Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2012

Ana Cristina Henriques de Almeida

Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico: um estudo correlacional

Universidade de Aveiro Departamento de Educação
2012

Ana Cristina Henriques de Almeida

Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico: um estudo correlacional

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Didática da Matemática, realizada sob a orientação científica da Doutora Celina Tenreiro Vieira, Professora requisitada no Departamento de Educação da Universidade de Aveiro

Dedico este trabalho aos meus queridos pais, pelo seu apoio incansável

o júri

presidente

Professora Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Professora Doutora Sandra Maria Oliveira Ferrão Lopes
Professora do Quadro do Agrupamento da Escola Secundária de Seia

Professora Doutora Maria Celina Cardoso Tenreiro Vieira
Professora Auxiliar Convidada da Universidade de Aveiro

agradecimentos

Este trabalho aqui apresentado é o resultado do apoio e da colaboração prestada por várias pessoas a quem desde já dirijo o meu reconhecimento.

Quero em primeiro lugar agradecer de forma especial à Professora Doutora Celina Tenreiro Vieira, por quem tive o privilégio de ser orientada, pela sua profunda sabedoria e pela disponibilidade que sempre manifestou, pelas orientações sábias que me deu e pela amizade que demonstrou durante a realização desta dissertação. Sem a sua orientação, leitura crítica e atenta, este trabalho não seria realidade. O seu exemplo de professora afável e sapiente acompanhar-me-á sempre como uma referência. Por estes motivos, e muitos mais, um MUITO OBRIGADA!

Gostaria também de agradecer à Débora, uma amiga muito especial, pelo constante e incansável companheirismo e apoio que me deu ao longo deste trabalho. Foi sem dúvida uma grande amiga que me proporcionou a força e a coragem indispensável nos momentos difíceis, ajudando-me a ultrapassar cada obstáculo até chegar à meta final.

Aos meus pais, pelo seu apoio incondicional, e de um modo muito especial, à minha querida irmã, que sempre me incentivou e se mostrou disponível para me ajudar neste percurso. Sem eles, a realização deste trabalho também não teria sido possível.

Expresso aqui também o meu agradecimento às Direções das duas escolas que deram o seu assentimento para que tivesse lugar esta investigação. Obrigada a todos os alunos que realizaram os testes propostos no âmbito deste estudo, bem como aos docentes que cederam as suas aulas para implementarem os dois instrumentos de recolha de dados.

A ti Nuno, obrigada por estares sempre presente. O teu apoio incansável é e sempre será muito importante para mim…

Aos meus queridos filhos, Mariana e João, pelas horas de carinho que não lhes dediquei…

palavras-chave Educação em Matemática, Pensamento Crítico, Raciocínio Matemático

resumo

Atualmente, diferentes setores da sociedade reconhecem que, os desafios e as exigências colocados por uma sociedade de informação e conhecimento exigem a todos formação em matemática. Esta é necessária na preparação de jovens para atuarem de forma conhecedora e confiante em situações problemáticas do mundo real. Nesse sentido, a educação matemática deve ser centrada no desenvolvimento integrado de conhecimentos, atitudes e capacidades, entre elas o Raciocínio Matemático e o Pensamento Crítico, de modo que, qualquer estudante seja capaz de resolver eficazmente problemas com que se confronta, tomando decisões racionais, contribuindo assim para a formação de um pensamento aberto e crítico.

O presente trabalho propôs-se averiguar a existência de correlação entre o nível de Raciocínio Matemático e o nível de Pensamento Crítico de alunos do 6º ano de escolaridade do ensino básico. Pretendeu também verificar se o nível de Raciocínio Matemático está correlacionado com o aspeto de Pensamento Crítico: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução e (v) assunções. A investigação assentou numa abordagem de natureza quantitativa, operacionalizada por um estudo do tipo correlacional. O estudo foi realizado numa escola do ensino básico da região de Aveiro e nela participaram alunos de 5 turmas do 6º ano de escolaridade, sendo a amostra do estudo constituída por 107 alunos. Para fazer a medição do nível de Pensamento Crítico e dos aspetos de Pensamento Crítico utilizámos o Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X). Para medir o nível de desempenho em Raciocínio Matemático aplicámos o Teste de Raciocínio Matemático desenvolvido para o efeito no âmbito do presente estudo. No tratamento dos dados recolhidos recorreu-se a procedimentos de natureza descritiva e inferencial. De acordo com os resultados obtidos, verificámos que existe uma correlação positiva entre o nível de Pensamento Crítico dos alunos e o seu nível de desempenho em Raciocínio Matemático. Os resultados apontaram no sentido que existe uma correlação positiva, estatisticamente significativa, entre o nível de desempenho em Raciocínio Matemático dos alunos e o aspeto de Pensamento Crítico dedução.

keywords

Education in Mathematics, Critical Thinking, Mathematical Reasoning.

abstract

In this day and age different sectors in our society recognize that challenges and demands imposed by a society of information and knowledge require mathematics education. This is necessary in preparing young people to respond with knowledge and confidence when facing real life problems. In this sense, mathematics teaching ought to center on developing knowledge, positive attitude and skills, including Mathematical Reasoning and Critical Thinking, allowing for every student to be able to effectively solve problems that they are faced with by making rational decisions and thus contributing to the development of an open and critical way of thinking.

This study is set out to investigate the correlation between Mathematical Reasoning and Critical Thinking levels of 6th grade students. It is also intended to verify whether Mathematical Reasoning level is associated with Critical Thinking aspects: (i) induction; (ii) credibility; (iii) observation; (iv) deduction and (v) assumption. The research was based on a quantitative approach and operationalized on a correlation study-type. The study was undertaken in a elementary school in the region of Aveiro with 6th grade students from 5 classes. It was made up of 107 students in total. The Critical Thinking Cornell Test (level X) was used to measure the level of Critical Thinking as well as its aspects. To measure students' Mathematical Reasoning level, we have applied the Mathematical Reasoning Test developed for the purpose of this study. While processing the data collected we followed descriptive and inferential procedures. According to the results obtained, we found that there is a positive correlationship between the students' Critical Thinking level and the students' Mathematical Reasoning level. The results suggested that there is a positive correlationship, statistically significant, between the students' Mathematical Reasoning level and the Critical Thinking aspect of deduction.

Índice

Lista de Quadros e Gráficos

Quadros

Gráficos

Lista de Siglas e Abreviaturas Utilizadas

PC – Pensamento Crítico

RM – Raciocínio Matemático

TRM – Teste de Raciocínio Matemático

PA – Prova de Aferição

GAVE – Gabinete de Avaliação Educacional

DEB – Direção do Ensino Básico

LBSE - Lei de Bases do Sistema Educativo

PISA – Program for International Student Assessment

OCDE - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

Capítulo 1 – Introdução

O presente capítulo encontra-se organizado em três secções. A primeira contextualiza o estudo, a segunda explícita a importância do mesmo e a terceira apresenta a finalidade e as questões do estudo.

1.1. Contextualização do Estudo

Ao longo das últimas décadas têm ocorrido na sociedade desenvolvimentos e mudanças a nível social, económico, científico e tecnológico num ritmo bastante acelerado. Os indivíduos devem estar preparados para assumirem uma postura interveniente, construtiva e crítica que permita melhorar a qualidade do mundo em que vivemos. Esta situação requer do ser humano um conjunto de atitudes, capacidades e conhecimentos para desempenhar com eficiência funções na sociedade atual, as quais exigem respostas inovadoras para diversos problemas que se colocam (Silva e Seixas, 2010). Segundo Tenreiro-Vieira e Vieira (2000), as pessoas "que não forem treinadas a usarem as suas capacidades de pensamento serão os analfabetos do futuro, estando por isso, em séria desvantagem, designadamente, para competir no mundo do trabalho" (p. 16).

O desenvolvimento de capacidades de pensamento, entre as quais, o Raciocínio Matemático (RM) e o Pensamento Crítico (PC), implica um repensar da escola e dos seus objetivos, conduzindo a uma perspetiva de encarar o processo de ensino e de aprendizagem orientada para a formação de cidadãos capazes de tomarem decisões fundamentadas, esclarecidas e críticas. Defende-se um ensino que proporcione, em conjugação com a (re)construção de conhecimentos úteis e utilizáveis em diferentes contextos de vida, o desenvolvimento de atitudes e de capacidades de pensamento a serem mobilizadas para uma intervenção produtiva na atual sociedade do conhecimento (Tenreiro-Vieira, 2010). Reforça-se a ideia da necessidade de promover atitudes e capacidades de pensamento dos alunos, em particular, no contexto de educação em matemática, pois vive-se num mundo cada vez mais matematizado, onde os cidadãos devem ser capazes de mobilizar os saberes na vida diária e no trabalho e intervir socialmente, de forma crítica, nas tomadas de decisão (Gil-Pérez et al., 2005, citado por Tenreiro-Vieira, 2009).

O reconhecimento da influência que a matemática exerce na sociedade atual é um imperativo para o desenvolvimento de capacidades dos alunos, tais como, o RM e o PC. Desenvolver o RM e o PC dos alunos permitirá ajudá-los a compreender "a verdadeira natureza da matemática, tornando-se proficientes resolvedores de problemas e pensadores críticos" (Henriques, 2010, p. 3). É importante operar mudanças e assumir uma prática pedagógica na matemática que se reconheça adequada para promover capacidades dos alunos, nomeadamente o RM e o PC, tornando-os confiantes nas suas competências matemáticas, de modo a serem capazes de aplicar o que sabem em novas situações e a aprender por si novos conteúdos (Figueiredo, 2005; Henriques, 2010). Segundo Boavida, Paiva, Cebola e Pimentel (2008), para o desenvolvimento destas capacidades, é importante que sejam proporcionadas situações de aprendizagem que despertem o interesse dos alunos e que incluam o formular questões; o planear estratégias de resolução de questões problemáticas; e o efetuar observações, justificando e analisando criticamente os resultados obtidos.

O atual programa da matemática do ensino básico (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins e Oliveira, 2007) preconiza a valorização da aquisição de conhecimentos, bem como o “desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados” (p. 3). É realçada, neste programa, a importância de os alunos raciocinarem matematicamente usando conceitos, representações e procedimentos matemáticos. No mesmo documento identificam-se enunciados que reportam ao desenvolver capacidades de PC, tais como: questionar, planear, efetuar observações, analisar dados, explicar e prever resultados, tirar conclusões e generalizar.

A ideia de que aprender matemática deve ir além da aprendizagem de conceitos, de procedimentos e das suas aplicações reúne hoje grande unanimidade entre educadores matemáticos, para muitos dos quais, aprender matemática é sobretudo aprender uma certa forma de pensar que envolve capacidades de RM e de PC. Esta conceção, presente no documento *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2008), enfatiza que os alunos, a fim de desenvolverem uma compreensão profunda da matemática, devem formular e testar conjeturas, generalizar, justificar propriedades, elaborar cadeias de raciocínio e argumentação em defesa de um processo de resolução.

1.2. Importância do Estudo

O interesse pelo desenvolvimento desta investigação emergiu de uma preocupação pessoal e profissional. A minha experiência de mais de uma década de ensino, tem revelado que os alunos tendem a não usar eficazmente as suas capacidades de PC e de RM, de forma verosímil, porque não estão a ser confrontados com oportunidades que incitem à sua mobilização. Nesse sentido apontam os relatórios emanados do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) relativamente ao desempenho dos estudantes portugueses em RM nos exames nacionais. Analisando estes relatórios podemos constatar que é traçado um quadro preocupante no que diz respeito ao desenvolvimento do RM, assim como ao uso de capacidades de PC. Segundo o relatório das provas de aferição de matemática do 2º ciclo do ensino básico de 2011 (GAVE, 2011), nos itens que avaliam o RM, os alunos continuam a evidenciar resultados inferiores aos desejados, "bem como uma preocupante falta de sentido crítico face à plausibilidade das soluções que apresentam e uma manifesta dificuldade na comunicação escrita das suas ideias e raciocínios matemáticos" (p. 20).

Face a tais resultados e reconhecendo a importância, no contexto atual, de desenvolver as capacidades de RM e de PC dos alunos, é preciso atribuir à escola um papel importante no desenvolvimento destas capacidades, RM e PC, implementando uma mudança nas estratégias de ensino e nas atividades propostas aos alunos (Henriques, 2010). Neste sentido, os professores devem promover, com mais frequência, experiências matemáticas que envolvam o RM e o PC (GAVE, 2011).

Neste enquadramento afigurou-se relevante investigar a relação existente entre o RM e o PC. Coutinho (2011) refere que a constatação da existência de correlações significativas entre duas variáveis pode ser útil para uma melhor compreensão "da complexidade do fenómeno sócio-educativo" (p. 268), facilitando, assim, eventuais decisões em que essas variáveis estejam envolvidas. Assim sendo, saber que relação existe entre o RM e o PC configura-se como um potencial contributo para rentabilizar oportunidades criadas para o desenvolvimento destas capacidades dos alunos. Os resultados obtidos poderão orientar mudanças a operar nas estratégias de ensino e nas atividades de aprendizagem no sentido de promover o nível de desempenho em RM e o nível de PC dos alunos, na sala de aula, e em particular nas aulas de matemática.

1.3. Finalidade e Questões do Estudo

O presente estudo centra-se no campo da investigação em educação e foi organizado de acordo com a finalidade e as questões de investigação que a seguir apresentamos. Foi desenvolvido com a finalidade de investigar a existência de relação entre o nível de PC e de RM de alunos do 6º ano de escolaridade do ensino básico. Em função dessa finalidade, e com a realização deste trabalho, pretendemos dar resposta às seguintes questões de investigação:

1. O nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o seu nível de PC?

2. O nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o aspeto de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; (v) assunções?

Capítulo 2 – Revisão de Literatura

Neste capítulo apresentamos uma revisão de literatura relativa às temáticas norteadoras do estudo: Educação em Matemática, Pensamento Crítico e Raciocínio Matemático.

2.1. Educação em Matemática no Ensino Básico

O desenvolvimento de capacidades, tais como o PC e o RM, torna-se essencial na formação de jovens capazes de enfrentar situações diferentes dentro de contextos diversificados (Soares e Pinto, 2001). Numa sociedade cada vez mais exigente e em constante mudança, tal tem vindo a refletir-se nos programas escolares desenvolvidos na Europa, nomeadamente em Portugal, na Bélgica e na Inglaterra, como é referido no Relatório Europeu sobre a qualidade do ensino básico e secundário (Comissão Europeia, 2000). Relativamente a Portugal, o desenvolvimento das capacidades suprarreferidas tem configurado um importante objetivo na educação, a nível dos currículos formais, como podemos constatar no documento Currículo *Nacional de Matemática do Ensino Básico* (DEB, 2001). Nesta publicação é referida a importância do desenvolvimento do RM e do PC dos alunos, ao indicar um conjunto de atitudes, capacidades e conhecimentos que os alunos deveriam desenvolver ao longo da educação básica, entre eles:

> *A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer ou testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica; o gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático e concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior; a aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação; (….); a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado (…). (p. 57)*

Na 2ª alteração à Lei de Bases do Sistema Educativo (LBSE) de 14 de outubro de 1986, Lei nº 49/2005, aprovada em 30 de agosto, é salientado também o desenvolvimento destas capacidades, por exemplo, o artigo 7º, alínea a), estabelece como um dos objetivos para o ensino básico:

> *assegurar uma formação geral comum a todos os portugueses que lhes garanta a descoberta e o desenvolvimento dos seus interesses e aptidões, capacidade de raciocínio, memória e espírito crítico, criatividade, sentido moral e sensibilidade estética, promovendo a realização individual em harmonia com os valores da solidariedade social. (p. 5126)*

No sentido de investigar o desenvolvimento destas capacidades, várias análises e reflexões sobre o ensino e a aprendizagem da matemática têm vindo a ser desenvolvidos em Portugal através dos resultados obtidos pelos alunos do ensino básico em provas nacionais e internacionais (Magalhães, 2009). Estas análises e reflexões têm sido, nos últimos anos, sistematizadas em relatórios e documentos que, em geral, são acompanhados de recomendações para a reorientação do currículo e das práticas pedagógicas. Neste contexto, destacamos em primeiro lugar, alguns estudos internacionais de avaliação (Magalhães, 2009). De entre esses estudos salientamos, pela sua importância e abrangência, o *Program for International Student Assessment* (PISA), criado em 1997 pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE). Está organizado em ciclos de 3 anos e centra-se nas áreas da leitura, matemática e ciências. Este programa pretende avaliar a capacidade dos jovens de 15 anos idade em que muitos deles estão a finalizar a educação matemática (obrigatória) no uso de conhecimentos, de forma a enfrentarem os desafios da vida real, em vez de simplesmente avaliar o domínio que os estudantes têm de conteúdos curriculares nucleares de língua materna, ciências e matemática (GAVE, 2007). Portugal tem participado em todos os estudos do PISA, sendo que os resultados obtidos mostram que os alunos apresentam desempenhos sistematicamente abaixo da média dos seus pares de outros países da OCDE, apesar da melhoria registada na avaliação em 2009. Mais concretamente, Portugal ficou em 28º lugar em 32 países no PISA 2000 (GAVE, 2001), em 30º lugar em 40 países, no PISA 2003 (OCDE, 2004), em 37º lugar em 57 países no PISA 2006 (OCDE, 2006) e, em 25º lugar em 34 países no PISA 2009 (OCDE, 2010). Na primeira recolha de informação do estudo do PISA, em 2000, foi dada maior ênfase à avaliação em literacia científica, envolvendo a resolução de problemas da vida real e não particularmente, de acordo com um currículo escolar, tendo por base questões sobre temas atuais do domínio público. Em 2003, teve lugar a segunda recolha de informação a nível internacional; desta vez com preponderância do domínio da literacia matemática, tendo como domínios secundários as literacias de leitura e científica. Segundo a publicação *Literacia Matemática* no PISA 2003, o domínio da literacia matemática diz respeito à capacidade de analisar, raciocinar e comunicar ideias com eficiência quando se colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos numa variedade de situações (OCDE, 2004). A avaliação PISA centra-se em problemas da vida real, indo para além dos tipos de situação encontrados tipicamente em sala de aula. A literacia matemática no PISA trata de avaliar até que ponto os estudantes podem ser considerados cidadãos informados e reflexivos e consumidores esclarecidos (OCDE, 2004). O desempenho médio global dos alunos portugueses no PISA 2003 foi claramente insatisfatório, encontrando-se abaixo da média da OCDE e longe de países como a Finlândia, a China e a Coreia, que obtiveram os primeiros lugares neste estudo (Magalhães, 2009). Segundo os resultados do

PISA 2003, os alunos portugueses revelam muitas dificuldades em interpretar, relacionar, comunicar e reconhecer a matemática envolvida em contextos pouco habituais. A maioria dos jovens somente respondeu corretamente a questões que envolviam contextos familiares, e em que toda a informação relevante para a resolução estava presente. Esses jovens apenas conseguiram identificar a informação e levar a cabo procedimentos de rotina de acordo com as instruções, em situações explícitas (Magalhães, 2009).

O ciclo do PISA 2006 incidiu particularmente na literacia científica. No que diz respeito à literacia matemática, as diferenças registadas entre o ciclo de 2003 e o ciclo de 2006 evidenciam que os alunos portugueses mantiveram o seu nível de desempenho neste domínio. Em contrapartida, verificou-se uma melhoria qualitativa em termos de níveis de desempenho (OCDE, 2010). Esta melhoria resulta da redução da percentagem de alunos com desempenhos negativos e aumento das percentagens de alunos com desempenho médio a excelente.

Os resultados dos alunos portugueses no PISA 2009 revelam a mais expressiva melhoria na área da matemática desde que Portugal participa no PISA. No estudo PISA 2009, Portugal está incluído no grupo de países que atingiram a média da OCDE. Deste conjunto fazem parte: Portugal, Reino Unido, Dinamarca, Suécia, Alemanha, França, Irlanda e Hungria. A progressão verificada resultou da redução da percentagem de alunos com desempenhos negativos e do aumento da percentagem de alunos com desempenhos médios e excelentes (OCDE, 2010).

As avaliações, de caráter nacional, nomeadamente, as provas de aferição e os exames nacionais apontam também no mesmo sentido: os resultados dos alunos na área disciplinar de matemática são preocupantes a nível da capacidade de RM (GAVE, 2009; GAVE, 2010; GAVE, 2011). Com base nos relatórios disponibilizados pelo Ministério da Educação e Ciência podemos constatar que o desempenho dos alunos relativamente à capacidade de RM varia consoante o nível de complexidade do raciocínio, sendo satisfatório em raciocínios simples e muito fraco em raciocínios dedutivos (GAVE, 2007).

Na sequência dos resultados insatisfatórios atingidos pelos alunos portugueses no PISA 2003 e nos exames nacionais de matemática do 9º ano em 2005, no início de junho de 2006, o Ministério da Educação lançou o Plano de Ação para a Matemática, com a duração de 3 anos, tendo como principal objetivo promover o sucesso dos alunos em matemática, através da melhoria do ensino e da aprendizagem nesta disciplina (Janela, 2012). Este plano era constituído por 6 ações que contemplavam 15 medidas. Uma dessas ações (4ª ação), "Proceder ao reajustamento e às especificações programáticas para a matemática em todo o ensino básico", incluiu como medida o reajustamento do programa de matemática do ensino básico, em vigor desde 1991. A execução desta medida envolveu a homologação do programa de matemática do ensino básico, em dezembro de 2007 (Ponte et al., 2007), visando, nomeadamente, uma maior coerência entre o programa e o documento *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (DEB, 2001), assim como uma maior articulação entre os três ciclos do ensino básico. Os objetivos gerais, presentes neste programa de matemática, contemplam no seu conjunto "o desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes" (Ponte et al., 2007, p. 4), mas diferentemente dos programas anteriores, não são apresentados em categorias separadas, mas sim como um todo, de modo a, segundo os próprios autores, favorecer uma visão integradora desses três domínios (Ponte et al., 2007). O atual programa de matemática refere que

> *estes objectivos gerais interligam-se profundamente e não envolvem uma relação de ordem entre si. Por exemplo, se o conhecimento de factos básicos é uma condição para a compreensão da Matemática, também é verdade que a compreensão da Matemática contribui para um mais sólido conhecimento dos factos básicos. O desenvolvimento da capacidade de comunicação favorece o conhecimento de factos básicos e a sua compreensão, tal como favorece o desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de resolução de problemas, mas também é verdade que o desenvolvimento destas capacidades favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno. Por fim, os três últimos objectivos têm uma forte ligação com todos os outros e contribuem igualmente para o seu reforço e aprofundamento. (Ponte et al., 2007, p. 6)*

As orientações metodológicas do atual programa de matemática do ensino básico recomendam um ensino da matemática que vise o desenvolvimento completo e equilibrado do aluno como pessoa e que promova a sua autorrealização como indivíduo e como cidadão (Ponte et al., 2007). Desta forma, as finalidades e os objetivos de ensino contemplam, quer aspetos de natureza cognitiva, quer aspetos de natureza afetiva e social, atribuindo especial relevo ao desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática, bem como ao desenvolvimento de atitudes positivas e críticas face à matemática e à sua utilização para uma melhor compreensão do mundo (Ponte et al., 2007). Neste programa, é preconizado que os alunos desenvolvam a sua capacidade de RM "estabelecendo relações entre objectos matemáticos, justificando as suas respostas e construindo a pouco e pouco cadeias argumentativas" (Ponte, 2009, p. 100). É recomendado, igualmente, que os alunos desenvolvam a sua capacidade de comunicação oral e escrita, sendo capazes "não só de produzir informação mas também de ouvir e interpretar a informação que lhes é apresentada e participar de forma crítica e construtiva numa discussão" (Ponte, 2009, p. 100).

O preconizado no programa de matemática do ensino básico português segue o enunciado em documentos internacionais de referência como é o caso do documento *Princípios e Normas para a Matemática Escola*r (NCTM, 2008). Neste, é mencionada a importância da capacidade de RM, referindo que "ser capaz de raciocinar é essencial para a compreensão da matemática" (p. 61). Ao longo de toda a escolaridade, os alunos "deverão perceber e acreditar que a matemática faz sentido, através do desenvolvimento de ideias, da exploração de fenómenos, da justificação de resultados e da utilização de conjecturas matemáticas" (NCTM, 2008, p. 61), em todas as áreas de conteúdo, com níveis de aprofundamento distintos. Para que tal aconteça, o NCTM (2008) refere que se deverá procurar habilitar todos os alunos para

> *reconhecer o raciocínio matemático e a demonstração como aspectos fundamentais da matemática; formular e investigar conjecturas matemáticas; desenvolver e avaliar argumentos e provas matemáticas; seleccionar e usar diversos tipos de raciocínio e métodos de demonstração. (p. 61)*

No projeto *Metas de Aprendizagem* (DGIDC, 2010), no que concerne à disciplina de matemática, a importância do desenvolvimento do PC e do RM dos alunos é evidente. Neste documento é referido que o aluno deve ser capaz de conceber e aplicar estratégias de resolução de problemas, avaliando a adequação dos resultados obtidos e justificando as estratégias de resolução de problemas aplicadas. No âmbito da capacidade de RM é referido que o aluno deve ser capaz de justificar e argumentar afirmações matemáticas e formular e testar conjeturas (DGIDC, 2010).

Desenvolver a capacidade de RM dos alunos constitui uma importante orientação metodológica para estruturar as atividades a realizar em sala de aula (Ponte et al., 2007). Segundo o atual programa de matemática do ensino básico (Ponte et al., 2007), as experiências de aprendizagem propostas em contexto escolar devem ser apresentadas como situações de resolução de problemas ricas e diversificadas promovendo o RM dos alunos. Assim, as orientações metodológicas do atual programa de matemática é salientado que

> *(…) o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos. (Ponte et al., 2007, p. 8)*

As experiências de aprendizagem propostas em contexto de sala de aula devem ser, também, partilhadas e analisadas, em pequeno ou em grande grupo, gerando momentos de discussão de estratégias e momentos de síntese. De uma forma geral,

> *(…) o professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e reflectir sobre as suas resoluções e as resoluções dos colegas. Significa igualmente que o*

> *professor deve dar atenção aos raciocínios dos alunos, valorizando-os, procurando que eles os explicitem com clareza, que analisem e reajam aos raciocínios dos colegas. (Ponte et al., 2007, p. 9)*

Desta forma, espera-se que a escola proporcione uma formação "que permita aos alunos compreender e utilizar a matemática" em contextos diversificados, promovendo "uma visão adequada da matemática e da actividade matemática" (Ponte et al., 2007, p. 3).

