (\delta_1 - \delta_2)] = 0 \quad (7.11)$$

$$P_{G2} - P_{D2} - \frac{|V_2|^2}{X_L} \sin \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \sin[\alpha + (\delta_1 - \delta_2)] = 0 \quad (7.12)$$

$$Q_{G1} - Q_{D1} + \frac{|V_1|^2}{X_c} - \frac{|V_1|^2}{X_L} \cos \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos[\alpha - (\delta_1 - \delta_2)] = 0 \quad (7.13)$$

$$Q_{G2} - Q_{D2} + \frac{|V_2|^2}{X_c} - \frac{|V_2|^2}{X_L} \cos \alpha + \frac{|V_1||V_2|}{X_L} \cos[\alpha + (\delta_1 - \delta_2)] = 0 \quad (7.14)$$

Las características salientes son [14]:

- Las expresiones son algebraicas porque tratan al sistema en estado estacionario.
- Las expresiones son no lineales, lo cual implica la imposibilidad, en muchos casos, de obtener soluciones analíticas.
- Dado que no es de interés obtener expresiones para la corriente, esta no aparece en las ecuaciones precedentes, pero sí lo hace la potencia.
- Asumir estado estacionario implica que la frecuencia es constante.
- El balance de potencia real es el siguiente:

$$P_{G1} + P_{G2} = P_{D1} + P_{D2} + \frac{\sin \alpha}{X_L} [ |V_1|^2 + |V_2|^2 - 2|V_1||V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2) ]. \quad (7.15)$$

Esta expresión establece que la suma de la generación de potencia real es igual a la demanda más las pérdidas, que se anulan cuando  $\alpha = 0$ .

- El balance de potencia reactiva es el siguiente:

$$Q_{G1} + Q_{G2} = Q_{D1} + Q_{D2} + \frac{\cos \alpha}{X_L} [ |V_1|^2 + |V_2|^2 - 2|V_1||V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2) ] - \frac{|V_1|^2 + |V_2|^2}{X_c}. \quad (7.16)$$

El tercer término representa las pérdidas reactivas  $Q_L$  y el cuarto la potencia reactiva en la línea.

- Los términos de pérdidas son, únicamente, función de las tensiones. Luego, se puede escribir:

$$P_L = P_L(|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2) \quad (7.17)$$

$$Q_L = Q_L(|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2) \quad (7.18)$$

- Advertir que siempre las fases  $\delta_1$  y  $\delta_2$  aparecen en la forma de diferencias,  $\delta_1 - \delta_2$ .
- Además de los parámetros de redes fijos, como  $\alpha$ ,  $X_L$  y  $X_c$ , las expresiones (7.11) a (7.14) contienen 12 variables (excluyendo la frecuencia). Luego, se debe reducir la cantidad variables desconocidas fijando algunos valores. Si se especifican 8 variables, las restantes 4 se pueden resolver.

### 7.2.2. Clasificación de las variables del sistema

La división natural de las variables de un sistema eléctrico es la siguiente:

**Variables incontrolables y perturbaciones** Se considera que las variables  $P_{D1}$ ,  $P_{D2}$ ,  $Q_{D1}$  y  $Q_{D2}$  están completamente fuera del control del sistema a pesar que los operadores de las redes eléctricas tienen información acerca de la tendencia y los valores de las cargas. Luego, el vector de perturbaciones queda definido como:

$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} P_{D1} \\ Q_{D1} \\ P_{D2} \\ Q_{D2} \end{bmatrix}. \quad (7.19)$$

**Variables de estado y de control.** Claramente las variables que son susceptibles de ser manipuladas son las potencias de los generadores. Las restantes son las variables de estado. Luego, el vector de estados  $x$  y el de control  $u$  quedan caracterizados por:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ |V_1| \\ \delta_1 \\ |V_2| \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ Q_{G1} \\ P_{G2} \\ Q_{G2} \end{bmatrix}. \quad (7.20)$$

#### Presunciones acerca de flujo de carga estático

En principio deben tenerse en cuenta los siguientes ítems:

- Dado que se posee cierta información sobre la demanda de potencia, con la incertidumbre correspondiente, se conoce el vector de las entradas de perturbación  $p$ ,
- se puede hacer una presunción de los valores de las cuatro variables de control, es decir, se especifican los buses de generación,
- quedan cuatro incógnitas que se pueden obtener a partir de las expresiones correspondientes.

Sin embargo, quedan dos problemas por resolver:

- No se pueden especificar a priori las cuatro variables de generación porque se desconocen las potencias de pérdidas. Conforme a (7.15) y (7.16), la suma de las variables de control es igual a la suma de las demandas de potencia más las pérdidas. Aún es posible fijar dos variables ( $P_{G2}$  y  $Q_{G2}$  por ejemplo) lo que mantiene dos incógnitas.
- No se podrán resolver nunca las fases individuales de las tensiones,  $\delta_1$  y  $\delta_2$ . Notar que cualquier valor arbitrario sumado a cada una de las fases en consideración, no modifica en absoluto el resultado.

Para solucionar el problema presentado se fija una de las fases, en general  $\delta_1 = 0$ . Lo anterior implica que se elige al fasor  $|V_1|$  como tensión de referencia. Así, se ha reducido el número de variables de estado a tres.

Dado que, aún existen cinco variables desconocidas (en el primero de los ítems anteriores aparecieron las potencias activa y reactiva del bus 1 como incógnitas) y cuatro ecuaciones, se debe especificar una de las tensiones. En general, se toma a  $V_1$  como la tensión de referencia. A modo de resumen, para poder encontrar los valores de estado estacionario del flujo de carga del sistema, se deben considerar los siguientes ítems:

- Asumir el conocimiento de las variables de demanda.
- Especificar potencias activas y reactivas de generación pero dejar dos sin especificación. Fijar  $\delta_1 = 0$ .
- Especificar  $V_1$ , por ejemplo  $V_1 = 1$  pu.
- Resolver las ecuaciones, en este caso se obtendrían  $|V_2|$ ,  $\delta_2$ ,  $P_{G1}$  y  $Q_{G1}$ .

### 7.2.3. Generalización a un sistema de $n$ buses

En términos generales, las expresiones (7.11) a (7.14) pueden escribirse en forma compacta como:

$$f(x, u, p) = 0 \quad (7.21)$$

En un sistema que conste de  $n$  buses se tendrá:

- $n$  magnitudes de tensiones de buses  $|V_i|$
- $n$  ángulos de fases  $\delta_i$
- $n$  potencias activas de generación  $P_{Gi}$
- $n$  potencias reactivas de generación  $Q_{Gi}$
- $n$  potencias activas de demanda  $P_{Di}$
- $n$  potencias reactivas de demanda  $Q_{Di}$

lo que implica un total de  $6n$  variables.

### 7.2.4. Restricciones prácticas sobre las variables de estado y sobre las variables de control

La solución de las ecuaciones del flujo estático de carga será de utilidad práctica solamente si las  $4n$  variables de control y de estado caen, en estado estacionario, dentro de límites preestablecidos. Los anteriores obedecen a las siguientes restricciones:

- Las variables de estado  $|V_i|$  deben satisfacer la siguiente desigualdad:

$$|V_i|_{min} < |V_i| < |V_i|_{max} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n, \quad (7.22)$$

lo que significa que no se aceptará que las magnitudes de las tensiones de bus caigan afuera de cierta banda de tolerancia. Dicha banda suele ser muy angosta, del orden del 5 al 10 %.

- Ciertas variables  $\delta_i$  deben satisfacer:

$$|\delta_i - \delta_j| < |\delta_i - \delta_j|_{max}, \quad (7.23)$$

restricción que establece el límite del ángulo de potencia del sistema de distribución de energía entre buses [14].

Con respecto a las fuentes de  $P$  y  $Q$ , se tiene:

$$P_{Gi,min} < P_{Gi} < P_{Gi,max}$$

$$Q_{Gi,min} < Q_{Gi} < Q_{Gi,max}.$$

### Tipos de buses

Los buses se clasifican en tres categorías [14]:

**Bus tipo 1** En este tipo de bus se establecen a priori  $P_{Di}$  y  $Q_{Di}$  y se especifican  $P_{Gi}$  y  $Q_{Gi}$ . La solución de las ecuaciones del flujo de carga da  $|V_i|$  y  $\delta_i$ . Los buses de carga corresponden a esta categoría.

**Bus tipo 2** En este tipo de bus se conocen a priori  $P_{Di}$  y  $Q_{Di}$  y se especifican  $P_{Gi}$  y  $|V_i|$ . La solución de las ecuaciones del flujo de carga da  $Q_{Gi}$  y  $\delta_i$ . Se conoce como bus de control de tensión.

**Bus tipo 3** En este tipo de bus se conocen a priori  $P_{Di}$  y  $Q_{Di}$  y se especifican  $|V_i|$  y  $\delta_i$ , que usualmente se iguala a cero. La solución de las ecuaciones del flujo de carga da  $P_{Gi}$  y  $Q_{Gi}$ . Se conoce como bus de referencia, también es llamado *slack* bus o *swing* bus.

### El problema del flujo de carga

El estado del sistema de distribución de energía quedó caracterizado por el vector de estados, las magnitudes y fases de las tensiones en los buses. Con el conocimiento de estas variables, se determina el flujo de potencia, es decir, la estructura del flujo de energía del sistema. No obstante, deben tenerse en cuenta varias consideraciones al respecto del cálculo del flujo de carga. Estas son:

- Existe una distribución de potencia generada que es la óptima desde el punto de vista del costo de la generación [14]. Si bien la demanda a cada instante es casi constante varía grandemente en las distintas horas del día.
- Ciertas líneas poseen una capacidad de transmisión de potencia limitada, razón por la cual deben tenerse presentes estas restricciones.
- Los límites de los valores de las tensiones en los buses deben ser respetados.
- Si el sistema forma parte de un gran sistema interconectado, seguramente deberá cumplir con un programa de consumo/generación de energía respecto de los sistemas vecinos.
- Los efectos de fallas masivas en los sistemas interconectados deben ser minimizados a partir de una apropiada estrategia de fallas luego del análisis del flujo de carga.
- El análisis del flujo de carga es muy importante en el planeamiento de futuras extensiones de la red de distribución presente.

Las etapas que deben resolverse son:

- 1 Obtener el modelo matemático de la red en consideración.
- 2 La especificación de las restricciones en las tensiones en los buses de la red debe ser considerada.
- 3 El cómputo de las ecuaciones del flujo de carga debe dar los valores de las tensiones de los buses.
- 4 Con el conocimiento de las tensiones, se puede obtener el flujo de potencia en todas las líneas de transmisión.



## 7.3. Formulación del modelo dinámico de la red

### 7.3.1. El modelo estático de la red

Sea un sistema de distribución como el de la Figura 7.2. Este se puede presentar como se muestra en la Figura 7.3. En esta última aparecen seis ramas que corresponden a las admitancias  $Y_1$  a  $Y_6$  que representan el modelo de las líneas de transmisión (y los transformadores de línea) y  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  representando las potencias de generación menos los consumos en cada bus si los hubiera.

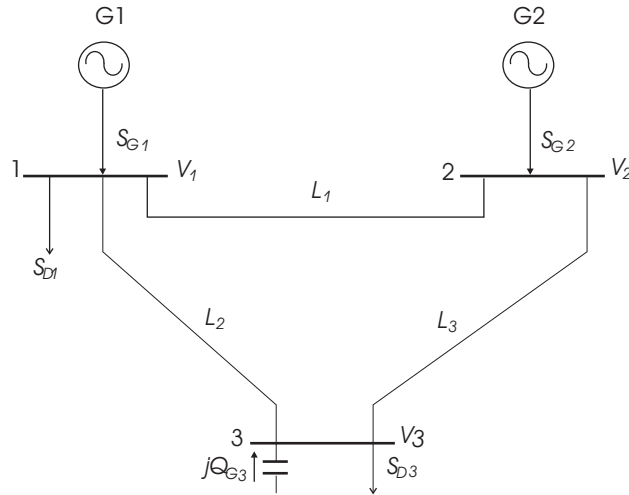


Figura 7.2: Sistema de tres buses.

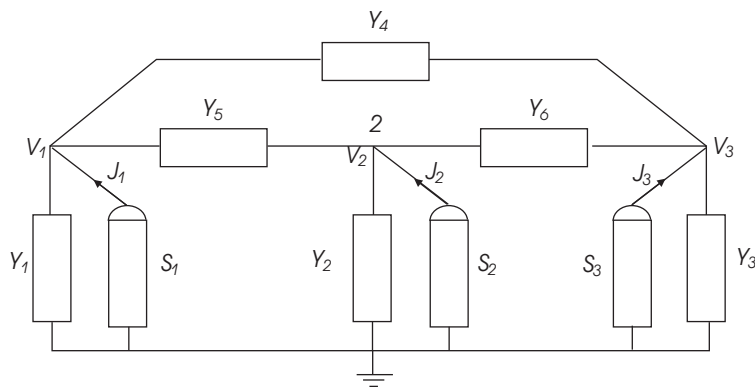


Figura 7.3: Sistema de tres buses.

Las corrientes inyectadas en los nodos son  $J_1$ ,  $J_2$  y  $J_3$  y las tensiones son  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ . Luego, se tiene:

$$\begin{aligned} J_1 &= V_1 Y_1 + (V_1 - V_2) Y_5 + (V_1 - V_3) Y_4, \\ J_2 &= V_2 Y_2 + (V_2 - V_1) Y_5 + (V_2 - V_3) Y_6, \\ J_3 &= V_3 Y_3 + (V_3 - V_1) Y_4 + (V_3 - V_2) Y_6. \end{aligned}$$

Llamando

$$\begin{aligned} y_{11} &= Y_1 + Y_4 + Y_5; & y_{23} &= y_{32} = -Y_6, \\ y_{22} &= Y_2 + Y_5 + Y_6; & y_{13} &= y_{31} = -Y_4, \\ y_{33} &= Y_3 + Y_4 + Y_6; & y_{12} &= y_{21} = -Y_5, \end{aligned}$$

Luego, puede escribirse:

$$\begin{aligned} J_1 &= y_{11}V_1 + y_{12}V_2 + y_{13}V_3 \\ J_2 &= y_{21}V_1 + y_{22}V_2 + y_{23}V_3 \\ J_3 &= y_{31}V_1 + y_{32}V_2 + y_{33}V_3 \end{aligned}$$

Las anteriores en forma matricial son:

$$J_{bus} = Y_{bus}V_{bus}, \quad (7.24)$$

donde

$$J_{bus} \doteq \begin{bmatrix} J_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ J_n \end{bmatrix} \text{ es el vector de corrientes de los buses,} \quad (7.25)$$

$$V_{bus} \doteq \begin{bmatrix} V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix} \text{ el vector de tensiones de los buses y}$$

$$Y_{bus} \doteq \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \text{ la matriz de admitancias de los buses.}$$

También se pueden especificar las potencias en cada bus en lugar de las corrientes. Luego,

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = y_{i1}V_1 + y_{i2}V_2 + \dots + y_{in}V_n, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (7.26)$$

ó

$$P_i - jQ_i = y_{i1}V_1V_i^* - y_{i2}V_2V_i^* - \dots - y_{in}V_nV_i^*, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad (7.27)$$

ecuación que constituye la forma general de las ecuaciones de flujo de carga estático de un sistema de distribución de energía. La (7.27), implica la necesidad de resolver  $2n$  ecuaciones reales. Es de notar que, la matriz de admitancias está formada de la siguiente manera:

- Los elementos diagonales de  $y_{ii}$  son obtenidos como la suma algebraica de todas las admitancias incidentes en el nodo  $i$ .
- Los elementos de la anti-diagonal  $y_{ij} = y_{ji}$  son obtenidos como el negativo de las admitancias conectadas entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$ .

### 7.3.2. Marco de referencia rotante sincrónico. Modelo dinámico de cargas R - L y líneas de transmisión

Sea un sistema eléctrico en el que se propone la existencia de ' $m$ ' generadores sincrónicos conectados a ' $b$ ' cargas  $R-L$  simétricas balanceadas. En dichas cargas se han despreciado los efectos capacitivos en líneas y transformadores, lo que permite modelar al sistema de manera relativamente simple. Luego, las tensiones de línea, transformadores y cargas se relacionan con la corriente por medio de [87]:

$$V_{Ai} = -R_i I_{Ai} + \frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{Ai}}{dt} \quad i = 1, \dots, b \quad (7.28)$$

$$V_{Bi} = -R_i I_{Bi} + \frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{Bi}}{dt} \quad i = 1, \dots, b \quad (7.29)$$

$$V_{Ci} = -R_i I_{Ci} + \frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_{Ci}}{dt} \quad i = 1, \dots, b \quad (7.30)$$

con  $A$ ,  $B$  y  $C$  las fases del sistema y con

$$\begin{bmatrix} \psi_{ai} \\ \psi_{bi} \\ \psi_{ci} \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} X_{esi} & X_{emi} & X_{emi} \\ X_{emi} & X_{esi} & X_{emi} \\ X_{emi} & X_{emi} & X_{esi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I_{ai} \\ -I_{bi} \\ -I_{ci} \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, b \quad (7.31)$$

Si se emplea la matriz de transformación  $T_{dqos}$ ,

$$T_{dqos} \doteq \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \omega_s t & \cos(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \omega_s t & -\sin(\omega_s t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega_s t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (7.32)$$

a las variables del sistema, se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_{Di} \\ V_{Qi} \\ V_{0i} \end{bmatrix} \doteq \frac{1}{\sqrt{2}} T_{dqos} \begin{bmatrix} V_{ai} \\ V_{bi} \\ V_{ci} \end{bmatrix} \quad i = m + 1, \dots, b$$

$$\begin{bmatrix} I_{Di} \\ I_{Qi} \\ I_{0i} \end{bmatrix} \doteq \frac{1}{\sqrt{2}} T_{dqos} \begin{bmatrix} I_{ai} \\ I_{bi} \\ I_{ci} \end{bmatrix} \quad i = m + 1, \dots, b$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{Di} \\ \psi_{Qi} \\ \psi_{0i} \end{bmatrix} \doteq \frac{1}{\sqrt{2}} T_{dqos} \begin{bmatrix} \psi_{ai} \\ \psi_{bi} \\ \psi_{ci} \end{bmatrix} \quad i = m + 1, \dots, b.$$

Con la transformación anterior, se convierte a todas las variables de la red (trifásica y balanceada) en constantes [50][87], además puede aplicarse indistintamente en la red eléctrica de manera de transformar a todas las variables permitiendo el empleo de menor cantidad de ecuaciones. Aplicando la transformación, la red y las cargas pueden conectarse a los ' $m$ ' generadores sincrónicos que las alimentarán. Luego, se tiene:

$$\epsilon \frac{\psi_{Di}}{dt} = R_i I_{Di} + \psi_{Di} + V_{Di} \quad i = m_1 + m_2 + 1, \dots, b \quad (7.33)$$

$$\epsilon \frac{\psi_{Qi}}{dt} = R_i I_{Qi} - \psi_{Qi} + V_{Qi} \quad i = m_1 + m_2 + 1, \dots, b \quad (7.34)$$

$$\epsilon \frac{\psi_{0i}}{dt} = R_i I_{0i} + V_{0i} \quad i = m + 1, \dots, b \quad (7.35)$$

$$\psi_{Di} = -X_{epi} I_{Di} \quad i = m + 1, \dots, b \quad (7.36)$$

$$\psi_{Qi} = -X_{epi} I_{Qi} \quad i = m + 1, \dots, b \quad (7.37)$$

$$\psi_{0i} = -X_{eoi} I_{0i} \quad i = m + 1, \dots, b \quad (7.38)$$

con  $X_{epi} = X_{esi} - X_{emi}$  y  $X_{eoi} = X_{esi} + 2X_{emi}$  con  $\epsilon$  una constante producto de la transformación. Estator, red y cargas poseen exactamente la misma forma cuando se expresan en este marco de referencia.

### 7.3.3. Generalización de los modelos dinámicos de la red y de las cargas

Una aproximación ampliamente empleada es considerar que la dinámica de las líneas de transmisión se aproxima por ecuaciones algebraicas de la siguiente forma [51]:

$$(V_{Di} + jV_{Qi})(I_{LDi} - jI_{LQi}) = P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) \quad i = 1, \dots, n \quad (7.39)$$

donde  $P_{Li}$  y  $Q_{Li}$  son las potencias activas y reactivas de las cargas que pueden ser funciones no lineales de la magnitud de la tensión. Así, los modelos generalizados de las cargas son los siguientes:

$$P_{Li}(V_i) = P_{Loi} + k_{P1i}V_i + k_{P2i}V_i^2 + \dots \quad i = 1, \dots, n \quad (7.40)$$

$$Q_{Li}(V_i) = Q_{Loi} + k_{Q1i}V_i + k_{Q2i}V_i^2 + \dots \quad i = 1, \dots, n \quad (7.41)$$

o cualquier combinación de términos involucrando potencias de  $V_i$ . Los términos  $P_{Loi}$  y  $Q_{Loi}$  representan las componentes de 'potencia constante';  $k_{P1i}$  y  $k_{Q1i}$  representan las componentes de 'corriente constante' y  $k_{P2i}$  y  $k_{Q2i}$  representan las componentes de 'impedancia constante'.

Con el modelo generalizado para la red y las cargas, las ecuaciones algebraicas para la interconexión de  $m + n$  máquinas con todos los transformadores, líneas y cargas utilizando la matriz de admitancias es:

$$(I_{di} + jI_{qi})e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} + (I_{Di} + jI_{Qi}) = \sum_{k=1}^n Y_{ik} e^{j\alpha_{ik}} V_k^{j\theta_k} \quad i = 1, \dots, n \quad (7.42)$$

$$I_{LDi} + jI_{LQi} = \sum_{k=1}^n Y_{ik} e^{j\alpha_{ik}} V_k^{j\theta_k} \quad i = m_1 + m_2 + 1, \dots, n \quad (7.43)$$

o

$$V_i e^{j\theta_i} (I_{di} - I_{qi}) e^{-j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} + P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} e^{j(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})} \quad (7.44)$$

$$P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} e^{j(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})} \quad (7.45)$$

con  $i = m_1 + m_2 + 1, \dots, n$  y  $\theta$  la fase de la tensión correspondiente.

### 7.3.4. El generador sincrónico. Modelo de la red

El modelo de dos ejes (luego de aplicar  $T_{dqos}$ ) de las máquinas sincrónicas, en las que se considera el empleo de excitadores del tipo IEEE tipo 1, es [87]:

$$T'_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} + E_{fdi} \quad (7.46)$$

$$T'_{qoi} \frac{dE'_{di}}{dt} = -E'_{di} - (X_{qi} - X'_{qi})I_{qi} \quad (7.47)$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (7.48)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - E'_{di}I_{qi} - (X_{qi} - X'_{qi})I_{di}I_{qi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (7.49)$$

$$T_{Ei} \frac{dE_{fdi}}{dt} = -(K_{Ei} + S_{Ei}(E_{fdi}))E_{fdi} + V_{Ri} \quad (7.50)$$

$$T_{Fi} \frac{dR_{fi}}{dt} = -R_{fi} + \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi} \quad (7.51)$$

$$T_{Ai} \frac{dV_{Ri}}{dt} = -V_{Ri} + K_{Ai}R_{fi} - \frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi} + K_{Ai}(V_{refi} - V_i) \quad (7.52)$$

con  $i = 1, \dots, m$ . En este modelo, en el que se desprecia la dinámica de los arrollamientos amortiguadores, las variables consideradas son:  $E'_d$  y  $E'_{qi}$  las tensiones internas,  $T'_{do}$  y  $T'_{qi}$  las constantes de la dinámica de las mencionadas tensiones,  $X_d$  y  $X_{qi}$  las componentes de las reactancias estatóricas,  $X'_{di} = X_{qi} - X_{mdi}^2/X_{fdi}$  y  $X'_{qi} = X_{qi} - X_{mqi}^2/X_{1qi}$  con  $X_{mdi}$  y  $X_{mqi}$  las componentes de la reactancia magnetizante,  $X_{fdi}$  la reactancia del arrollamiento de excitación y  $X_{1qi}$  la reactancia del arrollamiento rotórico,  $E_{fdi}$  la tensión de excitación,  $\omega_i$  la frecuencia del generador,  $\omega_s$  la frecuencia del marco de referencia,  $H_i$  la constante de inercia de los generadores,  $T_{mi}$  el par motor el cual se considera constante y  $D_i$  el coeficiente de amortiguamiento de cada máquina sincrónica. Las últimas tres ecuaciones (excitador IEEE tipo I), en las cuales  $E_{fdi}$  corresponde a la tensión del campo, corresponden a la dinámica del regulador de tensión, siendo la expresión (7.50) la dinámica del excitador con  $V_{Ri}$  la tensión de entrada del excitador,  $K_{Ei}$  una constante que depende del circuito de entrada y  $S_{Ei}(E_{fdi})$  la curva de saturación del excitador y la segunda de las ecuaciones, la (7.51), corresponde a la dinámica del transformador estabilizador con  $T_{Fi}$  la constante de tiempo,  $R_{Fi}$  la variable de estado del regulador y  $K_{Fi}/T_{Fi}$  la ganancia, mientras que la tercera, la (7.52), corresponde al amplificador del regulador de tensión que puede ser un generador de CC o un amplificador estático.

Las expresiones algebraicas son:

$$V_i e^{j\theta_i} (I_{di} - I_{qi}) e^{-j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} + P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} e^{j(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})} \quad (7.53)$$

$$P_{Li}(V_i) + jQ_{Li}(V_i) = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} e^{j(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})} \quad (7.54)$$

con  $i = m_1 + m_2 + 1, \dots, n$ .

Mientras que los límites de las variables, para los  $n$  buses, son:

$$|V_i|_{min} < |V_i| < |V_i|_{max} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (7.55)$$

$$|\delta_i - \delta_j| < (\delta_i - \delta_j)_{max} \quad (7.56)$$

### 7.3.5. El ángulo de referencia y el centro de inercia (COI)

El modelo dinámico presentado posee una variable más que la cantidad de ecuaciones, porque cada sistema rotacional posee un ángulo de referencia. Como se ha indicado, si se definen todos los ángulos respecto de la máquina 1, y al ángulo correspondiente se le asigna arbitrariamente valor nulo ( $\delta_1 = 0$ ), se deben definir nuevos ángulos para la resolución de las ecuaciones del sistema:

$$\delta'_i = \delta_i - \delta_1 \quad i = 1, \dots, n \quad (7.57)$$

$$\theta'_i = \theta_i - \theta_1 \quad i = 1, \dots, n \quad (7.58)$$

cuyas derivadas para las nuevas variables de estado son:

$$\frac{d\delta'_1}{dt} = 0 \quad (7.59)$$

$$\frac{d\delta'_i}{dt} = \omega_i - \omega_1 \quad i = 2, \dots, n \quad (7.60)$$

implicando lo anterior la reducción del orden del sistema.

El centro de inercia (COI) de un sistema de potencia, que representa el movimiento medio de todo el sistema, es comúnmente empleado en los análisis de estabilidad. En el caso de emplear el centro de inercia del sistema, en lugar de emplear como referencia el ángulo de una máquina, se utilizan ángulos y velocidades del centro de inercia calculados como:

$$\delta_{COI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^m M_i \delta_i \quad (7.61)$$

$$\omega_{COI} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^m M_i \omega_i \quad (7.62)$$

con

$$M_T = \sum_{i=1}^m M_i \text{ y } M_i = \sum_{i=1}^m \frac{2H_i}{\omega_s}$$

De esta manera se puede obtener el nuevo modelo del sistema pero empleando como referencia el centro de inercia de la red eléctrica.

