



● CNB2015

● Portuguesa

■ Antropometria

■ Biofabricação

■ Biomateriais

■ Cardiovascular

■ Lesão/Impacto

■ Reabilitação

■ Desportiva

■ Crânio e Coluna

■ Músculo-esquelético

■ Tecidos

■ Ocupacional

■ Orofacial

■ Ortopédica

■ Respiratória

■ Eng. Tecidos

■ Experimental

■ Mecanobiologia

● English

Biomecânica cardiovascular, biofluidos e hemodinâmica

Simulação ótima da hemodinâmica da carótida baseada em imagens de ultrassonografia

José P. R. Gonçalves, Catarina F. Castro, Carlos C. António, Luísa C. Sousa, Rosa Santos, Pedro Castro, Elsa Azevedo

Influence of blood elasticity in the hemodynamics along a stenotic bifurcated coronary artery

S.I.S. Pinto, E. Doutel, J.M. Miranda, J.B.L.M. Campos

Visualização e quantificação da estenose carotídea usando imagens de ultrassonografia

Helena A.M. Henriques, Luísa C. Sousa, Catarina F. Castro, Carlos C. António, Rosa Santos, Pedro Castro, Elsa Azevedo

Microfluidic modules for clinical diagnosis devices

Ricardo Santos, Joel Vasco, Daniela C. Vaz

Optimização paramétrica de um Stent coronário

Nelson Ribeiro, João Folgado, Hélder Rodrigues

Análise computacional do escoamento sanguíneo nas artérias renais principais

Kaio Lourenço Teixeira Barbosa, Keyll Carlos Ribeiro Martins, Alexandre Sousa Nascimento, Evandro Martins Araujo Filho, Lídia Santos Pereira Martins

Flow in proximal ventricular catheters

Célio Vancine Jr, Edson R.D.R. Vieira, Emanuel R. Woiski, Sérgio S. Mansur, Edson D. R. Vieira, José Ricardo Camilo Pinto, Angelo L. Masset

Influência das propriedades reológicas do sangue em microcanal com contração simétrica

Solange M. Caetano, Susana F. T. Silva, Joana A. C. Calejo, Carla S. Fernandes

Modelação matemática da camada de plasma em microcanaís

A. Cachada, A. I. Pereira, R. Lima

Análise do fluxo sanguíneo não newtoniano em fistulas arteriovenosas término-laterais utilizadas no procedimento de hemodiálise

J. A. Silva, J. Karam Filho, C. C. H. Borges

[CNB2015] [Portuguesa] [Antropometria] [Biofabricação] [Biomateriais] [Cardiovascular] [Lesão/Impacto] [Reabilitação] [Desportiva] [Crânio e Coluna] [Músculo-esquelético] [Tecidos] [Ocupacional] [Orofacial] [Ortopédica] [Respiratória] [Eng. Tecidos] [Experimental] [Mecanobiologia] [English]

MODELAÇÃO MATEMÁTICA DA CAMADA DE PLASMA EM MICROCANAIS

*A. Cachada*¹, *A. I. Pereira*² e *R. Lima*³

¹ IPB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal; ana.ml.cachada@alunos.ipb.pt

² IPB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal, e

Centro Algoritmi, Universidade do Minho; apereira@ipb.pt

³ UMinho, Universidade do Minho, Portugal; ruimec@ipb.pt

PALAVRAS CHAVE: Otimização não linear. Otimização global. Algoritmo genético. Camada de plasma.

RESUMO: Neste estudo apresenta-se uma proposta de modelação matemática da camada de plasma observada em escoamentos sanguíneos. Numa fase inicial, a resolução do problema fez uso da otimização não linear para encontrar o modelo matemático que minimiza o erro quadrático não linear entre o modelo e os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma. Para tal, foram testados os algoritmos *Simulated Annealing*, *Pattern Search*, *Algoritmo Genético* e *Quasi-Newton*. Neste estudo conclui-se que o método de otimização que obteve melhores resultados foi o *Algoritmo Genético*. Também foi possível concluir que o melhor modelo para aproximar os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma presente em escoamentos sanguíneos é baseado na soma de funções trigonométricas.

