

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA FACULTAD DE INGENIERÍA DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA

SISTEMAS POR ESTRUCTURA VARIABLE. APLICACIÓN AL CONTROL DE SISTEMAS DE CONVERSIÓN DE ENERGÍAS ALTERNATIVAS PARA EL BOMBEO DE AGUA

Roberto Daniel Fernández

Tesis presentada para el grado de MAGISTER EN INGENIERÍA JUNIO 2002

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DEPARTAMENTO DE ELECTROTECNIA

El presente trabajo de tesis ha sido realizado en el Laboratorio LEICI (Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación) del Departamento de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, UNLP, bajo la dirección de los profesores:

Director: Ing. Ricardo J. Mantz Co-director: Ing. Pedro E. Battaiotto

El Jurado de Tesis, designado a tal efecto por el H.C.A., ha sido constituido por los profesores:

Ing. Mario Benedetti (Laboratorio LIC, UNMdP, Mar del Plata) Dr. Aníbal Zanini (Dto. de Ciencia y Tecnología, UNQ, Quilmes) A Adriana y a Azul.

Tabla de contenidos

Τa	abla o	de Contenidos	v
R	esum	ien	IX
$\mathbf{A}_{\mathbf{i}}$	grade	ecimientos	XI
Li	sta d	le símbolos	K111
O	rgani	ización y aportes de la tesis	1
1.	El b	pombeo de agua a partir del recurso eólico	3
	1.1.	Breve reseña del aprovechamiento del viento a partir de turbinas eólicas	3
	1.2.	El bombeo de agua	4
	1.3.	Acoplamiento turbina-bomba de agua	4
		1.3.1. Acoplamiento mecánico	4
		1.3.2. Acoplamiento eléctrico	5
	1.4.	Sistema de bombeo propuesto	5
	1.5.	Conclusiones	7
2.	Vie	nto y turbinas eólicas	9
	2.1.	Naturaleza del viento	9
		2.1.1. Características básicas del viento	9
		2.1.2. Distribución estadística de la velocidad del viento	11
	2.2.	Extracción de la energía cinética del viento	11
		2.2.1. Fuerzas que actúan sobre las turbinas. Potencia y par desarrollados	13
		2.2.2. Cargas perjudiciales en las turbinas	16
		2.2.3. Clasificación de las turbinas	17
	2.3.	Conclusiones	18
3.	Hid	rodinámica. Bombas centrífugas	19
	3.1.	Líquidos perfectos y líquidos reales	19
		3.1.1. Líquidos perfectos	19
		3.1.2. Líquidos reales	21
		3.1.3. Factor de fricción. Diagrama de Moody	22
	3.2.	Máquinas de fluido	24
		3.2.1. Bombas hidráulicas. Aspectos generales	24
		3.2.2. Ventajas y desventajas de las bombas rotodinámicas sobre las de desplazamiento positivo	25
		3.2.3. Leyes de semejanza de las bombas	25
	3.3.	Funcionamiento en una instalación de bombeo	26
		3.3.1. Variables dependientes e independientes que intervienen en el funcionamiento de una	
		bomba	26
		3.3.2. Funcionamiento de una bomba en una red	27
		3.3.3. Regulación de las bombas hidráulicas	28

	3.4.	Fenómenos anormales en el funcionamiento de las bombas 30
		3.4.1. Golpe de ariete
		3.4.2. Cavitación
	3.5.	Conclusiones
4.	Máo	quina de CA Asincrónica y Sincrónica 33
	4.1.	El motor de inducción trifásico
		4.1.1. Par del motor de inducción
		4.1.2. Circuito Equivalente
		4.1.3. Análisis de la máquina empleando el circuito eléctrico equivalente
		414 Característica par-velocidad 3'
		415 Operación a frecuencia variable y fluio constante. Consideraciones de rendimiento 38
	12	Máquina sincrónica. Principios básicos
	4.2.	4.2.1 Introducción
		4.2.1. Introducción
		4.2.2. Circuito electrico equivalente
		4.2.3. Característica del par rotorico
	4.3.	Conclusiones
5	Cor	trol por modo deslizante 4!
э.	5.1	Introducción 4
	0.1.	5.1.1 Descripción matemática del régimen deglizente
		5.1.1. Descripcion matematica del regimen desizante
		5.1.2. Metodo del control equivalente $\ldots \ldots \ldots$
		5.1.3. Condiciones de existencia de un regimen deslizante
		5.1.4. Dinámica del régimen deslizante ideal
		5.1.5. Invariancia a las perturbaciones de los regímenes deslizantes
	5.2.	Modo deslizante dinámico
	5.3.	Régimen deslizante real
	5.4.	Conclusiones
c	Fat.	ntonia de energeión del sistema
0.	ESU G 1	Convergencie à les nuntes de méxime convergién de energie
	0.1.	
	6.2.	Electo del error de medida de la velocidad M
		6.2.1. Interpretacion cualitativa
		6.2.2. Desplazamiento del punto de funcionamiento
	6.3.	Control por corriente versus control por potencia
	6.4.	Conclusiones
7	Car	tral de la turbine non nomulación de consignate
1.	7 1	Madela da seta das del sistema
	(.1.	
	7.2.	Control del sistema por modo deslizante
		7.2.1. Control por modo deslizante dinámico
		7.2.2. Esfuerzo de control. Rechazo a perturbaciones
		7.2.3. Influencia de las perturbaciones sobre la dinámica del sistema
		7.2.4. Dinámica de los ceros
	7.3.	Análisis de la respuesta del sistema
		7.3.1. Caso 1
		7.3.2. Caso 2
	7.4.	Conclusiones
8.	Ope	eración con vientos mayores 83
	8.1.	Regulación de potencia
	8.2.	Determinación de la ley de variación del par de carga
		8.2.1. Determinación de la referencia para incrementar la velocidad de giro de la turbina 88

	8.3.	Regulación de potencia en la región bajo estudio	90
		8.3.1. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la recta de pendiente α	91
		8.3.2. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la hipérbola de potencia no-	
		minal P_n	95
		8.3.3. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la el par de la turbina T_t menos	
		una constante	96
	8.4.	Empleo de un controlador en todas las superficies	97
	8.5.	Error en la estimación del viento	00
		8.5.1. Efecto del error de la medida del viento sobre la potencia	00
		8.5.2 Error en la estimación de la velocidad del viento. Convergencia al punto de operación	50
		de notencia nominal	12
	86	Resultados de simulación	13
	0.0.	8.6.1 Respuesta al incremento en la velocidad de viento)3)3
		8.6.2 Respuesta a la digminución en la velocidad de viento)7)7
		8.6.2. Comportamiento del sistema con un perfil de viento real)/ 11
	07	Conclusiones	11
	0.1.	Conclusiones	19
9.	Con	nclusiones 11	17
А.	. Lím	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11	9
А.	. Lím A.1.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 . Operación limitando el par del motor	L 9 19
А.	. Lím A.1. A.2.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 . Operación limitando el par del motor	1 9 19 20
А.	. Lím A.1. A.2. A.3.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 . Operación limitando el par del motor	1 9 19 20 21
А.	Lím A.1. A.2. A.3.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 . Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21
А.	Lím A.1. A.2. A.3.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21 21 22
А.	A.1. A.2. A.3.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	1 9 19 20 21 21 22 22 23
А.	A.1. A.2. A.3. A.4.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	1 9 19 20 21 21 22 23
А. В.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car 	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 . Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21 22 23 23
А. В.	A.1. A.2. A.3. A.4. B.1.	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21 22 23 23 27
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21 22 23 27 27 27
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	19 19 20 21 21 22 23 27 27 27 27 27
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	19 20 21 22 23 27 27 27 27 27 27
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante 11 Operación limitando el par del motor	 19 19 20 21 21 22 23 27 28 29 29 21 21 21 21 22 23 24 25 26 27 2
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante11. Operación limitando el par del motor	 19 19 20 21 21 22 23 27 27 27 27 27 27 27 27 28
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. B.3 	nite de operación del motor por resbalamiento constante11Operación limitando el par del motor	 19 19 20 21 21 22 23 27 28 28
А.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. B.3. 	nite de operación del motor por resbalamiento constante11Operación limitando el par del motor	 19 19 20 21 21 22 23 27 27 27 27 27 27 27 27 28 28
A. B.	 Lím A.1. A.2. A.3. A.4. Car B.1. B.2. B.3. bliog 	nite de operación del motor por resbalamiento constante11Operación limitando el par del motor	 19 19 20 21 21 22 23 27 27 27 27 27 27 27 28 28 80

VIII

Resumen

El hombre habita un increíble planeta que le ha permitido desarrollarse a partir de infinitos procesos de aprendizaje. La naturaleza le ha puesto innumerables obstáculos, diferentes desafíos que han producido, entre muchas consecuencias, el estado de avance de la tecnología en que nos encontramos.

Junto a la maravillosa bendición de poder pensar y aprender día a día, también somos máximos responsables del cuidado de la Tierra y de todos los seres que la habitan en virtud de los procesos ajenos a la naturaleza que impulsamos.

Uno de los oponentes de mayor magnitud al que nos enfrentamos es el de poder emplear las energías denominadas alternativas para disminuir el estado de deterioro en el que se encuentra nuestro hábitat consecuencia del mencionado accionar.

Esta tesis no pretende de ninguna manera responder a cuestiones filosóficas especiales de índole alguna. No obstante, la conjunción de distintos aspectos le da un marco, tal vez especial al problema que trata.

En respuesta a las cuestiones establecidas, el desarrollo del aprovechamiento de estas energías ha ido progresando (lentamente) con el transcurso del tiempo. Si además se suman las necesidades de agua en regiones remotas, la provisión del vital elemento a través de un medio alternativo de energía es una solución viable, punto en el que se centra este trabajo de tesis aplicando herramientas apropiadas, es decir, que garanticen robustez, confiabilidad y de bajo costo.

El trabajo tiene por objetivo, establecida una problemática real, tratar de resolverla de manera práctica. Se ha tomado en cuenta además, el objetivo de maximizar la extracción de energía del recurso eólico disponible y si éste fuera excesivo, obtener lo máximo contemplando las limitaciones de los componentes del sistema.

Respecto de emplear tecnología robusta, se han considerado elementos de probado uso y confiabilidad de trabajo y cuando esto no fuera evidente se ha demostrado tal característica.

Debido a las características no lineales del sistema, a las perturbaciones y a la variabilidad de la fuente primaria de energía, a las restricciones en la medida de la velocidad del viento, la eficiencia, confiabilidad y robustez de este tipo de sistemas, están fuertemente ligadas a la efectividad de su control. Luego, en esta tesis se propone y se evalúa la aplicación de conceptos de regímenes deslizantes para optimizar el comportamiento del sistema. Es decir, el diseño del control se sustenta en una teoría con cualidades y características inherentemente robustas, además de una implementación relativamente sencilla y, por ende, de bajo costo.

Luego, este trabajo se basa en la aplicación de un control que contenga las características citadas en el marco de una posible implementación práctica. х

Agradecimientos

Sin establecer orden alguno, deseo agradecer a las siguientes personas e instituciones:

A la Universidad Nacional de La Patagonia San Juan Bosco y, particularmente al Decano de la Facultad de Ingeniería, Ing. Roberto Aguirre y a la Vicedecana, Prof. Stella Simón quienes me han ayudado enormemente para arribar a este objetivo junto al Secretario de Extensión, Ing. Raúl Ríos y al Jefe del Departamento Electrónica, Ing. Eduardo Pires.

Al personal administrativo de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia que siempre me ha brindado su apoyo y su cariño.

Al Departamento de Electrotecnia de la Universidad Nacional de La Plata, involucrando en ello al personal académico y administrativo.

Al Director del LEICI, Ing. Carlos Frede Christiansen, por permitir desenvolver mis estudios en un ámbito en el que me han hecho sentir como en mi casa, por su apoyo constante, por la amabilidad y el cariño con el que me ha recibido y que me ha dispensado durante este tiempo.

A mis Directores, Ricardo Mantz y Pedro Battaiotto quienes no sólo me han guiado en los aspectos relativos a mi trabajo de tesis sino que permanentemente han sido consejeros, amigos y referentes obligados por sus cualidades humanas.

A mi amigo Fernando Bianchi a quien no he podido interrumpir lo suficiente como para que se moleste conmigo y, por el contrario, siempre ha tendido un puente (una idea) entre mis cavilaciones e ignorancias sobre cualquier tema y la solución.

A Hernán De Battistta, Fernando Valenciaga y Paul Puleston por la amistad, la alegría, el apoyo y el conocimiento. A Nicolás, Agustín y Javier por idénticas razones.

A Enrique Spinelli por ser como es.

A todos los demás integrantes del LEICI que han permitido siempre que aún dejando a mi familia para estar en La Plata, me encuentre realizando mi trabajo con optimismo y alegría.

A Daniel Barilá porque me ha explicado con su acostumbrada sencillez y claridad la temática referida a las bombas centrífugas... a los motores de combustión... a los controles de los aviones pequeños... a algún que otro freno hidráulico... etc... etc.

Particularmente a mi esposa Adriana que con infinita paciencia, amor y perseverancia ha afrontado estos difíciles tiempos en los que me ausenté de casa. A ella mis disculpas, mi gratitud y mi amor eterno.

A mi hija Azul, que nació mientras me encontraba arribando a mi ciudad cuando comenzaba mi estadía en La Plata y desde siempre, en cada reencuentro, me ha dado su corazón. Perdón.

Agradezco a mi papá Roberto, a mi mamá Nora, a mi hermana Liliana y a mi hermano Diego que siempre tienen una palabra de aliento y me dan un cariño inmenso.

A la abuelita Lucía Amado con quien reiniciaré las peleas de los viejos tiempos.

XII

Lista de símbolos

En general, la naturaleza de la mayoría de los símbolos es global. Para aquellos que poseen más de un significado, se indica el capítulo en el que tiene lugar el mencionado cambio.

a factor de inducción axial del flujo.

 ${\cal A}$ área.

c cuerda de la pala.

C es el parámetro de escala de la distribución de Weibull (Capítulo 2).

 C_p coeficiente de potencia.

 C_{p0} coeficiente de potencia máximo.

 ${\cal D}$ fuerza de arrastre (Capítulo 2).

d diámetro.

error exceso o defecto en la determinación de la velocidad de giro de la turbina.

F fuerza.

F operador de proyección del sistema sobre la superficie de deslizamiento (Capítulo 5).

f factor de fricción (Capítulo 3).

f frecuencia del viento [*ciclos/hora*] (Capítulo 2).

 f_e frecuencia eléctrica sincrónica [Hz].

 \boldsymbol{g} aceleración de la gravedad.

 ${\cal H}$ altura que representativa de la energía en la circulación de fluidos.

h altura de carga (Capítulo 3).

h(x, u) superficie de deslizamiento.

 I_0 corriente de referencia.

 I_c corriente de pérdidas en el hierro.

 I_f corriente de campo del rotor de la máquina sincrónica.

 I_m corriente de magnetización de la máquina de inducción.

 I_{mi} corriente en los terminales de la máquina de inducción.

 I_r corriente del rotor del motor de inducción.

 ${\cal I}_s$ corriente de carga del generador sincrónico de imán permanente.

 ${\cal J}$ pérdidas en la circulación de un fluido.

 J_{t+g} momento de inercia de la turbina y del generador de imán permanente.

 J_{bba+mi} momento de inercia de la bomba centrífuga y del motor de inducción.

jpérdida (o caída de presión) por unidad de longitud.

 K_{ca} constante de proporcionalidad entre la frecuencia de excitación del motor de inducción y la tensión en bornes del mismo (cuando es operado variando la frecuencia a flujo constante).

 K_{t-g} constante de proporcionalidad entre el par y la corriente del generador sincrónico de imán permanente. $K_{\Omega-g}$ constante de proporcionalidad entre la velocidad de giro y la tensión del generador sincrónico de imán permanente.

 K_{t-mi} constante de proporcionalidad entre entre el par y la corriente del motor de inducción (cuando es operado variando la frecuencia a flujo constante).

k aspereza absoluta del conducto (Capítulo 3).

 $k = \frac{\pi \rho r^2}{2}$ coeficiente empleado en la expresión del par y la potencia de la turbina. k constante de acoplamiento del generador sincrónico (Capítulo 4).

k es el parámetro de forma de la distribución de Weibull (Capítulo 2).

 k_{bba} constante de par de la bomba centrífuga.

k' coeficiente de proporcionalidad entre la pérdida de carga debida al rozamiento en una tubería y el cuadrado del caudal de agua.

k'' coeficiente de proporcionalidad entre la pérdida de carga debida a cambios de dirección, estrangulamientos,

variaciones abruptas de la energía cinética en una tubería, etc., y el cuadrado del caudal de agua.

L fuerza de sustentación (Capítulo 2).

 ${\cal L}$ fuerza (Capítulo 3).

 L_{ls} : inductancia de dispersión.

 L_m : inductancia de magnetización.

 L'_{lr} : inductancia de dispersión rotórica.

m masa.

 ${\cal N}$ cantidad de palas de la turbina.

 N_e velocidad de giro sincrónica [rpm].

 N_r velocidad de giro del motor de inducción [rpm].

 ${\cal P}$ potencia que una turbina puede extra
er del viento.

 ${\cal P}_{bba}$ potencia de una bomba centrífuga.

 P_{ca-g} potencia en bornes del generador sincrónico de imán permanente.

 $P_{cc-linea}$ potencia en el enlace de corriente contínua.

 P_{ca-mi} potencia en bornes del motor de inducción.

 P_0 máxima potencia disponible en el eje de la turbina en estado estacionario.

 P_{in} potencia en el motor de inducción.

 ${\cal P}_{ls}$ potencia de pérdidas estatóricas en el cobre.

 P_{lc} potencia de pérdidas en el hierro.

 P_q potencia en el entrehierro.

 P_{lr} potencia de pérdidas en el rotor.

 P_o potencia en el eje dl motor de inducción.

 P_{FW} potencia de pérdidas fricción.

 P_{mi} potencia del motor de inducción.

 P_{max} potencia máxima del motor de inducción.

 ${\cal P}_n$ potencia nominal de la bomba centrífuga.

p cantidad de polos del generador de imán permanente.

 p_0 presión atmosférica.

 p_a presión hidrostática absoluta.

 p_{a0} presión hidrostática relativa.

 p_m cantidad de polos del motor de inducción.

pr probabilidad.

prd función densidad de probabilidad de la distribución de Weibull (Capítulo 2).

Q caudal (Capítulo 3).

Q conjunto de valores que puede adoptar la frecuencia de excitación del motor de inducción.

 ${\cal R}$ radio hidráulico.

 \boldsymbol{r} longitud de las palas de la turbina.

 ${\cal R}_m$ resistencia de pérdidas por calentamiento del núcleo magnético.

 ${\cal R}_r$ resistencia representativa de la potencia de calentamiento del rotor.

 R'_r : resistencia rotórica.

 ${\cal R}_s$ resistencia estatórica.

Re número de Reynolds.

XIV

 ${\cal S}$ variedad de deslizamiento (Capítulo 5).

 ${\cal S}$ resbalamiento del motor de inducción.

 ${\cal S}_m$ resbalamiento que corresponde al par máximo del motor de inducción.

 ${\cal S}_n$ resbalamiento nominal del motor de inducción.

 \boldsymbol{s} distancia entre capas de fluido (Capítulo 3).

 ${\cal T}$ par en el eje de la turbina.

 ${\cal T}_0$ lugar geométrico de los puntos de máxima potencia disponible en estado estacionario.

 T_e par de carga producido por el generador de imán permanente sobre el eje de la turbina.

 T_{mi} par del motor de inducción.

 T_{mis} par de arranque del motor de inducción.

 T_{mi-m} par máximo del motor de inducción.

t tiempo.

u esfuerzo de control del sistema sin la expansión producto del modo deslizante dinámico (frecuencia de excitación del motor de inducción).

 ${\cal V}$ velocidad del viento.

V velocidad del agua (Capítulo 3).

 V_{f} tensión de alimentación del rotor de la máquina sincrónica.

 V_{mi} tensión en bornes del motor de inducción.

 $V_{\!s}$ tensión en bornes del generador sincrónico de imán permanente.

 ${\cal W}$ ganancia del modo deslizante dinámico.

wesfuerzo de control del sistema con la expansión producto del modo deslizante dinámico.

x variables de estado del sistema.

 x_{2r} punto de convergencia del sistema en la zona de vientos superiores al valor nominal.

 \boldsymbol{y} salida del sistema.

z altura.

 α ángulo de ataque (Capítulo 2).

 α_1 ; α pendiente de la recta de carga en la zona de velocidades de viento superior a la nominal.

 α_{EC} coeficiente de corrección de la energía cinética media de la circulación de un fluido por un conducto.

 γ peso específico del agua (Capítulo 3).

 γ solidez de la turbina.

 Δ_{max} máxima diferencia entre la frecuencia de excitación del motor de inducción y la que corresponde a la velocidad de giro del mismo.

 Δ_1, Δ_2 incertidumbres del sistema.

 δ ángulo entre el flujo del motor de inducción y la corriente rotórica (Capítulo 4).

 δ ángulo de potencia de la máquina sincrónica (Capítulo 4).

 η rendimiento.

 η_1 viscocidad absoluta o dinámica.

 ι perturbación externa no estructurada independiente de los estados de un sistema.

 λ relación de punta de pala.

 λ_0 relación de punta de pala a la que se verifica el máximo coeficiente de potencia C_{p0} .

 ν viscocidad relativa o cinemática.

 Ω velocidad de giro de la turbina.

 Ω_m velocidad de
giro medida de la turbina.

 Ω_r velocidad de giro real de la turbina.

 Ω_{bba} velocidad de giro de la bomba centrífuga.

 ω frecuencia sincrónica del generador de imán permanente [rad/s].

 ω_e frecuencia sincrónica del motor de inducción [rad/s].

 ω_r frecuencia del rotor del motor de inducción [rad/s].

 ω_{sl} frecuencia de resbalamiento del motor de inducción [rad/s].

 ϕ_1 flujo del generador sincrónico.

 ϕ flujo efectivo acoplado en el generador sincrónico.

 Ψ_m flujo del motor de inducción.

 Φ densidad espectral de potencia.

 ρ densidad del aire.

 ρ densidad del agua (Capítulo 3).

 τ tensión de rozamiento entre dos capas de fluido que se deslizan infinitamente próximas.

 φ desplazamiento de fase entre la corriente y la tensión de una máquina de CA.

 ξ, μ, η vectores de perturbaciones / incertidumbres.

 ξ coordenadas del sistema de bombe
o en la forma normal (Capítulo 7).

Organización y aportes de la tesis

Organización de la tesis.

Los primeros cinco capítulos pueden considerarse introductorios, se presentan los conceptos que permiten comprender el funcionamiento de los distintos componentes del sistema de bombeo propuesto, mientras que el quinto establece el sustento teórico del controlador empleado. Concretamente, en el Capítulo 1 se presenta el bombeo de agua a partir del recurso eólico y se propone el sistema de bombeo empleado. El Capítulo 2, comenta la naturaleza del viento y la manera en que las turbinas extraen la energía. El Capítulo 3 expone los principios básicos que hacen al funcionamiento de las bombas centrífugas. El Capítulo 4 presenta a la máquina de corriente alterna especificando el principio de funcionamiento y las características del motor de inducción y del generador sincrónico. El Capítulo 5 expone un enfoque geométrico de la teoría de control por modo deslizante.

Los últimos tres capítulos presentan la determinación de una estrategia de regulación y su implementación a través de un controlador por modo deslizante dinámico que garantiza el funcionamiento eficiente, confiable y robusto del sistema.

El Capítulo 6 establece la estrategia de operación para maximizar la extracción de potencia del viento, sin la medida de la velocidad del viento. Presenta el análisis de sensibilidad de los puntos de operación del sistema, el cual da lugar a la elección del lazo de control que debe implementarse. El Capítulo 7 obtiene el modelo dinámico del sistema que permite observar la dinámica de los subconjuntos de generación y de bombeo. Propone un control por modo deslizante dinámico a partir del lazo de regulación elegido en el capítulo anterior. Se analiza el rechazo a incertidumbres y perturbaciones de las cuales el desconocimiento de la velocidad del viento es la característica saliente del sistema. Se estudia la dinámica de los ceros y se presentan resultados de simulación que permiten observar el comportamiento de los componentes del sistema y el buen desempeño del control. A diferencia de los Capítulos 6 y 7, en los que se considera la maximización de la extracción de la energía proveniente del viento, el Capítulo 8 extiende el empleo del sistema a la zona de vientos mayores al considerado el límite de funcionamiento según los mencionados capítulos. Se modifica la estrategia de operación regulando la potencia nominal de la bomba centrífuga y empleando un elemento auxiliar para asegurar la convergencia y la estabilidad a puntos de funcionamiento seguros. También verifica que es posible el empleo de un único controlador en las zonas de operación (correspondientes a los Capítulos 7 y 8) a pesar del cambio de la referencia. Se presentan resultados de simulación involucrando severos cambios en la velocidad del viento con el objeto de evaluar el desempeño del control. Un perfil de viento real, definido como una característica de viento fuerte, permite evaluar el buen comportamiento del control tanto en la zona de vientos que corresponden al Capítulo 7 como en la zona de vientos superiores. Por último, en el Capítulo 9 se resume las conclusiones.

Aportes de la tesis

Los principales aportes de esta tesis son:

 Diseño de un controlador de características robustas para un sistema de generación eólica aplicado al bombeo de agua, sin conocimiento de la velocidad del viento.

- Elaboración de las estrategias de control por modo deslizante que permitan operar al sistema en un amplio rango de funcionamiento. En este sentido, se destacan dos zonas de operación, la de velocidades de viento menores a la denominada velocidad nominal, en la que se maximiza la extracción del recurso eólico en estado estacionario, y la zona de velocidades mayores al mencionado límite, en la cual la estrategia propuesta mantiene el consumo de potencia en su valor nominal.
- Conforme a las zonas mencionadas, se han propuesto diferentes superficies de deslizamiento con el objetivo de asegurar tanto la convergencia al punto de funcionamiento de estado estacionario como la estabilidad del citado punto. En base a lo anterior, se han determinado distintos controladores que, considerando las incertidumbres del sistema y sobretodo, la que el viento representa, permiten cumplir los objetivos planteados de manera robusta.
- Se ha propuesto y estudiado el empleo de un único controlador que cumple tanto con la maximización del aprovechamiento del recurso eólico como con la regulación de potencia, conforme a la zona de operación.

Capítulo 1

El bombeo de agua a partir del recurso eólico

Se presenta una breve perspectiva histórica de los sistemas que hacen uso de la energía eólica y, en particular, se resalta la importancia del empleo de este recurso energético para el bombeo de agua.

Se comentan distintas formas de acoplar las turbinas eólicas a los sistemas de bombeo de agua, y se indican las propiedades de cada una de ellas.

Se presenta el sistema eólico de bombeo de agua propuesto en esta tesis. Se describen las funciones de cada uno de los componentes y se citan los objetivos básicos que debe cumplir el sistema de control.

1.1. Breve reseña del aprovechamiento del viento a partir de turbinas eólicas

Referencias históricas muestran que en la antigüedad existían los "molinos de viento" en Persia, Irak, Egipto y China. Diecisiete siglos A.C., Hammurabi, rey de Babilonia, concibió el proyecto de riego de la rica Mesopotamia con ayuda de la energía eólica. Tres siglos A.C., Hero de Alejandría presentó, en un estudio de neumática, un molino de cuatro palas que alimentaba un órgano con aire comprimido.

Recién en la Edad Media, los molinos de viento hicieron su aparición en Italia, Francia, España y Portugal, haciéndolo más tarde en Gran Bretaña, Holanda y Alemania. Estas máquinas, de eje horizontal, llevaban cuatro aletas en cruz y eran empleadas para moler granos, principalmente trigo. En Holanda se utilizaron desde 1350 para desecar polders (terreno pantanoso ganado al mar y luego empleado para cultivo), para lo cual se les acoplaron ruedas de cangilones, o tornillos de Arquímedes, para elevar agua hasta cinco metros. También eran utilizados en muchas otras tareas, para extraer el aceite de nueces y granos, para aserrar madera, para transformar trapos viejos en papel, etc. [38].

El generador lento multipala apareció mucho después en Estados Unidos en 1870 a pesar que su diseño data de 1724. El desarrollo del generador lento, se debió a la gran demanda de agua para el ganado y para los tanques de agua del ferrocarril transcontinental [72].

Ya en 1891, en Dinamarca, el pionero Poul la Cour es responsable de la primera turbina eólica fabricada para generación de energía eléctrica. la Cour empleaba la generación para obtener hidrógeno por medio de la electrólisis del agua, el cual empleaba en las lámparas de gas de su escuela [2].

Un poco más tarde, a comienzos del siglo XX, Darrieus presentó molinos rápidos acoplados a generadores eléctricos en Francia [38].

La historia que sigue indica que con el advenimiento de los motores a explosión, la generación de energía eléctrica por medios eólicos cedió espacio frente a otras posibilidades. Sin embargo a partir de los años 70 del siglo XX, la crisis de petróleo, y el constante aumento de la demanda energética pusieron en marcha programas para investigar y desarrollar tecnologías de aplicación a las denominadas "energías renovables " que comprenden, entre otras, a la eólica, solar, mareomotriz, etc., entre las que la eólica ha experimentado un rápido crecimiento y ha emergido como una promisoria opción [27].

1.2. El bombeo de agua

La causa de más de la mitad de las enfermedades en los países en desarrollo se debe a la mala calidad del agua. Así, la provisión de agua limpia es uno de los mejores caminos para mejorar la salud e incrementar la productividad de la población. En áreas rurales el agua de buena calidad debe obtenerse desde napas subterráneas en lugar de usar las fuentes superficiales, las que frecuentemente se encuentran en mal estado. El empleo del recurso eólico para el bombeo de agua [19][16][11] [14][17][30][15], puede ser eficiente en términos de costo si las cantidades de agua requeridas son relativamente bajas, por ejemplo para el consumo en villas y para ganado [12]. En cambio la irrigación, requiere en general, de grandes cantidades de agua en períodos específicos del año, razón por la cual, el sistema estará sobredimensionado y además contará con períodos ociosos en la época de lluvias, pudiendo entonces no ser eficiente en términos de la relación costo-beneficio. Los principales competidores del bombeo de agua por medios eólicos son los sistemas diesel y los que poseen celdas solares. El primero es menos costoso y más sencillo de montar, pero requiere mantenimiento frecuente, un operario y el combustible. En algunas situaciones, la combinación entre la turbina eólica y el sistema diesel puede tener beneficios. La energía solar emplea una tecnología simple y segura, inicialmente costosa pero requiere poco mantenimiento y no emplea combustible. Como en el caso de la energía eólica, el aprovechamiento de la energía solar dependerá del nivel de la fuente energética en el sitio donde se encuentra el emprendimiento [72] por lo cual se hace difícil poder compararla con la obtenida del recurso eólico. Existen trabajos que determinan la performance de un esquema frente a otro, ver por ejemplo [71], donde se muestra la superioridad del aprovechamiento de la energía eólica sobre la solar.

Otra aplicación de las turbinas eólicas es el hidrobombeo cuya finalidad es emplear el excedente de energía para elevar agua a un depósito situado a una determinada altura, utilizando la energía potencial en los picos de demanda de energía eléctrica. Es muy efectivo para el aprovechamiento de plantas eólicas de gran potencia si se dispone del emplazamiento topográfico adecuado y de la cantidad de agua necesaria para permitir la rentabilidad de la instalación. El rendimiento de este tipo de almacenamiento es del orden de 70-75 % [9].

1.3. Acoplamiento turbina-bomba de agua

1.3.1. Acoplamiento mecánico

Turbinas eólicas lentas

Para un sistema con este tipo de acoplamiento, el diseño es relativamente sencillo. El eje de la turbina es acoplado al dispositivo de bombeo sólo por medios mecánicos de manera que la potencia mecánica de la turbina se transfiere directamente a la bomba. Las turbinas empleadas trabajan a bajas velocidades y poseen un alto par de arranque para el bombeo por lo cual el rotor de la turbina tiene gran solidez mientras que la relación de punta de pala es baja, 2 o menor [72]¹.

La mayoría de estas turbinas poseen de 12 a 24 palas, con diámetros del orden de los 2 a 5 metros a una altura entre 10 y 30 metros. Las palas del rotor son hojas de metal curvadas sin el diseño complejo de los perfiles alares modernos.

Dada la baja velocidad de rotación de las turbinas multipala, la bomba que mejor se adapta a esta característica es la de pistón, siendo la más utilizada la bomba de pistón de simple efecto. El funcionamiento se debe a la existencia de dos válvulas, una en la parte inferior del cilindro en el que se desplaza el pistón y otra solidaria a éste. La última se abre en el momento en el que el pistón desciende, período en el cual la otra

$$\gamma = \frac{Nc}{2\pi r}$$

siendo N el número de palas, c el valor medio de la cuerda de las palas y r el radio de la turbina.

A su vez, la relación de punta de pala (λ) es la relación entre la velocidad tangencial en el extremo de la pala y la velocidad del viento [27]:

$$\lambda = \frac{\Omega r}{V},$$

con Ω la velocidad de giro de la turbina y V la velocidad del viento.

¹La solidez (γ_s) de una turbina es un factor no dimensional que define la geometría de la misma. Es la relación entre el área de las palas al área barrido a: [27]

1.4. SISTEMA DE BOMBEO PROPUESTO

válvula permanece cerrada. La situación opuesta se tiene cuando el pistón asciende. El sistema de varillas del acoplamiento se encuentra siempre sometido a un esfuerzo de tracción evitando de esta manera problemas de pandeo [38]. Un sistema tipo biela-manivela transforma el movimiento de rotación de la turbina en el de traslación de la bomba. En el arranque, la turbina debe elevar el peso de la columna de líquido sobre la bomba, este instante es crítico ya que a posteriori, tanto por sistemas de contrapesos o resortes se consigue disminuir considerablemente el par de funcionamiento y la irregularidad del mismo (el pistón absorbe energía de la turbina únicamente en el ascenso), a la tercera parte del par de arranque [72].

Dado que las velocidades de la bomba y de la turbina son distintas, es necesario emplear una caja de engranajes para vincularlas.

Turbinas eólicas rápidas

En estas turbinas la velocidad es elevada mientras que la solidez y el par de arranque son bajos. Por la última característica son inadecuadas para accionar bombas tipo pistón. Sin embargo, las bombas rotodinámicas (centrífugas y axiales) poseen un par de arranque bajo, por lo cual pueden ser acopladas a las turbinas eólicas rápidas [38].

Tanto la potencia consumida por las bombas rotodinámicas como la máxima potencia que puede extraerse de las turbinas, aumentan en proporción al cubo de la velocidad de giro. Luego, una caja multiplicadora permite adecuar las velocidades obteniendo un acoplamiento eficiente.

1.3.2. Acoplamiento eléctrico

En el acoplamiento anterior, la energía eólica se transforma directamente en energía mecánica en el eje de la bomba. Otra posibilidad es el empleo de un enlace eléctrico entre la turbina y la bomba constituido por convertidores electromecánicos y líneas de transmisión. Dos de las propiedades que caracterizan a este tipo de acoplamiento son: [27]

1. la robustez, eficiencia y controlabilidad de los convertidores electromecánicos,

2. la eficiencia y capacidad de transportar la energía de los sistemas de transmisión eléctrica sobre largas distancias en forma económica y segura.

Este acoplamiento permite la ubicación de la turbina en un emplazamiento con un mejor régimen de viento del que se tiene en el lugar en el que se encuentra el pozo, mejorando la eficiencia del conjunto.

Es importante destacar que este acoplamiento permite controlar las variables eléctricas del sistema para encontrar un punto de funcionamiento determinado, en cualquier velocidad de viento.

Se ha demostrado que con sistemas de tipo comercial formados por turbina-generador de imán permanente, acople eléctrico, motor de inducción-bomba centrífuga, se ha obtenido más del doble de agua que para los sistemas turbina-bomba de pistón [13]. La inversión inicial de los sistemas es similar pero las bombas de pistón requieren mantenimiento anual contra el mantenimiento entre 7 a 10 años de las bombas centrífugas. El costo de mantenimiento de los molinos de acoplamiento directo a bomba de pistón, puede estimarse en 5 veces superior al de un sistema con acople eléctrico [13].

1.4. Sistema de bombeo con acoplamiento eléctrico propuesto para la presente tesis

El establecimiento de un punto de operación determinado, manipulando las variables eléctricas, se ve favorecido por los recientes desarrollos tecnológicos tanto de la electrónica de potencia como de la capacidad de cálculo de los controladores. Esto, unido a la flexibilidad del enlace eléctrico, permite operar a cada elemento del sistema en regiones de trabajo imposibles de acceder cuando se emplea acoplamiento mecánico.

En particular, en la presente tesis, se explotan los aspectos citados con el objeto de establecer puntos de funcionamiento que aseguren el máximo rendimiento de conversión de energía, en función del recurso eólico disponible. La Figura 1.1, muestra el esquema básico del sistema de bombeo propuesto.