## 7.4. Modelado de un sistema de potencia con múltiples máquinas

Antes de proceder a modelar los sistemas de potencia, es necesario establecer una serie de simplificaciones a los efectos de reducir la complejidad de las expresiones y la cantidad de variables intervinientes. Dichas simplificaciones están ampliamente verificadas en la práctica y se basan en eliminar tanto los transitorios de la red como del estator de los generadores. Así puede emplearse el modelo de estado estacionario para la representación de la red eléctrica. Además no se tendrán en cuenta las dinámicas de la turbina y del 'governor' de la misma, que no ha sido presentados, por lo anterior se considerará que  $T_{mi}$  permanece constante. Así, las ecuaciones algebraico - diferenciales para un sistema de  $m$  máquinas,  $n$  buses, con excitadores IEEE tipo 1 son [87]:

1. Ecuaciones Diferenciales:

$$T'_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} + E_{fdi} \quad (7.63)$$

$$T'_{qoi} \frac{dE'_{di}}{dt} = -E'_{di} - (X_{qi} - X'_{qi})I_{qi} \quad (7.64)$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (7.65)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - E'_{di}I_{qi} - (X_{qi} - X'_{qi})I_{di}I_{qi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (7.66)$$

$$T_{Ei} \frac{dE_{fdi}}{dt} = -(K_{Ei} + S_{Ei}(E_{fdi}))E_{fdi} + V_{Ri} \quad (7.67)$$

$$T_{Fi} \frac{dR_{fi}}{dt} = -R_{fi} + \frac{K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi} \quad (7.68)$$

$$T_{Ai} \frac{dV_{Ri}}{dt} = -V_{Ri} + K_{Ai}R_{fi} - \frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Fi}}E_{fdi} + K_{Ai}(V_{refi} - V_i) \quad (7.69)$$

con  $i = 1, \dots, m$ .

2. Ecuaciones Algebraicas:

(a) Ecuaciones estáticas

$$0 = V_i e^{j\theta_i} + (R_{si} + jX'_{si})(I_{di} + jI_{qi})e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} - [E'_{di} + (X'_{qi} - X'_{di})I_{qi} + E'_{qi}]e^{j(\delta_i - \frac{\pi}{2})} \quad (7.70)$$

ó

$$E'_{di} - V_i \sin(\delta_i - \theta_i) - R_{si}I_{di} + X'_{qi}I_{qi} = 0 \quad (7.71)$$

$$E'_{qi} - V_i \cos(\delta_i - \theta_i) - R_{si}I_{qi} + X'_{di}I_{di} = 0 \quad (7.72)$$

con  $i = 1, \dots, m$ .

(b) Ecuaciones de la red. Buses de generación

$$I_{di}V_i \sin(\delta_i - \theta_i) + I_{qi}V_i \cos(\delta_i - \theta_i) + P_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) = 0 \quad (7.73)$$

$$I_{di}V_i \cos(\delta_i - \theta_i) + I_{qi}V_i \sin(\delta_i - \theta_i) + Q_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) = 0 \quad (7.74)$$

con  $i = 1, \dots, m$ .

Buses de carga

(a) Potencia activa

$$P_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) = 0 \quad i = m + 1, \dots, n \quad (7.75)$$

(b) Potencia reactiva

$$Q_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) = 0 \quad i = m + 1, \dots, n \quad (7.76)$$

En total se tienen:

1 Siete ecuaciones diferenciales por cada máquina ( $7m$ ).

**2** Una ecuación algebraica estática compleja, es decir dos ecuaciones reales ( $2m$ ).

**3** Una ecuación algebraica compleja de la red, es decir dos ecuaciones reales ( $2n$ ).

El vector de estado, de cada máquina, es  $x = [E'_{qi} \quad E'_{di} \quad \delta_i \quad \omega_i \quad E_{fdi} \quad R_{fi} \quad V_{Ri}]^T$ , mientras que el conjunto de variables algebraicas es  $y = [I_{di-qi}^t \quad V_i^t \quad \theta_i^t]^T$ .

En resumen el conjunto de ecuaciones puede escribirse como:

$$\dot{x} = f(x, y, u) \quad (7.77)$$

$$0 = g(x, y). \quad (7.78)$$

Siendo el vector de entradas  $u = [\omega_s \quad T_{mi} \quad V_{refi}]$ .

#### 7.4.1. El modelo reducido de la red eléctrica

El modelo anterior puede reducirse al considerar los siguientes aspectos:

- despreciando, en los generadores sincrónicos, la saliencia transitoria, es decir, haciendo  $X'_d = X'_q$ ;
- considerando que cada máquina sincrónica está formada por un fasor de tensión constante detrás de la reactancia transitoria;
- considerando que el ángulo mecánico de la máquina coincide con el ángulo del fasor de tensión;
- considerando que las cargas son del tipo de impedancia constante;
- considerando que la resistencia estática es despreciable.

Este modelo, conocido como modelo reducido de la red eléctrica, es el más simple que permite determinar, con ciertas restricciones, la estabilidad de los sistemas de potencia:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (7.79)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - P_{Gi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (7.80)$$

con  $i = 1, \dots, m$  y  $P_{Gi}$  la potencia activa de los generadores sincrónicos. Donde, además, deben tenerse en cuenta las expresiones de las potencias en los buses de generación y carga.

#### 7.4.2. El modelo que preserva la estructura

En el modelo reducido se consideran cargas del tipo de impedancia constante. Es sabido que el tipo de carga puede modificar la característica de estabilidad del sistema [67]. En el modelo que preserva la estructura se consideran los siguientes aspectos:

- los arrollamientos amortiguadores se desprecian;
- el modelo de un eje del generador es propuesto considerando que cada máquina sincrónica posee un arrollamiento de campo, así se considera la característica de decaimiento del flujo, o sea la tensión no es constante;
- la tensión de campo  $E_{fd}$  se considera constante;



- las cargas activas son del tipo de potencia constante mientras que las cargas de potencia reactiva pueden ser de cualquier tipo;
- en general, como en el caso anterior, se desprecian las resistencias de las líneas de transmisión.

Luego, el modelo es:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (7.81)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - P_{Gi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (7.82)$$

$$T'_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} + E_{fdi} \quad (7.83)$$

con  $i = 1, \dots, m$  y  $P_{Gi}$  la potencia activa de los generadores sincrónicos. Donde, además, deben tenerse en cuenta las expresiones de las potencias en los buses de generación y carga.

## 7.5. Estabilidad de Pequeña Señal

El modelo lineal de las redes de energía es comúnmente empleado para el estudio de la respuesta transitoria y de estabilidad. En muchos casos, los problemas de inestabilidad son iniciados por perturbaciones aleatorias que resultan en un comportamiento oscilatorio que, si no es amortiguado, puede aumentar indefinidamente [51][87]. Como se ha mencionado, las oscilaciones electromecánicas pueden ser de dos tipos:

- Oscilaciones de modo local, también denominadas oscilaciones intra área porque involucra la oscilación entre ejes de generadores sincrónicos que pertenecen a una misma área de generación. Están en el rango de frecuencias entre 1 a 3 Hz
- Oscilaciones de modo global: conocidas como oscilaciones inter - área, están en el rango de menos de 1Hz aproximadamente. En este caso, las oscilaciones se refieren a grupos de generadores de un área contra otro grupo perteneciente a otra área.

Dado que el modelo que representa el comportamiento de un sistema eléctrico (expresiones (7.63) - (7.69), (7.70) y (7.73) a (7.76) ó los modelos simplificados de los generadores sincrónicos) es no lineal, es necesario conocer el modelo dinámico linealizado del sistema eléctrico para analizar los modos de oscilación locales e inter-área mencionados.

### 7.5.1. Linealización. Dinámica de los sistemas de potencia

Es bien conocido el proceso de linealización mediante el cual se puede realizar el análisis de estabilidad de pequeña señal de cualquier sistema físico. En particular el proceso de linealización de una red eléctrica puede consultarse en [14][51], así partiendo de las expresiones (7.63) a (7.69),

luego del proceso de linealización, y de reordenar las variables, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}_i \\ \Delta \dot{\omega}_i \\ \Delta \dot{E}'_{qi} \\ \Delta \dot{E}'_{di} \\ \Delta \dot{E}'_{fdi} \\ \Delta \dot{V}_{Ri} \\ \Delta \dot{R}_{fdi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{D_i}{M_i} & -\frac{I_{qio}}{M_i} & -\frac{I_{dio}}{M_i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{doi}} & 0 & \frac{1}{T'_{doi}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{qoi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{si}(E_{fdio}) & -\frac{1}{T_{Ei}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_{Ai}K_{Fi}}{T_{Ai}T_{Fi}} & -\frac{1}{T'_{Ai}} & -\frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{Fi}}{(T_{Fi})^2} & 0 & -\frac{1}{T_{Fi}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E'_{di} \\ \Delta E'_{fdi} \\ \Delta V_{Ri} \\ \Delta R_{fdi} \end{bmatrix} + \tag{7.84}$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{I_{qio}(X'_{di}-X'_{qi})-E'_{dio}}{M_i} & \frac{I_{dio}(X'_{di}-X'_{qi})-E'_{qio}}{M_i} \\ -\frac{(X'_{di}-X'_{di})}{T'_{doi}} & 0 \\ 0 & \frac{(X_{qi}-X'_{qi})}{T'_{qoi}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_{Mi} \\ \Delta V_{refi} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

con

$$f_{si}(E_{fdio}) = -\frac{K_{Ei} + E_{fdio} \partial S_{E_{fdio}} + S_E(E_{fdio})}{T_{Ei}}, \tag{7.85}$$

indicando 'o' el punto de linealización y  $f_{si}$  la función de saturación del excitador de la máquina sincrónica.

Lo anterior, en forma matricial, es:

$$\Delta \dot{x} = A_1 \Delta x + B_1 \Delta I_g + B_2 \Delta V_g + E_1 \Delta u \tag{7.86}$$

siendo

$$\Delta I_g = \begin{bmatrix} \Delta I_{di} \\ \Delta I_{qi} \end{bmatrix}, \quad \Delta V_{gi} = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad y \quad \Delta u_i = \begin{bmatrix} \Delta T_{Mi} \\ \Delta V_{refi} \end{bmatrix}. \tag{7.87}$$

Linealizar las ecuaciones algebraicas del estator implica, partiendo de las expresiones (7.71) - (7.72):

$$\begin{aligned}\Delta E'_{di} - \sin(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta V_i - V_{io} \cos(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta \delta_i \\ + V_{io} \cos(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta \theta_i - R_{si}\Delta I_{di} + X'_{qi}\Delta I_{qi} &= 0 \\ \Delta E'_{qi} - \cos(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta V_i + V_{io} \sin(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta \delta_i \\ - V_{io} \sin(\delta_{io} - \theta_{io})\Delta \theta_i - R_{si}\Delta I_{qi} + X'_{qi}\Delta I_{di} &= 0\end{aligned}$$

En forma matricial:

$$0 = C_1\Delta x + D_1\Delta I_g + D_2\Delta V_g$$

A partir de linealizar las ecuaciones de la red en los buses de generación, expresiones (7.73) - (7.74), se obtiene:

$$0 = C_2\Delta x + D_3\Delta I_g + D_4\Delta V_g + D_5\Delta V_l$$

con  $\Delta V_l = \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix}$  variables pertenecientes a los buses que no son de generación  $i = m + 1 \dots n$ .

De manera similar, para los buses de carga se tiene:

$$0 = D_6\Delta V_g + D_7\Delta V_l$$

Todas las expresiones anteriores se pueden poner en forma matricial como sigue:

$$\Delta \dot{x} = A_1\Delta x + B_1\Delta I_g + B_2\Delta V_g + E_1\Delta u \quad (7.88)$$

$$0 = C_1\Delta x + D_1\Delta I_g + D_2\Delta V_g \quad (7.89)$$

$$0 = C_2\Delta x + D_3\Delta I_g + D_4\Delta V_g + D_5\Delta V_l \quad (7.90)$$

$$0 = D_6\Delta V_g + D_7\Delta V_l \quad (7.91)$$

siendo

$$x = [ \delta_i \quad \omega_i \quad E'_{qi} \quad E'_{di} \quad E'_{fdi} \quad V_{Ri} \quad R_{fdi} ]'$$

$$I_g = [ I_{d1} \quad I_{q1} \quad \dots \quad I_{dn} \quad I_{qn} ]'$$

$$V_g = [ \theta_1 \quad V_1 \quad \dots \quad \theta_m \quad V_m ]'$$

$$V_l = [ \theta_{m+1} \quad V_{m+1} \quad \dots \quad \theta_n \quad V_n ]'$$

$$u = [ u'_1 \quad \dots \quad u'_m ]'$$

$$u_i = [ T'_{Mi} \quad \dots \quad V'_{refi} ]'$$

Luego de resolver el sistema, se puede determinar la ecuación de estados como:

$$\Delta \dot{x} = A_{sys}\Delta x + E\Delta u, \quad (7.92)$$

donde la dinámica del sistema se encuentra caracterizada por los autovalores de la matriz  $A_{sys}$ .

## 7.6. Inclusión de las granjas eólicas en el análisis de pequeña señal

Contrariamente a los sistemas de potencia convencionales en los cuales el análisis de pequeña señal se encuentra bien establecido, no se verifica lo mismo en las redes con componentes de generación eólicos. Así, si se desea evaluar analíticamente el aporte que las estrategias de control propuestas han mostrado en las evaluaciones cualitativas del capítulo anterior, se debe incorporar al análisis de pequeña señal de todo el sistema de potencia, el modelo de dichas granjas. De esta manera, se determina el impacto que sobre la estabilidad de la red tiene aporte eólico y las estrategias de control propuestas en este trabajo de tesis.

Para realizar el análisis debe observarse el comportamiento de los autovalores de la matriz del sistema  $A_{sys}$  de la expresión (7.92), los cuales representan la dinámica del sistema linealizado, cuando se varía algún parámetro del sistema de potencia. En este trabajo, la evolución de los autovalores mencionados se calcula a partir de considerar distintos tipos de máquinas generadoras y distintas penetraciones del recurso eólico. En ese sentido, a los efectos de incorporar más generalidad al análisis, se linealizarán modelos de granjas equipadas con generadores tipo jaula de ardilla y con generadores doblemente alimentados.

### 7.6.1. El generador asincrónico jaula de ardilla. Linealización

En la actualidad, gran cantidad de aerogeneradores de velocidad fija cuentan con generadores tipo jaula de ardilla (SCIG). Como se ha indicado, en estos aerogeneradores, la potencia extraída del viento se limita por medio del efecto stall. Para las máquinas SCIG las potencias activa y reactiva de estado estacionario  $P_e$  y  $Q_e$  son aproximadas por [9]:

$$P_e = 3 \frac{P}{2} \frac{R_r}{S \omega_e} \frac{V^2 \Omega_r}{(R_s + R_r/S)^2 + (\omega_e)^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}, \quad (7.93)$$

$$Q_e = \frac{V^2}{\omega_e L_m} + \frac{V^2 \omega_e (L_{ls} + L_{lr})}{(R_s + R_r/S)^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}, \quad (7.94)$$

con  $P$  la cantidad de polos,  $L_m$  la inductancia magnetizante,  $R_r$  y  $R_s$  las resistencias de estator y rotor,  $\Omega_r$  la velocidad del generador,  $\omega_e$  la frecuencia de línea,  $V$  la tensión del estator,  $L_{ls}$  y  $L_{lr}$  las inductancias de pérdidas y  $S = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e}$  el resbalamiento. Todas las cantidades eléctricas están referidas al estator.

La dinámica mecánica de la máquina viene dada por:

$$T_e - T_t = J \frac{d\Omega_r}{dt} + D\Omega_r, \quad (7.95)$$

con  $T_e$  el par electromagnético del generador,  $T_t$  el par producido por la turbina eólica,  $J$  la inercia del aerogenerador,  $D$  es un coeficiente de rozamiento y  $\Omega_r$  la velocidad de giro del generador.

Linealizando la (7.95) para generadores jaula de ardilla, operando a velocidad del viento constante, se tiene:

$$\frac{2H_{t+g}}{\omega_{rnom}} \Delta \dot{\omega}_r = \frac{\frac{K_{turb} \frac{2}{P} \Delta \omega_r}{N^2}}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}} - \frac{K t_{\omega_e} \Delta \omega_e}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}} - \frac{K t_{\omega_r} \Delta \omega_r + K t_V \Delta V}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}}, \quad (7.96)$$

expresión que se encuentra en p.u. y está referida al eje del generador a través de la relación de transmisión  $N$ , siendo  $H_{t+g} = \frac{1}{2} \left( \frac{(J_g + \frac{J_t}{N^2}) (\omega_{rnom} \frac{2}{P})^2}{P_{BASE}} \right)$  con  $\omega_r$  la velocidad eléctrica del generador,

$\omega_{rnom}$  la velocidad eléctrica nominal,  $P_{BASE}$  la potencia para escalar en por unidad. Además, las ganancias  $K_{turb}$ ,  $K_{t\omega_e}$ ,  $K_{t\omega_r}$  y  $K_{tV}$  son:

$$K_{turb} = \left. \frac{\partial T_t}{\partial \omega_r} \right|_{x=x_o}, K_{t\omega_e} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \omega_e} \right|_{x=x_o}, K_{t\omega_r} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial \omega_r} \right|_{x=x_o} \quad \text{y} \quad K_{tV} = \left. \frac{\partial T_e}{\partial V} \right|_{x=x_o}$$

donde  $x = x_o$  indica el punto de linealización  $\omega_r = \omega_{ro}$ ;  $V = V_o$ ;  $\omega_e = \omega_{eo}$  y  $v = v_o$ .

Las potencias activa y reactiva correspondientes son:

$$\Delta P_e = K_{P\omega_e} \Delta \omega_e + K_{P\omega_r} \Delta \omega_r + K_{PV} \Delta V, \quad (7.97)$$

$$\Delta Q_e = K_{Q\omega_e} \Delta \omega_e + K_{Q\omega_r} \Delta \omega_r + K_{QV} \Delta V, \quad (7.98)$$

y

$$K_{P\omega_e} = \left. \frac{\partial P_e}{\partial \omega_e} \right|_{x=x_o}, K_{P\omega_r} = \left. \frac{\partial P_e}{\partial \omega_r} \right|_{x=x_o}, K_{PV} = \left. \frac{\partial P_e}{\partial V} \right|_{x=x_o},$$

$$K_{Q\omega_e} = \left. \frac{\partial Q_e}{\partial \omega_e} \right|_{x=x_o}, K_{Q\omega_r} = \left. \frac{\partial Q_e}{\partial \omega_r} \right|_{x=x_o} \quad \text{and} \quad K_{QV} = \left. \frac{\partial Q_e}{\partial V} \right|_{x=x_o}.$$

### 7.6.2. El generador asincrónico doblemente alimentado (DFIG). Linealización

La expresión que determina el comportamiento eléctrico de una máquina asincrónica, en el marco de referencia general  $\omega_g$ , es:

$$\begin{bmatrix} u_{sx} \\ u_{sy} \\ u_{rx} \\ u_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega_g L_s & pL_m & -\omega_g L_m \\ \omega_g L_s & R_s + pL_s & \omega_g L_m & pL_m \\ pL_m & -(\omega_g - \omega_r)L_m & R_r + pL_r & (-\omega_g - \omega_r)L_r \\ (\omega_g - \omega_r)L_m & pL_m & (\omega_g - \omega_r)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sx} \\ i_{sy} \\ i_{rx} \\ i_{ry} \end{bmatrix}. \quad (7.99)$$

donde  $u_{sx}$ ,  $u_{sy}$  e  $i_{sx}$ ,  $i_{sy}$  son los voltajes y corrientes estatóricas en el marco de referencia rotante a velocidad sincrónica. Idénticas consideraciones se mantienen para las cantidades rotóricas.

La dinámica mecánica de la máquina viene dada por:

$$T_e - T_t = J \frac{d\Omega_r}{dt} + D\Omega_r. \quad (7.100)$$

Para una máquina doblemente alimentada con control vectorial de campo estatórico orientado o con control vectorial por flujo de red orientado, las potencias generadas son:

$$P_e = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sy}, \quad (7.101)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} |\bar{u}_s| i_{sx}, \quad (7.102)$$

siendo  $u_s$  la tensión estatórica,  $i_{sx}$  e  $i_{sy}$  las componentes de corrientes en los ejes del marco de referencia considerado.

Como se ha mencionado, la dinámica eléctrica de la máquina asincrónica es mucho más rápida que la del resto del sistema [53]. Así la dinámica del aerogenerador queda restringida por la dinámica mecánica, la cual se encuentra desacoplada del resto de la red eléctrica por el principio de funcionamiento del generador de rotor bobinado. En consecuencia, a las expresiones (7.88) - (7.91) se debe incorporar la expresión que corresponde a (7.100).

**DFIG con control de potencia**

Como se ha mencionado, los DFIG operados a potencia constante son insensibles a las variaciones de las variables de la red. Consecuentemente, la expresión (7.95) para el análisis de pequeña señal, es:

$$\frac{2H_{t+g}}{\omega_{rnom}} \Delta \dot{\omega}_r = \frac{\frac{K_{turb} \frac{2}{P} \Delta \omega_r}{N^2}}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}} - \frac{K t_{\omega_r} \Delta \omega_r}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}}, \quad (7.103)$$

con

$$\Delta P_e = 0$$

Advierta que, si la velocidad del viento permanece constante, la estrategia de seguimiento de la curva  $P_{to}$  es equivalente a la operación a potencia constante.

**DFIG con control de frecuencia**

Cuando a las granjas eólicas equipadas con DFIG se les aplican leyes de control proporcionales y derivativas [13][18][19][21][37][41], la ecuación (7.96) se modifica:

$$\frac{2H_{t+g}}{\omega_{rnom}} \Delta \dot{\omega}_r = \frac{\frac{K_{turb} \frac{2}{P} \Delta \omega_r}{N^2}}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}} - \frac{K t_{\omega_e} \Delta \omega_e}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}} - \frac{K t_{der} \Delta \dot{\omega}_e}{\frac{P_{BASE} \frac{2}{P}}{\omega_{rnom} \frac{2}{P}}}, \quad (7.104)$$

y

$$\Delta P_e = K_P \Delta \omega_e + K_{der} \Delta \dot{\omega}_e, \quad (7.105)$$

con  $K_P$  y  $K_{der}$  las ganancias proporcionales y derivativas del control propuesto y con  $K t_{\omega_e}$  y  $K t_{der}$  sus contrapartes en términos de pares resistentes en el eje de la turbina, respectivamente.

## 7.7. Estudio de los distintos tipos de granjas eólicas y su control sobre las oscilaciones inter-área

A los efectos de determinar la influencia del control de frecuencia propuesto en este trabajo de tesis, se hace necesario determinar, fehacientemente, la manera en que dicho control modifica la dinámica de un sistema de potencia. Para ello se propone evaluar la propuesta por medio de un análisis de estabilidad de un sistema que, usualmente, se emplea como sistema de test (Figura 7.4). Esta configuración fue empleada en el capítulo anterior y se recuerda que, sin la granja, se utiliza para analizar y diseñar los estabilizadores de los generadores sincrónicos (PSS), empleados para amortiguar las oscilaciones baja frecuencia [87]. La red está constituida por una máquina sincrónica en paralelo con una granja alimentando a una carga. Un regulador de tensión estándar IEEE Type I es empleado a la vez que, como usualmente, se desprecia la dinámica del control de velocidad de la turbina lo que resulta en un par constante en el eje de la máquina sincrónica [51]. La granja está conectada al generador en el bus 1 a través de una impedancia de  $0,0586j \Omega$  y ambos (el generador sincrónico y la granja) son conectados a un bus infinito por una impedancia de  $0,0001 + 0,0596j \Omega$ .

Para evaluar las cualidades del control propuesto, se estudian los siguientes casos [21]:

- granja eólica equipada con generadores tipo jaula de ardilla (SCIG),

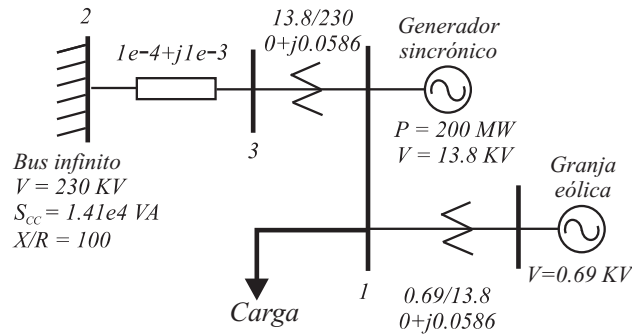


Figura 7.4: Oscilación inter área. Generador síncrono y granja eólica versus bus infinito.

Cuadro 7.1: Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con SCIG (velocidad constante).

$P_e$ 0 MW	$P_e$ 40 MW	$P_e$ 80 MW	$P_e$ 120 MW	$P_e$ 160 MW	$P_e$ 200 MW
-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61
- 4.87	- 4.94	- 5.02	- 5.08	-5.10	-5.07
- 3.19	- 3.18	- 3.17	- 3.16	- 3.15	- 3.15
- 0.12	- 0.17	- 0.22	- 0.25	- 0.28	- 0.28
$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
1.65i	1.62i	1.59i	1.55i	1.51i	1.47i
- 0.33	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32
$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
0.86i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i
0	-0.87	-0.89	-0.91	-0.93	-0.95

- granja eólica con DFIG a potencia constante (DFIGcp),
- granja eólica con DFIG con controles de frecuencia proporcional (DFIGfc:  $\Delta P_e = K_P \Delta \omega_e$ ) y proporcional más derivativo (DFIGfc + d:  $\Delta P_e = K_P \Delta \omega_e + K_{der} \Delta \dot{\omega}_e$ ),

los que son investigados por medio de un análisis de autovalores cuando la penetración de energía eólica es incrementada en la red de la Figura 7.4. En todos los casos, la generación de eólica es aumentada en la misma cantidad y al mismo tiempo que la generación síncrona es reducida. Además, los generadores eólicos son operados con un factor de potencia unitario, para los SCIG esto es conseguido con condensadores externos, mientras que para los DFIG, es conseguido debido al control de vectorial de campo.

Para calcular los autovalores del sistema de la Figura 7.4, se procede de la siguiente manera:

1. Se determina el flujo de carga del sistema de potencia para cada condición, es decir, los valores de estado estacionario de todas las variables en cada estado del sistema.
2. Se plantean las expresiones algebraico - diferenciales del sistema (expresiones (7.63)-(7.76)) considerando el agregado de las granjas (expresiones (7.96), (7.103) y (7.104) para las granjas con jaula de ardilla y DFIG, respectivamente) y se procede a la linealización obteniéndose la expresión (7.92).
3. Esta expresión permite determinar los autovalores del sistema.

Cuadro 7.2: Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGcp (potencia constante).

$P_e$ 0 MW	$P_e$ 40 MW	$P_e$ 80 MW	$P_e$ 120 MW	$P_e$ 160 MW	$P_e$ 200 MW
-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61
- 4.89	- 4.85	- 4.82	- 4.80	-4.78	-4.78
- 3.19	- 3.18	- 3.16	- 3.16	- 3.15	- 3.15
- 0.12	- 0.13	- 0.15	- 0.16	- 0.17	- 0.17
±	±	±	±	±	±
1.65i	1.65i	1.64i	1.63i	1.63i	1.63i
- 0.33	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32
±	±	±	±	±	±
0.86i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i
0	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18

A los efectos de mantener la dinámica de la turbina agregada, se considera incrementar la penetración de energía eólica aumentando la cantidad de turbinas operando en la misma condición de viento. Luego, cada máquina de inducción (SCIG o DFIG), contribuye, como un componente individual, con la misma potencia pero la potencia total de la granja aumenta.

Los autovalores presentados en los Cuadros 7.1, 7.2, 7.3 y 7.5 son calculados para diferentes tipos de aerogeneradores, diferentes leyes de control y para varios valores de penetración. Los autovalores mostrados en el Cuadro 7.1 corresponden a la granja equipada con SCIG. Por otro lado, el Cuadro 7.2 presenta los autovalores para DFIG con potencia constante (DFIGcp), y los Cuadros 7.3 y 7.5 muestran los autovalores de las granjas para los controles proporcionales de frecuencia (DFIGfc) y proporcional más derivativo (DFIGfc + d). Adviértase que, buscando enfatizar las consideraciones bajo estudio, un amplio rango de penetraciones es considerado. Los autovalores se dividen por

Cuadro 7.3: Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGfc (control proporcional a la frecuencia).