1 INTRODUÇÃO

O escoamento sanguíneo na microcirculação é crucial para o normal funcionamento dos tecidos e órgãos [4]. É do conhecimento geral, que o movimento dos glóbulos vermelhos em capilares e microcanais depende de diversos fatores, como o hematócrito e a geometria [5].

Assim, neste estudo é feita uma modelação matemática para definir o modelo matemático que melhor caracteriza a camada de plasma presente num escoamento sanguíneo. Os escoamentos sanguíneos em estudo foram realizados numa rede de microcanais que apresenta bifurcações e confluências [6]. Nestes escoamentos foi identificada a camada de plasma e a mesma foi caracterizada em vinte regiões diferentes do microcanal. Em cada região foi estudada a camada de plasma na parte superior e inferior do canal.

Inicialmente, foram usados os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma obtidos por um escoamento sanguíneo com caudal 500nl/min e hematócrito 10%. Para resolução deste problema foram usados os métodos de otimização *Simulated Annealing*, *Pattern Search*, *Algoritmo Genético* e *Quasi-Newton*, disponíveis no *software Matlab*. Através dos métodos referidos foram testados diversos modelos matemáticos. Foi também usada a ferramenta *cftool*, presente no *software Matlab*, de modo a identificar o melhor modelo matemático. Na fase final deste estudo, foram analisados mais três conjuntos de dados referentes a três escoamentos com diferentes características. Este trabalho dá seguimento ao estudo já efetuado em [6].

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Secção 1 descreve-se a motivação

do trabalho e a estrutura deste artigo. Na Secção 2 são caracterizados os microcanais e as regiões onde foram realizadas as medições da camada de plasma. São, também, apresentados os diversos modelos matemáticos testados para ajustar os dados obtidos. Na Secção 3 são apresentados e discutidos os resultados para o primeiro escoamento. Na Secção 4 são apresentados e discutidos os resultados referentes aos restantes escoamentos. Por fim, na Secção 5 são descritas as conclusões bem como o trabalho futuro.

2 MODELAÇÃO DO PROBLEMA

2.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MICROCANAIS

Os escoamentos foram efetuados numa rede de microcanais com várias bifurcações e confluências [1, 6]. A camada de plasma foi medida nas regiões indicadas na Fig. 1.

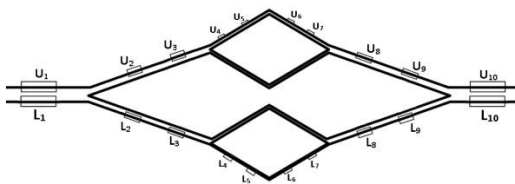


Fig. 1 Geometria da rede de trabalho e representação das regiões onde foi medida a camada de plasma [1, 6].

2.2 TRABALHO ANTERIOR

Este estudo dá seguimento ao trabalho já efetuado em [6], onde os modelos matemáticos testados foram:

- $g_1(y, x) = y_1 x^2 + y_2 x + y_3$
- $g_2(y, x) = y_1 x + y_2$
- $g_3(y, x) = \sin(y_1 x) + \cos(y_2 x) + y_3$

Neste estudo, os modelos foram testados recorrendo ao Algoritmo Genético.

Na avaliação dos resultados obtidos, concluiu-se que o modelo g_3 é o que melhor caracterizava a camada de plasma, no

sentido dos mínimos quadrados não lineares. Para mais detalhes consulte [6].

2.3 MODELAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização não linear sem restrições, aplicado a cada região estudada, encontra-se definido em (1),

$$\min f(y) \equiv \sum_{k=1}^{N_R} (h_k - g_h(y, x_k))^2 \quad (1)$$

onde (x_k, h_k) , para $k=1, \dots, N_R$, correspondem às medições de cada região R . As regiões são definidas por U_i e L_i , para $i=1, \dots, 10$, como podemos verificar na Fig. 1.