A resolução de problemas surge como um contexto para os alunos usarem as capacidades de pensamento, designadamente de PC, por exemplo: formulação de hipóteses, análise de argumentos, dedução e avaliação de deduções, indução e avaliação de induções e realização de juízos de valor "a fim de se tornarem melhores solucionadores de problemas pessoais e sociais que envolvem conhecimentos de matemática" (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2001). A este respeito, Boavida et al. (2008) salientam que

> (…) o professor ao proporcionar aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento, está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico, tão essencial a várias facetas da vida. (p. 33)

A recomendação formulada por várias entidades na área da educação em matemática, no sentido de se privilegiar, no processo de ensino e de aprendizagem, as atividades de resolução de problemas e de exploração de situações problemáticas, tem vindo a ser cada vez mais reforçada nos últimos anos (NCTM, 2008; DGIDC, 2010). Segundo o GAVE (2006) torna-se importante

> *mobilizar, mais frequentemente, as aprendizagens dos alunos em situações problemáticas, próximas da vida real; requerer, desde cedo, processos cognitivos de nível mais elevado, em particular, trabalhar situações em que se tem de utilizar informação diversa e/ou conceitos complexos; insistir na explicitação de raciocínios como prática regular em sala de aula; insistir na produção de argumentação válida, assente na informação disponibilizada. (p. 36)*

Estudos realizados em diferentes níveis de escolaridade revelam que as atividades de cariz exploratório, como as enunciadas anteriormente, contribuem, de forma significativa, para a compreensão de novos conceitos e para desenvolver o PC dos alunos (Sanches, 2009; Alves e Miranda, 2008).

2.2. Pensamento Crítico

Neste ponto começamos por contextualizar e definir o Pensamento Crítico tendo em consideração a perspetiva de vários autores. Seguidamente, destacamos razões explicativas para a importância de promover o Pensamento Crítico e referimos abordagens no desenvolvimento desta capacidade.

2.2.1. Concetualização e Definição: Várias Perspetivas

Existem inúmeras definições de PC, provavelmente tantas quantas os autores a escrever sobre o tema. Neste ponto, procuraremos apresentar a perspetiva de diferentes especialistas nesta área.

O PC tem sido objeto de reflexão, por parte de investigadores, há muitas centenas de anos. Sócrates, há 2500 anos, realizou uma primeira tentativa de criar um modelo de ensinar e aprender a pensar de uma forma crítica (Rocha, 2011). O método de questionamento usado por Sócrates, conhecido por "Questionamento Socrático", é "uma das estratégias de ensino de pensamento crítico mais conhecida" (Rocha, 2011, p. 44). Mas, terá sido John Dewey o precursor do PC em educação, na primeira metade do século XX (Jorge, 2006). Para este filósofo, o PC é uma apreciação ativa, persistente e cuidadosa de uma crença e das conclusões para as quais tende (Rocha, 2011).

Paul (2005) concetualiza o PC como um pensamento disciplinado e autodirigido, em que o pensador crítico, de forma sistemática e intencional, desenvolve atitudes, toma consciência dos elementos do pensamento, impõe critérios intelectuais ao pensamento, guia a construção do pensamento de acordo com critérios intelectuais e avalia a eficácia do processo de pensamento tendo em conta o propósito e os critérios intelectuais.

Fisher (2008), citado por Rocha (2011), ao analisar esta definição de Paul, reconhece como elemento central para o desenvolvimento do PC o pensar sobre o pensamento. Este elemento é designado por metacognição, quando este é conscientemente orientado em função de um modelo de referência do bom pensamento (Rocha, 2011).

Para Halpern (2010), o PC é um recurso útil mediador na tomada de decisão e na resolução de problemas, suscitadas quotidianamente numa variedade de situações de âmbito pessoal, social, escolar ou até mesmo, profissional. Segundo esta autora, o PC é um processo de raciocínio metódico que envolve duas dimensões principais: (i) as competências cognitivas, tais como, a compreensão da linguagem, a análise de argumentos, a testagem de hipóteses, a probabilidade e incerteza, a tomada de decisão e a resolução de problemas; e (ii) uma atitude que favorece a implementação dessas competências (Halpern, 2003).

Um dos autores mais influentes no âmbito do PC, aplicado à educação, é Ennis (Fiúza, 2010; Tenreiro-Vieira, 2004a). Na perspetiva deste autor, o PC "é uma forma de pensamento racional, reflexivo, focado naquilo em que se deve acreditar ou fazer" (Ennis, 1985, citado por Tenreiro-Vieira, 2004a, p. 229). Ou seja, para este autor, o PC é uma atividade reflexiva que tem como meta uma crença ou uma ação racional e sensata que ocorre no contexto de resolução de problemas e, muitas vezes, no contexto da interação com outras pessoas. Segundo Ennis (1985, citado por Tenreiro-Vieira, 2004a), o PC caracteriza-se pelo facto de ser um pensamento que implica sempre a ideia de avaliação. Para "decidir em que acreditar ou o que fazer, o indivíduo deve, obrigatoriamente, avaliar as informações de que dispõe" (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2000, p. 26).

Seguindo de perto o registo de Tenreiro-Vieira (2004a), de acordo com a perspetiva de Ennis, o PC resulta da interação de um conjunto de capacidades e disposições. As capacidades referem-se aos aspetos mais cognitivos e as disposições aos aspetos mais afetivos. Capacidades e disposições do PC encontram-se explícitas na taxonomia desenvolvida pelo autor, a qual foi traduzida para a língua portuguesa por Oliveira (1992). A versão resumida da taxonomia proposta por Ennis encontra-se no anexo 1. Esta taxonomia explicita as disposições e as capacidades que, segundo Ennis, estão envolvidas no pensar de forma crítica. Estas capacidades estão organizadas em cinco áreas, que são: clarificação elementar, suporte básico, inferência, clarificação elaborada e ainda uma área de estratégias e táticas.

Esta taxonomia do PC tem sido utilizada em investigação educacional, entre outros fins, "para identificar as capacidades de PC usadas pelos alunos ao realizarem em sala de aula actividades que promovem o desempenho na resolução de problemas" (Fiúza, 2010, p. 30). Tenreiro-Vieira é o autor pioneiro no testar o uso da taxonomia para vários propósitos.

2.2.2. Promoção: Importância e Abordagens

Atualmente, à semelhança de qualquer sistema, também a escola é um organismo caracterizado pela ininterrupta necessidade de mudança (Franco, Rivas, Saiz e Almeida, 2011).

Embora possa ser iniciada internamente, essa mudança encontrar-se-á "na dependência da própria mutação de uma variedade de outros contextos nos quais nos movimentamos, se considerarmos a diversidade de desafios, no âmbito pessoal, social ou profissional" (Franco et al., 2011, p. 109). Os desafios com os quais nos deparamos obrigam a um desenvolvimento de capacidades, permitindo a concretização de tarefas múltiplas em múltiplos contextos (Lassance, 2005). Assim, a escola deve acompanhar e protagonizar as exigências sociais e económicas que vão surgindo, pois, caso contrário, estará a "oferecer um ensino descontextualizado deste mundo em constante mudança" (Matos, Fialho e Alves, 2003, p. 1). Face a tais exigências, os indivíduos, na qualidade de alunos em particular, ao longo do seu percurso escolar, não devem apenas aprender conhecimentos; necessitam de ferramentas básicas, incluindo o desenvolvimento de capacidades, que lhes permitam lidar com quaisquer dados ou conhecimentos tornando-se aptos na sua autónoma, proativa e deliberada utilização (Vasconcelos, Almeida e Monteiro, 2005). O desenvolvimento do PC dos alunos é relevante na medida em que providencia, aos alunos, futuros profissionais, uma base para que possam ponderar os diversos tópicos, as inúmeras fontes de informação e os diversos resultados possíveis, para tomar decisões fundamentadas, de forma autónoma, em conformidade com a alternativa de ação mais possível de ser bem sucedida (Ku, 2009).

No dizer de Jorge (2006),

> *as mudanças económicas e sociais têm imposto à Educação a preocupação e a missão de formar cidadãos que pensem bem; mais do que avaliar os estudantes em função dos resultados que estes obtêm em testes de competências básicas, pede-se agora à Escola que os prepare para tarefas complexas e avalie a sua capacidade de pensar criticamente, resolver problemas e trabalhar em equipa. (p. 139)*

Partilhando esta perspetiva, vários especialistas na área do PC, como Tenreiro-Vieira (2004a) e Vieira (2003), já há vários anos alertam para o facto de o desenvolvimento do PC ser um objetivo educacional prioritário. Para estes autores, são várias as razões explicativas para a importância de promover o PC dos alunos. Uma primeira razão advém do próprio significado de PC. Segundo Vieira (2003), cada pessoa deve ser capaz de pensar de uma forma crítica sobre as suas crenças "apontando razões racionais e não arbitrárias, que as justifiquem e as sustentem" (p. 5). Outra razão está relacionada com o facto de o PC ser considerado essencial para enfrentar, com êxito, a complexidade da vida moderna, científica e tecnologicamente orientada (Vieira, 2003). De acordo com a perspetiva de Lassance (2005), numa sociedade científica e tecnológica, espera-se que os indivíduos, na qualidade de trabalhadores, sejam capazes de pensar por si próprios, de executar uma enorme variedade de tarefas, de identificar e resolver problemas e de trabalhar em colaboração com os colegas na procura de soluções. Resulta que o desenvolvimento do PC ajuda o cidadão a melhorar a sua qualidade de vida e a enfrentar novas situações, tornando-se uma resposta às exigências da acelerada complexidade da sociedade atual e do acelerado crescimento (Díaz, 2004; López, 2004). Nesta conjuntura, o ensino deve, pois, fomentar a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento de capacidades de PC dos alunos que lhes permitam enfrentar as mudanças e participar numa sociedade científica e tecnológica (Tenreiro-Vieira, 2004a).

Outra razão explicativa para a importância do PC na educação está relacionada com o facto deste ser considerado necessário para viver numa sociedade plural com competência cívica, permitindo a participação nas instituições democráticas, onde os cidadãos são confrontados com a necessidade de tomar decisões (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2005; Yebra e Membiela, 2006). O cidadão de uma sociedade democrática deve ser capaz de participar, de forma crítica e reflexiva, em discussões, debates e processos decisórios sobre assuntos de natureza sócio científica, de ponderar argumentos complexos, de estabelecer conclusões e atuar sobre elas (Tenreiro-Vieira e Vieira, 2000). Desta forma, o processo de escolaridade a que os alunos são submetidos deve facultar-lhes uma formação que lhes permita ser cidadãos autónomos e reflexivos, capazes de participar, de uma forma ativa e esclarecida, na sociedade a que pertencem (Díaz, 2004; Wellington, 2002; López, 2004; Ratcliffe e Grace, 2003). Hughes (2000, citado por Tenreiro-Vieira, 2004b) afirma que se os alunos não estiverem preparados para pensarem de uma forma crítica, "correm o risco de se tornarem escravos das ideias, dos valores e da ignorância dos outros" (p. 1). Uma outra razão que fundamenta a importância do ensino do PC dos alunos é defendida por Phan (2010). Este autor refere o facto de o PC favorecer as aprendizagens escolares nos diversos domínios da educação.

Além das razões anteriormente apontadas para a importância do desenvolvimento do PC, dentro da especificidade da educação em matemática podem encontrar-se outras. Segundo Santos (2010), é através da matemática que os alunos compreendem melhor o mundo e as diversas questões que são levantadas pela sociedade. Esta compreensão, aliada a um desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos, deve contribuir para o desenvolvimento integral do ser humano, de modo a prepará-los para intervirem na sociedade. Segundo a mesma autora, todo o cidadão que for preparado e despertado para entender matematicamente as situações do dia-a-dia "torna-se crítico e mais activo socialmente" (p. 18). Assim, promover um ensino orientado para o PC na matemática, pode ajudar os alunos a desenvolverem uma postura crítica perante os diversos desafios da vida quotidiana (Matos, 2005). Na perspetiva de Fialho (2005), "fazendo a Matemática parte de um currículo nacional terá de contribuir para a formação de cidadãos conscientes, críticos e intervenientes" (p. 26). Nesta linha de pensamento, o ensino da matemática deve proporcionar conhecimentos e desenvolver capacidades e atitudes indispensáveis à resolução de problemas da vida diária dos cidadãos, integrados em sociedades científica e tecnologicamente avançadas. O foco do processo de ensino e de aprendizagem não pode restringir-se à transmissão de um corpo de conhecimentos estabelecido; deve contemplar também o desenvolvimento de capacidades de PC, tornando os alunos confiantes nas suas capacidades matemáticas e capazes de aplicar o que sabem em novas situações e até mesmo na resolução dos problemas diários com que se deparam (Henriques, 2010). Nesse sentido, as aulas de matemática devem tornar-se espaços que permitam aos alunos, além de adquirirem conhecimentos, obterem ferramentas que lhes possibilitem analisar, compreender, criticar e reformular fenómenos sociais (Alves e Miranda, 2008).

Outra razão para o desenvolvimento do PC dos alunos na matemática é a grande preocupação com a elevada taxa de insucesso escolar nesta disciplina, em Portugal. Tal facto é relatado diariamente na imprensa generalista, assim como em relatórios, incluindo do Ministério de Educação. Existe por parte de muitos alunos a rejeição a esta disciplina, relacionada muito mais com a forma como a matemática é apresentada do que propriamente com os conteúdos que lhe são inerentes (Santos, 2010). Segundo a mesma autora (2010), torna-se essencial dotar os alunos de ferramentas que lhes permitam entender e criticar matematicamente as situações diárias, de modo que, muitos dos que se sentem excluídos e que sentem o insucesso ao longo da escolaridade, se apropriem e façam parte desta disciplina. Neste âmbito, devem ser propostas aos alunos situações de aprendizagem que envolvam o autoquestionamento e o PC, para que os alunos reflitam sobre as situações apresentadas, permitindo a validação das suas aprendizagens.

O processo educativo deve incluir o desenvolvimento de capacidades de PC, as quais abrem novas perspetivas aos alunos, "uma vez que os prepara para lidar com uma multitude de desafios que terão de enfrentar nas suas vidas, carreiras, deveres e responsabilidades pessoais" (Vieira, 2003, p. 6). Nesse sentido, assume relevância o estabelecer, fundamentadamente, formas eficazes de promover o PC dos alunos.

Na literatura referente à promoção do PC é feita referência a uma diversidade de abordagens. Swartz, Snider e Parks (2003) mencionam três abordagens: ensinar sobre o pensamento (teaching of thinking), ensinar a pensar (teaching for thinking) e infusão (infusion). A primeira abordagem enfatiza que os alunos aprendam a usar estratégias explícitas de pensamento, num intervalo de tempo determinado, e geralmente orientado por um professor (Sanches, 2009).

Esta abordagem, segundo os autores Tenreiro-Vieira e Vieira (2000), tem como vantagens "permitir focar inteiramente a atenção dos alunos nas capacidades de pensamento que se pretendem desenvolver" (pp. 31-32) e fazer com que estes entendam que as capacidades podem ser utilizadas em diversas áreas. Geralmente, esta abordagem ocorre em cursos separados com programas e materiais concebidos especificamente para o efeito, sendo desenvolvida fora do currículo regular (Rocha, 2011). A abordagem designada por ensinar a pensar, segundo os autores Swartz, Snider e Parks (2003), envolve a utilização de métodos de ensino que induzem o pensamento dos alunos, facilitando uma compreensão profunda do conteúdo que está a ser ensinado. A abordagem da infusão assenta na ideia de que "as capacidades não são ensinadas isoladamente mas são aplicadas numa variedade de contextos e de disciplinas" (Vieira, 2003, p. 43). Além deste facto, esta abordagem veicula a ideia que o PC está presente em tudo aquilo que se faz e não em períodos isolados de tempo destinados ao desenvolvimento deste (Vieira, 2003). A propósito desta abordagem, Vieira (2003) refere algumas vantagens na promoção do PC nas diversas disciplinas do currículo. Uma delas é o facto de contribuir simultaneamente para o desenvolvimento de capacidades de PC e para uma melhor compreensão da disciplina em estudo (Zohar, Weinberger e Tamir, 1994, citado por Vieira, 2003). Desta forma, esta abordagem tem "mais impacte no desempenho dos alunos no âmbito das disciplinas curriculares" (Tenreiro-Vieira, 2000, p. 32). Outra vantagem decorre de permitir que as capacidades de PC sejam incorporadas no ensino, evitando a inserção de uma nova disciplina no currículo.

Outros autores desenvolveram abordagens de sala de aula envolvendo o estabelecer de linhas orientadoras e instrumentos de trabalho que sustentem práticas pedagógicas centradas no promover o PC dos alunos (Tenreiro-Vieira, 2004b). Neste quadro, Richard Paul e seus colaboradores (1989, citado por Tenreiro-Vieira 2004b), desenvolveram uma abordagem que assenta no uso de um conjunto de estratégias para ajudar os professores a remodelarem os seus planos de aula. Estas estratégias envolvem o encorajamento dos alunos para estes aprofundarem o seu pensamento, explicitando as suas assunções, identificando informação importante e distinguindo factos das inferências que podem ser delineadas.

Costa e Lowery (1989, citado por Tenreiro-Vieira, 2004b) apresentaram uma estratégia para uma planificação de aulas como uma forma de apoiar os professores a promoverem capacidades de PC nos seus alunos. Esta estratégia envolve quatro fases. Durante a primeira fase, "imput", o professor revela aos alunos as capacidades de pensamento que serão o foco da aula. Durante a segunda fase, "processo", os alunos tomam consciência e discutem os aspetos metacognitivos da capacidade de pensamento em foco. Na terceira fase, “output”, os alunos devem usar a capacidade de pensamento em foco em novos contextos. A última fase é denominada por “recordar” (Tenreiro-Vieira, 2004b).

Tenreiro-Vieira (2000) e Vieira (2003), com fundamento em estudos de investigação realizados, propõem uma metodologia para desenvolver atividades de aprendizagem, recursos didáticos estratégias promotoras do PC. Tal metodologia ancora no uso da taxonomia de PC de Ennis como referencial teórico para apelar explicitamente a capacidades de PC, formulando questões, a integrar em atividades, recursos ou na operacionalização de estratégias como o questionamento, em estreita relação com o enunciado das capacidades de PC (Tenreiro-Vieira, 2000, 2004b; Vieira, 1995, 2003; Tenreiro-Vieira e Vieira, 2001, 2005)

2.3. Raciocínio Matemático

Nesta secção começamos por realizar uma caracterização e definição do Raciocínio Matemático. Seguidamente, apresentamos estratégias e condições facilitadoras da promoção do Raciocínio Matemático.

2.3.1. Caracterização e Definição: Várias Perspetivas

O RM é um elemento chave na construção dos significados matemáticos (Janela, 2012). Segundo esta autora, é necessário que seja o aluno a “construir os significados para as ideias matemáticas e que essa construção seja baseada no conhecimento do aluno e nas suas formas de raciocínio” (p. 30). Deste modo, emerge que o RM não é visto na sua noção tradicional “como abstracto e etéreo”, mas antes, “como real, físico e imaginativo” (English, 1997, p.4). Para English (1997), a partir desta visão, o RM implica a existência de diversos raciocínios abstratos que envolvem estruturas que emergem e subsistem a partir de experiências físicas realizadas ao interagirmos com o ambiente. Por outro lado, a autora refere que o RM é imaginativo, pois utiliza dispositivos que estruturam estas experiências concretas e as transformam em modelos de pensamento abstrato. Estes “dispositivos de pensamento” incluem as analogias, as metáforas, as imagens e o imaginário (Janela, 2012).

Russel (1999) advoga que o RM "leva a uma teia interligada de conhecimento matemático dentro de um domínio matemático" (p. 1) e que o desenvolvimento "dessa teia de compreensões matemáticas é a fundação daquilo a que chamamos "memória matemática", que muitas vezes se refere como consciência matemática e que proporciona as bases para a compreensão dos problemas matemáticos" (p. 1). Para esta autora, na aprendizagem da matemática, o RM é o que se utiliza para pensar sobre "as propriedades dos objectos matemáticos e desenvolver generalizações que se apliquem aos objectos – números, operações, objectos geométricos ou conjuntos de dados" (p. 1), ou seja, é "a ferramenta para compreender a abstracção" (p. 1). Por consequência, para esta autora, o RM está essencialmente ligado ao desenvolvimento, à justificação e ao uso de generalizações matemáticas.

Esta perspetiva, apresentada por Russel (1999), está em consonância com a salientada por Yackel e Hanna (2003) que defendem que o RM é uma atividade na qual "os alunos participam e interagem uns com os outros para resolver problemas" (p. 228). Portanto, e dado que a matemática desenvolve o raciocínio real e imaginativo, a explicação e a justificação são aspetos chave da atividade matemática na sala de aula.

Analogamente, para Kilpatrick e Swafford (2004), numa publicação do National Research Council (NRC) intitulada *Ajudar a criança a aprender Matemática*, o RM é visto como a utilização da lógica para explicar e justificar a solução de um problema ou para ampliar o conhecimento a partir de algo que é o conhecido. Desta forma, o RM é visto como um processo para obter conclusões com base em evidências ou suposições prévias.

> *O raciocínio é a cola que mantém a matemática junta. Pelo pensamento sobre as relações lógicas entre conceitos e situações, os alunos podem caminhar através dos elementos de um problema e ver como eles se encaixam uns nos outros. (...) Uma das melhores formas de os alunos melhorarem o seu raciocínio é explicar ou justificar as suas soluções a outros. (Kilpatrick e Swafford, 2004, p. 14)*

Davis e Hersh (1995) sublinham a importância de várias componentes do RM: (i) o processo de abstração é fundamental para a compreensão dos símbolos matemáticos, (ii) a generalização permite a consolidação de conhecimentos, (iii) a formalização permite a manipulação eficaz de símbolos e (iv) a demonstração possibilita o aumento de conhecimentos e compreensão das situações. Estes autores dão especial relevo ao papel das demonstrações matemáticas e referem que a abstração, a formalização, a axiomatização e a dedução são "os ingredientes mágicos da demonstração" (p. 148), dando um lugar central ao raciocínio dedutivo. Este tipo de raciocínio encontra-se relacionado com as demonstrações e com a lógica. Ponte, Branco e Matos (2008) referem que "raciocinar envolve sobretudo encadear asserções de forma lógica e justificar esse encadeamento” (p. 89). Na perspetiva de Oliveira (2008), desde que a cadeia de deduções seja isenta de erros, “o raciocínio dedutivo produz conclusões que são necessariamente válidas” (p. 7). Este tipo de raciocínio constitui assim “o elemento estruturante, por excelência, do conhecimento matemático” (Oliveira, 2002, p. 178), caracterizado como um raciocínio lógico, desenvolvido do geral para o particular, com uma conclusão necessária tendo como objetivo a validação do conhecimento. Polya (1954) já referia que a matemática é o domínio do conhecimento em que se usa este tipo de raciocínio, sendo este um raciocínio formal, relacionado com as demonstrações e com a lógica.

Vários autores, incluindo matemáticos, defendem que a atividade matemática está muito para além do raciocínio dedutivo. Exemplo disso é o autor Sternberg (1999) que considera que o RM requer não só um pensamento analítico, mas também um pensamento criativo e prático. Na sua perspetiva, alguns dos processos envolvidos neste raciocínio incluem: (i) a identificação da natureza do problema; (ii) a formulação de uma estratégia para resolver o problema; (iii) a representação mental do problema; (iv) a procura de recursos que conduzam à solução do problema; e por último (v) a verificação da solução.

Também Santos (2011) defende que o RM não é apenas caracterizado pela existência de uma relação necessária entre as premissas e a conclusão, ou seja, o RM “não se restringe apenas ao raciocínio dedutivo, incluindo, também, “vertentes de carácter mais intuitivo e relacionadas com um trabalho de cariz experimental” (p. 3). Este autor destaca, igualmente, a importância do raciocínio indutivo associado à experimentação, observando, formulando e testando conjeturas. Cañadas e Castro (2007) ao investigarem, em particular, o raciocínio indutivo em alunos do ensino secundário, num contexto de resolução de problemas, propõem uma categorização que apresenta sete fases para descrever os processos envolvidos neste tipo de raciocínio: (i) observação de casos particulares, tendo em conta o número e o tipo de casos considerados pelos alunos; (ii) organização de casos particulares, analisando o modo como são sistematizados, usando como exemplo, a utilização de tabelas; (iii) procura de padrões e regularidades, em que os alunos se baseiam na sua investigação; (iv) formulação de conjeturas; (v) validação de conjeturas; (vi) generalização de conjeturas; e (vii) justificação das conjeturas generalizadas. Neste estudo, os autores verificaram que na realização de tarefas por parte dos alunos nem todas as fases do raciocínio indutivo estiveram presentes. Além disso, verificaram que nem todos os alunos seguiam as mesmas fases para a resolução da tarefa.

Oliveira (2002), ao estudar o RM, identifica quatro grandes tipos de raciocínio: indução, dedução, abdução e transformação. Caracteriza a indução como sendo um tipo de raciocínio que se desenvolve de situações particulares para situações gerais, estando presente um pensamento do tipo heurístico. Na indução, os objetos trabalhados são estáticos, não sendo necessário encontrar soluções, apenas a criação de conhecimento. Na sua perspetiva, a dedução apresenta um esquema de raciocínio que se desenvolve do geral para o particular, exigindo um pensamento lógico ou formal. Este tipo de raciocínio tem um papel de validação, sendo necessário chegar a conclusões, embora não exista produção de novos conhecimentos. A abdução funciona a partir de factos para os quais se procura uma explicação através da utilização de um PC. A função deste tipo de raciocínio é a explicação e a criação de conhecimento, pretendendo-se chegar a uma conclusão plausível. Finalmente, caracteriza a transformação como um tipo de raciocínio que desempenha um papel de criação e validação de conhecimento, no qual se manipulam objetos dinâmicos, pretendendo-se obter uma explicação ou validação a partir das imagens.