$P_e$ 0 MW	$P_e$ 40 MW	$P_e$ 80 MW	$P_e$ 120 MW	$P_e$ 160 MW	$P_e$ 200 MW
-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61
- 4.89	- 4.90	- 4.96	- 5.04	-5.15	-5.27
- 3.19	- 3.17	- 3.16	- 3.15	- 3.15	- 3.15
- 0.12	- 0.22	- 0.31	- 0.39	- 0.47	- 0.54
±	±	±	±	±	±
1.65i	1.62i	1.59i	1.55i	1.51i	1.46i
- 0.33	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32	- 0.32
±	±	±	±	±	±
0.86i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i
0	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18

$2\pi$  dando la frecuencia en Hz. En todos los casos, SCIG y DFIG, el último autovalor corresponde a la dinámica mecánica de la granja, por lo tanto para granjas con DFIG no es esperado ningún cambio en dicho autovalor porque el incremento en la cantidad de turbinas no ha modificado cada condición de operación. Sin embargo, debido a  $k_{tw_r}$ , que es la ganancia en la expresión (7.96) la cual pondera la velocidad de turbina, se observa un cambio en el autovalor correspondiente a la



dinámica mecánica de la granja con SCIG debido a que al aumentar la cantidad de aerogeneradores, aumenta la inercia de la granja.

Comparando cuadros, la diferencia más notoria corresponde a los autovalores entre líneas. Mientras que en el Cuadro 7.1 se observa una influencia, de la penetración eólica, ligeramente más grande en el amortiguamiento que en el Cuadro 7.2, el Cuadro 7.3 indica una fuerte influencia con la penetración de energía eólica incluso cuando la parte imaginaria de los autovalores correspondientes, en los cuadros 7.1 y 7.3, experimenta cambios similares.

Los factores de participación, que identifican cómo cada variable dinámica de un sistema afecta a cada autovalor [51][87], se muestran en el Cuadro 7.4 para los autovalores entre líneas del Cuadro 7.3. Solamente se han incluido aquellos factores de participación mayores a 0.2 (correspondiendo el valor máximo a 1). En este Cuadro,  $\delta_1$  es el ángulo interno del rotor y  $\omega_1$  es la velocidad angular del rotor, es decir, la frecuencia de la máquina sincrónica advirtiéndose un fuerte vínculo entre la variación de la frecuencia ( $\Delta\omega_1$ ) y los autovalores que más se modifican en el Cuadro 7.3 con el cambio de la penetración eólica. Lo anterior, en virtud de los factores de participación, permite determinar que los autovalores que más se modifican con la estrategia de control DFIGfc, son los que se corresponden con la frecuencia, por lo tanto es esperable observar una respuesta más amortiguada de la frecuencia del sistema, en presencia de una perturbación, cuando se emplea la estrategia de control DFIGfc.

Cuadro 7.4: Factores de participación (FP) a diferentes penetraciones eólicas. Granja con DFIGfc (control proporcional a la frecuencia).

Autovalor	Variable de estado	FP
$-0.12 \pm 1.65i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	0.99, 1
$-0.22 \pm 1.62i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	1, 0.99
$-0.31 \pm 1.59i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	1, 0.99
$-0.39 \pm 1.55i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	1, 0.97
$-0.47 \pm 1.51i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	1, 0.96
$-0.54 \pm 1.46i$	$\Delta\delta_1, \Delta\omega_1$	1, 0.95

Por otra parte, el Cuadro 7.5 muestra los autovalores cuando una granja con DFIGfc+d es considerada. Para comparar con el Cuadro 7.3, el controlador se sintoniza buscando obtener similares partes reales de los autovalores directamente relacionados con la frecuencia. Como consecuencia de la acción derivativa, se observa en el Cuadro 7.5 que las partes imaginarias de los autovalores decrecen si se comparan con aquéllos de el Cuadro 7.3, mejorando el factor de amortiguamiento. Así, se puede predecir un mejor comportamiento transitorio en la frecuencia. Lo anterior permite verificar cuantitativamente lo que algunos trabajos presentan, de manera cualitativa, como la característica inercial de los generadores eólicos [13][41].

### 7.7.1. Resultados de simulación

A partir de la configuración de la Figura 7.4, se presentan resultados de simulación para los casos previstos en los Cuadros 7.1, 7.2, 7.3 y 7.5, cuando una perturbación actúa en la red.

En la Figura 7.5, se considera una carga de 200 MW que cambia en 40 MW a  $t = 1$  s, considerando la penetración eólica del 40%. Esta figura presenta, para los tres casos, el comportamiento de la frecuencia en (a), la potencia de la granja en (b) y la potencia del generador sincrónico en (c).

En la parte (b), cuando se produce la perturbación, se observa que las máquinas SCIG y las

Cuadro 7.5: Movimiento de los autovalores con el aumento de la penetración eólica. Granja eólica equipada con DFIGfc+d (control proporcional y derivativo de la frecuencia).

$P_e$ 0 MW	$P_e$ 40 MW	$P_e$ 80 MW	$P_e$ 120 MW	$P_e$ 160 MW	$P_e$ 200 MW
-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61	-157.61
- 4.87	- 4.87	- 4.85	- 4.86	-4.88	-4.91
- 3.19	- 3.17	- 3.16	- 3.15	- 3.15	- 3.15
- 0.12	- 0.22	- 0.32	- 0.40	- 0.47	- 0.53
±	±	±	±	±	±
1.65i	1.59i	1.53i	1.47i	1.41i	1.35i
- 0.33	- 0.332	- 0.332	- 0.32	- 0.32	- 0.32
±	±	±	±	±	±
0.86i	0.86i	0.85i	0.85i	0.85i	0.85i
0	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18

DFIG con controles proporcional y proporcional más derivativo reaccionan entregando potencia activa. Adviértase que, aún cuando el máximo valor de las granjas tipo DFIGfc es menor que la granja SCIG, la contribución de la primera es suficiente para producir un mejor comportamiento temporal de la frecuencia como se observa en la parte (a) de la Figura 7.5. Lo anterior es coincidente con el análisis de autovalores previo. Se puede observar que el pico del esfuerzo de control, cerca de 6 MW para DFIGfc y 12 MW para DFIGfc+d, no son importantes cuando se comparan con la potencia de estado estacionario entregada (7.5% y 15%, respectivamente), pero sí lo son para mejorar el perfil de frecuencia. Por otra parte, con las leyes de control DFIGfc y DFIGfc+d, se demanda menos potencia del generador sincrónico como se muestra en la parte (c).

La Figura 7.6 presenta el comportamiento de la frecuencia a diferentes penetraciones y para los diferentes casos considerados. Se observa que, para los casos SCIG, DFIGfc y DFIGfc+d, el comportamiento dinámico es más amortiguado a medida que la penetración aumenta. Esta mejora se torna más significativa para los casos DFIGfc y DFIGfc+d al compararlos con el caso SCIG tal como es predicho por los Cuadros 7.1, 7.3 and 7.5.

## 7.8. Evaluación de las estrategias de control propuestas sobre una red más compleja

A los efectos de poder evaluar las oscilaciones intra área, en la Figura 7.7 se presenta un nuevo sistema usualmente utilizado como sistema de prueba [89]. Además, se incorpora al análisis el control de tensión de los generadores de doble bobinado para contribuir a mantener el valor la tensión en el punto de conexión de la granja.

La topología simétrica considerada en la Figura 7.7, es especialmente adecuada para poder analizar de manera separada las oscilaciones intra e inter área [25][89]. Esta topología permite simplificar el análisis dividiendo el cálculo de los autovalores de la red para cada modo de oscilación.

En la Figura 7.7 se considera que las perturbaciones aparecen en las cargas de los buses 1 y/o 1'. Es conocido que el análisis de pequeña señal permite dividir cualquier entrada en diferentes componentes para, luego, calcular la respuesta de sistema aplicando el principio de superposition [69]. A los efectos del análisis que se pretende es interesante realizar la división de las señales de la siguiente manera:

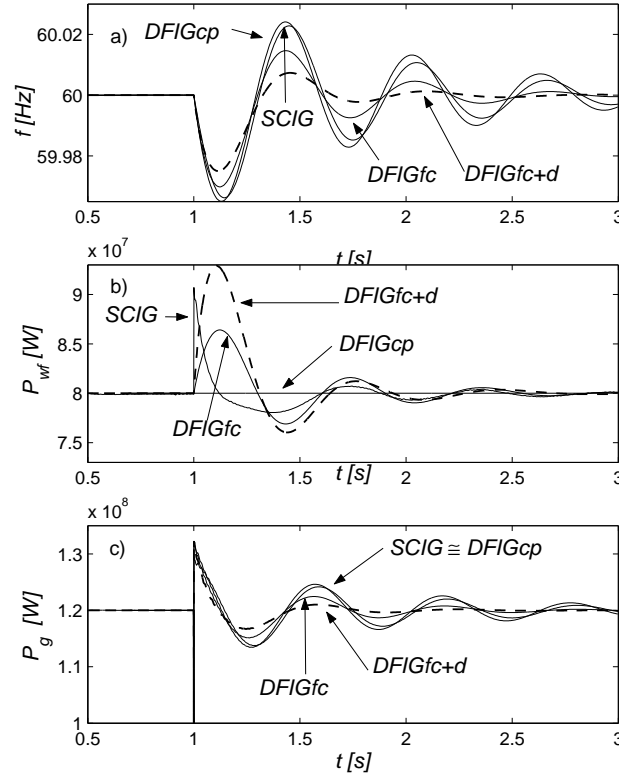


Figura 7.5: 40% de penetración eólica. (a) Frecuencia (b) Potencia de la granja eólica (c) Potencia del generador sincrónico.

- una de las nuevas componentes (señal o perturbación o falla de modo común [33]) solamente excita la oscilación inter área y
- la otra componente (señal o perturbación o falla de modo diferencial [33]) solamente excita la oscilación intra área.

De esta manera, y tomando en cuenta la topología de la Figura 7.7, cualquier falla en los buses 1 y/o 1' ( $P_{L1}$  and  $P_{L1'}$ , respectivamente) se dividirá en una 'falla' de modo común:

$$P_{LC} = \frac{P_{L1} + P_{L1'}}{2} \quad (7.106)$$

la cual se aplica al mismo tiempo en ambos buses 1 y 1', y en una señal diferencial:

$$P_{LD} = \frac{P_{L1} - P_{L1'}}{2}, \quad (7.107)$$

aplicada al mismo tiempo en ambos buses 1 y 1' pero con signos opuestos a los efectos de reconstruir las perturbaciones reales  $P_{L1}$  y  $P_{L1'}$ :

$$P_{L1} = P_{LC} + P_{LD} \quad (7.108)$$

$$P_{L1'} = P_{LC} - P_{LD}. \quad (7.109)$$

Adviértase que, en la Figura 7.7, las oscilaciones inter área, y no las intra área, se obtienen de  $P_{LC}$  (o sea la componente de falla que es equivalente a las dos señales con igual signo en los buses 1 y 1'). En este caso, ambos grupos de generación (generadores sincrónicos y granjas

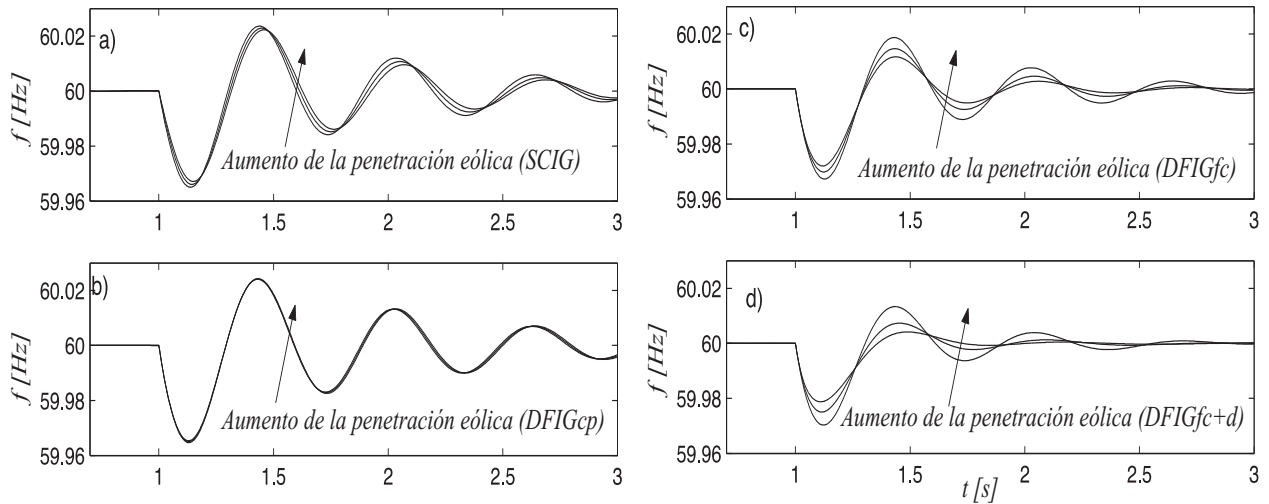


Figura 7.6: Frecuencia a 20 %, 40 % y 60 % penetración eólica. (a) SCIG (b) DFIGcp (c) DFIGfc: control proporcional (d) DFIGfc+d: control proporcional y derivativo.

eólicas) se comportan de la misma manera con respecto al bus infinito, es decir, los ejes de los generadores sincrónicos experimentan los mismos movimientos indicando que todo el Área 2 se comporta coherentemente contra el Área 1. Luego, el flujo de potencia entre las áreas corresponde a las líneas de trazos indicadas en la Figura 7.7. Como consecuencia de la simetría de la red y de la característica de la componente  $P_{LC}$  de la perturbación, no existe flujo de potencia entre los generadores sincrónicos (buses 1 and 1'), es decir, no existen oscilaciones intra área.

Por otra parte, las oscilaciones intra área pueden ser estudiadas a partir de la componente diferencial de la falla que perturba a los buses 1 y 1', la misma cantidad y al mismo tiempo pero con signos opuestos. Debido a las características de  $P_{LD}$  y de la topología de la red, el exceso de potencia en un grupo de generación en el Área 2 es exactamente absorbido por la falta de potencia del otro grupo de generación en la misma área. A consecuencia del flujo de potencia, el cual se muestra en la Figura 7.7, no existe variación del flujo de potencia generado/absorbido por el bus infinito, es decir, no existen oscilaciones inter área.

Finalmente, la respuesta completa del sistema se obtiene aplicando el principio de superposición, a partir de la suma de las respuestas a cada una de las componentes de la perturbación. Así, la Figura 7.8 presenta resultados de simulación para el caso DFIGcp tomando en consideración el sistema de la Figura 7.7 con una carga de 150 MW en cada bus (1 y 1') y con la granja eólica y el generador sincrónico generando 30 MW y 120 MW en cada bus, respectivamente. Una perturbación de 40 MW en el bus 1 se produce en  $t = 2$  s. La respuesta transitoria de la frecuencia en el bus 1 se presenta en la parte (a), esta respuesta se divide en las oscilaciones intra e inter área en las partes (b) y (c), respectivamente. Mientras la oscilación intra área corresponde a la diferencia entre las velocidades de los ejes de los generadores sincrónicos en los buses 1 y 1', la oscilación inter área se obtiene quitando la oscilación anterior (b) de la respuesta completa que corresponde a la parte (a).

## 7.9. Casos de estudio

Para evaluar la dinámica de la red de la Figura 7.7 cuando la penetración eólica se incrementa (la misma cantidad que la generación sincrónica se disminuye), tres casos son estudiados por medio de un análisis de autovalores [25]:

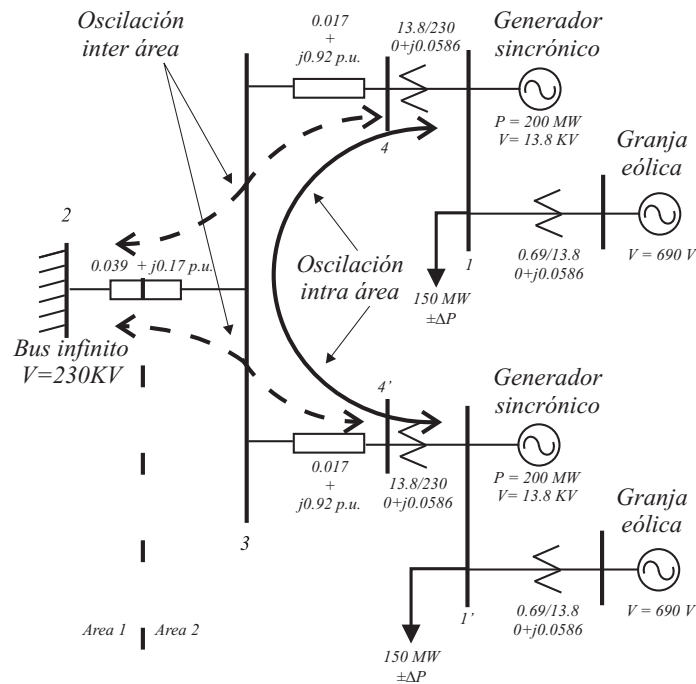


Figura 7.7: Sistema bajo prueba: flujos de potencia correspondientes a las oscilaciones inter e intra área. Línea gruesa: oscilación intra área. Línea de trazos: oscilación inter área.

1. Granja eólica con potencia activa constante y potencia reactiva constante igual a cero (DFIGcp).
2. Granja eólica con control de frecuencia y potencia reactiva constante igual a cero (DFIGfc).
3. Granja eólica con control de frecuencia y de tensión (DFIGfcvc).

Dado que los cuadros son similares a los de la Sección 7.7, se presentan, únicamente, las evoluciones de los autovalores que, mediante un análisis de factores de participación, están directamente relacionados con las variables fase y frecuencia.

### Oscilación intra área

En el Cuadro 7.6 se presentan los autovalores relacionados con la oscilación intra área. Nuevamente, comparando a igual penetración eólica, se hace evidente la contribución a la estabilidad del control de frecuencia cuando se lo compara con el caso en el cual no se emplea el mencionado control. Por otra parte, también existe una mejora en el amortiguamiento de los autovalores con la penetración eólica con la estrategia DFIGcp pero esto es atribuible a la descarga del generador sincrónico el cual 've' una carga menor con el aumento de la generación eólica más que por la estrategia en sí.

La Figura 7.9, donde debe advertirse la diferencia de escalas en los ejes reales, muestra el movimiento, para diferentes penetraciones eólicas, de los autovalores más afectados en los casos DFIGcp, DFIGfc y DFIGfcvc, respectivamente conforme a lo mostrado en el Cuadro 7.6. Se observa la fuerte (positiva) influencia sobre el amortiguamiento en las oscilaciones intra área con las estrategias DFIGfc y DFIGfcvc.

La Figura 7.10 presenta, para las tres estrategias, la oscilación intra área cuando se produce el cambio de 40 MW en  $t = 2$  s en el bus 1. La potencias activas generadas por la granja y el generador sincrónico en cada bus son 30 MW y 120 MW, respectivamente. Los resultados concuerdan con las

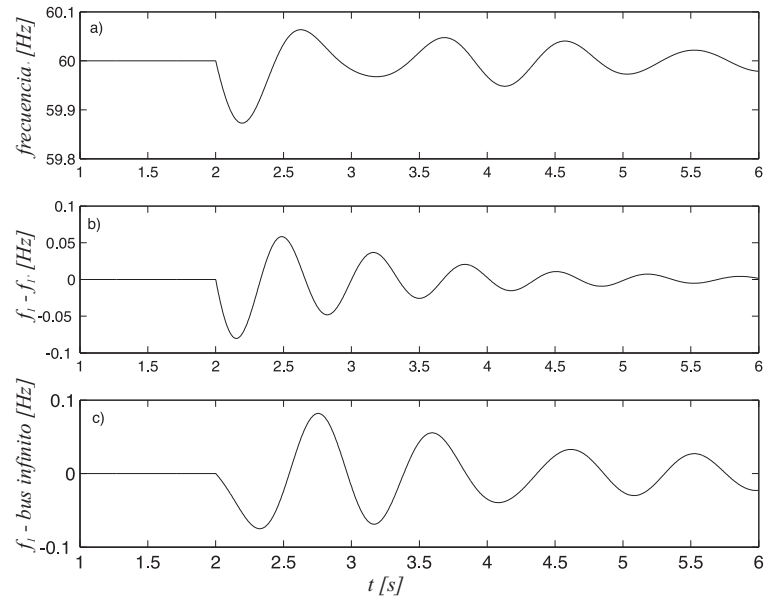


Figura 7.8: Respuesta dinámica del sistema considerando el caso DFIGcp con una penetración eólica del 20%: (a) frecuencia en el bus 1, (b) oscilación intra área y (c) oscilación inter área.

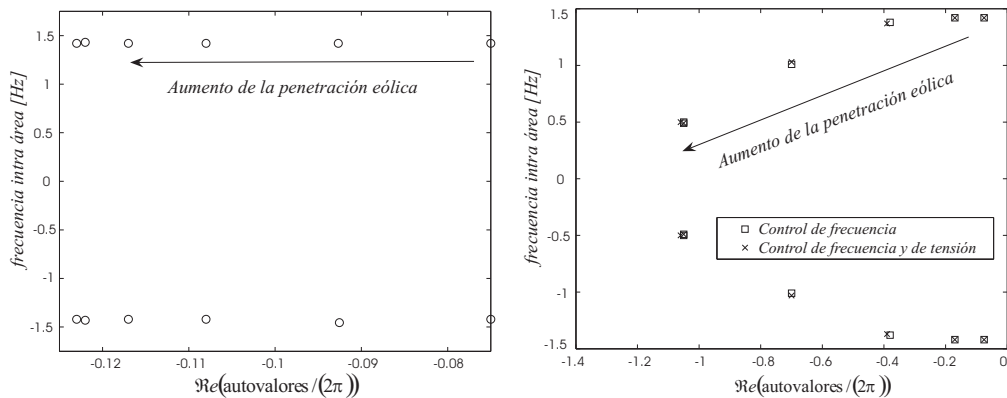


Figura 7.9: Evolución de los autovalores correspondientes a la oscilación intra área para los casos DFIGcp (figura de la izquierda), DFIGfc y DFIGfcv (figura de la derecha) para diferentes penetraciones eólicas.

mejoras indicadas en el Cuadro 7.6 mostrando el fuerte impacto sobre las oscilaciones intra área de las estrategias DFIGfc y DFIGfcv cuando se las compara con la DFIGcp. El comportamiento transitorio en los casos DFIGfc y DFIGfcv es casi el mismo, pero el último, como consecuencia del lazo de potencia reactiva para controlar la tensión ( $\Delta Q_{e(V)}$ ), produce un mejor perfil de la tensión.

### Oscilación inter área

La evolución de los autovalores vinculados a la oscilación inter área, que corresponden al Cuadro 7.7, se muestra en la Figura 7.11. Nuevamente se observa la diferencia de escalas entre ambas gráficas lo que indica la fuerte acción de amortiguamiento de las estrategias consideradas. Finalmente, no se presenta la respuesta temporal del sistema por ser de similares características a la de la Sección §7.7. En efecto, si bien se trata de otra red cuando se observan las Figuras 7.4 y 7.7, la última de las redes, en virtud de la separación para el análisis de la oscilación inter área, tiene idéntica topología

Cuadro 7.6: Análisis de autovalores directamente relacionados con la oscilación intra área.

a) Caso 1: Granja eólica con DFIGcp.					
Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
- 0.075 ± 1.42i	- 0.093 ± 1.42i	- 0.108 ± 1.42i	- 0.117 ± 1.42i	- 0.122 ± 1.43i	- 0.123 ± 1.42i
b) Caso 2: Granja eólica con DFIGfc.					
Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
- 0.075 ± 1.42i	- 0.17 ± 1.42i	- 0.38 ± 1.38i	- 0.70 ± 1.01i	- 1.05 ± 0.49i	- 1.05 ± 0.50i
c) Caso 3: Granja eólica con DFIGfcvc.					
Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
- 0.075 ± 1.42i	- 0.18 ± 1.42i	- 0.39 ± 1.37i	- 0.70 ± 1.03i	- 1.05 ± 0.50i	- 1.06 ± 0.50i

a la de la Figura 7.4.

### 7.9.1. Respuesta transitoria completa en el bus 1

La Figura 7.12 presenta, para los tres casos y en el bus 1, en la parte (a) la respuesta transitoria completa de la frecuencia, es decir la oscilación del eje del generador sincrónico del bus 1, en la parte (b) la tensión y en la parte (c) la potencia aparente de la granja.

Las partes (a) y (b) de la Figura 7.12, muestran claramente las mejoras sobre la respuesta transitoria de la frecuencia y sobre el perfil de la tensión para los casos DFIGfc y DFIGfcvc cuando se los compara con el caso DFIGcp. El lazo de potencia reactiva ( $\Delta Q_{e(V)}$ ) produce en la parte (a) de la Figura 7.12, un leve desmejoramiento en la performance de la respuesta transitoria de la frecuencia respecto del caso DFIGfc. Esto se atribuye a la menor variación en la tensión observada en la parte (b). En efecto, a medida que la tensión cambia, las cargas tipo impedancias constantes (consideradas en este trabajo) tienden a amortiguar la oscilación de la frecuencia modificando la potencia activa que absorben.

En la parte (c) de la Figura 7.12, se advierte que cuando la perturbación aparece, las granjas con DFIGfc y DFIGfcvc reaccionan con una contribución de potencia activa y de potencia activa y reactiva, respectivamente. La contribución de potencia reactiva se corrobora en la parte (b) donde se observa la mejora en el perfil de la tensión. Adviértase, que el máximo (transitorio) incremento de potencia aparente, es decir el esfuerzo de control, es cerca de la cuarta parte del valor de estado estacionario y es aplicado en un breve lapso de tiempo. Sin embargo, esto es suficiente para mejorar fuertemente el transitorio de la frecuencia en la parte (a) y el perfil de la tensión en (b).

### 7.9.2. Efecto del control de potencia reactiva en las oscilaciones electromecánicas

En la subsección anterior se mostró que las estrategias DFIGfc y DFIGfcvc permitieron a las granjas eólicas contribuir al amortiguamiento de las oscilaciones intra e inter área. Se observó que, para la red presentada en la Figura 7.7, se corrigió el perfil de tensión en los buses como se muestra en la parte (b) de la Figura 7.12 con poca potencia reactiva como se indica en (c) al observar el

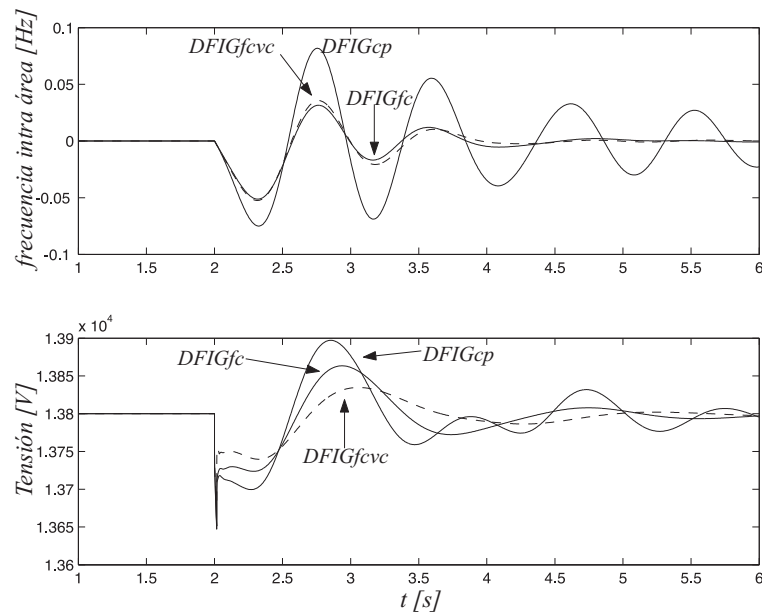


Figura 7.10: Oscilación intra área y tensión en el bus 1 con una penetración eólica del 20%. Granja eólica DFIGcp, con control de frecuencia (DFIGfc) y con control de frecuencia y tensión (DFIGfcvc).

aporte agregado por sobre la potencia activa. Además, aunque leve, se aprecia un desmejoramiento en el comportamiento de la frecuencia, en la parte (a) de la Figura 7.12, cuando se intenta mantener el perfil de tensión en el bus. Esto, a su vez, no puede atribuirse a los autovalores presentados en los Cuadros 7.6 y 7.7 en los cuales no se aprecia una disminución del amortiguamiento de los autovalores relacionados con las oscilaciones bajo estudio con el control de tensión. Más allá de la magnitud del efecto, se torna conveniente evaluar con más detalle si el control de potencia reactiva de la granja eólica tiende a desmejorar el comportamiento del sistema. Para dicha evaluación se propone considerar cómo se afectan los autovalores. Para ello, y a los efectos de mantener la sencillez del análisis, se considerará una estrategia de potencia activa constante más el lazo de control de potencia reactiva bajo estudio. Así, aplicando el principio de superposición, podrán extrapolarse las consideraciones al análisis cuando se dispone de los lazos de potencia activa ya presentados.