Para identificar o melhor tipo de modelo matemático que caracteriza os dados da camada de plasma, foi usada a ferramenta *cftool* (*Curve Fitting Tool*). Esta ferramenta possui mais de quarenta modelos matemáticos para ajustar dados numéricos, sendo estes baseados em funções polinomiais, de potência, racionais e somas de senos. De todos os modelos ajustados os que apresentaram resultados satisfatórios correspondem às somas de senos. Assim, os modelos matemáticos testados neste trabalho definem-se por:

- $g_4(y, x) = \sin(y_1 x)^2 + \cos(y_2 x)^2 + y_3$
- $g_5(y, x) = \sin(y_1 x)^2 + \cos(y_2 x)^2 + \sin(y_3 x) + \cos(y_4 x) + y_5$
- $g_6(y, x) = \sin(y_1 x + y_2)^2 + \cos(y_3 x + y_4)^2 + \sin(y_5 x + y_6) + \cos(y_7 x + y_8) + y_9$
- $g_7(y, x) = y_{10} \sin(y_1 x + y_2)^2 + y_{11} \cos(y_3 x + y_4)^2 + y_{12} \sin(y_5 x + y_6) + y_{13} \cos(y_7 x + y_8) + y_9$
- $g_8(y, x) = y_1 \sin(y_2 x + y_3) + y_4 \sin(y_5 x + y_6) + y_7 \sin(y_8 x + y_9)$
- $g_9(y, x) = y_1 \sin(y_2 x + y_3) + y_4 \sin(y_5 x + y_6) + \dots + y_{22} \sin(y_{23} x + y_{24})$

2.4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste trabalho foram considerados dois métodos de procura local, os métodos

Pattern Search e *Quasi-Newton*, e dois métodos de procura global, os métodos *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético [3]. Foram usadas as implementações dos métodos predefinidas no *software Matlab* presentes nas *Toolboxes Optimization* e *Global Optimization* [2]. Os métodos estocásticos, *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético, foram aplicados 30 vezes em cada região.

3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA O 1º ESCOAMENTO

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados obtidos referentes ao 1º escoamento. O escoamento sanguíneo considerado possui um caudal de 500 nl/min e hematócrito de 10% (500/10).

O problema (1) foi testado com todas as funções apresentadas na Secção 2.3 e resolvido com todos os métodos de otimização apresentados na Secção 2.4. O problema de otimização (1) obteve melhores resultados com o método Algoritmo Genético. Nas tabelas seguintes são apresentados os resultados obtidos por este algoritmo e considerando todos os modelos apresentados nas secções anteriores. Na Tab. 1 são apresentados os modelos matemáticos que obtiveram melhores resultados em cada região superior.

Tab. 1 Melhores resultados para o escoamento de 500 nl/min e hematócrito de 10% considerando todas as regiões superiores.

Região	Modelo	Mínimo
U ₁	g ₇	8.82145×10 ²
U ₂	g ₃	5.38480×10 ²
U ₃	g ₄	9.15090×10 ²
U ₄	g ₇	7.25945×10 ²
U ₅	g ₈	7.96167×10 ²
U ₆	g ₃	3.31380×10 ²
U ₇	g ₃	5.27640×10 ²
U ₈	g ₃	1.33840×10 ³
U ₉	g ₃	8.29820×10 ²
U ₁₀	g ₇	9.76654×10 ²

Através da análise dos dados presentes na Tab. 1 verificou-se que os modelos matemáticos que melhor ajustam os dados numéricos no sentido dos mínimos

quadrados não lineares são g₃, g₄, g₇ e g₈. Em termos globais é possível concluir que, para o escoamento em questão, o melhor modelo é o g₃. De referir que a diferença entre o valor mínimo obtido pelo modelo g₃ e pelo modelo g₇ não é significativa.