Figura 1.1: Sistema de bombeo de agua

Los bloques constitutivos de la Figura 1.1, poseen las siguientes funciones y características:

- La turbina eólica convierte la energía cinética del viento en energía cinética en el eje. Ella debe ser del tipo de las denominadas rápidas, prácticamente las únicas consideradas en los diseños actuales, porque poseen mejor rendimiento que las lentas.
- El generador sincrónico de imán permanente transforma la energía de la turbina en energía eléctrica. Estas máquinas han recibido en los últimos años considerable atención en los rangos de potencia que van de valores bajos a valores medios de potencia (decenas de Kw). El campo magnético rotórico es provisto por imanes permanentes y la ausencia de un arrollamiento de CC que lo provea redunda en un aumento de la eficiencia de la máquina. Debido a la multiplicidad de polos de este generador su velocidad de giro es baja (acorde a la velocidad de giro de las turbinas rápidas), simplificando el diseño al evitar la utilización de una caja multiplicadora.
- A continuación del generador se tiene un rectificador no controlado que, a través de un enlace de CC, vincula a la carga por medio de un inversor. De esta manera se evitan problemas como el de alimentar directamente al motor de inducción desde el generador de imán permanente [45]. Efectivamente, la performance del sistema se degrada cuando el generador alimenta una carga inductiva (el motor de inducción) bajo condiciones de velocidad y frecuencias variables ya que no hay un control efectivo del flujo. Además, la distancia entre la generación y la unidad de bombeo queda acotada debido a la caída de voltaje en la línea de transmisión y a la reacción de armadura del generador, causando pérdida de par en la unidad de bombeo [41].
- El inversor, que recibe la energía proveniente del enlace de CC, es comandado a través de la frecuencia de referencia, alimentando al motor de inducción a flujo constante.
- Finalmente, la bomba centrífuga transforma la energía cinética del eje en caudal [40][24]. Las bombas denominadas rotodinámicas (centrífugas y axiales) tienen muy buenas características de funcionamiento, robustez, bajo mantenimiento, alto caudal, etc. [40].

En esta esta tesis se propone un controlador que, a partir de la medida de variables eléctricas y mecánicas, operando sobre la frecuencia de excitación del motor de inducción (Figura 1.2), permite:

- maximizar la extracción de potencia del recurso eólico cuando el viento está incluido en el rango de valores contemplados en el dimensionamiento del sistema (Capítulo 7).
- a través de la regulación de la potencia generada, extender el funcionamiento seguro del sistema a velocidades de viento superiores a dicho rango (Capítulo 8).



Velocidad de giro de la turbina

Figura 1.2: Sistema de bombeo y control propuesto

Respecto del término *variable eléctrica medida*, existen diversas posibilidades en función de los modos de control a emplear, los cuales se analizan en el Capítulo 6.

Un aspecto relevante es que el controlador propuesto permite maximizar el rendimiento de conversión de energía sin hacer uso de la medida del viento, medida que puede involucrar dificultades, tales como: [27][48]

- imprecisión de la medida debido a la 'sombra' y turbulencias generadas por la presencia de la turbina.
- imprecisión por la no uniformidad del flujo de aire en todo el área barrida por las palas.
- requerimiento de mantenimiento adicional en un sistema autónomo que, de ser posible, debe ser evitado.

En el presente trabajo de tesis se emplean técnicas de control por Modo Deslizante que ofrecen, entre otras, la característica de robustez frente a altos niveles de perturbación.

1.5. Conclusiones

Los sistemas autónomos cumplen un rol fundamental en el desarrollo de zonas aisladas, tanto para la generación eléctrica como para el suministro de agua potable. En los últimos años, en este contexto, se han obtenido importantes avances en el campo de los sistemas de conversión de energía eólica.

Dentro de los sistemas autónomos para el bombeo de agua existen sistemas con acoplamiento mecánico directo y con acoplamiento eléctrico. Los últimos presentan propiedades de elevada eficiencia, posibilidad de ubicación de la turbina en un emplazamiento con un mejor régimen de viento, control de las variables eléctricas del sistema para encontrar un punto de funcionamiento determinado en cualquier velocidad de viento, etc.

Basados en las mencionadas propiedades y en la robustez requerida por todo sistema autónomo (bajo mantenimiento, alta eficiencia, condiciones de funcionamiento segura, etc.), se propone un sistema eólico con acoplamiento eléctrico para el bombeo de agua.

Se mencionan las funciones de los elementos constitutivos y se propone como objetivo de control la operación segura, que permita la maximización de la conversión de la energía eólica, en todo el rango de velocidades de viento o la regulación de potencia cuando el recurso eólico sea excesivo.

La determinación de un controlador que permita cumplir con los objetivos citados desconociendo la velocidad del viento, debe aportar también características de robustez, es decir, rechazo a perturbaciones e incertidumbres, estableciendo un buen comportamiento general del conjunto.

Capítulo 2

Viento y turbinas eólicas

Se presentan los aspectos generales referidos a la naturaleza y a las características del viento. Dado que es un tema amplio, sólo se resaltan los aspectos de directa relación con la presente tesis. Se analiza el proceso de extracción de energía por medio de una turbina eólica. Se obtienen expresiones del par y potencia mecánicos desarrollados por la turbina y se definen coeficientes que permiten caracterizarla.

2.1. Naturaleza del viento

Debido a que la energía por unidad de superficie recibida en la tierra desde el sol depende de la latitud, se producen diferencias de temperaturas que dan lugar a gradientes de presión, los que junto a las fuerzas centrípetas y de Coriolis asociadas a la rotación de la tierra, inducen movimientos en las masas de aire (viento macro-meteorológico) [27]. En las zonas ecuatoriales las masas de aire son calentadas más que en el resto del planeta por lo que ascienden y posteriormente se dirigen a zonas de menor temperatura. Alrededor de los 30° de latitud, la fuerza de Coriolis evita que los vientos se desplacen a latitudes mayores, en consecuencia, las masas de aire descienden debido a que existe una zona de altas presiones, para luego ser atraídas por las bajas presiones del ecuador consecuencia del ascenso de dichas masas de aire en aquellas latitudes. Este tipo de viento existe a partir de una altura de 1 km. [27].

En las regiones bajas de la atmósfera (hasta alrededor de los 100 m), existen los denominados vientos de superficie. El movimiento del aire a estas alturas es retardado por la rugosidad y los obstáculos del suelo.

En general se puede decir que, aunque los vientos globales son importantes en la determinación del viento dominante de un área, las condiciones climáticas locales pueden definir las direcciones de viento más comunes (vientos locales). Dentro de los vientos locales, encontramos la brisa marina y el viento de montaña. Las turbulencias, que son de naturaleza mecánica y/o térmica, dan lugar a rápidas fluctuaciones en la velocidad del viento denominadas ráfagas [27].

2.1.1. Características básicas del viento

El perfil de viento medio presenta una variación (aumento) con la altura, producto de la influencia de la rugosidad de la superficie terrestre, influencia que se anula a los 2000 metros. Sin embargo, para el estudio y aplicaciones de tipo eólicas, el límite de altura ronda los 200 metros. Existen diversas funciones de tipo exponencial que modelan la variación de la velocidad media del viento con la altura, en las cuales, a través de distintos factores se toman en cuenta las características del suelo y el rango de alturas a ser cubierto [72] [38].

La mayor parte de los problemas de las estructuras que emplean el recurso eólico, están relacionados con las cargas producidas en severas condiciones de viento. En estas condiciones, en las capas inferiores de la atmósfera, la fricción de la masas de aire con las superficies causa gradientes térmicos que dan lugar a procesos de convección. Estos procesos son destruidos en las capas superiores por la neutralidad y estabilidad del resto de la atmósfera. Registros anemométricos en condiciones de fuerte variabilidad del recurso eólico, permiten establecer las principales características del flujo de aire en las regiones cercanas al suelo, pudiendo resumirse en: [27]

- La velocidad del viento se incrementa con la altura.
- Existen variaciones en la velocidad del viento, denominadas turbulencias.
- El espectro de las turbulencias abarca tanto el rango de altas como de bajas frecuencias.
- La turbulencia a diferentes alturas está correlacionada. Dicha correlación se torna más intensa a medida que la diferencia de alturas y la frecuencia disminuyen.

Espectro de Van der Hoven

Como resultado de las componentes macro y micrometeorológicas, el viento posee un contenido de frecuencias extremadamente amplio como muestra el espectro de Van der Hoven (Figura 2.1). En dicho espectro, Φ es la densidad espectral de potencia del viento y f la frecuencia. La potencia del viento queda determinada por el área bajo la curva.



Figura 2.1: Espectro de Van der Hoven

Se observan las siguientes características:

- Las zonas de baja frecuencia (el período puede ser de unos cuatro días) poseen un pico de energía debido a la componente macrometeorológica del viento.
- Las zonas de alta frecuencia (con períodos del orden del minuto) poseen otro máximo debido a las componentes micrometeorológicas del viento (las turbulencias).

Si bien el espectro puede cambiar de un lugar a otro, se ha encontrado que dicha distribución se repite. El análisis precedente permite elegir un valor de tiempo adecuado para promediar la velocidad del viento que no esté influenciado por alguna de las zonas mencionadas. Éste suele tomarse, en general, entre 20 minutos y 2 horas.

Influencia del terreno sobre el recurso eólico

El terreno juega un papel preponderante en la determinación del lugar con mejores características de viento, es decir, un lugar adecuado para un emprendimiento eólico. Los distintos obstáculos (árboles y edificios por ejemplo) pueden producir turbulencias dando origen a pérdidas en la potencia disponible en el viento.

Las turbinas eólicas generalmente son ubicadas en los topes de las colinas, esto se debe a que el viento se comprime en la parte inferior de la colina, asciende por ella e incrementa su velocidad alcanzando el valor máximo en el extremo superior [38][37].

El efecto túnel (típicamente producido entre laderas de formaciones rocosas enfrentadas) se debe a la compresión del aire por la presencia de dos obstáculos que permiten la circulación del aire entre ellos. En consecuencia, se establece un aumento en la velocidad de la masa de aire [2].

2.1.2. Distribución estadística de la velocidad del viento

Si se miden las velocidades del viento a lo largo de un año se observará que los vientos moderados predominan sobre los fuertes vendavales. La variación del viento en un emplazamiento típico suele describirse por medio de una distribución estadística, conocida como distribución de Weibull:

$$prd(V) = \left(\frac{k}{C}\right) \left(\frac{V}{C}\right)^{k-1} \exp\left[-\frac{V}{C}\right],$$
(2.1)

siendo prd(V) la función densidad de probabilidad de la distribución de Weibull, k es el parámetro de forma y C es el parámetro de escala.

La distribución estadística de las velocidades del viento varía de un lugar a otro, dependiendo de las condiciones climáticas locales, del paisaje y de su superficie. Por lo tanto, la Distribución de Weibull puede variar tanto en la forma como en el valor medio. Si el parámetro de forma es exactamente 2, como el presentado en la Figura 2.2, la distribución es conocida como distribución de Rayleigh. Los fabricantes de aerogeneradores proporcionan gráficos de rendimiento para sus máquinas basados en la distribución de Rayleigh [2].



Figura 2.2: Distribución de probabilidades de Weibull. pr_p : punto modal. V_m : mediana

La mediana de la distribución V_m establece que la mitad del tiempo el viento soplará por encima de ese valor y la otra mitad por debajo de ella. Sin embargo, la velocidad media del viento es realmente el promedio de las observaciones de la velocidad del viento del emplazamiento, obtenido como la suma de los productos en cada intervalo de la velocidad del viento por la probabilidad pr de tener esa velocidad particular [2]. Como puede observarse, la distribución de las velocidades del viento es sesgada. Las velocidades de viento muy altas son poco probables, mientras que las velocidades del viento del pico de probabilidad pr_p (el valor modal de la distribución) son las más comunes [2].

2.2. Extracción de la energía cinética del viento

Al acercarse una masa de aire a la turbina, se produce una disminución de su velocidad y, consecuentemente, un aumento de la presión en el frente de la turbina. Al atravesar el área de barrido de la palas, se produce una caída de la presión estática de la masa de aire inmediatamente después de la turbina. Esta presión corriente abajo recupera su valor normal (la presión atmosférica) a costa de disminuir la velocidad de desplazamiento de la masa de aire. Finalmente, entre secciones lo suficientemente alejadas delante y detrás de la turbina, no existe cambio en la presión de la masa de aire pero sí un cambio en su velocidad [27]. (Figura 2.3, con V_1 y V_2 las velocidades de viento).



Figura 2.3: Disminución de la velocidad del viento al atravesar la turbina

La teoría de Betz considera a la turbina como un disco que, conforme a la explicación precedente, absorbe parte de la potencia disponible en el viento. Establece además, que no puede transformarse más que el 59 % de la potencia del viento (límite de Betz) en potencia mecánica en el eje de la turbina [27][2]. La teoría es aplicable indistintamente a turbinas de eje vertical y de eje horizontal.

La variación de la cantidad de movimiento y la aplicación del teorema de Bernoulli, permiten obtener la expresión de la potencia que se puede extraer del viento. La Figura 2.4, muestra cómo varían el área de la masa de aire, la velocidad y la presión al atravesar el *disco actuador*, siendo, V_{∞} la velocidad de la masa de aire corriente arriba del actuador, V_D la velocidad en el disco actuador, V_W la velocidad corriente abajo y p es la presión en distintos puntos de la masa de aire.



Figura 2.4: Presión, velocidad y área del flujo de aire en el proceso de extracción de energía

Como el flujo de aire debe conservarse, la ecuación de continuidad dice:

$$\rho \cdot A_{\infty} \cdot V_{\infty} = \rho_D \cdot A_D \cdot V_D = \rho_W \cdot A_W \cdot V_W, \tag{2.2}$$

donde ρ es la densidad del aire y A el área de la masa de aire en las distintas secciones. El cambio en la velocidad de la masa de aire debido al disco se puede representar por un coeficiente a denominado factor de inducción axial del flujo. Consecuentemente, la velocidad en el disco es:

$$V_D = (1-a) \cdot V_\infty. \tag{2.3}$$

El cambio en la cantidad de movimiento que experimenta el aire depende del cambio de velocidad corriente arriba y abajo del disco, y de la cantidad de masa por unidad de tiempo que pasa por el mismo. Así, tenemos:

2.2. EXTRACCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA DEL VIENTO

Cant. mov. =
$$(V_{\infty} - V_W) \cdot \rho \cdot A_D \cdot (1-a) \cdot V_{\infty}.$$
 (2.4)

La variación en la cantidad de movimiento es producida por la caída de presión en las inmediaciones del disco:

$$(p_D^+ - p_D^-)A_D = (V_\infty - V_W) \cdot \rho \cdot A_D \cdot (1 - a) \cdot V_\infty.$$
(2.5)

Para obtener una expresión en función de la velocidad exclusivamente, se reemplaza la caída de presiones empleando el Teorema de Bernoulli, el cual es básicamente el principio de conservación de la energía para la circulación de fluídos y se detalla más adelante (§3.1.1).

$$\frac{1}{2}\rho V^2 + p + \rho gz = cte. \tag{2.6}$$

Si se emplea dos veces el teorema, la primera entre una sección corriente abajo suficientemente alejada y otra sección también corriente abajo pero inmediatamente antes del disco, y se hace lo propio en el otro lado del disco, se tiene:

$$\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^{2} + p_{\infty} + \rho g z_{\infty} = \frac{1}{2}\rho V_{D}^{2} + p_{D}^{+} + \rho g z_{D}, \qquad (2.7)$$

$$\frac{1}{2}\rho V_W^2 + p_\infty + \rho g z_W = \frac{1}{2}\rho V_D^2 + p_D^- + \rho g z_D, \qquad (2.8)$$

$$p_D^+ - p_D^- = \frac{1}{2}\rho(V_\infty^2 - V_W^2).$$
 (2.9)

Reemplazando en (2.5) se puede despejar la relación entre las velocidades corriente arriba y abajo del disco:

$$\frac{1}{2}(V_{\infty}^2 - V_W^2) = (V_{\infty}^2 - V_W^2)(1-a)V_{\infty} \Rightarrow$$
(2.10)

$$V_W = (1 - 2a)V_{\infty}.$$
 (2.11)

Como la fuerza es el producto de la presión por el área, a partir de aquella se puede calcular la potencia, de (2.5) y de (2.10) se tiene:

$$F = (p_D^+ - p_D^-)A_D = 2\rho A_D V_{\infty}^2 a(1-a) \Rightarrow$$
 (2.12)

$$P = F \cdot V_D = 2\rho A_D V_\infty^3 a (1-a)^2.$$
(2.13)

Se define el coeficiente de potencia C_p como:

$$C_p = \frac{P}{0.5\rho A_D V_\infty^3} \Rightarrow \tag{2.14}$$

$$C_p = 4a(1-a)^2, (2.15)$$

Haciendo nula la derivada del coeficiente de potencia respecto de a, se puede encontrar que el valor máximo de conversión de potencia conocido como límite de Betz. Éste corresponde a $C_p = 0,593$ cuando a = 0,33.

2.2.1. Fuerzas que actúan sobre las turbinas. Potencia y par desarrollados

Con el objeto de obtener resultados próximos al límite de Betz se emplean turbinas con palas de secciones transversales similares a las utilizadas en los perfiles alares. Dichos perfiles están sometidos a distintos tipos de cargas que se deben conocer para el diseño de la turbina. Entre ellas se pueden mencionar las fuerzas de arrastre, sustentación, empuje axial, etc.. La composición de estas fuerzas establece el par necesario para que la turbina gire, y de esta manera transmita la potencia del viento al eje de la misma. En general, estos perfiles son curvados y poseen una denominación común NACA y a continuación un número que indica su

13

CAPÍTULO 2. VIENTO Y TURBINAS EÓLICAS

forma y dimensiones [27]. La Figura 2.5, muestra las velocidades y las fuerzas intervinientes en la extracción de energía del viento. En dicha figura, la velocidad de viento efectiva en el perfil alar es la composición de la velocidad real del viento y la debida a la velocidad tangencial de la turbina. En la parte b) de la figura se indican las fuerzas de sustentación L y la de arrastre D. La fuerza de arrastre está en la dirección de la velocidad de viento efectiva y en cuadratura con ésta se encuentra la fuerza de sustentación. Se dice que el perfil entra en pérdidas cuando, superado un ángulo de ataque α_{max} , la fuerza de sustentación decrece y aumenta significativamente la de arrastre. El par de la turbina, se establece como consecuencia de la turbina). Cuando el perfil entra en pérdidas disminuye el par de la turbina y, por consiguiente, la extracción de la energía cinética del viento.



Figura 2.5: Composición de velocidades y de fuerzas en la turbina

El parámetro que relaciona la velocidad tangencial en el extremo de las palas con la velocidad del viento es conocido como la relación de punta de pala λ

$$\lambda = \frac{\Omega r}{V_{\infty}},\tag{2.16}$$

siendo Ω la velocidad de giro de la turbina, V_{∞}^{1} la velocidad del viento en una sección anterior alejada del disco actuador y r el radio de la turbina. El coeficiente λ tiene relación directa con el factor de inducción de flujo a y de hecho las curvas del coeficiente de potencia se presentan, en general, como una función de λ y no de a. Luego, la potencia que se extrae del viento puede escribirse como:

$$P = kV^3 C_p(\lambda). \tag{2.17}$$

con $k = \frac{\pi \rho r^2}{2}$. Entonces el par desarrollado en el eje es:

$$T = kV^3 \frac{C_p(\lambda)}{\Omega}.$$
(2.18)

La potencia es máxima cuando es máximo el coeficiente $C_p(\lambda)$.

La Figura 2.6 muestra una aproximación polinómica del coeficiente de potencia en función de λ . Se observa que para al valor máximo del coeficiente de potencia C_{p0} , le corresponde un determinado valor de la relación de punta de pala λ_0 .

¹En lo que sigue $V_{\infty} = V$



Figura 2.6: Coeficiente de potencia en función de la relación de punta de pala

Considerando que para cada velocidad de viento, la máxima potencia que se puede extraer se produce a una dada velocidad de giro de la turbina, que corresponde a la relación de punta de pala óptima $\lambda = \lambda_0$, se puede encontrar una expresión de la potencia máxima disponible, en función de la velocidad de giro de la turbina. Efectivamente, si se reemplaza la velocidad del viento correspondiente al λ_0 :

$$V = \frac{\Omega r}{\lambda_0}, \tag{2.19}$$

en la expresión de la potencia de la turbina (2.17), resulta:

$$P_0 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \Omega^3, \qquad (2.20)$$

siendo el correspondiente par:

$$T_0 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \Omega^2.$$
(2.21)

Puede observarse que:

- las expresiones (2.20) y (2.21) son independientes de la velocidad del viento,
- la máxima potencia es una función cúbica de la velocidad de giro y, por lo tanto, el par correspondiente sigue una dependencia cuadrática con ella.

La expresión (2.20), que es una consecuencia de la (2.19) y de la curva del coeficiente C_p , muestra la conveniencia de operar al sistema en un régimen de velocidad variable si lo que se pretende es extraer la máxima energía disponible en el viento. Las Figuras 2.7 y 2.8 muestran las curvas de potencia (expresión (2.17)) y par de la turbina (expresión (2.18)), teniendo al viento como parámetro, también se muestran las curvas que corresponden a las ecuaciones (2.20) y (2.21).



Figura 2.7: Línea llena: potencia de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: curva de máxima potencia en función de la velocidad de giro



Figura 2.8: Línea llena: par de la turbina en función de la velocidad de giro con el viento como parámetro. Línea de trazos: par correspondiente a $\lambda = \lambda_0$ en función de la velocidad de giro

2.2.2. Cargas perjudiciales en las turbinas

Además de los pares "útiles" que dan lugar a la rotación de la turbina y, por consiguiente, a la generación de energía, existen otras cargas aerodinámicas que producen esfuerzos perjudiciales. Estos pueden disminuir la vida de útil de la turbina y degradar la calidad de la potencia generada. Las cargas perjudiciales se pueden clasificar en: [27]

 cargas aerodinámicas: dentro de estas cargas existen algunas que son comunes tanto a las turbinas de eje vertical como a las de eje horizontal, y otras que son propias de cada tipo. Entre las comunes se encuentran la sombra de la torre y el gradiente de velocidades de viento con la altura. Además las turbinas de eje horizontal se ven sometidas a cargas debidas a desalineamientos entre la dirección del viento y del eje de la turbina. Las de ejes verticales están sometidas a variaciones periódicas de las fuerzas normales y tangenciales sobre las palas.

Todas estas cargas son de tipo cíclicas con una frecuencia fundamental asociada a la velocidad de giro del rotor.

 cargas mecánicas: la gravedad, las cargas giroscópicas y, en las turbinas de eje horizontal, las cargas debidas a la inclinación de las palas que reducen el nivel de las fuerzas de empuje sobre la estructura.

2.2. EXTRACCIÓN DE LA ENERGÍA CINÉTICA DEL VIENTO

2.2.3. Clasificación de las turbinas

Existen numerosas formas de clasificar a las turbinas, algunas de las cuales se detallan seguidamente:

- 1. de acuerdo a la posición del eje (vertical-horizontal)
- 2. de acuerdo al tamaño
- 3. de acuerdo a si están o no conectadas a la red de energía
- 4. de acuerdo a su orientación (barlovento o a sotavento)
- 5. de acuerdo al tipo de generación (sincrónica o asincrónica)
- 6. de acuerdo al tipo de soporte
- 7. de acuerdo a la solidez de la turbina
- 8. de acuerdo a la cantidad de palas
- 9. de acuerdo a la forma de controlar la generación

Con respecto al punto 7), el coeficiente de solidez de la turbina γ , es la relación entre el área de las palas al área barrido por ellas (el área del disco actuador):

$$\gamma = \frac{Nc}{2\pi r},\tag{2.22}$$

siendo N la cantidad de palas y c el valor medio de la cuerda de las palas. Por ejemplo, los molinos multipala tipo americano de fines del siglo XIX, tienen gran solidez, mientras que las turbinas actuales poseen baja solidez. La diferencia entre ambas configuraciones se hace evidente cuando se analizan las curvas de los coeficientes de potencia. Para los de gran solidez el λ de trabajo llega hasta el valor 2 aproximadamente, mientras que para los de baja solidez ronda el valor 10. En un caso la potencia se obtiene por el elevado par (gran solidez) y en el otro (baja solidez) por la elevada velocidad de giro. Las turbinas de elevada solidez, en la práctica, tienen un C_p máximo menor.

Las turbinas de baja solidez son prácticamente las únicas empleadas con fines de generación. Normalmente poseen dos o tres palas. Las de tres palas pueden obtener hasta un 5% más de energía, son más estéticas, menos ruidosas y tiene menores cargas cíclicas. Las de dos palas son más baratas, más livianas y de fácil instalación.

La conversión de energía puede ser controlada a partir de:

- medios mecánicos:
 - 1. controlando el ángulo de giro de las palas [33][32][51][27].
 - 2. diseñando el perfil alar para producir la entrada en pérdidas cuando la velocidad del viento es mayor que la crítica [48].
- medios electrónicos: controlando las variables eléctricas del generador. Esta forma de control es más robusta y versátil que la que se obtiene por medios mecánicos.
- combinación de medios mecánicos y electrónicos.

2.3. Conclusiones

Se han presentado diversas características del viento y de las turbinas eólicas.

Se ha introducido la teoría necesaria para comprender la manera en que las turbinas extraen la energía del recurso eólico. A partir de esta teoría se desprende que existe un límite teórico para la extracción de energía a partir del viento (59%).

Del análisis se concluye que las turbinas presentan una característica de funcionamiento altamente no lineal con respecto a la velocidad de giro y a la velocidad del viento que, en particular, se manifiesta en las expresiones de par y potencia.

Un punto importante a resaltar es que para maximizar la extracción de energía, es necesario que la turbina opere a velocidad de giro variable en función del viento. Con esta finalidad el control de las turbinas juega un papel fundamental. En este contexto, los medios electrónicos para su control permiten mayor versatilidad y robustez que los conseguidos por medios mecánicos.

Capítulo 3

Hidrodinámica. Bombas centrífugas

Se presentan conceptos fundamentales de Hidrodinámica, en particular aquéllos necesarios para comprender el funcionamiento de las bombas centrífugas.

Se resaltan las ventajas de las bombas centrífugas respecto de otras bombas en base a características de robustez, mantenimiento y seguridad tanto del elemento en si como la de la instalación de la que forma parte.

Se presentan las leyes de semejanza de las bombas, ampliamente verificadas en la práctica y que permiten obtener una aproximación del comportamiento de las mismas. Se presentan distintas formas de variar el caudal en instalaciones con bombas centrífugas.

Se comentan algunos fenómenos anormales en el comportamiento de las bombas.

3.1. Líquidos perfectos y líquidos reales

Se denomina líquido perfecto al líquido ideal, caracterizado por su incompresibilidad y porque sus partículas pueden deslizarse unas sobre otras sin consumir energía. Es equivalente a decir que el fluido carece de viscosidad [24], por ello todas las partículas que atraviesan la misma sección transversal poseen idéntica velocidad.

En un líquido real, al momento de iniciarse el movimiento se genera, entre las distintas capas, una resistencia debida al rozamiento interno producido por la viscosidad del fluido. Esta resistencia se opone al deslizamiento y persiste mientras continúa el mismo. Para vencer dicha resistencia, es necesario gastar energía en la circulación.

El estudio de los líquidos en movimiento se denomina hidrodinámica. Su complejidad hace que, inicialmente, se admitan hipótesis como la del líquido perfecto, que simplifican el problema. Cuando los resultados no son acordes con la realidad, se emplean coeficientes de corrección, determinados generalmente en forma experimental, que permiten aproximar las condiciones del movimiento a las de los líquidos reales.

3.1.1. Líquidos perfectos

Teorema General de la Hidrostática

El teorema general de la hidrostática dice, para un líquido en reposo, la diferencia de presión hidrostática entre dos puntos separados por una altura h es igual al producto del peso específico del líquido por dicha diferencia de profundidad.

Así, existe una altura representativa de la diferencia de presiones hidrostáticas entre dos puntos cualquiera considerados en un líquido en reposo

$$\gamma h + p_0 = p_A,\tag{3.1}$$

siendo γ el peso específico del líquido, p_0 la presión atmosférica y p_A la presión hidrostática absoluta en el punto considerado (Figura 3.1). En general, $\gamma h = p_{A0}$ siendo p_{A0} la presión relativa.



Figura 3.1: Interpretación gráfica de la altura representativa de la presión (Teorema General de la Hidrostática)

Principio de Torriceli

Torricelli observó que en un sistema como el de la Figura 3.2, el chorro ascendente alcanzaba casi el nivel del líquido del depósito cuando la presión interior sobre la superficie del líquido era igual a la exterior.



Figura 3.2: Experiencia del Principio de Torricelli

A partir de esta observación, vinculando las energías potencial y cinética, obtuvo una expresión que permite establecer la relación entre la velocidad de salida V de un partícula líquida por un orificio y la denominada altura de carga h,

$$h = \frac{V^2}{2g}.\tag{3.2}$$

Teorema de Bernoulli

Tanto la altura representativa de la presión como la altura geométrica se corresponden con energías potenciales porque ambas se manifiestan cuando el líquido está en reposo. Considerando que la partícula del líquido circula en movimiento permanente y sin rozamiento se está en presencia de un sistema conservativo. Lo anterior se encuentra expresado en el teorema de Bernoulli. En el movimiento permanente de una partícula de un líquido o de un fluido que circula sin rozamiento, la suma de la altura geométrica (z), la altura representativa de la presión (p/γ) y la altura representativa de la velocidad $(V^2/2g)$, es constante en cualquier sección transversal.

El teorema implica:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = cte. \tag{3.3}$$

En la Figura 3.3 se presentan las alturas representativas enunciadas y se establece un plano de comparación.
3.1. LÍQUIDOS PERFECTOS Y LÍQUIDOS REALES



Figura 3.3: Interpretación gráfica del Teorema de Bernoulli

Es importante subrayar que la expresión (3.3) es válida para un líquido perfecto en movimiento permanente. A continuación se obtiene la expresión equivalente para líquidos reales.

3.1.2. Líquidos reales

Viscosidad

Un líquido en movimiento lento se desplaza según capas que se deslizan paralelamente unas sobre otras. Así, la velocidad varía suavemente entre dos capas que se encuentran infinitamente próximas. Por el deslizamiento se producen tensiones de rozamiento internas o fuerzas de rozamiento por unidad de superficie las cuales son proporcionales a la caída de velocidad según la Ley de Newton de la viscosidad (Figura 3.4):

$$\tau = \eta_1 \frac{dV}{ds} \left[N/m^2 \right], \tag{3.4}$$

siendo

$$\eta_1 = \frac{\tau}{dV/ds} \left[Ns/m^2 \right],\tag{3.5}$$

el coeficiente de viscosidad absoluta o dinámica, con τ la tensión, $V \ge V + dV$ las velocidades y ds la separación infinitesimal entre capas. Si se divide la viscosidad absoluta por la densidad del líquido ρ , se tiene la viscosidad cinemática,



Figura 3.4: Viscosidad

Régimen laminar. Régimen turbulento

Cuando la velocidad es pequeña, y hasta un cierto límite, el movimiento se realiza por capas superpuestas paralelas a las paredes de la tubería. Este régimen se denomina laminar.

Cuando la velocidad supera un cierto límite, la circulación deja de producirse por capas superpuestas y presenta una forma turbulenta. Este régimen se denomina turbulento debido a que el movimiento principal es perturbado por otros, desordenados, que se componen con aquél.

Reynolds llegó a establecer una velocidad de fluido, denominada crítica, por debajo de la cual la circulación se realiza en régimen laminar. El valor de esa velocidad lo vinculó a un coeficiente que se conoce como el número de Reynolds, expresado por

$$Re = 4\frac{VR}{\nu},\tag{3.7}$$

con V la velocidad media y $R = \frac{A}{B}$ el radio hidráulico o radio medio que es la relación entre la sección transversal A y el perímetro mojado B. Así la velocidad media crítica se calcula a partir del número de Reynolds 2320, para una tubería circular llena reemplazando el valor de radio hidráulico se tiene 2320 = $4\frac{V_c R}{\nu} = 4\frac{V_c R\gamma}{\eta_1 g} = 4\frac{V_c \gamma}{\eta_1 g}\frac{d}{4}$ con d el diámetro de la sección transversal.

$$V_c = 2320 \frac{\nu}{d} = 2320 \frac{\eta_1 g}{d\gamma}.$$
 (3.8)

Si la velocidad en una tubería o conducto no alcanza el valor crítico, el régimen es laminar.

Teorema de Bernoulli aplicado a los líquidos reales

La expresión del teorema de Bernoulli, aplicado a los líquidos reales es:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_{EC} \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_{EC} \frac{V_2^2}{2g} + J_{12} = cte.$$
(3.9)

La ecuación (3.9) se diferencia de la expresión (3.3) por el coeficiente α_{EC} y el término J_{12} . El coeficiente α_{EC} tiene en cuenta la desigualdad de velocidades de los filetes del líquido (en los líquidos ideales todos los filetes poseen la misma velocidad, la velocidad media). Para una dada sección transversal del conducto, este coeficiente pesa a la velocidad media del líquido para obtener la energía cinética en dicha sección transversal. Si además se considera la presencia del efecto disipativo por el rozamiento característico de los líquidos reales, la energía total del sistema va disminuyendo en el sentido del movimiento debido a que una parte de la energía que posee el fluido se emplea en vencer las resistencias (J_{12}) . Existen otras componentes que disminuyen la energía total del sistema, los cambios de sección, de dirección, variaciones abruptas en la velocidad del líquido, etc.

La Figura 3.5 representa la expresión del teorema de Bernoulli aplicada a la circulación de un líquido real.



Figura 3.5: Interpretación gráfica del Teorema de Bernoulli aplicado a la circulación de un líquido real

3.1.3. Factor de fricción. Diagrama de Moody

De las pérdidas enunciadas, la del rozamiento en la circulación del líquido es, en general, la que más afecta a la energía en el conducto representando una caída de presión entre las secciones consideradas (como la velocidad está fijada por la sección transversal y el caudal, y la altura geométrica es un factor externo,

3.1. LÍQUIDOS PERFECTOS Y LÍQUIDOS REALES

todas las pérdidas se reflejan como una caída de la presión del fluido según el Teorema de Bernoulli). Para independizarse de la longitud del conducto se trabaja con la caída de presión por unidad de longitud j = J/l. Este coeficiente es dependiente de la velocidad de circulación y de la viscosidad del fluido si se trata de un régimen laminar. Si se trata de un régimen turbulento depende, además de los factores mencionados, de la aspereza del conducto. La aspereza absoluta k es la altura media de las irregularidades en la pared del conducto y la aspereza relativa k/d es la relación entre la aspereza absoluta y el diámetro del conducto.

Diagrama de Moody

Este diagrama presenta en el eje de abscisas al número de Reynolds y en ordenadas al factor de fricción f, el cual permite obtener la pérdida de carga por unidad de longitud de la siguiente expresión:

$$j = \frac{f}{d} \frac{V^2}{2g},\tag{3.10}$$

siendo $V \ge d$ la velocidad media del líquido y el diámetro del conducto respectivamente. La pérdida por frotamiento será entonces una función cuadrática de la velocidad media, es decir del caudal, por lo que puede escribirse:

$$J = jl = k'Q^2. (3.11)$$

El diagrama de Moody es la unión de las distintas fórmulas existentes para determinar el factor de fricción f según la velocidad a la que se desplace el fluido. Una vez obtenido f se procede a calcular j y con la longitud de la tubería la pérdida de carga total debido al rozamiento del líquido. Dado que la circulación en régimen turbulento también es función de k/d, el diagrama presenta una familia de curvas en función del valor de la aspereza relativa. La Figura 3.6, presenta un esquema del diagrama de Moody en el que se indican las expresiones empleadas para determinar f en cada tramo.



Figura 3.6: Diagrama de Moody

Del diagrama de Moody puede deducirse lo siguiente:

a) En el régimen laminar (hasta Re = 2320), no influye la aspereza en la circulación.

b) Existe una zona de transición entre ambos tipos de escurrimiento.

c) Los tubos con menor aspereza relativa se comportan como lisos durante un intervalo que es tanto mayor cuanto menor es la rugosidad.

d) Cuando el Re es muy grande, las curvas correspondientes a k/d tienden a hacerse paralelas a la abscisa, implicando que el factor de fricción es independiente del número de Reynolds.

Respecto de las demás pérdidas (cambios de dirección, cambios de sección, variación abrupta de la energía cinética), se encuentran tabulados distintos coeficientes $(k^{''})$ que permiten calcular la disminución de presión equivalente pero su influencia es, en general, escasa frente a las pérdidas por fricción. Las pérdidas de este tipo se obtienen como:

$$J = k'' Q^2. (3.12)$$

3.2. Máquinas de fluido

Una máquina se puede definir como un transformador de energía. Dentro de las máquinas existe un grupo bien definido denominado máquinas de fluido.

Máquinas de fluido son aquellas máquinas en las que o bien el fluido suministra la energía que absorbe la máquina o bien el fluido es el receptor al que la máquina restituye la energía mecánica absorbida.

Según el principio de funcionamiento las máquinas de fluido se pueden clasificar en máquinas de desplazamiento positivo y turbomáquinas.

Las máquinas de desplazamiento positivo incluyen todas las máquinas de émbolo (bombas, compresores, máquinas de vapor, motores de gas, de explosión, diesel, cilindros hidráulicos y neumáticos, etc.) cuyo principio de funcionamiento es el denominado principio de desplazamiento positivo. Según este principio una cantidad determinada de fluido es retenida "positivamente" en su paso a través de la máquina, experimentando variaciones de presión, gracias a las variaciones de volumen del órgano de retención. Además existen las máquinas rotativas volumétricas o de desplazamiento positivo en las que no es tan evidente la definición y se basan en la excentricidad del rotor de la máquina y por esto, aumenta o disminuye cíclicamente el volumen del fluido retenido, con lo que tienen lugar los cambios de presión mencionados. Ejemplos de estos tipos de máquinas son las bombas de paletas deslizantes, las bombas de engranajes y las de engranajes y tornillo. Como en el rotor de estas máquinas se intercambia energía de presión estática, también se las denomina rotoestáticas en contraposición con las turbomáquinas denominadas rotodinámicas.

En las turbomáquinas, el intercambio de energía se debe a la variación de la energía cinética del fluido, al pasar por los conductos de un órgano que se mueve con movimiento de rotación, dotado de álabes o paletas, que se denomina rotor [40].

3.2.1. Bombas hidráulicas. Aspectos generales.

Una bomba es una máquina de fluido, que sirve para transferir energía al líquido que la atraviesa. Si se escribe la ecuación de Bernoulli (despreciando las pérdidas) en las secciones de entrada y de salida de la bomba se tiene el equivalente de la energía transferida en el interior de la misma, representada en dicha ecuación por la altura H_b :

$$H_b = z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}.$$
(3.13)

Dado que $z_2 - z_1 \simeq 0$ se tiene que, si se trata de bombas de desplazamiento positivo, el término dominante del segundo miembro de la expresión (3.13) es el de las presiones, mientras que en el caso de las rotodinámicas el intercambio energético viene dado por el salto de velocidades.