Atualmente, com base na investigação realizada em educação matemática, Reid e Knipping (2010) categorizaram os raciocínios que ocorrem durante a atividade matemática em cinco padrões, definidos como combinações de atos de raciocínio realizados individualmente ou em pequeno grupo: (i) dedução – conjetura – teste cíclico; (ii) análise da prova; (iii) verificação científica; (iv) rendição; e (v) *exception* e *monster barring*. O padrão de raciocínio que os autores denominam de verificação científica segue a sequência de observar um padrão, conjeturar, testar, generalizar e deduzir e distingue-se do padrão de raciocínio dedução-conjetura-teste cíclico por se iniciar com a observação de um padrão e não por uma dedução. No padrão de raciocínio de verificação científica, quando ao testar uma conjetura resulta um contraexemplo, surgem os dois padrões de raciocínio: rendição e *exception* e *monster barring*. A rendição concretiza-se quando o contraexemplo resulta da negação da conjetura. Nesta situação, existe uma combinação de atos de raciocínio: observar o padrão, conjeturar, testar, contraexemplo e negação. Segundo os autores, no caso de se rejeitar o contraexemplo, duas situações podem ocorrer: o contraexemplo é rejeitado por ser considerado um caso especial (*monster barring*) ou a conjetura é reformulada de forma a eliminar esses contraexemplos (*exception barring*). O padrão de raciocínio análise da prova surge quando há uma falha no raciocínio e, para a localizar, faz-se a revisão da conclusão.

A formulação, o teste e a demonstração de conjeturas são aspetos importantes do RM, citados por diversos autores (Ponte et al., 2007; NCTM, 2008; Oliveira, 2008), tipificando o trabalho de um matemático. Tal como sublinhado em documentos da organização National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2008), também o atual programa da matemática do ensino básico (Ponte et al., 2007) referencia estes três aspetos como tópicos a trabalhar no âmbito desta capacidade transversal, estando a formulação e o teste de conjeturas presentes nos três primeiros ciclos de escolaridade, enquanto a demonstração aparece somente no terceiro ciclo do ensino básico.

Relativamente à formulação de conjeturas, importa clarificar, o significado atributo à expressão por diferentes autores. Segundo Ramos (2009), uma conjetura é uma “afirmação que necessita de ser provada” (p. 15), possuindo apenas um caráter provisório. Na formulação de conjeturas é utilizado um RM, essencialmente, indutivo, que se pode basear na observação direta e na manipulação dos dados ou até mesmo, na analogia com outras conjeturas, entre outras formas (Ponte et al., 2007).

Após a formulação de conjeturas pelos alunos é imprescindível que estes as testem devidamente. O teste das conjeturas pode ser realizado de diversas formas, entre as quais, a avaliação de casos selecionados de modo específico ou aleatório, ou ainda na procura de uma tentativa de prova (NCTM, 2008). Os testes de conjeturas acabam, muitas vezes, por se associarem com o próprio processo indutivo, da formulação de conjeturas, uma vez que “a manipulação dos dados começa a apontar no sentido de certa conjectura para, logo em seguida, ser refutada por um caso em que não se verifica” (Ponte et al., 2007, p. 33).

Numa investigação matemática, a última etapa é a demonstração (Ponte et al., 2007). Segundo o NCTM (2008), uma demonstração é um argumento que consiste “na dedução rigorosa e lógica de conclusões, a partir de hipóteses iniciais” (p. 61). O autor Oliveira (2008) refere que a demonstração é fundamental para o desenvolvimento do RM nos alunos, desempenhando um papel preponderante na construção da própria matemática, sendo um modo formal de exprimir determinados tipos de raciocínio e justificações.

Concluindo, o RM é um processo de pensamento, que emerge a partir da experiência do aluno, para explicar, justificar e argumentar, para si próprio e para os outros, conjeturas, ideias matemáticas e ideias que ele próprio apresenta, bem como para escolher certos caminhos ou percursos durante a resolução de problemas. Assim, as “principais funções do raciocínio são compreender, explicar e convencer” (Hershkowitz, 1998, p. 29).

2.3.2. Promoção: Estratégias e Condições Facilitadoras

A formulação de conjeturas nem sempre é uma tarefa simples para os alunos. Segundo Ponte et al. (2007), existe uma tendência para que a apresentação das conjeturas não seja realizada de um modo completamente explícito. Nesse sentido, o professor deverá ajudar os alunos a formularem conjeturas, não só proporcionando-lhes “múltiplas oportunidades e contextos de aprendizagens enriquecedoras e envolventes” (NCTM, 2008, p. 62) necessárias para o desenvolvimento deste tópico importante do RM, mas também formulando questões, tais como: “O que achas que vai acontecer a seguir? Qual é o padrão? Isto é sempre verdade ou só algumas vezes?” (NCTM, 2008, p. 62). Alguns exemplos de atividades que possibilitam o surgimento de conjeturas são o estudo de padrões e a procura de regularidades e de relações (NCTM, 2008).

Segundo Ponte et al. (2007), o teste de conjeturas é um processo facilmente interiorizado pelos alunos, embora estes tenham alguma tendência para considerar as conjeturas válidas apenas a partir de um número reduzido de casos. Desta forma, é necessário que os alunos compreendam que “a existência de vários exemplos não é suficiente para que se estabeleça a verdade de uma conjectura” (NCTM, 2008, p. 220), sendo possível refutar qualquer conjetura através de um contraexemplo. A formulação de conjeturas incorretas desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da capacidade de raciocínio dos alunos uma vez que possibilita a análise da razão pela qual a conjetura sendo aparentemente válida, acaba por se verificar a sua falsidade (NCTM, 2008).

A demonstração é uma das dimensões do RM que o programa de matemática do ensino básico (Ponte et al., 2007) apenas contempla no terceiro ciclo, pretendendo-se não só que os alunos demonstrem conjeturas e realizem demonstrações simples, mas que a distingam de um teste de conjeturas. Rodrigues (2009) e NCTM (2008) consideram que as demonstrações que recorram a contraexemplos devem ser acessíveis aos alunos mais novos. No estudo realizado por Recio e Godini (2001), relativamente ao raciocínio indutivo, foi possível concluir que as demonstrações matemáticas, mesmo as mais elementares, suscitam grandes dificuldades aos estudantes. Na perspetiva dos autores, os métodos informais utilizados pelos alunos para demonstrar não deveriam ser considerados incorretos ou incompletos, mas sim aspetos do RM necessários para dominar as práticas da argumentação matemática. A argumentação é considerada uma atividade onde os alunos são incentivados a expressar o seu RM (Recio e Godini, 2001). Segundo os autores, para além dos argumentos analíticos, caracterizados por uma perspetiva formal, que são específicos das demonstrações matemáticas, devem ser aceites modos significativos de argumentação, em particular, a indução e a analogia. Assim, consideram necessário, criar condições para os alunos desenvolverem progressivamente, o conhecimento e a capacidade de raciocinar matematicamente, escolhendo o método mais eficaz a aplicar em cada demonstração.

Um outro desafio colocado ao professor é, como refere Rodrigues (2009), compreender quando é que o argumento ou a justificação do aluno pode ou não ser considerado uma demonstração. Uma justificação em que são analisados todos os exemplos conhecidos poderá constituir uma justificação aceitável, embora para o autor, não possa ser considerada uma demonstração. Por outro lado, uma justificação a partir de um exemplo generalizável corresponde aos processos de demonstração do séc. XVII e, pode dever-se ao facto de o aluno ainda não conhecer notação que lhe permita chegar ao caso geral, podendo ser aceitável como demonstração.

Para além das demonstrações efetuadas pelos alunos, o próprio professor deve apresentar-lhes exemplos de demonstrações que representem resultados importantes e com alguma relevância na história da matemática, de modo a que possam adquirir uma melhor compreensão do que é esta ciência e do poder da demonstração, assim como a análise de métodos de demonstração não habituais para os alunos. Para que tal aconteça, a escolha das demonstrações a apresentar aos alunos deve ser bastante criteriosa, não devendo a sua aplicação restringir-se apenas a uma única temática, como a Geometria, devendo sim, ser transversal ao currículo (NCTM, 2008).

Para desenvolverem os diversos aspetos associados ao RM os alunos deverão, tal como é enunciado no NCTM (2008, p. 310), “ter uma prática diversa e frequente com o raciocínio matemático” através da análise de padrões e estruturas na procura de regularidades, da formulação de generalizações e conjeturas a partir de regularidades observadas, da validação de conjeturas e da construção e avaliação de argumentos matemáticos. Para tal, Boavida e seus colaboradores (2008) defendem que, desde os primeiros anos de escolaridade e desde que sejam proporcionadas condições adequadas, os alunos devem ser capazes de raciocinar matematicamente, isto é, em ambientes apropriados os alunos devem ser

> *(…) capazes de explicar e de justificar os raciocínios usados durante o processo de resolução de uma tarefa matemática, de fazer generalizações a partir da análise de casos particulares, de compreender o que significa um contra-exemplo, de reflectir sobre o que constitui um argumento aceitável e adequado quando se trabalha em Matemática e de aplicar resultados gerais a exemplos específicos. (p. 81)*

Para caminhar nesse sentido, é fundamental proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem em que estes tenham oportunidade de justificar e explicar as suas ideias e resoluções e de formular, testar e, eventualmente, provar conjeturas.

Quando os alunos exploram e resolvem problemas, ou quando justificam ou avaliam as explicações apresentadas pelos seus colegas, estão envolvidos em formas de raciocínio, mais ou menos formais, de acordo com o seu desenvolvimento cognitivo. Raciocinar envolve a construção de explicações matemáticas, nomeadamente, a explicação das próprias ideias para as tornar claras aos outros. Assim, para o desenvolvimento da capacidade de RM é essencial estimular os alunos a fundamentarem, matematicamente, as suas afirmações, no contexto de atividades matemáticas que realizem.

A apresentação de argumentos, tanto plausíveis como inconsistentes, por parte dos alunos aos seus colegas, proporcionam momentos de discussão devendo "contribuir para alterar, consolidar ou fortalecer os seus argumentos ou raciocínio" (NCTM, 2008, p. 64). O professor deve manter um clima positivo e de genuíno interesse na discussão, tentando garantir a participação de todos os alunos (Oliveira, Menezes e Canavarro, 2012). É importante que a discussão tenha como objetivo, além da comparação e do confronto das resoluções dos alunos, contribuir para que estes realizem novas aprendizagens relevantes, não só sobre conceitos, procedimentos, ou processos em presença, mas também sobre os modos legítimos de produção do conhecimento matemático (Boavida, 2005). Durante a discussão, é importante que os alunos compreendam que as suas afirmações têm de ser justificadas, ou seja, que pelo menos, têm de ser suportadas ou refutadas através de evidências, conforme refere o NCTM (2008).

No programa de matemática do ensino básico (Ponte et al., 2007), a justificação aparece como um subtópico dos objetivos gerais referentes ao RM, devendo os professores procurar levar o aluno a "explicar e justificar os processos, resultados e ideias matemáticas, recorrendo a exemplos e contra-exemplos e à análise exaustiva de casos; formular e testar conjecturas e generalizações e justificá-las fazendo deduções informais" (p. 47).

Como refere o NCTM (2008), "parte da beleza da Matemática consiste no facto de que, quando se verificam ocorrências interessantes, existe, geralmente uma boa razão" (p. 62), ou seja, a matemática é algo que tem de fazer sentido para os alunos. Ao mesmo tempo, a justificação matemática é também uma argumentação sobre os métodos de resolução e faz apelo ao raciocínio, permitindo ao aluno o uso flexível de ideias, conceitos e procedimentos e a reconstrução de todo o conhecimento quando algo o suscitar (Ball e Bass, 2003). Ao mesmo tempo, a justificação é, também, uma precursora da demonstração, como refere Rodrigues (2009). Para esta autora, os alunos começam por se basear em casos particulares, evoluindo para justificações cada vez mais gerais.

A formulação de questões, aos alunos, como "porque é que isto resulta?" (NCTM, 2008, p. 63), "porque pensas que isto é verdade?" (NCTM, 2008, p. 61) ou "alguém aqui acha que a resposta é diferente, e porquê?" (NCTM, 2008, p. 61) é uma das formas de os fazer compreender a necessidade de justificarem as suas ideias. De facto, o RM associado a uma justificação assenta em dois pilares: o conhecimento matemático estabelecido e a linguagem matemática (Rodrigues, 2009). Segundo o mesmo autor, os alunos têm de aprender, a usar definições de conceitos, terminologia matemática e ideias e métodos matemáticos aceites pela comunidade científica. As justificações devem, no entanto, ter em conta o desenvolvimento intelectual dos alunos, bem como os seus conhecimentos. Nos primeiros anos de escolaridade, as justificações resultam da combinação de vários processos entre os quais a perceção, as evidências empíricas e pequenas cadeias de raciocínio dedutivo (Rodrigues, 2009). Ao longo do percurso educativo, os alunos devem, então, compreender, não só quais os argumentos válidos, mas também realizar as suas justificações de modo sistemático, e saber quando experimentaram todos os casos possíveis, construindo os seus argumentos com base nesses casos (NCTM, 2008). Os alunos devem também ter consciência da importância de justificar as suas deduções, ou encontrar um suporte ou saber refutar através de evidências, conforme é referido no documento NCTM (2008).

Os alunos quando apresentam os seus métodos de resolver problemas, quando justificam o seu raciocínio à turma ou ao professor desenvolvem a sua perspicácia (Whitenack e Yackel, 2002, citado por APM, 2008). Os alunos começam a ter consciência que a atividade matemática não serve apenas para a obtenção de respostas corretas mas também para a exploração de ideias matemáticas.

O professor tem aqui um papel importante na orientação dos alunos para o apurar das principais ideias matemáticas que surgem a partir da discussão (Anghileri, 2006). Segundo Oliveira (2008), cabe ao professor a tarefa de formular questões mobilizadoras do raciocínio dos alunos, que lhes permitam desmontar mal-entendidos, completar ideias, provar afirmações, progredir na compreensão dos conceitos. O final da discussão é um momento de institucionalização das aprendizagens, em que toda a turma deve reconhecer e partilhar ideias, na qual tanto podem surgir novos procedimentos e conceitos como serem revistos e aperfeiçoados conceitos e procedimentos já conhecidos e aplicados (Canavarro, 2011).

Ponte e Sousa (2010) destacam, também, a importância da seleção e criação de tarefas adequadas às idades e aos interesses dos alunos, que exijam a reflexão, “com o intuito de os ajudar a valorizar e a usar o poder do RM” (Semana e Santos, 2004, p. 52). Desta forma, as tarefas devem ser “matematicamente ricas mas susceptíveis de ser entendidas pelos alunos” (Ponte e Sousa, 2010, p. 32) e o discurso do professor deve convidar “à participação, justificação e reflexão por parte dos alunos” (p. 32). As tarefas de exploração e as que estimulem a investigação são, à partida, as mais apropriadas para promover o desenvolvimento do RM, uma vez que na sua aplicação “temos por um lado, a formulação de conjecturas (sobre um objecto específico ou genérico), apoiada numa razão e, por outro lado, a definição de uma estratégia de teste de uma conjectura” (Ponte e Sousa, 2010, p. 31). Em contrapartida, “a memorização sem compreensão, a resolução de exercícios rotineiros e a realização de tarefas padronizadas” (Oliveira, 2008, p. 8) não são propícios ao desenvolvimento da capacidade de RM.

A nível da gestão curricular, Rodrigues (2009) refere que o tempo disponível para desenvolver o RM dos alunos, de uma forma consistente, é um dos desafios colocado ao professor, e que, segundo a autora, poderá ser alcançado abordando a gestão curricular de uma forma integrada e conectada. Oliveira (2008) destaca a importância de não se procurar “precipitar o fim do período experimental” (p. 8) na realização de tarefas matemáticas, de modo a chegar mais rapidamente à demonstração.

Capítulo 3 – Metodologia

O presente capítulo está organizado em cinco pontos. O primeiro diz respeito à natureza da investigação. O segundo reporta aos sujeitos do estudo. O terceiro refere-se às hipóteses de investigação. No quarto ponto focam-se os instrumentos de recolha de dados. Finalmente, no último ponto, é descrito o processo de tratamento de dados.

3.1. Natureza da Investigação

O presente estudo segue uma abordagem de natureza quantitativa, operacionalizada por um estudo do tipo correlacional.

Optou-se por realizar um estudo correlacional na medida em que se pretende, decorrente das questões de investigação formuladas, averiguar da existência de relação entre variáveis, concretamente: o PC e o RM. De facto, tal como refere Coutinho (2011, p. 264), os estudos correlacionais "possibilitam que o investigador estabeleça relações entre as variáveis, quantificando inclusive tais relações", situação que se verificou no presente estudo.

Segundo a mesma autora, o método (ou plano de investigação) correlacional é frequentemente utilizado para estudar problemas em educação e em outras ciências sociais como indicador estatístico "da relação para sumariar a magnitude de correlação entre as variáveis" (p. 266). Desta forma, este método é útil na medida em que procura a existência de relações possíveis entre variáveis, ajudando-nos a compreender acontecimentos, condições ou comportamentos na educação que podem estar relacionados entre si (Coutinho, 2011).

3.2. Sujeitos

Os sujeitos do estudo são alunos do 6º ano de escolaridade do 2º ciclo do ensino básico. Em seguida, caracteriza-se a população e a amostra do estudo.

3.2.1. População

A população é o grupo sobre o qual o investigador tem interesse em recolher informação e extrair conclusões (Coutinho, 2011).

A população deste estudo é constituída pelos alunos do 6º ano de escolaridade, do segundo ciclo do ensino básico, de uma escola do 2º e 3º ciclo do ensino básico, situada no distrito de Aveiro. As razões da escolha desta população residem, essencialmente, no facto da investigadora, aquando da realização deste estudo, ser professora nesta escola e estar a lecionar uma turma do 6º ano. Além disso, existia uma grande garantia de colaboração por parte dos outros professores de matemática e dos diretores de turma das restantes turmas do 6º ano, anuindo em permitir a aplicação dos instrumentos de recolha de dados nas suas aulas. A decisão da escolha desta população também se deveu ao facto de o 6º ano ser um ano terminal de ciclo.

No quadro seguinte apresenta-se a distribuição dos alunos da população (alunos do 6.º ano) por turma.

Quadro 1. Distribuição dos alunos da população por turma.

Turma	***Número de alunos***
A	21
B	27
C	21
D	22
E	27
Total	118

Pela leitura do quadro anterior verifica-se que no ano letivo 2011/2012 frequentavam o sexto ano de escolaridade, na escola EB 2,3 em causa, 118 estudantes. Constata-se ainda que 3 turmas tinham menos de 23 alunos (turmas A, C e D) e 2 turmas tinham 27 alunos (turmas E e B).

A fim de recolher dados para caracterizar os sujeitos deste estudo, e depois de ponderadas várias possibilidades para o fazer, optámos por considerar as respostas a questões do questionário realizado aos alunos e respetivos encarregados de educação no início do ano letivo (Anexo 2). Este questionário foi preenchido, pelos alunos e pelos encarregados de educação, na primeira semana de aulas, a pedido de cada diretor de turma, fazendo parte do projeto curricular de turma. Assim, no que se refere ao género, verificou-se que dos 118 alunos, 67 (56,78%) são do género feminino e 51 (43,22%) são do género masculino. Quanto à nacionalidade, existe apenas 1 aluno de nacionalidade ucraniana, sendo os restantes de nacionalidade portuguesa. Relativamente à idade, dos 118 alunos, 25 (21,19%) têm 11 anos, 72 (61,02%) têm 12 anos, 15 (12,71%) têm 13 anos, 5 (4,24%) têm 14 anos e apenas 1 (0,85%) tem 15 anos de idade.

3.2.2. Amostra

Apesar da população do estudo ser constituída por 118 alunos, decidimos que os alunos que frequentavam um currículo específico individual, ao abrigo do artigo 21º do Decreto-lei nº 3/2008, de 7 de janeiro, não participariam no estudo, dado que estes alunos realizam atividades específicas em sala de aula. Desta forma, os 4 alunos que se encontravam nesta situação, não estranharam o facto de não lhes serem aplicados os instrumentos de recolha de dados, pois desde o início do ano letivo que têm atividades diferenciadas em sala de aula. Embora aos restantes 114 alunos tenham sido administrados os instrumentos de recolha de dados, retiraram-se, *a posteriori*, os alunos que não têm o português como língua materna, bem como os alunos com necessidades educativas especiais de carácter permanente, ao abrigo do Decreto-lei nº 3/2008, de 7 de janeiro (os quais apresentam alterações funcionais no âmbito de deficiência auditiva de grau moderado, severo ou profundo; e/ou deficiência motora; e/ou deficiência mental e/ou outras limitações significativas ao nível da atividade e da participação). Optou-se por aplicar os instrumentos de recolha de dados, dado que estes alunos, habitualmente, realizam as mesmas tarefas que os restantes elementos da turma. Os resultados dos seus testes não foram tidos em conta, de forma a não enublar os resultados do estudo, decorrente das especificidades do percurso escolar dos mesmos (os quais usufruem, entre outras medidas, de adaptações no processo de avaliação). Em consequência do exposto, a amostra do estudo ficou constituída por 107 alunos. O quadro seguinte mostra o número total de sujeitos da amostra e a sua distribuição por turma a que pertencem.

Quadro 2. Distribuição dos alunos da amostra por turma.

Turma	***Número de alunos***
A	19
B	27
C	17
D	18
E	26
Total	107

Dos 107 alunos da amostra do estudo, 61 (57,01%) são do género feminino e 46 (42,99%) são do género masculino.

Quadro 3. Distribuição dos alunos da amostra segundo o género.

Género	***Número de alunos***	***Percentagem***
Feminino	61	57,01
Masculino	46	42,99
Total	107	100,00

A leitura do quadro 4 permite constatar que a idade média para os rapazes é a mesma que a obtida para as raparigas ($\overline{X}$ =11,61) sendo a moda e a mediana de 11 anos, em ambos os casos.

Quadro 4. Estatísticas sumárias para a idade dos alunos da amostra segundo o género.

Género	***Idade***			
	$\overline{X}$	DP	Mo	Md
Feminino	11,61	0,71	11,00	11,00
Masculino	11,61	0,75	11,00	11,00

É de referir que a idade mínima é de 11 anos e a idade máxima é de 14 em ambos os grupos. Pela análise do quadro seguinte podemos observar que existem apenas 2 alunos que têm 14 anos e 9 alunos que têm 13 anos. Estes alunos já têm no seu percurso escolar pelo menos uma retenção.

Quadro 5. Distribuição dos alunos da amostra segundo o género e a idade.

Idade (anos)	***Género***				***Total***	
	Feminino		***Masculino***			
	Número de alunos	Percentagem	Número de alunos	Percentagem	Número de alunos	Percentagem
11	31	50,82	24	52,17	55	51,40
12	24	39,34	17	36,96	41	38,32
13	5	8,20	4	8,70	9	8,41
14	1	1,64	1	2,17	2	1,87
Total	61	100,00	46	100,00	107	100,00

Dos alunos da amostra, 55 (51,40%) têm 11 anos, sendo 31 do género feminino e 24 do género masculino. De salientar que, dos alunos da amostra, 11 (10,28%) têm idade igual ou superior a 13 anos, sendo 6 do género feminino e 5 do género masculino.

3.3. Hipóteses de Investigação

A hipótese de investigação é um enunciado formal acerca das relações previstas entre duas ou mais variáveis. Distingue-se da questão de investigação pelo facto de que "é uma previsão de resposta para o problema de investigação" (Coutinho, 2011, p. 48).

Neste enquadramento e tendo em conta cada questão de investigação, formulámos as seguintes hipóteses de investigação:

1. Existe uma relação positiva significativa entre o nível de PC dos alunos e o seu nível de desempenho em RM.

2. Existe uma relação positiva significativa entre o nível de desempenho em RM dos alunos e o aspeto de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; (v) assunções.

3.4. Instrumentos de Recolha de Dados

Para Fortin (2003) operacionalizar uma variável é defini-la de modo a que esta possa ser observada e medida. É também atribuir-lhe significação, especificando as atividades ou operações necessárias para a medir. Para efetuar a operacionalização de uma variável deve-se precisar as definições concetuais, especificar as dimensões do conceito, identificar os indicadores empíricos e proceder à escolha ou à elaboração dos meios apropriados para a medir.

Para a recolha de dados, para medir o nível de PC e os aspetos de PC utilizámos o Teste de PC de Cornell (nível X). Para medir o nível de desempenho em RM usámos o Teste de Raciocínio Matemático (TRM) desenvolvido para o efeito, no âmbito do presente estudo.

3.4.1. Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X)

Este ponto, por questões práticas relativas a este estudo, está dividido em 4 subpontos. No primeiro faz-se a descrição do Teste de PC de Cornell (nível X). No segundo referem-se os critérios de seleção do teste. Nos últimos dois relatam-se, respetivamente, a aplicação e a cotação do teste.

3.4.1.1. Descrição

O Teste de PC de Cornell (nível X), cujo nome original é “Cornell Critical Thinking Test, Level X” é da autoria de Rober Ennis e Jason Millman (1985, citado por Tenreiro-Vieira, 2000). Os autores do teste referem que este foi construído para avaliar as capacidades de PC de um indivíduo ou grupo de alunos desde o quarto ano de escolaridade até aos primeiros anos do ensino superior. Este teste é baseado na conceção de PC de Ennis, que o define como o processo de decidir racionalmente aquilo em que acreditar ou fazer (Tenreiro-Vieira, 2000), permitindo avaliar as capacidades de PC do indivíduo ou grupo. Este é também caracterizado pelos seus autores como sendo um teste de tipo geral, pois cobre as capacidades de PC como um todo. O teste é composto por 76 itens de escolha múltipla. Cada item inclui três possibilidades de resposta em que, apenas uma é a correta. Os itens estão organizados em quatro partes. Os da primeira parte exigem que se ajuíze se um determinado facto sustenta ou não uma hipótese. Os da segunda, apelam para o ajuizar da credibilidade das observações relatadas com base, quer na origem, quer nas condições em que foram obtidas. Os da terceira parte pretendem medir a capacidade de dedução dos alunos, ao avaliarem se determinadas hipóteses podem ser consequência das afirmações feitas. Por último, os itens da quarta parte apelam ao reconhecimento de assunções, na medida em que pedem a identificação do que se toma por certo num argumento e o que serve de base à construção de raciocínios (Tenreiro-Vieira, 2004a).