En el Cuadro 7.8 se presentan los casos (a) y (b) que corresponden al control de potencia constante sin control de potencia reactiva y con control de reactiva respectivamente. Se indican los autovalores que más se modifican para el sistema de la Figura 7.7 agregándose, por ello, los autovalores que se encuentran asociados a las variables del control de la excitación de la máquina síncrona. Al comparar los casos (a) y (b) se torna evidente la disminución en el amortiguamiento de los autovalores del sistema a medida que se incrementa la penetración eólica cuando se controla la potencia reactiva. Esto se debe a que, al aumentar la cantidad de máquinas que aportan desde el recurso eólico, también aumenta la capacidad de generar potencia reactiva del conjunto lo cual, desde el punto de vista del sistema, corresponde a un aumento de la ganancia en el control de potencia reactiva. Advértase, que es notoria la disminución en la parte real de los autovalores que se encuentran asociados al control de la excitación de las máquinas síncronas. Esto permite suponer que pueden aparecer conflictos en la estabilidad de la red cuando los controles de excitación de las máquinas síncronas 'compiten' con el control de potencia reactiva de las granjas buscando mantener el perfil de tensión en sus buses.



Cuadro 7.7: Análisis de autovalores directamente relacionados con la oscilación inter área.

a) Caso 1: Granja eólica con DFIGcp.

Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
- 0.039	- 0.046	- 0.051	- 0.056	- 0.059	- 0.061
±	±	±	±	±	±
1.00i	1.00i	1.00i	0.99i	0.99i	0.99i

b) Caso 2: Granja eólica con DFIGfc.

Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
-0.039	- 0.20	- 0.58	-4.49	-6.27	-6.38
±	±	±	&	&	&
1.00i	0.98i	0.74i	-1.60	-0.23	-0.23

c) Caso 1: Granja eólica con DFIGfcvc.

Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW
-0.039	- 0.20	- 0.58	-4.51	-6.26	-6.37
±	±	±	&	&	&
1.00i	0.98i	0.74i	-0.47	-0.23	-0.23

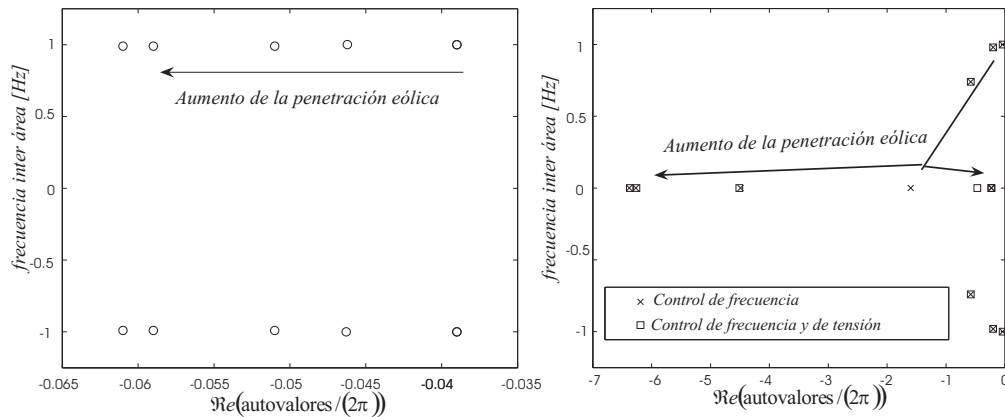


Figura 7.11: Evolución de los autovalores correspondientes a la oscilación inter área para los casos DFIGcp (figura de la izquierda), DFIGfc y DFIGfcvc (figura de la derecha) para diferentes penetraciones eólicas.

Para verificar el efecto del control de potencia reactiva, el Cuadro 7.9 presenta la evolución de los autovalores bajo análisis cuando, en ambas granjas eólicas en la Figura 7.7 y para una misma potencia eólica generada, las ganancias del lazo de potencia reactiva son aumentadas. En el mencionado cuadro, en el cual la penetración eólica es de 30 MW, se observa un decrecimiento del amortiguamiento de los autovalores con el control de tensión, aún cuando parece haber un límite en la disminución de la parte real de los autovalores. Luego, a pesar de considerar una red eléctrica relativamente simple, se hace necesario observar que un control de potencia reactiva como el presentado en las granjas eólicas puede presentar conflictos con otros controles empleados en el resto de la red. Lo anterior no hace más que justificar la necesidad de establecer cuidadosos estudios en la implementación de los controles de tensión como el presentado a los efectos de evitar problemas en redes que, por su tamaño, cargas y punto de funcionamiento, pueden inducir fenómenos complejos como colapsos por bifurcaciones en sistemas de potencia [67]. Por otra parte, como se mencionó en la clasificación del análisis de pequeña señal en §7.1.1, existen los denominados

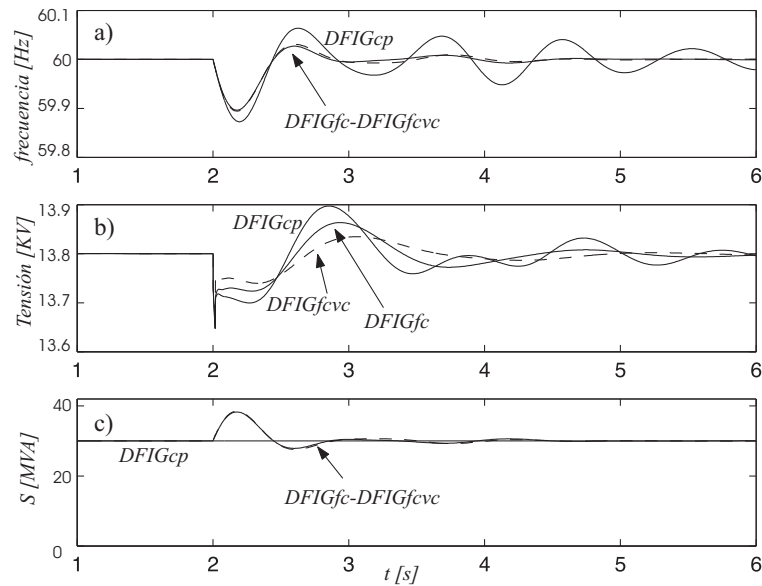


Figura 7.12: Respuesta del sistema en el bus 1 con una penetración eólica del 20%: (a) frecuencia, (b) tensión (c) potencia aparente de la granja.

Modos de Control asociados a los controles de excitación de los generadores sincrónicos los que, en este caso, entran en conflicto con el lazo de potencia reactiva de la granja.

### 7.9.3. Respuesta transitoria completa en el bus 1 con control de potencia reactiva

Tomando en consideración la red de la Figura 7.7, resultados de simulación son realizados para ambos casos, es decir potencia constante versus potencia constante más control de tensión, cuando una perturbación afecta a la red en el bus 1. Se ha considerado que la carga de 150 MW cambia en 40 MW en  $t = 2$  s, siendo la penetración de potencia de la granja del 20%. La Figura 7.13 presenta, para ambos casos y en el bus 1, el comportamiento de la frecuencia en la parte (a), la oscilación intra área, calculada como la diferencia entre las velocidades de los ejes de los generadores sincrónicos en (b) y la oscilación inter área, calculada como la semisuma de las frecuencias de los generadores sincrónicos (referida a 60 Hz), en (c). Por otra parte, la Figura 7.14 presenta en el bus 1 el comportamiento de la frecuencia en la parte (a), la tensión del bus en (b) y la potencia aparente de la granja en (c). En la Figura 7.13, comparando la línea que corresponde a la estrategia sin control de potencia reactiva con las otras resulta claro que en ambos casos el lazo de potencia reactivo causa un efecto nocivo sobre las oscilaciones electromecánicas. Sin embargo, mientras la ganancia del lazo de potencia reactiva no supere un determinado valor, se advierte en la parte (c), que la oscilación inter área mejora. Esto se puede corroborar, aunque se debe notar que la respuesta es la suma de muchos factores, en el Cuadro 7.9 cuando se comparan los autovalores de la oscilación inter área para  $K_v = 0$  con los siguientes valores de ganancia. Se advierte que recién a partir de  $K_v = K_v \cdot 5$  los autovalores vuelven a disminuir. Finalmente, aunque se puede esperar una mejora en la oscilación inter área para ciertos valores de ganancia, no sucede lo mismo con la oscilación intra área la cual siempre se deteriora. La respuesta completa de la frecuencia se observa en (a) de la Figura 7.13, la cual, también, tiende a desmejorar con el aumento del lazo de potencia reactiva.

Por otra parte, en (c) de la Figura 7.14 se indica que un esfuerzo de control bajo, medido como la diferencia entre la potencia (activa) de estado estacionario y el valor transitorio, es suficiente

Cuadro 7.8: Autovalores más afectados por el control de tensión.

a) Granja eólica con DFIGcp.

Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW	Tipo de oscilación
- 0.075 ± 1.42i	- 0.093 ± 1.42i	- 0.108 ± 1.42i	- 0.117 ± 1.42i	- 0.122 ± 1.43i	- 0.123 ± 1.42i	intra área
- 0.42 ± 1.15i	- 0.40 ± 1.15i	- 0.39 ± 1.15i	- 0.39 ± 1.14i	- 0.39 ± 1.14i	- 0.39 ± 1.14i	autovalores asociados excitación
- 0.039 ± 1.00i	- 0.046 ± 1.00i	- 0.051 ± 1.00i	- 0.056 ± 0.99i	- 0.059 ± 0.99i	- 0.061 ± 0.99i	inter área
- 0.49 ± 1.46i	- 0.48 ± 1.47i	- 0.48 ± 1.48i	- 0.48 ± 1.49i	- 0.48 ± 1.50i	- 0.49 ± 1.50i	autovalores asociados excitación

b) Granja eólica con potencia activa constante pero con control de tensión.

Peol 0 MW	Peol 30 MW	Peol 60 MW	Peol 90 MW	Peol 120 MW	Peol 150 MW	Tipo de oscilación
- 0.075 ± 1.42i	- 0.097 ± 1.42i	- 0.10 ± 1.42i	- 0.10 ± 1.42i	- 0.10 ± 1.41i	- 0.10 ± 1.41i	intra área
- 0.42 ± 1.15i	- 0.33 ± 0.91i	- 0.27 ± 0.62i	- 0.24 ± 0.45i	- 0.22 ± 0.35i	- 0.24 & -0.17	autovalores asociados excitación
- 0.039 ± 1i	- 0.058 ± 1i	- 0.046 ± 1.022i	- 0.042 ± 1.018i	- 0.041 ± 1.015i	- 0.041 ± 1.015i	inter área
- 0.49 ± 1.46i	- 0.24 ± 1.05i	- 0.26 ± 0.65i	- 0.24 ± 0.46i	- 0.22 ± 0.36i	- 0.23 ± 0.36i	autovalores asociados excitación

para observar el deterioro de la parte (a) de la Figura 7.13.

Es de notar que, como predice el Cuadro 7.9, a medida que se aumenta la ganancia del lazo de control de potencia reactiva, el funcionamiento de la red se torna más cercano a la inestabilidad. Esto concuerda con análisis de estabilidad realizados para grandes ganancias en los excitadores de los generadores sincrónicos los cuales, bajo ciertas condiciones de carga, se tornan inestables [87] (los que corresponden a los Modos de Control mencionados). Por otra parte, el lazo de potencia reactiva, mejora el perfil de la tensión en el punto de conexión de la granja como se muestra en la parte (b) de la Figura 7.14. Luego, parece necesitarse una relación de compromiso para el control de potencia reactiva de la granja si no se pretende disminuir el rango de estabilidad de la red a la vez que se desea mantener el perfil de la tensión en el punto de conexión de la granja.

Cuadro 7.9: Efecto del aumento de la ganancia del lazo de potencia reactiva en la estabilidad del sistema (Peol=30MW).

$K_v \cdot 0$	$K_v$	$K_v \cdot 5$	$K_v \cdot 10$	$K_v \cdot 15$	Tipo de osc.
- 0.093 $\pm$ 1.42i	- 0.097 $\pm$ 1.42i	- 0.097 $\pm$ 1.43i	- 0.097 $\pm$ 1.43i	- 0.097 $\pm$ 1.43i	intra área
- 0.40 $\pm$ 1.15i	- 0.33 $\pm$ 0.91i	- 0.25 $\pm$ 0.57i	- 0.22 $\pm$ 0.36i	- 0.22 $\pm$ 0.35i	autovalores asociados a excitación
- 0.046 $\pm$ 1i	- 0.058 $\pm$ 1.i	- 0.044 $\pm$ 1.02i	- 0.04 $\pm$ 1.02i	- 0.04 $\pm$ 1.02i	inter área
- 0.48 $\pm$ 1.47i	- 0.24 $\pm$ 1.05i	- 0.26 $\pm$ 0.6i	- 0.23 $\pm$ 0.44i	- 0.22 $\pm$ 0.36i	autovalores asociados a excitación

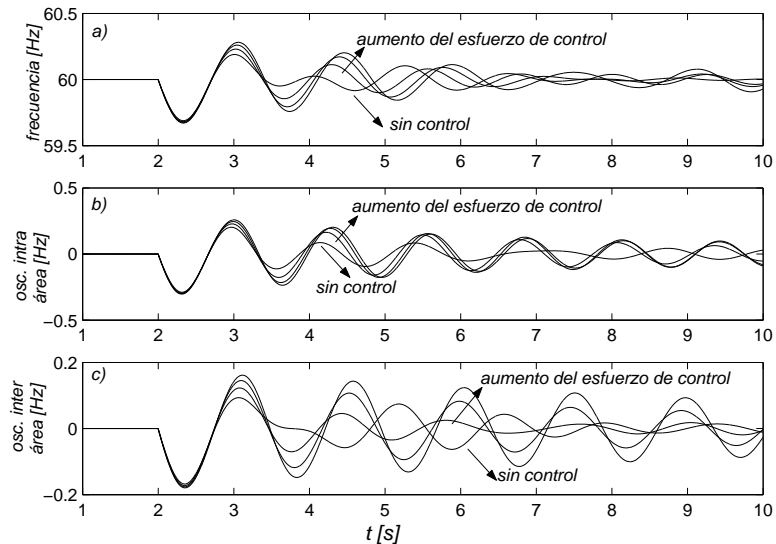


Figura 7.13: Oscilaciones electromecánicas en el bus 1 con una penetración eólica del 20 %, (a) frecuencia, (b) oscilación intra área y (c) oscilación inter área.

## 7.10. Conclusiones

El capítulo se centró en determinar la dinámica de los sistemas de potencia que tienen aporte eólico. Para ello, se ha clasificado la estabilidad de las redes eléctricas y se planteado la manera de obtener el modelo de los sistemas de potencia. A partir de determinar las características salientes del modelado de las redes eléctricas y su estabilidad, se ha incorporado el aporte de las granjas eólicas.

Se han presentado los modelos linealizados de las redes los cuales permiten considerar ecuaciones algebraicas. Además se han presentado los modelos reducido y el que preserva la estructura de las redes eléctricas.

Dado que los sistemas de potencia son altamente no lineales, al considerar el modelo linealizado se ha estudiado la estabilidad de pequeña señal analizando las oscilaciones electromecánicas denominadas oscilaciones intra e inter área.

Debido a la elevada complejidad de los sistemas eléctricos actuales, es práctica frecuente evaluar

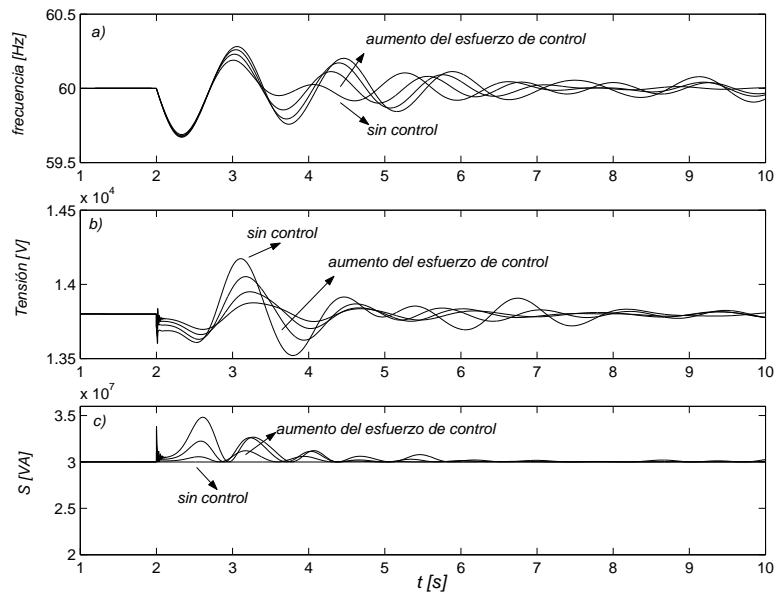


Figura 7.14: Variables eléctricas en el bus 1 con una penetración eólica del 20 %, (a) frecuencia, (b) tensión y (c) potencia aparente.

el comportamiento de los controles propuestos para los distintos dispositivos de la red en sistemas más sencillos que se emplean como sistemas de test.

Luego de incluir el modelo de las granjas en el marco del estudio de las redes eléctricas, se ha evaluado el comportamiento de las granjas equipadas con generadores doblemente alimentados versus sus pares equipadas con generadores tipo jaula de ardilla en un sistema bajo prueba. Al analizar los autovalores de la mencionada red se ha verificado que:

- Tanto la granja con SCIG como con DFIGfc y DFIGfc+d incrementaron el amortiguamiento de los autovalores del sistema, mejorando la respuesta temporal de la frecuencia.
- La mencionada mejora es más significativa en los casos DFIGfc y DFIGfc+d.
- El amortiguamiento se incrementa con la penetración eólica.
- Ante una falla, cuando se compara con el DFIGcp, todos los demás casos reducen la demanda de potencia activa al generador sincrónico.

Un análisis de factores de participación demostró la directa relación entre los autovalores más afectados por las estrategias propuestas y las variables relacionadas con las oscilaciones electromecánicas, es decir, la frecuencia y el ángulo rotórico del generador sincrónico.

A los efectos de incluir las oscilaciones intra área en el análisis precedente, se propuso una nueva red que tenga en cuenta la mencionada oscilación. En este caso la comparación se llevó a cabo sólo con granjas con generadores de doble bobinado pero se la agregó el control de potencia reactiva con el objeto de contribuir, desde la granja, al perfil de la tensión en el punto de conexión. Así, se evaluaron tres casos: DFIGcp, DFIGfc y DFIGfcvc. Nuevamente se puso de manifiesto el aporte de la estrategia de control de frecuencia tanto a la oscilación inter como a la intra área. Sin embargo, se advirtió que el control de tensión podía manifestar algún inconveniente respecto de la estabilidad del sistema.

Para determinar el efecto del control de potencia reactiva en el sistema de potencia se consideró operar las granjas a potencia activa constante e ir observando la evolución de los autovalores

del sistema con el aumento de la ganancia del lazo de potencia reactiva. Luego, pudo observarse el comportamiento tendiente a disminuir el amortiguamiento de los autovalores del sistema. En consecuencia, se torna prudente establecer compromisos entre los lazos de control de potencia activa (lazo de frecuencia) y de reactiva (lazo de tensión) a los efectos de fijar la estabilidad de la red pero manteniendo la tensión en el punto de conexión de la granja de manera que ésta aporte también al perfil de dicha variable.

A modo de resumen se puede indicar que, el análisis de pequeña señal ha permitido determinar fehacientemente que el control de frecuencia por parte de las granjas eólicas contribuye a mejorar la estabilidad de la red. Por otra parte, la posibilidad de la granja de contribuir al perfil de la tensión en el punto de conexión también aporta a la calidad del sistema de potencia. Sin embargo, se ha puesto de manifiesto la necesidad de evaluar el control de tensión en casos particulares habida cuenta de los conflictos que pueden suscitarse si se decide emplear únicamente este control sin atender a la estabilidad del red.

## Capítulo 8

# Aplicación de Técnicas de Control No Lineal en Granjas Eólicas

### Resumen

En este capítulo se presentan dos técnicas de control no lineal aplicadas a los sistemas de potencia y, en particular, a las granjas eólicas de manera que contribuyan a la estabilidad de la red. En primer término la Teoría de Lyapunov permite generar acciones de control a partir de funciones de energía establecidas para los sistemas de potencia mientras que, en segundo término, la Teoría de Pasividad permite incorporar mayor flexibilidad al diseño al obtener la función de energía del sistema de manera constructiva asegurando la contribución a la estabilidad por parte de las granjas eólicas.

### 8.1. Introducción

Como se ha mencionado, el crecimiento en la demanda de energía eléctrica restringiendo las unidades de generación ya sea por problemas ambientales o de costos, ha dado lugar a sistemas de potencia altamente cargados. A consecuencia de ello, en muchos casos se tiene un pobre amortiguamiento en las oscilaciones electromecánicas del sistema y/o en su estabilidad transitoria.

En el capítulo anterior, se han presentado leyes de control que tienden a amortiguar oscilaciones y a mantener el perfil de tensión en el punto de conexión de las granjas eólicas. No obstante las mejoras y los resultados presentados, es cierto que se tiene el límite del análisis de pequeña señal el que bajo circunstancias de fallas más severas pierde validez.

Por otra parte, dada la creciente complejidad de los sistemas de potencia, se torna cada vez más necesario la validación de las leyes de control propuestas tanto por simulaciones como por estudios como los desarrollados en el capítulo anterior. En ese sentido, es apropiado estudiar y determinar leyes de control complementarias a las presentadas a los efectos de prever fenómenos altamente no lineales que podrán presentarse a medida que tanto la exigencia sobre la red como la complejidad de las cargas, los induzcan. Por ejemplo, es conocido [38][67] que cambios en el consumo de potencia reactiva pueden inducir procesos tales como bifurcaciones y caos en los sistemas de potencia. Es por todo lo anterior que se torna necesario desarrollar leyes de control que, teniendo en cuenta la naturaleza no lineal de los sistemas de potencia permitan operar a las granjas eólicas en un amplio rango de funcionamiento y en presencia de fuertes perturbaciones de la red.

## 8.2. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Sea un sistema no lineal:

$$\dot{x} = f_o(x) \quad (8.1)$$

donde  $x$  es el vector de estados que pertenece al espacio  $R^n$  y  $f_o$  es el vector de campo definido como:  $f_o : D \rightarrow R^n$  siendo continua con derivadas primeras parciales también continuas con respecto a  $x$  en el dominio  $D \rightarrow R^n$  en  $R^n$ .

Sea la solución de (8.1):

$$x = \phi(t - t_o, x_o) = \phi(t, x_o), \quad (8.2)$$

donde se supuso, sin pérdida de generalidad que  $t_o = 0$ .

Una de las propiedades geométricas más importantes de los sistemas autónomos como (8.1) es que existe una única solución que pasa por el estado inicial  $x_o$ . Por lo anterior, las soluciones en el espacio de estado nunca se intersectan.

Luego, un punto de equilibrio  $x_e$ , definido como  $f_o(x_e) = 0$ , es Lyapunov estable si para cualquier  $\epsilon > 0$ , no importa cuán grande, existe  $\delta = \delta(\epsilon)$  tal que para cada  $x_o$  en el cual:

$$\|x_o - x_e\| < \delta$$

la solución  $x(t)$  (que depende de  $x_o$ ) satisface que

$$\|\phi(t, x_o) - x_e\| < \epsilon, \quad \forall t > 0.$$

Además, si

$$\|x(t) - x_e\| \rightarrow 0, \quad \text{cuando } t \rightarrow \infty,$$

se dice que el sistema es asintóticamente estable.

La estabilidad en el sentido del análisis de pequeña señal (o local) se conoce como el Método Indirecto de Lyapunov y se basa en determinar la estabilidad de los sistemas linealizados [86]. Este aspecto ha sido considerado en el capítulo precedente.

### 8.2.1. La Función de Lyapunov

El Segundo Método de Lyapunov (o Método Directo de Lyapunov) determina la estabilidad de los sistemas lineales y no lineales sin tener conocimiento explícito de las soluciones de ellos.

El concepto asociado es el de energía del sistema. Si la velocidad de cambio de la energía  $d\nu(x)/dt$  de un sistema es negativa para cada estado posible, excepto para el equilibrio, la energía decrecerá de forma continua hasta arribar al estado de equilibrio. Así, examinando la derivada de la energía a lo largo de las trayectorias del sistema, es posible determinar la estabilidad del mismo. Además, Lyapunov demostró (en 1892) que otras funciones podían emplearse en lugar de la energía para determinar la estabilidad de los sistemas.

Luego, sea  $\nu : D \rightarrow R$  una función continua del sistema con equilibrio en  $x_e = 0$ , lo cual no



produce pérdida de generalidad. Entonces, la derivada a lo largo de las trayectorias del sistema es:

$$\dot{\nu} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \nu}{\partial x_i} f_i(x) \quad (8.3)$$

$$= \left[ \frac{\partial \nu}{\partial x_1}, \frac{\partial \nu}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \nu}{\partial x_n} \right] \cdot \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \dots \\ f_n(x) \end{bmatrix} = \frac{\partial \nu}{\partial x_n} f_o(x), \quad (8.4)$$

$$= \nabla \nu \cdot f_o(x). \quad (8.5)$$

Además, se puede probar que [86]:

- si  $x = 0$  es un equilibrio de la ecuación (8.1) con dominio  $D$  conteniendo a dicho equilibrio y
- si una función  $\nu$  es continuamente diferenciable y está definida en el dominio  $\nu : D \rightarrow R$ , tal que

$$\nu(0) = 0 \text{ y } \nu(x) > 0 \text{ en } D - \{0\} \quad (8.6)$$

$$\text{con } \dot{\nu} = \nabla \nu \cdot f_o(x) \leq 0 \text{ en } D, \quad (8.7)$$

entonces el origen es estable. Además, si

$$\dot{\nu}(x) = \nabla \nu(x) \cdot f_o(x) < 0 \text{ en } D - \{0\}, \quad (8.8)$$

el origen es asintóticamente estable.

Una función continuamente diferenciable que verifica (8.6), (8.7) o (8.8) se conoce como Función de Lyapunov.

Las desventajas del empleo de las condiciones de estabilidad de Lyapunov para cualquier sistema son las siguientes:

- las funciones no son únicas e
- implican condiciones suficientes, es decir, no indican la manera en que deben construirse las funciones.

Sin embargo, los teoremas inversos establecen, aunque de manera conceptual, que las condiciones expresadas en (8.6) a (8.8), son condiciones necesarias para la estabilidad. Así, aunque con la fuerte limitación citada, permiten ganar conocimiento acerca del comportamiento de sistemas dinámicos:

*Teorema Inverso de la estabilidad.* Sea  $x = 0$  un punto de equilibrio asintóticamente estable del sistema (8.1) y  $D \subset R^n$  el dominio conteniendo a  $x = 0$ . Sea  $D_o \subset D$  conteniendo a  $x = 0$ . Luego, existe una función definida positiva y continuamente diferenciable  $\dot{\nu} : D_o \subset R$  cuya derivada es negativa definida.[86]

### 8.3. La Función de Lyapunov aplicada a Sistemas de Potencia

Las funciones de energía de los sistemas que involucran variables eléctricas, pueden ser empleadas como funciones de Lyapunov. Sin embargo, las funciones así obtenidas no necesariamente

verifican las expresiones (8.7) o (8.8). Por ello deben emplearse teoremas adicionales que les permiten a las funciones de energía propuestas verificar las condiciones de estabilidad asintótica estableciendo así la posibilidad de considerarlas como funciones de Lyapunov.