Si ${\cal P}_{bba}$ es la potencia desarrollada para superar una cierta altura, entonces

$$P_{bba} = \frac{F.H}{t},\tag{3.14}$$

con F la fuerza, H altura y t el tiempo. Considerando la altura equivalente del teorema de Bernoulli y dado que la fuerza a vencer es el peso del fluido se tiene:

$$P_{bba} = \frac{m.g.H_b}{t},\tag{3.15}$$

donde la masa y el tiempo son difíciles de conocer, pero sí son datos el caudal Q y el peso específico γ del fluido,

$$P_{bba} = \frac{m.g.H_b}{t} = \frac{m.g}{V} \frac{V}{t} H_b = \gamma.Q.H_b, \qquad (3.16)$$

así la potencia desarrollada por la bomba es una función lineal del caudal para una altura dada.

3.2. MÁQUINAS DE FLUIDO

3.2.2. Ventajas y desventajas de las bombas rotodinámicas sobre las de desplazamiento positivo

Las ventajas de las bombas rotodinámicas sobre las de desplazamiento positivo (también denominadas alternativas) son:

1. Mayor velocidad de rotación. Por lo tanto pueden acoplarse en forma directa al motor.

2. Reducción de peso y volumen.

3. Elementos de montaje y soporte de menor tamaño.

4. Eliminación de partes móviles, excepto el rotor. Menos piezas sometidas a desgaste, construcción mecánica más sencilla.

5. Carencia de válvulas y mayor juego de las partes en movimiento relativo, prestándose al bombeo de fluidos con sólidos en suspensión (arenas, fangos, etc.).

6. Ausencia de fuerzas de inercia descompensadas, si el rotor se equilibra estática y dinámicamente.

7. Número de revoluciones específicas más elevado. Se prestan al bombeo de grandes caudales.

8. Flujo continuo del fluido bombeado. Eliminación de sistemas de amortiguamiento en las tuberías.

9. La válvula de impulsión completamente cerrada no constituye mayor peligro.

10. Incontaminación del fluido bombeado. Si los cojinetes están fuera de la carcaza el fluido no se pone en contacto con el aceite.

Las ventajas de las bombas alternativas sobre las rotodinámicas son:

1. Presión máxima ilimitada. El bombeo a muy grandes presiones está limitado a las bombas alternativas.

2. Mayor rendimiento. Sobre todo en el campo de las grandes presiones. Al aumentar con la presión el número de escalonamientos en las bombas rotodinámicas disminuye rápidamente el rendimiento.

3. Son autocebantes. Las rotodinámicas no.

4. Presión independiente del caudal. En las rotodinámicas al variar a presión varía el caudal si se mantiene constante el número de revoluciones. Esta propiedad determina el uso casi exclusivo de las bombas de desplazamiento positivo en el campo de las transmisiones y controles hidráulicos.

Las bombas rotodinámicas se clasifican en radiales, diagonales y axiales de las cuales las primeras dos se denominan centrífugas, existen varias clasificaciones según se consideren el número de escalonamientos o etapas, la posición del eje, el tipo de accionamiento, etc.

El número de escalonamientos se utiliza para aumentar la altura efectiva de la bomba con un mismo caudal, se trata de un montaje serie de bombas en una sola carcaza ya que al mismo eje se le agregan varios rotores. Por lo anterior pueden existir bombas simples o de un escalonamiento o bombas compuestas o de múltiples escalonamientos.

Como se ha mencionado, las bombas rotodinámicas necesitan ser cebadas. El cebado consiste en llenar la tubería de aspiración y el cuerpo de la bomba. Antes de arrancar, la bomba debe estar completamente llena de líquido a fin de no dañar las partes de la bomba que dependen de éste para su lubricación. Existen varios métodos de cebado, uno de ellos consiste en intercalar en la tubería de impulsión un recipiente que contenga el líquido necesario para el cebado de la bomba. Si la bomba se encuentra sumergida en el fluido, no es necesario.

3.2.3. Leyes de semejanza de las bombas

Las leyes de semejanza se emplean para estudiar un prototipo a través de la experimentación de un modelo a escala. La teoría de modelos reduce a tres las condiciones para predecir correctamente el comportamiento de la máquina real.

1°) Modelo y prototipo deben ser geométricamente semejantes.

 2^{o}) Modelo y prototipo deben ser cinemáticamente semejantes. Es decir las velocidades en puntos homólogos de la corriente guardarán la misma relación de proporcionalidad.

 3^{o}) Modelo y prototipo deben ser dinámicamente semejantes. Las fuerzas del modelo y del prototipo deben guardar la misma relación de proporcionalidad en puntos homólogos.

Para las bombas, las leyes de semejanza son:

$$1^{a} \quad ley \quad \frac{H'}{H''} = \left(\frac{\Omega'_{bba}}{\Omega''_{bba}}\right)^{2} \left(\frac{d'}{d''}\right)^{2}, \tag{3.17}$$

$$2^{a} \quad ley \quad \frac{Q'}{Q''} = \left(\frac{\Omega'_{bba}}{\Omega''_{bba}}\right) \left(\frac{d'}{d''}\right)^{3}, \tag{3.18}$$

$$3^{a} \quad ley \quad \frac{P'_{bba}}{P''_{bba}} = \left(\frac{\Omega'_{bba}}{\Omega''_{bba}}\right)^{3} \left(\frac{d'}{d''}\right)^{5}, \tag{3.19}$$

$$4^{a} \quad ley \quad \frac{T_{bba}^{'}}{T_{bba}^{''}} = \left(\frac{\Omega_{bba}^{'}}{\Omega_{bba}^{''}}\right)^{2} \left(\frac{d^{'}}{d^{''}}\right)^{5}, \tag{3.20}$$

correspondiendo las comillas simples y dobles al modelo y al prototipo respectivamente, con H la altura efectiva de bombeo, Q el caudal bombeado, P_{bba} la potencia desarrollada, T_{bba} el par, Ω_{bba} el número de revoluciones y d los diámetros de las bombas.

Estas leyes son aproximadas porque en todos los casos se consideran que los rendimientos son iguales en los puntos en consideración y que la densidad del fluido es la misma. Son de uso frecuentísimo en la experimentación.

3.3. Funcionamiento en una instalación de bombeo

3.3.1. Variables dependientes e independientes que intervienen en el funcionamiento de una bomba

Además de las variables geométricas, tales como el diámetro del rotor, el ángulo de giro de los álabes del rotor, que interesan en el diseño de una bomba, seleccionar una bomba para una dada instalación implica conocer las variables hidráulicas y mecánicas en juego:

a) altura efectiva H (altura geométrica más las alturas equivalentes producto de las pérdidas),

b) caudal Q (suministrado por la bomba),

c) potencia P_{bba} (de accionamiento de la bomba),

d) número de revoluciones Ω_{bba} ,

e) par mecánico T_{bba} ,

f) rendimiento total η_{tot} .

Las relaciones entre estas variables ya han sido presentadas en las fórmulas de semejanza y son denominadas curvas características de las bombas. Para éstas, el número de variables independientes es tres, fijado el diámetro del rotor que da lugar al tamaño, dos variables mecánicas o hidráulicas fijarán el régimen de funcionamiento.

Las curvas características que provee el fabricante, en general, presentan un único ensayo de la bomba a la velocidad nominal de funcionamiento que se puede observar en la Figura 3.7.

Se han especificado algunos puntos ellos son:

- el punto de funcionamiento óptimo o punto de funcionamiento nominal se corresponde con el máximo rendimiento de la bomba obteniéndose los valores de H y Q nominales del diseño,

- la zona de funcionamiento recomendada. En general se recomienda que la bomba no deberá funcionar en una zona en la que el rendimiento total disminuye más de un 5 ó un 10 %, ni tampoco con caudales excesivos si hay peligro de cavitación.

Se debe puntualizar que si la válvula de impulsión está totalmente cerrada, a pesar que la potencia hidráulica es nula (porque el caudal es cero), no lo es la potencia mecánica ya que se mantiene la circulación de fluido en el interior de la bomba. De cualquier manera es el menor valor de potencia posible.

Si en cambio el fabricante presenta un ensayo completo se tendrá una familia (denominadas curvas de Jensen) de curvas de alturas, potencias y rendimientos en función del caudal, estas curvas no son frecuentes en los catálogos de los fabricantes por lo que debe recurrirse a las leyes de semejanza para determinar el comportamiento de la bomba.



Figura 3.7: Curvas características de una bomba de agua

3.3.2. Funcionamiento de una bomba en una red

En las bombas rotodinámicas, a diferencia de las desplazamiento positivo, el caudal depende de la altura efectiva, mientras que en las últimas es teóricamente independiente de la misma. Por lo tanto el caudal sólo puede conocerse como la superposición de la curva característica H-Q de la bomba frente a la de la red. Se llama característica de la red a la representación gráfica de:

$$H = \left(z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\gamma}\right) + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + J.$$
(3.21)

El término entre paréntesis es independiente del caudal y representará la ordenada al origen. Si el líquido se encuentra en reposo en las inmediaciones de la bomba, entonces la $\frac{V_1^2}{2g} \simeq 0$ y si además el estado final del líquido es dentro de un tanque también se puede decir que $\frac{V_2^2}{2g} \simeq 0$.

J representa las pérdidas en los conductos de aspiración e impulsión respectivamente siendo función del caudal y de las características de la red de conducción (longitud de la tubería, accesorios, válvulas y grado de apertura de las mismas, etc.).

La ecuación (3.21) puede expresarse como:

$$H = H_{est} + (k' + k'') Q^2, \qquad (3.22)$$

con ${\cal H}_{est}$ el término independiente del caudal.

En la Figura 3.8 se muestra el punto de funcionamiento obtenido por la intersección entre la curva característica de la bomba con la de la red.



Figura 3.8: Curva característica de una red determinada

Existe una diferencia entre el *punto de nominal u óptimo* y el *punto de funcionamiento*, el primero corresponde al punto en el cual la bomba ha sido diseñada, generalmente el de máximo rendimiento, el segundo es aquél en el que de hecho la bomba está funcionando.

3.3.3. Regulación de las bombas hidráulicas

Con mucha frecuencia las exigencias del servicio de las bombas pueden ser muy dispares, es decir, el punto de funcionamiento se apartará en mayor o menor medida del punto nominal. Prácticamente las exigencias de servicio de las bombas pueden reducirse a una sola, la variación del caudal.

Los procedimientos para variar Q se reducen a tres [40]: variar la característica de la red, variar la característica de la bomba y variar en forma simultánea las características de la bomba y de la red. Un cuarto procedimiento es el de variar la cantidad de bombas conectadas en la red.

Variación de la característica de la red. Variar la característica de la red implica estrangular el conducto ya sea en la aspiración o en la impulsión de la bomba manteniendo el número de revoluciones de la bomba constante. En la expresión (3.22) se varía el término que corresponde a k'', mostrándose el resultado en la Figura 3.9.



Figura 3.9: Variación de la característica de la red

3.3. FUNCIONAMIENTO EN UNA INSTALACIÓN DE BOMBEO

Modificando la apertura de una válvula se puede alterar H como se muestra en las curvas presentadas, en general la vávula se coloca en la impulsión para evitar problemas de cavitación en la bomba en el caso de ubicarla en la aspiración. Obviamente, se produce un marcado deterioro del rendimiento a medida que el punto de funcionamiento se aparta del óptimo.

Se advierte que en este tipo de regulación existe una doble pérdida, la introducida por la estrangulación en la válvula y la pérdida de rendimiento en la bomba conforme se aleja del punto nominal de funcionamiento.

Variación de la característica de la bomba. Regulando el número de revoluciones de la bomba se consigue además, desplazar la familia de curvas del rendimiento. Si bien el rendimiento máximo se corre en la dirección en la que se desplaza el caudal, también disminuye su valor (Figura 3.10) aunque no de manera tan marcada como en el caso anterior.



Figura 3.10: Variación de la característica de la bomba

Según la expresión (3.19), corresponde una variación cúbica de la potencia con el número de revoluciones por lo que se tiene una gran variación de las potencias en juego, así para una misma bomba, reduciendo el número de revoluciones a la mitad se necesitará solamente 1/8 de la potencia para el bombeo del líquido:

$$\frac{P'_{bba}}{P''_{bba}} = \left(\frac{\Omega'_{bba}}{\Omega''_{bba}}\right)^3 \left(\frac{d'}{d''}\right)^5 = \left(\frac{\Omega'_{bba}}{\Omega''_{bba}}\right)^3.$$
(3.23)

El par de la bomba centrífuga puede obtenerse a partir de la ley de Semejanza correspondiente:

$$\frac{T_{bba}'}{T_{bba}''} = \left(\frac{\Omega_{bba}'}{\Omega_{bba}''}\right)^2 \left(\frac{d'}{d''}\right)^5,\tag{3.24}$$

dado que modelo y prototipo son iguales, a partir de los valores nominales de la bomba $(T_{bban} \ y \ \Omega_{bban})$ se puede obtener el par de la bomba en función de su velocidad de giro:

$$T_{bba}^{'} = \frac{T_{bban}}{\Omega_{bban}^{2}} \Omega_{bba}^{'2} = k_{bba} \Omega_{bba}^{'2}, \qquad (3.25)$$

que muestra la dependencia cuadrática del par con la velocidad de giro. Si bien se trata de una característica de carga estática (ampliamente probada en la experimentación [40]), en todos los trabajos consultados se modela al conjunto motor de inducción bomba centrífuga por medio de la inercia de dichos componentes y de la masa de agua rotante quedando el par de carga del motor establecido por medio de la aproximación cuadrática obtenida para la bomba [43][46][47].

Otros métodos implican la existencia de algunas modificaciones en el diseño de la bomba como los álabes orientables, elementos auxiliares al rotor (denominados coronas directrices) o válvulas de by-pass en la bomba. Todos ellos necesitan de cierta compejidad adicional.

Variación escalonada de velocidad y estrangulamiento. Este método era muy empleado por la imposibilidad de contar con variadores de velocidad en los motores que permitieran una variación suave de la velocidad de los mismos. Así se empleaban en el mismo eje de rotación motores eléctricos con distintos pares de polos o un motor de polos conmutables junto a una válvula que permitía el control adicional del caudal. La economía de potencia se encuentra en un punto intermedio entre la regulación por estrangulamiento solamente y la regulación de la cantidad de revoluciones de la bomba.

3.4. Fenómenos anormales en el funcionamiento de las bombas

3.4.1. Golpe de ariete

Con este nombre se designan a los fenómenos de elevación (golpe de ariete positivo) o disminución (golpe de ariete negativo) de la presión provocados por el cierre o la apertura rápidos de la válvula general. Fundamentalmente, se debe decir que el golpe de ariete no es más que la reacción debida a la inercia del líquido contra los órganos que provocan su aceleración o desaceleración [40].

Esta sobrepresión depende de:

- longitud, diámetro, espesor y material de la tubería.

- velocidad del agua en la tubería y la característica de variación de la misma en el proceso de la regulación del caudal.

- tiempo o duración del cierre o apertura de los órganos de regulación.

3.4.2. Cavitación.

Por definición es la "formación de vapor de agua a causa del descenso local de la presión por debajo de la presión de saturación del líquido, y condensación subsiguiente".

La presión de saturación de vapor es función de la temperatura, a 100 ^{o}C la presión de saturación es aproximadamente igual a la atmosférica, pero el agua puede hervir a cualquier temperatura, con tal que la presión descienda convenientemente. Si la presión desciende entre 0,0127 y 0,0245 *bares*, el agua hierve entre los 10 y 20 ^{o}C .

La Figura 3.11, presenta una bomba centrífuga que aspira un caudal con una altura de aspiración H_A . Si se determina la presión a la entrada del rotor de la bomba en el punto A, vale

$$\frac{p_A}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - H_A - J_a \tag{3.26}$$

con $\frac{p_0}{\gamma}$ representando la altura equivalente de la presión atmosférica o exterior y J_a la suma de las resistencias de circulación que se originan en la tubería de aspiración. Al pasar el líquido del punto A al B, ubicado en el álabe, se constata otra caída de presión motivada por la circulación turbulenta que originan las paletas al penetrar en la masa líquida [24].

Cuando la bomba funciona normalmente, las presiones en A y B exceden la presión de vapor a la temperatura en que se encuentra, pero si aumenta el caudal, la velocidad da lugar a un aumento de las pérdidas. De acuerdo a la expresión presentada la presión en A disminuye y con mayor razón en B, lo cual puede producir una presión absoluta cercana a cero. La escasa presión es superada por la tensión de vapor del líquido a esa temperatura y entonces se forma vapor.

La cavitación consta de dos fases (Figura 3.12). En la fase I, al descender la presión local por debajo de la presión de saturación del vapor se forman las bolsas de vapor que son arrastradas por la corriente, junto al contorno del sólido en contacto con el líquido. En la II, la presión exterior a la bolsa es superior a la presión de vapor, y las bolsas de vapor colapsan violentamente, condensándose casi instantáneamente y martillando las partículas de líquido la pared sólida con elevada frecuencia. El material queda sometido a

3.5. CONCLUSIONES



Figura 3.11: Cavitación

elevados esfuerzos que provocan su erosión (punto A). La erosión del material a su vez acelera el proceso de cavitación al acelerarse localmente el líquido en dichas irregularidades.



Figura 3.12: Fases de la cavitación

Un coeficiente, dado por los fabricantes de las bombas, denominado altura estática de aspiración necesaria NPSH (Net Positive Suction Head), permite diseñar la instalación adecuadamente para evitar el fenómeno de cavitación [40].

3.5. Conclusiones

Se han presentado las características salientes de la circulación de fluidos y se han detallado los aspectos generales que hacen a las bombas centrífugas y a su funcionamiento en una red de distribución.

Las propiedades de las bombas centrífugas, acoplamiento directo al motor, reducción de peso y volumen, protección de la instalación de la cual forma parte, etc., respecto de otro tipo de bombas determinan su elección en ciertas aplicaciones. En el contexto de las aplicaciones de tipo autónomas estas características permiten asegurar el funcionamiento adecuado y un comportamiento robusto de dichas bombas en tales instalaciones.

Se han presentado distintas formas de regular el caudal en una instalación de bombeo. Éste puede regularse por medio de modificar la característica de la instalación de bombeo, variando la velocidad de giro de la bomba o por variación escalonada de la velocidad junto a la modificación de la instalación. De las tres posibilidades enunciadas, la que presenta mejor performance es la que corresponde a la variación de la velocidad de giro de la bomba.

A partir de las leyes de Semejanza, puede determinarse que el par de carga que dicha bomba presenta en su eje es una función cuadrática de su velocidad.

Capítulo 4

Máquina de CA Asincrónica y Sincrónica

Se presentan, de manera resumida, los aspectos relevantes del principio de funcionamiento de las máquinas asincrónicas (como motor) y sincrónicas (como generador).

Respecto de las primeras se pone especial énfasis en el funcionamiento en la zona de bajo resbalamiento y a flujo constante y se presenta el efecto de dos cargas típicas (par constante y par cuadrático con la velocidad de giro) sobre el resbalamiento de dicha máquina y la influencia en el rendimiento.

Para las máquinas sincrónicas se considera el comportamiento cuando se tiene un rectificador no controlado conectado en su salida. En esas condiciones (factor de potencia unitario), se determina el par como una función de la tensión en bornes y de la corriente que circula por el generador sincrónico de imán permanente.

4.1. El motor de inducción trifásico

La máquina más comúnmente usada en la industria por sus características de bajo costo y robustez de funcionamiento es el motor de inducción trifásico, particularmente el conocido por jaula de ardilla [42]. Sus arrollamientos estatóricos son alimentados con una tensión trifásica balanceada, dando origen a un campo magnético rotante que induce corriente en los arrollamientos cortocircuitados del rotor.

La interacción entre el campo rotante y la fuerza magnetomotriz, según la ley de Biot y Savart, da origen al par electromecánico impulsor en el eje del rotor.

4.1.1. Par del motor de inducción

Despreciando el efecto de los armónicos debido a la distribución no ideal de los arrollamientos y a las formas no senoidales de voltajes y corrientes, puede demostrarse que el estator establece una densidad de flujo senoidal espacialmente distribuida en el entrehierro, que rota a la velocidad de sincronismo: [4]

$$N_e = \frac{120f_e}{p_m},\tag{4.1}$$

siendo N_e la velocidad sincrónica en rpm, f_e la frecuencia en hertz y p_m el número de polos del estator. Si el rotor se encuentra inicialmente detenido, sus conductores están sujetos al barrido del flujo estatórico, que induce en ellos una corriente de frecuencia f_e . La interacción entre el flujo y la fuerza magnetomotriz del rotor da lugar al par T_m en la máquina. Si la máquina gira a la velocidad de sincronismo no se inducen corrientes en los conductores rotóricos y, por lo tanto no se produce par. A cualquier otra velocidad N_r , existirá inducción en los bobinados rotóricos y la corriente resultante dependerá de la diferencia $N_e - N_r$ expresada en términos del resbalamiento

$$S = \frac{N_e - N_r}{N_e} = \frac{\omega_e - \omega_r}{\omega_e} = \frac{\omega_{sl}}{\omega_e},\tag{4.2}$$

siendo ω_e la frecuencia angular del estator, ω_r frecuencia angular mecánica del rotor y ω_{sl} la frecuencia angular de resbalamiento o frecuencia angular eléctrica del rotor.

4.1.2. Circuito Equivalente

A los efectos del tratamiento de la máquina como un sistema exclusivamente eléctrico, la misma es representada mediante el circuito eléctrico equivalente por fase [4]. Dicho circuito se muestra en la Figura 4.1, pudiendo utilizarse los conceptos vertidos previamente para explicar el significado de los componentes eléctricos que lo constituyen.



Figura 4.1: Circuito equivalente por fase del motor de inducción

El circuito primario, representativo del estator de la máquina es alimentado por la tensión V_{mi} mientras que el circuito secundario, representativo del rotor de la máquina es alimentado por la tensión inducida V'_r . El circuito equivalente presenta los siguientes componentes:

- R_s : resistencia estatórica.
- L_{ls}: inductancia de dispersión, representativa de las líneas de flujo estatórico que no concatenan al bobinado rotórico.
- circuito de magnetización (R_m, L_m) representativo de la energía de magnetización y del calentamiento del núcleo magnético.
- Transformador: representa el acoplamiento magnético entre el campo rotante estatórico y los bobinados rotóricos. Presenta una relación de transformación variable con el resbalamiento o velocidad relativa del rotor respecto del campo rotante estatórico.
- R'_r: resistencia rotórica (representa pérdidas y potencia rotórica).
- L'_{lr} : inductancia de dispersión rotórica.

Con objeto de simplificar el sistema de ecuaciones del circuito resulta práctico transferir los elementos del secundario (rotor) al primario (estator), como se muestra en la Figura 4.2 donde:

- R_r : componente cuya disipación representa la potencia de calentamiento del rotor.
- $R_r \frac{(1-S)}{S}$: componente cuya disipación $I_r^2 R_r \frac{(1-S)}{S}$, representa la potencia mecánica en el eje de la máquina $(T_m N_r)$.

En el arranque (S = 1), la Figura 4.2 se corresponde con el circuito equivalente del transformador cortocircuitado. A velocidad de sincronismo (S = 0), la corriente $I_r = 0$ y la máquina toma solamente corriente de excitación. A velocidad subsíncrona (0 < S < 1) y con pequeños valores de S, la corriente de rotor es, principalmente influenciada por R_r/S $(R_r/S >> \omega_e L_{lr})$.

El diagrama fasorial de la Figura 4.2 se presenta en la Figura 4.3.



Figura 4.2: Circuito equivalente por fase referido al estator



Figura 4.3: Diagrama fasorial del circuito equivalente

La ecuación del par desarrollado por el motor de inducción puede ser expresada a partir de la teoría del electromagnetismo como: [4][42]

$$T_{mi} = K \Psi_m I_r \sin \delta, \tag{4.3}$$

siendo Ψ_m proporcional a I_m , entonces

$$T_{mi} = K' I_m I_r \sin \delta, \tag{4.4}$$

con I_m e I_r los valores eficaces. K y K' son constantes de proporcionalidad que involucran factores como la cantidad de polos, si el motor es trifásico o monofásico y la conversión de los valores pico de flujo y corriente a valores eficaces. Si las pérdidas en el núcleo se desprecian $I_c = 0$, la ecuación (4.4) puede ser simplificada,

$$T_{mi} = K' I_m I_{mi} \sin \theta, \qquad (4.5)$$

$$= K' I_m I_a, (4.6)$$

que implica que la ecuación del par es análoga a la de la máquina de corriente continua, con I_m la corriente magnetizante, $I_a = I_{mi} \sin \theta$ la componente de corriente de armadura y K' la constante de par.

4.1.3. Análisis de la máquina empleando el circuito eléctrico equivalente

De la observación del circuito eléctrico equivalente de la Figura 4.2, pueden obtenerse las expresiones de las potencias y pérdidas presentes en la máquina según se resumen a continuación: [4] [42]

Potencia de entrada
$$P_{in} = 3V_{mi}I_{mi}\cos\varphi.$$
 (4.7)

Pérdidas estatóricas en el cobre
$$P_{ls} = 3I_{mi}^2 R_s.$$
 (4.8)

Pérdidas en el hierro (Foucault)
$$P_{lc} = 3 \frac{V_m^2}{R_m}.$$
 (4.9)

Potencia a través del entrehierro
$$P_g = 3I_r^2 \frac{R_r}{S}$$
. (4.10)

Pérdidas en los bobinados rotóricos $P_{lr} = 3I_r^2 R_r.$ (4.11)

Potencia de salida
$$P_o = P_g - P_{lr} = 3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S},$$

$$(4.12)$$

Dado que la potencia de salida es el producto del par desarrollado por la velocidad del rotor $\Omega_m = (2/p_m)\omega_e$, se tiene:

Potencia en el eje
$$P_{sh} = P_o - P_{FW},$$
 (4.13)

Par de salida
$$T_{mi} = \frac{P_o}{\Omega_m} = \frac{3}{\Omega_m} I_r^2 R_r \frac{1-S}{S} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right) I_r^2 \frac{R_r}{S\omega_e}.$$
 (4.14)

siendo P_{FW} las pérdidas por fricción. Reemplazando la (4.14) en la (4.10),

$$T_{mi} = \left(\frac{p_m}{2}\right) \frac{P_g}{\omega_e},\tag{4.15}$$

que indica que el par puede ser calculado a partir de la potencia en el entrehierro y la frecuencia estatórica. Si se desprecian las pérdidas en el núcleo R_m y la inductancia magnetizante L_m es trasladada a la entrada, el circuito equivalente de la Figura 4.2 puede ser simplificado como se muestra en la Figura 4.4. La aproximación es válida para motores de potencias superiores a 1 *HP* donde $|R_s + j\omega_e L_{ls}| << \omega_e L_m$.



Figura 4.4: Circuito equivalente aproximado

A partir de la Figura 4.4, la corriente I_r resulta: [4]

$$I_r = \frac{V_{mi}}{\sqrt{(R_s + R_r/S)^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}}.$$
(4.16)

Sustituyendo (4.16) en la (4.14) se obtiene la expresión aproximada del par del motor de inducción:

$$T_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right) \frac{R_r}{S\omega_e} \frac{V_{mi}^2}{(R_s + R_r/S)^2 + \omega_e^2(L_{ls} + L_{lr})^2}.$$
(4.17)

4.1. EL MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO

4.1.4. Característica par-velocidad

Si la frecuencia y la tensión de alimentación son constantes, el par T_{mi} puede ser calculado como una función del resbalamiento S mediante la ecuación (4.17). La Figura 4.5 muestra la expresión del par en función de la velocidad relativa ω_r/ω_e , donde el valor del resbalamiento se extiende entre $0 \leq S \leq 1$. En el gráfico pueden diferenciarse tres zonas de operación: generador; motor; freno regenerativo, según sea el valor de resbalamiento.

En la zona normal de funcionamiento, comprendida entre el punto de velocidad sincrónica y el punto de par máximo (T_{mi-m}) , la característica es cuasi-lineal. En esta región la caída de tensión en el estator es pequeña y el flujo permanece aproximadamente constante. Por debajo de la velocidad de par máximo, el par decrece con el resbalamiento.



Figura 4.5: Característica par-velocidad de la máquina asincrónica

El par de arranque (T_{mis}) , cuando S = 1, puede calcularse a partir de:

$$T_{mis} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\frac{R_r}{\omega_e}\frac{V_{mi}^2}{(R_s + R_r)^2 + \omega_e^2(L_{ls} + L_{lr})^2},\tag{4.18}$$

mientras que el par máximo T_{mi-m} se obtiene para el resbalamiento S_m , calculado de derivar (4.17) con respecto a S e igualando a cero esa expresión,

$$S_m = \pm \frac{R_r}{\sqrt{R_s^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr})^2}},$$
(4.19)

$$T_{mi-m} = \frac{3}{4} \frac{p_m}{\omega_e} \frac{V_{mi}^2}{\sqrt{R_s^2 + \omega_e^2 (L_{ls} + L_{lr})^2} + R_s}.$$
(4.20)

Para máquinas con potencias superiores a 1 HP, si la velocidad está por encima del 10 % de su valor nominal, es razonable despreciar los parámetros del estator R_s y L_{ls} , entonces:

$$T_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right) \left(\frac{V_s}{\omega_e}\right)^2 \frac{\omega_{sl}R_r}{R_r^2 + \omega_{sl}^2 L_{lr}^2},\tag{4.21}$$

y dado que el flujo en el entrehierro es $\Psi_m = V_{mi}/\omega_e$, en la región de bajo resbalamiento el par (4.21) puede ser aproximado por: [4][42]

$$T_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right) \frac{1}{R_r} \Psi_m^2 \omega_{sl},\tag{4.22}$$

considerando $R_r^2 >> \omega_{sl}^2 L_{lr}^2$.

4.1.5. Operación a frecuencia variable y flujo constante. Consideraciones de rendimiento

Existen varias formas de operar a la máquina de inducción con rotor en jaula de ardilla:

- por variación de tensión de estator manteniendo constante la frecuencia de excitación,
- por variación de frecuencia manteniendo constante la tensión estatórica,
- por variación de frecuencia a flujo constante $(V_{mi}/f_e = cte)$.

La metodología empleada en esta tesis corresponde a esta última. La variación del par T_{mi} , ecuación (4.17), con V_{mi}/f_e como parámetro, es representada en la Figura 4.6.



Figura 4.6: Característica par-velocidad con frecuencia variable y flujo constante

El par máximo dado por (4.20) se mantiene constante excepto en la región de baja frecuencia donde el flujo se reduce por la caída de tensión en la impedancia del estator. Esta caída debe ser compensada por un incremento de la tensión de alimentación en baja frecuencia abandonando la condición $V_{mi}/f_e = cte$ [4][42].

Si se define el rendimiento de la máquina de inducción η como la relación entre la potencia de salida y la potencia en el entrehierro se tiene:

$$\eta = \frac{P_o}{P_g} = \frac{3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S}}{3I_r^2 \frac{R_r}{S}} = 1 - S,$$
(4.23)

y la relación de pérdidas en el rotor como el cociente entre la potencia en los bobinados rotóricos P_{lr} y la potencia de salida:

$$P_{lr} \% = \frac{P_{lr}}{P_o} \cdot 100 = \frac{3I_r^2 R_r}{3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S}} \cdot 100 = \frac{S}{1-S},$$
(4.24)

se observa que son función del resbalamiento.

Se debe notar que, en la técnica de variación de la frecuencia a flujo constante, cuando se disminuye la velocidad de operación, el resbalamiento se incrementa si el par de carga se mantiene constante (ya que $S = \frac{\omega_{sl}}{\omega_e}$) (Figura 4.7). En consecuencia se reduce el rendimiento. Sin embargo, la potencia de pérdidas rotóricas se mantiene constante:

4.2. MÁQUINA SINCRÓNICA. PRINCIPIOS BÁSICOS

Esto último debe ser tenido en cuenta para prevenir el calentamiento de la máquina por disminución de su ventilación al reducirse la velocidad.

No obstante, en algunas aplicaciones como bombas centrífugas (lo cual corresponde al sistema bajo estudio en esta tesis), compresores y ventiladores, el par de carga varía con el cuadrado de la velocidad. En tales casos, el resbalamiento S disminuye con la frecuencia manteniéndose así el porcentaje de pérdidas rotóricas bajas y el rendimiento elevado [42] (Figura 4.8).



Figura 4.7: Característica par-velocidad a bajo resbalamiento y a flujo constante. Carga constante



Figura 4.8: Característica par-velocidad a bajo resbalamiento y a flujo constante. Carga cuadrática

4.2. Máquina sincrónica. Principios básicos

4.2.1. Introducción

La máquina sincrónica compite seriamente con la asincrónica en los sistemas de velocidad variable. Son de similares características.

Como su nombre lo indica, una máquina sincrónica gira a la velocidad de sincronismo, la que es establecida por la frecuencia de la tensión aplicada en bornes del estator. Los arrolamientos del estator de la máquina sincrónica son idénticos a los de la máquina de inducción, mientras que el rotor tiene un bobinado alimentado por CC que produce el flujo en el rotor. En máquinas modernas este flujo rotórico puede ser obtenido mediante imanes permanentes.

En la Figura 4.9 se presenta una máquina sincrónica trifásica de dos polos. El arrollamiento estatórico es el mismo que para las máquinas de inducción mientras que el rotor posee un arrollamiento alimentado por CC que produce el flujo en el rotor.

El mecanismo de producción de par en una máquina sincrónica es el mismo que en la máquina de inducción, y por lo tanto la discusión previa para la producción de par es válida. Siendo que el rotor siempre gira a

la velocidad de sincronismo no hay inducción en el rotor y por lo tanto la fuerza magnetomotriz rotórica es provista exclusivamente por la corriente CC de campo o por el imán permanente.



Figura 4.9: Máquina sincrónica trifásica

Cuando el campo rotórico es obtenido por imanes permanentes estamos en presencia de una máquina que ha recibido considerable atención en años recientes, para aplicaciones de velocidad variable en el rango de potencias bajas y medias (decenas de kw). La máquina sincrónica de imán permanente presenta en su estator los bobinados convencionales de las máquinas trifásicas. El campo rotórico es provisto por imanes permanentes en lugar de los arrollamientos discretos de corriente continua de las máquinas de rotor bobinado. La ausencia de los arrollamientos mejora la eficiencia [4][42].

La tecnología de fabricación de los imanes ha hecho importantes avances y, actualmente, los materiales más empleados son las ferritas. Otras aleaciones como el ALNICO (aluminio, níquel, cobalto), el neodimio-hierroboro y las tierras raras (cobalto-samario), están siendo intensamente investigadas [4][22] así como las distintas configuraciones de los imanes en el interior de la máquina [44][8][22].

Entre las características de las máquinas de imán permanente pueden citarse que son compactas, de bajo peso, y la modularidad de las máquinas de flujo axial [44] que les permite incrementar la potencia adicionando elementos magnéticos de manera relativamente sencilla. En el campo de las aplicaciones de energía eólica se pueden encontrar en diversos trabajos [5][28][45][47][10][62].

4.2.2. Circuito eléctrico equivalente

La máquina sincrónica admite un circuito equivalente por fase similar al de la máquina de inducción. La Figura 4.10 muestra dicho circuito para una máquina sincrónica de rotor bobinado de p polos. El rotor es alimentado por una corriente de campo I_f debida al voltaje de alimentación V_f .



Figura 4.10: Circuito equivalente por fase de una máquina sincrónica de rotor bobinado

La corriente rotórica puede ser reflejada hacia el primario del circuito equivalente como otra corriente I'_f de

frecuencia ω_e , como se muestra en la Figura 4.11 siendo n la magnitud que relaciona el valor eficaz de I'_f con el valor de la corriente del campo de continua I_f .



Figura 4.11: Reflexión de la corriente del rotor

En estado estacionario, toda la potencia a través del entrehierro se convierte en potencia mecánica en el eje de la máquina siendo nula la potencia transferida al rotor [4]. Despreciando las pérdidas en el arrollamiento R_m , se puede obtener la Figura 4.12 usando el Teorema de Thévenin, con $V_f = \omega_e L_m n I_f$ el voltaje de Thévenin y $\omega_e L_m$ la impedancia de Thévenin.

El voltaje V_f es definido como la fuerza de excitación electromotriz y es directamente proporcional a la corriente de campo I_f . La suma de las reactancias de pérdida $\omega_e L_{ls}$ y la de magnetización $\omega_e L_{lm}$ se conoce como la reactancia sincrónica X_s y la impedancia total $Z_s = R_s + jX_s$ es la impedancia sincrónica. Esta impedancia puede obtenerse de las características de circuito abierto y de cortocircuito de la máquina.



Figura 4.12: Circuito equivalente de Thévenin por fase

A diferencia de la máquina de inducción estas máquinas pueden operar con cualquier factor de potencia controlando la magnitud del campo de excitación [4].

La Figura 4.13 muestra el diagrama fasorial para la máquina presentada en el modo de generación. El ángulo δ entre V_s y V_f es generalmente conocido como ángulo de potencia de la máquina sincrónica, el mismo es positivo cuando la máquina opera como generador.



Figura 4.13: Diagrama fasorial en el modo de generación

En caso de tratarse de un generador sincrónico de imán permanente V_f resultará dependiente directamente de la velocidad dado que el campo magnético rotórico es constante:

$$V_f = k\phi_1\omega_e = \phi\omega_e,\tag{4.26}$$

siendo k una constante derivada del acoplamiento magnético entre el rotor y el estator y ϕ_1 el flujo en el entrehierro [45].