Este teste permite medir os aspetos de PC: indução, observação, credibilidade, dedução e identificação de assunções. Estes são segundo os autores do teste os aspetos que se podem encontrar num teste de PC do tipo geral, como é o caso do teste proposto pelos autores. Embora se enumere separadamente os diferentes aspetos de PC medidos pelo Teste de PC de Cornell (nível X) (Ennis e Millman, 1985, citado por Tenreiro Vieira, 2000) existe entre eles, uma considerável sobreposição e interdependência que se reflete nos itens que medem mais do que um aspeto de PC como é o caso dos itens 48 e 50 que testam a observação, a credibilidade e a indução. O quadro que se segue estabelece a relação entre os aspetos de PC contemplados pelo Teste de PC de Cornell (nível X) e os itens que os testam.

Quadro 6. Relação entre os aspetos de Pensamento Crítico incluídos no Teste de Cornell (nível X) e os itens que os avaliam.

Aspetos do PC	***Itens do Teste de Cornell (nível X)***
Indução	3 - 25, 48, 50
Credibilidade	27 – 50
Observação	27 – 50
Dedução	52 – 65, 67 – 76
Assunções	67 – 76
Significado	Testado implicitamente
Juízos de Valor	….

Este quadro representa uma tentativa de simplificação e síntese. O conhecimento dos itens que testam os diferentes aspetos do PC viabiliza a sua medição. Pela observação do quadro 6 constata-se que os itens da primeira parte do teste (3 a 25) e os itens 48 e 50, correspondem à indução. A credibilidade e a observação (aspetos do PC) são medidas através dos itens incluídos na segunda parte. Os da terceira e quarta parte avaliam a dedução (52 a 76). Os itens 67 a 76, que correspondem à quarta parte, também avaliam as assunções. Através da leitura do quadro anterior, verifica-se que o teste não mede o aspeto juízo de valor. Deliberadamente, os autores do teste tomaram essa opção, para que os sujeitos não fossem criticados ou penalizados pelos seus juízos de valor políticos, económicos ou sociais. Na opinião dos autores, a decisão de também não incluir itens para medir, explicitamente, o significado, é consequência, nomeadamente, do facto deste teste se destinar a pessoas não especialmente sofisticadas. Para que o teste tivesse um tempo limitado de preenchimento e um formato de escolha múltipla, para ser facilmente cotável, optaram, também, por não incluir itens que avaliassem atitudes (Tenreiro-Vieira, 2000).

A validação deste teste para o ensino básico português foi realizada por Vieira em 1995, no âmbito da sua investigação de mestrado, uma vez que em português, o teste apenas tinha sido validado por Oliveira (1992, citado por Tenreiro-Vieira, 2000) para alunos do 11.º e 12.º ano de escolaridade e para alunos dos primeiros anos do ensino superior. O trabalho realizado por Vieira (1995) centrou-se, essencialmente, na adaptação do teste às características dos alunos do 2º ciclo do ensino básico. Neste quadro, Vieira (1995) preocupou-se, quer com a formulação dos itens, tentando assegurar um nível de leitura adequado ao ciclo mencionado, quer com a facilidade de compreensão do texto. A versão do Teste de PC de Cornell (nível X) destinado a alunos do 2º ciclo do ensino básico, comparativamente com a versão a ser usada com alunos do ensino secundário e superior, contempla algumas modificações.

A primeira modificação consiste na alteração do tempo de realização efetiva do teste que, na esteira do recomendado pelos próprios autores do teste, passou de 50 minutos para 64 minutos. Com efeito, conforme relatado por Vieira (1995), o tempo de 50 minutos revelou-se insuficiente para alunos deste nível de ensino responderem a todos os itens do teste. No tocante à administração do teste, Vieira (1995), dando continuidade ao recomendado pelos autores do teste, salienta que, nos níveis de ensino mais baixos, este deverá ser aplicado, preferencialmente, em 2 tempos letivos, em dias da semana consecutivos. Neste contexto, devem ser concedidos 20 minutos para a realização de cada uma das duas primeiras partes e 12 minutos para as últimas duas partes do teste. Em consequência dessa alteração, o teste deixou de ser apresentado num único livrete, para ser constituído por quatro partes separadas (Anexo 3). A administração do teste por partes levou à necessidade de criar também uma folha de respostas para cada parte do teste (Anexo 4). A segunda alteração foi a elaboração de um glossário (Anexo 5), a ser usado durante a execução do teste e a substituição de alguns vocábulos como "íngreme", "apeiam-se" e "tez", por "demasiado inclinado", "descem" e " pele de rosto", respetivamente. A razão que levou à substituição no teste destas palavras deveu-se ao facto destas serem desconhecidas da maioria dos alunos. A terceira alteração está relacionada com a apresentação do teste. Vieira (1995), tendo em conta as observações efetuadas, decidiu mudar o formato de apresentação do teste para folhas A4 e com carateres de maior tamanho. Decidiu, também, repetir no final de cada item da primeira parte as três opções de resposta, em vez de surgirem apenas no início de cada página. A quarta alteração diz respeito à substituição da palavra teste por "história" em todo o instrumento. Assim, na capa de cada uma das partes não aparece escrito a designação habitual do instrumento: "Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X)", tendo esta sido substituída pela designação "Desaparecimento em Nicoma", como título do teste, conforme sugerido pelo grupo de alunos a quem Vieira (1995) aplicou o teste para validar as alterações introduzidas relativamente ao original. Os critérios utilizados para a seleção do título foram a frequência com que este foi sugerido por esse grupo de alunos e a sua adequação à narrativa em que se baseia o teste (Vieira, 1995).

Também a autora Tenreiro-Vieira (2000), em complemento do trabalho efetuado por Vieira (1995), aplicou o Teste de PC de Cornell (nível X) a uma amostra constituída por alunos do quarto, quinto e sextos anos de escolaridade. No seguimento deste trabalho verificou-se que os alunos não revelaram dificuldades e que o tempo atribuído para a realização do teste era adequado. Tenreiro-

Vieira (2000) considerou, pelos resultados obtidos, que o Teste de PC de Cornell (nível X) era adequado para alunos do 4º, 5º e 6º anos de escolaridade, tendo em conta as alterações realizadas por Vieira (1995).

De salientar que o teste possui um conjunto de instruções especiais na administração aos alunos do ensino básico (Anexo 6).

3.4.1.2. Critérios de Seleção

Como até à data da realização deste trabalho de investigação, este era o único teste de PC que conhecíamos traduzido para língua portuguesa e validado para a realidade portuguesa, incluindo para alunos do 6º ano de escolaridade, tornava-se vantajosa a sua utilização em relação a outros testes de PC existentes a nível internacional, igualmente fiáveis (Follman, 2003). Assim, dado tratar-se de um teste que, segundo os autores, pode ser aplicado a alunos desde o 4º ano de escolaridade aos primeiros anos do ensino superior e validado para alunos do 2º ciclo, considerámos ser de selecionar este teste para se aplicar aos sujeitos deste estudo com o propósito de medir o nível de PC e os aspetos de PC.

Decidiu-se, ainda, optar por este teste por ser possível a sua aplicação por partes. Esta característica resolve o problema inerente ao tempo global (64 minutos) que os alunos do 2º ciclo necessitam para a sua resolução, permitindo desta forma, a sua aplicação nas áreas curriculares em mais de um tempo letivo de 45 minutos. Este é também um teste de fácil correção e a sua cotação é rápida.

3.4.1.3. Aplicação

Inicialmente, pensámos administrar o teste a todas as turmas do 6º ano numa mesma semana. Durante essa semana cada turma realizaria o teste em dois dias consecutivos, conforme instruções dos próprios autores do teste. O teste seria aplicado em dois tempos letivos, o primeiro de 90 minutos e o segundo de 45 minutos. Após análise realizada aos horários das diferentes turmas do 6º ano verificámos que existia uma incompatibilidade de horário em administrar o teste em dias consecutivos. Assim, optámos por administrar o teste de PC em dois momentos letivos, um de 90 minutos e outro de 45 minutos, no mesmo dia da semana, a cada turma. Para assegurar condições idênticas na administração do teste, na semana anterior à sua aplicação nas diferentes turmas, foi realizada uma reunião orientada pela investigadora com todos os professores que iriam aplicar o teste de PC nas diferentes turmas. Nessa reunião, os professores aplicadores tomaram conhecimento das instruções especiais e recomendações dadas pelos autores do teste, assim como dos procedimentos a adotar na administração deste teste. A aplicação do teste de PC foi realizada na semana de 16 a 20 de abril, segundo calendarização presente no quadro seguinte.

Quadro 7. Calendarização da aplicação do Teste de Pensamento Crítico aos alunos da amostra, por turma.

Turma	***Data***	***Horário***
6º A	20 de abril	14h15min – 15h45min 15h55min – 16h40min
6º B	20 de abril	10h30min – 12h00min 13h20min – 14h05min
6º C	16 de abril	8h45min – 10h15min 15h55min – 16h40min
6º D	17 de abril	10h30min – 12h00min 13h20min – 14h05min
6º E	17 de abril	8h45min – 10h15min 15h55min – 16h40min

O início da aplicação do teste começou com a distribuição aos alunos da folha de respostas relativa à primeira parte do teste, assim como o glossário. Depois de preencherem os dados de identificação pedidos nessa folha, foram lidas as instruções escritas no próprio teste e na respetiva folha de respostas. Uma vez esclarecidas todas as dúvidas surgidas, foi entregue a cada aluno o livrete referente à primeira parte do teste. Posteriormente, foram seguidas todas as instruções descritas no documento referente às instruções especiais na administração do teste a alunos do ensino básico.

No término do tempo atribuído e dado de início para a resolução da primeira parte, foi recolhida a folha de respostas e procedeu-se à distribuição da folha de respostas correspondente à segunda parte, logo seguida do respetivo livrete. No final, foram recolhidas as folhas de resposta, os livretes e o glossário. Este procedimento foi seguido para as 3ª e 4ª partes realizadas no mesmo dia, da parte da tarde, num outro tempo letivo de 45 minutos. Na sequência da aplicação do teste de PC, verificámos que os alunos não apresentaram dúvidas acerca do mesmo. Constatámos ainda que o tempo atribuído para a realização do teste foi suficiente.

3.4.1.4. Cotação

Os sujeitos do estudo usaram as quatro folhas de respostas, já mencionadas, para responderem aos itens das quatro partes do Teste de PC de Cornell (nível X). Para realizar a cotação do teste seguiram-se os procedimentos enunciados no manual do teste, conforme mencionado por Tenreiro-Vieira (2000). Assim, para cotar os testes reproduziu-se a chave correta recorrendo a quatro transparências, uma para cada parte, contendo a chave correta da resposta aos itens. Em seguida, sobrepôs-se a transparência a cada folha de respostas dos sujeitos do estudo permitindo assinalar em cada uma delas as respostas corretas e incorretas, tornando a cotação do teste mais fácil e rápida. Apesar de se ter recomendado aos alunos que realizaram o teste para não responderem ao acaso em nenhuma circunstância, o teste foi cotado de forma a introduzir um efeito de correção em relação às possíveis respostas dadas ao acaso. Isto significa que de acordo com as recomendações dos autores do teste, a cotação resultou da diferença entre o número de respostas corretas e metade do número de respostas incorretas (Tenreiro-Vieira, 2000). Refira-se que, para a cotação do mesmo, não se consideraram os 5 itens incluídos como exemplo de resposta, nem as respostas em branco. O nível de PC de um aluno ou grupo corresponde à cotação obtida no Teste de Cornell (nível X).

3.4.2. Teste de Raciocínio Matemático

Este ponto encontra-se organizado em quatro subpontos. No primeiro foca-se o trabalho realizado na conceção e produção do teste. No segundo, dá-se conta do processo de validação do teste para a amostra do estudo. Nos últimos dois relata-se, respetivamente, a administração e a cotação do teste.

3.4.2.1. Conceção e Produção

Tendo como objetivo medir o nível de desempenho em RM de alunos do sexto ano de escolaridade, foi realizada uma pesquisa de instrumentos em língua portuguesa que servissem o propósito pretendido. Decorrente disso, não encontrámos nenhum instrumento que servisse o propósito pretendido. Assim sendo, optámos por construir, no âmbito do presente estudo, um teste de RM para medir o nível de desempenho em RM dos alunos do estudo.

Para a conceção deste teste baseámo-nos nas provas de aferição de matemática e nos relatórios dessas provas desde o ano de 2008 até ao ano de 2011, inclusive. A escolha das provas de aferição relativas a estes anos justifica-se pelo facto de só a partir do ano letivo de 2008 ter sido elaborado e divulgado pelo Ministério da Educação o relatório de cada prova de aferição do 2º ciclo do ensino básico, onde são identificados os aspetos da competência matemática avaliados em cada item. Nestes relatórios, disponíveis no sítio do GAVE, encontram-se identificados todos os itens de cada prova de aferição (PA) que avaliam a capacidade de RM. Assim, com a finalidade de constituir um banco de itens para construir o TRM, fizemos um levantamento dos itens focados, exclusivamente em RM, nas provas de aferição realizadas de 2008 a 2011, inclusive. Com efeito, ao tomar a decisão de não ser a investigadora a construir os itens a integrar no TRM, mas sim usar itens das provas de aferição cujos relatórios indicam avaliarem exclusivamente a capacidade de RM, procurou-se criar condições que assegurassem a validade do teste, na medida em que utilizaríamos apenas itens, já devidamente validados, que avaliam a capacidade de RM.

Nesse sentido, foi elaborada uma tabela (Anexo 7), a qual apresenta uma compilação de todos os itens das provas de aferição que avaliam exclusivamente esta capacidade, evidenciando-se, para cada item, o ano da prova aferida da qual faz integrante, bem como o tema matemático em que se insere. Esta tabela inclui ainda informação acerca do tempo de resposta estimado para cada item e o respetivo índice de dificuldade.

Para estabelecer o tempo estimado de resposta ao item, o conjunto de itens foi aplicado, pela investigadora, a cinco alunos, escolhidos aleatoriamente, de uma turma de 6º ano de uma escola do distrito de Coimbra, decorrente de facilidade de contato da investigadora com a professora de matemática da turma. No contexto da administração deste conjunto de itens a estes alunos, a investigadora anotou o tempo de realização de cada item por cada aluno. Para apoiar a construção do TRM, decidimos tomar como referência, e escrever na coluna “tempo estimado de resposta ao item” na tabela constante do anexo 7, o valor correspondente ao tempo máximo usado por um dos cinco alunos para responder ao item.

O índice de dificuldade de cada item está relacionado com a percentagem de respostas corretas dadas a esse item, conforme informação constante nos relatórios das provas de aferição. Com base em tal informação, a investigadora classificou cada item quanto ao grau de dificuldade, considerando três grupos: (1) itens de grau de dificuldade baixo; (2) itens de grau de dificuldade médio; e (3) itens de grau de dificuldade elevado. Foram classificados no grupo 1 (grau de dificuldade baixo) todos os itens para os quais foi registada uma percentagem de respostas corretas superior ou igual a 70%. Foram classificados como itens de grau de dificuldade médio todos aqueles para os quais, no relatório das provas de aferição era mencionada uma percentagem de respostas corretas igual ou superior a 50% e inferior a 70%. Foram classificados como itens de grau de dificuldade elevado todos os itens para os quais foi registada uma percentagem de respostas corretas inferior a 50%.

A construção desta tabela síntese, tendo em conta, em particular, os relatórios das provas de aferição, teve como principal objetivo organizar informação acerca de cada item para posteriormente estabelecer critérios para a seleção de itens a integrar no TRM. Isto, porque se considerou que a seleção dos itens a integrar no teste devia atender a aspetos como o tempo de resposta e índice de dificuldade estabelecidos para cada item em conjugação com outros aspetos como o tempo de realização do teste e a percentagem de itens a incluir por tema matemático (números e operações, geometria, álgebra e organização e tratamento de dados).

Procurámos saber, também, se algum dos itens integrados na tabela acima referida (banco de itens) (Anexo 7) havia já sido resolvido por sujeitos envolvidos na investigação, na sequência de fichas de avaliação, fichas de trabalho ou outras tarefas realizadas em sala de aula. Para tal, a investigadora inquiriu os professores de matemática dos alunos das turmas envolvidas no estudo. Após este trabalho, verificámos que dois deles (ambos integrados no tema matemático geometria) – o item 18 da PA de 2008 e o item 10 da PA de 2009 – haviam já sido resolvidos nas aulas de matemática por alguns sujeitos do estudo, concretamente pelos alunos da turma do 6ºB.

Assim sendo, considerou-se que esses itens não deveriam ser selecionados para criar condições de maior equidade entre os alunos na realização do teste. Por conseguinte, tais itens estão identificados no banco de itens como itens a não selecionar (tabela constante do Anexo 7), tendo sido, para tal, marcados a cinza escuro.

Foi ainda averiguado se até à data prevista para a aplicação do TRM (3º período) haveria algum item relativamente ao qual os alunos envolvidos no estudo não reuniriam condições para lhe responder, decorrente de o conteúdo subjacente ao mesmo ainda não ter sido abordado nas aulas de matemática. Com esse propósito, em reunião de departamento de matemática, foi feita uma análise da planificação de matemática relativamente ao 5º e 6º anos de escolaridade (Anexo 8). Na sequência de tal procedimento, considerou-se que os itens 20, 16, 7 e 13 das provas de aferição de, respetivamente, 2008, 2009, 2010 e 2011 (todos focados no tema matemático números e operações), não deveriam integrar o TRM, dado o conteúdo matemático a mobilizar para responder a estes itens estar previsto ser abordado, em sala de aula, no terceiro período do ano letivo

2011/2012, conforme planificação em anexo (Anexo 8). Assim e para assinalar tais itens como a não selecionar para o TRM, estes no banco de itens (tabela constante no Anexo 7) estão marcados a cinza claro.

Tendo em conta a sequência dos procedimentos focados anteriormente, eram 22 os itens passíveis de serem selecionados para integrar o TRM, conforme evidencia o quadro seguinte, tendo em conta o tema matemático subjacente ao item e o ano da PA em que se insere.

Quadro 8. Número de itens passíveis de serem integrados no Teste de Raciocínio Matemático por tema e por ano da Prova de Aferição em que se inserem.

	Tema matemático				
Ano	***Números e operações***	***Álgebra***	***Geometria***	***Organização e tratamento de dados***	***Total***
2008	2 (3)	1 (1)	1 (2)	1 (1)	5 (7)
2009	1 (2)	1 (1)	1 (2)	2 (2)	5 (7)
2010	2 (3)	1 (1)	3 (3)	0 (0)	6 (7)
2011	2 (3)	1 (1)	2 (2)	1 (1)	6 (7)
Total	7 (11)	4 (4)	7 (9)	4 (4)	22 (28)

Nota: Para cada ano e para cada tema foi escrito entre parêntesis o número total de itens de cada prova de aferição focados exclusivamente no RM.

Nesta fase, tomaram-se algumas decisões acerca do (i) tempo de realização do teste e (ii) número de itens a integrar no mesmo e critério(s) de seleção dos mesmos. No que diz respeito ao tempo de realização do TRM, estabelecemos que o teste devia ser implementado num tempo letivo de 90 minutos. Esta opção deveu-se ao facto de os alunos estarem habituados a realizar fichas de avaliação em tempos letivos de 90 minutos. Considerámos que desses 90 minutos iria ser necessário usar 15 minutos para os aplicadores fazerem a chamada, para os alunos preencherem o cabeçalho do teste e para os aplicadores fazerem a leitura das instruções gerais do teste aos alunos e esclarecerem eventuais dúvidas surgidas. Assim, descontando esse tempo aos 90 minutos, o tempo para a realização do teste foi estabelecido em 75 minutos. Segundo Ribeiro (1999), o tempo concedido para a realização do teste deverá ser alargado, mas não exagerado, uma vez que "é a capacidade de resposta que está em causa e não a velocidade da resposta" (p. 129).

Estabelecido o tempo de realização do teste, avançou-se para a determinação do número de itens a integrar no teste. Para decidir quantos itens incluir no TRM por tema matemático analisámos, inicialmente, o número de itens focados exclusivamente no RM, que integravam as várias provas de aferição, nos diferentes temas. As percentagens indicadas no quadro seguinte dizem respeito ao número de itens de cada tema matemático, em cada PA, relativamente ao número total de itens que avalia exclusivamente o RM.

Quadro 9. Percentagem de itens focados exclusivamente no Raciocínio Matemático, por tema matemático e por ano da Prova de Aferição.

	Ano da PA			
Tema matemático	***2008***	***2009***	***2010***	***2011***
Álgebra	14%	14%	14%	14%
Geometria	29%	29%	43%	29%
Números e operações	43%	29%	43%	43%
Organização e tratamento de dados	14%	29%	0%	14%

A percentagem mais frequente registada para cada tema matemático nas diferentes provas de aferição foi tomada como referência para a percentagem do total de itens a incluir no teste, por tema.

Tendo em consideração que o tempo de realização do teste é de 75 minutos, no qual os alunos devem responder à totalidade dos itens (100%), e a percentagem de referência de itens por tema (conforme quadro acima), considerámos usar um raciocínio proporcional para estabelecer o tempo de referência de resposta para o conjunto de itens a integrar no teste por tema matemático. Por conseguinte, estabeleceu-se como tempo de referência de resposta para os itens de cada um dos temas matemáticos (i) números e operações, (ii) geometria, (iii) álgebra e (iv) organização e tratamento de dados, respetivamente, 32, 21, 11 e 11 minutos.

Estabelecido o tempo de referência para a realização do conjunto de itens de cada tema, para definir o número de itens a incluir no teste e para proceder à sua seleção, procurámos fazê-lo em conjugação com os seguintes aspetos: (i) tempo de resposta estimado para cada item e (ii) respetivo índice de dificuldade. Para tal, foi elaborado um quadro síntese que mostra, por ano de PA e por tema matemático, o grau de dificuldade e o tempo de resposta estimado para cada item.

Quadro 10. Índice de dificuldade e tempo estimado de resposta a cada item focado no Raciocínio Matemático, por tema e por ano da Prova de Aferição.

Ano PA	***Números e operações***			***Geometria***			***Álgebra***			***Organização e tratamento de dados***		
	Índice de dificuldade dos itens			Índice de dificuldade dos itens			Índice de dificuldade dos itens			Índice de dificuldade dos itens		
	Baixo	Médio	Elevado	Baixo	Médio	Elevado	Baixo	Médio	Elevado	Baixo	Médio	Elevado
2008		19 (4min)	15 (7min)			12 (7min)			10 (6min)	4.2 (3min)		
2009			2 (7min)			1.1 (2min)		19 (4min)		4.1 (4min)		22 (6min)
2010		16 (5min)	19 (3min)	18 (1min) 21 (1min)	4.2 (2min)		24 (4min)					
2011			19.1 (4min) 19.2 (4min)	4.3 (1min) 17 (1 min)				16.2 (4min)		9.3 (4min)		

Nota: Para cada ano, tema e índice de dificuldade dos itens, estes foram distribuídos por índice de dificuldade, registando entre parêntesis o respetivo tempo estimado de resposta.

Após a elaboração deste quadro, analisámos o tempo de referência para responder ao conjunto de itens de cada tema matemático e o respetivo tempo de resposta estimado.

Quadro 11. Tempo de referência e tempo de resposta estimado para responder ao conjunto de itens focados no Raciocínio Matemático por tema matemático.

Tema matemático	***Tempo de referência***	***Tempo estimado de resposta***
Números e operações	32 min	34 min
Geometria	21 min	15 min
Álgebra	11 min	18 min
Organização e tratamento de dados	11 min	17 min
Total	**75 min**	**84 min**

Verificámos que, considerando todos os itens em função do respetivo tempo estimado de resposta, seriam necessários 84 minutos para responder ao teste, considerando todos os itens. Isto significaria que ultrapassaríamos em 9 minutos o tempo estabelecido para a realização do teste. Após o estudo realizado, equacionámos não eliminar nenhum item, deixando essa opção para depois da aplicação piloto do TRM. Nessa aplicação seria também averiguado se o tempo (15 minutos) previsto para a chamada dos alunos, leitura das instruções e esclarecimento de dúvidas seria adequado, assim como, se os 75 minutos seriam ou não suficientes para realizar o teste. Assim, optámos por aplicar a uma parte da amostra piloto uma versão com todos os itens referidos anteriormente; e aplicar à outra parte da amostra piloto, uma versão com menos dois itens, cada um deles focado num dos temas matemáticos: álgebra e organização e tratamento de dados. O total do tempo estimado de realização destes itens totalizaria 9 minutos, pelo que o tempo estimado de realização para esta versão do teste seria de 75 minutos. A escolha destes dois itens deveu-se ao facto de já terem sido eliminados itens dos dois outros temas matemáticos, números e operações e geometria, por dois deles já terem sido realizados pelos alunos do 6ºB e outros por requererem conteúdo cuja abordagem ainda não teria ocorrido à data prevista para a realização do teste. Desta forma, para não penalizar a saída de mais itens nestes dois temas matemáticos, os dois itens a excluir pertenceriam aos outros dois temas (álgebra e organização e tratamento de dados). Para cada um destes temas matemáticos existiam 4 itens passíveis de integrarem o teste. Assim, decidimos eliminar o mesmo número de itens em cada um dos temas matemáticos, sendo que os únicos itens, cujo total do tempo estimado de realização totalizaria 9 minutos, eram os itens 4.2 (organização e tratamento de dados) e 10 (álgebra) da PA de 2008.

Na sequência das decisões tomadas, uma das versões do TRM a aplicar aos alunos da amostra piloto, (versão A), é constituída por 22 itens, 7 (32%) do tema números e operações, 7 (32%) do tema geometria, 4 (18%) do tema álgebra e 4 (18%) do tema organização e tratamento de dados. Esta versão encontra-se no apêndice A. A outra versão do teste a aplicar a outros alunos da amostra piloto, (versão B), é constituída por 20 itens, 7 (35%) inserem-se no tema números e operações, 7 (35%) no tema geometria, 3 (15%) no tema álgebra e 3 (15%) no tema organização e tratamento de dados; esta versão está presente no apêndice B. As duas versões incluem itens de seleção e de construção.