Na Tab. 2 apresentam-se os modelos matemáticos que obtiveram melhores resultados em cada região inferior.

Tab. 2 Melhores resultados para o escoamento de 500 nl/min e hematócrito de 10% considerando todas as regiões superiores.

Região	Modelo	Mínimo
L ₁	g ₈	7.12918×10 ²
L ₂	g ₇	1.56274×10 ³
L ₃	g ₇	1.10731×10 ³
L ₄	g ₇	5.67882×10 ²
L ₅	g ₈	9.40026×10 ²
L ₆	g ₆	6.39617×10 ²
L ₇	g ₈	1.21853×10 ³
L ₈	g ₇	5.28751×10 ²
L ₉	g ₂	9.07880×10 ²
L ₁₀	g ₈	6.89524×10 ²

Pela análise da Tab. 2 podemos averiguar que o modelo g₈ apresenta melhores resultados para as regiões L₁, L₅, L₇ e L₁₀. Em termos globais é possível concluir que, os melhores modelos para caracterizar as regiões inferiores da camada de plasma são os modelos g₇ e g₈.

Assim, é possível identificar os modelos que melhor caracterizam a camada de plasma, inferior e superior, sendo eles os modelos g₃, g₇ e g₈.

4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA DIFERENTES ESCOAMENTOS

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos para os restantes escoamentos estudados.

Assim, foram testados dados referentes a três escoamentos diferentes com os modelos g₃, g₇ e g₈.

O primeiro conjunto de dados define um escoamento com caudal 500 nl/min e hematócrito (HTC) de 5%. O segundo conjunto de dados refere-se a um escoamento com caudal de 1000 nl/min e

hematócrito de 5%. Por fim, o terceiro conjunto de dados estudados define um escoamento com caudal de 1000 nl/min e hematócrito de 10%.

Nas tabelas que se seguem são apresentados os modelos matemáticos que melhor aproximam, no sentido dos mínimos quadrados não lineares, a camada de plasma. Nas tabelas seguintes também são apresentados os modelos matemáticos cujo o erro quadrático possui uma distância inferior a 0.5, isto é,

$$|g^* - g_k^*| \leq 0.5 \quad (2)$$

onde g^* representa o mínimo do melhor modelo matemático e g_k^* o mínimo do modelo matemático g_k .

O primeiro conjunto de dados refere-se a um escoamento com caudal de 500 nl/min e hematócrito de 5% (500/5).

Na Tab. 3 encontram-se os resultados referentes à camada superior de plasma.

Tab. 3 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 5% HTC 500nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U ₁	g ₈	g ₇
U ₂	g ₈	g ₃ e g ₇
U ₃	g ₇	---
U ₄	g ₇	---
U ₅	g ₇	g ₈
U ₆	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₇	g ₇	---
U ₈	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₉	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₁₀	g ₇	g ₃ e g ₈

Como se observa na Tab. 3 o modelo g₇ é o que melhor aproxima os dados das regiões U₃ até U₁₀. As regiões U₁ e U₂ apresentam melhores resultados para o modelo g₈, no entanto verifica-se que o modelo g₇ satisfaz a condição (2).

A Tab. 4 contém os resultados referentes à camada de plasma inferior.

Tab. 4 - Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 5% HTC 500nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L ₁	g ₇	---

L ₂	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₃	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₄	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₅	g ₃	g ₇ e g ₈
L ₆	g ₈	g ₇
L ₇	g ₇	g ₈
L ₈	g ₈	---
L ₉	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₁₀	g ₈	g ₃

Na Tab. 4 podemos constatar que o modelo que, de forma global, apresenta melhores resultados é a g₈. Para a região L₅ a melhor função é a g₃ mas o mínimo desta encontra-se muito próximo dos mínimos dos modelos g₇ e g₈. Por outro lado, nas regiões L₁, L₂, L₄ e L₇ os dados numéricos são melhor ajustados pelo modelo matemático g₇.