4.2.3. Característica del par rotórico

Si por simplicidad se desprecia la resistencia del estator:

$$\vec{I}_s = \frac{\vec{V}_f}{jX_s} \angle \delta - \frac{\vec{V}_s}{jX_s} \angle 0, \qquad (4.27)$$

$$= \frac{\overrightarrow{V_f}}{X_s} \angle (\delta - 90^o) - \frac{\overrightarrow{V_s}}{X_s} \angle - 90^o, \qquad (4.28)$$

ó

$$I_s \cos \varphi = \frac{V_f}{X_s} \cos(\delta - 90^\circ) - \frac{V_s}{X_s} \cos(-90^\circ), \qquad (4.29)$$

$$= \frac{V_f}{X_s} \cos(\delta - 90^o).$$
 (4.30)

La potencia de la máquina es, entonces:

$$P_e = 3V_s I_s \cos \varphi, \tag{4.31}$$

$$P_e = \frac{3V_s V_f}{X_s} \sin \delta. \tag{4.32}$$

Si las pérdidas son ignoradas, la relación entre la potencia y el par es la siguiente:

$$P_e = \frac{2}{p}\omega_e T_e,\tag{4.33}$$

siendo p la cantidad de polos del generador. Combinando las ecuaciones (4.32) y (4.33) se puede obtener el valor del par,

$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s}{\omega_e}\frac{V_f}{X_s}\sin\delta.$$
(4.34)

Si además, el generador es conectado a un rectificador no controlado en conducción continua, es importante destacar que la componente fundamental de la corriente y la tensión en bornes del generador están en fase, dado que el ángulo de fase entre ambos está fijado por el ángulo de disparo del rectificador [4][64], que en este caso, por ser no controlado, es siempre nulo. Por consiguiente, la carga efectiva en los terminales del generador es una carga de tipo resistiva cuyo valor varía para obtener un dado voltaje de continua a la salida del rectificador [45]. Con la restricción especificada y despreciando la resistencia de los arrollamientos, se muestra el diagrama fasorial en la Figura 4.14.



Figura 4.14: Diagrama fasorial cuando se conecta el generador a un rectificador no controlado

4.3. CONCLUSIONES

A partir de la Figura 4.14 y junto a la expresión (4.34) se puede obtener el par en función la tensión del generador sincrónico:

Rotor bobinado
$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s V_f}{\omega_e X_s}\sqrt{1 - \left(\frac{V_s}{V_f}\right)^2}$$
 (4.35)

Imán permanente
$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s\phi}{X_s}\sqrt{1-\left(\frac{V_s}{\phi\omega_e}\right)^2},$$
 (4.37)

o de la corriente:

Rotor bobinado
$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{I_s V_f}{\omega_e}\sqrt{1 - \left(\frac{I_s \omega_e L_s}{V_f}\right)^2}.$$
 (4.38)

Imán permanente
$$T_e = 3\frac{p}{2}I_s\phi\sqrt{1-\left(\frac{I_sL_s}{\phi}\right)^2}.$$
 (4.39)

4.3. Conclusiones

Se han presentado sintéticamente los aspectos salientes referidos al funcionamiento de los motores de inducción y a los generadores sincrónicos de imán permanente.

Respecto de las máquinas de inducción, a partir del circuito equivalente simplificado, se ha obtenido la expresión del par en función de sus parámetros eléctricos y de la velocidad de giro. Se obtuvo el valor del par en el arranque y el valor de par máximo. Se determinó una aproximación del par como una función lineal de la frecuencia angular de resbalamiento en la zona de bajo resbalamiento.

Se ha propuesto operar al motor de inducción a flujo constante y se han presentado los efectos de dos cargas típicas sobre el rendimiento y el calentamiento de la máquina asincrónica.

Respecto de la máquina sincrónica se ha puesto énfasis en el generador sincrónico de imán permanente. Se ha obtenido, a partir del circuito equivalente y de despreciar la resistencia del estator, el par del generador cuando se encuentra conectado a un rectificador no controlado. A partir de las expresiones del par en función de la tensión o de la corriente en bornes, se pone de manifiesto que un control sobre estos valores se traduce en una variación del par resistente sobre el eje del generador.

Capítulo 5

Control por modo deslizante

En este capítulo se desarrollan los conceptos teóricos en los que se basa el controlador propuesto en la presente tesis. En ese sentido se presenta una interpretación geométrica del control por regímenes deslizantes acorde a [54][57]. Se define la señal de control continua equivalente, se establecen las condiciones para verificar la existencia del régimen deslizante y se analizan sus propiedades haciendo incapié en su capacidad para rechazar peturbaciones. Se presenta el modo deslizante dinámico.

5.1. Introducción

La teoría del Control por Estructura Variable y sus Modos o Regímenes Deslizantes asociados, se originó en la década del '50, principalmente a partir de los trabajos de Emelyanov, Babarshin y otros investigadores soviéticos [23][35]. Los sistemas de estructura variable consisten básicamente, en un grupo de subsistemas continuos y una función de commutación (dependiente de los estados del sistema, de la referencia y, eventualmente, de las perturbaciones) que determinan un subespacio o superficie de deslizamiento, en el espacio de estados. Según el sistema se encuentre en uno u otro lado de este subespacio, el control toma uno de los valores posibles, lo que resulta en una acción de control discontinua. La idea básica es forzar a las variables de estado a alcanzar la superficie de deslizamiento y luego, mediante una adecuada commutación del control, obligarlas a evolucionar sobre ella sin abandonarla. Este modo de funcionamiento es denominado modo o régimen deslizante y presenta propiedades muy atractivas. Es robusto a perturbaciones externas y a incertidumbres en los parámetros, el sistema a lazo cerrado es de orden reducido y su dinámica es gobernada por la función de commutación.

A partir de la década del '70 hubo un creciente interés en los sistemas de estructura variable, tanto por el gradual conocimiento de las mencionadas propiedades como por los avances tecnológicos que permitieron llevar a cabo las propuestas teóricas.

En las últimas décadas, grandes progresos se han realizado tanto desde el punto de vista teórico como desde las aplicaciones. Extensos análisis con enormes cantidades de información han sido presentados por Utkin [65][67][68]. Varios libros han sido publicados [23][35][6][66][69][21]. A partir de finales de los '80, importantes desarrollos para sistemas no lineales basados en ideas de la geometría diferencial [34][49] han encontrado aplicaciones inmediatas y extensiones a los regímenes deslizantes [61]. Diversos resultados a partir de conceptos del álgebra diferencial [25][26] han sido extendidos y empleados en varios casos de estudio a los regímenes deslizantes [58][60][56][55]. Además, el álgebra diferencial ha permitido extender algunas de las ideas a sistemas multivariables y a sistemas no lineales de no mínima fase [29][59][39].

5.1.1. Descripción matemática del régimen deslizante

Sea el siguiente sistema dinámico no lineal [54]

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \tag{5.1}$$

con $x \in X$, un conjunto abierto de \mathbb{R}^n ; la entrada de control $u : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ es posiblemente discontinua y fy g son funciones suaves y definidas en X con $g(x) \neq 0$, $\forall x \in X$. Sea h una función suave $h : X \to \mathbb{R}$, con gradiente distinto de cero en X. El conjunto

$$S =: \{ x \in \mathbb{R}^n : h(x) = 0 \},$$
(5.2)

define una superficie localmente regular n-1 dimensional en X denominada variedad o (superficie) de deslizamiento.

El análisis siguiente es de naturaleza local, restringido a una vecindad abierta de $X \in \mathbb{R}^n$ teniendo una intersección no vacía con S.

La *ley de control de estructura variable* es obtenida haciendo que u tome, conforme al signo de h(x), uno de los dos valores:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{si } h(x) > 0 \\ u^- & \text{si } h(x) < 0 \end{cases} \qquad u^+ \neq u^- ,$$
(5.3)

los valores u^+ y u^- son los valores extremos del control. Son funciones suaves de x y se asume que $u^+ > u^-$. Sea $L_f h$ la derivada de Lie o derivada direccional de la función escalar h con respecto al campo vectorial f. Supongamos que las trayectorias de estado del sistema (5.1) conforme a (5.3) localmente alcanzan S y, a partir de allí, el movimiento se restringe a su entorno. El régimen deslizante existe (en S) cuando

$$\lim_{h \to +0} L_{f+gu^{+}}h < 0,$$

$$\lim_{h \to -0} L_{f+gu^{-}}h > 0,$$
(5.4)

de esta manera la expresión (5.3) garantiza el cruce de la superficie desde ambos lados por la relación de cambio de la función escalar h(x) en la dirección del campo controlado.

Sea ∇h el gradiente de $h(x) \neq \langle \cdot, \cdot \rangle$ el producto escalar de vectores. La ecuación (5.4) es equivalente a

$$\lim_{h \to +0} \langle \nabla h, f + gu^+ \rangle < 0,$$

$$\lim_{h \to -0} \langle \nabla h, f + gu^- \rangle > 0,$$
(5.5)

luego, como se observa en la Figura 5.1, sobre S, las proyecciones de los campos vectoriales controlados $(f + gu^+ \text{ y } f + gu^-)$ sobre el gradiente de h son de signo opuesto y, por lo tanto, apuntan hacia la superficie S.



Figura 5.1: Interpretación geométrica del régimen deslizante

5.1. INTRODUCCIÓN

5.1.2. Método del control equivalente

Una definición de modo deslizante ideal que corresponde a Utkin es conocida como el método del control equivalente [65] y puede ser deducido a partir de las condiciones de invariancia h(x) = 0; $\dot{h}(x) = 0$. Luego, el régimen deslizante ideal es definido a partir de:

$$h = 0,$$

$$L_{f+gu_{eq}(x)}h = \langle \nabla h, f + gu_{eq}(x) \rangle = 0,$$
(5.6)

donde $u_{eq}(x)$ una ley de control suave denominada *control equivalente* para la cual S es una variedad invariante local del sistema (5.1). De la definición de derivada direccional y de la ecuación (5.6) el control equivalente puede obtenerse explícitamente como:

$$u_{eq}\left(x\right) = -\frac{L_{f}h}{L_{g}h} = -\frac{\langle \nabla h, f \rangle}{\langle \nabla h, g \rangle} = -\left(\frac{\partial h}{\partial x}g\right)^{-1}\frac{\partial h}{\partial x}f.$$
(5.7)

Sea $\Delta_h(x)$ un mapeo asignado a cada x, un subespacio del espacio tangente a X en x, por lo tanto

$$\left\langle \nabla h, \Delta_h \left(x \right) \right\rangle = 0, \tag{5.8}$$

o sea $\Delta_h(x) := \ker \nabla h(x)$. Con $\Delta_h(x)$ denominado distribución de deslizamiento asociada a S. Entonces la ecuación (5.6) puede expresarse como:

$$\left. f + gu_{eq}\left(x\right) \right|_{h=0} \in \ker \nabla h = \Delta_h. \tag{5.9}$$

Luego, se dice que sistema $\dot{x} = f(x) + g(x) u_{eq}(x)$ describe un régimen deslizante ideal dado que el vector de estados del sistema es perpendicular al gradiente $\nabla h(x)$ como indica la expresión (5.8) y puede apreciarse en la Figura 5.2.



Figura 5.2: Régimen deslizante ideal

5.1.3. Condiciones de existencia de un régimen deslizante

Lema 1. Es condición necesaria y suficiente para que el control equivalente esté bien definido, que la condición de transversalidad:

$$\langle \nabla h, g \rangle \neq 0, \tag{5.10}$$

sea localmente satisfecha en S.

Lema 2. Supuesto que $u^+ > u^-$, si existe localmente el régimen deslizante entonces

$$\langle \nabla h, g \rangle < 0, \tag{5.11}$$

en S.

Teorema. Una condición necesaria y suficiente para la existencia local de un régimen deslizante en S es que, localmente en X, para x definida en S:

$$u^{-}(x) < u_{eq}(x) < u^{+}(x).$$
(5.12)

Demostración. Si se cumplen las condiciones de régimen deslizante (5.5), localmente en S, tendremos:

$$\langle \nabla h, f + gu^+(x) \rangle = \langle \nabla h, f \rangle + u^+ \langle \nabla h, g \rangle < 0,$$

como necesariamente la condición de transversalidad se cumple:

$$\frac{\langle \nabla h, f \rangle}{\langle \nabla h, g \rangle} + u^+(x) = -u_{eq}(x) + u^+(x) > 0,$$

con idéntico análisis $-u_{eq}(x) + u^{-}(x) < 0.$

Para verificar la condición suficiente si u_{eq} satisface las expresiones (5.7) y (5.12), se tiene:

$$0 < u_{eq}(x) - u^{-}(x) < u^{+}(x) - u^{-}(x), \qquad (5.13)$$

$$u^{-}(x) < u_{eq}(x) < u^{+}(x).$$
 (5.14)

Sin suponer que $u^+ > u^-$ se puede generalizar la anterior a:

$$\min\left\{u^{+}(x), u^{-}(x)\right\} < u_{eq}(x) < \max\left\{u^{+}(x), u^{-}(x)\right\}.$$

5.1.4. Dinámica del régimen deslizante ideal

Si reemplazamos la expresión del control equivalente (5.7) en la ecuación del sistema (5.1) se obtiene la dinámica del régimen deslizante ideal:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u_{eq}(x) = \left[I - g\left(\frac{\partial h}{\partial x}g\right)^{-1}\frac{\partial h}{\partial x}\right]f,$$
(5.15)

que representa la descripción promedio del comportamiento del sistema controlado. A partir de la ecuación (5.9) puede escribirse:

$$f(x) + g(x) u_{eq}(x) = \left[I - g\left(\frac{\partial h}{\partial x}g\right)^{-1}\frac{\partial h}{\partial x}\right]f \in \ker \nabla h = \Delta_h,$$

$$F = \left[I - g\left(\frac{\partial h}{\partial x}g\right)^{-1}\frac{\partial h}{\partial x}\right],$$
(5.16)

donde F puede interpretarse como un operador de proyección de f en la superficie. Como muestra la Figura 5.3, cualquier componente de f en el *span* de g no tiene influencia alguna sobre la dinámica del régimen deslizante, mientras que sólo las componentes de f en el *span* de la distribución de deslizamiento asociada a $S(\Delta_h(x))$, definirán la naturaleza de la dinámica del régimen deslizante.



Figura 5.3: Régimen deslizante ideal. Proyección de f sobre la superficie

5.1. INTRODUCCIÓN

5.1.5. Invariancia a las perturbaciones de los regímenes deslizantes

Con el objeto de analizar los efectos de las incertidumbres y perturbaciones externas, la ecuación de estados es modificada como:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \xi,$$
(5.17)

siendo $\xi \equiv \delta f(x)$, con $\delta \in \Re$ y acotado ξ representa una perturbación paramétrica en la dirección del vector f. Si en cambio $\xi \equiv \iota(t)$ entonces se trata de una perturbación externa no estructurada independiente de los estados.

Definición. Se dice que el régimen deslizante exhibe la propiedad de invariancia fuerte respecto de ξ cuando la dinámica ideal del régimen deslizante es independiente de la señal de perturbación.

Considerando la existencia de la perturbación, la ecuación de estados correspondiente al modo deslizante es:

$$\dot{x} = F\left(f + \xi\right). \tag{5.18}$$

Para que la dinámica ideal del modo deslizante no se ve
a afectada se debe cumplir ξ se debe cumplir:

$$F\xi = \left[I - g\left(\frac{\partial h}{\partial x}g\right)^{-1}\frac{\partial h}{\partial x}\right]\xi = 0,$$
(5.19)

por lo que, necesariamente ξ debe tener la misma dirección que g(x), o sea $\xi \in span \{g(x)\}$. Es decir el modo deslizante presenta invariancia fuerte a ξ si $\xi = g(x) \eta(x)$ siendo $\eta(x)$ una función escalar suave como se muestra en la Figura 5.4.



Figura 5.4: Interpretación geométrica de la invariancia fuerte

Sin embargo, esta perturbación sí afecta al esfuerzo de control equivalente, como se demuestra partiendo de (5.7):

$$u_{eq}(x) = -\frac{L_{f+\xi}h}{L_{gh}} = -\frac{L_{fh} + L_{\xi}h}{L_{gh}} = -\frac{L_{fh}}{L_{gh}} - \eta.$$
(5.20)

Definición. Se dice que el régimen deslizante exhibe la propiedad de invariancia débil respecto de ξ cuando no se satisface la propiedad de invariancia fuerte.

Si $\xi \notin span \{g(x)\}$, entonces puede ser descompuesta en dos vectores uno en el $span \{g(x)\}$ y el otro sobre la distribución del régimen deslizante

$$\xi = g(x) \eta(x) + \mu(x).$$
(5.21)

Como el modo deslizante presenta la propiedad de invariancia fuerte a la componente $g(x)\eta(x)$, sólo se analiza la parte de la perturbación $\xi = \mu(x)$ que no exhibe dicha propiedad. Dado que $\mu(x)$ pertenece a la dirección tangente a la superficie como se muestra en la Figura 5.5, entonces afecta a la dinámica. Lo anterior se comprueba a continuación:

CAPÍTULO 5. CONTROL POR MODO DESLIZANTE

$$\dot{x} = f(x) + g(x) u_{eq} + \mu(x), \qquad (5.22)$$

$$\dot{x} = F\left(f + \mu\right),\tag{5.23}$$

por lo cual esta perturbación afecta la dinámica del régimen deslizante ideal, pero dado que $\mu(x) \in \ker \{\nabla h\}$ no afecta al esfuerzo de control equivalente. Lo anterior se observa en la Figura 5.5 dado que la perturbación no afecta al vector gu_{eq} y se comprueba a continuación:



Figura 5.5: Interpretación geométrica de la propiedad de invariancia débil del régimen deslizante

5.2. Modo deslizante dinámico

Existen sistemas en los cuales, las superficies incluyen la señal de control e inclusive algunas de sus derivadas. Este tipo de inconveniente requiere de otro enfoque para hacer viable la aplicabilidad de los modos deslizantes. El problema puede ser abordado de dos maneras, una es expandiendo el sistema de manera que la acción de control no aparezca explícitamente en la superficie [49], el otro enfoque, el que se considera en esta tesis, se sustenta en la aproximación diferencial algebraica [25] en la que por medio de la forma canónica generalizada del controlador se obtiene de manera natural el controlador dinámico [25].

Controlador dinámico

Sea un sistema descripto por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{5.25}$$

$$y = h(x, u), \qquad (5.26)$$

donde la salida y depende de manera explícita de la variable u. Para hacer nula la salida del sistema, se impone la siguiente dinámica autónoma de la señal de salida:[57]

$$\dot{y} = -Wsign(y). \tag{5.27}$$

De (5.25), (5.26) y (5.27) se obtiene:

$$\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]f\left(x,u\right) + \left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]\frac{du}{dt} = -Wsign\left[h\left(x,u\right)\right],\tag{5.28}$$

$$\frac{du}{dt} = -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \left[\frac{\partial h}{\partial x}\right] f\left(x,u\right) + Wsign\left[h\left(x,u\right)\right] \right\}.$$
(5.29)

5.3. RÉGIMEN DESLIZANTE REAL

Las ecuaciones anteriores quedan representadas por el diagrama bloques de la Figura 5.6. Puede apreciase que la acción discontinua del régimen deslizante se realiza en una etapa previa (sobre la variable w) a la acción de control original del sistema (la variable u). Además, la acción discontinua del régimen deslizante se aplica como una de las entradas para la determinación de la variable u, esto indica el empleo de la señal discontinua con el objeto de establecer las características de robustez de los modos deslizantes convencionales al rechazar perturbaciones e incertidumbres de la planta.



Figura 5.6: Control por modo deslizante dinámico

5.3. Régimen deslizante real

En la práctica los estados del sistema no se deslizan sobre la variedad de deslizamiento, sino que evolucionan por una trayectoria alrededor de dicha variedad. Este fenómeno es conocido como *chattering*.

El *chattering* es producido tanto por las dinámicas parásitas de la planta (sensores, actuadores, dinámicas no modeladas) como por los retardos debidos a la conmutación de las llaves empleadas en el cambio de la estructura del sistema y al tiempo de procesamiento de los controladores. Ambas propiedades impiden el cumplimiento del requisito más exigente para el diseño del control por modo deslizante, la frecuencia de conmutación infinita de la acción de control.

En la actualidad se están investigando diversos métodos para reducir los problemas de *chattering*. El método tradicional consiste en reemplazar el dispositivo de conmutación por una alta ganancia con saturación. Esto da lugar a una banda en el entorno de la variedad de deslizamiento, dentro de la cual el controlador se comporta como un control continuo de gran ganancia. Este método elimina el problema del chattering y reduce fuertemente los problemas asociados al desgaste mecánico. Sin embargo, el comportamiento no queda especificado por el diseño de la variedad de deslizamiento, y pierde en cierta medida las propiedades de robustez del modo deslizante [61].

El modo deslizante dinámico presentado en §5.2 reduce problemas asociados a la frecuencia de conmutación dada la característica continua de la acción de control, disminuyendo las exigencias sobre los actuadores.

Otra línea de investigación tendiente a eliminar el chattering se basa en el modo deslizante basado en observador. Consiste en crear un lazo de control que no incluya la dinámica parásita mediante el empleo de un observador.

La búsqueda de soluciones a este inconveniente continua siendo una temática de investigación de vigencia en la actualidad.

5.4. Conclusiones

Se ha presentado un resumen de la teoría de los regímenes por modo deslizante con especial énfasis en los puntos de directa relación con el presente trabajo de tesis.

Se describió el método del control equivalente. A partir de este método se puede interpretar en forma simple y conceptual el comportamiento de los sistemas que operan en modo deslizante. A partir del control equivalente, se estableció la condición necesaria y suficiente para la existencia de este modo de operación.

El régimen deslizante presenta excelentes propiedades de robustez tanto a perturbaciones como a incertidumbres del modelo. Es importante distinguir entre la robustez a mantener el régimen deslizante (es decir, cumplir el objetivo) y la robustez a rechazar perturbaciones en la dinámica interna. Ésta última está asociada a la dirección de la perturbación.

Desde el punto de vista de la estabilidad, no sólo debe ser verificada la correspondiente al régimen deslizante, sino también la de la dinámica interna.

En aquellos sistemas en los cuales la acción de control aparece explícitamente en el objetivo de control (la superficie) no puede aplicarse un régimen deslizante convencional. Una alternativa es desarrollar un modo deslizante dinámico que, a través de una expansión del sistema, evita este problema. Los regímenes deslizantes dinámicos, también tienen la propiedad de reducir fuertemente los problemas de chattering asociados a la implementación práctica del controlador.

Capítulo 6

Estrategia de operación del sistema. Sensibilidad al error de medida de la velocidad

En este capítulo se presenta, como objetivo básico, la maximización de la captura de energía, objetivo que es complementado en el Capítulo 8 con especificaciones más ambiciosas. Se propone una estrategia de operación que permite converger a un funcionamiento óptimo, sin necesidad de medir la velocidad del viento. La convergencia y estabilidad de operación en el punto de funcionamiento óptimo, es posible a través del control indirecto del par de carga en el eje de la turbina, por medio de un lazo de regulación de tensión, de corriente o de potencia en bornes del generador. El controlador que permite alcanzar este objetivo, es postergado hasta el próximo capítulo. Debido a que la estrategia de operación está fuertemente ligada a la medida de la velocidad de la turbina, se evalúa el efecto del error en esta variable en los tres lazos de regulación propuestos, determinándose cuál de ellos presenta mejores características.

6.1. Estrategia de operación del sistema. Convergencia a los puntos de máxima conversión de energía

Presentadas en los capítulos precedentes las distintas características de los elementos que forman parte del sistema de bombeo, es ahora necesario comenzar a especificar los objetivos básicos y la manera de operar al sistema. En el Capítulo 7 se propone un control por modo deslizante para cumplir estos objetivos, controlador que es ampliado en el Capítulo 8 con el objeto de extender el rango de operación del sistema para cumplir objetivos más ambiciosos.

La Figura 6.1 muestra el sistema de bombeo propuesto, dentro de un esquema de control que determina su operación para alcanzar los puntos de trabajo deseados.



Velocidad de giro de la turbina

Figura 6.1: Sistema de bombeo y control propuesto

El objetivo central es maximizar la captura y aprovechamiento de la energía eólica, con el mejor rendimiento de las partes constitutivas del sistema y *sin medir la velocidad del viento*.

Siendo que el sistema no posee elementos que almacenen energía, lo dicho previamente implica que la bomba entregará el máximo caudal posible a la mencionada velocidad de viento.

Como fue comentado, el motor de inducción es operado, para su máximo aprovechamiento, por variación de la frecuencia f_e y a flujo constante. Las variables que, en principio, estarían disponibles para modificar la frecuencia f_e son, las variables mecánicas Ω y Ω_{bba} y las variables eléctricas V_s , I_s y P_e .

Para poder cumplir con el objetivo planteado se requiere la elaboración de una estrategia de operación y un control que permita a la turbina acompañar los cambios de viento, operando en puntos de máxima transferencia de potencia (§2.2.1). Dependiendo de las condiciones iniciales, este objetivo puede ser ambicioso y, en general, se busca que el sistema sea capaz de controlar la convergencia a dichos puntos en estado estacionario. Obviamente, asegurado este último objetivo, el primero se cumple automáticamente cuando las condiciones de cambio de viento no son severas.

Lamentablemente, si no se mide la velocidad del viento, no se conoce el punto de operación deseado. Considérese la Figura 6.1 y asúmase una velocidad de viento de V = 10 m/s. La forma de asegurar la convergencia al punto óptimo de operación A, sobre $T_0(\Omega)$, es garantizado cuando a izquierda de A existe un par que acelera la turbina, incrementando la velocidad de giro. Dicho par se compone de la diferencia entre el par de la turbina T_t y el par resistente T_e establecido por el generador consecuencia de la carga eléctrica en sus bornes. Por otra parte, si transitoriamente la velocidad de giro fuera mayor que Ω_A , el par $T_t - T_e$ debería ser negativo para asegurar la convergencia hacia el punto de velocidad Ω_A . Estas condiciones, pueden conseguirse forzando que el par de carga (T_e) sea igual a la curva $T_0(\Omega)$. De esta manera, la turbina, en estado estacionario, se ubicará siempre en un punto de operación de máxima transferencia de energía y el caudal también será máximo.

Luego, el controlador debería establecer en el eje de la turbina, una característica de carga (T_e, Ω) coincidente con la curva $T_0(\Omega)$ que representa el lugar geométrico de los puntos de máxima transferencia de potencia de la turbina. El par de la turbina T_t y el par óptimo $T_0(\Omega)$ (§2.2.1), se repiten a continuación:

$$T_t = kV^3 \frac{C_p(\lambda)}{\Omega}, \tag{6.1}$$

$$T_0 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \Omega^2.$$
(6.2)



Figura 6.2: Línea llena: par de la turbina con el viento como parámetro. Línea de trazos: par correspondiente a la curva de máxima potencia en función de la velocidad de giro

El accionamiento y control del motor de inducción se realiza a través del convertidor inversor CC/AC que permite variar los parámetros de excitación f_e y V_{mi} . La variación de la frecuencia de excitación del motor, modifica la potencia eléctrica tomada por esta máquina desde el conjunto de generación. Dicha potencia, es transmitida a la bomba centrífuga acorde a la dinámica impuesta por el conjunto motor-bomba.

Las expresiones matemáticas presentadas en $\S4.2.3$ y que se repiten a continuación, permiten observar la relación entre las variables eléctricas y el par de carga en el eje de la turbina:

$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s\phi}{X_s}\sqrt{1-\left(\frac{V_s}{\phi\omega_e}\right)^2} = fc(V_s), \qquad (6.3)$$

$$T_e = 3\frac{p}{2}I_s\phi\sqrt{1-\left(\frac{I_sL_s}{\phi}\right)^2} = fc(I_s), \qquad (6.4)$$

$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s I_s}{\omega_e} = \frac{P_e}{\Omega}.$$
(6.5)

Luego, el par del generador se puede regular manipulando la tensión (V_s) , la corriente (I_s) o la potencia (P_e) en bornes. A partir de los conceptos vertidos y las relaciones matemáticas presentadas, se propone un lazo de control que, actuando sobre la frecuencia de excitación del motor, regule alguna de las tres variables eléctricas y con ello el par de carga reflejado sobre el eje de la turbina.

En base a lo anterior, las Figuras 6.3, 6.4 y 6.5, muestran, superpuestas a las características de la turbina, las características del generador en la medida que se varíen la tensión, la corriente o la potencia en sus bornes respectivamente.

Se observa que, para cualquier velocidad de giro de la turbina, existe un valor de tensión V_s o de corriente I_s o de potencia P_e , que permite que la característica correspondiente del generador pase por el punto $(\Omega, T_0(\Omega))$.



Figura 6.3: Línea de puntos: Característica de carga de la turbina con la tensión V_s como parámetro



Figura 6.4: Línea de puntos: Característica de carga de la turbina con la corriente I_s como parámetro



Figura 6.5: Línea de puntos: Característica de carga de la turbina con la potencia ${\cal P}_e$ como parámetro

Luego, si se logra un control que asegure, en forma robusta, que el par reflejado por la carga coincida con
6.2. EFECTO DEL ERROR DE MEDIDA DE LA VELOCIDAD Ω

 $T_0(\Omega)$, es posible asegurar el objetivo básico planteado, la maximización de la conversión de energía. Es de notar que, para la definición de la referencia $T_0(\Omega)$, sólo es necesario un conocimiento básico de la turbina y la medida de su velocidad.

En lo que sigue, con el objeto de determinar cuál de los lazos propuestos es el más adecuado, se evalúa la sensibilidad que presenta el punto de trabajo frente a imprecisiones de la referencia del lazo de control. En este sentido se analiza particularmente, el efecto de las imprecisiones originadas en el error de medida de la velocidad del eje de la turbina.

6.2. Effecto del error de medida de la velocidad Ω

6.2.1. Interpretación cualitativa

Se ha comentado que, con el objeto de obtener un comportamiento convergente hacia el punto de máxima transferencia de energía, se puede regular, o la tensión, o la corriente o la potencia en bornes del generador. Como la estrategia de funcionamiento está fuertemente ligada a la medida instantánea de la velocidad de giro Ω , se realiza una evaluación de la sensibilidad de los puntos de operación de estado estacionario, frente al error en dicha medida, para los tres casos previamente mencionados.

Efecto del error cuando se regula la tensión del generador

La Figura 6.6 muestra el efecto de un error por exceso en la medida de Ω , sobre el punto de operación. En la Figura 6.6a), suponiendo que la velocidad medida es Ω_{im} , la tensión aplicada en bornes del generador será V_{s2} en lugar de ser V_{s1} (tensión que correspondería a la velocidad real Ω_{ir}). Debido a que la velocidad real es Ω_{ir} , el par producido T_{ei} es menor que el par de la turbina, esta diferencia produce el desplazamiento del punto de funcionamiento a zonas de mayor velocidad que la correspondiente al punto de máxima conversión de energía.



Figura 6.6: Efecto del error cuando se regula la tensión del generador. a) Aparición de una aceleración a partir de la diferencia entre los pares T_t y T_e . b) Condición de equilibrio. Corrimiento del punto de funcionamiento debido al error en la medida de Ω

El sistema encuentra el punto de funcionamiento de estado estacionario, cuando el error en la medida de Ω , coincide con la diferencia que existe en el eje de las velocidades entre el punto que resulta de la intersección del par de la turbina y del generador (B) y el que corresponde a la intersección del par del generador con la curva de referencia (C) (Figura 6.6b)). El corrimiento del punto de operación de estado estacionario (B) con respecto al de generación óptima (A) produce una merma de la potencia que se transfiere a la bomba. Obviamente, esta pérdida está asociada (en forma no lineal) al apartamiento entre los puntos A y B. La pendiente de la característica del generador juega un papel preponderante en el error que el sistema puede tolerar. En efecto, como se desprende de la Figura 6.6b), el punto de funcionamiento es muy sensible a la pendiente de la característica (junto a la forma de la curva de referencia $T_0(\Omega)$ y a la característica de la turbina T_t), a mayor pendiente menor es el error que se tolera para que el punto de funcionamiento se encuentre en las cercanías del óptimo.

Efecto del error cuando se regula la corriente del generador

En la Figura 6.7a) se observa que, en este caso, si la velocidad real es Ω_{ir} y se comete un error por exceso en la medida de dicha velocidad, aparece un par desacelerador que modifica la velocidad de la turbina hasta alcanzar una condición como la mostrada en la Figura 6.7b). Donde el par del generador T_e , calculado a partir de Ω_{im} , coincide con el par de la turbina (punto B). Obviamente, cuando se alcanza el punto de equilibrio, la distancia entre las abscisas que corresponden a los puntos B (intersección del par de la turbina y de carga) y C (intersección del par de carga del generador con la curva de referencia) coincide con el error de medida de Ω .



Figura 6.7: Efecto del error cuando se regula la corriente del generador. a) Aparición de una aceleración a partir de los pares de la turbina y de carga T_t y T_e . b) Condición de equilibrio. Corrimiento del punto de funcionamiento debido al error en la medida de Ω

Efecto del error cuando se regula la potencia del generador

Bajo idénticas consideraciones a las enunciadas para los casos de regulación de tensión y de corriente, la Figura 6.8a), muestra el par de aceleración debido al error en Ω que da lugar a un corrimiento del punto de funcionamiento de estado estacionario (punto *B*) con respecto al punto *A* de máxima generación (Figura 6.8b)). Nuevamente, el equilibrio se alcanza cuando la distancia en abscisas entre los puntos *B* y *C*, coincide con el error de medida de Ω .



Figura 6.8: Efecto del error cuando se regula la potencia del generador. a) Aparición de una aceleración a partir de los pares de la turbina y de carga T_t y T_e . b) Condición de equilibrio. Corrimiento del punto de funcionamiento debido al error en la medida de Ω

6.2.2. Desplazamiento del punto de funcionamiento de acuerdo a la estrategia empleada

En esta sección se determina de manera cuantitativa el efecto del error sobre el corrimiento del punto de funcionamiento de estado estacionario con respecto al punto de funcionamiento óptimo, a partir de analizar los puntos en los que los pares de la turbina y de carga se igualan [63].

Debe enfatizarse que no se trata de un sistema que estando en el punto ideal de funcionamiento (con error nulo) es perturbado y, entonces, evoluciona hacia un nuevo equilibrio. En realidad, consecuencia de la inexactitud de la medida de la velocidad de giro de la turbina, el sistema sigue una curva de referencia que se encuentra desplazada respecto de $T_0(\Omega)$.

Como la velocidad medida difiere de la real en el error (e),

$$\Omega_m = \Omega_r + e, \tag{6.6}$$

el par de referencia se calcula con Ω_m

$$T_0(\Omega_m) = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \Omega_m^2.$$
(6.7)

Sin embargo, el par de carga T_e debe ser calculado a la velocidad real de giro Ω_r , según la variable empleada en el lazo de control,

$$\begin{cases} V_{sm} \quad y \quad \Omega_r \quad \Rightarrow \quad T_e, \\ I_{sm} \quad y \quad \Omega_r \quad \Rightarrow \quad T_e, \\ P_{em} \quad y \quad \Omega_r \quad \Rightarrow \quad T_e, \end{cases}$$
(6.8)

con el subíndice m indicando que las variables son determinadas a partir de la velocidad de giro medida Ω_m . En los puntos de equilibrio se verifica la igualdad de pares de la turbina y de carga:

$$\Delta T = T_t - T_e = 0. \tag{6.9}$$

La determinación de los puntos de equilibrio en función del error resulta útil para determinar cuál de las estrategias es superior. En efecto, a igual error en las estrategias planteadas, un menor corrimiento respecto del punto de máxima potencia disponible implica menor pérdida de potencia, es decir, mejor rendimiento de conversión de energía.

Análisis cuando se regula la tensión del generador

Como la estrategia busca que el par de carga siga a $T_0(\Omega)$, partiendo de la expresión correspondiente y, conocido el par de referencia a partir de la medida de la velocidad, se puede obtener el valor de la tensión en bornes del generador,

$$T_0(\Omega_m) = 3\frac{p}{2} \frac{V_s \phi}{L_s} \sqrt{1 - \left(\frac{V_s}{\phi(\omega_r + e\frac{p}{2})}\right)^2}.$$
 (6.10)

Luego, V_s compuesta con la velocidad real da lugar al par de carga real en el generador,

$$T_e = 3\frac{p}{2}\frac{V_s\phi}{L_s}\sqrt{1 - \left(\frac{V_s}{\phi\omega_r}\right)^2},\tag{6.11}$$

 $\operatorname{con}\,\omega_r = \Omega_r \frac{p}{2}.$

En estas condiciones, se pueden encontrar los nuevos puntos de equilibrio en función del error cometido en la determinación de la velocidad de giro de la turbina cuando se verifica la expresión (6.9). En la Figura 6.9, se presentan los puntos de equilibrio, para una dada velocidad de viento, con el error como parámetro.



Figura 6.9: Control por tensión. Puntos de equilibrio en función del error

Se comprueba la elevada sensibilidad de este esquema de regulación. Mientras el punto de máxima energía se encuentra en $\Omega_r = 458 \ rpm$, con pequeños errores se producen grandes desplazamientos respecto del dicho punto. Puede comprobarse, además, que el apartamiento es distinto según el signo del error cometido. Efectivamente, un error de 0.1 rpm, si bien significa una pérdida de potencia considerable respecto de la que se puede obtener, tiene un comportamiento estable, mientras que un error de $-0.1 \ rpm$, el desplazamiento del punto de funcionamiento respecto del óptimo hace que la potencia que se puede obtener sea prácticamente nula.

La última consideración está referida a las discontinuidades (puntos $I \ y \ II$) que presentan las curvas con error por exceso. La Figura 6.10 muestra que, debido a la elevada pendiente de la característica del generador de imán permanente, a velocidades menores a la de las discontinuidades, el par de carga T_e a la velocidad de giro real puede ser nulo. En las velocidades en las que el par de carga deja de ser nulo se producen las mencionadas discontinuidades.