Selecionados os itens para cada versão do teste, procedemos à composição da versão A e da versão B. Em cada uma delas, na capa são solicitados dados de identificação do aluno, tais como: género, idade e escola a que pertencem. Para efeitos de facilitar a introdução e a análise dos dados, cada teste é identificado com um número convencional, dado previamente a cada professor aplicador. A primeira página inclui as instruções gerais do teste. A título ilustrativo, tais instruções informam os alunos sobre o material necessário para a sua realização e a forma como devem proceder caso pretendam alterar uma resposta.

Na disposição dos itens optámos por: (i) agrupá-los segundo o tema matemático e (ii) sequenciá-los por ordem crescente de índice de dificuldade. Segundo Ribeiro (1999) “a passagem brusca e constante para perguntas de grau de dificuldade muito diferente não contribui para um ritmo favorável do aluno” (p. 130). Acrescente-se ainda que, segundo a mesma autora, o aluno deve passar de uma pergunta para a seguinte sem dificuldade, ou seja, as perguntas devem estar agrupadas segundo o mesmo objetivo e tema (Ribeiro, 1999).

Nos quadros seguintes encontram-se identificados os itens que integram cada uma das versões do TRM, aplicadas a alunos da amostra piloto, de acordo com a sequência em que surgem na mesma.

Quadro 12. Descrição da versão A do Teste de Raciocínio Matemático.

Tema matemático	***Ano PA***	***Item***	***Índice de Dificuldade***	***Tempo estimado de resposta (min)***
Números e operações	2008	19	Médio	4
	2010	16	Médio	5
	2008	15	Elevado	7
	2009	2	Elevado	7
	2010	19	Elevado	3
	2011	19.1	Elevado	4
	2011	19.2	Elevado	4
Geometria	2010	18	Baixo	1
	2010	21	Baixo	1
	2011	4.3	Baixo	1
	2011	17	Baixo	1
	2010	4.2	Médio	2
	2008	12	Elevado	7
	2009	1.1	Elevado	2
Álgebra	2010	24	Baixo	4
	2009	19	Médio	4
	2011	17	Médio	4
	2008	10	Elevado	6
Organização e tratamento de dados	2008	4.2	Baixo	3
	2009	4.1	Baixo	4
	2011	9.3	Baixo	4
	2009	22	Elevado	6
Total				**84**

Quadro 13. Descrição da versão B do Teste de Raciocínio Matemático.

Tema matemático	*Ano PA*	*Item*	*Índice de Dificuldade*	*Tempo estimado de resposta (min)*
Números e operações	2008	19	Médio	4
	2010	16	Médio	5
	2008	15	Elevado	7
	2009	2	Elevado	7
	2010	19	Elevado	3
	2011	19.1	Elevado	4
	2011	19.2	Elevado	4
Geometria	2010	18	Baixo	1
	2010	21	Baixo	1
	2011	4.3	Baixo	1
	2011	17	Baixo	1
	2010	4.2	Médio	2
	2008	12	Elevado	7
	2009	1.1	Elevado	2
Álgebra	2010	24	Baixo	4
	2009	19	Médio	4
	2011	17	Médio	4
Organização e tratamento de dados	2009	4.1	Baixo	4
	2011	9.3	Baixo	4
	2009	22	Elevado	6
Total				**75**

Relativamente ao formato do teste, tivemos a preocupação de deixar o espaço em branco suficiente, entre os itens, para os alunos darem a resposta a cada item na própria folha do teste.

3.4.2.2. Validação

Concluída a fase anteriormente descrita, de modo a proceder à validação das duas versões do TRM, antes da aplicação à amostra piloto, as duas versões do TRM seguiram para uma equipa de peritos: uma professora, mestre em matemática, com experiência na formação inicial e contínua de professores e co-autora, por convite da Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), de materiais de apoio ao professor no âmbito da implementação do novo programa de matemática; uma professora de matemática do 2º ciclo do ensino básico, a frequentar um mestrado em didática da matemática e um professor de matemática do 2º ciclo.

A escolha destes peritos teve por base o conhecimento e a experiência destes nas áreas da educação matemática e do ensino da matemática no ensino básico. Os professores deste painel foram contactados pessoalmente no sentido de realizarem uma apreciação crítica ao processo de conceção do instrumento. A um dos peritos, concretamente a professora, mestre em matemática, foi-lhe enviada uma carta a pedir a sua apreciação crítica a todo o processo de conceção do instrumento (Apêndice D), dado que no momento a mesma não se encontrava no país. A cada um dos peritos foram disponibilizados os seguintes documentos: as duas versões do teste construídas; um documento que descreve o processo de construção do teste e o manual do aplicador elaborado, presente no apêndice E. Disponibilizámos ainda uma folha para os mesmos registarem a sua apreciação crítica, bem como comentários e sugestões.

À equipa de peritos foi solicitada uma apreciação crítica, focando os seguintes aspetos: (i) decisões tomadas para constituir o banco de itens – selecionar itens das PA focados no RM ao invés de os elaborar; (ii) aspetos considerados na identificação e caracterização dos itens que constituem o banco de itens; (iii) procedimentos seguidos para estabelecer, para cada item, o "grau de dificuldade" e o "tempo de resposta estimado"; (iv) procedimentos seguidos e decisão tomada de marcar, no banco de itens, como itens a não incluir, aqueles relativamente aos quais se apurou que (1) já tinham sido resolvidos nas aulas de matemática por alguns sujeitos do estudo ou (2) requeriam a mobilização de conteúdo matemático a ser abordado após a data prevista para a realização do teste; (v) critérios e procedimentos usados na seleção dos itens (quantos por tema e quais) a integrar em cada versão do TRM (versão A e versão B); (vi) organização, composição e arranjo de cada uma das versões do TRM; e (vii) relevância e clareza da informação constante no manual do aplicador e respetiva organização e arranjo gráfico.

De um modo global, a apreciação crítica da equipa de peritos foi francamente positiva, considerando adequada e válida a decisão de constituir o banco de itens com questões de provas de aferição, dado que são provas elaboradas a nível nacional por equipas de professores constituídas para o efeito, identificando os aspetos da competência matemática avaliados em cada item. Os aspetos considerados na identificação e caracterização dos itens que constituem o banco de itens foram, na opinião do painel de peritos, totalmente adequados. Consideraram ainda que os critérios e procedimentos usados na seleção dos itens foram totalmente adequados, tendo em conta o peso relativo que os temas e as capacidades têm no 2º ciclo, conforme o atual programa de matemática do ensino básico.

Relativamente ao manual do aplicador, consideraram ser um documento bastante completo e totalmente ajustado aos objetivos do estudo. Foram sugeridas algumas orientações para a organização dos itens em cada uma das versões do TRM. Apesar da sequência dos itens ter sido considerada conjuntamente com o tema matemático e grau de dificuldade identificado pelo GAVE, foi sugerido que os itens fossem agrupados usando como critério o formato de resposta (itens de seleção/itens de construção), associando todos os itens do mesmo tipo. Decidimos analisar com pormenor a disposição dos itens nas diferentes provas de aferição, não encontrando qualquer critério de organização entre os itens. Desta forma, contactámos o GAVE, a fim de conhecer qual o critério por eles utilizado na organização dos itens. Na sequência deste contacto, tomámos conhecimento de que não existia um critério específico na organização dos itens; havia apenas a preocupação de alternar os itens segundo (i) as quatro áreas de conteúdo (Números e Cálculo, Geometria, Estatística e Probabilidades, e Álgebra e Funções), (ii) os quatro aspetos da competência matemática (Conceitos e Procedimentos, Raciocínio Matemático, Resolução de Problemas e Comunicação Matemática) e (iii) o formato de resposta (itens de seleção e itens de construção). Como no TRM, apenas é avaliado um dos quatro aspetos da competência matemática (RM), decidimos não utilizar o critério adotado pelo GAVE e optámos por organizar os itens, indo ao encontro da sugestão do painel de juízes, observando recomendações de alguns autores, conforme revisão de literatura feita sobre o assunto. Assim, agrupámos os itens segundo o tema matemático associando a esse critério o grau de dificuldade. Após esta distribuição, já previamente realizada, os itens foram agrupados de acordo com o formato de resposta, juntando todos os itens do mesmo tipo – de escolha múltipla, de resposta curta, de completamento e de resposta aberta, como sugere Santánna (2002). Assim, tendo em conta a sequenciação dos itens optámos por colocar o item 17 da PA de 2011 junto do item 18 da PA de 2010, dado que ambos pertencem ao mesmo tema matemático e são itens com o mesmo formato de resposta (resposta curta).

Terminada esta fase, estava-se em condições de ensaiar a administração das versões (A e B) do teste a uma amostra piloto, constituída por alunos do 6º ano de escolaridade. Dos 25 alunos que constituíam a amostra piloto, 13 (52,00%) são raparigas e 12 (48,00%) são rapazes. A idade média, em anos, dos alunos é de 11,10. A turma que constituiu a amostra piloto pertence a uma escola do 2º e 3º ciclo do ensino básico do distrito de Aveiro. A razão da escolha de uma turma desta escola decorre de facilidade de contato e cooperação entre a investigadora e a docente de matemática da turma que constituiu a amostra piloto, o que garantiu a sua colaboração, anuindo na aplicação do TRM à sua turma. A aplicação do teste (versão A e versão B) à amostra piloto foi realizada no dia 13 de abril de 2012 e teve como principal finalidade verificar a adequação do tempo de realização de 75 minutos para cada versão do teste.

Assim, na administração de ambas as versões do teste a esta amostra piloto ensaiou-se como tempo de realização do mesmo um tempo de 75 minutos. Conforme pretendido, parte dos alunos da turma (13 alunos) resolveu a versão A e a outra parte (12 alunos) resolveu a versão B. A escolha dos alunos para realizar cada uma das versões do teste foi feita de forma aleatória. Durante o intervalo de tempo em que decorreu a realização do teste (versão A e versão B), procedemos ao registo de dificuldades, de comentários e observações feitas pelos alunos. No final e com o objetivo de clarificar comentários efetuados, nomeadamente quanto à adequação do tempo de realização de cada versão do teste, foram colocadas algumas questões aos sujeitos. Na sequência deste trabalho, verificou-se que os alunos, na sua maioria, resolveram o teste no tempo estabelecido (75 minutos). Constatou-se ainda, que os alunos que realizaram a versão B (20 itens), terminaram mais cedo que os alunos que realizaram a versão A (22 itens). Considerou-se que o tempo atribuído para a realização da versão A do teste era suficiente, dado que todos os alunos conseguiram terminar o teste antes do tempo limite.

Depois da aplicação de ambas as versões do teste à amostra piloto, e em função do observado relativamente à adequação do tempo, tomámos a decisão de que a versão final do TRM seria constituída pelos itens da versão A aplicada à amostra piloto.

Após a revisão do TRM e sua aplicação à amostra piloto, optou-se também por alterar o vocábulo “teste” por “questionário” na primeira página do TRM (Apêndice C). Os motivos de tal opção prendem-se com o criar condições semelhantes às que existiram no teste de PC, dado que neste também não aparecia a palavra teste. Desta forma, procuramos evitar nervosismo e inquietação por parte dos sujeitos na realização do teste.

Em suma e decorrente do exposto, a versão final do TRM, aplicado aos alunos do estudo, ficou constituída por 22 itens (os que constituíam a versão A). O item 17 de 2001 ficou colocado junto ao item 18 de 2010 dado que ambos pertencem ao mesmo tema matemático e apresentam o mesmo formato de resposta. O vocábulo “teste” foi, também, alterado pelo vocábulo “questionário”.

3.4.2.3. Administração

De acordo com recomendações de autores e organismos, como por exemplo, as referências do GAVE para a realização das provas de aferição, equacionámos, inicialmente, aplicar o teste a todas as turmas no mesmo dia, ao mesmo tempo letivo. Por incompatibilidade de horário das turmas envolvidas tornou-se impossível aplicar o teste à mesma hora a todas elas. Assim, optámos por administrar o teste no mesmo dia, mas em dois momentos distintos: três turmas realizariam o teste no período da manhã (das 10h30min às 12h00min) e as duas turmas restantes realizariam o teste no período da tarde (das 14h15min às 15h45min).

Na semana anterior à da aplicação do TRM, foi promovida pela investigadora uma reunião preparatória com os professores aplicadores, no sentido de aferir os procedimentos a adotar no desempenho do papel de aplicador do TRM. Foi-lhes explicado o objetivo do trabalho e o quanto se tornava imprescindível e preciosa a sua colaboração. Nessa reunião foi analisado pormenorizadamente o manual do aplicador, para que todos os docentes seguissem os mesmos procedimentos aquando da aplicação do teste. É de realçar que todos os docentes se mostraram recetivos e disponíveis para colaborar.

O TRM foi aplicado a todos os alunos da amostra do estudo no dia 27 de abril, num tempo letivo de 90 minutos, segundo o horário presente no seguinte quadro:

Quadro 14. Calendarização da aplicação do Teste de Raciocínio Matemático aos alunos da amostra por turma.

Turmas	***Horário***
6º A	14h15min – 15h45min
6º B	10h30min – 12h00min
6º C	14h15min – 15h45min
6º D	10h30min – 12h00min
6º E	10h30min – 12h00min

Devido à impossibilidade de a investigadora estar presente, em contexto de sala de aula, aquando da aplicação do TRM na turma, estes foram entregues ao professor titular da turma no intervalo anterior à sua aplicação, de modo a prevenir que os alunos tivessem algum contacto com o teste antes da sua realização. A cada docente foi entregue um envelope com o número de exemplares do TRM necessário e, ainda, o manual do aplicador. Para uma melhor caracterização da fase de recolha de dados foi disponibilizada aos docentes aplicadores uma folha de registo de aplicação do TRM, que teve como principal finalidade o relato das ocorrências constatadas ao longo da realização do mesmo.

No contexto da aplicação do TRM, os alunos começaram por receber o TRM do aplicador, professor da turma, preenchendo os dados solicitados na primeira página do teste. Posteriormente, foram lidas as instruções gerais do referido teste e esclarecidas todas as dúvidas surgidas. No término do tempo atribuído para a realização do teste, este foi recolhido por cada aplicador que, depois entregou todos os testes, num envelope preparado para o efeito, à investigadora, assim como a folha de registo de aplicação do teste devidamente preenchida.

3.4.2.4. Cotação

Para efetuar a cotação do Teste de RM foi elaborado um guião denominado Critérios Gerais de Correção (Apêndice F), indicando a cotação adotada e o nível de desempenho do aluno para cada item do teste. É de realçar que a valorização relativa dos temas matemáticos depende da tipologia, grau de dificuldade e tempo estimado de resposta a cada item. O quadro seguinte apresenta a valorização relativa dos temas.

Quadro 15. Valorização relativa dos temas matemáticos no Teste de Raciocínio Matemático.

Números e operações	*Geometria*	*Álgebra*	*Organização e tratamento de dados*
40%	25%	20%	15%

Nos itens cujo grau de dificuldade é baixo, dependendo do tema matemático e do tempo estimado para a sua resolução, a cotação atribuída é de 2, 3 ou 5 pontos. Os itens cujo grau de dificuldade é médio têm como cotação 4 ou 5 pontos. Nos itens cujo grau de dificuldade é elevado, dependendo do tema matemático e tempo estimado de resposta, a sua cotação pode ser 6 ou 7 pontos. A cotação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais de classificação apresentados para cada item, previsto no guião Critérios Gerais de Correção.

Deve ser atribuída a cotação de 0 pontos a respostas ilegíveis. Para efetuar a cotação do teste não devem ser tomados em consideração erros: (i) linguísticos, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta; (ii) na utilização da linguagem simbólica matemática; (iii) resultantes de o aluno copiar mal os dados referentes a um item, desde que esses erros não afetem a estrutura ou o grau de dificuldade do item. Nos itens de escolha múltipla, a cotação total do item é atribuída às respostas que apresentem, de forma inequívoca, a única opção correta. São atribuídos zero pontos a respostas em que seja assinalada uma opção incorreta ou mais do que uma opção. Nos itens de resposta curta, as respostas corretas são classificadas com a cotação total do item e as respostas incorretas são classificadas com zero pontos. Nestes casos, não há lugar a pontuações intermédias. Nos itens de resposta aberta existem os critérios gerais de classificação por níveis de desempenho. Desta forma, neste documento, indica-se uma descrição para cada nível e a respetiva cotação. No preenchimento da grelha de respostas, deve ser atribuído o código X sempre que o aluno não responda nem desenvolva qualquer trabalho, de forma a responder à questão, ou refira “já não tenho tempo” ou “não sei”.

Todo o processo de correção e de cotação do teste foi feito, exclusivamente, pela investigadora, de modo a evitar discrepâncias nas correções. Foram elaboradas grelhas de correção do teste para cada turma (Apêndice G).

3.5. Tratamento Estatístico

Segundo Fortin (2009), uma vez colhidos os dados é preciso organizá-los tendo em vista a sua análise e tratamento. Tal como a literatura recomenda, começámos por realizar uma análise preliminar dos dados, recorrendo a procedimentos de estatística descritiva, dado que era nossa pretensão "obter uma primeira leitura dos dados capaz de dar uma ideia acerca da dispersão, forma e estrutura da distribuição" (Coutinho, 2011, p. 132). Foram aplicadas como medidas descritivas, estatísticas de frequência absolutas e relativas e como medidas de tendência central, a média, a moda e a mediana. Como medidas de variabilidade das distribuições das variáveis, adotámos o desvio padrão, os mínimos e os máximos. Referia-se que, procedimentos de estatística descritiva foram também utilizados, no capítulo anterior, na caracterização da população e da amostra.

Antes de avançar na escolha dos testes estatísticos que permitem testar as hipóteses de investigação formuladas, ponderámos a utilização de técnicas estatísticas a usar, as quais podiam ser paramétricas ou não paramétricas (Coutinho, 2011). Tal baseou-se em pressupostos básicos que fundamentam a decisão na utilização dos respetivos testes. Os testes paramétricos são considerados mais poderosos (maior capacidade de detetar diferenças) do que os testes não paramétricos e por isso, sempre que possível devem ser utilizados em dados quantitativos. Na técnica estatística paramétrica são exigidas condições, entre elas: (1) a escala de medida da variável cujos dados vamos analisar ter de ser, no mínimo, intervalar; (2) haver independência de observações; (3) haver normalidade, ou seja a distribuição dos dados deverá aproximar-se da distribuição normal. Sempre que todos os pressupostos para a utilização de testes paramétricos não possam ser satisfeitos, deve-se optar por testes não paramétricos.

Dado que as variáveis em estudo, nível de PC, aspetos de PC: (i) indução, (ii) credibilidade, (iii) observação, (iv) dedução e (v) assunções e nível de desempenho em RM, satisfazem as duas primeiras condições atrás referidas (medição através de escala de intervalo e independência das observações) fez-se uma análise à normalidade das distribuições. Para tal, a partir da determinação de dois coeficientes estatísticos (coeficiente de assimetria ou grau *skewness* e coeficiente de achatamento ou curtose) e do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, com correção de Lilliefors, foi possível calcular os desvios mais frequentes e aferir da normalidade das distribuições. O cálculo do coeficiente de assimetria permitiu avaliar o afastamento à simetria da curva normal, assumindo o valor zero quando a distribuição de frequências da amostra é completamente simétrica e, podendo assumir, também, valores diferentes de zero (valores positivos – assimetria positiva ou valores negativos – assimetria negativa). O cálculo do coeficiente de achatamento ou curtose permitiu analisar o grau de achatamento e afunilamento da curva que descreve a distribuição. A distribuição normal tem uma curtose com um valor zero e diz-se mesocúrtica. A curtose pode tomar valores positivos para a distribuição leptocúrtica, e negativos para a distribuição platicúrtica. Calcularam-se, inicialmente, os coeficientes de assimetria e curtose das variáveis: nível de PC e nível de desempenho em RM dos sujeitos envolvidos no estudo.

Quadro 16. Coeficiente de assimetria e curtose para o Pensamento Crítico e para o Raciocínio Matemático dos alunos da amostra.

	Coeficiente de assimetria	***Curtose***
Pensamento Crítico	-1,182	-0,423
Raciocínio Matemático	-0,653	-0,158

Através da leitura do quadro anterior, podemos observar que o coeficiente de assimetria toma um valor negativo tanto para o PC como para o RM dos sujeitos da amostra. Uma curva de desvio negativo implica a existência de resultados muito baixos, embora a maioria dos sujeitos da amostra tenha apresentado resultados médios/altos (Coutinho, 2011). Assim, as distribuições são assimétricas negativas. Os valores dos coeficientes de curtose obtidos, para o PC e RM dos sujeitos da amostra, permitem concluir que as curvas das distribuições são simétricas e chatas.

Posteriormente, calcularam-se os coeficientes de assimetria e curtose para cada um dos aspetos de PC: indução, credibilidade, observação, dedução e assunções.

Quadro 17. Coeficiente de assimetria e curtose para os aspetos de Pensamento Crítico dos alunos da amostra.

Aspeto de Pensamento Crítico	***Coeficiente de assimetria***	***Curtose***
Indução	-0,369	-0,402
Credibilidade	-0,362	0,066
Observação	-0,362	0,066
Dedução	0,099	-0,262
Assunções	-0,144	-0,688

Através da leitura do quadro anterior, podemos observar que o coeficiente de assimetria toma um valor negativo para os aspetos de PC: (i) indução, (ii) credibilidade, (iii) observação e (iv) assunções. Desta forma, as distribuições atrás referidas são assimétricas negativas. Para o aspeto de PC dedução, o coeficiente de assimetria toma um valor positivo, sendo a distribuição assimétrica positiva. Os valores dos coeficientes de curtose, para os aspetos de PC: (i) indução, (ii) dedução e (iii) assunções, permitem concluir que as curvas das distribuições são platicúrticas. Os valores dos coeficientes de curtose calculados, para os aspetos de PC: (i) credibilidade e (ii) observação, permitem concluir que as distribuições são leptocúrticas.

De forma a confirmar a normalidade das distribuições, para as variáveis PC e RM, foi também realizado o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov com a correção de Lilliefors. Este teste à normalidade é baseado na definição de função de distribuição normal, sendo medidos os desvios de distribuição empírica face à primeira. O teste compara as distâncias, em valor absoluto, entre a função de distribuição empírica e a função de distribuição de probabilidade teórica. Convencionalmente, níveis de significância superiores a 0,05 neste teste indicam que as distribuições em causa são do tipo normal. Adotou-se este nível de significância por ser amplamente reconhecido como convenção para considerar os resultados educacionais como estatisticamente significativos ou não (Borg e Gall, 1989).

O quadro seguinte apresenta os valores obtidos, através da aplicação do teste de Kolmogorov-Smirnov, para o PC e para o RM.

Quadro 18. Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov para o Pensamento Crítico e para o Raciocínio Matemático.

	K-S[a]	***p-valor***
Pensamento Crítico	0,059	0,200
Raciocínio Matemático	0,089	0,200

a. Lilliefors Significance Correction

Mediante os valores obtidos do teste de Kolmogorov-Smirnov ($p>0,05$), as distribuições para as variáveis PC e RM podem ser consideradas adequadamente normais. Cumprindo todas as condições atrás mencionadas que fundamentam a decisão por uma análise paramétrica avançámos com a decisão de analisar os dados referentes ao PC e ao RM recorrendo a testes paramétricos. Concretamente, a relação entre duas variáveis quantitativas (nível de PC e nível de desempenho em RM) foi avaliada recorrendo ao coeficiente de correlação de Pearson (Coutinho, 2011). Segundo Murteira (1993, p. 144) “a correlação indica que os fenómenos não estão indissoluvelmente ligados, mas, sim, que a intensidade de um é acompanhada tendencialmente (em média, com maior frequência) pela intensidade do outro, no mesmo sentido ou em sentido inverso”. Assim, a associação pode ser negativa se a variação entre as variáveis for em sentido contrário, isto é, se os aumentos de uma variável estão associados, em média, a diminuição da outra; ou pode ser positiva, se a variação entre as variáveis for no mesmo sentido. Para o estudo das correlações, e segundo Pestana e Gageiro (2008) e Coutinho (2011), assumimos que um *r* de Pearson menor que 0,20 indica uma associação muito baixa; entre 0,20 e 0,39 baixa; entre 0,40 e 0,69 moderada; entre 0,70 e 0,89 alta e, por fim, entre 0,90 e 1,00 (um) uma associação muito alta.

De forma a verificar a normalidade das distribuições para os aspetos de PC foi também realizado o teste de aderência Kolmogorov-Smirnov com a correção de Lilliefors.

Quadro 19. Resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov para os aspetos de Pensamento Crítico.

	K-S[a]	***p-valor***
Indução	0,095	0,018
Credibilidade	0,119	0,001
Observação	0,119	0,001
Dedução	0,095	0,018
Assunções	0,152	0,000

a)Lilliefors Significance Correction

Os resultados do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov com a correção de Lilliefors, permitem constatar que todos os aspetos de PC seguem uma distribuição muito diferente da normal ($p<0,05$). Desta forma, uma vez que não se verificou a normalidade das distribuições dos dados, não estão reunidas todas as condições que fundamentam a decisão por uma análise paramétrica. Assim, a relação entre as duas variáveis quantitativas (nível de RM e cada um dos aspetos de PC) foi avaliada recorrendo a testes não paramétricos (Coutinho, 2011). Neste quadro, decidimos recorrer ao coeficiente de correlação de Spearman para estudar a relação entre as variáveis atrás citadas (Coutinho, 2011).

Tanto o coeficiente de correlação de Pearson como o coeficiente de correlação de Spearman podem apresentar valores que variam de -1 a +1. De uma maneira geral, para ambos os coeficientes, e à semelhança do estabelecido para as variáveis PC e RM, assumimos que um coeficiente menor que 0,20 indica uma associação muito baixa; entre 0,20 e 0,39 baixa; entre 0,40 e 0,69 moderada; entre 0,70 e 0,89 alta e, por fim, entre 0,90 e 1,00 (um) uma associação muito alta (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011).