*Teorema de La'Salle o Principio de Invariancia de La'Salle.* Sea  $\Omega \subset D$  un conjunto compacto que es positivamente invariante con respecto a (8.1). Sea  $\nu : D \rightarrow R$  una función continuamente diferenciable tal que  $\dot{\nu} \leq 0$  en  $\Omega$ . Sea  $Z$  el conjunto de todos los puntos en  $\Omega$  donde  $\dot{\nu} = 0$ . Sea  $M$  el mayor conjunto invariante en  $Z$ . Entonces, cada solución que empieza en  $\Omega$  se aproxima a  $M$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . [86]

Un conjunto  $S$  se dice positivamente invariante si:

$$x(0) \in S \Rightarrow x(t) \in S, \forall t \geq 0$$

*Teorema de Barbashin y Krakovskii.* Sea  $x = 0$  el equilibrio de (8.1). Sea  $\nu : D \rightarrow R$  una función continuamente diferenciable positiva definida en el dominio  $D$  conteniendo el origen  $x = 0$ , tal que  $\dot{\nu} \leq 0$  en  $D$ . Sea  $S = \{x \in D : \dot{\nu} = 0\}$  suponiendo que ninguna solución puede permanecer en  $S$  más que la trivial, entonces, el origen es asintóticamente estable. [86]

### 8.3.1. Efecto de las simplificaciones sobre el análisis de estabilidad

Sea el sistema real descrito por la siguiente expresión:

$$\dot{x} = F_o(x). \quad (8.9)$$

Esta expresión posee las mismas características que la expresión (8.1) sin embargo representa al sistema real a ser analizado. Debido a las características inherentemente complejas de los sistemas eléctricos se torna necesario establecer simplificaciones a los efectos de poder manipular las expresiones correspondientes. Así, se considerará un sistema nominal más un término de perturbación de manera de representar al sistema real [31]:

$$\dot{x} = F_o(x) = f_o(x) + [F_o(x) - f_o(x)] = f_o(x) + p(x). \quad (8.10)$$

A pesar de que la estabilidad de Lyapunov considera, de hecho, perturbaciones en las condiciones iniciales del sistema, conceptualmente la diferencia radica en que  $p(x)$  corresponde a apartamientos del modelo real respecto del nominal.

Sea el origen el equilibrio del modelo nominal y  $X(t)$  la solución del sistema perturbado. Se dice que el sistema es totalmente estable si:

- para cada número positivo  $\varepsilon$  (pequeño) existen dos número positivos  $\eta_1(\varepsilon)$  y  $\eta_2(\varepsilon)$ , tales que:

$$\|X(t)\| < \varepsilon \forall t > 0$$

si se verifica que

$$\|X(0)\| < \eta_1(\varepsilon)$$

y que en el dominio  $\|x\| < \varepsilon$  y  $t > 0$ , se satisface la siguiente desigualdad:

$$\|p(x)\| < \eta_2(\varepsilon)$$

Por lo anterior, la restricción sobre  $p(x)$  es que sea una función acotada en módulo para valores suficientemente pequeños de  $x$ .

En base a lo anterior puede demostrarse que [31][34]:

- Si el origen del sistema nominal es asintóticamente estable también es totalmente estable.
- Si existe una función de Lyapunov para el sistema nominal, el origen es totalmente estable.

La restricción sobre  $p(x)$  puede relajarse asumiendo que, como sucede en realidad, puede tomar grandes valores en ciertos (pequeños) intervalos de tiempo manteniéndose en un valor bajo el resto del tiempo. Se dice que  $p(x)$ , o cualquier función con esta propiedad, está acotada en el valor medio. Así, puede demostrarse el segundo de los ítems anteriores para una función de estas características [31][49].

### 8.3.2. Formulación de las Funciones de Energía para los sistemas de potencia

Numerosos trabajos de investigación se han llevado a cabo desde mediados del siglo pasado basados en el estudio de la estabilidad de sistemas de potencia. La formulación se lleva a cabo a partir de considerar a los modelos referidos al centro de inercia (COI) lo cual presenta algunas ventajas desde lo cualitativo (el centro de inercia representa el movimiento medio de todo el conjunto) y desde el manejo de las expresiones [87].

Junto con todas las ventajas que supone el empleo de las funciones de Lyapunov al asegurar la estabilidad de los sistemas de potencia, la desventaja es que las funciones de energía obtenidas establecen como condición que las conductancias de las líneas de transmisión sean cero dado que estas imponen restricciones respecto de conocer la evolución de alguna variable eléctrica en presencia de una perturbación a los efectos de poder determinar la Función de Lyapunov asociada. Esta determinación, en general, es imposible de obtener.

#### El modelo reducido

El modelo reducido de un sistema de potencia, presentado en el Capítulo 7 en la Subsección §7.4.1, aplicado a una red que consta de  $m$  generadores sincrónicos, sin considerar las conductancias del sistema, es:

$$\dot{\delta}_i = \tilde{\omega}_i \quad (8.11)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{M_i} \left[ P_i - \sum_{j=1 \neq i}^n C_{ij} \sin \delta_{ij} - \frac{M_i}{M_T} P_{COI} - D_i \tilde{\omega}_i \right] \quad (8.12)$$

con  $i = 1, \dots, m$  y  $P_i$  la potencia activa de los generadores sincrónicos.

La función de energía correspondiente es [87]:

$$\nu = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^m P_i (\delta_i - \delta_i^s) - \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m C_{ij} \cos(\delta_{ij} - \delta_{ij}^s), \quad (8.13)$$

donde el superíndice  $s$  indica el valor de equilibrio.

Por otra parte, como se indicó, si se toman en cuenta las conductancias  $D_{ij}$  del sistema de transmisión se hubiera agregado el siguiente término [87]:

$$\nu_1 = \int_{\delta_i^s + \delta_j^s}^{\delta_i + \delta_j} D_{ij} \cos(\delta_{ij} - \delta_{ij}^s) (\dot{\delta}_i + \dot{\delta}_j) d\delta, \quad (8.14)$$

el cual depende del camino de integración y, por lo tanto, no permite asegurar que  $\nu > 0$ .

Aplicando (8.5), se tiene:

$$\dot{\nu} = \nabla \nu \cdot f_o(x) \quad (8.15)$$

$$\dot{\nu} = \sum_{i=1}^m \left[ M_i \dot{\tilde{\omega}}_i - P_i - \sum_{j=1, j \neq i}^m C_{ij} \sin \delta_{ij} \right] \tilde{\omega}_i$$

$$\dot{\nu} = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{M_i}{M_T} P_{COI} - D_i \tilde{\omega}_i \right] \tilde{\omega}_i$$

$$\dot{\nu} = - \sum_{i=1}^m D_i \tilde{\omega}_i^2 \leq 0 \quad (8.16)$$

considerando que:

$$\sum_{i=1}^m \frac{M_i}{M_T} P_{COI} \tilde{\omega}_i = \frac{P_{COI}}{M_T} \sum_{i=1}^m M_i \tilde{\omega}_i = 0, \quad (8.17)$$

ya que por definición el centro de inercia es la referencia del sistema.

En la expresión (8.16) se advierte que la derivada de la función de energía es menor que cero, excepto en el equilibrio, para cualquier valor del ángulo  $\delta$ . Sin embargo, en virtud del Teorema de Barbashin y Krasovskii, se satisface la condición de estabilidad asintótica y, por lo tanto, la función de energía propuesta (8.13) califica como función de Lyapunov del sistema.

### El modelo que preserva la estructura

Para el modelo que preserva la estructura del sistema de potencia,

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (8.18)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \frac{d\omega_i}{dt} = T_{Mi} - P_{Gi} - D_i(\omega_i - \omega_s) \quad (8.19)$$

$$T'_{doi} \frac{dE'_{qi}}{dt} = -E'_{qi} - (X_{di} - X'_{di})I_{di} + E_{fdi} \quad (8.20)$$

con  $i = 1, \dots, m$  y  $P_{Gi}$  la potencia activa de los generadores sincrónicos.

A las expresiones anteriores se deben agregar las restricciones algebraicas producto de las ecuaciones de la red, las cuales para el caso del modelo reducido no era necesario por cuanto se consideraban cargas tipo impedancia constante. Así, se debe considerar:

$$\dot{x} = f_o(x, y)$$

$$0 = g(x, y)$$

Respecto de la parte algebraica es posible inferir una dinámica asociada a partir de considerar que la misma corresponde al límite de un comportamiento rápido. Este enfoque, conocido como aproximaciones singulares, describe al sistema de la siguiente manera:

$$\dot{x} = f_o(x, y)$$

$$\epsilon \dot{y} = g(x, y)$$

siendo  $\epsilon$  un número positivo y suficientemente pequeño. Así, aunque las trayectorias del nuevo sistema singularmente perturbado no son exactamente iguales a las del sistema algebraico original,

ambos poseen los mismos equilibrios. Por otra parte, es posible determinar que, sobre un intervalo de tiempo finito, las trayectorias del sistema original y las del perturbado, están acotadas por un orden  $O(\epsilon)$  según el Teorema de Tikhonov [47]. Se debe notar que la aproximación precedente induce la presencia de nuevas variables de estado al sistema lo que justifica incorporar nuevos términos a la función de energía del sistema. Así se tiene en cuenta la presencia de otros elementos adicionales que poseen una función de energía asociada.

Aún sin la presunción del sistema perturbado es posible determinar la función de energía correspondiente como [39]:

$$\nu = \nu_1 + \sum_{i=1}^8 \nu_{2i} + C_o, \quad (8.21)$$

donde  $C_o$  establece el valor nulo de la función en el equilibrio y:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m M_i \tilde{\omega}_i^2, \\ \nu_{21} &= \sum_{i=1}^m P_{Gi} \dot{\delta}_i, \\ \nu_{22} &= \sum_{i=m+1}^{m+N} P_{Li} \dot{\delta}_i, \\ \nu_{23} &= \sum_{i=m+1}^{m+N} \int \frac{Q_{Li}}{V_i} dV_i, \\ \nu_{24} &= \sum_{i=n+1}^{2n} \frac{1}{2x'_{di-n}} [E'_{qi-n}{}^2 + V_i^2 - 2E'_{qi-n} V_i \cos(\delta_{i-n} - \theta_i)], \\ \nu_{25} &= -\frac{1}{2} \sum_{i=n+1}^{n+N} \sum_{j=n+1}^{n+N} C_{ij} \cos \theta_{ij}, \\ \nu_{26} &= \sum_{i=n+1}^{2n} \frac{x'_{di-n} - x_{qi-n}}{4x'_{di-n} x_{qi-n}} [V_i^2 - V_i^2 \cos(2(\delta_{i-n} - \theta_i))], \\ \nu_{27} &= -\sum_{i=1}^n \frac{E_{fdi} E'_{qi}}{x_{di} - x'_{di}}, \\ \nu_{28} &= \sum_{i=1}^n \frac{E'_{qi}{}^2}{2(x_{di} - x'_{di})}, \end{aligned}$$

Aplicando (8.5), se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{\nu} &= \nabla \nu \cdot f_o(x), \\ \frac{\partial \nu}{\partial \tilde{\omega}} \frac{d\tilde{\omega}}{dt} + \frac{\partial \nu}{\partial \tilde{\delta}} \frac{d\tilde{\delta}}{dt} + \frac{\partial \nu}{\partial E'_q} \frac{dE'_q}{dt} &= -\sum_{i=1}^m D_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^n \frac{T'_{doi}}{x_{di} - x'_{di}} \dot{E}'_{qi}{}^2, \end{aligned} \quad (8.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nu}{\partial \tilde{\theta}} \frac{d\tilde{\theta}}{dt} + \frac{\partial \nu}{\partial V} \frac{dV}{dt} &= \left( \sum_{i=1}^m (P_{Gi} + P_{Li}) \tilde{\theta}_i \right) + \left( \sum_{i=1}^m (Q_{Gi} + Q_{Li}) \frac{\dot{V}_i}{V_i} \right) \\ &= 0 + 0, \end{aligned} \quad (8.23)$$

Luego,

$$\begin{aligned}\dot{\nu} &= \nabla \nu \cdot f_o(x), \\ \dot{\nu} &= -\sum_{i=1}^m D_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^n \frac{T'_{doi}}{x_{di} - x'_{di}} \dot{E}_{qi}^2 \leq 0,\end{aligned}$$

## 8.4. Empleo de las Funciones de Lyapunov para control

En general, las Funciones de Lyapunov se han aplicado a sistemas sin entradas a los efectos de determinar la estabilidad de los mismos. Sin embargo, se pueden plantear funciones hipotéticas las cuales se verifican por medio de algún control (entrada) del sistema bajo consideración.

Luego, el sistema autónomo (8.1) se transforma en:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (8.24)$$

así, el problema del control consiste en obtener una ley de control  $u(x)$  tal que el sistema a lazo cerrado:

$$\dot{x} = f(x, u(x)), \quad (8.25)$$

posee un punto de funcionamiento estable en el origen.

Por otra parte, en virtud del Teorema inverso de la estabilidad asintótica, existe una función  $\nu(x)$  tal que:

$$\dot{\nu}(x) = \nabla(\nu(x)) \cdot f(x, u) < 0, \quad (8.26)$$

para cada  $x \neq 0$  en alguna vecindad  $D$  del origen.

Una función que satisface (8.6) y (8.26) se denomina "Función de Lyapunov de control".

En este trabajo de Tesis, se estudian sistemas de la forma:

$$\dot{x} = f(x, u(x)) = f_o(x) + \sum_{i=1}^m u_i \cdot f_i(x), \quad (8.27)$$

denominados afines en el control, representando  $f_o(x)$  al sistema sin control con  $x \in \Omega \subset R^n$  y  $u \in R^m$  con  $f_o$  y  $f_i$  con derivadas finitas. Además, cada control estabilizante debe verificar:

$$\dot{x} = f(0) = f_o(0) + \sum_{i=1}^m \bar{u}_i \cdot f_i(0) = 0, \quad (8.28)$$

donde se ha considerado que, para el caso de la expresión anterior,  $u(x) = \bar{u}$ .

El siguiente teorema (Arstein [98]) establece:

*Teorema.* Sea  $u = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m) \in R^m$ . Sea, además,  $\bar{u}$  la solución de (8.28). Existe una ley continua de control  $u(x)$  que hace que (8.27) sea asintóticamente estable si y solamente si existe una función  $\nu(x)$  que satisface la condición (8.6), y, además para cada  $\epsilon > 0$  existe un  $\delta > 0$  tal que cuando  $\|x\| < \delta$ , la desigualdad

$$\nabla \nu(x) \cdot [f_o(x) + u_1 f_1(x) + u_2 f_2(x) + \dots + u_m f_m(x)] < 0, \quad (8.29)$$

se mantiene para  $\|u - \bar{u}\| < \epsilon$ .

El teorema precedente no es constructivo, sin embargo existen algunas formas de determinar la función de Lyapunov deseada [46][90].

En el enfoque de Jurdjevic-Quinn [46], la condición sobre  $\nu(x)$ , adicional a la (8.6), es que si:

$$\nabla\nu(x).(f_o(x)) \leq 0, \quad \text{para } x \in D, \quad (8.30)$$

entonces si  $u = [u_1(x) \ u_2(x) \ \dots \ u_m(x)]$  con:

$$u_i(x) = -\nabla\nu(x)f_i(x) \quad i = 1\dots m \quad (8.31)$$

Esta elección elección permite:

$$\begin{aligned} \dot{\nu}(x) &= \nabla\nu(x).f_o(x) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla\nu(x).f_i(x) \\ &\leq \sum_{i=1}^m u_i \nabla\nu(x).f_i(x) \\ &= -\sum_{i=1}^m (\nabla\nu(x).f_i(x))^2 \end{aligned} \quad (8.32)$$

La aproximación de Jurdjevic-Quinn, permite entonces determinar las acciones de control que dan lugar al amortiguamiento del sistema no lineal considerado asegurando la estabilidad del mismo.

## 8.5. Aplicación al Control de la potencia reactiva de las granjas eólicas

Como se ha mencionado, las granjas eólicas equipadas con generadores doblemente alimentados pueden contribuir con potencia reactiva a los efectos de:

- $Q_e = 0$ ;
- $\cos \varphi =$  especificado. [91]
- Además, en [19][22][25][41] han sido propuestos controles de tensión. En el último de los casos se intenta emular el comportamiento de los controles de tensión de los generadores sincrónicos con el empleo de granjas eólicas.

Sin embargo, respecto del control de tensión, como ha quedado de manifiesto en el Capítulo 6, no necesariamente mantener el perfil de tensión en un punto aporta a la estabilidad de la red eléctrica [22][25]. Así, además de considerar el aporte a la calidad de la energía al mantener la tensión en el punto de conexión, es necesario establecer si se puede colaborar con el amortiguamiento del sistema de potencia modificando la estrategia de control de la potencia reactiva.

Luego, partiendo de la Función de Energía de un sistema de potencia se tiene [68]:

$$\nu = \sum_{k=1}^{N_G} (0,5M_k\tilde{\omega}_k^2 - P_{Mk}\tilde{\delta}_k) + \sum_{k=1}^{N_L} (P_{Lk}\tilde{\theta}_k + \int \frac{Q_{Lk}}{V_k} dV_k), \quad (8.33)$$

donde se ha considerado el modelo reducido de la red con  $N_L$  la cantidad de cargas,  $N_G$  la cantidad de generadores,  $M$  la constante de inercia de las máquinas,  $\omega$  la velocidad de los generadores,  $\delta$  el ángulo de la tensión detrás de la reactancias y  $\theta$  el ángulo en cada bus. Los ángulos y las velocidades están medidas con respecto al COI:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_k &= \omega_k - \omega_{COI}, & \omega_{COI} &\doteq \frac{1}{M_T} \sum_{k=1}^m M_k \omega_k, \\ \tilde{\delta}_k &= \delta_k - \delta_{COI}, & \delta_{COI} &\doteq \frac{1}{M_T} \sum_{k=1}^m M_k \delta_k, \\ \tilde{\theta}_k &= \theta_k - \delta_{COI}, & M_T &\doteq \sum_{k=1}^m M_k, \end{aligned}$$

### 8.5.1. Control de la potencia reactiva de la granja

En la expresión (8.33), se considerará que la granja se encuentra entregando/absorbiendo potencia reactiva en función de la tensión en el punto de conexión, en otras palabras la granja emula en su comportamiento a un compensador estático. Respecto de la potencia activa, se considera que aporta potencia constante.

Como se ha mencionado, a los efectos de amortiguar las oscilaciones del sistema de potencia, el nivel de la función de energía debe disminuir. Es importante notar que, la inclusión de la granja no altera la función de energía pero sí su derivada. En efecto, la derivada de dicha función es [20][68]:

$$\dot{v} = \sum_{k=1}^{N_G} (M_k \dot{\omega}_k + P_{Gk} - P_{Mk}) \dot{\delta}_k + \sum_{n=1}^{N_L} P_n \dot{\theta}_n + \sum_{n=1}^{N_L} \frac{\dot{V}_n}{V_n} Q_n \quad (8.34)$$

$$\frac{\dot{V}_{wf}}{V_{wf}} Q_{wf} = -\frac{1}{2} b_u \frac{dV_{wf}^2}{dt} \quad (8.35)$$

donde la última expresión considera la expresión de la potencia reactiva del compensador equivalente. Es necesario advertir que para el sistema **sin control**, el aporte de potencia reactiva y, por lo tanto, el balance de potencia reactiva es nulo según  $\sum_{n=1}^{N_L} \frac{\dot{V}_n}{V_n} Q_n = 0$  como se indica en (8.23). Sin embargo, al aparecer el control de la granja, dicha suma, con el agregado de la acción de control, pasa a ser  $-\frac{\dot{V}_{wf}}{V_{wf}} Q_{wf}$ . Luego:

$$\dot{v} = \sum_{k=1}^{N_G} (M_k \dot{\omega}_k + P_{Gk} - P_{Mk}) \dot{\delta}_k + \sum_{n=1}^{N_L} P_n \dot{\theta}_n - \frac{1}{2} b_u \frac{dV_{wf}^2}{dt} \quad (8.36)$$

donde  $b_u$  es la susceptancia (equivalente) variable de la granja y  $V_{wf}$  es la tensión en el punto de conexión. Como se ha indicado previamente, debido al balance de potencia activa de los generadores, las expresiones entre paréntesis son cero así como el segundo sumando que indica el balance de potencia activa en los nodos. Finalmente, la última expresión debe ser menor o igual a cero por lo cual la ley de control que contribuye a la estabilidad puede tener las siguientes formas [20]:

$$b_u = K_r \text{sign} \left( \frac{dV_{wf}^2}{dt} \right); \quad \text{con } K_r > 0 \quad (8.37)$$

ó

$$b_u = K_r \left( \frac{dV_{wf}^2}{dt} \right); \quad \text{con } K_r > 0. \quad (8.38)$$

Luego, el control de potencia reactiva de la granja establece que la ley empleada sea la combinación de la operación normal, esto es la regulación de tensión en el punto de conexión ó  $Q_e = 0$  ó  $\cos \varphi = \text{especificado}$ , más la acción correctiva que asegura la estabilidad del sistema. Si se tiene una granja con contribución al perfil de tensión en el punto de conexión, entonces la ley de control total será:

$$Q_{wf} = Q_{VC} + \Delta Q_e, \quad (8.39)$$

con  $Q_{wf}$  el total de la potencia reactiva de la granja,  $Q_{VC}$  el control de tensión y  $\Delta Q_e$  la acción correctiva para que la Función de Lyapunov (8.36) decrezca casi siempre.

Finalmente, se debe recordar que la potencia reactiva de la granja está restringida por la potencia aparente  $S$  del aerogenerador agregado:

$$0 \leq S \leq S_{nominal} = S_{limit}. \quad (8.40)$$



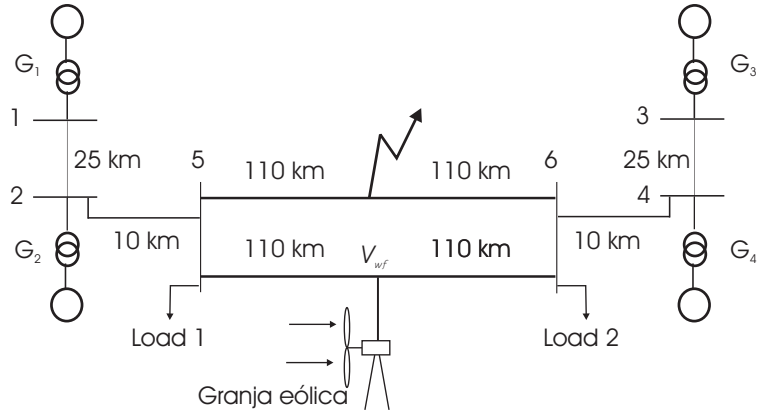


Figura 8.1: Sistema bajo estudio.

Advierta además que, aún cuando la ley de control presentada se basa en las máquinas doblemente alimentadas, las mismas ideas pueden ser consideradas para otros tipos de aerogeneradores de velocidad variable.

### 8.5.2. Control de la potencia activa de la granja

Como para la determinación de la ley de control de la potencia reactiva, en el caso de la potencia activa de la granja las leyes de control pueden determinarse a partir de considerar que, si bien la función de energía es la misma que la de la expresión (8.33), la derivada de esta función se modifica cuando aparece la acción de control de la granja  $-P_{wf}\dot{\theta}_{wf}$ , luego [26]:

$$\dot{\nu} = \sum_{k=1}^{N_G} (M_k \dot{\omega}_k + P_{Gk} - P_{Mk}) \dot{\delta}_k - \frac{\dot{V}_{wf}}{V_{wf}} \Delta Q - \Delta P \dot{\theta}_{wf}. \quad (8.41)$$

En la anterior se ha mantenido el aporte a la estabilidad con la potencia reactiva de la granja.

Como en la subsección anterior el término entre paréntesis es cero. Luego, para amortiguar las oscilaciones electromecánicas del sistema de potencia es necesario asegurar el signo negativo de la derivada de la función de energía. Así se tiene:

$$\Delta P = K_{c1} \dot{\theta}_{wf}; \quad \text{con } K_{c1} > 0, \quad (8.42)$$

la ecuación (8.42), justifica analíticamente la elección de la ley de control proporcional clásica que se ha presentado en este trabajo de tesis. Se advierte que no es posible, con la función de energía propuesta, obtener la justificación de respuesta inercial de la granja  $K\ddot{\theta}_{wf}$  [13][64][65]. Sin embargo, se puede obtener una ley similar [26]:

$$\Delta P = K_{c2} \ddot{\theta}_{wf}^2 \dot{\theta}_{wf}; \quad \text{con } K_{c2} > 0. \quad (8.43)$$

Esta expresión puede entenderse como una modificación de (8.42) donde  $K_{c1}$  es una ganancia variable la cual es función de la aceleración (la respuesta inercial) en el punto de conexión así  $K_{c1} = K_{c2} \ddot{\theta}_{wf}^2$ .

### 8.5.3. Resultados de simulación

A los efectos de verificar la estrategia de control propuesta, se evalúa el control en el sistema de potencia de la Figura 8.1 donde se introduce un cortocircuito trifásico a tierra con una duración

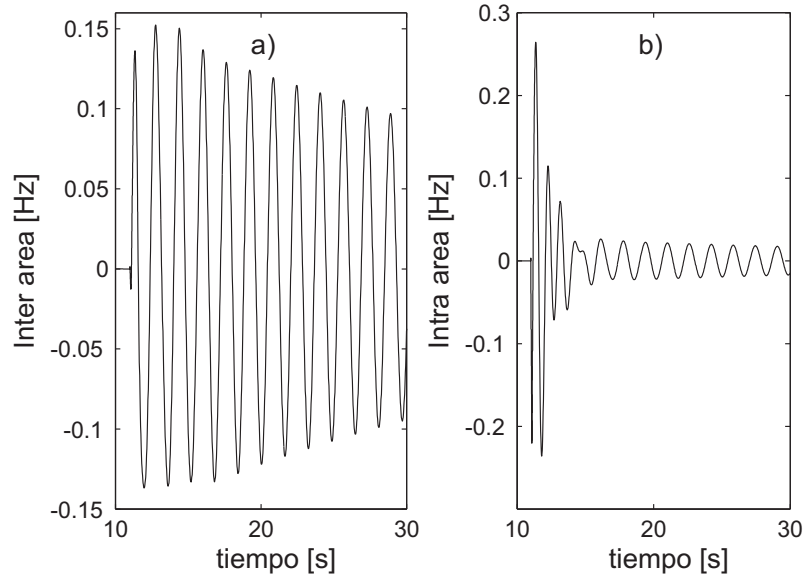


Figura 8.2: Granja sin control a)Oscilación inter área b)Oscilación intra área.

de 80 ms. La simetría de la red considerada, sin la granja, aún tratándose de un sistema eléctrico simple, se emplea comúnmente en la literatura para mostrar oscilaciones inter e intra área [51][68] de manera de ganar conocimiento acerca de los procesos que allí se producen a los efectos de resolver casos más complejos. Los datos de la red pertenecen a [51]. Además, se realizarán dos estudios en los cuales para el primer análisis se desprecia la dinámica del control de velocidad de los generadores sincrónicos resultando en un par constante en el eje de los mismos mientras que, en el segundo de los casos se incluye el control a los efectos de considerar una situación más realista.

Se presentan los resultados en el mismo orden en que se han presentado los desarrollos de las dos subsecciones anteriores.

El sistema muestra ambos tipos de oscilaciones electromecánicas, intra e inter área, luego que la perturbación actúa. La carga del Área 2 se incrementa en 40 MW que es la potencia activa que está generando la granja. Un análisis del flujo de potencia indica que en el Área 1, las máquinas 1 y 2 se encuentran generando 700 MW cada una, mientras que en Área 2, la máquina 3 genera 719 MW y la máquina 4, 700 MW. El resultado es que el Área 1 exporta 433 MW al Área 2. Es importante advertir la diferencia entre la potencia de cada área cuando se las compara con la de la granja cuya generación es de 40 MW (y aún con su máximo de 160 MVA).

A los efectos de mostrar el modo inter-área, la velocidad del generador 1, el cual es la referencia, se compara con la velocidad del generador 3. Por otra parte, el modo local se muestra al realizar la diferencia entre las velocidades de los generadores 2 y 1.

### Control de la potencia reactiva de la granja

Se consideran los siguientes casos:

1. Granja con potencia activa constante  $DIFG_{cp}$  y  $Q_{wf} = 0$  (Figura 8.2).
2. Granja con control de tensión ( $DIFG_{cp}$  y  $Q_{wf} = Q_{VC}$ ) (Figura 8.3).
3. Granja con control de tensión más control no lineal según (8.38) ( $DIFG_{cp}$  y  $Q_{wf} = Q_{VC} + \Delta Q_e$ ) (Figura 8.4).