Note-se que, para o escoamento em causa, 5% HTC 500nl/min, existe maior coerência nos resultados das regiões superiores.

Os resultados que se seguem são relativos ao segundo conjunto de dados relativos a um escoamento com hematócrito de 5% e caudal de 1000nl/min (1000/5).

A Tab. 5 contém os resultados correspondentes ao estudo da camada superior de plasma.

Tab. 5 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 5% HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U ₁	g ₈	g ₇
U ₂	g ₇	---
U ₃	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₄	g ₈	g ₇
U ₅	g ₈	g ₃ e g ₇
U ₆	g ₇	---
U ₇	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₈	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₉	g ₈	g ₃ e g ₇
U ₁₀	g ₇	g ₈

A Tab. 5 mostra que, para as regiões superiores do escoamento 5% HTC 1000nl/min, o modelo g₇ é o que melhor define mais de metade das regiões, sendo que o modelo g₈ define apenas quatro regiões (U₁, U₄, U₅ e U₉). Todas as regiões que são definidas pelo modelo g₈ admitem o modelo g₇ como um bom modelo.

Na Tab. 6 são apresentados os resultados referentes à camada inferior de plasma.

Tab. 6 Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 5%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L ₁	g ₇	---
L ₂	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₃	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₄	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₅	g ₇	---
L ₆	g ₇	g ₈
L ₇	g ₈	g ₇
L ₈	g ₇	---
L ₉	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₁₀	g ₇	g ₈

Nas regiões inferiores, tal como nas superiores, o modelo que melhor define a maioria das regiões é o g₇, sendo as restantes regiões (L₂, L₇ e L₉) definidas pelo modelo g₈. As três regiões que são definidas pelo modelo g₈ também admitem o modelo g₇ como um bom modelo.

A Tab. 7 contém os resultados relativos ao estudo da camada de plasma superior do escoamento 10%HTC 1000nl/min (1000/10).

Tab. 7 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U ₁	g ₈	---
U ₂	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₃	g ₇	g ₈
U ₄	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₅	g ₇	g ₈
U ₆	g ₇	g ₈
U ₇	g ₈	g ₃ e g ₇
U ₈	g ₇	g ₃ e g ₈
U ₉	g ₈	g ₃ e g ₇
U ₁₀	g ₈	g ₇

Pela análise da Tab. 7 verifica-se que, para o escoamento 10%HTC 1000nl/min, o modelo que melhor aproxima os dados numéricos de seis, das dez regiões superiores, é o g₇, sendo os dados das restantes regiões (U₁, U₇, U₉ e U₁₀) melhor aproximados pelo modelo g₈. Mais uma vez, as regiões definidas pelo modelo g₈

também admitem o modelo g₇ como um bom modelo.

Por fim, na Tab. 8 encontram-se os resultados do estudo da camada de plasma inferior do escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Tab. 8 Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L ₁	g ₇	g ₃
L ₂	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₃	g ₇	g ₈
L ₄	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₅	g ₇	g ₈
L ₆	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₇	g ₈	g ₃ e g ₇
L ₈	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₉	g ₇	g ₃ e g ₈
L ₁₀	g ₇	g ₈

Tal como as regiões superiores, a maioria das regiões inferiores são minimizadas pelo modelo g₇, sendo que apenas os dados de duas regiões (L₂ e L₇) são melhor aproximados pelo modelo g₈, estas regiões também admitem o modelo g₇ como um bom modelo.

As tabelas seguintes apresentam um resumo dos melhores modelos matemáticos por escoamento sanguíneo.

Tab. 9 Melhores modelos para os escoamentos sanguíneos em estudo – regiões superiores.