Figura 6.10: Efecto del error y de la elevada pendiente de la característica de carga

Análisis cuando se regula la corriente del generador

Repitiendo el procedimiento anterior y, contemplando ahora que

$$T_0(\Omega_m) = 3\frac{p}{2}I_s\phi\sqrt{1 - \left(\frac{I_sL_s}{\phi}\right)^2},\tag{6.12}$$

se puede determinar el valor de la corriente I_s que da lugar al par de carga T_e a la velocidad real del generador.

En la Figura 6.11 se observa que, regulando la corriente del generador, los corrimientos respecto del punto de máxima conversión de energía son mucho menores que cuando se regula la tensión en el generador.



Figura 6.11: Control por corriente. Puntos de equilibrio en función del error

Puede notarse el comportamiento estable aún para elevados errores en la determinación de la velocidad de giro. Consecuencia del menor corrimiento de los puntos de funcionamiento, se tiene un mayor rendimiento de conversión de energía.

Análisis cuando se regula la potencia del generador

En este caso las expresiones que permiten determinar el par de carga a la velocidad de giro real son:

$$T_0(\Omega_m) = \frac{P_e}{\Omega + e},\tag{6.13}$$

expresión que da lugar a la potencia P_e , la cual a la velocidad de giro real, produce el par de carga:

$$T_e = \frac{P_e}{\Omega_r}.$$
(6.14)

La Figura 6.12 muestra que, si el par es regulado indirectamente a través de la potencia, el punto de estado estacionario también presenta una elevada insensibilidad frente a los errores en la determinación de la velocidad. Comparando estos resultados con los de la Figura 6.11 se puede apreciar, que los puntos de equilibrio se han desplazado más que para el control del par del generador.



Figura 6.12: Control de potencia. Puntos de equilibrio en función del error

Como en el caso anterior, y a diferencia del control por regulación de tensión, el control de potencia permite un comportamiento estable aún para elevados errores en la determinación de la velocidad de giro. Luego, se puede esperar un buen rendimiento de conversión de energía.

6.3. Control por corriente versus control por potencia

Del análisis previo, se desprende la elevada sensibilidad del lazo que regula la tensión en bornes del generador sincrónico de imán permanente. Luego, ha sido desestimado no sólo porque podría dar lugar a una disminución considerable en el rendimiento de conversión de energía sino porque inclusive, podría dar lugar a problemas de estabilidad. Las otras alternativas han mostrado una elevada robustez frente a dicho error restando comprobar cuál podría presentar el mejor rendimiento de conversión de energía.

Determinar lo anterior implica conocer en cuál de los lazos de regulación propuestos el punto de funcionamiento se desplaza menos respecto del punto de funcionamiento ideal cuando existe un error en la velocidad de giro de la turbina.

Estableciendo que en el equilibrio los pares¹ se igualan, se tiene:

por potencia
$$\Delta T = T_t - \frac{T_0(\Omega_m)\Omega_m}{\Omega_r} = \frac{kV^3C_p - kr^3(\Omega_r + e)^3C_{p0}/\lambda_0^3}{\Omega_r} = 0,$$
 (6.15)

por corriente
$$\Delta T = T_t - T_0(\Omega_m) = \frac{kV^3C_p}{\Omega_r} - kr^3(\Omega_r + e)^2 C_{p0}/\lambda_0^3 = 0,$$
 (6.16)

con ΔT la diferencia de pares. A partir de las expresiones (6.15) y (6.16) se puede obtener el error:

por potencia
$$e = \left(\frac{kV^3C_p\lambda_0^3}{kr^3C_{p0}}\right)^{1/3} + \Omega_r,$$

$$(6.17)$$

por corriente
$$e = \left(\frac{kV^3C_p\lambda_0^3}{\Omega_r kr^3C_{p0}}\right)^{1/2} + \Omega_r.$$
 (6.18)

La Figura 6.13a), permite comparar los resultados obtenidos para cada lazo. En ella se presenta el error que 'debería' cometerse para establecer el punto de operación (punto de equilibrio) a una dada velocidad Ω . Puede observarse que a igual error, el apartamiento de la velocidad que corresponde a la del punto óptimo A, es mayor en el lazo de control de potencia que para el lazo de corriente.

 $^{^1\}mathrm{En}$ la Figura 6.4 se observa que regular corriente es equivalente a regular par en el generador. Esto se comprueba más adelante en $\S7.1.1$



Figura 6.13: Control por corriente versus control por par. a) Error en distintos puntos de equilibrio en las estrategias de regulación de corriente y de potencia. b) Detalle alrededor del punto de funcionamiento óptimo A

En particular, la Fig. 6.13b) muestra que, para un error de 5 rpm, el apartamiento es mayor para el lazo de control por regulación de potencia (el punto I se encuentra más apartado que el II respecto del punto de funcionamiento óptimo (A) por lo cual se verifica que el rendimiento de conversión de energía es menor. Lo anterior puede demostrarse a partir de fijar, en función del error de medida, el mismo punto de operación para ambas estrategias. Luego la estrategia que telera el mayor error es superior dado que con un error

para ambas estrategias. Luego, la estrategia que tolere el mayor error es superior dado que con un error menor encontrará un punto de funcionamiento más cercano al óptimo.

Si se plantea la variación del par del punto de funcionamiento respecto del par ideal (que corresponde al punto óptimo, es decir, con error nulo), para ambos lazos se tiene:

por corriente
$$\Delta T_1 = T_{0i} - T_{0corr} = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \left(\Omega_i^2 - (\Omega_r + e_{corr})^2\right),$$
 (6.19)

por potencia
$$\Delta T_2 = T_{0i} - T_{0pot} = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \left(\Omega_i^2 - \frac{(\Omega_r + e_{pot})^3}{\Omega_r}\right),$$
 (6.20)

$$\Delta T_1 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \left(\Omega_i^2 - \Omega_r^2 - 2\Omega_r e_{corr} - e_{corr}^2\right), \tag{6.21}$$

$$\Delta T_2 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} \left(\Omega_i^2 - \Omega_r^2 - 3\Omega_r e_{pot} - 3e_{pot}^2 - \frac{e_{pot}^3}{\Omega_r}\right), \tag{6.22}$$

con Ω_i la velocidad que corresponde al punto de funcionamiento óptimo de par T_{0i} y los errores e_{corr} y e_{pot} correspondiendo a sus respectivos lazos de regulación. Debido a que el punto de funcionamiento es el mismo para ambos lazos, las variaciones de par son iguales. Luego, puede obtenerse la expresión que permite calcular el error cometido en cada caso:

$$\Delta T_1 = \Delta T_2, \tag{6.23}$$

$$\left(-2\Omega_r e_{corr} - e_{corr}^2\right) = \left(-3\Omega_r e_{pot} - 3e_{pot}^2 - \frac{e_{pot}^3}{\Omega_r}\right).$$
(6.24)

Se advierte que, debido a que ambos lazos establecen el mismo punto de operación, el error cometido en la estrategia que regula potencia e_{pot} debe ser menor que el error e_{corr} para el lazo que regula corriente. Aunque, cabe mencionar que, en ambas estrategias y a diferencia del caso en que se regula tensión, si el apartamiento del punto de equilibrio es pequeño y teniendo en cuenta la característica no lineal del coeficiente C_p , la diferencia entre las potencias transferidas al conjunto de bombeo en cada caso, no debería ser significativa. Teniendo en cuenta la mejor performance del lazo de regulación de corriente y que resulta más sencillo de implementar, se lo elige para regular el par del generador sincrónico de imán permanente.

6.4. Conclusiones

Se ha propuesto, como objetivo básico de control, la maximización y aprovechamiento de la energía eólica, sin la medida del viento.

El cumplimiento del objetivo planteado, presentó el inconveniente que el par de carga de la turbina debe acompañar los cambios de viento, operando en los puntos de máxima transferencia de energía. En este sentido, el desconocimiento de la velocidad del viento, impuso una restricción importante en el control del sistema. Luego, se propuso que el sistema sea capaz de controlar la convergencia a los puntos de máxima generación, por medio del seguimiento de la curva $T_0(\Omega)$ que corresponde a la relación de punta de pala óptima de operación (λ_0), permitiendo la máxima captura de energía, cuando no es fuerte el cambio en la velocidad del viento.

Obligando al par de carga (T_e) a copiar al par de referencia $(T_0(\Omega))$, se ha conseguido establecer un par de convergencia al punto de funcionamiento óptimo del sistema. Luego, a cada velocidad Ω , la referencia ha permitido converger al punto óptimo. Obviamente, la convergencia al punto está asociada a la robustez del controlador, el cual se diseña en el capítulo siguiente.

Una vez establecida la estrategia de operación, la misma puede llevarse a cabo a partir de tres lazos de regulación, control por regulación de tensión, de corriente o de potencia.

En base al análisis de sensibilidad frente al error en la determinación de la velocidad de giro de la turbina Ω , se ha descartado la posibilidad de regular la tensión en bornes del generador, no sólo porque da lugar a una disminución considerable en el rendimiento de conversión de energía sino porque podría dar lugar a problemas de estabilidad del sistema.

Tanto el control por regulación de corriente, como el control por regulación de potencia, han demostrado baja sensibilidad al error de medida de la velocidad Ω , siendo el primero de los lazos, ligeramente superior. Debido al mejor rendimiento de conversión de energía frente al error de medida considerado y la mayor sencillez de implementación, se elige un controlador basado en la estrategia de regular la corriente del generador sincrónico de imán permanente.

Capítulo 7

Control de la turbina por regulación de corriente. Modo deslizante dinámico

El sistema eólico de bombeo de agua es analizado en forma integrada. Se obtiene un modelo de estados del sistema completo, y a partir de éste se propone una estrategia de control por modo deslizante dinámico que regula el par de carga de la turbina mediante un lazo de regulación de corriente. El control tiene por objetivo, asumiendo que no se mide el viento, la maximización de la conversión de la energía eólica con el fin de optimizar el caudal bombeado.

Los siguientes aspectos del régimen deslizante son evaluados, las condiciones para asegurar su establecimiento, la sensibilidad ante la incertidumbre que el viento representa y la estabilidad de la dinámica interna.

Por último, se presentan resultados de simulación que permiten analizar el comportamiento del sistema y convalidar la robustez del controlador propuesto.

7.1. Modelo de estados del sistema

La Figura 7.1, muestra un diagrama del sistema a controlar, cuyos componentes han sido objeto de estudio en capítulos previos. Se indican, las variables eléctricas y mecánicas intervinientes.



Figura 7.1: Sistema eólico de bombeo de agua

El comportamiento dinámico del subsistema eólico (turbina-generador) viene expresado por:

$$\dot{\Omega} = \frac{T_t - T_e}{J_{t+g}},\tag{7.1}$$

donde Ω es la velocidad de giro de la turbina, J_{t+g} es el momento de inercia del conjunto turbina-generador, T_t es el par de la turbina:

$$T_t = \frac{kV^3 C_p(\lambda)}{\Omega},\tag{7.2}$$

y T_e es el par reflejado por la unidad de bombeo en el eje de la turbina.

Cuando el motor opera a flujo constante, el par y la potencia pueden ser expresados por: [4][42]

$$T_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\Psi_m^2 \frac{\omega_{sl}R_r}{R_r^2 + \omega_{sl}^2 L_{lr}^2},$$
(7.3)

$$P_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\Psi_m^2 \frac{\omega_{sl}R_r}{R_r^2 + \omega_{sl}^2 L_{lr}^2}\Omega_{bba}, \qquad (7.4)$$

siendo Ψ_m el flujo del motor de inducción. Luego, el par reflejado en el eje de la turbina es:

$$T_e = \frac{P_{mi}}{\Omega} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\Psi_m^2 \frac{\omega_{sl}R_r}{R_r^2 + \omega_{sl}^2 L_{lr}^2} \frac{\Omega_{bba}}{\Omega}.$$
(7.5)

Por otra parte, la dinámica del subsistema de bombeo está dada por la ecuación diferencial:

$$\dot{\Omega}_{bba} = \frac{T_{mi} - T_{bba}}{J_{bba+mi}},\tag{7.6}$$

donde J_{bba+mi} es el momento de inercia del conjunto motor-bomba y T_{bba} es el par resistente de la bomba que es una función cuadrática de la velocidad de giro: [40][43]

$$T_{bba} = k_{bba} \Omega_{bba}^2 = k_{bba} \omega_b^2 \left(\frac{2}{p_m}\right)^2,\tag{7.7}$$

con $\omega_b = \Omega_{bba} \frac{p_m}{2}$ la frecuencia angular equivalente de la velocidad de giro de la bomba. Haciendo $x_1 = \omega_b, x_2 = \Omega$ y considerando como esfuerzo de control u a la frecuencia de excitación del motor de inducción ω_e , la ecuación de estados del sistema resulta:

$$\dot{x_{1}} = \frac{3\left(\frac{p_{m}}{2}\right)\Psi_{m}^{2}\frac{(u-x_{1})R_{r}}{R_{r}^{2}+(u-x_{1})^{2}L_{lr}^{2}}-k_{bba}x_{1}^{2}\left(\frac{2}{p_{m}}\right)^{2}\frac{p_{m}}{2}}{J_{bba+mi}}$$
(7.8)

$$\dot{x}_{2} = \frac{\frac{kV^{3}C_{p}(\lambda)}{x_{2}} - 3\left(\frac{p_{m}}{2}\right)\Psi_{m}^{2}\frac{(u-x_{1})R_{r}}{R_{r}^{2} + (u-x_{1})^{2}L_{lr}^{2}}\frac{x_{1}}{x_{2}}\frac{2}{p_{m}}}{J_{t+g}}.$$
(7.9)

7.1.1. Simplificación del modelo

Por razones de protección, no se debe exigir al motor un par mayor que el nominal¹. Con esta finalidad, es necesario limitar el rango de frecuencias de excitación a:

$$\{\omega_e : \Omega_{bba} p_m / 2 \le \omega_e \le \Delta_{\max} + \Omega_{bba} p_m / 2\} \quad \text{con } \omega_e, \Delta_{\max}, \Omega_{bba} \in \Re,$$

siendo $\Delta_{\text{máx}}$ la máxima diferencia entre la frecuencia angular que corresponde a la velocidad de la bomba y la frecuencia aplicada en los terminales del motor.

En esta zona, de bajo resbalamiento, el par del motor de inducción (7.3) se puede aproximar por: [4]

66

¹En determinadas condiciones, el motor de inducción debe operar con un par menor que su par nominal en la zona de bajas velocidades de giro. En efecto, dado que la velocidad del agua determina la refrigeración del motor, ésta puede ser insuficiente si, por la variabilidad del viento, se producen ciclos de calentamiento repetitivos en dicha zona. Por ello, en el Apéndice A, se analiza una alternativa de operación del motor de inducción que limita el resbalamiento a su valor nominal. Luego, el par disponible en esas circunstancias es menor que el par nominal del motor. Esto evita posibles inconvenientes de calentamiento. Esta limitación, en condiciones de funcionamiento muy exigentes podría facilitar la presencia de problemas reset windup. Luego, en dicho apéndice se propone una estrategia anti reset windup basada en conceptos de regímenes deslizantes.

7.1. MODELO DE ESTADOS DEL SISTEMA

$$T_{mi} \simeq k_{mi} \left(u - x_1 \right), \tag{7.10}$$

donde $k_{mi} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\frac{\Psi_m^2}{R_r}$. A su vez, el par de carga del generador sincrónico (7.5) queda aproximado por:

$$T_e = \frac{T_{mi}\Omega_{bba}}{\Omega} \simeq \frac{k_{mi}\left(u - x_1\right)x_1\left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2}.$$
(7.11)

Luego, las ecuaciones (7.8)-(7.9) se simplifican a:

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi} (u - x_1) - \frac{k_{bba} x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ \frac{k V^3 C_p(\lambda) - k_{mi} (u - x_1) x_1 \left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2 J_{t+g}} \end{bmatrix}.$$
(7.12)

Conforme a lo discutido en el capítulo precedente, el control debe regular el par de carga de acuerdo a la curva $T_0(\Omega)$ a los efectos de asegurar la convergencia al punto de operación que permite la máxima captura de energía. Con esta finalidad debe anular la diferencia entre el par que corresponde a la curva de máxima generación en estado estacionario y el par de carga:

$$h_T = T_0(\Omega) - T_e.$$
 (7.13)

Este objetivo puede expresarse en términos de las corrientes de referencia $I_0(\Omega)$ y de carga I_s , calculadas a partir de los pares correspondientes:

$$h = I_0(\Omega) - I_s = \frac{2}{3} \frac{T_0(\Omega)}{\phi p} - \frac{2}{3} \frac{T_e}{\phi p},$$

donde se ha considerado, según se presentó en §4.2.3, que el par de carga del generador sincrónico de imán permanente conectado al rectificador no controlado es:

$$T_e = 3\frac{p}{2}I_s\phi\sqrt{1 - \left(\frac{I_sL_s}{\phi}\right)^2},\tag{7.14}$$

el cual puede ser simplificarse a

$$T_e = \frac{3}{2} I_s \phi p,$$

considerando que L_s es muy pequeña.

Luego, la ecuación de salida de nuestro sistema es:

$$h(x,u) = \frac{2}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 x_2^2 C_{p0}}{\phi p} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi} \left(u - x_1\right) \frac{x_1}{x_2} \left(\frac{2}{p_m}\right)}{\phi p}.$$
(7.15)

Las ecuaciones (7.12) y (7.15) constituyen el modelo del sistema sobre el cual se propone, en este capítulo, una estrategia de control por modo deslizante.

En la Figura 7.2 se presenta un diagrama en bloques del sistema incluyendo el bloque de control.



Figura 7.2: Diagrama de control del sistema. • : puntos de medición. Línea gruesa: conexiones exteriores entre los componentes considerados

Los elementos del sistema se describen, brevemente, a continuación:

- **Controlador.** A partir de la velocidad de giro de la turbina y sin medir la velocidad del viento, el control se encarga de generar la referencia $I_0(\Omega)$ que corresponde a la curva de generación óptima $T_0(\Omega)$. Esta corriente es comparada con la del generador de imán permanente I_s . El controlador, basado en los regímenes deslizantes, empleará (como se demuestra en el presente capítulo) las variables de estado del sistema Ω y $\Omega_{bba} \frac{p_m}{2}$ y la comparación de corrientes para determinar la frecuencia de excitación del motor de inducción f_e .
- **Conjunto Motor de Inducción-Bomba.** Debido a que el motor es operado variando la frecuencia a flujo constante, el par desarrollado es directamente proporcional a la corriente en bornes del motor [4].

El comportamiento dinámico de la velocidad de la bomba es función de la la inercia del conjunto motor-bomba y de la diferencia entre los pares del motor y de la bomba. Siendo el último una función cuadrática de la velocidad de giro.

- Línea de CC-Convertidores. La tensión (V_{mi}) y la frecuencia de excitación en los terminales del motor se obtienen por medio del inversor que asegura la operación variando la frecuencia a flujo constante $(V_{mi}/f_e = cte)$. Del lado del generador, el rectificador no controlado establece el funcionamiento de la máquina sincrónica con un factor de potencia unitario. Al transmitir la potencia entre el conjunto de generación y el de carga, este bloque posee una función de transferencia unitaria.
- Conjunto Turbina-Generador de Imán Permanente. La dinámica de la velocidad de la turbina queda determinada por la diferencia de los pares $(T_t T_e)$ y la inercia. El par de la turbina es función de la velocidad del viento y de la velocidad de giro, mientras que el par de carga del generador depende de la corriente que circula por el generador.

Dado que la tensión del generador es función de la velocidad de giro [4], la potencia consumida en bornes del generador, es decir, la potencia que consume el motor de inducción, establece la corriente que circula. A su vez, dicha corriente establece el par de carga del generador, que da lugar a la velocidad de giro de la turbina, la cual se emplea para determinar la referencia del controlador. Determinado el modelo del sistema y discutida la interacción entre sus componentes, en las secciones siguientes se desarrolla un controlador para maximizar la extracción de energía, asumiendo que no se mide la velocidad del viento. Posteriormente, en el Capítulo 8, se incorporan nuevas especificaciones que contemplan el caso en que la velocidad de viento supera los regímenes normales de operación.

7.2. Control del sistema por modo deslizante

La convergencia hacia puntos de máxima conversión de energía puede ser garantizada en la medida que el par de carga siga la referencia $T_0(\Omega)$ a cada Ω . Luego, el controlador buscado debe asegurar el mínimo error ante perturbaciones e incertidumbres. En este sentido, la aplicación de las herramientas provenientes de los regímenes deslizantes, constituye un marco teórico adecuado para el desarrollo de un controlador que verifique el cumplimiento de dichas propiedades.

Obviamente, surge un inconveniente fuerte cuando se pretende aplicar una técnica convencional de modo deslizante con acción discontinua sobre la frecuencia de excitación del motor. Con el objeto sobrellevar este problema, en la próxima sección se propone el empleo de un control por modo deslizante dinámico.

7.2.1. Control por modo deslizante dinámico

Con la finalidad de desarrollar un régimen deslizante dinámico sobre el sistema

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{7.16}$$

$$y = h(x,u), \qquad (7.17)$$

se propone una ley de aproximación: [57]

$$\dot{y} = -Wsign(y). \tag{7.18}$$

De (7.16), (7.17) y (7.18) se obtiene:

$$\left[\frac{\partial h}{\partial x}\right]f\left(x,u\right) + \left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]\frac{du}{dt} = -Wsign\left[h\left(x,u\right)\right],\tag{7.19}$$

$$\frac{du}{dt} = -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \left[\frac{\partial h}{\partial x}\right] f\left(x,u\right) + Wsign\left[h\left(x,u\right)\right] \right\}.$$
(7.20)

Las ecuaciones anteriores quedan representadas por el diagrama en bloques de la Figura 7.3, donde se observa una expansión que es la que da lugar al nombre del control por Modo Deslizante Dinámico.



Figura 7.3: Estructura de control por Modo Deslizante Dinámico

Las expresiones establecidas en el diagrama se presentan a continuación:

$$\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right] = -\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{x_1}{x_2} = K_I \frac{x_1}{x_2},\tag{7.21}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u-2x_1)}{x_2} \\ \frac{4}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p_0 x_2}}{\phi m} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi m} \frac{(u-x_1)x_1}{x_2^2} \end{bmatrix}^1, \qquad (7.22)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_I \frac{(u-2x_1)}{x_2} & K_{II}x_2 - K_I \frac{(u-x_1)x_1}{x_2^2} \end{bmatrix},$$
(7.23)

 $\begin{array}{l} \operatorname{con} K_{I} = -\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \text{ y } K_{II} = \frac{4}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_{0}}\right)^{-} C_{p0}}{\phi p}. \\ \text{Luego, el modelo incrementado del sistema es:} \end{array}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \end{bmatrix} = f_{1(x)} + g_{(x)}w, \qquad (7.24)$$

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{T_{mi} - T_{bba} p_{m}}{J_{bba+mi} 2} \\ \frac{T_{t} - T_{mi} \cdot \Omega_{bba}}{\Omega} \\ - \left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \left[\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\right] f(x_{1,2}, u) \right\} \end{bmatrix}, \qquad (7.24)$$

$$g_{(x)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ - \left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1}w \end{bmatrix}.$$

Se debe subrayar que para la planta expandida, u pasa a ser el tercer estado, mientras que la acción de control tiene una parte discontinua w, que al igual que en un régimen deslizante convencional, es la que aporta propiedades de robustez frente a incertidumbres y perturbaciones. En particular, la acción discontinua w permite simplificar el diseño del controlador para contemplar las incertidumbres del modelo resultantes de las aproximaciones realizadas y del desconocimiento de la velocidad del viento.

7.2.2. Esfuerzo de control. Rechazo a perturbaciones

Como consecuencia del desconocimiento de la velocidad del viento, no se dispone del término correspondiente al par de la turbina T_t . Luego, puede incluirse el efecto del viento dentro de un vector ζ , que considera también posibles incertidumbres del sistema Δ_1 y Δ_2 .

En estas circunstancias, la ecuación de estados resulta: [54]

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w + \zeta, \qquad (7.25)$$

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}(u - x_1) - \frac{k_{bba}x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ -\frac{k_{mi}(u - x_1)x_1\left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2 J_{t+g}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} f(x_{1,2}, u) \right\} \end{bmatrix}, \qquad (7.26)$$

7.2. CONTROL DEL SISTEMA POR MODO DESLIZANTE

$$g_{(x)}w = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} w \; ; \; \zeta_{(x)} = \begin{bmatrix} \pm \Delta_1\\ \frac{kV^3C_p}{x_2J_{t+g}} \pm \Delta_2\\ 0 \end{bmatrix}.$$
(7.27)

En modo deslizante se cumplen:

$$h(x_{1,2,3}) = 0$$

$$\dot{h}(x_{1,2,3}) = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = L_{f_1+gw_{eq}+\zeta} h = 0,$$

ecuaciones que permiten calcular el esfuerzo de control equivalente,

$$w_{eq} = -\frac{L_{f_1+\zeta} h}{L_g h}.$$
 (7.28)

Donde, obviamente, es necesario verificar que $L_g h \neq 0$, lo cual se calcula fácilmente:

$$L_g h = \frac{\partial h}{\partial x}g,\tag{7.29}$$

$$L_{g}h = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\frac{2k_{mi}}{p_{m}\phi p}\frac{(u-2x_{1})}{x_{2}} \\ \frac{4}{3}\frac{k\left(\frac{r}{\lambda_{0}}\right)^{3}C_{p0}x_{2}}{\phi_{m}p} + \frac{2}{3}\frac{2k_{mi}}{p_{m}\phi p}\frac{(u-x_{1})x_{1}}{x_{2}^{2}} \\ -\frac{2}{3}\frac{2k_{mi}}{p_{m}\phi p}\frac{x_{1}}{x_{2}} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} = -1.$$
(7.30)

Las restantes derivadas de Lie que aparecen en la determinación del esfuerzo de control (expresión (7.28)) son:

$$L_{f_1} h = 0, (7.31)$$

$$L_{\zeta} h = \pm \Delta_{1} \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(x_{3} - 2x_{1})}{x_{2}} \right) + \left(\frac{4}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_{0}} \right)^{3} C_{p0} x_{2}}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(x_{3} - x_{1}) x_{1}}{x_{2}^{2}} \right) \left(\frac{k V^{3} C_{p}}{x_{2} J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \right).$$
(7.32)

Luego, el esfuerzo de control equivalente (expresión (7.28)) resulta:

$$w_{eq} = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(x_3 - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{4}{3} \frac{k \left(\frac{x}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} x_2}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(x_3 - x_1) x_1}{x_2^2} \right) \left(\frac{k V^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right).$$
(7.33)

A partir de w_{eq} , puede determinarse la ganancia W que verifica:

$$-W \leq w_{eq} \leq W,$$

es decir, que asegura el régimen deslizante y por consiguiente que el sistema converja, más allá del valor instantáneo de la velocidad del viento, hacia al punto de operación de máxima conversión de energía.

Luego,

$$-W \leq \pm \Delta_{1} \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(x_{3} - 2x_{1})}{x_{2}} \right) + \left(\frac{4}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_{0}} \right)^{3} C_{p0} x_{2}}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(x_{3} - x_{1}) x_{1}}{x_{2}^{2}} \right) \left(\frac{kV^{3}C_{p}}{x_{2}J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \right) \leq W.$$

$$(7.34)$$

A partir de un pretendido rango deslizante², la expresión anterior permite calcular la ganancia W del controlador. Obviamente, en la medida que W disminuye también lo hace este rango, existiendo un valor por debajo del cual se anula. Cuando esto sucede, el régimen deslizante sólo se puede verificar en el punto de estado estacionario.

Para el cálculo de la cota mínima \underline{W} , se debe considerar que, en estado estacionario, los pares de la turbina, de referencia y resistente son iguales (y máximos para la peor condición). Además si se suponen, para este cálculo, $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ se tiene,

$$-\underline{W} \le \left(\frac{4}{3} \frac{k\left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} x_2}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(x_3 - x_1) x_1}{x_2^2}\right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}}\right) \le \underline{W}.$$
(7.35)

Recordando la expresión de cada uno de los pares intervinientes:

$$T_0 = k (r/\lambda_0)^3 x_2^2 C_{p0}, (7.36)$$

$$T_t = \frac{kV^3C_p}{x_2},\tag{7.37}$$

$$T_e = k_{mi}(x_3 - x_1)\frac{x_1}{x_2}\left(\frac{2}{p_m}\right),$$
(7.38)

y reemplazándolos en (7.35) se tiene:

$$-\underline{W} \le 2\frac{T_{0max}^2}{\phi p x_2 J_{t+g}} \le \underline{W},\tag{7.39}$$

Más allá de la utilidad de esta cota, los valores de W deben ser calculados acordes a la expresión (7.35) con el objeto de obtener el funcionamiento en modo deslizante durante el mayor tiempo posible, explotando las propiedades de robustez del mismo. Obviamente, aumentos significativos de W podrían dar lugar a problemas de chattering, aunque estos, no son serán críticos debido a la característica dinámica del régimen deslizante propuesto. De todas maneras, siempre debe adoptarse una solución de compromiso.

7.2.3. Influencia de las perturbaciones sobre la dinámica del sistema.

Reemplazando la expresión del esfuerzo de control equivalente (7.28) en la ecuación de estados resulta:

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w_{eq} + \zeta = f_{1(x)} - g_{(x)} \cdot \frac{L_{f_1}h}{L_gh} - g_{(x)} \cdot \frac{L_{\zeta}h}{L_gh} + \zeta,$$

como $L_{f_1} h = 0$ y $L_g h = -1$,

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}L_{\zeta}h + \zeta.$$

Ya que

 $^{^{2}}$ Se entiende por rango deslizante, aquél definido por las variables de estado sobre la superficie tal que, si una trayectoria alcanza dicha superficie en un punto perteneciente a dicho rango, el modo deslizante es establecido

$$g_{(x)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} W \end{bmatrix},$$

la expresión de la ecuación de estados resulta:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}(u-x_1) - \frac{k_{bba}x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ -\frac{k_{mi}(u-x_1)x_1(\frac{2}{p_m})}{x_2 J_{t+q}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} f(x_{1,2}, u) \right\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} WL_{\zeta} h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pm \Delta_1 \\ \frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+q}} \pm \Delta_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(7.40)

Conforme a §5.1.5, dado que el vector de perturbaciones $\zeta \notin span \{g(x)\}$, la descomposición de ζ sobre la distribución del régimen deslizante influye en la respuesta transitoria del sistema. Sin embargo, esto no afecta al régimen deslizante y, por consiguiente, tampoco la convergencia al punto de máxima generación.

7.2.4. Dinámica de los ceros

Se denomina dinámica de los ceros a la dinámica del sistema cuando la salida del mismo es idénticamente nula. Para su determinación puede plantearse un modelo canónico del sistema con h(x) el primer estado: [34]

$$\xi(x) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(x) \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$
(7.41)

donde, debido a que el control w aparece explícitamente en $\dot{h}(x)$, se verifica el grado relativo uno, luego los estados restantes ξ_2 y ξ_3 han sido elegidos según:

 $L_q\xi_i(x) = 0 \quad \text{con} \quad i = 2, 3$

siendo g el vector de entradas del sistema en su forma original,

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\left(\frac{\partial h}{\partial u}\right)^{-1} W \end{bmatrix}^T.$$

La ecuación de estados del sistema en las nuevas variables elegidas, su relación con las variables originales y su dependencia con el esfuerzo de control es la siguiente:

$$\dot{\xi}(x) = \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{h}(x) \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\xi_2, \xi_3, w) \\ f(\xi_1, \xi_2) \\ f(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \end{bmatrix},$$
(7.42)

luego, la dinámica interna (de los ceros) del sistema queda asociada al análisis de las dos últimas variables del modelo canónico cuando $\xi_1 = 0$ y $\dot{\xi}_1 = 0$:

$$\dot{\xi}^{0}(x) = \begin{bmatrix} f(\xi_{2},\xi_{3},w^{0}) \\ f(0,\xi_{2}) \\ f(0,\xi_{2},\xi_{3}) \end{bmatrix},$$
(7.43)

con w^0 calculado para $\dot{\xi}_1 = 0$.

Luego, si 3 :

$$h(x) = 0 \Rightarrow \omega_e = \frac{k(r/\lambda_0)^3 x_2^2 C_{p0}}{k_{mi} \frac{x_1}{x_2} (\frac{2}{p_m})} + x_1$$
(7.44)

La ecuación que representa la dinámica bajo estudio es:

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}(\omega_e - x_1) - \frac{k_{bba}x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ \frac{kV^3 C_p - k_{mi}(\omega_e - x_1)x_1(\frac{2}{p_m})}{x_2 J_{t+g}} \end{bmatrix},$$
(7.45)

y reemplazando el valor de la frecuencia de excitación del motor de inducción (7.44) se tiene:

$$\dot{x_1} = f_a(x_1, x_2) = \frac{k_{mi} \left(\frac{k(r/\lambda_0)^3 x_2^3 C_{p0} p_m}{k_{mi} x_1 2}\right) - \frac{k_{bba} x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \frac{p_m}{2}, \tag{7.46}$$

$$\dot{x}_{2} = f_{b}(x_{1}, x_{2}) = \frac{kV^{3}C_{p} - k_{mi}\left(\frac{k(r/\lambda_{0})^{3}x_{2}^{3}C_{p0}}{k_{mi}}\right)}{x_{2}J_{t+g}}.$$
(7.47)

Para evaluar la estabilidad de la dinámica de los ceros, se linealizan las expresiones (7.46) y (7.47) en el entorno del punto de equilibrio [34].

$$\Delta \dot{x_1} = \frac{\partial f_a(x_1, x_2)}{\partial x_1} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_1 + \frac{\partial f_a(x_1, x_2)}{\partial x_2} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_2,$$
(7.48)

$$\Delta \dot{x_1} = K_a \Delta x_1 + K_b \Delta x_2, \tag{7.49}$$

con:

$$K_{a} = -\left(\frac{k(r/\lambda_{0})^{3}C_{p0}p_{m}}{2}\frac{x_{2}^{3}}{x_{1}^{2}} + \frac{k_{bba}x_{1}8}{p_{m}^{2}}\right)\frac{p_{m}/2}{J_{bba+mi}},$$

$$K_{b} = \left(\frac{3k(r/\lambda_{0})^{3}C_{p0}p_{m}^{2}}{4}\frac{1}{J_{bba+mi}}\right)\frac{x_{2}^{2}}{x_{1}}.$$

Para la segunda variable de estado:

$$\dot{x}_{2} = f_{b}(x_{1}, x_{2}) = \frac{kV^{3}C_{p} - k_{mi}(\frac{k(r/\lambda_{0})^{3}x_{2}^{3}C_{p0}}{k_{mi}})}{x_{2}J_{t+q}},$$
(7.50)

$$\Delta \dot{x}_2 = \frac{\partial f_b(x_1, x_2)}{\partial x_1} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_1 + \frac{\partial f_b(x_1, x_2)}{\partial x_2} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_2,$$
(7.51)

$$\Delta \dot{x_2} = K_c \Delta x_1 + K_d \Delta x_2, \tag{7.52}$$

siendo:

$$K_{c} = 0,$$

$$K_{d} = \frac{kV^{3}\frac{\partial C_{p}}{\partial \lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial x_{2}}x_{2} - kV^{3}C_{p}}{x_{2}^{2}J_{t+g}} - 2\frac{k(r/\lambda_{0})^{3}x_{2}C_{p0}}{J_{t+g}} \Rightarrow$$

$$K_{d} = \frac{kV^{2}r\frac{\partial C_{p}}{\partial \lambda}x_{2} - kV^{3}C_{p}}{x_{2}^{2}J_{t+g}} - 2\frac{k(r/\lambda_{0})^{3}x_{2}C_{p0}}{J_{t+g}},$$
(7.53)

74

 $^{^{3}}$ Con el objeto de no repetir expresiones conocidas empleando nuevas variables, se utilizará la nomenclatura establecida en las variables originales

7.3. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA

con $\lambda = \frac{x_2 r}{V}$ la relación de punta de pala y λ_0 la relación de punta de pala óptima. Entonces:

$$\Delta \dot{x_2} = 0\Delta x_1 + \left[\frac{kV^2 r \frac{\partial C_p}{\partial \lambda} x_2 - kV^3 C_p}{x_2^2 J_{t+g}} - 2\frac{k(r/\lambda_0)^3 x_2 C_{p0}}{J_{t+g}}\right]_{x=x_0} \Delta x_2$$

Luego, el sistema linealizado en el entorno del equilibrio es:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x_1} \\ \Delta \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_a & K_b \\ K_c(=0) & K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}.$$
(7.54)

Dado que K_a es siempre menor que cero, K_d determina la estabilidad de la dinámica interna. Luego, la dinámica de los ceros será estable, sólo si:

$$K_d = \frac{kV^2 r \frac{\partial C_p}{\partial \lambda} x_2 - kV^3 C_p}{x_2^2 J_{t+g}} - 2 \frac{k(r/\lambda_0)^3 x_2 C_{p0}}{J_{t+g}} \Big|_{x_0} < 0,$$
(7.55)

$$kV^2 r \frac{\partial C_p}{\partial \lambda} - 2k(r/\lambda_0)^3 x_2^2 C_{p0} \bigg|_{x=x_0} < \frac{kV^3 C_p}{x_2} \bigg|_{x=x_0}.$$
(7.56)

Como:

$$P_t = kV^3 C_p, (7.57)$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial x_2} = k \frac{\partial C_p}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} V^3 = k \frac{\partial C_p}{\partial \lambda} r V^2, \qquad (7.58)$$

$$T_0 = k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 C_{p0} x_2^2, (7.59)$$

la condición es:

$$\left. \frac{\partial P_t}{\partial x_2} \right|_{x_0} < T_t + 2T_0 \bigg|_{x_0}. \tag{7.60}$$

En el punto de equilibrio (la potencia es máxima) la derivada anterior es nula, por lo tanto la desigualdad siempre se cumple. Luego, la dinámica interna resulta estable. Aún considerando que debido a una incertidumbre en el conocimiento del coeficiente C_p que no permita conocer adecuadamente $T_0(\Omega)$, la derivada en las proximidades del punto es suficientemente baja para asegurar la expresión (7.60).