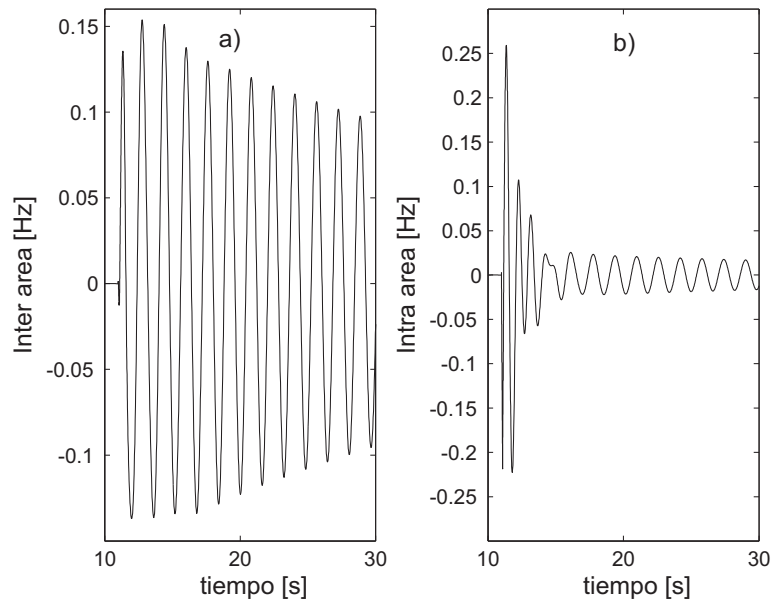


Figura 8.3: Granja con regulación de tensión a)Osc. inter área b)Osc. intra área.

De la comparación entre la Figura 8.2 con la Figura 8.3, no se observa que la función de regulación de tensión provea contribución al amortiguamiento. La Figura 8.4 presenta un mejor comportamiento en las oscilaciones inter e intra área que las figuras previas.

Es de notar que, por las características de la ubicación de la granja, el aporte sobre la amortiguación de las oscilaciones intra-área es escaso.

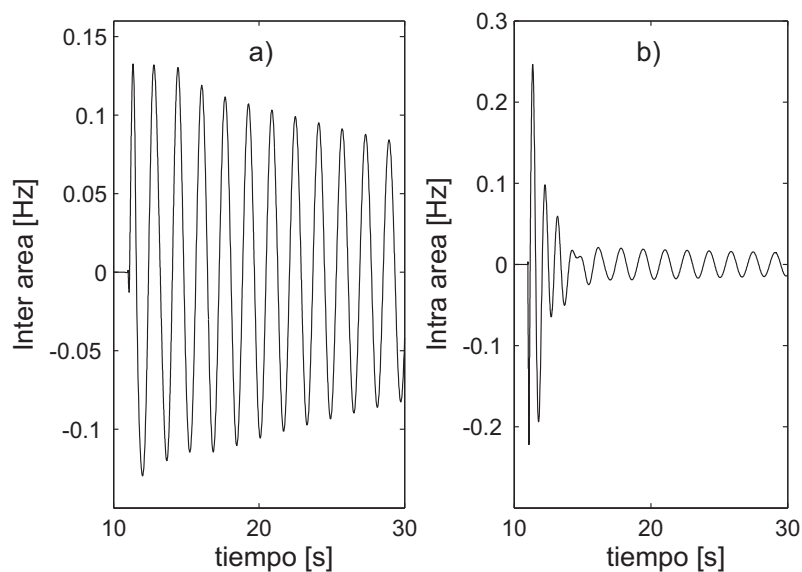


Figura 8.4: Granja con reg. de tensión y control no lineal a)Osc. inter área b)Osc. intra área.

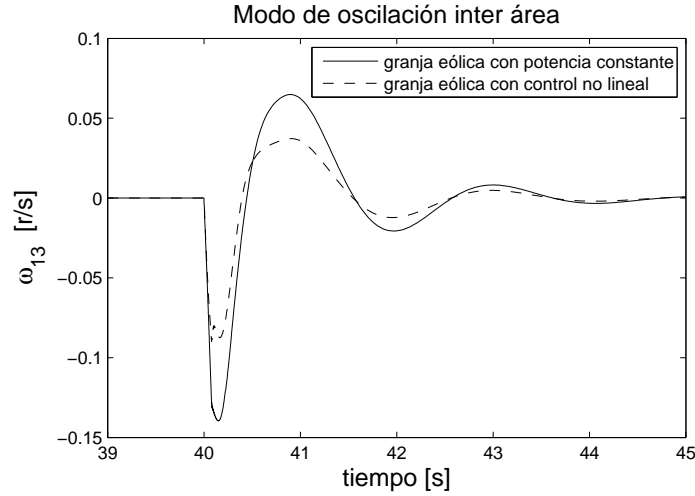


Figura 8.5: Osc. inter área con y sin control no lineal. Control PSS en los generadores sincrónicos.

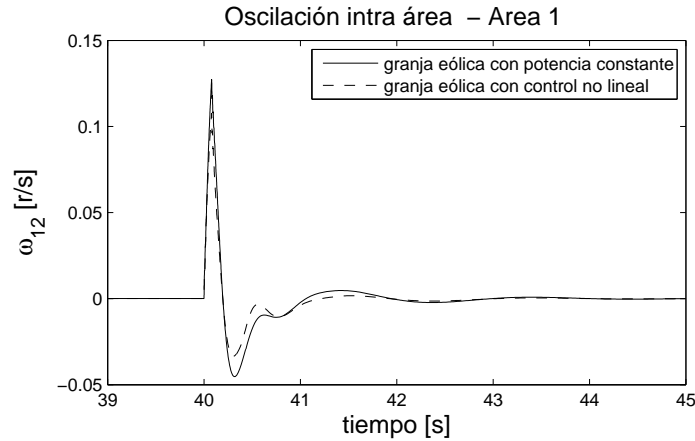


Figura 8.6: Osc. intra área con y sin control no lineal. Área 1. Control PSS en los gen sincrónicos.

### Control de la potencia activa de la granja

A diferencia de los resultados de simulación anteriores en los que, para mostrar claramente las mejoras de las propuestas no se consideraban los controles de velocidad de los generadores sincrónicos, en estos resultados sí se incluirán. Lo anterior obedece a considerar, habiéndose demostrado la factibilidad de las propuestas, con mucha más precisión las mejoras reales introducidas sobre un sistema de potencia cualquiera. Así, todos los generadores sincrónicos están operando con sus estabilizadores de potencia tipo MB PSS (IEEE tipo PSS4B conforme IEEE std. 421.5). El resto de los datos corresponde a los ya detallados para el control de potencia reactiva.

En estos resultados de simulación se consideran las siguientes leyes de control:

$$b_u = K_r \left( \frac{dV_{wf}^2}{dt} \right); \quad \text{con } K_r > 0 \quad (8.44)$$

$$\Delta P = K_{c2} \ddot{\theta}_{wf}^2 \dot{\theta}_{wf}; \quad \text{with } K_{c2} > 0. \quad (8.45)$$

Las Figuras 8.5, 8.6 y 8.7 presentan las oscilaciones inter e intra área para el segundo análisis en cual se han incluido la acción de estabilización de los generadores sincrónicos PSS [87]. En ambas figuras se observan las mejoras debidas al control no lineal de la granja. La mejora es más

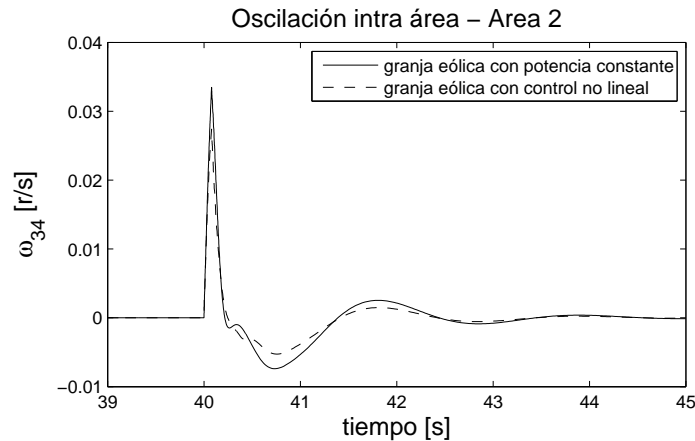


Figura 8.7: Osc. intra área con y sin control no lineal. Área 2. Control PSS en los gen. sincrónicos.

sustancial para el modo inter área, ello se atribuye a la ubicación de la granja dentro del sistema de potencia así, aunque se verifican mejoras en puntos alejados a la conexión de la granja, es decir en la oscilación intra área, el efecto más notorio está asociado a las variables locales.

La Figura 8.7 presenta los otros modos locales calculados como la diferencia entre las velocidades de los ejes de los generadores 3 y 4. En el Área 2, la oscilación electromecánica ( $\omega_{34}$ ) es, nuevamente, (levemente) mejorada con la contribución de la granja.

## 8.6. Control por Pasividad

Desde hace algunos años, ha habido un fuerte desarrollo en la teoría de control de los sistemas no lineales. Una de esas teorías denominada 'Control por Pasividad', es considerada en este trabajo de tesis a los efectos de establecer reglas de control que permitan, a las granjas, contribuir a la estabilidad de las redes eléctricas.

El Control por Pasividad, permite realizar el tratamiento no lineal de los sistemas eléctricos pero incorporando los elementos disipativos dentro del análisis. De esta manera, evita las restricciones que, sobre los mencionados elementos, tienen las funciones de Lyapunov ya estudiadas en cuanto a que los mismos establecen integrales que son dependientes del camino de integración el cual es desconocido. En general, en los sistemas eléctricos, esta restricción es superada al considerar que las resistencias de las líneas de transmisión son despreciables. En contraposición con lo anterior, el control por pasividad puede incorporar las conductancias de la red.

El control basado en Pasividad es un nombre genérico para definir una metodología de diseño de un controlador que alcanza la estabilización haciendo pasivo al sistema con respecto a una función de energía deseada e inyectando amortiguamiento [74]. Se pueden definir dos maneras de realizar lo anterior [71]:

- La manera clásica, que involucra definir una función de energía y diseñar el controlador correspondiente [73]. Esta metodología es, claramente, similar a la realizada en la primera parte de este capítulo.
- A partir de considerar una estructura de lazo cerrado deseable del sistema, se obtienen todas las funciones de energía, de las cuales debe elegirse la función adecuada, compatible con la estructura [75].

Considerando el segundo de los ítems, las aplicaciones más importantes se encuentran asociadas a los métodos de Asignación de Interconexión y Amortiguamiento (IDA). Luego, a partir de las matrices elegidas por el diseñador, se deben resolver ecuaciones en derivadas parciales que permiten la obtención del controlador.

### 8.6.1. El modelo del sistema y el balance de energía

El modelo de parámetros concentrados de un sistema físico con elementos de almacenamiento independientes puede ponerse en la forma del modelo *Hamiltoniano* [75]:

$$\dot{x} = (J - R) \frac{\partial \nu}{\partial x} + g(x)u = f(x) + g(x)u \quad (8.46)$$

$$y = g^T(x) \frac{\partial \nu}{\partial x}(x), \quad (8.47)$$

con  $x \in \mathfrak{R}^n$  las variables de energía, la función suave  $\nu(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  representa la energía total almacenada y  $u, y \in \mathfrak{R}^m$  son las variables de potencia. Estas variables son conjugadas en el sentido que su producto tiene unidades de potencia. La estructura de la interconexión se tiene a través de las matrices antisimétrica  $J(x) = -J^T(x)$  de  $n \times n$  y  $g(x)$  de  $n \times m$  con  $R(x) = R^T(x) \geq 0$  representando la disipación.

La derivada de la energía para los sistemas pasivos es:

$$\dot{\nu} = -\nabla \nu^T(x) R(x) \nabla \nu(x) + u^T y, \quad (8.48)$$

donde el primer término representa la disipación. Al integrar la expresión anterior se tiene:

$$\int_0^t u^T(s) y(s) ds = \nu[x(t)] - \nu[x(0)] + \int_0^t \left[ \frac{\partial \nu}{\partial x}[x(s)] \right]^T R(s) \frac{\partial \nu}{\partial x}[x(s)] ds, \quad (8.49)$$

*la energía entregada = la energía almacenada + la energía disipada,*

que se mantiene para  $t \geq 0$ . La expresión (8.49) indica que un sistema pasivo no puede almacenar más energía que la proporcionada por la fuente externa, siendo la diferencia disipada en el sistema. También puede observarse en la expresión (8.49) que  $-\int_0^t u^T(s) y(s) ds \leq \nu[x(0)]$  lo cual indica que se puede extraer únicamente una cantidad finita de energía de un sistema pasivo. Además, por efecto de la disipación, la energía del sistema no se incrementa para el sistema sin control ( $u = 0$ ), o sea,  $\nu[x(t)] \leq \nu[x(0)]$  lo que, a su vez, indica que, si la energía se encuentra acotada por debajo, el sistema se detendrá en el mínimo. Así, se puede aumentar la velocidad de convergencia de la energía al equilibrio haciendo  $u = -K_v y$  con  $K_v = K_v^T > 0$  en lo que se denomina inyección de amortiguamiento [71][73].

### 8.6.2. Procedimiento de diseño

A los efectos de direccionar la teoría a la aplicación del control de las granjas, se presenta, únicamente, el procedimiento de diseño a ser empleado en este trabajo de tesis.

En este procedimiento, a partir de fijar las matrices de amortiguamiento e interconexión para obtener una estructura adecuada se deriva una ecuación matricial en derivadas parciales cuyas soluciones caracterizan a todas las funciones de energía que pueden ser asignadas. Finalmente, se elige la función que cumple con los requerimientos de estabilidad del sistema lo que da lugar a la elección de la acción de control. Así, el objetivo es determinar una realimentación estática de los estados  $u = \beta(x)$  tal que la dinámica del lazo cerrado es otro sistema hamiltoniano de la forma

$$\dot{x} = (J_d(x) - R_d(x)) \nabla \nu_d, \quad (8.50)$$

donde la nueva función de energía  $\nu_d(x)$  tiene un mínimo local estricto en el equilibrio deseado ( $x_*$ ) y  $J_d(x)$  y  $R_d(x)$  son las nuevas matrices deseadas (fijadas para determinar la función de energía) del sistema.

El siguiente resultado se encuentra directamente relacionado con los objetivos de control de este trabajo de tesis:

**Proposición 1**[71]. Para el sistema (8.46)

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (8.51)$$

asumiendo que  $J_d(x) = -J_d^T(x)$ ,  $R_d(x) = R_d^T(x) \geq 0$  y  $\nu_d(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  de manera que verifican la siguiente ecuación en derivadas parciales:

$$g^\perp(x)f(x) = g^\perp(x)[J_d(x) - R_d(x)]\nabla\nu_d \quad (8.52)$$

con  $g^\perp(x)$  el aniquilador de rango completo a izquierda de  $g(x)$ , es decir,  $g^\perp(x)g(x) = 0$ , y  $\nu_d(x)$  tal que

$$x_* = \arg \text{mín } \nu_d(x) \quad (8.53)$$

con  $x_* \in R^n$  el equilibrio a ser estabilizado. Entonces, el sistema de lazo cerrado con  $u = \beta(x)$  siendo

$$\beta(x) = [g^\top(x)g(x)]^{-1}g^\top(x)\{[J_d(x) - R_d(x)]\nabla\nu_d - f(x)\} \quad (8.54)$$

toma la forma

$$\dot{x} = (J_d(x) - R_d(x))\nabla\nu_d, \quad (8.55)$$

con  $x_*$  el equilibrio estable local que será asintóticamente estable si el mayor conjunto invariante de la dinámica de lazo cerrado (8.55) contenido en

$$\{x \in R^n | [\nabla\nu_d(x)]^T R(x)\nabla\nu_d(x) = 0\} \quad (8.56)$$

es, precisamente,  $x_*$ . Un estimado del dominio de atracción está dado por el conjunto de nivel más grande que verifique  $\{x \in R^n | \nu_d(x) \leq c\}$ .

**Demostración.** Haciendo  $u = \beta(x)$  en (8.51) e igualando con el miembro derecho de (8.55) se tiene  $f(x) + g(x)\beta(x) = [J_d(x) - R_d(x)]\nabla\nu_d$ .

Multiplicando la anterior a izquierda por  $g^\perp$  se tiene la expresión en derivadas parciales que da lugar a la función de energía del sistema. Por otra parte, si en lugar del último paso (multiplicar por  $g^\perp$ ) se despeja  $\beta(x)$  y se multiplica por la pseudo-inversa de  $g(x)$  se obtiene la ley de control. La estabilidad se obtiene advirtiendo que, a lo largo de las trayectorias de (8.55):

$$\dot{\nu} = -[\nabla\nu_d]^T(x)R(x)\nabla\nu_d(x) \leq 0, \quad (8.57)$$

por lo anterior,  $\nu_d(x)$  califica como función de Lyapunov del sistema. Además, la estabilidad se obtiene invocando el Principio de Invariancia de LaSalle y la condición (8.56).

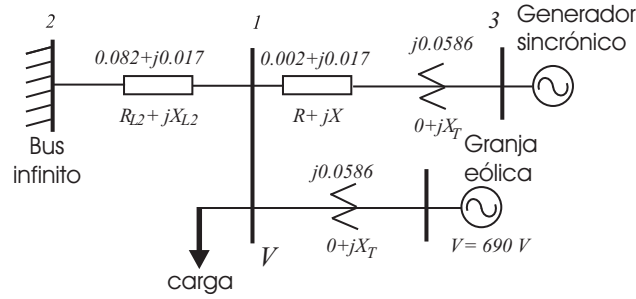


Figura 8.8: Generador síncrono, granja eólica, carga y bus infinito.

## 8.7. Aplicación del control por pasividad

A los efectos de plantear una problemática general, se considerará que las cargas pueden ser de cualquier tipo, es decir, una carga tipo motor de inducción más el modelo completo (ZIP) de una carga estática. Así, en la Figura 8.8 se presenta el modelo del sistema formado por una granja eólica en paralelo con una carga y un generador síncrono con el resto de la red caracterizado por su equivalente de Thevenin. El sistema de potencia se modela por medio de las siguientes expresiones:

- Ecuaciones diferenciales de los generadores:

$$\dot{\Omega}_r = \left( \frac{T_t}{N} - T_e \right) \frac{1}{(J_g + J_t/N^2)}, \quad (8.58)$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_i - \omega_s, \quad (8.59)$$

$$\frac{2H_i}{\omega_s} \dot{\omega}_i = T_{Mi} - T_{gi}, \quad (8.60)$$

donde, para la segunda y tercera expresiones se ha considerado el modelo clásico de la máquina síncrona [14][51][87], es decir, una tensión constante detrás de la reactancia transitoria con  $T_{Mi}$  el par mecánico y  $T_{gi}$  el eléctrico de la máquina síncrona.

- El modelo dinámico de máquinas de inducción operadas como carga y caracterizadas por medio de sus potencias activa y reactiva es [67]:

$$P_d = P_o + k_{pw}\dot{\theta} + k_{pv}(V + T\dot{V}) \quad (8.61)$$

$$Q_d = Q_o + k_{qw}\dot{\theta} + k_{qv}V + k_{qv2}V^2. \quad (8.62)$$

- Para las cargas estáticas se tiene el modelo ZIP de las potencias activa y reactiva [51]:

$$P_s = (p_1 + p_2V + p_3V^2)P_1 - P_{wf} \quad (8.63)$$

$$Q_s = (q_1 + q_2V + q_3V^2)Q_1 - Q_{wf} \quad (8.64)$$

donde se han agregado  $P_{wf}$  y  $Q_{wf}$  las potencias activa y reactiva de la granja eólica, respectivamente.

- Conforme a la Figura 8.8, las ecuaciones de la red son [87]:

para los buses de generación:

$$0 = P_{gi} + P_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}), \quad (8.65)$$

$$0 = Q_{gi} + Q_{Li} - \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}), \quad (8.66)$$



para los buses de carga:

$$0 = P_t - \sum_{k=2}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \quad (8.67)$$

$$0 = Q_t - \sum_{k=2}^n V_i V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}), \quad (8.68)$$

donde  $P_t = P_d + P_s$  y  $Q_t = Q_d + Q_s$  están formadas por las cargas dinámicas y estáticas y las potencias de la granja.

De acuerdo a la Figura 8.8 y a las expresiones (8.65), (8.66), (8.67) y (8.68), las potencias ( $P_t$ ,  $Q_t$ ) entregadas a la carga por la red pueden ser expresadas como:

$$P_t = V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 G_{12} \cos \theta_1 + V_1 V_2 B_{12} \sin \theta_1 + P_g, \quad (8.69)$$

$$Q_t = V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + Q_g, \quad (8.70)$$

considerando el ángulo del bus infinito como la referencia  $\theta_2 = 0$  y con  $B$  y  $G$  las susceptancias y conductancias de la red. Luego,

$$\begin{aligned} P_t &= P_d + P_s, \\ V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 G_{12} \cos \theta_1 + V_1 V_2 B_{12} \sin \theta_1 + P_g &= P_o + k_{pw} \dot{\theta}_1 + k_{pv} (V_1 + T \dot{V}_1) + \\ &\quad + (p_1 + p_2 V_1 + p_3 V_1^2) P_1 - P_{wf} \end{aligned} \quad (8.71)$$

$$\begin{aligned} Q_t &= Q_d + Q_s, \\ V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + Q_g &= Q_o + k_{qw} \dot{\theta}_1 + k_{qv} V_1 + k_{qv2} V_1^2 + \\ &\quad + (q_1 + q_2 V_1 + q_3 V_1^2) Q_1 - Q_{wf}. \end{aligned} \quad (8.72)$$

De la expresión (8.72):

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= \frac{1}{k_{qw}} \left[ V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + \left[ -\frac{V_3^2}{X'_d} + \frac{EV_3 \cos(\delta - \theta_3)}{X'_d} \right] \right. \\ &\quad \left. - Q_o - k_{qv} V_1 - k_{qv2} V_1^2 - (q_1 + q_2 V_1 + q_3 V_1^2) Q_1 + Q_{wf} \right]. \end{aligned} \quad (8.73)$$

La última expresión se introduce en (8.71) para obtener otra ecuación de estados:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{k_{pv} T} [V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 G_{12} \cos \theta_1 + V_1 V_2 B_{12} \sin \theta_1 + P_g - P_o - k_{pw} \dot{\theta}_1 - k_{pv} V_1 - \\ &\quad - (p_1 + p_2 V_1 + p_3 V_1^2) P_1 + P_{wf}], \\ \dot{V}_1 &= \frac{1}{k_{pv} T} \left[ V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 G_{12} \cos \theta_1 + V_1 V_2 B_{12} \sin \theta_1 + \frac{EV_3 \sin(\delta - \theta_3)}{X'_d} - P_o - k_{pw} \frac{1}{k_{qw}} \left[ V_1^2 B_{11} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + \left[ -\frac{V_3^2}{X'_d} + \frac{EV_3 \cos(\delta - \theta_3)}{X'_d} \right] - Q_o - k_{qv} V_1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - k_{qv2} V_1^2 - (q_1 + q_2 V_1 + q_3 V_1^2) Q_1 + Q_{wf} \right] - k_{pv} V_1 - (p_1 + p_2 V_1 + p_3 V_1^2) P_1 + P_{wf} \right]. \end{aligned} \quad (8.74)$$

En este desarrollo, a los efectos de no complicar en demasía la naturaleza del problema, se considerará que la granja aporta únicamente potencia activa, es decir, es operada con un factor de potencia unitario ( $Q_{wf} = 0$ ).

En el capítulo anterior, se procedió a un el análisis de pequeña señal donde todas las expresiones anteriores deben ser linealizadas para obtener los autovalores de la red. Luego, modificando ciertos parámetros, como las potencias activa o reactiva de la carga o de la granja, el análisis indica las propiedades de estabilidad del sistema. En este caso, en virtud de la técnica empleada, no será necesario linealizar el modelo. Por otra parte, no existen las restricciones respecto de las transconductancias del sistema que limitan la aplicación de las funciones de Lyapunov como en la primera parte de este capítulo.

Luego, el modelo dinámico del sistema de potencia es:

$$\dot{\Omega}_r = \left( \frac{T_t}{N} - T_e \right) \frac{1}{\left( J_g + \frac{J_t}{N^2} \right)}, \quad (8.75)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_{1*} &= \frac{1}{k_{qw}} \left[ V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + \left[ -\frac{V_3^2}{X'_d} + \frac{EV_3 \cos(\delta - \theta_3)}{X'_d} \right] - \right. \\ &\quad \left. - Q_o - k_{qv} V_1 - k_{qv2} V_1^2 - (q_1 + q_2 V_1 + q_3 V_1^2) Q_1 \right] - \dot{\theta}_{1*}, \end{aligned} \quad (8.76)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{1}{k_{pv} T} \left[ V_1^2 G_{11} - V_1 V_2 G_{12} \cos \theta_1 + V_1 V_2 B_{12} \sin \theta_1 + \frac{EV_3 \sin(\delta - \theta_3)}{X'_d} - P_o - \right. \\ &\quad - k_{pw} \frac{1}{k_{qw}} \left[ V_1^2 B_{11} - V_1 V_2 G_{12} \sin \theta_1 - V_1 V_2 B_{12} \cos \theta_1 + \left[ -\frac{V_3^2}{X'_d} + \frac{EV_3 \cos(\delta - \theta_3)}{X'_d} \right] - Q_o - \right. \\ &\quad \left. \left. - k_{qv} V_1 - k_{qv2} V_1^2 - (q_1 + q_2 V_1 + q_3 V_1^2) Q_1 \right] - k_{pv} V_1 - (p_1 + p_2 V_1 + p_3 V_1^2) P_1 + P_{wf} \right] \end{aligned} \quad (8.77)$$

$$\dot{\delta}_3 = \omega_3 - \omega_s, \quad (8.78)$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \dot{\omega}_3 = T_M - T_g = T_M - \frac{EV_3 \sin(\delta - \theta_3)}{X'}, \quad (8.79)$$

donde  $\dot{\theta}_{1*}$  es la frecuencia nominal para asegurar que el equilibrio del sistema está en el cero. Debido a que cada aerogenerador es operado de tal forma que la estabilidad en su velocidad de giro está asegurada, la dinámica de la granja, expresión (8.75), no será tenida en cuenta. Además, por la escala de tiempos involucrada, el par mecánico de la máquina sincrónica se mantiene constante. Nótese que la dinámica del sistema de potencia, expresiones (8.76) - (8.79), queda caracterizado por el siguiente vector de estados  $x = [(\theta_1 - \theta_{1*}) \quad V_1 \quad \delta_3 \quad \omega_3]^T$  correspondiendo el resto de los términos a las constantes producto del sistema de potencia. Dichas constantes corresponden a las conductancias y susceptancias de las líneas de transmisión, a las tensiones en bornes e interna del generador sincrónico junto con la tensión del bus infinito y a todos los coeficientes lineales y no lineales que representan a las cargas. Así, el comportamiento dinámico del sistema representado por las expresiones (8.76) - (8.79) se puede escribir de manera compacta por medio de las siguientes ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = ax_2 \sin x_1 + bx_2 \cos x_1 + cx_2 + dx_2^2 + K_1 + K'_1 + k'_1 \cos(x_3 - \theta_3) \quad (8.80)$$

$$\dot{x}_2 = ex_2 \sin x_1 + fx_2 \cos x_1 + kx_2 + mx_2^2 + K_2 + k'_2 \sin(x_3 - \theta_3) + K'_2 + k''_2 \cos(x_3 - \theta_3) + nu \quad (8.81)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 - \omega_s \quad (8.82)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{T_M}{\frac{2H}{\omega_s}} - \frac{EV_3 \sin(x_3 - \theta_3)}{\frac{2H}{\omega_s} X'} = \frac{T_M}{\frac{2H}{\omega_s}} - K_4 \sin(x_3 - \theta_3), \quad (8.83)$$

donde las constantes  $a, b, c, d, e, f, k, m, n, K_1, K'_1, k'_1, K_2, k'_2, k_2$  y  $K_4$  se presentan en el Apéndice A.