A interpretação dos testes estatísticos foi realizada com base no nível de significância de $\alpha=0,05$ com intervalo de confiança de 95% (Coutinho, 2011).

O tratamento estatístico foi realizado usando o programa estatístico *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS) versão 19.0

Capítulo 4 – Apresentação dos Resultados

Este capítulo refere-se à apresentação dos resultados obtidos, tendo em consideração as hipóteses de investigação formuladas.

4.1. Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico

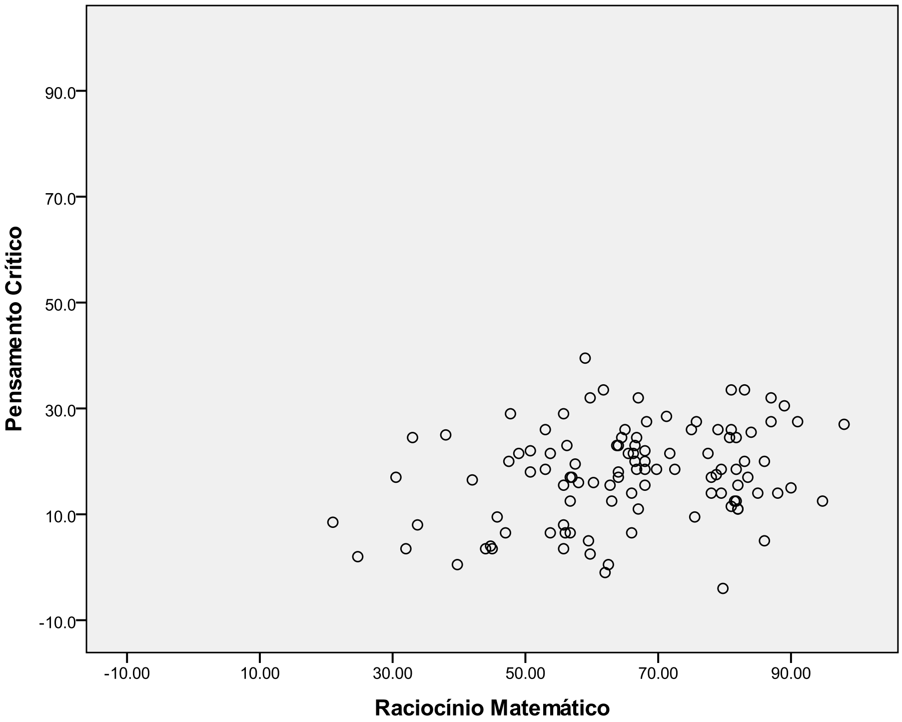
No quadro seguinte apresentamos o valor da média, moda, mediana, desvio padrão, máximo e mínimo dos resultados obtidos pelos alunos nos dois testes aplicados (Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) e TRM). É também possível observar os valores o mínimo e máximo das cotações obtidas para o PC e para o RM, pelos alunos da amostra do estudo.

Quadro 20. Estatísticas sumárias para as cotações obtidas no Teste de Pensamento Crítico e no Teste de Raciocínio Matemático.

Variáveis em estudo	$\overline{X}$	*DP*	*Mo*	*Md*	*Mínimo Observado*	*Máximo Observado*
Pensamento Crítico	17,47	8,93	18,50	18,00	- 4,00	39,50
Raciocínio Matemático	65,53	16,13	55,75	66,00	21,00	98,00

Para estudar a correlação entre as duas variáveis, optámos por começar por construir o gráfico de dispersão relativo a essa relação. Este tipo de gráfico, que é uma representação gráfica da correlação entre as duas variáveis, pode ser uma indicação clara para perceber da existência ou não de uma relação linear entre elas.

Gráfico 1. Representação gráfica da correlação existente entre o nível de desempenho em Raciocínio Matemático e o nível de Pensamento Crítico.



A representação gráfica leva-nos a supor que as variáveis são positivamente correlacionadas, dando-nos também a informação da débil correlação existente, dado que os pontos encontram-se dispersos (Coutinho, 2011).

Para confirmar e avaliar a natureza da relação entre o nível de desempenho em RM e o nível de PC dos sujeitos da amostra calculámos o coeficiente de correlação de Pearson, tendo-se obtido o valor de 0,290, conforme podemos observar no quadro que se segue.

Quadro 21. Coeficiente de correlação de Pearson para o Pensamento Crítico e para o Raciocínio Matemático dos alunos da amostra.

Pensamento Crítico	R	p-valor
Raciocínio Matemático	*0,290*	*0,002*

Como se pode constatar pela análise do quadro anterior, existe uma correlação positiva com significância estatística ao nível 0,002 entre as duas capacidades, ou seja, verificamos uma tendência para o nível de desempenho em RM dos alunos aumentar consoante aumenta o seu nível de PC (Pestana e Gageiro, 2008).

A correlação existente entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM, embora significativa, é baixa (*r*=0,290) (Pestana e Gageiro, 2008). Assim, o valor do coeficiente de correlação de Pearson revela a existência de uma associação baixa entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM dos sujeitos da amostra.

4.2. Raciocínio Matemático e Aspetos de Pensamento Crítico

Foi realizada uma análise focada nos aspetos de PC: indução, dedução, observação, credibilidade e assunções, enunciados por Ennis e Millman (1985, citado por Tenreiro Vieira, 2000) no manual do Teste de PC de Cornell (nível X) utilizado neste estudo e testados pelos diferentes itens que o constituem (Tenreiro-Vieira, 2000).

O quadro seguinte apresenta, para cada um dos aspetos do PC, o valor da média, desvio-padrão, moda, mediana, mínimo e máximo das cotações obtidas pelos sujeitos da amostra no Teste de PC de Cornell (nível X).

Quadro 22. Estatísticas sumárias para os aspetos de Pensamento Crítico.

Aspeto de PC	$\overline{X}$	***DP***	***Mo***	***Md***	***Mínimo Observado***	***Máximo Observado***
Indução	8,24	5,82	8,50	8,50	- 6,50	20,50
Credibilidade	4,99	4,36	4,50	4,50	-7,50	15,00
Observação	4,99	4,36	4,50	4,50	-7,50	15,00
Dedução	4,56	4,23	4,50	4,50	-6,00	14,00
Assunções	0,80	2,41	2,50	1,00	-5,00	5,50

Da leitura do quadro anterior, verifica-se que o valor da média para o aspeto de PC assunções é o mais baixo, sendo que o valor da média para o aspeto de PC indução é o mais elevado.

A fim de averiguar se existe uma relação entre o nível de desempenho em RM dos alunos e cada um dos aspetos de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; e (v) assunções, procedeu-se ao cálculo do coeficiente de correlação de Spearman. Os resultados são apresentados no quadro 23.

Quadro 23. Coeficiente de correlação de Spearman para o Raciocínio Matemático e para os aspetos de Pensamento Crítico dos alunos da amostra.

Raciocínio Matemático		***p***	***p-valor***
Pensamento Crítico	Indução	0,092	0,345
	Credibilidade	0,146	0,133
	Observação	0,146	0,133
	Dedução	0,305	0,001
	Assunções	0,013	0,895

Por leitura dos dados constantes no quadro 23, verifica-se que o nível de desempenho dos alunos em RM se correlaciona de forma positiva com cada um dos aspetos de PC, concretamente: (i) indução, (ii) credibilidade, (iii) observação, (iv) dedução e (v) assunções. Podemos observar que apenas existe uma correlação estatisticamente significativa entre o nível de desempenho em RM e o aspeto de PC dedução ($\alpha<0,05$), sendo esta correlação baixa ($p=0,305$). Além disso, a correlação existente entre o nível de desempenho em RM e cada um dos aspetos de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; e (iv) assunções é muito baixa. Como o valor de p observado para os aspetos indução, credibilidade, observação e assunções é superior ao nível de significância estabelecido ($\alpha=0,05$), a correlação encontrada não é estatisticamente significativa.

Capítulo 5 – Conclusões

Neste capítulo apresentamos quatro pontos. O primeiro diz respeito à síntese conclusiva dos resultados obtidos. No segundo apontamos implicações do estudo desenvolvido. No terceiro focamos limitações relativas à investigação desenvolvida e, no último ponto sugerimos questões para possíveis futuras investigações neste domínio.

5.1. Síntese Conclusiva dos Resultados

Com este estudo pretendemos dar resposta a duas questões de investigação. Relativamente à primeira questão formulada, "o nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o seu nível de PC?", os resultados obtidos suportam a conclusão que o nível de PC dos alunos está relacionado de forma estatisticamente significativa com o seu nível de desempenho em RM, conforme tratamento dos dados obtidos a partir da aplicação do Teste de PC de Cornell (nível X) e do TRM desenvolvido, no âmbito do estudo, para o efeito. De acordo com os resultados obtidos, alunos com nível de PC mais elevado tendem a ter um desempenho mais elevado no RM, conforme medido pelo teste usado para o efeito. Mas, atendendo ao valor da estatística, apesar de constatarmos nesta investigação a existência de uma relação estatisticamente significativa entre o nível de PC dos alunos e o seu nível de desempenho em RM, verificámos contudo que essa não é uma relação muito baixa, porquanto o coeficiente de correlação obtido (0,29) esteja compreendido entre 0, 20 e 0,39 (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011).

A correlação positiva estatisticamente significativa existente entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM dos sujeitos da amostra poderá indiciar, e refletir, a interdependência e sobreposição entre o PC e o RM. De facto, autores como Halpern (2010) sustentam que o PC é um processo de raciocínio metódico. Tendo como referencial o trabalho desenvolvido por autores como Tenreiro-Vieira e Vieira (2011), Santos (2011) e Cañadas e Castro (2007), é possível identificar capacidades de pensamento envolvidas no PC e no RM, tais como: formular e testar conjeturas; tirar conclusões; e fazer generalizações.

Relativamente à segunda questão de investigação, "o nível de desempenho dos alunos em RM está relacionado com o aspeto de PC: (i) indução; (ii) credibilidade; (iii) observação; (iv) dedução; (v) assunções?", os resultados apresentados no capítulo anterior apontam no sentido de que o nível de desempenho em RM dos alunos da amostra correlaciona-se de forma estatisticamente significativa com o aspeto de PC dedução (α=0,001). O nível de desempenho em RM dos alunos da amostra não se correlaciona de forma significativa com qualquer um dos outros aspetos de PC: (i) indução (p=0,345); (ii) credibilidade (ρ=0,133); (iii) observação (ρ=0,133); e (iv) assunções (ρ=0,895). Com efeito, o cálculo do coeficiente de correlação de Spearman permitiu evidenciar que apenas o aspeto dedução está relacionado de forma significativa com o desempenho em RM dos alunos, sugerindo, o valor obtido (p=0,305) a existência de uma relação baixa (Pestana e Gageiro, 2008; Coutinho, 2011). Esta situação pode ter a ver com o facto de este aspeto do PC estar relacionado com o RM, porquanto a dedução corresponde a um tipo de raciocínio em foco em muitas áreas do saber, incluindo na matemática.

Figueiredo (2005), no estudo que realizou sobre a relação existente entre a resolução de problemas e os aspetos de PC, também obteve resultados similares, nomeadamente com alunos do sexto ano de escolaridade do ensino básico, como os que constituíram a amostra deste estudo. A autora refere que os resultados obtidos na sua investigação evidenciam a existência de uma relação significativa entre a capacidade de PC e a resolução de problemas em alunos do 6º ano do ensino básico. Os resultados obtidos nesta investigação reforçam a importância de os alunos se envolverem em experiências de aprendizagem que contemplem o desenvolvimento do seu RM e PC, incluindo tarefas de natureza investigativa.

Nesse contexto, é importante que os alunos expliquem e defendam os seus modos de pensar através da argumentação, que analisem criticamente contribuições dos colegas e que cheguem a consensos fundamentados e matematicamente relevantes sobre o significado de ideias matemáticas, requerendo, deste modo, respeito, confiança e ajuda mútua. A explicitação dos raciocínios permite criar múltiplas oportunidades de apelo a capacidades de PC. Desta forma, os alunos estão a desenvolver o RM e, simultaneamente, estão a desenvolver o seu PC.

5.2. Implicações do Estudo

O reconhecimento da importância do desenvolvimento de capacidades como o PC e o RM dos alunos tem vindo a ser considerado por muitos investigadores, autores e docentes como um objetivo essencial da educação. Neste âmbito, a presente investigação afigura-se como um contributo, para professores e investigadores, no campo do clarificar e aprofundar conhecimento sobre o PC e o RM. Os resultados obtidos, ao apontarem para uma correlação positiva entre o nível de PC dos alunos e o seu nível de desempenho em RM, reforçam a necessidade e importância de desenvolver referenciais que evidenciem capacidades envolvidas quer no PC, quer no RM. Tais referenciais poderão ser usados no desenvolvimento de recursos didáticos, de estratégias de ensino e de atividades de aprendizagem no sentido de promover, de uma forma conjunta, o PC e o RM dos alunos.

Em estreita relação com o dito anteriormente, outra implicação do estudo é o facto de ser fundamental que os professores alterem as suas práticas de sala de aula, utilizando recursos, atividades e estratégias promotoras, simultânea e conjugadamente, do PC e do RM dos alunos, contribuindo, assim, para a sua formação enquanto cidadãos capazes de pensar reflexivamente e de decidir acerca de situações complexas que se lhes deparem na vida real, presente ou futura. Na operacionalização do processo de ensino e de aprendizagem da matemática, cada professor deve, pois, selecionar estratégias e tarefas que permitam o desenvolvimento em simultâneo de capacidades de PC e de RM.

O desenvolvimento de práticas de educação matemática promotoras do PC e do RM dos alunos implica um investimento ao nível da formação de professores. Desta forma, tendo em conta a revisão de literatura realizada, os professores devem ser sensibilizados no sentido de reconhecerem a importância de um ensino orientado para o desenvolvimento de capacidades, tais como o PC e o RM dos alunos. Assim sendo, no seguimento deste estudo, consideramos de extrema importância, que na formação contínua de professores, enquanto contexto formal de formação, se criem oportunidades de formação que permitam a cada professo desenvolver, de forma sustentada e fundamentada, práticas promotoras do PC e do RM, garantindo, por conseguinte, a todas as crianças e jovens uma educação de qualidade (Tenreiro-Vieira, 2010).

5.3. Limitações do Estudo

Apesar do empenho, e do rigor com que a presente investigação foi desenvolvida, temos consciência de algumas limitações neste estudo. Uma das limitações prende-se com o facto da amostra selecionada ser reduzida. Desta forma, consideramos que a interpretação e generalização dos resultados do presente estudo devem ser feitas com prudência. De facto, este estudo apenas foca a relação existente entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM de alunos do 6º ano do ensino básico de uma escola do distrito de Aveiro, não podendo ser generalizado aos alunos do 2º ciclo do ensino básico ou de outras regiões do país.

Outra limitação foi o facto de, por impossibilidade do horário, não ser possível aplicar o TRM a todas as turmas envolvidas no estudo, na mesma data e à mesma hora, permitindo deste modo um controlo de fatores passíveis de enublar os resultados. No sentido de criar condições para evitar que esses fatores se fizessem sentir o menos possível estabelecemos o menor intervalo possível entre as duas aplicações do teste às várias turmas envolvidas no estudo.

5.4. Sugestões para Futuras Investigações

Apontam-se algumas sugestões para futuras investigações nas áreas da Educação Matemática, PC e RM.

No que diz respeito à dimensão da amostra escolhida para a realização deste trabalho, esta não permite uma representatividade da população de alunos do 6º ano de escolaridade do ensino básico. De facto, este estudo apenas foca a relação existente entre o nível de PC e o nível de desempenho em RM dos alunos do 6º ano de escolaridade da escola onde foi realizado o estudo, não podendo ser generalizado aos alunos do 2º ciclo do país. Desta forma, sugerimos a realização de investigações envolvendo alunos de outras escolas, bem como estudos envolvendo alunos de outros anos de escolaridade de modo a aprofundar o conhecimento sobre a relação existente entre o RM e o PC dos alunos.

Tendo em atenção os resultados obtidos no presente estudo e suas implicações, afigura-se relevante a realização de estudos centrados na construção de quadros teóricos de referência que evidenciem aspetos comuns ao PC e ao RM. Tais referenciais poderão constituir uma ajuda para os professores construírem as suas práticas de ensino da matemática de forma a desenvolver o PC e o RM dos alunos.

Apêndices

Apêndice A – Teste de Raciocínio Matemático aplicado à Amostra Piloto (Versão A)

A preencher pelo aluno (não escrevas o teu nome) Idade [ ] Sexo: F [ ] M [ ]

Escola

A preencher pelo professor aplicador

Número convencional do aluno

Teste de

Raciocínio Matemático – Versão A

2º Ciclo do Ensino Básico

(75 minutos)

Observações (a preencher pelo aplicador)

A	
B	
C	
D	
E	

Observações (a preencher pelo aplicador)

Instruções Gerais sobre o Teste

1. Deves realizar o teste com caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
2. Em algumas questões terás de colocar **X** no quadrado correspondente à resposta correta. Se te enganares e puseres **X** no quadrado errado, risca-o e volta a colocar X no local certo.
3. Se precisares de alterar alguma resposta, risca-a e escreve a nova resposta.
4. Segue as instruções de cada uma das questões com cuidado.
5. Não risques os cálculos, os esquemas, nem os desenhos que utilizares nas tuas respostas.
6. Lê o teste com muita atenção.
7. Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.
8. Se acabares antes do tempo previsto, deves aproveitá-lo para rever o teu teste

1. A figura representa o tampo de uma das mesas da ludoteca, que o Ricardo e os amigos estão a pintar. Na parte correspondente à sombreada já gastaram 15 centilitros de tinta.

Vão continuar a pintar, gastando a mesma quantidade de tinta em superfícies iguais.
Assinala, com X, a melhor estimativa para a quantidade de tinta que irão gastar para pintarem completamente o tampo da mesa.

- [ ] Entre 20 e 40 centilitros
- [ ] Entre 50 e 70 centilitros
- [ ] Entre 80 e 100 centilitros
- [ ] Entre 110 e 130 centilitros

2. Na arrecadação da piscina, há várias caixas com bolas. Cada caixa tem 12 bolas.

Qual dos números seguintes pode corresponder ao número total de bolas que há nas caixas da arrecadação?

- [ ] 80
- [ ] 86
- [ ] 90
- [ ] 96

3. A Leonor encheu 12 páginas do seu álbum com 18 fotografias. As fotografias são de dois tamanhos diferentes e, em cada página, só cabem duas fotografias pequenas ou uma grande, como mostra a figura.

Quantas fotografias grandes e quantas fotografias pequenas colocou a Leonor no álbum?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

Resposta: ____

4. A Maria dispôs 20 minitostas em fila.
Em seguida, pôs queijo na 2ª tosta, na 4ª, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre uma tosta.
Depois, pôs uma azeitona na 3ª tosta, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre duas tostas.
Por último, pôs duas tiras de pimento na 4ª tosta, na 8ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre três tostas.

A 1ª tosta, a 5ª tosta e mais algumas tostas ficaram sem nada por cima.

Quantas tostas, ao todo, ficaram sem nada?

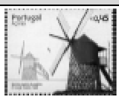
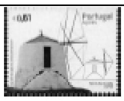
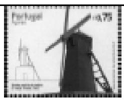
Resposta: ____

5. A Teresa e o Rui combinaram encontrar-se na piscina às 10 horas.
A Teresa chegou três quartos de hora antes da hora marcada e o Rui atrasou-se um quarto de hora.

Quantos minutos chegou o Rui depois da Teresa?

Resposta: ____

6. Em 2007, os correios lançaram quatro tipos de selo (A, B, C e D) com moinhos dos Açores.
Na tabela, para cada tipo de selo, estão o peço por selo e o número de selos vendidos.

Tipo de selo	**Preço por selo**	**Número de selos vendidos**
A 	45 cêntimos	230 mil
B 	61 cêntimos	230 mil
C 	75 cêntimos	230 mil
D 	30 cêntimos	380 mil

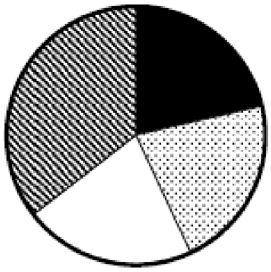
6.1. Com que tipo de selo obtiveram os correios menos dinheiro?

Mostra como chegaste à tua resposta.

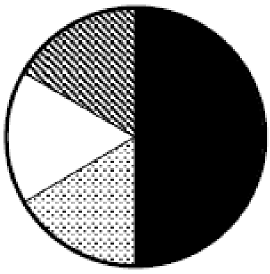
Resposta: ____

6.2. Os títulos e as legendas desapareceram dos gráficos seguintes.

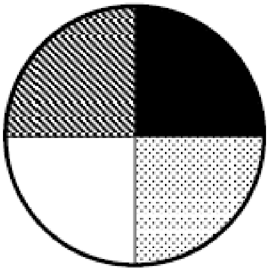
Qual destes gráficos pode representar os dados relativos ao número de selos vendidos de cada tipo?



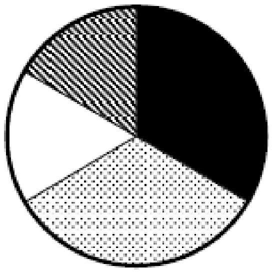
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B

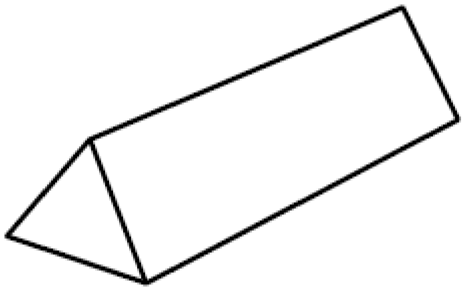


☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

7. Na figura, está representado um prisma triangular reto.

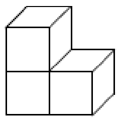


Quantas faces do prisma são retângulos?

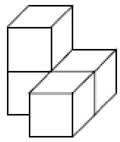
Resposta: ____

8. A irmã do Rui fez construções com cubos.
Os cubos não estão encaixados, nem colados, uns nos outros.

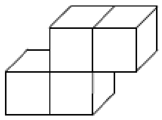
Qual das figuras seguintes representa uma construção que ela não pode ter feito?



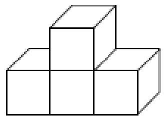
☐ Figura A



☐ Figura B

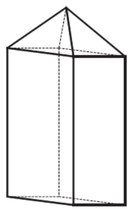


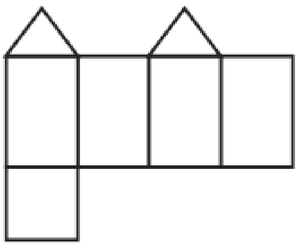
☐ Figura C



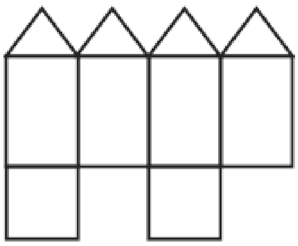
☐ Figura D

9. Na figura, está representado um sólido.
Qual das figuras seguintes pode corresponder à planificação do sólido?

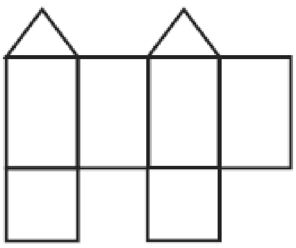




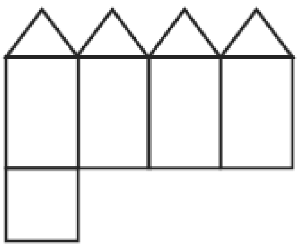
☐ Figura A



☐ Figura B

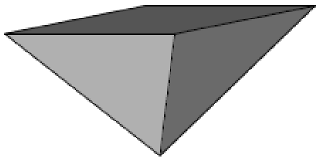


☐ Figura C



☐ Figura D

10.A figura seguinte representa uma pirâmide quadrangular.

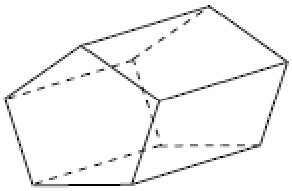


Na posição em que se encontra a pirâmide, apenas estão visíveis três faces.

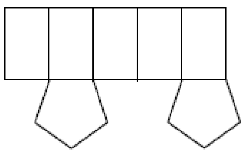
Quantas faces da pirâmide não estão visíveis?

Resposta: ____

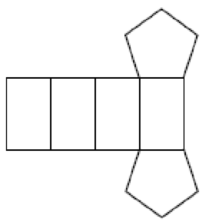
11.O sólido representado a seguir tem a forma de um prisma pentagonal.



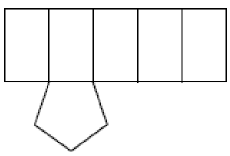
Qual das figuras seguintes corresponde à planificação de um prisma pentagonal?



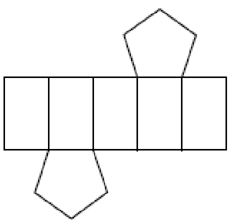
☐ Figura A



☐ Figura B



☐ Figura C



☐ Figura D

12. A embalagem de CD da figura tem a forma de um cilindro. Dentro da caixa, envolvendo completamente os CD, há uma tira de papel retangular, com 4 cm de largura. Os CD têm a forma de um círculo com 12 cm de diâmetro.

Dos quatro comprimentos seguintes, assinala, com X, o que corresponde ao valor mais aproximado do comprimento da tira de papel.

☐ 12

☐ 24

☐ 27

☐ 37

13. O António construiu uma estrutura com a forma de um prisma hexagonal utilizando palhinhas de plástico, uma para cada aresta.

Quantas palhinhas utilizou o António na sua construção?

Resposta: ____

14. A seguir está representada uma sequência de igualdades numéricas. Observa cada igualdade com atenção.

Escreve, na linha a tracejado, a igualdade que falta.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

……………………………………………………

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

15. Repara nas três primeiras figuras do padrão que o António inventou.

1ª figura **2ª figura** **3ª figura**

O António vai continuar a desenhar figuras, seguindo o mesmo padrão.

Quantas estrelas terá a 5ª figura?