7.3. Análisis de la respuesta del sistema

En los apartados anteriores se ha determinado un controlador que permite cumplir con la especificación de máxima conversión de energía en estado estacionario más allá de las fluctuaciones del viento (el cual no es medido). En esta sección se evalúa el comportamiento del sistema controlado, a partir de resultados obtenidos por simulación. Para poder interpretar físicamente dicho comportamiento, se consideran perfiles de viento constantes a tramos y posteriormente, en el Capítulo 8, se evalúa el comportamiento con perfiles reales. Cabe mencionar que, desde el punto de vista del control, el perfil de viento constante a tramos resulta más exigente que un perfil real.

En esta sección son analizados los siguientes cambios de viento:

- Caso 1. Cambio de la velocidad de viento de V = 6 m/s a V = 8 m/s.
- Caso 2. Cambio de la velocidad de viento V = 6 m/s a V = 10 m/s.

Se debe notar, que ambos casos corresponden a cambios significativos en la velocidad de viento. Mientras que en el primero de los casos, la magnitud del control discontinuo W se ha elegido para evitar la salida del régimen deslizante ante el mencionado cambio de viento, en el segundo, W ha sido intencionalmente elegida para que se produzca la pérdida del régimen deslizante. Esto se realiza a los efectos de evaluar el comportamiento en un caso extremo en el que el sistema se salga del régimen deslizante.

7.3.1. Caso 1

En la Figura 7.4 se muestra el perfil de viento empleado en esta subsección para evaluar el comportamiento del controlador por modo deslizante propuesto. El mismo varía conforme a:

$$V = 6 m/s$$
 $0 < t < 10 s$
 $V = 8 m/s$ $t \ge 10 s$.

La magnitud elegida para el control discontinuo es W = 10. La evolución de las distintas variables del sistema se detalla a continuación:

- 1. operación en 0 < t < 10 s.
 - En la Figura 7.5 se muestra el plano par velocidad del subsistema de generación. Se ha considerado una condición inicial ci en t = 0 s, suficientemente apartada de la superficie para evaluar el modo de alcance ante una condición exigente. Dado que, a la velocidad inicial el par de carga T_e es menor que el par de la turbina T_{tI} , ésta se acelera. En la trayectoria del par de carga desde la condición inicial ci hasta la condición de equilibrio A', pueden distinguirse dos tramos: el primero ci - I' - A corresponde al modo de alcance, mientras que el segundo A - A' corresponde a la operación en régimen deslizante. Puede observarse que a partir del instante en que el sistema entra en régimen deslizante el par de carga T_e iguala al par de referencia $T_0(\Omega)$. Luego, como el par de carga es mayor que el par de la turbina (para V = 6 m/s), el sistema reduce su velocidad en régimen deslizante hasta el punto A' de estado estacionario. En este punto de operación se tiene la máxima conversión de energía.
 - La Figura 7.6 muestra, en correspondencia con la Figura 7.5, la evolución temporal de los pares de carga, de referencia y de la turbina. Desde la condición inicial ci el par de carga T_e busca y alcanza el valor del par de referencia $T_0(\Omega)$, estableciéndose el régimen deslizante en el punto A. El estado estacionario se obtiene cuando el par de carga, que coincide con $T_0(\Omega)$ debido a la operación en régimen deslizante, se iguala con el par de la turbina (punto A').
 - La Figura 7.7 presenta la evolución temporal de la velocidad de la turbina. Al igual que en la figura anterior, en este período, se pueden diferenciar los tramos que corresponden al modo de alcance (ci A) y al régimen deslizante (A A'). En particular durante el modo de alcance, puede distinguirse el punto I' a partir del cual la velocidad Ω disminuye. Este punto se corresponde con los de las Figuras 7.5 y 7.6 puntos en los que se invierte el signo de la diferencia $T_t T_e$. Durante el tramo que corresponde al régimen deslizante se observa una respuesta suave hasta alcanzar la velocidad de estado estacionario.
 - La Figura 7.8 presenta la interacción de las variables del subsistema de bombeo en el plano parvelocidad. La condición inicial se establece por la velocidad inicial de la bomba (550 rpm) y la carga del integrador producto de la expansión del sistema.
 - La velocidad del conjunto motor-bomba (Figura 7.9) evoluciona acorde a la ecuación (7.6), donde el par del motor $T_{mi}(\Omega_{bba})$ resulta de la intersección de la característica de par del motor (que se mueve con la excitación) con la velocidad instantánea Ω_{bba} (Figura 7.8).

La Figura 7.9 muestra un transitorio suave una vez que el sistema alcanza el modo deslizante.

- 2. operación en $t \ge 10 s$,
 - Como muestra la Figura 7.5 el cambio de viento en t = 10 s no afecta el modo deslizante, es decir, el par de carga no abandona la referencia $T_0(\Omega)$. Luego, el signo de $T_t - T_e$ asegura la evolución al nuevo punto de máxima generación (punto *B* sobre la curva de V = 8 m/s).
 - En la Figura 7.6 corrobora, en el dominio temporal, que los pares de referencia y de carga se mantienen iguales hasta alcanzar la velocidad de equilibrio (punto *B*).
 - En la Figura 7.8 se observa la trayectoria A' B en régimen deslizante del conjunto motor bomba hasta el establecimiento del estado estacionario.

7.3. ANÁLISIS DE LA RESPUESTA DEL SISTEMA

• Las velocidades de la turbina y de la bomba centrífuga las cuales corresponden a la operación en régimen deslizante, pueden observarse en las Figuras 7.7 y 7.9.

A modo de síntesis, la simulación muestra un comportamiento robusto del controlador en régimen deslizante. El cual asegura, que, más allá del desconocimiento de la velocidad del viento, el par reflejado coincida con la referencia $T_0(\Omega)$. Esto permite la convergencia a puntos de operación de máxima generación en estado estacionario. También puede comprobarse la evolución suave de las velocidades de la turbina y la bomba una vez que se ha establecido el régimen deslizante.



Figura 7.4: Perfil de viento



Figura 7.5: Pares de la turbina, de referencia y de carga en el plano par-velocidad de la turbina. Línea llena: par de la turbina. Línea de trazos: par de referencia. Línea gruesa: par de carga



Figura 7.6: Evolución temporal de los pares del lado de la turbina



Figura 7.7: Evolución temporal de la velocidad de la turbina



Figura 7.8: Evolución de los pares del motor y de la bomba en el plano par-velocidad



Figura 7.9: Evolución temporal de la velocidad de la bomba

7.3.2. Caso 2

En la Figura 7.10 se muestra el perfil de viento empleado en esta subsección:

$$V = 6 m/s$$
 $0 < t < 10 s$
 $V = 10 m/s$ $10 \le t < 20 s$

En estas simulaciones y como fue comentado, la magnitud de W es intencionalmente disminuida a 5. Esto, junto a la variación más abrupta del viento, permite observar el modo de alcance de la superficie en una condición extrema y posterior operación en régimen deslizante.

La evolución de las distintas variables del sistema se detalla a continuación:

- 1. operación en $0 < t < 10 \ s$
 - En este lapso, tanto las condiciones iniciales como la velocidad del viento son las mismas que en caso anterior. Luego el comportamiento coincide con el descripto en la primera parte de §7.3.1.
- 2. Operación en $t \ge 10 s$,
 - en la Figura 7.11 se observa que cuando se produce el cambio de velocidad de viento en t = 10 s, el par de carga T_e se corresponde con el punto A' mientras que el par de la turbina es T_{tII} . La diferencia de pares, da lugar a la aceleración de la turbina. Debido a que el par de referencia $T_0(\Omega)$ es función de la velocidad de la turbina, para mantener el régimen deslizante el par de carga debe modificarse al mismo ritmo de cambio, lo cual se consigue durante el tramo A' - A''.

En el punto A'' se pierde el régimen deslizante y el sistema vuelve a operar en modo de alcance, en este modo la diferencia $T_t - T_e$ da lugar a un aumento de velocidad. En el instante en el que cambia el signo de dicha diferencia la velocidad empieza a disminuir alcanzando, la trayectoria, nuevamente la superficie en el punto B. Luego, el sistema evoluciona hasta el punto C de máxima extracción de energía en estado estacionario para V = 10 m/s,

- las evoluciones temporales de los pares se presentan en la Figura 7.12, se puede comprobar que el modo deslizante se pierde en el punto A'' y se reestablece posteriormente en el punto B. El régimen se mantiene hasta alcanzar el punto de equilibrio cuando los pares de la turbina y de carga se igualan (punto C de la Figura 7.11),
- La Figura 7.13 presenta la evolución temporal de la velocidad de giro de la turbina, permitiendo comprobar los cambios de velocidad consecuencia de la diferencia de pares,

en las Figuras 7.14 y 7.15 se muestra el comportamiento del conjunto motor-bomba. Se han indicado explícitamente los puntos ci, A, A', A", B y C en correspondencia con los de la Figura 7.11 que definen los rangos de operación en régimen deslizante y en modo de alcance.

Se debe subrayar que el perfil de viento empleado en la presente simulación (Caso 2), es extremadamente más exigente que un perfil real. A pesar de esto, el comportamiento del sistema es aceptable y de hecho podría mejorarse incrementando la ganancia W, ya que este incremento permitiría mantener el régimen deslizante por mayor tiempo.



Figura 7.10: Perfil de viento utilizado



Figura 7.11: Plano par-velocidad de la turbina. Línea llena: par de la turbina. Línea llena trazo grueso: par de carga. Línea de trazos: par de referencia

80



Figura 7.12: Evolución temporal de los pares intervinientes en el subsistema de generación



Figura 7.13: Evolución temporal de la velocidad de la turbina



Figura 7.14: Evolución de los pares del motor y de la bomba en el plano par-velocidad



Figura 7.15: Evolución temporal de la velocidad de la bomba

7.4. Conclusiones

En este capítulo, se obtuvo un modelo de estado del sistema completo, y a partir de éste se propuso un controlador por modo deslizante que regula la corriente del generador con el objetivo de maximizar la extracción de energía disponible en el viento, sin medir su velocidad.

Por razones de aprovechamiento, el motor de inducción es operado por variación de frecuencia, a flujo constante. Luego, como la acción discontinua de los regímenes deslizantes convencionales no puede ser aplicada sobre la frecuencia, se optó por un control por modo deslizante dinámico que da lugar a la expansión del sistema.

A partir del modelo expandido, se determinó el control discontinuo necesario para asegurar el régimen deslizante, el cual resulta función de la magnitud de las incertidumbres, entre las que predomina el viento, y de la región de funcionamiento del sistema.

Se ha demostrado que, en la medida que el control discontinuo haya sido correctamente elegido, la incertidumbre del viento no afecta el régimen deslizante. También se demostró que la dinámica de los ceros, para la superficie de control elegida, es siempre estable. Estas consideraciones, permiten asegurar que el conjunto motor-bomba refleje en el generador una carga que garantiza la convergencia al funcionamiento de máxima generación y, por consiguiente, en estado estacionario, de máximo caudal bombeado.

Se han presentado resultados de simulación que ponen en evidencia las propiedades del sistema ante cambios abruptos en la velocidad del viento. Intencionalmente, se han incluido considerado condiciones de operación extremas tales como condiciones iniciales alejadas de la superficie y un control (W) inferior al necesario para mantener el régimen deslizante ante un cambio abrupto del viento. Las simulaciones han puesto de manifiesto las propiedades de robustez del control y, por consiguiente, la capacidad alcanzar las condiciones de máximo rendimiento de conversión de energía.

Capítulo 8

Operación del sistema en la zona de vientos por encima de la velocidad nominal

En el Capítulo 7, se planteó una estrategia de control que permite extraer la máxima potencia disponible en el viento. Dicha estrategia puede aplicarse en la medida que la potencia transmitida al sistema de bombeo, no supere el límite que ponga en peligro sus componentes. En este capítulo, se propone una nueva estrategia de control por modo deslizante, que permite extender el rango de funcionamiento cuando las velocidades de viento son mayores que la que define dicho límite.

El objetivo de control pasa ahora a ser la regulación de potencia nominal del sistema de bombeo, es decir, que el conjunto motor-bomba opere en su condición nominal de funcionamiento.

Dadas las distintas alternativas que se presentan, la complejidad del problema obliga a plantear más de una superficie de control.

A los efectos de proteger al sistema de bombeo, se propone incorporar un elemento auxiliar que permite complementar el control que, originalmente, ejercía el par reflejado por el motor de inducción.

Se investigan las condiciones necesarias para establecer el modo deslizante, el rechazo a perturbaciones y la estabilidad de la dinámica interna.

Se propone una simplificación del controlador que, si bien no elimina la conmutación entre superficies para operar en las distintas regiones, sí evita el cambio del resto de los bloques del controlador. Se demuestra que esto es posible gracias a que el control discontinuo puede absorber las diferencias entre los bloques del controlador en las distintas zonas de operación.

Se muestra que el error en la estimación del viento (la cual es necesaria en la estrategia propuesta), no tiene mayor efecto sobre la potencia transferida a la bomba.

Se presentan resultados de simulación para convalidar las propiedades del controlador propuesto.

8.1. Regulación de potencia en la zona de vientos por encima del nominal

En la Figura 8.1 se muestran dos características de par de la turbina, una correspondiente a la velocidad nominal de viento V_{nom} (es decir, la velocidad que puede entregar la potencia nominal si se opera sobre la curva $T_0(\Omega)$) y otra que corresponde a una velocidad mayor V_1 . La hipérbola P_{max} corresponde a la potencia nominal del motor de inducción la cual debe ser mayor a P_n que corresponde a la potencia nominal de la bomba [42][40][24].

Obviamente, si se mantiene el objetivo de maximizar la extracción de energía, cuando la velocidad del viento supera a la nominal, el sistema opera en puntos de potencias superiores a los que puede manejar en estado estacionario (punto B' para la velocidad de viento V_1). En estas condiciones, el control se vería forzado a interrumpir el funcionamiento del sistema. Esto implicaría un desaprovechamiento importante del

sistema, que puede evitarse abandonando el objetivo planteado en capítulos previos y reemplazándolo por otro que, si bien considere una eficiencia menor en la conversión de energía, permita que el sistema no salga de funcionamiento. Luego, el presente capítulo introduce las modificaciones necesarias para que el sistema opere sobre la hipérbola de potencia nominal cuando la velocidad del viento supera V_{nom} .



Figura 8.1: Plano par velocidad de la turbina en función del viento. Línea de trazos: par de referencia en la zona de vientos normales. Línea de puntos: potencias nominal de la bomba (P_n) y nominal del motor de inducción (P_{max})

Como puede observarse en la Figura 8.1, el recurso eólico (V_1) puede entregar la potencia P_n en los puntos D y E. En general, el último debe ser desestimado para evitar exceder el rango de velocidades de giro. Efectivamente, debe subrayarse que por la formas de la característica de par de la turbina T_t y de la hipérbola P_n , pequeños incrementos en la velocidad del viento sobre la velocidad nominal, dan como resultado un fuerte aumento en los valores de la velocidad Ω de estado estacionario. Esto puede poner en peligro los elementos mecánicos del conjunto de generación. Debe evaluarse entonces, la posibilidad de operar en la zona definida a la izquierda de la curva $T_0(\Omega)$ (el punto D para el caso de la Figura 8.1).

Para alcanzar la operación en estado estacionario en un punto de operación como el D (fuera de $T_0(\Omega)$) es necesario que a la izquierda (derecha) de dicho punto, es decir, $\Omega < \Omega_D$ ($\Omega > \Omega_D$), el par reflejado por la carga debe ser menor (mayor) que el de la turbina como se muestra en la Figura 8.2. En dicha figura se propone, además, que el par de carga siga una dependencia lineal con la velocidad.



Figura 8.2: Ley de carga que asegura la convergencia y estabilidad del punto de operación D

En las próximas secciones se proponen distintas leyes de variación para el par de carga en función de la velocidad Ω que aseguren la convergencia al punto de funcionamiento deseado. Estas leyes de variación pasan a ser las referencias del lazo de control del régimen deslizante.

Lamentablemente, la selección de la ley de referencia requiere del conocimiento del punto de operación de estado estacionario (punto D en la Figuras 8.1 y 8.2), que está ligado al conocimiento de la velocidad del viento, la cual hemos supuesto no disponible. Con el objeto de sobrellevar este inconveniente, se procederá a realizar una estimación de dicha velocidad y posteriormente, en §8.5, se analizarán las implicancias del error de la estimación sobre el comportamiento del sistema.

Procesando adecuadamente la velocidad de la turbina puede obtenerse una estimación de su aceleración \dot{x}_2 y, a partir de ésta, una estimación del par de la turbina:

$$T_t = \dot{x}_2 J_{t+g} + T_e, \tag{8.1}$$

una vez obtenido el par de la turbina, la estimación de la velocidad del viento y por consiguiente el punto de operación resulta inmediato.

Si bien el error de estimación puede ser no despreciable, este procedimiento permite extender la operación más allá de la velocidad nominal del viento, lo cual es relevante para el aprovechamiento del sistema. Efectivamente, de esta forma se evita la salida de operación cuando la velocidad del viento supera la velocidad nominal.

También se debe aclarar que debido a la manera en que se estima la velocidad del viento y la forma del empleo de tal información, se demuestra que aún con error en dicha estimación se puede converger al punto de funcionamiento deseado. Lo anterior se presenta en $\S8.5.2$ y se verifica en $\S8.6$.

8.2. Determinación de la ley de variación del par de carga

Como se ha expresado, además del conocimiento del punto de operación de estado estacionario, es necesario definir una ley de variación de carga que asegure la convergencia a dicho punto. Esta ley pasará a ser la referencia para el control por modo deslizante, cuya robustez juega un papel fundamental para la operación segura con generación compatible al dimensionamiento del sistema. Con la finalidad de establecer esta referencia, es necesario considerar dos casos (con sus variantes), que dependen que la velocidad de estado estacionario de la turbina sea mayor o menor que la velocidad de giro actual.

En principio, no se considera error en la estimación del punto de estado estacionario (en §8.5 se analiza el efecto del error), para deducir las nuevas leyes de par de carga $(T'_0(\Omega))$.

8.2.1. Determinación de la referencia para incrementar la velocidad de giro de la turbina

Caso 1. Operación a partir de velocidades de viento iniciales por debajo de la velocidad nominal

Para esta situación, se propone una ley lineal de par de carga que pasando por el punto estimado de estado estacionario, mantiene una diferencia de pares $T_t - T_e$ conforme a lo discutido en §8.1 (ver Figura 8.2). En la Figura 8.3 se muestra cómo debería modificarse la referencia del par cuando se detecta una velocidad de viento mayor que la nominal:

- Se considera que inicialmente la estimación del viento es menor que su valor nominal, entonces se mantiene la estrategia propuesta en el Capítulo 7 para maximizar la conversión de energía, es decir, se mantiene como referencia del par de carga la curva $T_0(\Omega)$. Lo anterior, y suponiendo condiciones ideales de control, hace evolucionar al par de carga desde su condición inicial (el punto A) hacia el punto A'.
- En el instante que la estimación del viento indica un valor mayor que el nominal, punto A' en la Figura 8.3, la referencia del par de carga debe modificarse acorde a $T'_0(\Omega)$ que pasa por el punto estimado de estado estacionario.

Luego, si el control (en nuestro caso el modo deslizante) asegura que el par de carga coincida con la referencia propuesta, se garantiza la convergencia al punto de operación deseado en el cual la bomba consume la potencia nominal en estado estacionario.



Figura 8.3: Cambio de la referencia cuando se detecta una velocidad de viento mayor que la nominal

Por claridad en la Figura 8.3, se presenta el caso en el que el viento pasa de una velocidad constante a otra velocidad también constante. La Figura 8.4 muestra lo que sucedería con dos cambios sucesivos en la velocidad del viento (en los instantes que corresponden a los puntos A' y A'' respectivamente) antes que se establezca el estado estacionario para el primero de ellos.



Figura 8.4: Modificación sucesiva de la referencia al aumentar la velocidad del viento

Un caso más general empleando un perfil de viento real se presenta en los resultados de simulación más adelante.

Caso 2. Operación a partir de velocidades de viento iniciales por encima de la velocidad nominal del viento

En este caso se considera que inicialmente el sistema está operando con una velocidad de viento $V_1 > V_{nom}$ sobre la curva de potencia nominal y se produce una disminución en la velocidad del viento a $V_2 > V_{nom}$ (Figura 8.5). Luego, es deseable que el sistema vuelva a operar en estado estacionario sobre la curva de potencia nominal, lo cual sucede a una velocidad Ω (que corresponde al punto C) mayor que la inicial (correspondiente al A).

Con esta finalidad, puede proponerse que inicialmente el sistema establezca como referencia la curva correspondiente a la referencia en la zona de vientos normales (T_0) , con lo cual necesariamente se produce un par de aceleración que permite aumentar la velocidad de la turbina para, posteriormente, retornar a una recta de referencia T'_0 como la definida anteriormente (Figura 8.5).



Figura 8.5: Cambio de la referencia de par de carga para el caso 2

Debe notarse que el salto de potencia entre los puntos $A ext{ y } B$ puede ser considerable. Luego, se pueden proponer distintas alternativas a la mostrada en la Figura 8.5 que tornen más suave la evolución de la potencia del lado de la carga. Por ejemplo, en la Figura 8.6 la referencia del par de carga copia al par estimado de la turbina (pero con un valor menor), para luego cambiar a la recta de referencia establecida en los casos anteriores que permite la operación estable en el punto de operación deseado.



Figura 8.6: Alternativa al caso 2. Evolución suave de la potencia de la carga

Luego, si el control (por modo deslizante) asegura que el par de carga coincida con la referencia, se garantiza la convergencia al punto de operación deseado (punto C).

8.2.2. Determinación de la referencia para disminuir la velocidad de giro de la turbina

Se considera ahora el caso en el cual, debido al incremento de la velocidad del viento por encima del valor nominal, es necesario disminuir la velocidad de la turbina para alcanzar el punto de operación de estado estacionario.

La Figura 8.7 muestra que, cuando la velocidad del viento se modifica de V_1 a $V_2 > V_1 > V_{nom}$, es necesario frenar la turbina para que pueda operar sobre la hipérbola P_n . Para conseguir lo anterior, puede elegirse una ley de carga que corresponda a P_{max} (tramo A' - B) y luego conmutar a una nueva referencia, similar a la planteada en los casos previos (recta B - B'). De esta forma, el seguimiento robusto de esta referencia por parte del par de carga, asegura que la diferencia $T_t - T_e$ sea negativa y, por consiguiente, produzca un desplazamiento del punto de operación hacia la izquierda, hasta alcanzar el estado estacionario en B'.



Figura 8.7: Cambio de referencia frente a un aumento en la velocidad de viento

Es importante remarcar:

- Al presente se ha discutido cómo podría ser la ley de variación de carga para arribar a un punto de estado estacionario que cumpla con las especificaciones buscadas. Obviamente, si para esto se requiere de un cambio de potencia muy fuerte, podría activarse alguna restricción del sistema, por ejemplo la saturación del resbalamiento que se discute en el Apéndice A, que impediría al motor reflejar el par de carga requerido. Como se observa en la Figura 8.7, si por la restricción mencionada, el motor no puede consumir inmediatamente la potencia P_{max} y la velocidad de la turbina supera la correspondiente al punto C, el sistema se torna incapaz de converger al punto B' (dado que el par que representa el consumo de P_{max} es menor que el par de la turbina a la derecha de C).
- Si se producen situaciones en las que se deba frenar repetidamente al conjunto de generación, se debe consumir la potencia máxima por largos períodos de tiempo. Esto puede dar lugar a problemas de cavitación de la bomba [40][24]. En efecto, la bomba puede trabajar sólo transitoriamente entre las potencias nominal y máxima, pero no de manera continua.

En base estas consideraciones se propone incluir una nueva variable de ajuste cuando se desea frenar la turbina. Concretamente se propone incluir un elemento auxiliar que, a través del consumo de potencia, refleje un par de frenado adicional. De esta manera el consumo del conjunto motor-bomba puede mantenerse dentro de rangos seguros de operación.

El frenado por medio del elemento auxiliar

La manera más sencilla de implementar el citado elemento es disipar potencia sobre una carga resistiva a través de un chooper [70][1]. Por medio de IGBTs se puede operar a frecuencias de conmutación elevadas y no son necesarios circuitos auxiliares de conmutación [3].

No obstante, no existe ninguna razón para no emplear algún elemento que acumule la energía de frenado en lugar de disiparla.

Ahora, a diferencia de los casos previos, se debe definir no sólo la ley de variación del par de la carga motorbomba sino también la correspondiente al elemento auxiliar de manera de alcanzar la operación deseada sobre la curva de potencia nominal.

Una vez aceptada la conveniencia de incluir el elemento auxiliar para controlar el frenado de la turbina, es natural aceptar su dimensionamiento para que el frenado se corresponda con el par máximo del generador. En la Figura 8.8, se muestran los pares intervinientes cuando se debe producir el frenado del conjunto de generación. En dicha figura, se muestra inicialmente una evolución sobre $T_0(\Omega)$ desde la condición inicial dada por el punto A. En el instante que corresponde al punto B se detecta el incremento en la velocidad del viento a $V > V_{nom}$ que hace necesario frenar la turbina. Se propone, entonces, que el motor aporte un par de frenado acorde a P_n , mientras que el elemento auxiliar consume la potencia restante para establecer el par de frenado máximo. Luego, el frenado se debe a la acción combinada del conjunto motor de inducción-bomba cuya referencia es la corriente que corresponde a la hipérbola de potencia nominal (punto B' inicialmente) y del elemento auxiliar que agrega el par restante (aplicando un par inicial T_{aux}).



Figura 8.8: Máximo frenado. T_{aux} : par agregado por el elemento auxiliar

Obviamente, la carga total (motor más elemento auxiliar) debe disminuir en la medida que Ω se aproxima al valor de estado estacionario. En la Figura 8.9 se muestra que para conseguir un punto de funcionamiento estable en C, la recta C' - C'' (de convergencia al punto de operación C) sigue estando compuesta por la acción combinada del elemento auxiliar y del conjunto motor-bomba. El último continúa con la referencia que corresponde a la hipérbola P_n pero el elemento auxiliar debe agregar un consumo que garantice un par de frenado siguiendo la mencionada recta.



Figura 8.9: Ley de cambio de carga para el frenado y convergencia. Línea de trazo grueso: evolución del par de carga (motor-bomba más elemento auxiliar)

Es importante notar que:

- la etapa de frenado y convergencia se alcanza con dos lazos de control, en el primero se regula el consumo de potencia del subsistema motor-bomba mientras que el segundo controla la disipación del elemento auxiliar. Debido a que el comportamiento del sistema está asociado a la precisión con que las variables siguen las referencias propuestas, en la próxima sección se propone una estrategia de control por modo deslizante cuyas propiedades de robustez pueden asegurar el perfecto seguimiento de dichas referencias. La primera superficie de control estará asociada al seguimiento de la potencia nominal por parte del conjunto motor-bomba (trayectoria B' C) y la segunda superficie debe contemplar el par de frenado auxiliar para asegurar la trayectoria B''' C' C.
- la recta de referencia de carga C' C'' involucra dos operaciones distintas:

- 1. en la parte C'-C de la Figura 8.9 se encuentran activados los dos controles dado que el subsistema de bombeo sigue a la referencia dada por la hipérbola P_n y el elemento auxiliar consume la potencia necesaria para el frenado,
- 2. a potencias inferiores al valor nominal es innecesaria la acción del elemento auxiliar y la referencia (C'' C) se obtiene a partir del conjunto motor bomba (en este caso se tiene un solo régimen deslizante).

8.3. Regulación de potencia en la región bajo estudio

Presentadas las distintas variantes, restan aplicar las herramientas de los regímenes deslizantes para la obtención del controlador que permita que el par de carga se mantenga sobre las referencias correspondientes. Luego, las superficies que deben emplearse en la zona de vientos superiores al nominal, están formadas por la diferencia entre las distintas referencias que se han propuesto y la carga consecuencia del conjunto motorbomba y del consumo del elemento auxiliar.

Según las alternativas desarrolladas, se tienen las siguientes referencias (se indican algunas de las figuras en las que se han empleado):

- 1. para el conjunto motor de inducción-bomba:
 - la recta de convergencia al punto de operación (Figuras 8.3, 8.4, etc.),
 - el par que permite al aumento de la velocidad de giro de la turbina (curva B B' en la Figura 8.5),
 - la hipérbola de potencia nominal (curva B' C en la Figura 8.9).
- 2. Para el elemento auxiliar:
 - la diferencia entre la recta de convergencia al punto de operación y el par que corresponde a la hipérbola P_n (curva C' C en la Figura 8.9),
 - la diferencia entre el par máximo de la turbina y el par que corresponde a P_n (que permite establecer la recta B''' C' en la Figura 8.9 como par de carga).

Luego, la convergencia al punto de equilibrio requiere del cambio del controlador empleado. En efecto, al modificarse la referencia se modifica la salida del sistema y con ella la superficie.

Para el lazo de control del conjunto motor-bomba, si bien el controlador mantiene la estructura presentada (modo deslizante dinámico), los cambios de superficie (h(x, u)) modifican los valores que intervienen en la determinación de los componentes del mismo (Figura 8.10). Además, se debe considerar el agregado del consumo de potencia por parte del elemento auxiliar cuando sea necesario, que es otro lazo de control.



Figura 8.10: Estructura de control por modo deslizante dinámico para el conjunto motor-bomba

Como el planteo establecido requiere de la estimación de la velocidad del viento únicamente para determinar el punto de operación de estado estacionario, que es indispensable para la determinación de la referencia del sistema, se puede considerar que los controladores intervinientes no hacen uso de la velocidad del viento para establecer el régimen deslizante. En ese sentido, debe determinarse el valor de la ganancia W que permite rechazar incertidumbres y perturbaciones de idéntica manera al realizado en la zona de seguimiento de $T_0(\Omega)$ (en el Capítulo 7). Más aún, en base a la última consideración se puede explorar la posibilidad del empleo de un único controlador para todas las superficies intervinientes.

8.3.1. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la recta de pendiente α

Esfuerzo de control. Rechazo a perturbaciones

En la sección 8.1 se comentó que un régimen deslizante sobre P_n , da lugar, a la izquierda de $T_0(\Omega)$, a una dinámica inestable (la dinámica de los ceros). Esto es consecuencia de un comportamiento de fase no mínima [18]. Por este motivo, se propuso una superficie de deslizamiento:

$$h(x) = I_0 - I_s - \alpha (x_{2r} - x_2), \tag{8.2}$$

siendo I_0 la corriente que corresponde a la hipérbola de potencia nominal obtenida en el punto de convergencia cuya velocidad es x_{2r} , I_s el valor de la corriente de carga y x_2 la velocidad de giro de la turbina (Ω). El último término ha sido agregado para evitar los citados problemas de inestabilidad. Se debe remarcar que en la zona de vientos normales el valor de I_0 se obtiene a partir de $T_0(\Omega)$, sin embargo en la zona de vientos mayores al nominal es función de P_n y de x_{2r} .

Se puede proceder como en $\S7.2.2$ para determinar el esfuerzo de control que asegura el modo deslizante sobre la superficie (8.2).

Considerando el sistema expandido:

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w + \zeta, \tag{8.3}$$

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi} (u - x_1) - \frac{k_{bba} x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \frac{p_m}{2} \\ -\frac{k_{mi} (u - x_1) x_1 \left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2 J_{t+g}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} f(x_{1,2}, u) \right\} \end{bmatrix},$$
(8.4)

$$g_{(x)}w = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} w \; ; \; \zeta_{(x)} = \begin{bmatrix} \pm \Delta_1\\ \frac{kV^3C_p}{x_2J_{t+g}} \pm \Delta_2\\ 0 \end{bmatrix},$$
(8.5)

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{P_n}{\phi p x_{2r}} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi}(u - x_1) \frac{x_1}{x_2} \frac{2}{p_m}}{\phi p} - \alpha(x_{2r} - x_2),$$
(8.6)

En modo deslizante se cumplen:

$$h(x_{1,2,3}) = 0$$

$$\dot{h}(x_{1,2,3}) = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = L_{f_1+gw_{eq}+\zeta} h = 0,$$

ecuaciones que permiten calcular el esfuerzo de control equivalente:

$$w_{eq} = -\frac{L_{f_1+\zeta}h}{L_gh}.$$
(8.7)

La condición de existencia del modo deslizante $L_g h \neq 0$ se calcula fácilmente:

$$L_g h = \frac{\partial h}{\partial x}g,\tag{8.8}$$

$$L_g h = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} \\ \frac{\partial h}{\partial x_2} \\ \frac{\partial h}{\partial u} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} = -1.$$
(8.9)

Las restantes derivadas de Lie que aparecen en la determinación del esfuerzo de control (expresión (8.7)) son:

$$L_{f_1} h = 0, (8.10)$$

$$L_{\zeta} h = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \alpha \right) \left(\frac{k V^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right).$$
(8.11)

El esfuerzo de control equivalente resulta:

$$w_{eq} = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \alpha \right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right),$$
(8.12)

y la ganancia W que asegura el régimen deslizante debe verificar:

$$-W \le w_{eq} \le W,$$

$$-W \leq \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \alpha \right) \left(\frac{k V^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right) \leq W.$$
(8.13)

Al igual que en en la sección §7.2.2 puede ser útil calcular una cota mínima \underline{W} por debajo de cuyo valor no puede disminuirse W. Para \underline{W} el rango deslizante queda reducido a su mínimo valor, el cual depende del punto de estado estacionario:

$$-\underline{W} \le \frac{2}{3} \frac{P_n^2}{\phi p x_2^3 J_{t+g}} + \alpha \frac{P_n}{x_2 J_{t+g}} \le \underline{W},\tag{8.14}$$

Estabilidad

Procediendo de la misma manera que en §7.2.4, se verifica la estabilidad interna para la nueva superficie. La dinámica interna del sistema queda asociada al análisis de las dos últimas variables del modelo canónico cuando h(x) = 0 y $\dot{h}(x) = 0$.

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{P_n}{x_{2r}\phi p} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi}(u-x_1)\frac{x_1}{x_2}(\frac{2}{p_m})}{\phi p} - \alpha(x_{2r}-x_2)$$
(8.15)

$$h(x) = 0 \Rightarrow u = -\left(\alpha \frac{3}{2}\phi p(x_{2r} - x_2) - \frac{P_n}{x_{2r}}\right) \frac{x_2}{x_1} \frac{p_m}{2} \frac{1}{k_{mi}} + x_1.$$
(8.16)

La ecuación que representa la dinámica bajo estudio es:
$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}(u - x_1) - \frac{k_{bba}x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ \frac{kV^3 C_p - k_{mi}(u - x_1)x_1 \left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2 J_{t+g}} \end{bmatrix}.$$
(8.17)

Reemplazando el valor de la frecuencia de excitación del motor de inducción (8.16) se tiene:

$$\dot{x_1} = f_a(x_1, x_2) = \frac{\left(-\alpha \frac{3}{2}\phi p(x_{2r} - x_2) + \frac{P_n}{x_{2r}}\right) \frac{x_2}{x_1} \frac{p_m}{2} - \frac{k_{bba} x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \frac{p_m}{2},$$
(8.18)

$$\dot{x_2} = f_b(x_1, x_2) = \frac{kV^3C_p - \left(-\alpha \frac{3}{2}\phi p(x_{2r} - x_2) + \frac{P_n}{x_{2r}}\right)x_2}{x_2 J_{t+g}}.$$
(8.19)

Para verificar la estabilidad en un entorno del punto de equilibrio [34], pueden linealizarse las expresiones (8.18) y (8.19).

$$\Delta \dot{x_1} = \frac{\partial f_a(x_1, x_2)}{\partial x_1} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_1 + \frac{\partial f_a(x_1, x_2)}{\partial x_2} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_2, \qquad (8.20)$$

$$\Delta \dot{x_1} = K_a \Delta x_1 + K_b \Delta x_2, \tag{8.21}$$

siendo:

$$K_a = -\left(x_2 \frac{p_m}{2} \left(\frac{P_n}{x_{2r}} - \alpha_1 (x_{2r} - x_2)\right) \frac{1}{x_1^2} + \frac{k_{bba} x_1 8}{p_m^2}\right) \frac{p_m/2}{J_{bba+mi}},\tag{8.22}$$

$$K_b = \left(-\alpha_1 x_{2r} + 2\alpha_1 x_2 + \frac{P_n}{x_{2r}}\right) \frac{p_m^2}{4x_1} \frac{1}{J_{bba+mi}},$$
(8.23)

$$\alpha_1 = \alpha \frac{3}{2} \phi p.$$

Para la segunda variable de estado:

$$\Delta \dot{x_2} = \frac{\partial f_b(x_1, x_2)}{\partial x_1} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_1 + \frac{\partial f_b(x_1, x_2)}{\partial x_2} \bigg|_{x=x_0} \Delta x_2, \qquad (8.24)$$

$$\Delta \dot{x_2} = K_c \Delta x_1 + K_d \Delta x_2, \tag{8.25}$$

con:

$$K_c = 0 \tag{8.26}$$

$$K_{d} = \frac{kV^{2}r\frac{\partial C_{p}}{\partial\lambda}x_{2} - kV^{3}C_{p}}{x_{2}^{2}J_{t+g}} - \frac{\alpha_{1}p_{m}}{2x_{1}J_{t+g}}$$
(8.27)

$$\lambda = \frac{x_2 r}{V}.$$

Si la matriz de la linealización aproximada A es estable, entonces el sistema no lineal es asintóticamente estable en un entorno del punto de equilibrio [34]. Dicha matriz es definida por:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} = \begin{bmatrix} K_a & K_b \\ K_c(=0) & K_d \end{bmatrix} \tilde{x}.$$
(8.28)

Siendo sus autovalores obtenidos a partir de:

$$\begin{aligned} |\varrho I - A| &= 0, \\ \varrho^2 + \varrho (-K_a - K_d) + K_a K_d &= 0. \end{aligned}$$

Luego, la estabilidad queda determinada por:

$$-K_d > K_a, \tag{8.29}$$

$$K_a K_d > 0. ag{8.30}$$

De la inspección cuidadosa de la expresión (8.22) resulta que K_a es siempre negativa, luego

$$\alpha_1 < \frac{1}{x_{2r} - x_2} \left(\frac{P_n}{x_{2r}} + 16 \frac{k_{bba} x_1^3}{p_m^3 x_2} \right).$$
(8.31)

Como:

$$16\frac{k_{bba}x_1^3}{p_m^3 x_2} = 2\frac{k_{bba}8x_1^3}{p_m^3 x_2} = 2\frac{P_{mi}}{x_2} = 2T_e \quad \text{(en el equilibrio } P_{mi} = P_{bba}).$$

entonces, la expresión (8.31) es:

$$\alpha_1 < \frac{1}{x_{2r} - x_2} \left(\frac{P_n}{x_{2r}} + 2T_e \right).$$
(8.32)

Dado que $K_a < 0$, la condición impuesta por la expresión (8.30) se cumple si:

$$K_{d} = \frac{kV^{2}r\frac{\partial C_{p}}{\partial\lambda}x_{2} - kV^{3}C_{p}}{x_{2}^{2}J_{t+g}} - \frac{\alpha_{1}}{J_{t+g}} < 0,$$

$$\alpha_{1} > \left(\frac{kV^{2}r\frac{\partial C_{p}}{\partial\lambda}x_{2} - kV^{3}C_{p}}{x_{2}^{2}}\right) = \frac{\partial T_{t}}{\partial x_{2}}.$$
(8.33)

Luego, el valor α_1 debe ser adoptado conforme a las expresiones (8.32) y (8.33) para garantizar la estabilidad y, por consiguiente, la convergencia al punto de operación deseado. Esta elección resulta inmediata a partir de las características de la turbina y de la región de operación.