## 8.8. Diseño del control de la potencia activa de la granja

Para desarrollar el diseño se proponen las siguientes matrices de interconexión y amortiguamiento [24]:

$$J_d = \begin{bmatrix} 0 & J_{12} & 0 & 0 \\ -J_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad R_d = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{with } R_{ii} > 0$$

La elección de ambas matrices afecta, solamente, a las primeras dos ecuaciones, es decir, aquellas en las que la granja actúa por estar conectada al bus en cuestión. Esto es realizado adrede a los efectos de obtener una ley de control que, únicamente, dependa de variables medidas en el punto de conexión de la granja. Adicionalmente, lo anterior evita agregar complejidad a la función de energía con términos ampliamente conocidos para la parte del sistema que involucra al generador sincrónico que tienen una función de energía como la presentada en la primera parte de la expresión (8.33).

Partiendo de la expresión (8.52), que se repite a continuación, puede obtenerse la función de energía deseada:

$$\begin{aligned} g^\perp(x)f(x) &= g^\perp(x)[J_d(x) - R_d(x)]\nabla\nu_d; \\ ax_2 \sin x_1 + bx_2 \cos x_1 + cx_2 + dx_2^2 + K_1 + K'_1 + k'_1 \cos(x_3 - \theta_3) &= -R_{11} \frac{\partial\nu_d}{\partial x_1} + J_{12} \frac{\partial\nu_d}{\partial x_2} \implies \\ \nu_d(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_1(K_1 + K'_1 + k'_1 \sin(x_3 - \theta_3)) + x_2(c + dx_2) - ax_2 \cos x_1 + bx_2 \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} + \phi(x_2, x_3) \end{aligned} \quad (8.84)$$

con  $\phi(x_2, x_3)$  una función arbitraria diferenciable que debe garantizar un mínimo aislado en  $x_*$ . Luego,  $\nabla\nu_d(x_1, x_2)|_{x_{1,2}=x_*} = 0$ :

$$\nabla\nu_d(x_1, x_2, x_3) \Big|_{x_{1,2,3}=x_*} = \begin{bmatrix} \frac{K_1 + K'_1 + x_2(c + dx_2) + bx_2 \cos x_1 + ax_2 \sin x_1 - k'_1 \sin(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} \\ \frac{x_1(c + 2dx_2) - a \cos x_1 + b \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} + \frac{\partial\phi_2(x_2, x_3)}{\partial x_2} \\ \frac{k'_1 x_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} + \frac{\partial\phi_3(x_2, x_3)}{\partial x_3} \end{bmatrix}, \quad (8.85)$$

mientras que la primera fila corresponde a la primera ecuación de estados en el punto de equilibrio, en la segunda y tercera filas se tiene que  $\phi_2(x_2, x_3)$  y  $\phi_3(x_2, x_3)$  son:

$$\phi_2(x_2, x_3) = -\frac{x_{1*}(cx_2 + dx_2^2) - ax_2 \cos x_{1*} + bx_2 \sin x_{1*}}{J_{12} - R_{11}}, \quad (8.86)$$

$$\phi_3(x_2, x_3) = -\frac{x_{1*}k'_1 \sin(x_3 - \theta_3)}{J_{12} - R_{11}}. \quad (8.87)$$

Luego,

$$\begin{aligned}\phi(x_2, x_3) &= \phi_2(x_2, x_3) + \phi_3(x_2, x_3) + \Phi, \\ \phi(x_2, x_3) &= -\frac{x_{1*}(cx_2 + dx_2^2) - ax_2 \cos x_{1*} + bx_2 \sin x_{1*}}{J_{12} - R_{11}} - \frac{x_{1*}k'_1 \sin(x_3 - \theta_3)}{J_{12} - R_{11}} + \Phi \\ \Phi &= -\frac{x_{1*}(K_1 + K'_1)}{J_{12} - R_{11}}\end{aligned}$$

siendo  $\Phi$  la constante que asegura el mínimo de la función de energía en el punto de equilibrio del sistema.

Luego, la función de energía del sistema es:

$$\begin{aligned}\nu_d(x_1, x_2, x_3) &= \frac{x_1(K_1 + K'_1 + k'_1 \sin(x_3 - \theta_3) + x_2(c + dx_2)) - ax_2 \cos x_1 + bx_2 \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} - \\ &- \frac{x_{1*}(cx_2 + dx_2^2) - ax_2 \cos x_{1*} + bx_2 \sin x_{1*} + (K_1 + K'_1 + k'_1 \sin(x_3 - \theta_3))x_{1*}}{J_{12} - R_{11}}, \\ \nu_d(x_1, x_2, x_3) &= \frac{(K_1 + K'_1 + k'_1 \sin(x_3 - \theta_3))(x_1 - x_{1*}) + x_2(c + dx_2)(x_1 - x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} + \\ &+ \frac{bx_2(\sin x_1 - \sin x_{1*}) - ax_2(\cos x_1 - \cos x_{1*})}{J_{12} - R_{11}}.\end{aligned}\quad (8.88)$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned}u &= [g^\top(x)g(x)]^{-1}g^\top(x)\{[J_d(x) - R_d(x)]\nabla\nu_d - f(x)\} \\ u &= \frac{1}{n} \left( -J_{12} \frac{\partial\nu_d}{\partial x_1} - R_{22} \frac{\partial\nu_d}{\partial x_2} - \dot{x}_2 \right) \\ u &= \frac{1}{n} \left( -J_{12} \frac{K_1 + K'_1 + x_2(c + dx_2) + bx_2 \cos x_1 + ax_2 \sin x_1 + k'_1 \sin(x_3 - \theta_3)}{J_{12} - R_{11}} - \right. \\ &\quad \left. - R_{22} \frac{(x_1 - x_{1*})(c + 2dx_2) - a(\cos x_1 - \cos x_{1*}) + b(\sin x_1 - \sin x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \dot{x}_2 \right) \\ u &= -\frac{1}{n} \frac{J_{12}\dot{x}_1}{(J_{12} - R_{11})} - \frac{R_{22}}{n} \frac{(x_1 - x_{1*})(c + 2dx_2) - a(\cos x_1 - \cos x_{1*}) + b(\sin x_1 - \sin x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \frac{\dot{x}_2}{n}\end{aligned}\quad (8.90)$$

Adviértase que la expresión anterior involucra como medidas la frecuencia y la fase en el punto de conexión de la granja junto con la derivada de la tensión pero también considera conocida la fase de la tensión en el punto de equilibrio ( $x_{1*}$ ). Lo anterior, en las redes eléctricas no es simple de determinar dado que de producirse una falla, que quita de operación una parte de la red, o un incremento del consumo por la entrada en servicio de una carga grande, la nueva fase en el equilibrio puede diferir de la anterior necesitándose que el operador de la granja se encuentre calculando constantemente la fase en el equilibrio, lo que implica no solamente el conocimiento absoluto de la red sino una fuerte capacidad de cálculo. Ello conduce a suponer que es deseable independizar al control del valor del equilibrio de la fase.

Por lo anterior, se propone modificar la ley de control al hacer  $R_{22} = 0$ . Con esta elección, que no altera el desarrollo ya presentado, la ley de control definitiva es:

$$u = \frac{1}{n} \left( \frac{J_{12}\dot{x}_1}{J_{12} - R_{11}} - \dot{x}_2 \right) \quad (8.91)$$

De esta manera, se obtiene un control que garantiza, por un lado, tanto la contribución de la granja a la estabilidad de la red eléctrica como sencillez en la medición y en la implementación y, por otro, cierta libertad en la elección de los parámetros del control. Respecto de la contribución a la estabilidad de la red, la directa relación entre la función de energía cuya derivada es siempre decreciente a partir de la elección del esfuerzo de control implica un importante aporte desde la granja. Por otra parte, al requerir del conocimiento de la frecuencia y la derivada de la tensión en la carga ( $\dot{x}_1$  y  $\dot{x}_2$ , respectivamente), variables que son de fácil obtención, se garantiza la sencillez de medición y de implementación del control. La sencillez en la implementación se ve potenciada al no necesitar del conocimiento de la fase en el punto de conexión ni de su estado de equilibrio luego de que ha sucedido una perturbación tal como lo requiere la expresión (8.90). Debe notarse también que es posible introducir cierta flexibilidad si se elige parte de la función de energía, por ejemplo a partir de la experiencia con las Funciones de Lyapunov, de manera de investigar otras posibilidades en la determinación de la ley de control.

### 8.8.1. Dominio de atracción y estabilidad

El Principio de Invariancia de LaSalle establece que las trayectorias son acotadas y permanecen dentro del conjunto cuando  $\dot{\nu} \leq 0$ . En aplicaciones típicas de este teorema estas dos propiedades se aseguran estableciendo la existencia de un *conjunto invariante compacto*, el que, usualmente, es un subnivel de la función de Lyapunov, es decir,  $\Omega_c \doteq \{x \mid \nu(x) \leq c\}$ . Resulta en una verificación directa determinar que el subconjunto es acotado si  $\nu$  no es acotada radialmente, lo cual, según la expresión (8.88) no es cierto en este caso. Luego, se puede asegurar que  $\Omega_c$  es acotado, únicamente, para un  $c$  suficientemente pequeño.

Para demostrar lo anterior, estimados del dominio de atracción del equilibrio son obtenidos al considerar que la función de energía es fuertemente convexa [10][30], es decir, cuando  $\nabla^2 \nu \geq \epsilon I$  para algún  $\epsilon > 0$ .

Considerar la propiedad que hace que la función de energía sea fuertemente convexa establece una condición suficiente pero no necesaria para la acotabilidad de los subniveles de la función lo que redundaría en estimaciones conservativas del dominio de atracción. Caracterizar los conjuntos de nivel de una función de Lyapunov no fuertemente convexa, es un problema particularmente difícil [30].

Luego,

$$\nabla^2 \nu_d(x_1, x_2, x_3) - \epsilon I = \begin{pmatrix} \frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon & \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} & \frac{k'_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} \\ \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} & \frac{\epsilon J_{12} + 2dx_{1*} - \epsilon R_{11} - 2dx_1}{J_{12} - R_{11}} & 0 \\ \frac{k'_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} & 0 & \frac{k'_1 (x_1 - x_{1*}) \sin(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \end{pmatrix} > 0. \quad (8.92)$$

Es de notar que no aparece la variable  $x_4$ , y no es necesario, porque la función de energía

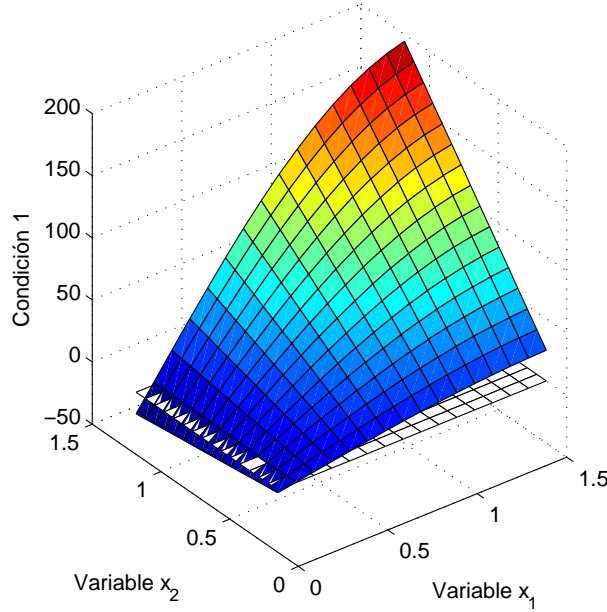


Figura 8.9: Dominio de atracción: Condición 1.

asociada es, según (8.33),  $0,5x_4^2$  la cual es fuertemente convexa. Luego:

**Condición 1**

$$\frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon > 0 \quad (8.93)$$

**Condición 2**

$$\begin{vmatrix} \frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon & \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} \\ \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} & \frac{2d(x_1 - x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \end{vmatrix} > 0 \quad (8.94)$$

**Condición 3**

$$\begin{vmatrix} \frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon & \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} & \frac{k'_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} \\ \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} & \frac{2d(x_1 - x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon & 0 \\ \frac{k'_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} & 0 & \frac{k'_1(x_1 - x_{1*}) \sin(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \end{vmatrix} > 0 \quad (8.95)$$

La condición 1 implica:

$$\frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} > \epsilon, \quad (8.96)$$

en función de los valores de  $b$  y  $a$ , se determinan las condiciones que deben verificar  $J_{12}$  y  $R_{11}$ . Al observar que  $x_2$  es el valor de la tensión en el punto de conexión de la granja y  $x_1$  será mayor que cero si desde el conjunto granja - generador sincrónico - carga se entrega potencia al sistema

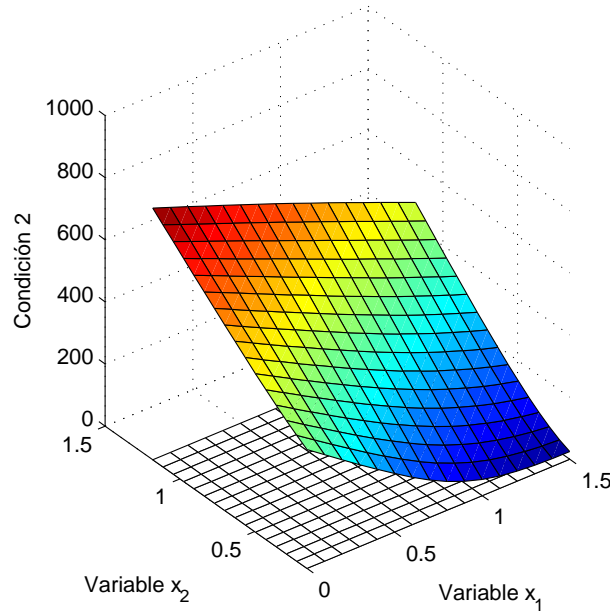


Figura 8.10: Dominio de atracción: Condición 2.

o negativa si el bus infinito se encuentra proveyendo el consumo faltante. En este caso, asumiendo que la potencia adicional va hacia el bus infinito,  $x_1 > 0$ . Además,  $a < b$  al considerar que la  $a$  tiene en cuenta las conductancias de la red y, en general, las pérdidas de las líneas son mucho menores que las susceptancias  $b$ . Luego,

$$J_{12} < R_{11}.$$

Las expresiones correspondientes a las condiciones 2 y 3 implican:

$$\Xi = \left( \frac{x_2(a \cos x_1 - b \sin x_1)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \right) \left( \frac{2d(x_1 - x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \right) - \left( \frac{c + 2dx_2 + b \cos x_1 + a \sin x_1}{J_{12} - R_{11}} \right)^2 > 0, \quad (8.97)$$

$$\Lambda = - \left( \frac{k'_1 \cos(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} \right)^2 \left( \frac{2d(x_1 - x_{1*})}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \right) + \left( \frac{k'_1(x_1 - x_{1*}) \sin(\theta_3 - x_3)}{J_{12} - R_{11}} - \epsilon \right) \Xi > 0. \quad (8.98)$$

A los efectos de evitar el cálculo simbólico, que introduce expresiones sumamente complejas sobretodo en la solución de la condición 3, en las siguientes figuras se presentan en forma gráfica los valores de  $\epsilon$  obtenidos a partir de igualar las tres condiciones a 0,01 considerando valores de red de [38][67] y  $J_{12} = 1$  y  $R_{11} = 2$ . A los efectos de no perder de vista el objetivo propuesto,  $\nabla^2 \nu_d - \epsilon > 0$ , se presenta en todas las figuras el plano que representa el paso por el valor nulo para cada función. Además, el rango considerado para las variables ha sido el siguiente:

- $0 \leq x_1 \leq \pi/2$
- $0,15 \leq x_2 \leq 1,25$
- $0 \leq x_3 \leq \pi/2$

En la Figura 8.9 se presenta la Condición 1 en la que intervienen, únicamente, las variables de estado  $x_1$  y  $x_2$ . Adviértase que se obtiene un límite inferior en la condición del dominio para  $x_1$ .

Por otra parte, mientras la condición 2 no introduce limitaciones en los valores de las variables  $x_1$  y  $x_2$  como se observa en la Figura 8.10, la condición 3 en la Figura 8.11 presenta las variables  $x_1$  y  $x_3$  manteniendo fija  $x_2 = 1$  p.u., es decir en su valor nominal y el ángulo en la barra de conexión del generador sincrónico  $\theta_3 = 5^\circ$ . A los efectos de observar el cambio del dominio con el punto de funcionamiento del sistema, en la Figura 8.12 se repite la gráfica correspondiente a la condición 3 pero con el ángulo en la barra de conexión del generador sincrónico  $\theta_3 = 25^\circ$ .

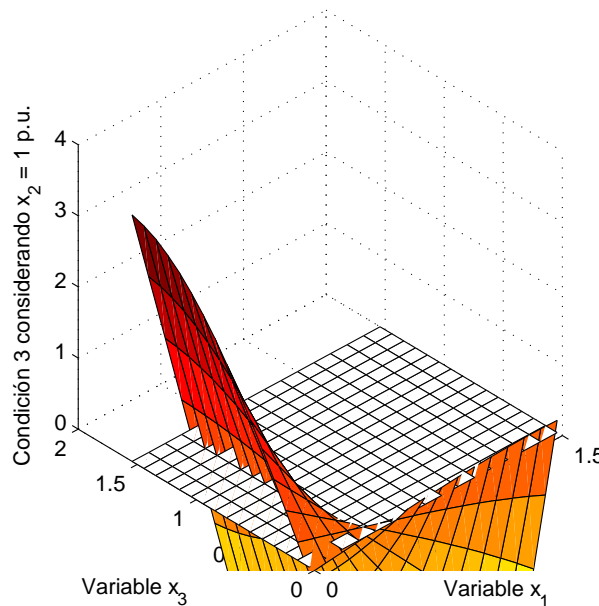


Figura 8.11: Dominio de atracción: Condición 3 ( $\theta_3 = 5^\circ$ ).

Adviértase, que en las Figs. 8.11 y 8.12, se torna evidente el cambio del dominio de atracción con el parámetro  $\theta_3$ . Ello es atribuible, en la Figura 8.11, a que el sistema tiene estabilidad a partir de ángulos  $x_3$  mayores que el valor de  $\theta_3$  lo que presupone que el generador sincrónico se encuentra aportando a la red. Por otra parte, en la Figura 8.12, aparece una nueva zona de estabilidad en la que la fase  $x_3$  del generador sincrónico no es mayor que el ángulo en su punto de conexión indicando que el sistema tendrá un punto estable aunque el generador sincrónico no esté entregando potencia a la red. Estos cambios en el dominio de atracción del sistema, son atribuibles a la no linealidad del modelo empleado.

Finalmente, es importante notar que, las figuras presentadas se han vinculado directamente con un estado de flujo de carga determinado en la red de la Figura 8.8. Lo anterior no invalida la posibilidad de encontrar, a partir las condiciones 1, 2 y 3, nuevos dominios de atracción para el caso en el que el bus infinito se encuentre entregando potencia al conjunto generador sincrónico - granja - carga. En ese caso, la condición 1 establecerá que  $J_{12} > R_{11}$  y se produce otra región de convergencia para el equilibrio de características similares a las presentadas en las Figs. 8.9 a 8.12. Así, determinando el sentido del flujo de potencia, es posible obtener un control que pueda ser utilizado en un amplio rango de condiciones de operación.



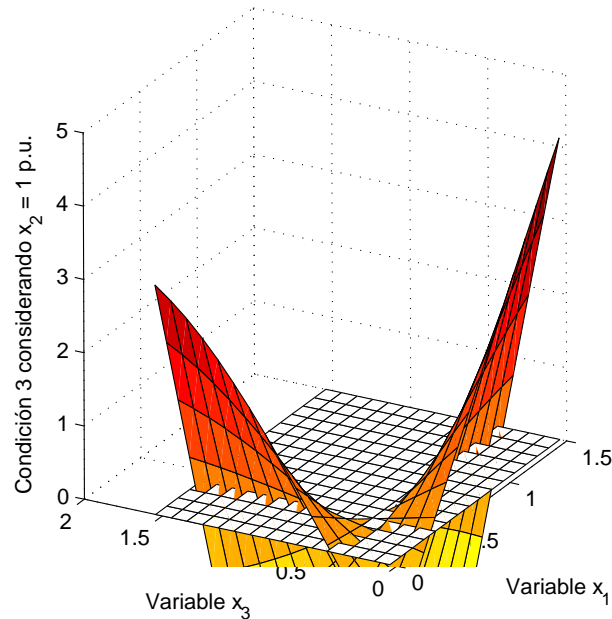


Figura 8.12: Dominio de atracción: Condición 3 ( $\theta_3 = 25^\circ$ ).

### 8.8.2. Resultados de simulación

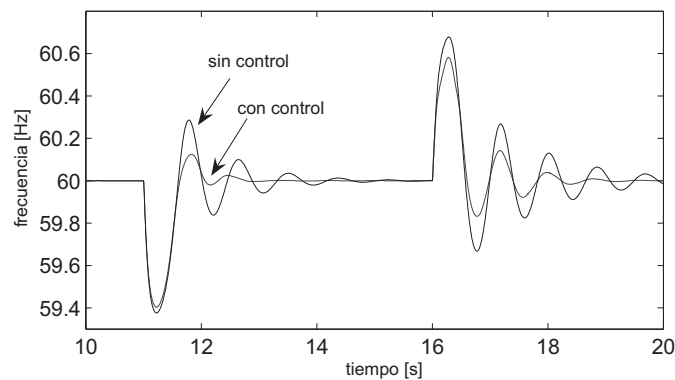


Figura 8.13: Frecuencia en el punto de conexión de la granja.

El controlador obtenido, se verifica sobre el sistema de potencia de la Figura 8.8 cuando un cambio en la carga de  $\Delta P = 20$  MW actúa durante 5 segundos desde  $t = 11$  s hasta  $t = 16$  s. Como se ha indicado, los datos para la simulación han sido tomados de [38][67] y se presentan en el Apéndice A. A los efectos de determinar las ventajas de esta estrategia, se la compara con la estrategia que mantiene la potencia activa constante, en ambos casos, la generación de potencia reactiva por parte de la granja es nula. La carga activa total es de 70 MW, mientras el generador sincrónico entrega una potencia de 10 MW, la granja entrega 40 MW. La diferencia entre las potencias de generación y de carga es provista por el bus infinito.

Las Figs. 8.13 y 8.14 presentan la frecuencia y la tensión en el punto de conexión de la granja, respectivamente. La ley de control utilizada corresponde a la expresión (8.91), en la que la intervención de la granja es función de las derivadas de la tensión y del ángulo (la frecuencia) en el

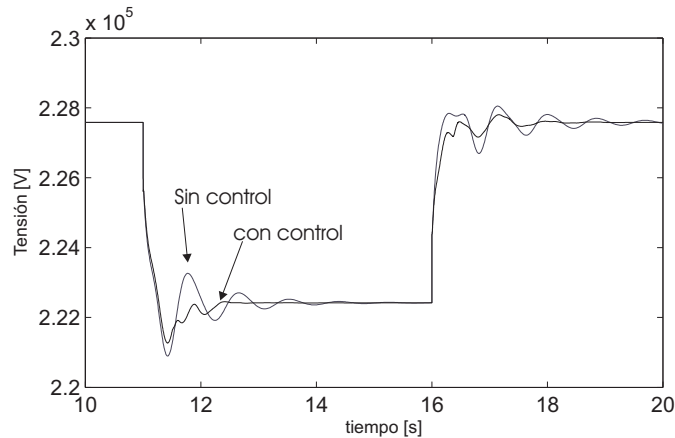


Figura 8.14: Tensión en el punto de conexión de la granja.

punto de conexión.

Adviértase que, en la Figura 8.13 se produce una importante reducción en la excursión de la frecuencia, cuando se comparan los casos con y sin control. En la Figura 8.14 el cambio en el perfil de la tensión se mantiene con similares características aunque un poco más suavizado respecto del perfil cuando no se aplica la acción de control.

## 8.9. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado, en la primera parte, el concepto de las Funciones de Control de Lyapunov.

A partir de asegurar el comportamiento siempre decreciente del nivel de energía del sistema, es posible determinar leyes de control no lineal para las granjas eólicas a los efectos de amortiguar las oscilaciones electromecánicas de los sistemas de potencia.

Para amortiguar las oscilaciones electromecánicas del sistema de potencia, leyes de corrección fueron adicionadas a las que corresponden a las condiciones de operación normal de la granja ( $P_{SC}$  y  $Q_{wf} = 0$  ó  $Q_{wf} = f(V)$ ). Como se ha mencionado, las leyes de control no lineal fueron obtenidas a partir de forzar que la función de energía de la red decrezca.

Acerca de la ley de control no lineal obtenida para la potencia reactiva, se propuso que la granja emulara el comportamiento de un compensador estático. Para la potencia activa, luego de demostrar analíticamente que la ley de control proporcional a la frecuencia verificaba la estabilidad del sistema, se consideró el concepto de ganancia variable, incluyendo un tipo de efecto inercial.

Un punto muy importante es que para implementar ambas correcciones, ha sido suficiente con la medida local de las variables intervinientes. Esto tiene la ventaja de no requerir de coordinación con ningún otro dispositivo de la red eléctrica. Así, se han propuesto leyes de control que, considerando las características dispersas de la generación eólica, le permitirán a las granjas servir de soporte a sistemas con líneas fuertemente cargadas, es decir, sistemas de potencia cercanos a sus límites de estabilidad.

La contribución de la granja fue más notoria en las variables del entorno en el que se encuentra ubicada. En este sentido, aunque se verifican mejoras en puntos alejados a la conexión de la granja, el efecto más notorio está asociado a las variables locales.

A los efectos de incorporar aún más generalidad al estudio por las Funciones de Lyapunov

desarrollado, que presentan algunas limitaciones en cuanto a la imposibilidad de agregar las conductancias de la red en la mencionada función o a la necesidad de tener un conjunto de funciones de energía características para cada tipo de carga, se estableció el estudio de las Técnicas por Pasividad para obtener leyes de control que eviten esas restricciones sobre la determinación del control.

Respecto de la aplicación de las Técnicas de Control por Pasividad, se ha enfatizado la aplicación de la estrategia que, fijando las matrices de interconexión y amortiguamiento, permite determinar la Función de Lyapunov si se verifican ciertas propiedades.

Como, en general para redes eléctricas, la función de Lyapunov no es radialmente no acotada, se propuso el estudio del dominio de atracción del punto de equilibrio a partir de determinar la zona en la que las funciones son fuertemente convergentes.

Por otra parte, ha podido obtenerse una ley de control que tiene como propiedades salientes que asegura la contribución de la granja a la estabilidad de la red eléctrica considerando componentes lineales y no lineales y asegurando el empleo de variables de fácil medición.

Esto completa y amplía el estudio de las redes eléctricas con generación eólica y establece tanto para las aplicaciones de las Funciones de Control de Lyapunov como para las aplicaciones de las Técnicas por Pasividad, distintas aproximaciones que explotan las características no lineales de estos sistemas y contribuyen a estabilizar la red de la que forman parte.

Finalmente, es de notar también que, aún cuando las granjas eólicas consideradas en este trabajo de tesis están equipadas con máquinas doblemente alimentadas, las mismas ideas pueden ser consideradas para otros tipos de generadores de velocidad variable como los generadores tipo D que pueden controlar de manera independiente las potencias activa y reactiva.



## Capítulo 9

# Conclusiones

Este trabajo de tesis presenta propuestas de control de granjas eólicas a los efectos de contribuir a la estabilidad de la red de la que forman parte.

El trabajo considera que los aspectos inherentes al control de cada aerogenerador respecto de la generación independiente de las potencias activa y reactiva, se encuentran resueltos.

A los efectos de entender las interacciones entre las redes eléctricas modernas y las granjas eólicas, en primer término se ha establecido el contexto del desarrollo eólico y su relación e interacción con dichas redes.

Se presentó un resumen de los aspectos salientes referidos a los requerimientos para la conexión de las granjas eólicas para distintos países y que están referidos a la frecuencia, la tensión y las potencias activa y reactiva. Se ha indicado cuáles están en vigencia y cuáles representan una tendencia. Asimismo se han indicado los puntos en los cuales este trabajo de tesis se emparenta con otros trabajos y aporta resultados concretos.

Una clasificación genérica de los aerogeneradores, haciendo hincapié en el control de velocidad de las turbinas y en las configuraciones de los generadores eléctricos ha permitido establecer las capacidades de cada configuración para cumplir con los requerimientos de los códigos de conexión modernos y su tendencia.