R	500/10	500/5	1000/10	1000/5
U ₁	g ₇	g ₈	g ₈	g ₈
U ₂	g ₃	g ₈	g ₇	g ₇
U ₃	g ₄	g ₇	g ₇	g ₇
U ₄	g ₇	g ₇	g ₇	g ₈
U ₅	g ₈	g ₇	g ₇	g ₈
U ₆	g ₃	g ₇	g ₇	g ₇
U ₇	g ₃	g ₇	g ₈	g ₇
U ₈	g ₃	g ₇	g ₇	g ₇
U ₉	g ₃	g ₇	g ₈	g ₈
U ₁₀	g ₇	g ₇	g ₈	g ₇

Na Tab. 9 verifica-se que o melhor modelo matemático é o g₇ sendo o melhor modelo em 23 regiões, das 40 regiões analisadas. Também é possível verificar que o escoamento sanguíneo com caudal 500nl/min e hematócrito 5% é aquele que apresenta dados numéricos mais irregulares,

não se podendo concluir sobre o melhor modelo.

Tab. 10 - Melhores modelos para os escoamentos sanguíneos em estudo – regiões inferiores.

R	500/10	500/5	1000/10	1000/5
L ₁	g ₈	g ₇	g ₇	g ₇
L ₂	g ₇	g ₇	g ₈	g ₈
L ₃	g ₇	g ₈	g ₇	g ₇
L ₄	g ₇	g ₇	g ₇	g ₇
L ₅	g ₈	g ₃	g ₇	g ₇
L ₆	g ₆	g ₈	g ₇	g ₇
L ₇	g ₈	g ₇	g ₈	g ₈
L ₈	g ₇	g ₈	g ₇	g ₇
L ₉	g ₂	g ₈	g ₇	g ₈
L ₁₀	g ₈	g ₈	g ₇	g ₇

Na Tab. 10 é possível concluir que o modelo g₇ aproxima melhor dados numéricos de escoamentos sanguíneos com caudal de 1000nl/min.

Em termos globais, verificou-se que o modelo que melhor caracteriza as camadas de plasma, é o g₇. Neste estudo foram analisadas 80 regiões, superiores e inferiores, sendo que o modelo matemático g₇ aproximou melhor os dados em 33% das regiões consideradas. Também é possível concluir que o modelo g₇ aproxima melhor os dados das regiões de escoamentos sanguíneos com caudal de 1000nl/min.

3 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Com este trabalho conclui-se que, para o problema em estudo, dos métodos de otimização estudados, aquele que apresenta melhores resultados é o Algoritmo Genético.

Conclui-se ainda que, analisando todos os resultados de forma global, o modelo matemático que melhor caracteriza as camadas de plasma dos diferentes escoamentos é o modelo g₇, modelo baseado na soma de funções trigonométricas.

Como trabalhos futuros sugere-se alargar o estudo a um maior número de escoamentos com características semelhantes aos apresentados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FCT, COMPETE, QREN e União Europeia (FEDER) no âmbito dos projetos PTDC/SAU-ENB/116929/2010 e EXPL/EMS-SIS/2215/2013.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Lima, Y. Imai, T. Ishikawa e M. Oliveira, "Visualization and Simulation of Complex Flows in Biomedical Engineering," Lecture Notes in Computational Vision and Biomechanics, Springer, 2014.
- [2] Matlab, "Global optimization toolbox," The MathWorks, Inc., 2012.
- [3] J. Nocedal e S. J. Wright, "Numerical optimization," Springer Series in Operations Research, Springer, 1999
- [4] D. Pinho, R. Lima, A. I. Pereira e F. Gayubo, "Automatic tracking of labeled red blood cells in microchannels," *Internacional Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 2012.
- [5] D. Pinho, A. I. Pereira e R. Lima, "Red Blood Cells Motion in a Glass Microchannel," *Numerical Analysis and Applied Mathematics*, 2010.
- [6] B. Taboada, D. Bento, D. Pinho, A. I. Pereira e R. Lima, "Cell-free Layer Measurements in Bifurcating Microchannels: a global approach," XVI Congresso da Associação Portuguesa de Investigação Operacional, 2013.