Finalmente, la pendiente α de la superficie propuesta es:

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{\alpha_1}{\phi p}.$$

Así, en base a las consideraciones de estabilidad interna, se ha determinado el rango de valores entre los cuales puede variar la pendiente de la superficie.

Es interesante advertir que en el punto en el cual se maximiza la extracción del recurso eólico $\left(\frac{\partial C_p}{\partial \lambda} = 0\right)$,

se puede elegir, según las expresiones (8.32) y (8.33), la pendiente α_1 de la superficie como el valor de la pendiente de la referencia $T_0(\Omega)$. A partir de lo anterior, podría proponerse una superficie similar a la planteada en las secciones previas para la región de vientos menores al nominal (Figura 8.11). Sin embargo, es necesario aclarar que en la región de vientos menores al nominal, es innecesario el conocimiento de la velocidad del viento para garantizar la convergencia al punto de máxima generación. Por consiguiente, esta estrategia tendría un comportamiento *inferior* a la discutida en el Capítulo 7, al ser sensible al valor de la velocidad de viento estimada.



Figura 8.11: Equivalencia en las zonas de vientos normales entre el seguimiento de T_0 y la referencia empleada en la zona de vientos superiores al nominal T'_0

8.3.2. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la hipérbola de potencia nominal P_n

Considerando nuevamente las ecuaciones dinámicas del sistema expandido:

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w + \zeta, \qquad (8.34)$$

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}\left(u - x_{1}\right) - \frac{k_{bba}x_{1}^{2}4}{p_{m}^{2}}}{J_{bba+mi}} \\ -\frac{k_{mi}\left(u - x_{1}\right)x_{1}\left(\frac{2}{p_{m}}\right)}{x_{2}J_{t+g}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1}\left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} f\left(x_{1,2}, u\right) \right\} \end{bmatrix}, \qquad (8.35)$$

$$g_{(x)}w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} w ; \zeta_{(x)} = \begin{bmatrix} \pm \Delta_{1} \\ \frac{kV^{3}C_{p}}{x_{2}J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (8.36)$$

y eligiendo como superficie de control, la representada por la hipérbola de potencia nominal:

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{P_n}{\phi p x_2} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi} (u - x_1) \frac{x_1}{x_2} \frac{2}{p_m}}{\phi p},$$
(8.37)

el control equivalente resulta:

$$w_{eq} = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} - \frac{2}{3} \frac{P_n}{\phi p x_2^2} \right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right).$$
(8.38)

Luego, la ganancia W del controlador debe ser elegida para verificar:

$$-W \leq \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} - \frac{2}{3} \frac{P_n}{\phi p x_2^2} \right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right) \leq W.$$
(8.39)

La cota mínima \underline{W} , resulta en este caso:

$$-\underline{W} \le \left(-\frac{2}{3}\frac{P_n}{\phi p x_2^2} + \frac{2}{3}\frac{P_n}{\phi p x_2^2}\right) \left(\frac{T_t}{J_{t+g}}\right) \le \underline{W}.$$
(8.40)

Estabilidad. Un punto de funcionamiento estable en la superficie dada por la hipérbola de potencia nominal, implica que la condición de estabilidad del sistema está asegurada por otro elemento. En efecto, como se demuestra en [18] la regulación de potencia a izquierda de la curva $T_0(\Omega)$, presenta un comportamiento de no mínima fase. Luego, de aplicarse un régimen deslizante que regule potencia nominal, daría lugar a una dinámica inestable. En consecuencia, como se analiza en §8.5, otro componente, el elemento auxiliar, es el encargado de establecer el equilibrio en el plano par-velocidad de la turbina mientras el modo deslizante sobre h(x) = 0 asegura el consumo de potencia nominal por parte del conjunto motor-bomba.

8.3.3. Régimen deslizante sobre la superficie representada por la el par de la turbina T_t menos una constante

Considerando nuevamente las ecuaciones dinámicas del sistema expandido:

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w + \zeta, \qquad (8.41)$$

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi}\left(u - x_{1}\right) - \frac{k_{bba}x_{1}^{2}4}{p_{m}^{2}}}{J_{bba+mi}} \\ -\frac{k_{mi}\left(u - x_{1}\right)x_{1}\left(\frac{2}{p_{m}}\right)}{x_{2}J_{t+g}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1}\left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \end{bmatrix} f\left(x_{1,2}, u\right) \right\} \end{bmatrix}, \qquad (8.42)$$

$$g_{(x)}w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} w; \zeta_{(x)} = \begin{bmatrix} \pm \Delta_{1} \\ \frac{kV^{3}C_{p}}{x_{2}J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (8.43)$$

y eligiendo como superficie de control, la representada por la el par T_t menos una constante cte:

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{T_t - cte}{\phi p} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi}(u - x_1) \frac{x_1}{x_2} \frac{2}{p_m}}{\phi p},$$
(8.44)

el control equivalente resulta:

$$w_{eq} = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \frac{2}{3\phi p} \frac{\partial T_t}{\partial x_2} \right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right).$$
(8.45)

Luego, la ganancia W del controlador debe ser elegida para verificar,

$$-W \leq \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u-2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(u-x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \frac{2}{3\phi p} \frac{\partial T_t}{\partial x_2} \right) \left(\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right) \leq W.$$

$$(8.46)$$

La cota mínima \underline{W} , resulta en este caso:

$$-\underline{W} \le \left(\frac{2}{3}\frac{T_t - cte}{\phi p x_2} + \frac{2}{3\phi p}\frac{\partial T_t}{\partial x_2}\right) \left(\frac{T_t}{J_{t+g}}\right) \le \underline{W}.$$
(8.47)

Estabilidad. Dado que la superficie en cuestión es empleada para establecer la evolución del sistema hacia puntos de equilibrio que no pertenecen a esta superficie, resulta improcedente realizar un análisis de estabilidad.

8.4. Empleo de un controlador en todas las superficies

Del análisis de las secciones previas y del capítulo anterior, surge la necesidad de permutar el bloque del controlador (Figura 8.10):

$$\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} f\left(x_{1,2}, u\right),\tag{8.48}$$

dependiendo de las condiciones de operación.

A continuación se propone simplificar el diseño de dicho controlador. La simplificación consiste en sustituir los distintos bloques que resultan de evaluar la expresión (8.48) para las diferentes superficies por un único bloque. La idea es, interpretar como incertidumbres las discrepancias entre estos bloques y el correspondiente al controlador único, y obtener las condiciones que debe cumplir el control discontinuo para absorber estas incertidumbres.

En este sentido, suponiendo que se emplea únicamente el controlador que opera en la zona de vientos normales (seguimiento de la superficie dada por $T_0(\Omega)$), la operación cuando debe emplearse la superficie de pendiente α , implica la necesidad de agregar a la incertidumbre el desconocimiento de la verdadera salida.

Partiendo de la expresión del sistema expandido cuando se emplea la superficie representada por la recta de pendiente α :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \dot{x}_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi} (x_{3} - x_{1}) - \frac{k_{bba} x_{1}^{2} 4}{p_{m}^{2}} p_{m} \pm \Delta_{1} \\ \frac{kV^{3}C_{p}}{x_{2}J_{t+g}} - \frac{k_{mi} (x_{3} - x_{1}) x_{1} \left(\frac{2}{p_{m}}\right)}{x_{2}J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{recta}^{r} f(x_{1,2}, u) + w\right) \end{bmatrix}$$

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{P_{n}}{\phi p x_{2r}} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi} (u - x_{1}) \frac{x_{1}}{x_{2}} \frac{2}{p_{m}}}{\phi p} - \alpha(x_{2r} - x_{2}), \qquad (8.50)$$

 $\cos \left. \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \right|_{recta}$ siendo calculada de la expresión (8.50). Sumando y restando el término $\left. \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \right|_{T_0}$ convenientemente, se obtiene el siguiente modelo del sistema:

$$\dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi} \left(x_{3} - x_{1}\right) - \frac{k_{bba} x_{1}^{2} 4}{p_{m}^{2}} \frac{p_{m}}{2} \pm \Delta_{1} \\ \frac{k V^{3} C_{p}}{J_{bba+mi}} - \frac{k_{mi} \left(x_{3} - x_{1}\right) x_{1} \left(\frac{2}{p_{m}}\right)}{p_{m}^{2}} \pm \Delta_{2} \end{bmatrix}$$

$$(8.51)$$

$$\dot{x}_{3}] \qquad \left[\begin{array}{c} x_{2}J_{t+g} & x_{2}J_{t+g} & -2z \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{recta} + \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{T_{0}} - \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{T_{0}} \right) f(x_{1,2}, u) + w \right] \right]$$

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{P_{n}}{\phi p x_{2r}} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi}(u-x_{1})\frac{x_{1}}{x_{2}}\frac{2}{p_{m}}}{\phi p} - \alpha(x_{2r} - x_{2}),$$

$$(8.52)$$

en el cual, en la determinación de $\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\Big|_{T_0}$ se emplea la salida que corresponde al seguimiento del óptimo en la zona de vientos normales, es decir:

$$h(x) = \frac{2}{3} \frac{k \left(\frac{r}{\lambda_0}\right)^3 x_2^2 C_{p0}}{\phi p} - \frac{2}{3} \frac{k_{mi} \left(u - x_1\right) \frac{x_1}{x_2} \left(\frac{2}{p_m}\right)}{\phi p},$$

se debe subrayar que,

$$\left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{T_0} = \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{recto}$$

Reacomodando la expresión (8.51), según

$$\dot{x} = f_{1(x)} + g_{(x)}w + \zeta_{x}$$

se tiene:

$$f_{1(x)} = \begin{bmatrix} \frac{k_{mi} (u - x_1) - \frac{k_{bba} x_1^2 4}{p_m^2}}{J_{bba+mi}} \\ -\frac{k_{mi} (u - x_1) x_1 \left(\frac{2}{p_m}\right)}{x_2 J_{t+g}} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\Big|_{T_0} f(x_{1,2}, u)\right) \end{bmatrix},$$

$$g_{(x)}w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \end{bmatrix} w \quad ; \quad \zeta_{(x)} = \begin{bmatrix} \frac{\pm \Delta_1}{\frac{kV^3 C_p}{x_2 J_{t+g}} \pm \Delta_2} \\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u}\right]^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\Big|_{recta} - \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\Big|_{T_0}\right) f(x_{1,2}, u) \end{bmatrix}, \quad (8.53)$$

siendo ζ el vector que incluye los siguientes términos:

- 1. la incertidumbre que el viento representa,
- 2. las incertidumbres del sistema Δ_1 y Δ_2 ,
- 3. el término de corrección por el empleo del cambio de estrategia.

El esfuerzo de control equivalente se obtiene a partir de:

$$w_{eq} = -\frac{L_{f_1+\zeta} h}{L_g h}.$$
 (8.54)

La condición de existencia del modo deslizante $L_g\,h\neq 0$ se calcula fácilmente:

$$L_g h = \frac{\partial h}{\partial x}g,\tag{8.55}$$

$$L_{g}h = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial h}{\partial x_{1}} \right|_{T_{0}} \left. \frac{\partial h}{\partial x_{2}} \right|_{T_{0}} \left. \frac{\partial h}{\partial u} \right|_{T_{0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ -\left[\frac{\partial h}{\partial u} \right]^{-1} \end{bmatrix} = -1.$$
(8.56)

Las restantes derivadas de Lie para determinar el esfuerzo de control (expresión (8.54)) son:

$$L_{f_1} h = 0, (8.57)$$

$$L_{\zeta} h = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) +$$
(8.58)

$$+\left(\frac{2}{3}\frac{2k(\frac{r}{\lambda_{0}})^{3}C_{p0}x_{2}}{\phi p}+\frac{2}{3}\frac{2k_{mi}(u-x_{1})x_{1}}{p_{m}\phi px_{2}^{2}}\right)\left(\frac{kV^{3}C_{p}}{x_{2}J_{t+g}}\pm\Delta_{2}\right)-\left.\left.\left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\right|_{recta}-\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\right|_{T_{0}}\right)f(x_{1,2},u).$$
(8.59)

Luego, el esfuerzo de control equivalente resulta:

$$w_{eq} = \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) +$$
(8.60)

$$+\left(\frac{2}{3}\frac{2k(\frac{r}{\lambda_0})^3Cp_0x_2}{\phi p} + \frac{2}{3}\frac{2k_{mi}(u-x_1)x_1}{p_m\phi px_2^2}\right)\left(\frac{kV^3C_p}{x_2J_{t+g}} \pm \Delta_2\right) - \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\right|_{recta} - \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}}\right|_{T_0}\right)f(x_{1,2},u).$$

$$(8.61)$$

La ganancia W que asegura el régimen deslizante es:

$$-W \leq \pm \Delta_{1} \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(u-2x_{1})}{x_{2}} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2k(\frac{r}{\lambda_{0}})^{3} C p_{0} x_{2}}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi} (u-x_{1}) x_{1}}{p_{m} \phi p x_{2}^{2}} \right) \left(\frac{k V^{3} C_{p}}{x_{2} J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \right) - \left(\frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{recta} - \frac{\partial h}{\partial x_{1,2}} \bigg|_{T_{0}} \right) f(x_{1,2}, u) \leq W,$$

$$(8.62)$$

com
o $\left.\frac{\partial h}{\partial x_1}\right|_{recta} = \left.\frac{\partial h}{\partial x_1}\right|_{T_0}$ y

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial h}{\partial x_2} \right|_{recta} &= \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(x_3 - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2} + \alpha, \\ \left. \frac{\partial h}{\partial x_2} \right|_{T_0} &= \frac{2}{3} \frac{2k(\frac{r}{\lambda_0})^3 C_{p0} x_2}{\phi p} + \frac{2}{3} \frac{2k_{mi}(x_3 - x_1)x_1}{p_m \phi p x_2^2}, \end{aligned}$$

se tiene:

$$-W \leq \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u - 2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2T_0}{\phi p x_2} + \frac{2}{3} \frac{T_e}{\phi p x_2} \right) \left(\frac{T_t}{J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{2T_0}{\phi p x_2} - \alpha \right) \left(-\frac{T_e}{J_{t+g}} \right) \leq W.$$

$$(8.63)$$

Operando de la misma manera (y recordando que $\frac{\partial h}{\partial u}$ es idéntico en todos los casos), se puede determinar el valor de la ganancia W cuando se emplea el controlador para el seguimiento de $T_0(\Omega)$ tanto sobre la superficie representada por la hipérbola P_n como sobre la que representa la curva $T_t - cte$. Para la hipérbola se tiene:

99

CAPÍTULO 8. OPERACIÓN CON VIENTOS MAYORES

$$-W \leq \pm \Delta_{1} \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_{m} \phi p} \frac{(u-2x_{1})}{x_{2}} \right) + \left(-\frac{2}{3} \frac{P_{n}}{\phi p x_{2}^{2}} + \frac{2}{3} \frac{T_{e}}{\phi p x_{2}} \right) \left(\frac{T_{t}}{J_{t+g}} \pm \Delta_{2} \right) - \left(-\frac{2}{3} \frac{P_{n}}{\phi p x_{2}^{2}} - \frac{2}{3} \frac{2T_{0}}{\phi p x_{2}} \right) \left(-\frac{T_{e}}{J_{t+g}} \right) \leq W,$$
(8.64)

Para la curva $T_t - cte$ se tiene:

$$-W \leq \pm \Delta_1 \left(-\frac{2}{3} \frac{2k_{mi}}{p_m \phi p} \frac{(u-2x_1)}{x_2} \right) + \left(\frac{2}{3} \frac{T_e}{p_m \phi p x_2} + \frac{2}{3\phi p} \frac{\partial T_t}{\partial x_2} \right) \left(\frac{T_t}{J_{t+g}} \pm \Delta_2 \right) - \left(\frac{2}{3\phi p} \frac{\partial T_t}{\partial x_2} - \frac{2}{3} \frac{2T_0}{\phi p x_2} \right) \left(-\frac{T_e}{J_{t+g}} \right) \leq W,$$

$$(8.65)$$

A partir de las expresiones (8.63), (8.64) y (8.65), debe elegirse un valor de W que garantice la existencia del modo deslizante aún en la peor condición. De esta manera se ha determinado un controlador único para todas las superficies intervinientes, evitando la conmutación entre controladores. A pesar del amplio rango de velocidades de viento considerado, se ha elegido un valor de ganancia W = 20, que contempla un importante factor de seguridad para los valores considerados en esta tesis.

8.5. Error en la estimación del viento. Convergencia al punto de operación

Siempre considerando $V > V_{nom}$, la superficie de control empleada en las proximidades del punto de operación de estado estacionario es:

$$h(x) = I_0 - I_s - \alpha (x_{2r} - x_2),$$

siendo I_0 la corriente que corresponde a dicho punto (T_r, x_{2r}) sobre P_n , I_s el valor de la corriente de carga y x_2 la velocidad de giro de la turbina.

A los efectos de resaltar las diferencias entre medir y estimar el viento, en primer lugar se analiza el efecto del error, sobre el punto de operación del sistema, cuando se mide la velocidad del viento, y luego cuando se estima dicha velocidad.

8.5.1. Efecto del error de la medida del viento sobre la potencia

Dada la relación entre la corriente y el par del generador, y asumiendo que el sistema opera en modo deslizante, el efecto del error de medida del viento puede ser analizado en términos del par considerando:

$$h_1(x) = T_r - T_e - \alpha_1(x_{2r} - x_2).$$

En el equilibrio, el par de carga T_e es igual al par de la turbina $T_t = \frac{kV^3C_p}{x_2}$ que depende de la velocidad de viento real V, además es función de la velocidad de viento medida V_{med} . En efecto,

100

8.5. ERROR EN LA ESTIMACIÓN DEL VIENTO

Donde se ha considerado que la aproximación C_{p1} del coeficiente de potencia, es diferente del coeficiente real C_p . A partir de la expresión (8.66) puede concluirse que debido a la diferencia entre la velocidad de viento real y la medida, el punto de operación de estado estacionario x_2 , difiere del punto calculado x_{2r} .

Gráficamente, la consecuencia de cometer un error por defecto en la medida de la velocidad del viento se puede observar en la Figura 8.12, mientras que en la Figura 8.13 se observa lo que sucede cuando se mide por exceso. En ambas figuras se tiene:

- la velocidad de viento real es V mientras que la medida es V_{med} ,
- el punto de funcionamiento calculado es el punto A (cuyo par es T_r), con velocidad de giro x_{2r} ,
- el punto de funcionamiento real es el punto $B(T_e = T_t)$, con velocidad de giro x_2 .



Figura 8.12: Efecto de medir por defecto la velocidad del viento. A: punto de funcionamiento estimado. B: punto de funcionamiento real



Figura 8.13: Efecto de medir por exceso la velocidad del viento. A: punto de funcionamiento estimado. B: punto de funcionamiento real

Respecto de la potencia que entrega el conjunto de generación P_g , la potencia del elemento auxiliar P_{aux} y la potencia del conjunto motor-bomba P_{mi} , puede establecerse lo siguiente:

si
$$V_{med} = V \Rightarrow P_g = P_{nom} + P_{aux}$$
 $P_{aux} = 0;$ $P_{mi} = P_{nom}$ y $x_{2r} = x_{2r}$
si $V_{med} < V \Rightarrow$ $P_g = P_{nom} + P_{aux}$ $P_{aux} > 0;$ $P_{mi} = P_{nom}$ y $x_{2r} < x_{2r}$
si $V_{med} > V \Rightarrow$ $P_g < P_{nom} + P_{aux}$ $P_{aux} = 0;$ $P_{mi} < P_{nom}$ y $x_{2r} > x_{2r}$

Luego, si la velocidad del viento se mide por defecto, la potencia de bombeo coincide con el consumo previsto, es decir, su valor nominal. Sin embargo, cuando dicha velocidad se estima por exceso, existirá una merma de la potencia de la bomba con respecto a la potencia de operación deseada P_n .

8.5.2. Error en la estimación de la velocidad del viento. Convergencia al punto de operación de potencia nominal

A diferencia del caso anterior, en el que la medida del viento fija el punto de operación, en el caso de la estimación del viento, ésta es una consecuencia de la determinación del par de la turbina, obtenido a partir de filtrar la velocidad de giro. Luego, a medida que mejora la estimación de dicho par, puede corregirse el punto de operación deseado estableciéndose un comportamiento convergente (a diferencia del caso anterior) al punto de potencia nominal, aún cuando la diferencia de coeficientes de potencia (real y aproximado) haga que la velocidad de viento estimada sea distinta de la real.

El comportamiento simplificado se muestra en la Figura 8.14a mientras que la Figura 8.14b presenta el detalle de la anterior. En el análisis deben tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- Supóngase inicialmente que por el error de la estimación, la velocidad de viento estimada es V_{est1} (la velocidad real es V).
- En las condiciones precedentes, el punto de operación de potencia nominal es el que correspondería al punto 1, pero el equilibrio se tiene en PE_1 cuando los pares de la turbina y de carga se igualan (Figura 8.14b). Si los coeficientes de potencia real y estimado son distintos, en el punto PE_1 la velocidad de viento estimada es V_{est2} y el punto de operación deseado pasa a ser el punto 2. Al desplazar la ley de carga lineal para que pase por el punto 2, el equilibrio entre los pares de carga y de la turbina se alcanza en PE_2 . En PE_2 la estimación indica el punto de operación 3 y así hasta alcanzar el punto de operación de potencia nominal P_n .
- En las Figuras 8.14a) y b), se muestra el caso para el cual la pendiente de la curva de par estimado es mayor que la real. Un análisis similar al desarrollado puede realizarse cuando la pendiente del par estimado es menor que la del par real.



Figura 8.14: a) Convergencia al punto de operación de potencia nominal cuando se estima la velocidad del viento. b) Ampliación de la parte a)

Con el objeto de simplificar el análisis se han considerado únicamente los puntos de equilibrio en el entorno del punto de potencia nominal. Debe tenerse en cuenta que la determinación del par de la turbina y la corrección

8.6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

del punto de operación se realiza en todo instante por lo que en realidad se tiene un desplazamiento continuo de las rectas de carga.

Debe notarse que el empleo de la medida de la velocidad del viento puede dar lugar a una merma en la potencia en el sistema de bombeo. La estimación de la velocidad del viento en cambio, dado que es una consecuencia de la determinación del par de la turbina, permite, a medida que mejora la determinación del par, la convergencia y operación en el punto de potencia nominal del sistema en estado estacionario.

8.6. Resultados de simulación

Para permitir una comprensión acabada del comportamiento del sistema se emplean, en primer término, perfiles de viento a tramos constantes, los cuales permiten por una parte evaluar las características del control ante variaciones abruptas del viento y por otra, facilitan la comprensión del problema. A posteriori, se muestra el comportamiento del sistema en presencia de un perfil de viento real.

Los resultados de simulación consideran los siguientes casos:

- 1. un incremento del viento desde una velocidad inferior a la nominal a otra por encima de este valor (§8.6.1). Esta excitación permite observar el frenado y convergencia hacia el punto de equilibrio,
- 2. partiendo de un viento superior al nominal y estando el sistema en equilibrio, se disminuye dos veces la velocidad del viento (§8.6.2). La última disminución obliga al sistema a operar en la zona de vientos normales,
- 3. se presentan resultados de simulación considerando un perfil de viento real (§8.6.3).

8.6.1. Respuesta al incremento en la velocidad de viento

En la Figura 8.15 se muestra el perfil de viento empleado en las simulaciones de esta subsección, donde:

$$V = 10 \ m/s \ < V_{nom} \quad 0 < t < 10 \ s$$
$$V = 13 \ m/s \ > V_{nom} \quad t \ge 10 \ s,$$

y la estimación correspondiente.

La simulación de las distintas variables del sistema es presentada en las Figuras 8.15 a 8.22. Debido a la fuerte interacción entre las variables de los dos subsistemas, la comprensión del funcionamiento requiere de la evaluación conjunta de todas las figuras. Entre los aspectos importantes para el entendimiento de la evolución de las variables del sistema pueden citarse:

- 1. operación durante el período 0 < t < 10 s, considerando condiciones iniciales fuera de la superficie de control (A_0) y velocidad de viento $V = 10 m/s < V_n$.
 - Se debe notar que, en este período, la estimación del viento no es utilizada ya que para velocidades de viento menores que la velocidad nominal se emplea el seguimiento de $T_0(\Omega)$ acorde a lo discutido en el Capítulo 7,
 - en la Figura 8.16 se observa que la carga rápidamente refleja el par necesario para alcanzar la referencia $T_0(\Omega)$, es decir, se establece el régimen deslizante. Luego, el par de carga evoluciona sobre la referencia, mientras que el par de la turbina lo hace por la trayectoria $A'_0 A$ sobre la curva de $V = 10 \ m/s$,
 - los pares correspondientes se observan en el primer tramo de la Figura 8.17a. La diferencia entre el par de la turbina y el par de carga establece la aceleración que incrementa la velocidad de la turbina, la cual es mostrada en el primer tramo de la Figura 8.18a,

• en la Figura 8.19a se puede observar el consumo de potencia del motor de inducción y de la bomba. Se alcanza a visualizar (t < 0,1 s) una rápida variación inicial que corresponde al modo de alcance, mientras que el resto del tiempo (hasta t = 10 s), el sistema se encuentra operando en modo deslizante ya que la potencia consumida por el motor refleja, sobre el generador, un par de carga coincidente con $T_0(\Omega)$.

En los primeros tramos (0 < t < 10 s) de las Figuras 8.17a y 8.19a se observa que, el transitorio del sistema de bombeo es más prolongado que el del conjunto turbina-generador. Efectivamente, cuando la turbina alcanza el estado de equilibrio $(T_t = T_e)$, no sucede lo mismo del lado del sistema de bombeo donde la potencia consumida por el motor es distinta de la potencia de carga de la bomba. Si se tiene en cuenta que la velocidad de la bomba y del motor son las mismas, la diferencia de potencias entre ellos equivale a la diferencia de sus pares. Esta diferencia da lugar al cambio de velocidad que se observa en la Figura 8.21.

- 2. Operación para t > 10 s ante un aumento de la velocidad de viento $V > V_{nom}$.
 - Antes de producirse el cambio del viento, el sistema se encuentra operando en el punto de máxima generación correspondiente a la velocidad de 10 m/s. Al producirse el cambio (t = 10 s) y como consecuencia del natural retardo en la estimación de la velocidad, se advierte que el par de carga continúa sobre la referencia $T_0(\Omega)$ (punto A' de la Figura 8.16), es decir, se produce un leve aumento de la velocidad de giro de la turbina antes que cambie la referencia de carga.

En estas condiciones, el par de la turbina (que ahora se mueve por la curva de V = 13 m/s), llega hasta el punto A'' para luego retroceder. A partir del instante correspondiente a los puntos A' y A'', el elemento auxiliar complementa la carga que presenta el sistema de bombeo y se inicia el frenado de la turbina como se describió en §8.2.2. La entrada en operación del elemento auxiliar queda evidenciada en el par que éste aporta al sistema (Figura 8.20),

- la velocidad de la turbina y la velocidad de equilibrio estimada se muestran en la Figura 8.18. La Figura 8.18b muestra un detalle de la Figura 8.18a,
- la acción conjunta de frenado (motor-bomba y elemento auxiliar) continúa hasta alcanzar el punto C de la Figura 8.16. La modificación en la determinación del par (Figura 8.17b), da lugar al cambio de la velocidad de operación estimada (Figura 8.18b). En consecuencia, se produce el desplazamiento de la ley de carga lineal de pendiente α que se desplaza con la estimación de la velocidad de equilibrio. A medida que la velocidad converge a la correspondiente al punto de operación de potencia nominal, el par aportado por el elemento auxiliar disminuye (Figura 8.20),
- en la Figura 8.19b se observa que, la potencia del motor en estado estacionario corresponde a su valor nominal, a pesar del error en la velocidad del viento estimada (Figura 8.15). También se observa la potencia de carga de la bomba la que, junto a la del motor, a una dada velocidad, es equivalente a la aceleración del conjunto motor-bomba, aceleración que da lugar a la variación de la velocidad de la bomba que se muestra en la Figura 8.21.
- la Figura 8.22, muestra la diferencia entre el par de referencia y el par del conjunto motor-bomba.
 Puede observarse que, excepto en el instante del cambio abrupto del viento, dichos pares coinciden, evidenciando la robustez del comportamiento del controlador.



Figura 8.15: Perfil de viento y su estimación



Figura 8.16: Plano par-velocidad. Evolución de los pares de la turbina, de carga y de referencia



Figura 8.17: a) Evolución de los pares del lado de la turbina. b) Ampliación de la parte a)



Figura 8.18: a) Velocidad de la turbina y velocidad de convergencia estimada. b) Ampliación de la parte a)



Figura 8.19: a) Potencia del motor y potencia de la bomba. b) Ampliación de la parte a)



Figura 8.20: Par agregado por el elemento auxiliar.



Figura 8.21: Evolución de la velocidad de la bomba



Figura 8.22: Diferencia entre los pares de referencia y del sistema de bombeo

Los resultados de simulación muestran que la estrategia implementada permite extender el rango de operación a velocidades de viento superiores a la nominal, obteniéndose un aprovechamiento teórico del 100% de la potencia nominal del conjunto de bombeo (Figuras 8.16 y 8.19).

8.6.2. Respuesta a la disminución en la velocidad de viento

En la Figura 8.23 se muestra el perfil empleado para visualizar el comportamiento del sistema ante sucesivas disminuciones de la velocidad del viento. Al igual que en el caso anterior, se ha elegido un perfil constante a tramos para facilitar el análisis. Los valores de la velocidad del viento son:

$$V = 16 \ m/s \ > V_{nom} \qquad 0 < t < 10 \ s$$
$$V = 13 \ m/s \ > V_{nom} \qquad 10 \le t < 20 \ s$$
$$V = 10 \ m/s \ < V_{nom} \qquad t \ge 20 \ s.$$

En dicha figura también se muestra la estimación correspondiente. Es importante remarcar, que luego de los 20 s, la estimación del viento no es utilizada por cuanto en esa zona se emplea el seguimiento del óptimo $T_0(\Omega)$, en consecuencia tanto la estimación del par como el valor del punto de funcionamiento, carecen de sentido.

La evolución de las distintas variables se detalla a continuación:

- 1. operación en $0 < t < 10 \ s$
 - durante este período la turbina se encuentra operando en equilibrio en el punto C. El par motriz está dado por el par de la turbina y el de carga está dado por el conjunto motor-bomba (Figura 8.25) más el aportado por el elemento auxiliar(Figura 8.29),
 - a pesar del estado de equilibrio del lado de la turbina (Figura 8.26), del lado del sistema de bombeo se observa que las potencias del motor de inducción y de carga de la bomba no son iguales debido a la condición inicial considerada (Figura 8.27). Esta diferencia de potencias, corresponde a cada velocidad a una diferencia de pares que determina la evolución de la velocidad de la bomba en el primer tramo de la Figura 8.28.
- 2. Operación en $10 \le t < 20 s$,
 - al cambiar la velocidad del viento a V = 13 m/s, la referencia cambia conforme a §8.2.1, es decir, copiando un porcentaje del par estimado de la turbina (Figura 8.24). En estas condiciones, debido a que la referencia está por debajo del par que corresponde a la potencia P_n , el elemento auxiliar deja de actuar (Figura 8.29) y el par de carga reflejado es exclusivamente el del sistema de bombeo. Como se puede observar en la Figura 8.25, el par de carga coincide con el de referencia, es decir, el sistema opera en régimen deslizante. Esto asegura la aceleración de la turbina (Figura 8.26) hasta las proximidades de la velocidad de equilibrio estimada,
 - luego, se produce el cambio de referencia para que el conjunto motor-bomba siga a la recta de pendiente α con objeto de establecer un comportamiento convergente hacia el punto *B*. En dicho punto, al par de carga mencionado, se agrega el par aportado por el elemento auxiliar (Figura 8.29),
 - del lado del sistema de bombeo, el cambio de la potencia del motor (Figura 8.27) permite que el par reflejado hacia el lado de generación establezca los regímenes deslizantes mencionados. La potencia del motor junto al consumo de la bomba determinan los pares que dan lugar a la evolución de la velocidad de este conjunto (Figura 8.28),
- 3. Operación en $t \ge 20 s$,
 - al cambiar la velocidad del viento a V = 10 m/s, se establece el funcionamiento del sistema según el seguimiento del óptimo para velocidades de viento normales (trayectoria $A_I - A$ en la Figura 8.24). El par del elemento auxiliar es innecesario (Figura 8.29). El paso al seguimiento de $T_0(\Omega)$, no reviste inconvenientes para el motor de inducción, como muestra el consumo de potencia de la Figura 8.27.

En la Figura 8.30, se puede advertir el comportamiento del par del conjunto motor-bomba respecto de su par de referencia, se pone en evidencia el comportamiento del conjunto sobre la superficie propuesta en casi todo el período de simulación considerado.



Figura 8.23: Perfil de viento y su estimación



Figura 8.24: Trayectorias en el plano par-velocidad de la turbina en correspondencia con la Figura 8.23



Figura 8.25: Evolución de los pares de la turbina, estimado, de carga y de referencia



Figura 8.26: Velocidad de la turbina y velocidad de convergencia



Figura 8.27: Evolución temporal de la potencia de la bomba y del motor



Figura 8.28: Evolución de la velocidad de la bomba



Figura 8.29: Par agregado por el elemento auxiliar



Figura 8.30: Diferencia entre los pares de referencia y del sistema de bombeo

Como en el caso de simulación anterior, las simulaciones muestran un aprovechamiento teórico del 100% de la potencia del sistema de bombeo. La operación sobre las superficies propuestas permite establecer el comportamiento robusto del sistema.

8.6.3. Comportamiento del sistema con un perfil de viento real

En esta subsección, se presenta la respuesta del sistema para un característica definida en [27] como una condición de viento *fuerte*. Las Figuras 8.31 y 8.32 presentan la velocidad del viento durante un lapso de tiempo relativamente grande y la ventana de tiempo empleada en la simulación, donde se han indicado los puntos $A ext{ y } B$, entre los que la estimación de la velocidad de viento supera el valor nominal. La evolución del sistema se detalla a continuación:

- 1. Período comprendido entre los $40 \ s$ y el punto A (Figura 8.32) (la estimación del viento no es utilizada en este período).
 - Dado que la estimación de la velocidad del viento no excede el límite del valor nominal, la operación del sistema se centra en el seguimiento del óptimo $(T_0(\Omega))$ pudiendo comprobarse la evolución del par del conjunto motor-bomba sobre el par de referencia propuesto (Figuras 8.34 y 8.38). Obsérvese que, para este tramo, el objetivo corresponde al analizado en el Capítulo 7.

- 2. Período comprendido entre los puntos $A A_1$ (Figura 8.32),
 - debido a que la estimación de la velocidad del viento supera a la velocidad nominal y que la velocidad de giro en el punto de operación deseado es menor que la velocidad de giro actual (t = 46,2 s aprox.) de la turbina (Figura 8.35), el controlador debe frenar la turbina. Así, el controlador fija un par de referencia para el conjunto motor-bomba que corresponde a la hipérbola de potencia nominal (Figura 8.33) y establece el par de frenado total, agregando el par del elemento auxiliar (Figura 8.36),
- 3. Período comprendido entre los puntos $A_1 A_2$ (Figura 8.32),
 - se produce la disminución de la velocidad del viento en la zona de vientos mayores al nominal. Como indica la Figura 8.35, la velocidad de la turbina debe aumentar.

Con respecto al comportamiento del motor, en esta zona (Figura 8.33):

- la potencia consumida por el motor disminuye para permitir que, el par de carga sea menor que el par de la turbina,
- dado que la dinámica eléctrica es mucho más rápida que la de los elementos mecánicos del sistema, el motor alcanza la recta de pendiente α e intenta evolucionar por ella,
- sin embargo, al irse modificando las velocidades de los puntos de equilibrio, se van estableciendo sucesivas rectas de carga hasta arribar al punto A_2 ,
- como entre los puntos $A_1 A_2$, se requirió de un aumento de la velocidad de la turbina, a expensas de disminuir el consumo del motor de inducción, es innecesario el aporte del elemento auxiliar (Figura 8.36).

Las zonas que siguen luego del instante que corresponde al punto A_2 , repiten a algunas de las ya presentadas. En el instante correspondiente al punto B, el sistema retorna al seguimiento del óptimo $T_0(\Omega)$.