Se ha considerado el manejo de las granjas eólicas como centrales convencionales para el resto del sistema eléctrico. Para lo anterior, fue necesario establecer un control jerárquico de las centrales eólicas en el cual se determina el despacho de potencias activa y reactiva de cada aerogenerador en base a las capacidades individuales y de las consignas de operación.

El modelado de las granjas por medio del aerogenerador equivalente permitió evaluar un comportamiento similar al verdadero simplificando fuertemente el esfuerzo de cálculo sin comprometer los resultados.

Al considerar el control vectorial orientado por flujo estático o el control orientado por flujo de red en cada máquina de inducción doblemente alimentada, se pudo determinar el control independiente de la generación de potencias activa y reactiva de la granja equipadas con este tipo de generadores.

Se presentó una estrategia de control de potencia activa de los aerogeneradores que consideró que operen con una reserva de potencia activa de manera de emplearla para contribuir a la estabilidad de la red al intervenir en la regulación de frecuencia de manera similar a la que lo hacen los generadores sincrónicos convencionales. Por otra parte, se propuso un lazo de control de potencia reactiva a los efectos de obtener una mejora en la tensión del punto de conexión común de la granja.

Los lazos de control propuestos han sido evaluados por medio de simulaciones. Se ha observado una mejora apreciable en la tensión y la frecuencia. Al mismo tiempo, las estrategias han mostrado que con un bajo esfuerzo de control ha sido posible contribuir fuertemente a la estabilidad de la red eléctrica.

A los efectos de determinar la dinámica de los sistemas de potencia que tienen aporte eólico, luego de establecer las características salientes del modelado de las redes eléctricas y su estabilidad, se incorporó el aporte de las granjas eólicas.

Dado que los sistemas de potencia son altamente no lineales, al considerar el modelo linealizado se ha estudiado la estabilidad de pequeña señal analizando las oscilaciones electromecánicas denominadas oscilaciones intra e inter área.

Debido a la elevada complejidad de los sistemas eléctricos actuales, se consideró que la manera de determinar la dinámica del sistema con aporte eólico era a partir de evaluar el comportamiento de los controles propuestos en sistemas más sencillos que se emplean como sistemas de test, lo cual es práctica frecuente en el análisis de los sistemas de potencia.

Luego de incluir el modelo de las granjas en el marco del estudio de las redes eléctricas, se ha evaluado el comportamiento de las granjas equipadas con generadores doblemente alimentados versus sus pares equipadas con generadores tipo jaula de ardilla en un sistema bajo prueba. Al analizar los autovalores de la matriz del sistema, se comprobó que el comportamiento de las granjas con los controles proporcional a la frecuencia y proporcional más derivativo propuestos, produjo los mejores resultados en cuanto a la contribución a la estabilidad de la red eléctrica. Lo anterior se verificó por medio de simulaciones.

A los efectos de incluir las oscilaciones intra área en el análisis precedente, se propuso una nueva red que tenga en cuenta la mencionada oscilación. En este caso la comparación se llevó a cabo sólo con granjas con generadores de doble bobinado pero se la agregó el control de potencia reactiva con el objeto de contribuir, desde la granja, al perfil de la tensión en el punto de conexión. Nuevamente se puso de manifiesto el aporte de la estrategia de control de frecuencia, al analizar los autovalores del sistema, tanto en la oscilación inter como en la intra área. Sin embargo, se advirtió que el control de tensión podía manifestar algún inconveniente respecto de la estabilidad del sistema.

Para determinar el efecto del control de potencia reactiva en el sistema de potencia se consideró operar las granjas a potencia activa constante e ir observando la evolución de los autovalores del sistema con el aumento de la ganancia del lazo de potencia reactiva. Luego, pudo observarse el comportamiento tendiente a disminuir el amortiguamiento de los autovalores del sistema. En consecuencia, se torna prudente establecer compromisos entre los lazos de control de potencia activa

(lazo de frecuencia) y de reactiva (lazo de tensión) a los efectos de fijar la estabilidad de la red pero manteniendo la tensión en el punto de conexión de la granja de manera que ésta aporte también al perfil de dicha variable.

A modo de resumen se puede indicar que, el análisis de pequeña señal ha permitido determinar fehacientemente que el control de frecuencia por parte de las granjas eólicas contribuye a mejorar la estabilidad de la red. Por otra parte, la posibilidad de la granja de contribuir al perfil de la tensión en el punto de conexión también aporta a la calidad del sistema de potencia. Sin embargo, se ha puesto de manifiesto la necesidad de evaluar dichos controles (de frecuencia y tensión) en casos particulares habida cuenta de los conflictos que pueden suscitarse si se decide emplear únicamente el control de tensión sin atender a la estabilidad del red.

Las estrategias de control no lineal se dividieron en los análisis por Lyapunov y por Pasividad. Para las primeras, a partir de asegurar el comportamiento siempre decreciente del nivel de energía del sistema, fue posible determinar leyes de control no lineales para las granjas eólicas a los efectos de amortiguar las oscilaciones electromecánicas de los sistemas de potencia.

Mientras para la potencia reactiva, se propuso que la granja emulara el comportamiento de un compensador estático, para la potencia activa, se consideró el concepto de ganancia variable, incluyendo un tipo de efecto inercial. Un punto muy importante es que para implementar ambas correcciones, ha sido suficiente con la medida local de las variables intervinientes. Esto tiene la ventaja de no requerir de coordinación con ningún otro dispositivo de la red eléctrica.

A los efectos de incorporar aún más generalidad al estudio por las Funciones de Lyapunov desarrollado, se estableció el estudio de las Técnicas por Pasividad. La metodología utilizada, ha enfatizado la aplicación de la estrategia que, fijando las matrices de interconexión y amortiguamiento, permite determinar la Función de Lyapunov si se verifican ciertas propiedades.

Como, en general para redes eléctricas, la función de Lyapunov no es radialmente no acotada, se propuso el estudio del dominio de atracción del punto de equilibrio a partir de determinar la zona en la que las funciones son fuertemente convergentes.

Finalmente, ha podido obtenerse una ley de control para un caso en el que la carga poseía componentes no lineales tanto dinámicas como estáticas. Dicha ley de control presentó como características salientes que:

- asegura la contribución de la granja a la estabilidad de la red eléctrica y
- es tecnológicamente viable al emplear una ley de control de implementación sencilla a partir de medir variables de fácil acceso.

Esto completa y amplía el estudio de las redes eléctricas con generación eólica y establece tanto para las aplicaciones de las Funciones de Control de Lyapunov como para las aplicaciones de las Técnicas por Pasividad, distintas aproximaciones que explotan las características no lineales de estos sistemas y contribuyen a estabilizar la red de la que forman parte.

Finalmente, es de notar también que, aún cuando las granjas eólicas consideradas en este trabajo de tesis están equipadas con máquinas doblemente alimentadas, todas las ideas propuestas pueden ser consideradas para los generadores tipo D que pueden controlar de manera independiente las potencias activa y reactiva generadas.



## Capítulo 10

# Líneas futuras de investigación

Se considera apropiado ampliar el estudio y las condiciones de estabilidad de los controles vectoriales de campo para las máquinas de rotor bobinado. Es necesario evaluar si los controles genéricos que se implementan con controladores PI actuales son suficientes para mantener una respuesta adecuada en la conversión independiente de las potencias activa y reactiva.

También se deben considerar los desafíos de control inmediatos entre los que se encuentran el comportamiento de los generadores de rotor bobinado en presencia de huecos de tensión. En este caso, la máquina de inducción se desmagnetiza producto de la caída de la tensión en bornes y, por lo tanto, deben establecerse estrategias apropiadas para evitar que la máquina eléctrica deje de inyectar potencia a la red a la cual se encuentra conectada.

Será importante verificar, respecto del control no lineal, que los dominios de atracción se amplíen con las propuestas no lineales. Lo anterior, permitirá demostrar fehacientemente las ventajas del control no lineal. Sin embargo, como se ha indicado, los dominios de funciones de Lyapunov no fuertemente convergentes, presentan inconvenientes de verificación y sus estimados son conservadores pudiendo no ser muy distintos de los estimados sin los controles propuestos.

Se considerará incluir dentro del estudio del Control por Pasividad una respuesta derivativa que contemple así una respuesta de tipo inercial de la granja eólica.

Se estudiará el control de la potencia reactiva a partir de los desarrollos por Pasividad.

Es necesario verificar si existen restricciones adicionales a las planteadas en este trabajo de tesis tanto para las potencias activa como reactiva. Por ejemplo, si es necesario restringir la potencia activa en virtud de excesivos esfuerzos mecánicos en los ejes o las palas de las turbinas o si existe competencia entre los controles que intentan llevar a cabo las leyes propuestas en este trabajo respecto de otros controles que buscan minimizar esfuerzos mecánicos.

Se continuará el estudio de las redes eléctricas débiles pero con redes regionales de manera de caracterizar el aporte de las leyes de control derivadas en la región patagónica.



## Apéndice A

# Datos utilizados en este trabajo

- Turbina eólica:  $P = 700 \text{ kW}$  a  $V = 11,75 \text{ m/s}$ ;  $r = 22 \text{ m}$ ;  $\rho = 1,224 \text{ kg/m}^3$ ;  $J_{t+gen} = 232,2600 \text{ kg.m}^2$  inercia turbina y generador;  $C_p(\lambda) = 1,206e - 5\lambda^7 - 2,71e - 4\lambda^6 + 2,0399e - 003\lambda^5 - 6,519e - 3\lambda^4 + 1,257e - 2\lambda^3 - 1,54e - 2\lambda^2 + 2,85e - 2\lambda - 4,056e - 2$ .

La velocidad de viento utilizada es de  $V = 8 \text{ m/s}$ .

- Generador asincrónico de doble bobinado :  $X_{ls} = 0,03 \Omega$  react. pérd. estator;  $R_s = 0,0067 \Omega$  r. estática;  $p = 4$  cantidad de polos;  $X_m = 2,3161 \Omega$  react. mag.;  $X_{rl} = 0,3490 \Omega$  react. pérd. rotórica;  $NZ = 0,3806$  rel. transformación;  $V = 690 \text{ V}$  alimentación;  $N = 51$  relación de transmisión;  $K = 31,8$  corrección por variación de la frecuencia.

- Generador asincrónico tipo jaula de ardilla :  $V = 2300 \text{ V}$ ;  $R_s = 0,262 \Omega$ ;  $P = 4$ ;  $L_s = 0,146 \text{ Hy}$ ;  $L_m = 0,1433 \text{ Hy}$ ;  $L_r = 0,146 \text{ Hy}$  referida al estator;  $R_r = 0,187 \Omega$  referida al estator;  $J_{t+mi} = 775191,06 \text{ Kg.m}^2$ ;  $N = 61$  relación de transmisión.

Para la carga estática y dinámica del desarrollo por Pasividad se los valores de los parámetros de la carga son (p.u. con  $S_{BASE} = 100 \text{ MVA}$ ) [38] [67]:

$k_{pw} = 0,4$ ,  $k_{pv} = 0,3$ ,  $k_{qw} = -0,03$ ,  $k_{qv} = -2,8$ ,  $k_{qv2} = 2,1$ ,  $T = 8,5$ ,  $P_o = 0,6$ ,  $Q_o = 1,3$ ,  $P_1 = 0,0$ ,  $Y_m = \frac{1}{R+jX} = 5\angle(-5^\circ) \Rightarrow G_m = 4,98$  and  $B_m = -0,43$  y  $Y_o = \frac{1}{R_o+jX_o} = 12\angle(-12^\circ) \Rightarrow G_o = 11,73$  and  $B_o = -2,49$ . Las constantes en las ecuaciones de estado son:

$$\begin{aligned} K_1 &= -\frac{1}{k_{qw}}(Q_o) + \theta_{1*} = 44,34, \\ K_2 &= -\frac{1}{k_{pv}T}(P_o + k_{pw}(K_1)) = -7,03, \\ a &= -\frac{1}{k_{qw}}(V_2G_{12}) = 14,66, \\ b &= -\frac{1}{k_{qw}}(V_2B_{12}) = 166, \\ c &= -\frac{1}{k_{qw}}(k_{qv}) = -93,33, \\ d &= \frac{1}{k_{qw}}(B_{11} - k_{qv2}) = 236, \\ e &= \frac{1}{k_{pv}T}(k_{qw}(-b) + k_{pw}(-a)) = -2,022, \\ f &= \frac{1}{k_{pv}T}(k_{qw}(a) + k_{pw}(-b)) = 0,609, \end{aligned}$$

$$k = \frac{1}{k_{pv}T} \frac{k_{pw}}{k_{qw}} (k_{qw}(-c) + k_{pv}) = 14,69,$$
$$m = \frac{1}{k_{pv}T} (G_{11} - \frac{k_{pw}}{k_{qw}} k_{qw}d) = -37,$$
$$n = \frac{1}{k_{pv}T} \frac{k_{pw}}{k_{qv}} = -0,056,$$

# Bibliografía

- [1] T. Ackermann. *Wind Power in Power Systems*. Wiley and Sons, 2005.
- [2] V. Akhmatov. *Analysis of dynamic behaviour of electric power systems with large amount of wind power*. PhD thesis, Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, Denmark, April 2003.
- [3] O. Akhrif, A.F. Okou, L.A. Dessaint, and R. Champagne. Application of a multivariable feedback linearization scheme for rotor angle stability and voltage regulation of power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(2):620–628, May 1999.
- [4] Asociación Danesa para la Industria Eólica. Danish wind industry association. <http://www.windpower.dk/es>, October 2007.
- [5] American Wind Energy Association. Electrical guide to utility scale wind turbines. AWEA Grid Code White Paper, March 2005. <http://www.awea.org>. March 27nd, 2007.
- [6] The European Wind Energy Association. Large scale integration of wind energy in the european power supply : analysis, issues and recommendations. Grids integration report, Dec 2005. <http://www.ewe.org/index.php?id=233>. March 24nd, 2007.
- [7] F.D. Bianchi, H. De Battista, and R.J. Mantz. *Wind Turbine Control Systems. Principles, Modelling and Gain Scheduling*. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [8] S. Bolik. Grid requirement challenges for wind turbines. In *Billund*, 2003.
- [9] B.K Bose. *Power Electronics and AC drives*. Prentice-Hall, 1986.
- [10] S. Boyd and L. Vandenberghe. Introduction to convex optimization with engineering applications. Technical report, Stanford University, 2000.
- [11] T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins, and Bossani. E. *Wind Energy Handbook*. Wiley and Sons, 2001.
- [12] C. Chompoo-inwai, C. Yingvivanapong, K. Methaprayoon, and W. Lee. Reactive compensation techniques to improve the ride-through capability of wind turbine during disturbance. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 41(3):666–672, 2005.

- [13] J. Ekanayake and N. Jenkins. Comparison of the response of doubly fed and fixed-speed induction generator wind turbines to changes in network frequency. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 19(4):800–802, 2004.
- [14] O.I. Elgerd. *Electric Energy Systems Theory: An Introduction*. McGraw-Hill, 1970.
- [15] ELTRA. Technical regulations for the properties and the control of wind turbines. [www.eltra.dk](http://www.eltra.dk), May 2004.
- [16] Hinrichsen E.N. and Nolan P.J. Dynamics and stability of wind generators. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS101(8):3791–3795, 1982.
- [17] L. Facorro Ruiz. *Hidráulica y Máquinas Hidráulicas*. Ediciones Melior, 1984.
- [18] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Control de parques eólicos. contribución a la regulación de frecuencia. In AADECA, editor, *AADECA 2004 - XIX Congreso Argentino de Control Automático*, ID#25, Aug 2004.
- [19] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Wind farms control, contribution to frequency and voltage regulation. In Mar del Plata University, editor, *VI Latin American Congress of Transmission and Distribution of Electric Energy*, A-126, Oct 2005.
- [20] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Contribution of wind farms to the network stability. In *PES General Meeting*, June 2006.
- [21] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Impact of wind farms on a power system. an eigenvalue analysis approach. *Renewable Energy*, doi:10.1016/j.rser.2007.01.013(32):1666–1678, 2007.
- [22] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Impact of wind farms voltage regulation on the stability of the network frequency. *International Journal of Hydrogen Energy*, aceptado, 2007.
- [23] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Impacto de la regulación de tensión de parques eólicos en la estabilidad de la red eléctrica. In *HYFUSEN*, June 2007.
- [24] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Passivity based wind farm control for transient stabilization of an electrical network. In *World Wind Energy Conference & Exhibition - WWEC 2007*, October 2007.
- [25] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Potential contribution of wind farms to damp oscillations in weak grids with high wind penetration. *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, doi:10.1016/j.rser.2007.01.013, 2007.

- [26] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Wind farm non-linear control for damping electromechanical oscillations of power systems. *Renewable Energy*, en revisión, 2007.
- [27] R.D. Fernández, R.J. Mantz, and P.E. Battaiotto. Control de potencia reactiva en generadores eólicos de doble bobinado. *XI RPIC 2003*, pages 104–109, Sept 2003.
- [28] L.L. Freris. *Wind Energy Conversion Systems*. Prentice Hall Intenational, 66 Lane End, Hemel Hempsted. UK, 1990.
- [29] M Fujimitsu, T Komatsu, K. Koyanagi, K Hu, and R. Yokoyama. Modeling of doubly-fed adjustable-speed machine for analytical studies on long-term dynamics of power system. In *PowerCon 2000*, volume 1, pages 25–30, Perth, Dec, 4-7, 2000.
- [30] M Galaz, R. Ortega, A. S. Bazanella, and A.M. Stankovic. An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators. *Automatica*, 39(1):111–119, 2003.
- [31] M. Gandhari. *Control Lyapunov Functions: A Control Strategy for Damping of Power Oscillations in Large Power Systems*. Doctoral dissertation, Royal Institute of Technology, Stockholm. Sweden, 2000.
- [32] A. Ghosh and G. Ledwich. *Power Quality Enhancement Using Custom Power Devices*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [33] P. Gray and R. Meyer. *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*. John Wiley & Sons Inc., 1993.
- [34] W. Hahn. *Stability of Motion*. Springer-Verlag, 1967.
- [35] A.D. Hansen and L.H. Hansen. Wind turbine concept market penetration over 10 years (1995-2004). *Wind Energy*, 2006, DOI: 10.1002/we.210.
- [36] A.D. Hansen and G. Michalke. Fault ride - through capability of dfig wind turbines. *Renewable Energy*, 2007, doi:10.1016/j.renene.2006.10.008.
- [37] A.D. Hansen, P. Sørensen, F. Iovb, and F. Blaabjerg. Centralised power control of wind farm with doubly fed induction generators. *Renewable Energy*, In Press, Available online 10 August 2005.
- [38] A.M. Harb and N. Abdel-Jabbar. Controlling hopf bifurcation and chaos in a small power system. *Chaos, Solitons and Fractals*, 18:1055–1063, 2003.
- [39] D.J. Hill and M. Y. Mareels. Stability for diferential/algebraic systems with application to power systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 37(11):1416–1423, Nov 1990.

- [40] I. Hiskens. Nonlinear dynamic model evaluation from disturbance measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(4):702–710, NOV 2001.
- [41] F. Hughes, O. Anaya-Lara, N. Jenkins, and G. Strbac. Control of dfigbased wind generation for power network support. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(4):1958–1966, Nov-Dec 2005.
- [42] International Electrotechnical Commission. IEC-61400-21. Measurement and assessment of power quality characteristics of grid connected wind turbines. [www.iec.ch](http://www.iec.ch).
- [43] K. Jensen. Towards a wind energy power plant. Eltra, 2002. Fredericia.
- [44] J. Joens. *Impact of Wind Energy in a Future Power Grid*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven. Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Department Elektrotechniek (ESAT) Afdeling Elektrische Energie en Computerarchitecturen (ELECTA) Kasteelpark Arenberg 10 - 3001 Leuven (Heverlee), Dec 2005.
- [45] K.E. Johnson, L.Y. Pao, M.J. Balas, and L.J. Fingersh. Control of variable - speed wind turbines. standard and adaptive techniques for maximizing energy capture. *IEEE Control Systems Magazine*, 26(3):70–81, 2006.
- [46] V. Jurdjevic and V.P. Quinn. Controllability and stability. *Journal of Differential Equations*, 28:381–389, 1978.
- [47] H.K. Khalil. *Nonlinear Systems (2nd Edition)*. Pentice-Hall Inc., 1996.
- [48] H. G. Kim, C. M. Lee, H. C. Lim, and N. H. Kyong. An experimental and numerical study on the flow over two-dimensional hills. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 66(1):17–33, January 1997.
- [49] N.N. Krasovskii and J.L. Brenner. *Stability of Motion*. Standford university Press, 1963.
- [50] K. Krause. *Electric Machines*. Prentice-Hall, 1986.
- [51] P. Kundur. *Power Systems Stability and Control*. McGraw-Hill, 1993.
- [52] D. Le Gourières. *Energía Eólica*. Ediciones Eyrolles, 1983.
- [53] P. Ledesma. *Parques eólicos*. Tesis de Doctor, Universidad Carlos III, Madrid. España, 2001.
- [54] P. Ledesma and J. Usaola. Effect of neglecting stator transients in doubly fed induction generators models. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 19(3):459–461, June 2004.



- [55] P. Ledesma and J. Usaola. Doubly fed induction generator model for transient stability analysis. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 20(2):388–397, June 2005.
- [56] W.E. Leithead and B. Connor. Control of variable speed wind turbines: design task. *International Journal of Control*, 73(13):1189–1212, 2000.
- [57] C. Mataix. *Turbomáquinas Hidráulicas*. ICAI, 1975.
- [58] J.V. Milanović and I. Hiskens. Oscillatory interaction between synchronous generator and local voltage-dependent load. In IEE, editor, *IEE Proc. Generation Transmission and Distribution*, 1995.
- [59] J. Morren and de Hann S. W.H. Ridethrough of wind turbines with doubly-fed induction generator during a voltage dip. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 20(2):435–441, 2005.
- [60] E. Muljadi, C. P. Butterfield, J. Chacón, and H Romanowitz. Power quality aspects in a wind power plant. In *PES General Meeting*, June 2006.
- [61] E. Muljadi and C.P. Butterfield. Wind farm power system model development. Nrel/cp-500-36199, World Renewable Energy Congress VIII, 2004.
- [62] E. Muljadi, Y. Wan, C.P. Butterfield, and B. Parsons. A study of a wind farm power system. 21st American Society of Mechanical Engineers Wind Energy Symposium, Jan 14-17 2002.
- [63] E. Muljadi, Y. Wan, C.P Butterfield, and B. Parsons. A study of a wind farm power system. Nrel/cp-500-30814, <http://www.osti.gov/bridge>, National Wind Technology Center. National Renewable Energy Laboratory, 2002.
- [64] A. Mullane and O'Malley. The inertial response of induction-machine- based wind turbines. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(3):1496–1503, 2005.
- [65] A. Mullane and M. O'Malley. The inertial response of induction-machine-based wind turbines. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(3):00–00, 2005.
- [66] D.A. Murry and G.D. Nan. A definition of the gross domestic product-electrification interrelationship. *Journal of Energy and Development*, 19(2):275–283, Spring 1994.
- [67] A.H. Nayfeh, A.M. Harb, and Char-Ming Chin. Bifurcations in a power system model. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 6(3):497–512, 1996.

- [68] M. Noroozian, M. Ghandhari, G. Andersson, J. Gronquist, and I. Hiskens. A robust control strategy for shunt and series reactive compensators to damp electromechanical oscillations. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 16(4):812–817, Oct 2001.
- [69] A.V. Oppenheim and A.S. Willsky. *Signals & Systems*. Prentice-Hall, 1996.
- [70] R. Ortega, M. Galaz, A. Astolfi, Y. Sun, and T. Shen. Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(1):60–75, Jan 2005.
- [71] R. Ortega and E. García Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control: Towards a constructive procedure - part 1. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, ThB07.1, 2004.
- [72] R. Ortega and E. García Canseco. Interconnection and damping assignment passivity-based control: Towards a constructive procedure - part ii. *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, ThB07.2, 2004.
- [73] R. Ortega, A. Loría, P. J. Nicklasson, and H Sira-Ramírez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems*. Springer-Verlag, 1998.
- [74] R. Ortega and M. Spong. Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial. *Automatica*, 25(6):877–888, 1989.
- [75] R. Ortega and M. Spong. Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38, 2002.
- [76] B. Parsons, M. Milligan, J.C. Smith, E. DeMeo, B. Oakleaf, M. Schuerger, R. Zavadil, M. Ahlstrom, and D. Yen Nakafuji. Impacts of wind power variability: Recent assessments from a variety of utilities. Nrel/cp-500-30668. <http://www.osti.gov/bridge>, AWEA's WIND-POWER 2001 Conference Washington, 2001.
- [77] Malatestas P.B., Papadopoulos M.P., and Stavrakakis G. Modelling and identification of wind-diesel turbine systems for wind penetration assesment. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(3):–, 1993.
- [78] R. Peña, J. C. Clare, and G. M. Asher. A doubly fed induction generator using back-to-back pwm converters and its application to variable speed wind-energy generation. *Proc. Inst. Elect. Eng., Electr. Power Appl.*, 143(5):231–241, Sep 1996.

- [79] A. Petersson. *Modeling and Control of Doubly-Fed Induction Generators for Wind Turbines*. PhD thesis, Department of Electric Power Engineering. CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. Göteborg. Sweden, 2003.
- [80] A. Petersson, L. Harnefors, and T. Thiringer. Comparison between statorflux and grid-flux-oriented rotor current control of doubly-fed induction generators. In *35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 482–489, 2004.
- [81] T. Petru and T. Thiringer. Active flicker reduction from a sea-based 2.5 MW wind park connected to a weak grid. *Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics*, NORpie/2000, June, 13-16, 2000.
- [82] Anderson P.M. and Bose A. Stability simulation of wind turbine system. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS102(12):3791–3795, 1983.
- [83] G. Randall, R. Vilhauer, and C. Thompson. Characterizing the effects of high wind penetration on a small isolated grid in arctic alaska. Nrel/cp-500-30668. <http://www.osti.gov/bridge>, AWEA's WINDPOWER 2001 Conference Washington, 2001.
- [84] B.G. Rawn, P.W. Lehn, and M. Maggiore. Control methodology to mitigate the grid impact of wind turbines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 22(2):431–438, June 2007.
- [85] J.L. Rodríguez Amenedo. *Análisis Dinámico y Diseño del Sistema de Control de Aeroturbinas de Velocidad Variable con Generador Asíncrono de Doble Alimentación*. Tesis de doctor, Universidad Carlos III, Madrid. España, 2000.
- [86] S. Sastry. *Nonlinear Systems. Analysis, Stability and Control*. Springer, 1999.
- [87] P. W Sauer and M. A. Pai. *Power Systems Dynamics and Stability*. Prentice-Hall, 1998.
- [88] J.G. Slootweg. *Wind Power Modelling and Impact on Power System Dynamics*. Phd, Delft University of Technology, 2600 GA Delft, Netherlands, Dec 2003.
- [89] J.G. Slootweg and W.L. Kling. The impact of large scale wind power generation on power system oscillations. *Electric Power Systems Research*, 67:9–20, 2003.
- [90] E. Sontag. A universal construction of artstein's theorem on nonlinear stabilization. *Systems & Control Letters*, 13:117–123, 1989.
- [91] G. Tapia, A. Tapia, R. Criado, and J. Saenz. Voltage regulation of distribution networks through reactive power control. *IFAC, 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain*, 2002.

- [92] G. Tapia and J.X. Tapia, A. Ostolaza. Proportional - integral regulator - based approach to wind farm reactive power management for secondary voltage control. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 22(2):488–498, June 2007.
- [93] T Thiringer and A. Petersson. Control of variable-speed pitch regulated wind turbines. Technical Report. Chalmers University of Technology. Göterborg, Sweden, 2005.
- [94] T. Thiringer, A. Petersson, and T. Petru. Grid disturbance response of wind turbines equipped with induction generators and doubly-fed induction generators. *IEEE*, pages 1341–1655, 2003.
- [95] P. Vas. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford university Press, 1998.
- [96] J. Walker and N. Jenkins. *Wind Energy Technology*. John Wiley & Sons, 1997.
- [97] D. Xiang, L. Ran, P. Tavner, and Y. Sunchang. Control of a doubly fed induction generator in a wind turbine during grid fault ride-through. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 21(3):652–662, Sept 2006.
- [98] Arstein Z. Stabilization with relaxed controls. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, 7(11):1163–1173, 1982.