Resposta: ____

16. A seguir, está uma sequência de figuras formadas por quadradinhos.

A Figura 1 tem 12 quadradinhos.

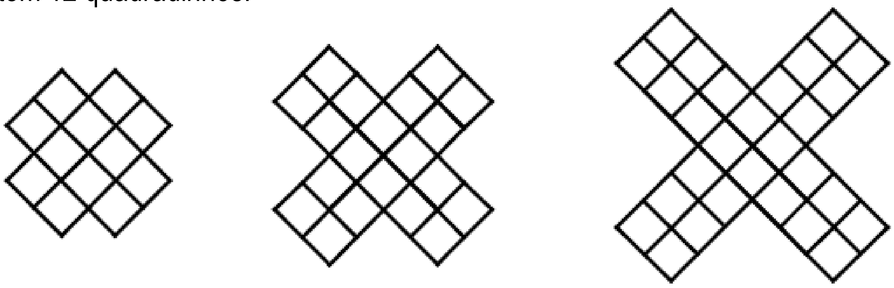


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Quantos quadradinhos terá a Figura 6 da sequência, seguindo o mesmo critério de formação?

Resposta: ____

17.O Sr. Manuel, da loja de informática, está a decorar a montra. Já fez os três montes, com embalagens de CD, que observas na figura.

1.º monte 2.º monte 3.º monte

Se o Sr. Manuel continuar a fazer montes, seguindo o mesmo padrão, de quantas embalagens precisa para fazer o 5º monte da sequência?

Resposta: ____

18. Na turma do Ricardo, os alunos construíram um pictograma com os dados relativos ao instrumento musical que gostariam de aprender a tocar. Cada aluno escolheu apenas um instrumento musical.

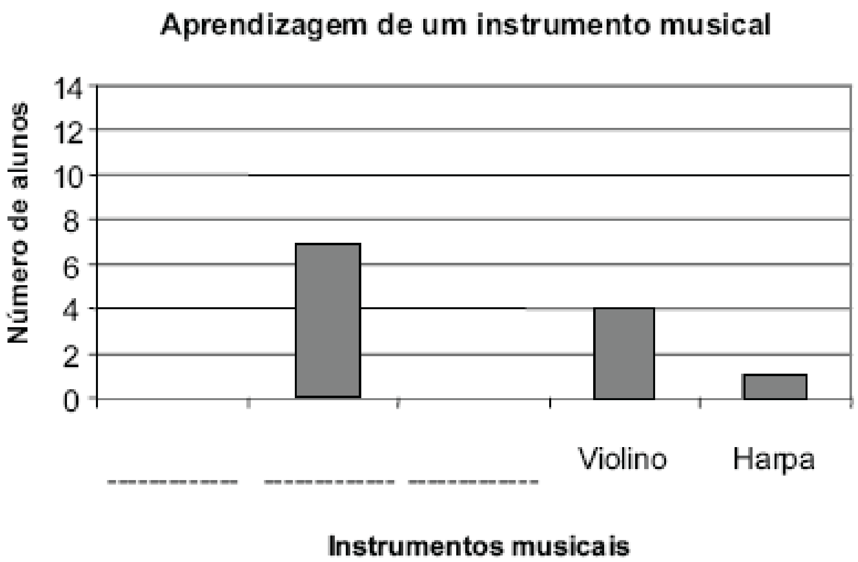
Aprendizagem de um instrumento musical

Legenda: ● 2 alunos

Instrumentos musicais	Número de alunos
Flauta	● ● ● ◖
Harpa	◖
Piano	● ● ●
Violino	● ●
Guitarra	● ● ● ● ● ◖

Utiliza a informação do pictograma anterior para completares o gráfico de barras seguinte: escreve o nome dos instrumentos e desenha as duas barras que faltam no gráfico.

Utiliza o lápis e a régua.



19. A diretora da turma do António fez um inquérito no qual perguntava quantas horas, aproximadamente, os alunos costumavam dormir por dia. Todos os alunos da turma responderam ao inquérito.

A tabela seguinte mostra os resultados do inquérito.

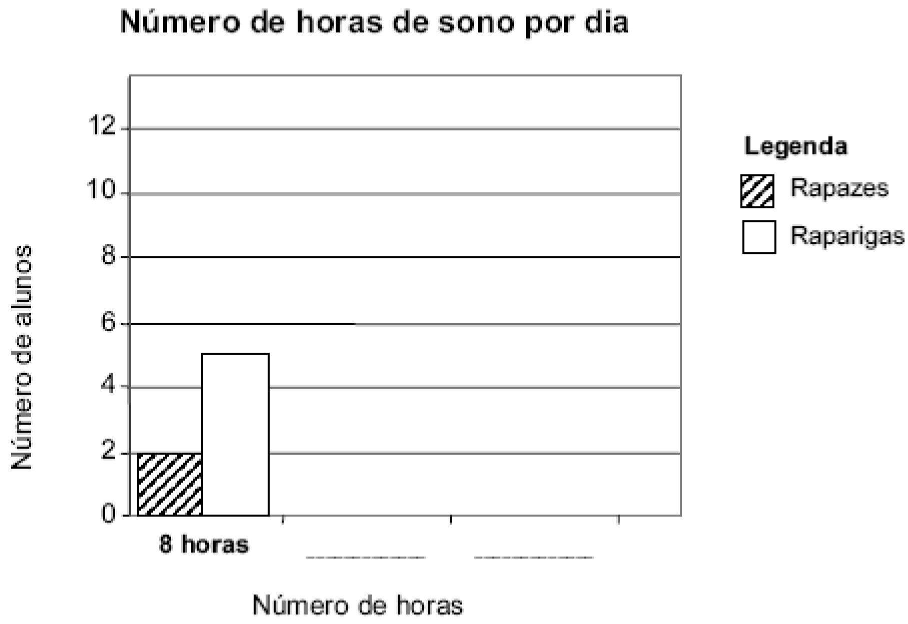
Número de horas de sono por dia

Número de horas	Rapazes	Raparigas
8	2	5
9	1	4
10	7	9

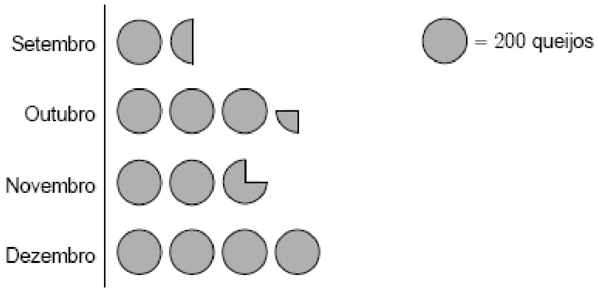
O gráfico de barras seguinte não está completo.

Completa-o com a informação apresentada na tabela.

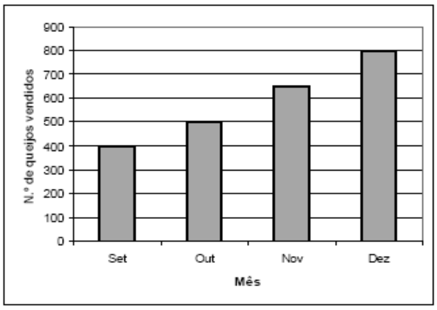
Utiliza o lápis e a régua.



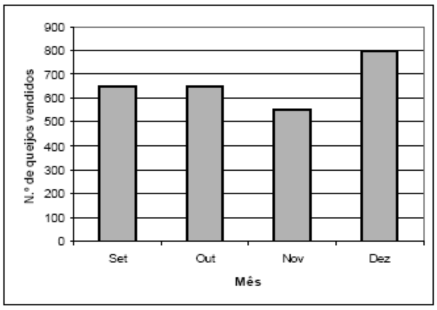
20. Numa loja foram vendidos 2300 queijos de setembro a dezembro. O pictograma mostra o número de queijos vendidos em cada mês.



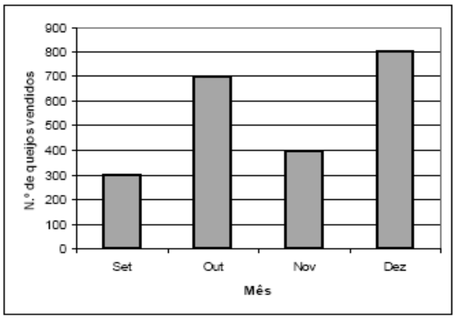
Qual dos gráficos seguintes pode representar os dados do pictograma?



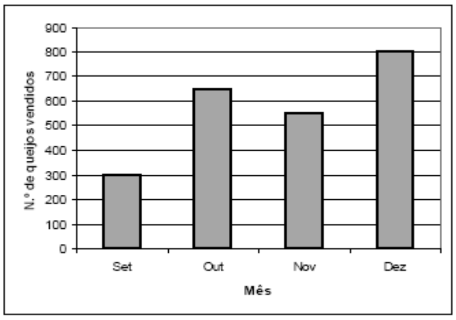
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

21. A Maria vai escolher dois ingredientes diferentes para fazer a sua pizza. Podes escolher:

azeitonas **cogumelos** **ervilhas** **frango** **milho**

Quantos tipos de pizza diferentes a Maria pode fazer?

Resposta: ____

Apêndice B – Teste de Raciocínio Matemático aplicado à Amostra Piloto (Versão B)

A preencher pelo aluno (não escrevas o teu nome) Idade ☐ Sexo: F ☐ M ☐

Escola

A preencher pelo professor aplicador

Número convencional do aluno

Teste de

Raciocínio Matemático – Versão B

2º Ciclo do Ensino Básico

(75 minutos)

Observações (a preencher pelo aplicador)

A	
B	
C	
D	
E	

Observações (a preencher pelo aplicador)

Instruções Gerais sobre o Teste

1. Deves realizar o teste com caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
2. Em algumas questões terás de colocar **X** no quadrado correspondente à resposta correta. Se te enganares e puseres **X** no quadrado errado, risca-o e volta a colocar X no local certo.
3. Se precisares de alterar alguma resposta, risca-a e escreve a nova resposta.
4. Segue as instruções de cada uma das questões com cuidado.
5. Não risques os cálculos, os esquemas, nem os desenhos que utilizares nas tuas respostas.
6. Lê o teste com muita atenção.
7. Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.
8. Se acabares antes do tempo previsto, deves aproveitá-lo para rever o teu teste

1. A figura representa o tampo de uma das mesas da ludoteca, que o Ricardo e os amigos estão a pintar. Na parte correspondente à sombreada já gastaram 15 centilitros de tinta.

Vão continuar a pintar, gastando a mesma quantidade de tinta em superfícies iguais.
Assinala, com X, a melhor estimativa para a quantidade de tinta que irão gastar para pintarem completamente o tampo da mesa.

- ☐ Entre 20 e 40 centilitros
- ☐ Entre 50 e 70 centilitros
- ☐ Entre 80 e 100 centilitros
- ☐ Entre 110 e 130 centilitros

2. Na arrecadação da piscina, há várias caixas com bolas. Cada caixa tem 12 bolas.

Qual dos números seguintes pode corresponder ao número total de bolas que há nas caixas da arrecadação?

- ☐ 80
- ☐ 86
- ☐ 90
- ☐ 96

3. A Leonor encheu 12 páginas do seu álbum com 18 fotografias. As fotografias são de dois tamanhos diferentes e, em cada página, só cabem duas fotografias pequenas ou uma grande, como mostra a figura.

Quantas fotografias grandes e quantas fotografias pequenas colocou a Leonor no álbum?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

Resposta: ____

4. A Maria dispôs 20 minitostas em fila.
Em seguida, pôs queijo na 2ª tosta, na 4ª, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre uma tosta.
Depois, pôs uma azeitona na 3ª tosta, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre duas tostas.
Por último, pôs duas tiras de pimento na 4ª tosta, na 8ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre três tostas.

A 1ª tosta, a 5ª tosta e mais algumas tostas ficaram sem nada por cima.

Quantas tostas, ao todo, ficaram sem nada?

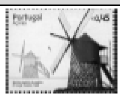
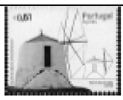
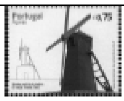
Resposta: ____

5. A Teresa e o Rui combinaram encontrar-se na piscina às 10 horas.
A Teresa chegou três quartos de hora antes da hora marcada e o Rui atrasou-se um quarto de hora.

Quantos minutos chegou o Rui depois da Teresa?

Resposta: ____

6. Em 2007, os correios lançaram quatro tipos de selo (A, B, C e D) com moinhos dos Açores.
Na tabela, para cada tipo de selo, estão o peço por selo e o número de selos vendidos.

Tipo de selo	Preço por selo	Número de selos vendidos
A 	45 cêntimos	230 mil
B 	61 cêntimos	230 mil
C 	75 cêntimos	230 mil
D 	30 cêntimos	380 mil

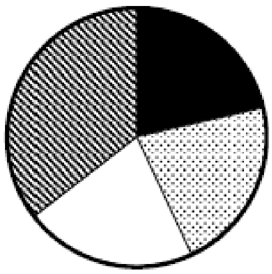
6.1. Com que tipo de selo obtiveram os correios menos dinheiro?

Mostra como chegaste à tua resposta.

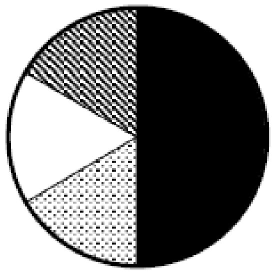
Resposta: ____

6.2. Os títulos e as legendas desapareceram dos gráficos seguintes.

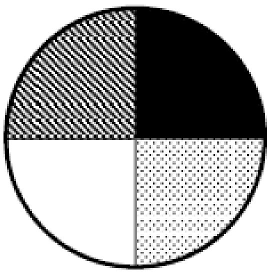
Qual destes gráficos pode representar os dados relativos ao número de selos vendidos de cada tipo?



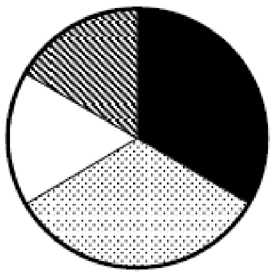
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B

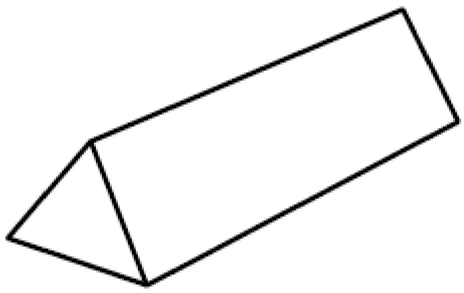


☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

7. Na figura, está representado um prisma triangular reto.

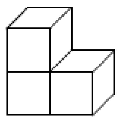


Quantas faces do prisma são retângulos?

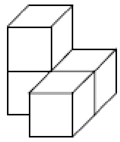
Resposta: ____

8. A irmã do Rui fez construções com cubos.
Os cubos não estão encaixados, nem colados, uns nos outros.

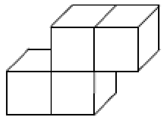
Qual das figuras seguintes representa uma construção que ela não pode ter feito?



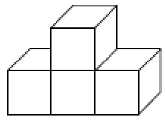
☐ Figura A



☐ Figura B

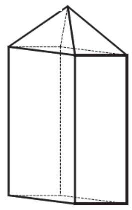


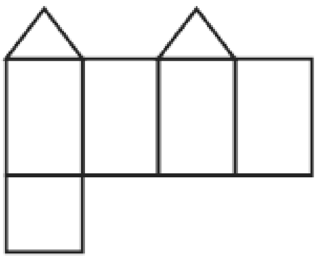
☐ Figura C



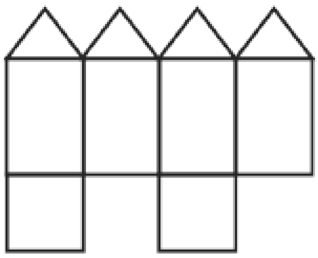
☐ Figura D

9. Na figura, está representado um sólido.
Qual das figuras seguintes pode corresponder à planificação do sólido?

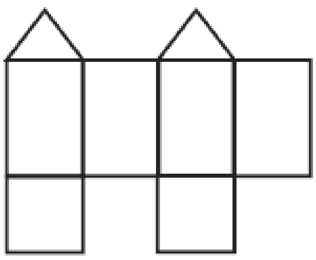




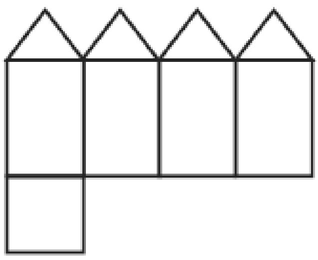
☐ Figura A



☐ Figura B

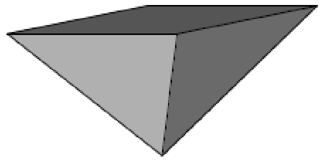


☐ Figura C



☐ Figura D

10.A figura seguinte representa uma pirâmide quadrangular.

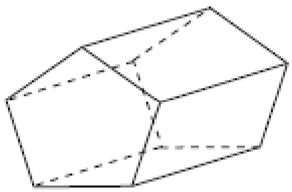


Na posição em que se encontra a pirâmide, apenas estão visíveis três faces.

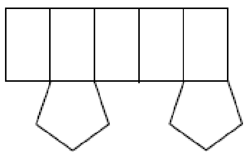
Quantas faces da pirâmide não estão visíveis?

Resposta: ____

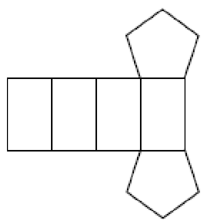
11.O sólido representado a seguir tem a forma de um prisma pentagonal.



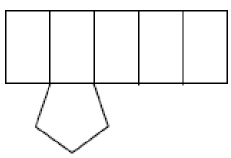
Qual das figuras seguintes corresponde à planificação de um prisma pentagonal?



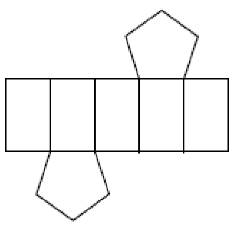
☐ Figura A



☐ Figura B



☐ Figura C



☐ Figura D

12. A embalagem de CD da figura tem a forma de um cilindro. Dentro da caixa, envolvendo completamente os CD, há uma tira de papel retangular, com 4 cm de largura. Os CD têm a forma de um círculo com 12 cm de diâmetro.

Dos quatro comprimentos seguintes, assinala, com X, o que corresponde ao valor mais aproximado do comprimento da tira de papel.

- ☐ 12
- ☐ 24
- ☐ 27
- ☐ 37

13. O António construiu uma estrutura com a forma de um prisma hexagonal utilizando palhinhas de plástico, uma para cada aresta.

Quantas palhinhas utilizou o António na sua construção?

Resposta: ____

14. A seguir está representada uma sequência de igualdades numéricas. Observa cada igualdade com atenção.

Escreve, na linha a tracejado, a igualdade que falta.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

……………………………………………………

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

15.Repara nas três primeiras figuras do padrão que o António inventou.

1ª figura **2ª figura** **3ª figura**

O António vai continuar a desenhar figuras, seguindo o mesmo padrão.

Quantas estrelas terá a 5ª figura?

Resposta: ____

16. A seguir, está uma sequência de figuras formadas por quadradinhos.

A Figura 1 tem 12 quadradinhos.

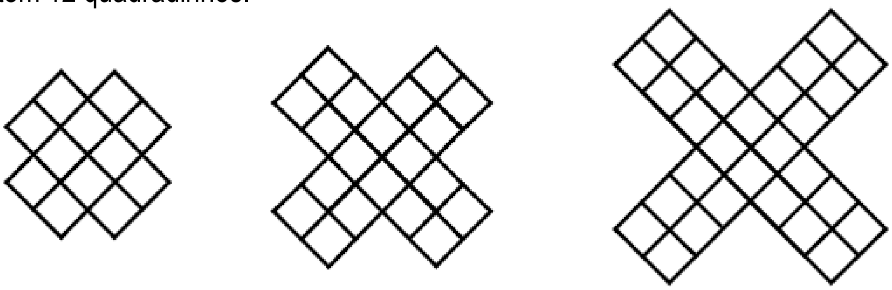


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Quantos quadradinhos terá a Figura 6 da sequência, seguindo o mesmo critério de formação?

Resposta: ____

17. A diretora da turma do António fez um inquérito no qual perguntava quantas horas, aproximadamente, os alunos costumavam dormir por dia. Todos os alunos da turma responderam ao inquérito.

A tabela seguinte mostra os resultados do inquérito.

Número de horas de sono por dia

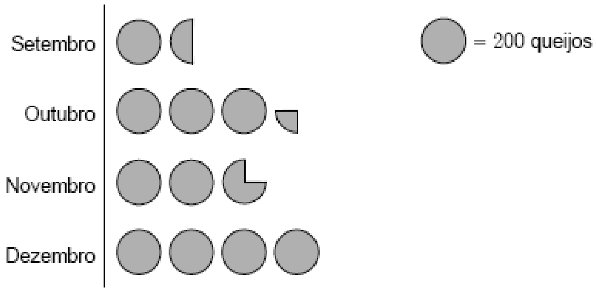
Número de horas	Rapazes	Raparigas
8	2	5
9	1	4
10	7	9

O gráfico de barras seguinte não está completo.

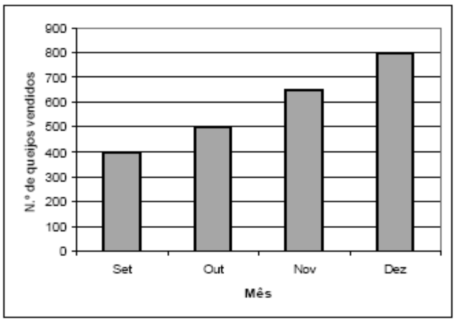
Completa-o com a informação apresentada na tabela.

Utiliza o lápis e a régua.

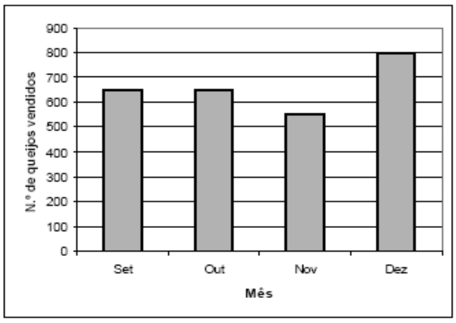
18. Numa loja foram vendidos 2300 queijos de setembro a dezembro. O pictograma mostra o número de queijos vendidos em cada mês.



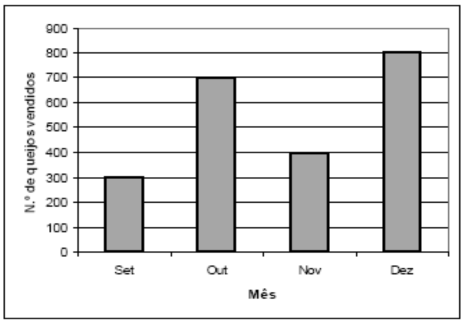
Qual dos gráficos seguintes pode representar os dados do pictograma?



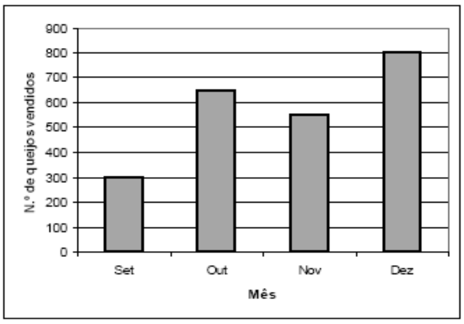
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

19. A Maria vai escolher dois ingredientes diferentes para fazer a sua pizza. Podes escolher:

azeitonas **cogumelos** **ervilhas** **frango** **milho**

Quantos tipos de pizza diferentes a Maria pode fazer?

Resposta: ____

Apêndice C - Teste de Raciocínio Matemático: Versão Final

A preencher pelo aluno (não escrevas o teu nome) Idade Sexo: F M

Escola

A preencher pelo professor aplicador

Número convencional do aluno

Questionário de

Raciocínio Matemático

2º Ciclo do Ensino Básico

(75 minutos)

Observações (a preencher pelo aplicador)

A
B
C
D
E

Observações (a preencher pelo aplicador)

Instruções Gerais sobre o Questionário

1. Deves realizar o questionário com caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
2. Em algumas questões terás de colocar **X** no quadrado correspondente à resposta correta. Se te enganares e puseres **X** no quadrado errado, risca-o e volta a colocar X no local certo.
3. Se precisares de alterar alguma resposta, risca-a e escreve a nova resposta.
4. Segue as instruções de cada uma das questões com cuidado.
5. Não risques os cálculos, os esquemas, nem os desenhos que utilizares nas tuas respostas.
6. Lê o questionário com muita atenção.
7. Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.
8. Se acabares antes do tempo previsto, deves aproveitá-lo para rever o teu questionário.

1. A figura representa o tampo de uma das mesas da ludoteca, que o Ricardo e os amigos estão a pintar. Na parte correspondente à sombreada já gastaram 15 centilitros de tinta.

Vão continuar a pintar, gastando a mesma quantidade de tinta em superfícies iguais.
Assinala, com X, a melhor estimativa para a quantidade de tinta que irão gastar para pintarem completamente o tampo da mesa.

- ☐ Entre 20 e 40 centilitros
- ☐ Entre 50 e 70 centilitros
- ☐ Entre 80 e 100 centilitros
- ☐ Entre 110 e 130 centilitros

2. Na arrecadação da piscina, há várias caixas com bolas. Cada caixa tem 12 bolas.

Qual dos números seguintes pode corresponder ao número total de bolas que há nas caixas da arrecadação?

- ☐ 80
- ☐ 86
- ☐ 90
- ☐ 96

3. A Leonor encheu 12 páginas do seu álbum com 18 fotografias. As fotografias são de dois tamanhos diferentes e, em cada página, só cabem duas fotografias pequenas ou uma grande, como mostra a figura.