La Figura 8.37 presenta la evolución suave de la velocidad de la bomba centrífuga. La Figura 8.38, indica que si bien el recurso eólico varió fuertemente, los pares de referencia y de carga del conjunto motor-bomba coinciden en casi todo el lapso de tiempo considerado. En otros términos, se verifica la robustez de la estrategia por régimen deslizante propuesta para poder reflejar, en todo momento, y más allá de las fuertes incertidumbres, una carga controlada sobre la turbina que asegura la optimización del aprovechamiento del recurso eólico.



Figura 8.31: Velocidad de viento. Condición de fuerte variabilidad



Figura 8.32: Ventana de simulación utilizada



Figura 8.33: Evolución de la potencia del motor de inducción y de la bomba centrífuga



Figura 8.34: Evolución de los pares de la turbina, de carga y de referencia



Figura 8.35: Velocidad de la turbina y velocidad de convergencia estimada



Figura 8.36: Par agregado por el elemento auxiliar



Figura 8.37: Evolución temporal de velocidad de la bomba centrífuga



Figura 8.38: Superficie del conjunto motor-bomba

8.7. Conclusiones

La estrategia desarrollada en el Capítulo 7, de extracción de la energía disponible en el viento, sólo puede ser usada hasta el límite de potencia dado por la bomba. Luego, con el objeto de evitar que el sistema salga de funcionamiento cuando la velocidad del viento es mayor que la nominal, se ha propuesto una nueva estrategia de control que regula la potencia transmitida al sistema de bombeo.

La regulación de potencia nominal, puede realizarse tanto a izquierda como a derecha de la curva $T_0(\Omega)$. La operación a la derecha ha sido descartada, porque pequeños incrementos en la velocidad del viento, dan lugar a grandes incrementos en la velocidad de giro de la turbina. Por otra parte, la regulación de potencia (superficie representada por la hipérbola de potencia nominal) a la izquierda de $T_0(\Omega)$, presenta un comportamiento de no mínima fase que daría lugar a una dinámica inestable en el régimen deslizante. Para superar este inconveniente, se proponen nuevas superficies que aseguran, en estado estacionario, la regulación de potencia nominal. Como las nuevas superficies requieren información del viento, que se ha supuesto no medible, se consideró una estimación del mismo.

Condiciones de viento que obliguen al frenado reiterado de la turbina, consumiendo una potencia superior a la nominal de la bomba, pueden dar lugar a fenómenos de cavitación y están limitados por la potencia del motor. Esto se ha evitado agregando un elemento auxiliar para complementar el par de carga ejercido por el sistema de bombeo sobre la turbina, es decir, para flexibilizar el control. De esta forma, disipando potencia en el elemento auxiliar, que es exceso de potencia en el viento, se asegura que el conjunto motor-bomba nunca disipe una potencia superior a la nominal.

Se han investigado las condiciones necesarias para el establecimiento de los regímenes deslizantes propuestos y para su estabilidad.

La complejidad del problema requiere de cambios en el controlador, dependiendo de la zona de operación. Con el objeto de simplificar el diseño, se propuso el empleo de un único controlador y se obtuvieron las condiciones para que el control discontinuo pueda absorber las discrepancias (consideradas como incertidumbres) propias de la simplificación propuesta.

Se analizó cómo, pese al error en la estimación de la velocidad del viento, el sistema converge al punto de funcionamiento de potencia nominal.

Se presentaron resultados de simulación que muestran el comportamiento del sistema ante cambios abruptos en la velocidad del viento y ante un perfil de viento real de características muy exigentes. Los primeros facilitan la comprensión del funcionamiento del sistema, y corroboran el buen comportamiento del controlador. El perfil de viento real, permitió evaluar el comportamiento bajo circunstancias reales. Puede afirmarse que, pese a las condiciones desfavorables de viento elegidas, el sistema, sin mayores requerimientos de la acción de control, puede mantener el régimen deslizante y, por consiguiente, lograr un funcionamiento seguro en todo el rango de operación.

Capítulo 9

Conclusiones

El trabajo presenta los resultados de investigación desarrollados para maximizar el aprovechamiento del recurso eólico en un sistema aislado aplicado al bombeo de agua. El amplio rango de variación de la energía del viento y el marco de una implementación tecnológica accesible implican la búsqueda de un sistema de control que posea dichas características, sencillez de implementación, menor cantidad de sensores, robustez, etc..

Tanto la configuración como los componentes del sistema, han sido elegidos con el objeto de establecer una planta inherentemente robusta en los aspectos mecánicos y en los eléctricos.

En la zona de vientos normales, el objetivo primario planteado fue la maximización de la extracción de la energía disponible en el viento, sin la medida de éste.

Se estudiaron e investigaron distintos lazos de control para cumplir con tal objetivo, control por regulación de corriente, control por regulación de tensión y control por regulación de potencia del generador sincrónico de imán permanente. La ventaja para el control por regulación de corriente quedó determinada por su baja sensibilidad a posibles errores en la medida de la velocidad de giro de la turbina y la sencillez de su implementación.

Debido a que el cumplimiento del objetivo planteado requiere un control robusto ante fuertes incertidumbres (como la representada por el desconocimiento del viento), se propuso el empleo de técnicas de control por regímenes deslizantes. Debido a que el control discontinuo de los regímenes deslizantes convencionales no puede ser aplicado sobre la variable de control del sistema (frecuencia de excitación del motor de inducción), se propuso un control por modo deslizante dinámico, lo que permitió garantizar el objetivo propuesto. La dinámica de los ceros y la robustez del controlador frente a perturbaciones e incertidumbres de las cuales el desconocimiento de la velocidad del viento es, sin duda, el punto de mayor peso, completaron el diseño del controlador.

La zona de vientos normales de operación quedó definida hasta la velocidad de viento (denominada velocidad nominal (V_{nom})) que permite la máxima extracción de energía si se sigue a la curva del óptimo $T_0(\Omega)$. En la zona de vientos superiores al nominal, y con el objeto de evitar la salida de funcionamiento del sistema, se optó por regular la potencia nominal del conjunto de carga. A este efecto, se debió modificar la estrategia de operación del sistema.

Con objeto de proteger a los componentes mecánicos por exceso de velocidad, se optó por disminuir la velocidad de giro de la turbina a medida que el viento aumenta. Para evitar problemas de cavitación en la bomba centrífuga, el frenado se realizó por medio de la regulación del consumo de un elemento auxiliar, acotándose así al valor nominal la máxima potencia de consumo del conjunto motor-bomba.

Con el objeto de evitar comportamientos de no mínima fase, que se manifiestan en la regulación directa de

potencia, se propusieron nuevas superficies para asegurar la convergencia a los puntos de operación deseados. Lo anterior, impuso la necesidad de estimar la velocidad del viento para establecer el mencionado punto de convergencia.

Se demostró que medir la velocidad del viento en una estrategia como la desarrollada podía, en ciertas condiciones (cuando se mide por exceso), producir una merma en la potencia transmitida al sistema de bombeo respecto de la potencia nominal. Sin embargo, cuando se estima la velocidad del viento, el sistema puede converger al punto de potencia nominal obteniéndose el aprovechamiento máximo en tales circunstancias, aún cuando existan diferencias entre la velocidad real del viento y la estimada.

Dado que la estrategia implica la existencia de varias superficies, se debía conmutar entre los controladores de cada una de ellas según la zona de operación. Sin embargo, un análisis subsiguiente determinó que se puede emplear un único controlador para todas las superficies considerando además el obtenido en la zona de los vientos normales.

Distintos resultados de simulación permitieron establecer de manera detallada los comportamientos de cada uno de los subconjuntos que conforman al sistema aislado aplicado al bombeo de agua. Asimismo, dichos resultados, han permitido determinar un buen comportamiento del controlador propuesto aún en condiciones de fuerte variabilidad del recurso eólico.

A modo de síntesis puede decirse que, además de las características de robustez de los componentes y la configuración de un sistema como el propuesto en esta tesis, la implementación de un controlador de características inherentemente robustas, como lo es el controlador por modo deslizante propuesto, es un punto muy importante y puede resultar en una solución atractiva para el problema del bombeo de agua, por ejemplo, en las regiones aisladas y escasamente pobladas de la patagonia. En dichas regiones, además, el recurso eólico presenta características de fuerte variabilidad que sólo pueden ser absorbidas por un controlador bajo las condiciones consideradas en esta tesis. En efecto, el controlador por modo deslizante propuesto, ha permitido tanto el comportamiento estable en los puntos de operación deseados como la evolución controlada hacia dichos puntos aún bajo condiciones severas de operación, lo que da una medida de la confiabilidad y la robustez de la implementación, característica propia de los modos deslizantes.

118

Apéndice A

Límite de operación del motor de inducción por resbalamiento constante

A.1. Operación del motor de inducción limitando el par a su valor nominal

Por razones de protección el motor de inducción debe limitarse la frecuencia de resbalamiento para que el par máximo que el motor de inducción produce sobre la bomba centrífuga (§7.1.1) sea el nominal. No obstante, si el motor trabaja en un rango amplio de velocidades, esto provoca en una disminución del rendimiento dado que a medida que disminuye la frecuencia de excitación, el resbalamiento (S) aumenta. Efectivamente, cuando S aumenta, la potencia de salida P_o :

$$P_o = 3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S},$$
 (A.1)

disminuye, mientras que las pérdidas rotóricas P_{lr}

$$P_{lr} = 3I_r^2 R_r,\tag{A.2}$$

se mantienen constantes, reduciéndose el rendimiento de operación de la máquina.

Este efecto, también, puede visualizarse en la Figura A.1, donde, mientras que el área que representa las pérdidas rotóricas, es decir, el calor generado por el rotor:

$$P_{lr} = T_e S \omega_e \frac{2}{p_m} = T_{mi} (\omega_e - \omega_m) \frac{2}{p_m}, \tag{A.3}$$

permanece constante a medida que la velocidad de giro del motor disminuye, el área que representa la potencia en el eje:

$$P_o = T_e \Omega_m = 3I_r^2 \left(\frac{p_m}{2}\right) \frac{R_r}{S\omega_e},\tag{A.4}$$

disminuye.



Figura A.1: Pérdida de rendimiento a medida que aumenta el resbalamiento. a) operación en condiciones de velocidad y par nominales. b) operación en bajas velocidades con par nominal

A.2. Limitación de par a partir de limitar el resbalamiento

El efecto del calentamiento, producto de las pérdidas rotóricas, debe ser tomando en cuenta si:

- el dimensionamiento está muy ajustado a las condiciones de operación,
- la variabilidad del recurso eólico hace trabajar al motor con bajo rendimiento durante largos períodos,
- la capacidad de refrigeración, función de la velocidad de bombeo, es baja [20].

Tanto el rendimiento de la máquina de inducción η :

$$\eta = \frac{P_o}{P_g} = \frac{3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S}}{3I_r^2 \frac{R_r}{S}} = 1 - S,$$
(A.5)

como la relación de pérdidas en el rotor P_r %:

$$P_r \% = \frac{P_{lr}}{P_o} \cdot 100 = \frac{3I_r^2 R_r}{3I_r^2 R_r \frac{1-S}{S}} \cdot 100 = \frac{S}{1-S},$$
(A.6)

que son función del resbalamiento, pueden mantenerse constantes cuando el resbalamiento es constante. Luego, una solución al problema del calentamiento por el funcionamiento del motor en bajas velocidades consiste en operar al motor con resbalamiento igual o menor que su valor nominal. Esto implica un rendimiento igual o mayor que el rendimiento nominal.

Conforme a lo que se ha demostrado en §4.1.4, para dos puntos de funcionamiento (T_{mi1}, ω_{e1}) y (T_{mi2}, ω_{e2}) en la zona de bajo resbalamiento, el par de la máquina de inducción es:

$$T_{mi1} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\frac{1}{R_r}\Psi_m^2\omega_{sl1} = k_{mi}S_1\omega_{e1},$$
(A.7)

$$T_{mi2} = 3\left(\frac{p_m}{2}\right)\frac{1}{R_r}\Psi_m^2\omega_{sl2} = k_{mi}S_2\omega_{e2},$$
 (A.8)

además, si $S_1 = S_2 = S_n$ y se toma T_{mi1} y ω_{e1} como los valores nominales de par (T_n) y de frecuencia estatórica (ω_{en}) se tiene:

$$T_{mi2} = \frac{T_n}{\omega_{en}} \omega_{e2}.$$
 (A.9)

A.3. RESET-WINDUP

Así, el límite de par que resulta de limitar el resbalamiento de la máquina, es una función lineal de la frecuencia de excitación del motor.

En la Figura A.2 puede observarse el cambio del par máximo disponible a medida que cambia la frecuencia angular del motor considerando que se limita el resbalamiento a su valor nominal. Se observa también la diferencia entre los valores del par obtenido a partir de la saturación de S en S_n y el par nominal, diferencia que se hace más pronunciada en bajas velocidades de giro.



Figura A.2: Limitación del par del motor de inducción por la operación a $S = S_n$. Par de la bomba centrífuga. Par nominal

Luego, el costo de evitar problemas de calentamiento implica una pérdida de la acción de control disponible (el par disponible), lo cual puede redundar en una disminución de la capacidad del control en bajas velocidades. La máxima frecuencia de excitación x_3 , para no superar el nuevo límite de par, es función de la velocidad de la bomba $\left(x_1\frac{2}{p_m}\right)$:

$$x_{3max} = \frac{x_1}{1 - S_n}.$$
 (A.10)

A.3. Influencia de la saturación de S. Problemas de reset-windup

A.3.1. Nociones básicas de reset-windup

Sea el sistema mostrado en la Figura A.3, que contiene un controlador PI y un actuador con una limitación de magnitud y/o de velocidad.



Figura A.3: Efecto Windup

Considérese un cambio positivo en la referencia r lo suficientemente grande para que sature el actuador en su valor límite u^m . Así, u^r es menor que u y la salida y crece más lentamente que la que correspondería sin el límite considerado. Debido a la menor velocidad de crecimiento de y respecto al caso no limitado, la señal error e disminuye lentamente permitiendo que el término integral pueda incrementarse más que en el caso ilimitado, pudiendo alcanzar valores muy elevados. Cuando y se aproxima a r, u todavía puede permanecer saturado debido al valor del término integral, haciendo que la entrada a la planta sea desproporcionada a la

amplitud del error. Este fenómeno (reset windup) puede llevar a un elevado sobrepaso y a un gran tiempo de establecimiento [50].

Cabe aclarar que el fenómeno de reset windup (RW) no es propio de los controladores PI o PID. En efecto, cualquier controlador que posea modos relativamente lentos o inestables experimentará problemas de windup si existen restricciones en los actuadores [7].

A lo largo del tiempo, se han propuesto diferentes aproximaciones para corregir el problema del RW [53][50][36][74][73].

A.3.2. Reset-windup en el sistema de bombeo

La restricción en la acción de control sumado a la acción integral del controlador, puede producir problemas de reset windup.

La Figura A.4 muestra el esquema de control de lazo cerrado propuesto en §7.2.1 en el que se ha incluido un bloque que representa la saturación en el control por el límite de par disponible.



Figura A.4: Sistema con saturación en el control

Obviamente, esta saturación tiene consecuencia directa sobre la capacidad de seguimiento de la curva de referencia $T_0(\Omega)$ en el lado de generación. Esto puede ser corroborado a partir de la comparación de las Figuras A.5 y A.6 que corresponden a la evolución de los pares de la turbina, de referencia y de carga cuando se produce un cambio en la velocidad del viento (de 5 m/s a 11,75 m/s) para el sistema bajo estudio en esta tesis.

La Figura A.5, corresponde al caso en el que el par está acotado por su valor nominal, mientras que la Figura A.6 corresponde al caso en el que el par está limitado por S_n . Se observa en el último caso, que el par reflejado no es suficiente para mantener el régimen deslizante durante todo el transitorio, perdiendo este modo de operación en $t \simeq 12 s$ para recuperarlo en $t \simeq 15 s$.



Figura A.5: Evolución temporal de los pares del lado de la generación sin restricción en el par del motor de inducción



Figura A.6: Evolución temporal de los pares del lado de la generación cuando se restringe la operación del motor a $S = S_n$. Efecto Reset-windup

El sobrepaso del par reflejado con respecto al de referencia es debido a la acción combinada del estado integral del controlador y de la restricción del par del motor. En efecto, como se observa en la Figura A.7, por la saturación de S_n , el estado del integrador crece más rápidamente que lo que lo hace la salida del actuador. Luego, la entrada al integrador debe invertir su signo (la diferencia entre el par de referencia $T_0(\Omega)$ y el par de carga T_e) durante suficiente tiempo para eliminar el exceso de carga del integrador, esto da lugar al sobrepaso del par de carga en la Figura A.6.

Se debe notar que, si bien este fenómeno se ha presentado en condiciones de operación extremas, igual debe ser contemplado en el diseño para su corrección.



Figura A.7: Efecto Windup. Diferencia entre el estado del integrador y la salida del actuador. x_3 : salida del integrador. x_{3r} : salida del actuador

A.4. Régimen deslizante para la corrección del RW en el sistema de bombeo

Debido a la saturación del par del motor, la salida del régimen deslizante es inevitable. Sin embargo, puede minimizarse el tiempo del restablecimiento del modo deslizante (que daría lugar a una degradación de mínima de la respuesta), reacondicionando el estado integral de manera de no exceder el requerimiento de S_n . Esto puede lograrse estableciendo un nuevo régimen deslizante (que sólo actúe cuando S satura en S_n) que acondicione el estado integral al valor de la saturación correspondiente a S_n .

En la Figura A.8, se muestra el esquema de control con el agregado de la estrategia anti reset-windup y en la Figura A.9 un detalle de la estrategia anti-RW por modo deslizante propuesta.



Figura A.8: Estrategia anti-RW aplicada al sistema de control propuesto



Figura A.9: Estrategia anti-RW por modo deslizante

A partir de las expresiones de lazo abierto,

$$\dot{x}_3 = \upsilon - \kappa,$$
 (A.11)
 $\tilde{y} = h_{rw(x)} = x_3 - \frac{x_1}{1 - S},$ (A.12)

siendo

$$S = \begin{cases} S & \Leftrightarrow S \leq S_n, \\ S_n & \Leftrightarrow S > S_n, \end{cases}$$

se pueden plantear las ecuaciones del régimen deslizante para la superficie $h_{rw(x)}$.

En la condición de funcionamiento lineal, el anti-RW no se encuentra activado dado que el relé del modo deslizante varía entre 0 y 1.

Cuando el actuador satura el lazo anti-RW corrige el estado integral con el objeto de disminuir la degradación de la respuesta. El control continuo equivalente κ_{eq} puede obtenerse a partir de hacer nula la superficie y su derivada, siendo el resbalamiento constante $(S = S_n)$.

$$h_{rw(x_3)} = x_3 - \frac{x_1}{1 - S_n} = 0,$$
 (A.13)

$$\dot{h}_{rw(x_3)} = v - \kappa - \frac{\dot{x}_1}{1 - S_n} = 0,$$
(A.14)

$$\kappa_{eq} = \upsilon - \frac{\dot{x}_1}{1 - S_n}.\tag{A.15}$$

Dado que κ_{eq} es la composición de la perturbación v y de la rapidez de cambio de x_1 , el lazo anti-RW consigue que en e se detenga el cálculo de la integral de v y que se integre el crecimiento temporal de la entrada x_1 :

÷

$$e = v - \kappa_{eq}, \tag{A.16}$$

$$e = \frac{x_1}{1 - S_n}.\tag{A.17}$$

Para verificar el régimen deslizante es condición necesaria y suficiente que:

$$0 \le \frac{\kappa_{eq}}{K} = \frac{\upsilon - \frac{\dot{x}_1}{1 - S_n}}{K} \le 1.$$
(A.18)

Así, el valor de K debe cumplir con la última condición en el rango de interés.

Cabe remarcar que el régimen deslizante para la corrección del problema de windup es independiente del régimen deslizante de control del sistema.

La Figura A.10 presenta la evolución temporal de los pares del lado de generación cuando se emplea la estrategia anti-RW ante el mismo cambio en la velocidad de viento empleado en las Figuras A.6 y A.5. Obviamente, la salida del régimen deslizante no puede evitarse, pero el acondicionamiento del estado integral evita el RW y por consiguiente, facilita la nueva entrada del régimen deslizante.

La Figura A.11 permite observar, en el plano par-velocidad (del lado del subsistema de bombeo), que el par del motor sigue a la recta establecida por la característica de resbalamiento constante, es decir, la superficie secundaria establecida por la estrategia anti RW.

La Figura A.12 presenta la salida del integrador y la del actuador, se puede observar la cancelación del RW, es decir, la coincidencia entre x_3 y x_{3r} .



Figura A.10: Evolución temporal de los pares del lado de la carga con corrección anti-RW via régimen deslizante



Figura A.11: Trayectoria del par del motor



Figura A.12: Estado del integrador x_3 y salida del actuador x_{3r} cuando se aplica la corrección anti-RW

Apéndice B

Características del Sistema

B.1. Turbina-Generador de Imán permanente

B.1.1. Turbina eólica

Los datos característicos de la turbina son:

$$r = 1,5 m$$

 $\rho = 1,224;$

 $C_p(\lambda) = -9.51e - 7\lambda^5 + 1.52e - 4\lambda^4 - 4.66e - 3\lambda^3 + 4.43e - 2\lambda^2 - 7.77e - 2\lambda + 1.22e - 2 \text{ (el coeficiente de potencia es la aproximación polinómica del perfil alar ACC42 presentado en [27]).}$

B.1.2. Generador sincrónico de imán permanente

Los datos característicos del generador son: $Ls = 0,0065 \ Hy;$ $R = 0,34 \ \Omega;$ p = 18; $\Phi = 0,612 \ v.s;$ $J_{t+g} = 2 \ kg.m^2.$

B.2. Bomba centrífuga-Motor de Inducción

B.2.1. Bomba centrífuga

Determinación del tipo de bomba y características accesorias.

Se considera una bomba a una profundidad de 29 m y que el agua se almacena a una altura de 5 m. Siguiendo las recomendaciones de Grundfos (que se adjuntan) [31] para la selección de bombas sumergibles, la altura de la cabeza de la bomba se calcula como:

$$H[m] = p_{ap} \cdot 10, 2 + H_{geo} + H_f \tag{B.1}$$

siendo H_{geo} la altura de la cabeza de la bomba, p_{ap} la presión de consumo (al menos 2 bar) y H_f las pérdidas en la tubería.

Las pérdidas de conducción se pueden estimar tanto a partir del diagrama de Moody como de tablas. En el último caso para tuberías rectas de plástico y, de acuerdo a un caudal estimado de 9 m^3/h y, con un diámetro de 50 mm., la pérdida por cada 100 m es 1,91 m. Reemplazando en (B.1) y agregando 5 m como factor de seguridad se tiene:

$$H[m] = 40 + 10,22 + (1,91/100) 40 = 50,973 m$$

La bomba eligida es el modelo D9/19 de EBARA (cuyas características se adjuntan [20]), con los siguientes datos: un caudal $Q = 9 m^3/h = 150 l/min$, a una altura de 62,5 m, $P_{bba} = 3000 w$, $\Omega_{bba} = 2875 rpm$.

El valor mínimo de potencia de bombeo (permite determinar la velocidad de viento mínima), se puede calcular a partir de considerar el abastecimiento a nivel del suelo. Luego, para una altura de 30 m y un caudal de 20 l/min, con la expresión (3.16) se tiene:

$$P_{bba} = \gamma Q H_b \eta = 165 \quad w, \tag{B.2}$$

donde se ha agregado el rendimiento η de la bomba (el cual se supone constante e igual al nominal según las leyes de Semejanza).

A partir del par nominal,

$$T_{bba} = \frac{P_{bba}}{\Omega_{bba} 2\pi/60} = 9,91 \quad N,$$
(B.3)

se puede extraer la constante de la bomba k_{bba} ,

$$k_{bba} = \left(\frac{T_{bba}}{\Omega_{bba}^2}\right) = 1,0933e^{-4} \quad \frac{N}{(r/s)^2}.$$
 (B.4)

B.2.2. Motor de Inducción.

De acuerdo a las características de la bomba, se ha eligido un motor de inducción 1.2 a 1.5 veces la potencia de la bomba: [52] [31]

P = 5 hp; $f = 50 \ Hz;$ $\Omega = 2875 \ rpm;$ $I_n = 7,6 A;$ U = 460 v; $J_m = 0.0272 \ kg.m^2;$ $I_{NL} = 4,25 \ A;$ $R_s = 2,08 \ \Omega;$ $\cos \phi = 0.81.$ Luego, los parámetros del circuito equivalente del motor resultan: $\vec{I_a} = I_{\Omega}$. $[\varphi = 6,156 - j4,46 \text{ (corriente de estator)};$ $\vec{I}_{ma} = -j \ I_{NL} = -j4,25;$ $I_{a}^{'} = \vec{I_{a}} - \vec{I_{ma}} = 6,156 - j4,46 + j4,25 = 6,156 - j0,21 = 6,16 \lfloor -1,95^{o} A \text{ (corriente del rotor referida al estator)};$
$$\begin{split} & \omega_s L_{ms} = \frac{460}{\sqrt{3I_{NL}}} = 62,5 \ \Omega \ \text{(reactancia de magnetización por fase);} \\ & s = \frac{3000 - 2875}{3000} = 0,04166; \\ & P = 3R_r s \ (I'_q)^2 \Rightarrow R_r = 1,365 \ \Omega; \end{split}$$
 $\vec{Z}_r = R_s + \frac{R'_r}{s} + j\omega_s L_L = 69,3 + j\omega_s L_L;$ $\frac{\omega_s L_L}{34.84} = \tan[I'_a] = \tan 1.95^o \Rightarrow \omega_s L_L = 1.186 \ \Omega \ (\text{ inductancia de pérdidas por fase}).$

B.3. Resumen

En síntesis, los datos empleados son: Turbina eólica: r = 1,5 m; $\rho = 1,224$; $C_p(\lambda) = -9,51e - 7\lambda^5 + 1,52e - 4\lambda^4 - 4,66e - 3\lambda^3 + 4,43e - 2\lambda^2 - 7,77e - 2\lambda + 1,22e - 2$ Generador sincrónico de imán permanente:
$$\begin{split} Ls &= 0,0065 \ Hy; \\ R &= 0,34 \ \Omega; \\ p &= 18; \\ \Phi &= 0,612 \ v.s; \\ J_{t+g} &= 2 \ kg.m^2. \\ \text{Bomba centrífuga:} \\ P &= 2,98 \ kw; \\ k_{bba} &= 1,0933e - 4 \ r/s; \\ J_{bba+mi} &= 0.02 \ kg.m^2 \\ \text{Motor de inducción:} \\ P &= 5 \ hp; \\ f &= 50 \ Hz; \\ \Omega &= 2875 \ rpm; \\ U &= 460 \ v; \\ R_s &= 2,08 \ \Omega \end{split}$$

APÉNDICE B. CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA

Bibliografía

- N. Ammasaigounden and M. Subbiah. Chopper-controlled wind-driven self-excited induction generators. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 25(2):268–276, March 1989.
- [2] Asociación Danesa para la Industria Eólica. www.windpower.org. http://www.windpower.dk/es, October 2001.
- [3] P. E. Battaiotto, M. G. Cendoya, and M. I. Valla. Chopper basado en igbt's para el control de un generador eólico de inducción con rotor bobinado. AADECA, Septiembre 1996.
- [4] B.K Bose. Power Electronics and AC drives. Prentice-Hall, 1986.
- [5] Borowy B.S. and Salameh Z.M. Dynamic response of a stand-alone wind energy conversion system with battery energy storage to a wind gust. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 12(1):73–78, 1997.
- [6] H. Büler. Réglage par Mode de Glissement. Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Suiza, 1986.
- [7] Doyle J. C., Smith R. S., and Enns D. F. Control of plants with input saturation nonlinearities. ACC, June 1987.
- [8] F. Caricchi, F. Crescinbini, F. Mezzetti, and E. Santini. Multistage axial-flux pm machine for wheel direct drive. *Transactions on Industry Applications, IEEE*, 32(4):882–888, July/August 1996.
- [9] J. C. Cádiz Deleito. La Energía Eólica, tecnología e historia. Hermann Blume, 1984.
- [10] B.J. Chalmers, W. Wu, and E. Spooner. An axial flux permanent-magnet generator for a gearless wind energy system. *Transactions on Energy Conversion*, *IEEE*, 14(2):251–257, June 1999.
- [11] R.N. Clark. Comparision of two mechanical windmils for pumping water. Windpower '94.
- [12] R.N. Clark. Photovoltaic water pumping for livestock in the southern plains. ASAE International Winter Meeting, Dec 1994.
- [13] R.N. Clark and Mulh K. E. Water pumping for livestock. Windpower '92, October 1992.
- [14] R.N. Clark and S. Ling. A smart controller for wind electric water pumping systems. Wind Energy Simposium, Texas.
- [15] R.N. Clark and B.D. Vick. Wind turbine centrifugal pump testing for watering livestock. ASAE International Winter Meeting, Dec 1994.

- [16] R.N. Clark and V.D. Vick. Determining the proper motor size for two turbines used in water pumping. Wind Energy. ASME, 16:65–72, 1995.
- [17] D. Corbus, I. Baring-Gould, S. Drouilhet, V. Gevorgian, T. Jimenez, C. Newcomb, and L. Flowers. Small wind turbine testing and applications development. NREL, Sep 1999.
- [18] H. De Battista. Control de la calidad de potencia en sistemas de conversión de energía eólica. Tesis de doctor, Universidad Nacional de La Plata, La Plata. Buenos Aires. Argentina, 2000.
- [19] DOE Document. Small wind energy system for the homeowner. DOE Technical Paper, Jan 1997. DOE/GO-10097-374 - FS 135.
- [20] EBARA. Standard pumps in asia. 4"borehole centrifugal pumps (Model WINNER/BHS), Motors (Standard specifications). http://www.ebara.co.jp/en/index.html, October 2001.
- [21] C. Edwards and S. K. Spurgeon. Sliding Mode Control: Theory and Applications. Prentice-Hall internacional, 1990.
- [22] T.S. El-Hasan, P.C.K. Luk, F.S. Bhinder, and M.S. Ebaid. Modular design of high-speed permanentmagnet axial flux generators. *Transactions on Magnetics*, *IEEE*, 36(5):3558–3561, September 2000.
- [23] S. V. Emelyanov. Variable Structure Control Systems. Nauka, Moscow, 1967.
- [24] L. Facorro Ruiz. Hidráulica y Máquinas Hidráulicas. Ediciones Melior, 1984.
- [25] M. Fliess. Generalized controller canonical forms for linear and nonlinear dynamics. *IEEE Transations on Automatic Control*, 35(9):994–1001, Sep 1990.
- [26] M. Fliess. What the kalman state variable representation is good for. Proceedings of the 29th IEEE Conference on Decision and Control, 3:1282–1287, 1993.
- [27] L.L. Freris. Wind Energy Conversion Systems. Prentice Hall Intenational, 66 Lane End, Hemel Hempsted. UK, 1990.
- [28] F. Giraud and Z. M. Salameh. Steady state performance of a grid-connected rooftop hybrid wind photovoltaic power system with battery storage. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16(1):1–7, March 2001.
- [29] S. Gopalswamy and J. K. Hedrick. Tracking nonlinear non-minimum phase systems using sliding control. Intenational Journal of Control, 57(5):1141–1158, 1993.
- [30] J. Green. Small wind turbine applications: Current practice in colorado. NREL, Sep 1999.
- [31] Grundfos Management A/S. Grundfos.com. http://www.grundfoswww.com/sq/download/sq_data_booklet.pdf, October 2001.
- [32] M.M. Hand. Variable-speed wind turbine controller systematic design methodology: A comparision of nonlinear and linear model based designs. NREL, July 1999.

- [33] M.M. Hand and M.J. Balas. Nonlinear and linear model based controller design for variable-speed wind turbines. NREL, April 1999.
- [34] A. Isidori. Nonlinear Control systems. An Introduction. Taylor & Francis, 1985.
- [35] U. Itkis. Control Systems of Variable Structure. Wiley, 1976.
- [36] M.V. Khotare, P.J. Campo, M. Morari, and C.N. Nett. A unified framnework for the study of antiwindup designs. *Automatica*, 30(12):1869–1883, 1994.
- [37] H. G. Kim, C. M. Lee, H. C. Lim, and N. H. Kyong. An experimental and numerical study on the flow over two-dimensional hills. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 66(1):17–33, January 1997.
- [38] D. Le Gouriérès. Energía Eólica. Ediciones Eyrolles, 1983.
- [39] Xiao-Yun Lu and Spurgeon S. K. Control of nonlinear non-minimum phase systems using dynamic sliding mode. *Intenational Journal of Systems Science*, 30(2):183–198, 1999.
- [40] C. Mataix. Turbomáquinas Hidráulicas. ICAI, 1975.
- [41] M. S. Miranda, R. O. C. Lyra, and S. R. Silva. An alternative isolated wind electric pumping system using induction machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 14(4):1611–1616, December 1999.
- [42] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins. Power Electronics, Convertes, Applications and Design. John Wiley and Sons, 1989.
- [43] E. Muljadi. Pv water pumping with a peak power tracker using a simple six step square wave inverter. Transactions on Industry Applications, IEEE, 33(3):714–721, May/June 1997.
- [44] E. Muljadi, C. P. Butterfield, and W. Yi-Huei. Axial flux, modular, permanent magnet generator with a toroidal winding for wind turbine applications. IEEE Industry Applications Conference, Nov 1998.
- [45] E. Muljadi, S. Drouilhet, R. Holz, and V. Gevorgian. Analysis of wind power for battery charging. The Department of Energy., Dec 1995.
- [46] E. Muljadi, L. Flowers, J. Green, and M. Bergey. Electric design of wind-electric water pumping systems. Wind Energy Simposium. Houston. Texas, 16:35–43, 1995.
- [47] E. Muljadi, G. Nix, and J. T. Bialasiewicz. Analysis of the dynamics of a wind-turbine water-pumping system. Proceedings of the 2000 Power Engineering Society Summer Meetign, 4:2506–2519, July 2000.
- [48] E. Muljadi, K. Pierce, and P. Migliore. Control strategy for variable-speed, stall-regulated wind turbines. ACC, June 1998. National Wind Technology Center, National Renewable Energy Laboratory.
- [49] H. Nijmeier and A Van der Schaft. Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag, New York, USA, 1990.
- [50] Y. Peng, D. Vrancic, and R. Hanus. Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for pid controllers. *IEEE Control Systems*, 16(4):48–56, August 1996.

- [51] K. Pierce. Control method for improved energy below rated power. NREL, July 1999.
- [52] PumpLine.com. Centrifugal pumps. Web-based information source on centrifugal pumps. http://www.pumpline.com, October 2001.
- [53] L. Rundquist. Anti-Reset Windup for PID Controllers. PhD thesis, Department if Automatic Control. Lund Institute of technology, Box 118. S-221 00 LUND. Sweden, March 1991.
- [54] H. Sira Ramírez. Differential geometric methods in variable structure control. Int. J. Control, 48(4):1339–1390, 1988.
- [55] H. Sira Ramírez. Dynamical sliding mode strategies in the regulation of nonlinear chemical processes. International Journal of Control, 56(1):1–21, 1992.
- [56] H. Sira Ramírez. A dynamical variable structure control strategy in asymptotic output tracking problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(4):615–620, April 1993.
- [57] H. Sira Ramírez. On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems. Int. J. Control, 57(5):1039–1061, 1993.
- [58] H. Sira Ramírez, S. Ahmad, and M. Zribi. Dynamical feedback control of robotic manipulators with joint flexibility. *IEEE Transactions on systems, Man and Cibernetics*, 22(4):736–747, July-Aug 1992.
- [59] H. Sira Ramírez and M. Fliess. Regulation of non-minimum phase outputs in a pvtol aircraft. Conference on Decision and Control, Dec 1998.
- [60] H. Sira Ramírez and P. Lischinsky Arenas. Dynamical discontinuous feedback control of nolinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(12):1373–1378, Dec 1990.
- [61] J. J. E. Slotine and S. S. Sastry. Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with applications to robot manipulators. *International Journal of Control*, 38(2):465–492, 1983.
- [62] L. Söderlund and J.T. Eriksson. A permanent-magnet generator for wind power applications. Transactions on Magnetics, IEEE, 32(4):2389–2392, July 1996.
- [63] S. H. Strogatz. Nonlinear Dynamics and Chaos. Addison-Wesley, 1994.
- [64] M.Y. Uctug, Y. Eskandarzer, and H. Ince. Modelling and output power optimization of a wind turbine driven double output induction generator. *IEE Proc. Electr. Power Appl.*, 141(2):33–38, 1994.
- [65] V. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. IEEE Transactions on Automatic Control, 22(2):212–22, 1977.
- [66] V. Utkin. Sliding Mode in Control and Optimization. Springer-Verlag, 1981.
- [67] V. Utkin. Discontinuous control systems: state of the art in the theory and applications. Automation and Remote Control, 44:1105, 1984.
- [68] V. Utkin. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40(1):23–36, 1993.

- [69] V. Utkin, G. Jurgen, and S. Jingxin. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. Taylor & Francis, 1999.
- [70] C. Velayudhan Nayar and J. H. Bundell. Output power controller for a wind-driven induction generator. *IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS*, 23(3):388–401, May 1987.
- [71] V.D. Vick and R.N. Clark. Performance of wind electric and solar pv water pumping systemas for watering livestock. *Transactions of the ASME*, 118:212–216, Nov 1996.
- [72] J. Walker and N. Jenkins. Wind Energy Technology. John Wiley & Sons, 1997.
- [73] F. Wu and K.M. Grigoriadis. Lpv-based control of systems with amplitude and rate saturation constraints. ACC, June 1999.
- [74] F. Wu, K.M. Grigoriadis, and A. Packard. Anti-windup controller synthesis via linear parameter-varing control designs methods. ACC, June 1998.