Quantas fotografias grandes e quantas fotografias pequenas colocou a Leonor no álbum?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

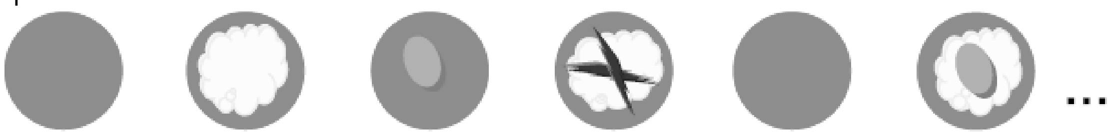
Resposta: ____

4. A Maria dispôs 20 minitostas em fila.

Em seguida, pôs queijo na 2ª tosta, na 4ª, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre uma tosta.

Depois, pôs uma azeitona na 3ª tosta, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre duas tostas.

Por último, pôs duas tiras de pimento na 4ª tosta, na 8ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre três tostas.



A 1ª tosta, a 5ª tosta e mais algumas tostas ficaram sem nada por cima.

Quantas tostas, ao todo, ficaram sem nada?

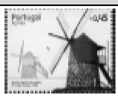
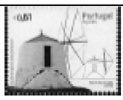
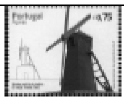
Resposta: ____

5. A Teresa e o Rui combinaram encontrar-se na piscina às 10 horas.
A Teresa chegou três quartos de hora antes da hora marcada e o Rui atrasou-se um quarto de hora.

Quantos minutos chegou o Rui depois da Teresa?

Resposta: ____

6. Em 2007, os correios lançaram quatro tipos de selo (A, B, C e D) com moinhos dos Açores.
Na tabela, para cada tipo de selo, estão o peço por selo e o número de selos vendidos.

Tipo de selo	**Preço por selo**	**Número de selos vendidos**
A 	45 cêntimos	230 mil
B 	61 cêntimos	230 mil
C 	75 cêntimos	230 mil
D 	30 cêntimos	380 mil

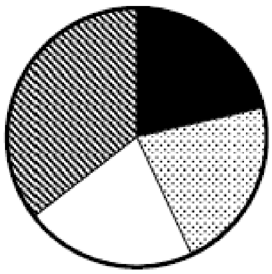
6.1. Com que tipo de selo obtiveram os correios menos dinheiro?

Mostra como chegaste à tua resposta.

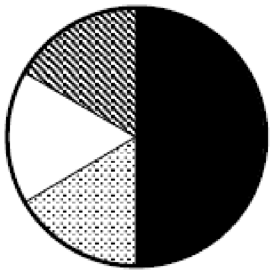
Resposta: ____

6.2. Os títulos e as legendas desapareceram dos gráficos seguintes.

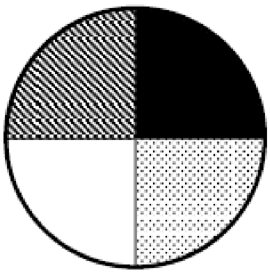
Qual destes gráficos pode representar os dados relativos ao número de selos vendidos de cada tipo?



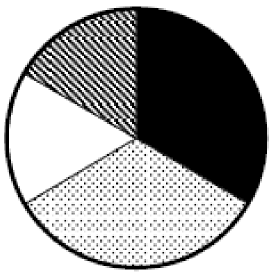
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B

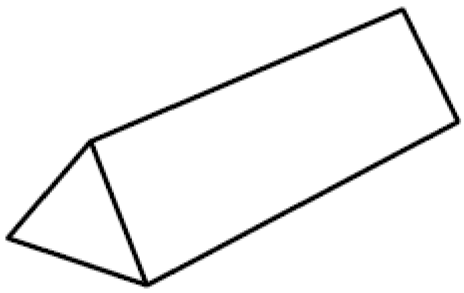


☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

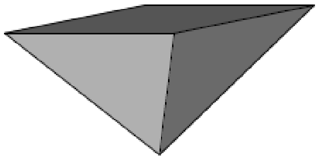
7. Na figura, está representado um prisma triangular reto.



Quantas faces do prisma são retângulos?

Resposta: ____

8. A figura seguinte representa uma pirâmide quadrangular.



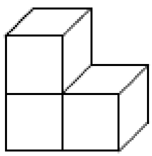
Na posição em que se encontra a pirâmide, apenas estão visíveis três faces.

Quantas faces da pirâmide não estão visíveis?

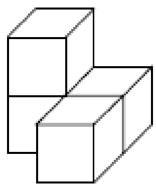
Resposta: ____

9. A irmã do Rui fez construções com cubos.
Os cubos não estão encaixados, nem colados, uns nos outros.

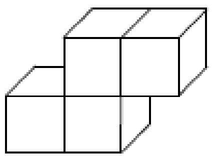
Qual das figuras seguintes representa uma construção que ela não pode ter feito?



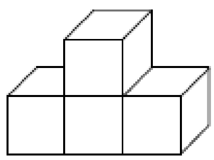
☐ Figura A



☐ Figura B



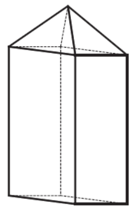
☐ Figura C

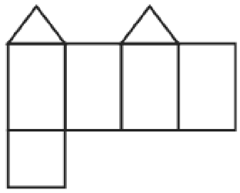


☐ Figura D

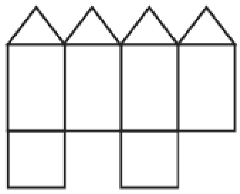
10. Na figura, está representado um sólido.

Qual das figuras seguintes pode corresponder à planificação do sólido?

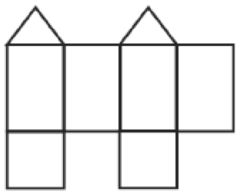




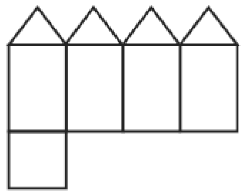
☐ Figura A



☐ Figura B

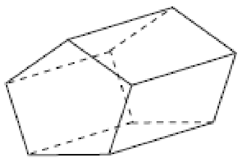


☐ Figura C

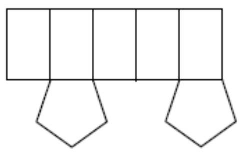


☐ Figura D

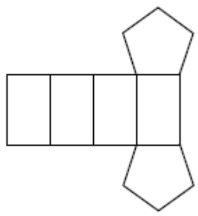
11.O sólido representado a seguir tem a forma de um prisma pentagonal.



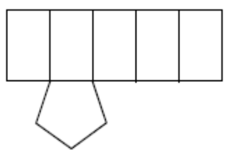
Qual das figuras seguintes corresponde à planificação de um prisma pentagonal?



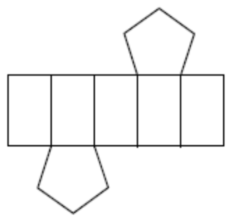
☐ Figura A



☐ Figura B



☐ Figura C



☐ Figura D

12.A embalagem de CD da figura tem a forma de um cilindro. Dentro da caixa, envolvendo completamente os CD, há uma tira de papel retangular, com 4 cm de largura. Os CD têm a forma de um círculo com 12 cm de diâmetro.

Dos quatro comprimentos seguintes, assinala, com X, o que corresponde ao valor mais aproximado do comprimento da tira de papel.

☐ 12

☐ 24

☐ 27

☐ 37

13.O António construiu uma estrutura com a forma de um prisma hexagonal utilizando palhinhas de plástico, uma para cada aresta.

Quantas palhinhas utilizou o António na sua construção?

Resposta: ____

14. A seguir está representada uma sequência de igualdades numéricas. Observa cada igualdade com atenção.

Escreve, na linha a tracejado, a igualdade que falta.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

……………………………………………………

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

15. Repara nas três primeiras figuras do padrão que o António inventou.

1ª figura **2ª figura** **3ª figura**

O António vai continuar a desenhar figuras, seguindo o mesmo padrão.

Quantas estrelas terá a 5ª figura?

Resposta: ____

16. A seguir, está uma sequência de figuras formadas por quadradinhos.

A Figura 1 tem 12 quadradinhos.

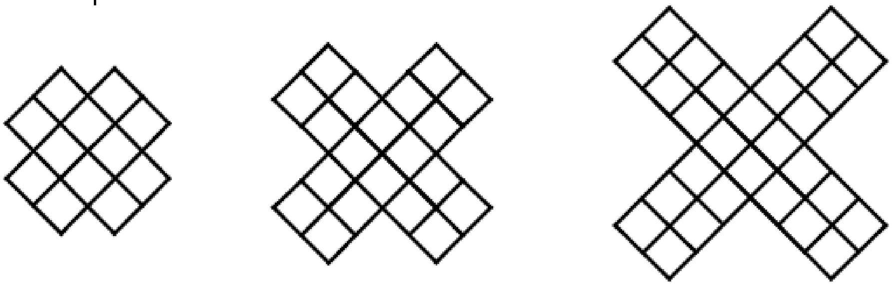


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Quantos quadradinhos terá a Figura 6 da sequência, seguindo o mesmo critério de formação?

Resposta: ____

17.O Sr. Manuel, da loja de informática, está a decorar a montra. Já fez os três montes, com embalagens de CD, que observas na figura.

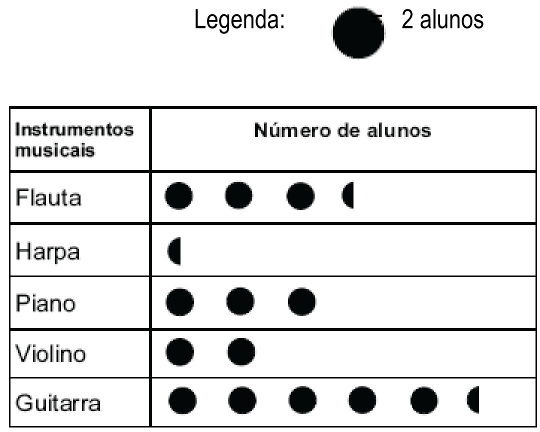
1.º monte 2.º monte 3.º monte

Se o Sr. Manuel continuar a fazer montes, seguindo o mesmo padrão, de quantas embalagens precisa para fazer o 5º monte da sequência?

Resposta: ____

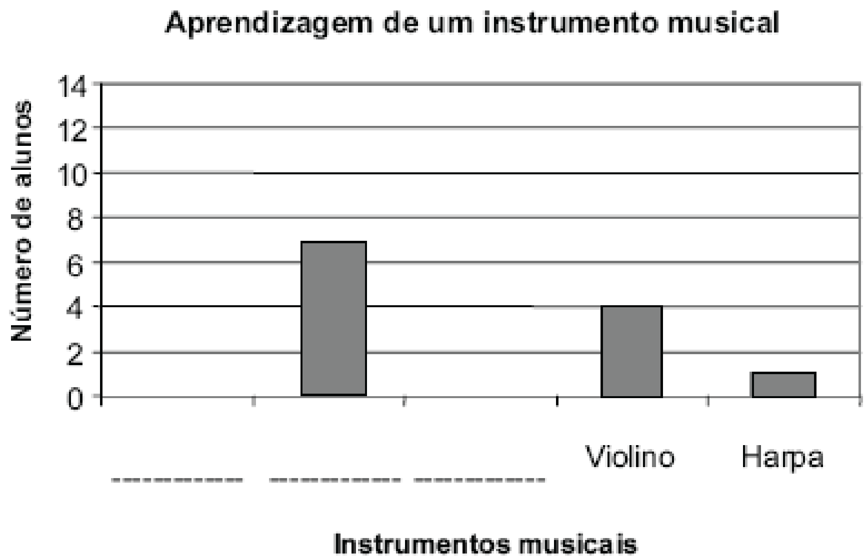
18. Na turma do Ricardo, os alunos construíram um pictograma com os dados relativos ao instrumento musical que gostariam de aprender a tocar. Cada aluno escolheu apenas um instrumento musical.

Aprendizagem de um instrumento musical



Utiliza a informação do pictograma anterior para completares o gráfico de barras seguinte: escreve o nome dos instrumentos e desenha as duas barras que faltam no gráfico.

Utiliza o lápis e a régua.



19. A diretora da turma do António fez um inquérito no qual perguntava quantas horas, aproximadamente, os alunos costumavam dormir por dia. Todos os alunos da turma responderam ao inquérito.

A tabela seguinte mostra os resultados do inquérito.

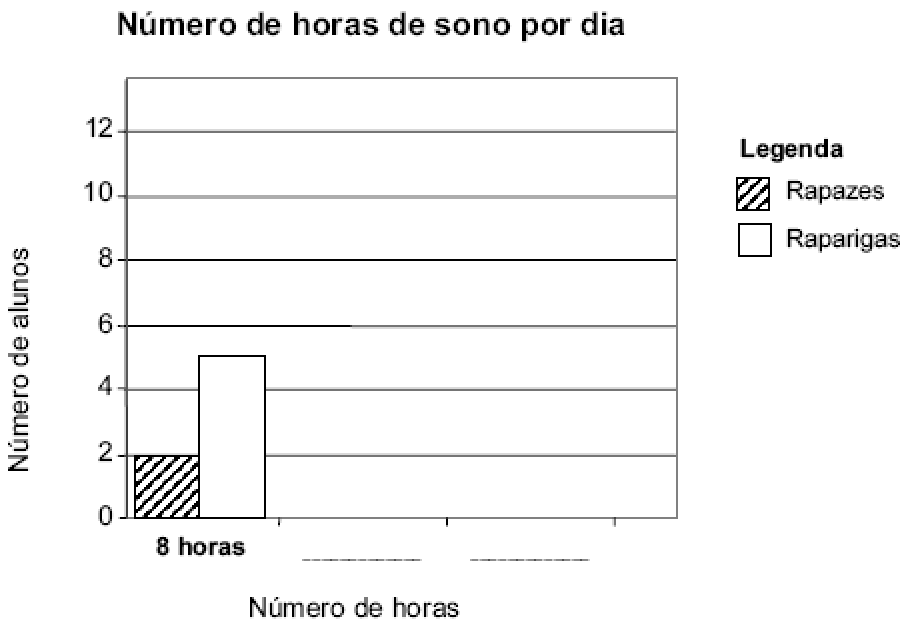
Número de horas de sono por dia

Número de horas	Rapazes	Raparigas
8	2	5
9	1	4
10	7	9

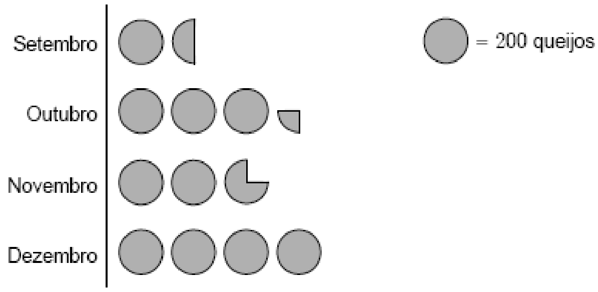
O gráfico de barras seguinte não está completo.

Completa-o com a informação apresentada na tabela.

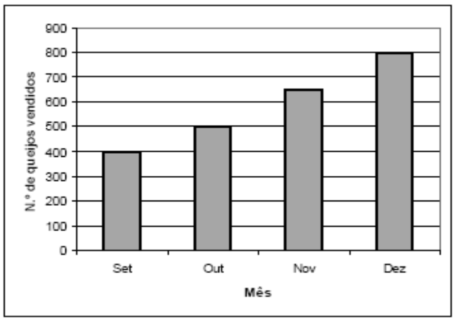
Utiliza o lápis e a régua.



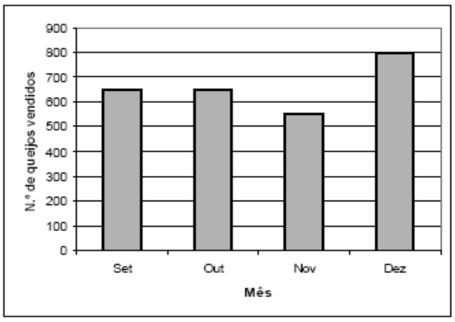
20.Numa loja foram vendidos 2300 queijos de setembro a dezembro. O pictograma mostra o número de queijos vendidos em cada mês.



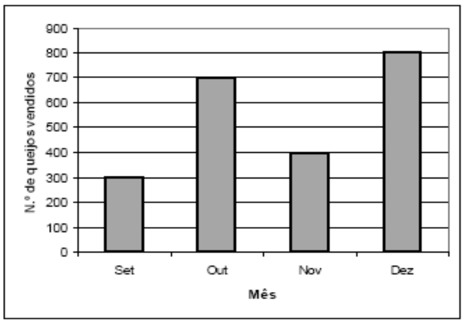
Qual dos gráficos seguintes pode representar os dados do pictograma?



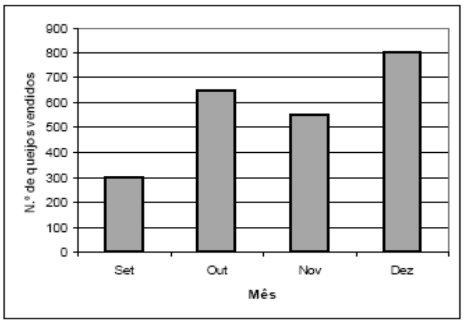
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

21.A Maria vai escolher dois ingredientes diferentes para fazer a sua pizza. Podes escolher:

azeitonas **cogumelos** **ervilhas** **frango** **milho**

Quantos tipos de pizza diferentes a Maria pode fazer?

Resposta: ______________________________________

Apêndice D – Pedido de Colaboração para Validação do Teste de Raciocínio Matemático

Exma Senhora

Professora Mestre

.

Eu, Ana Cristina Henriques de Almeida, aluna de Mestrado em Didáctica da Matemática, da Universidade de Aveiro, estou a realizar a minha dissertação subordinada ao tema Raciocínio Matemático e Pensamento Crítico. O propósito do estudo é averiguar que relação existe entre o Raciocínio Matemático e o Pensamento Crítico, em alunos do 6º ano de escolaridade do ensino básico. Decorrente de tal propósito foi necessário desenvolver um teste que permitisse avaliar a capacidade de Raciocínio Matemático dos alunos.

Tendo em conta a sua experiência enquanto docente na formação inicial e contínua de professores e como co-autora, por convite da DGIDC, de materiais de apoio ao professor no âmbito do novo programa de matemática, solicitamos a sua preciosa colaboração no processo de validação do instrumento. Assim, pedimos que faça uma apreciação crítica ao processo de conceção do instrumento, nomeadamente no que respeita a:

- Decisões tomadas para constituir o banco de itens – selecionar itens das Provas de Aferição focados no Raciocínio Matemático ao invés de os elaborar;
- Aspetos considerados na identificação e caracterização dos itens que constituem o banco de itens;
- Procedimentos seguidos para estabelecer, para cada item, o "grau de dificuldade" e o "tempo de resposta estimado";
- Procedimentos seguidos e decisão tomada de marcar, no banco de itens, como itens a não incluir, aqueles relativamente aos quais se apurou que (i) já tinham sido resolvidos nas aulas de matemática por alguns sujeitos do estudo ou (ii) requeriam a mobilização de conteúdo matemático a ser abordado após a data prevista para a realização do teste;
- Critérios e procedimentos usados na seleção dos itens (quantos por tema e quais) a integrar em cada versão do teste de Raciocínio Matemático (Versão A e versão B);
- Organização, composição e arranjo de cada uma das versões do teste de Raciocínio Matemático;

- Relevância e clareza da informação constante do Manual do Aplicador e respetiva organização e arranjo gráfico.

Para tal, disponibilizamos um documento que descreve o processo de construção do teste, cada uma das versões do teste construídas e o Manual do Aplicador elaborado. Disponibilizamos ainda uma folha para registo da apreciação crítica, bem como de comentários e sugestões que entenda fazer.

A sua apreciação crítica, comentários e sugestões constituirão um valioso contributo para promover as características do instrumento desenvolvido.

Agradecemos, desde já, toda a atenção e disponibilidade dispensada.

Com elevada consideração.

Águeda, 07 de março de 2012

Atenciosamente

Apêndice E – Manual do Aplicador do Teste de Raciocínio Matemático

Questionário de

Raciocínio Matemático

Manual

do Aplicador

Índice

Introdução

O presente manual destina-se aos aplicadores do teste de Raciocínio Matemático do 6º ano de escolaridade, no ano letivo de 2011 / 2012. Os aplicadores deste teste são professores de matemática e de estudo acompanhado dos alunos das turmas do 6º ano que o irão realizar. De forma a assegurar que este teste seja aplicado da mesma maneira a todas as turmas do 6º ano, foi elaborado o presente manual do aplicador, realçando a necessidade do cumprimento rigoroso de todos os procedimentos nele descritos.

Este teste pretende avaliar a capacidade de Raciocínio Matemático de alunos do 6º ano de escolaridade. Deste modo, e de forma a assegurar que se garantam a todos os alunos, as mesmas condições de realização da prova, é necessário cumprir todos os procedimentos a seguir descritos.

1. Os aplicadores do teste de Raciocínio Matemático devem ler aos alunos, nos momentos previstos, as instruções que se encontram em itálico e dentro de caixas neste manual.

2. Espera-se, desta forma, reduzir as margens de subjetividade neste processo, proporcionando a todos os alunos envolvidos o acesso à mesma informação, nas mesmas condições de realização.

3. Qualquer falha nos procedimentos pode colocar em causa a fiabilidade do processo, pelo que conta-se com a disponibilidade e o empenho de todos na realização das tarefas que são solicitadas.

Reiteradamente agradecemos a todos os aplicadores a colaboração prestada.

Preparação da Aplicação do Teste

1. O teste será realizado no dia 27 de abril de 2012.

Turma	Horário de realização	Sala	Aula de aplicação do teste
6ºA	14 h:15 m – 15 h: 45 m	13	Estudo Acompanhado
6ºB	10 h:30 m – 12 h: 00 m	3	Estudo Acompanhado
6ºC	14 h:15 m – 15 h: 45 m	10	Matemática
6ºD	10 h:30 m – 12 h: 00 m	5	Matemática
6ºE	10 h:30 m – 12 h: 00 m	6	Matemática

2. Nos primeiros 15 minutos o aplicador deverá proceder à leitura integral das instruções gerais do teste.

3. O teste terminará após os 75 minutos concedidos para a sua realização.

4. Não se admite a entrada de qualquer aluno após a chamada, bem como não se concede aos alunos qualquer tempo suplementar para a realização do teste.

Antes da Aplicação do Teste

1. O aplicador deverá verificar o estado de arrumação da sala e a existência de todos os recursos necessários à aplicação (convém ter material de escrita disponível caso os alunos se esqueçam de o trazer). Para tal, poderá recorrer à seguinte lista de verificação:

    - ✓ Sala organizada de modo a acautelar convenientemente o número e a distribuição de cadeiras ou das mesas e a necessária distância entre os alunos.
    - ✓ Ausência de qualquer material que possa fornecer informações aos alunos.
    - ✓ Lista dos alunos que farão o teste, com indicação de eventuais casos particulares.
    - ✓ Fotocópias do teste em número suficiente.

Lista de Materiais de Reserva	Canetas ou esferográficas de tinta azul ou preta, lápis, borrachas, apara-lápis, réguas graduadas e calculadoras.

2. Antes dos alunos iniciarem a realização do teste, o aplicador deverá registar no quadro a duração do teste.

3. O aplicador, à hora de entrada dos alunos na sala, deverá proceder à chamada à porta da sala e, os alunos deverão entrar para esta, sentando-se nos lugares de acordo com a ordem de chamada. Se porventura um aluno faltar, o lugar onde este se iria sentar ficará vago.

Durante a aplicação do Teste

1. Quando os alunos estiverem calmamente sentados, e antes de proceder à entrega do teste leia em voz alta:

> *Passo agora a ler os cuidados a terem ao longo do questionário.*
>
> *Em primeiro lugar, chamo a atenção para o facto de não poderem falar com os vossos colegas, durante o tempo de realização do mesmo.*
>
> *No caso de terminarem o questionário antes do tempo, deverão aproveitar para reverem o que fizeram.*
>
> *Mas, se tiverem algum problema que não tenha a ver com as questões do questionário, levantem o braço e esperem que chegue ao pé de vocês.*
>
> *Estou a ser claro(a)?*
>
> *Querem fazer alguma pergunta?*
>
> *Agora, o que peço é que verifiquem se têm o material necessário para realizarem o questionário: canetas ou esferográficas de tinta azul ou preta, lápis, borracha, apara-lápis, calculadora e régua graduada.*

2. Verifique se os alunos perceberam todas as instruções para o teste, se possuem o material necessário para a realização da mesma. Continue a ler em voz alta:

> *Agora vou distribuir os questionários. Deixem os testes com as capas para baixo, até que eu diga que as voltem.*

3. Distribua os testes com a capa (folha de rosto) virada para baixo.

4. Os alunos só devem virar o teste quando o aplicador assim o indicar. Quando a distribuição dos testes estiver concluída leia:

> *Podem voltar os questionários.*
>
> *Preencham o cabeçalho da capa com os dados que vou dizer:*
>
> - *Escrevam a vossa idade no espaço destinado à idade;*
> - *Façam uma cruz em F ou M, conforme o sexo: Feminino ou Masculino*
> - *Escrevam no espaço onde diz Escola o nome da vossa escola.*
>
> *Querem perguntar alguma coisa?*

5. Quando os alunos acabarem de preencher o cabeçalho do teste, leia pausadamente e em voz alta:

> *Agora que já têm o cabeçalho devidamente preenchido, relembro que:*
>
> - *Este questionário é muito importante e requer muita atenção e concentração, sendo um trabalho individual;*
> - *O questionário tem a duração de 75 minutos;*
> - *Eu aviso 15 minutos antes do final do teste; quando este tempo terminar, não poderão escrever mais nada;*
> - *Não haverá intervalo durante a realização do questionário.*
>
> *Querem perguntar alguma coisa? Fui claro(a)?*

6. Assegure-se que os alunos não têm qualquer dúvida em relação à duração do teste.

7. Leia pausadamente e em voz alta:

> *Podem virar a folha da capa.*
> *Na página seguinte, encontram as Instruções Gerais sobre o Questionário que vão realizar.*
> *Vou lê-las pausadamente e peço que acompanhem a leitura.*

Instruções Gerais sobre o Questionário

Este questionário tem a duração de 75 minutos.

Se acabares antes do tempo previsto, deves aproveitar para rever as perguntas e as tuas respostas.

Deves respeitar as instruções que a seguir são dadas.

1. *Deves realizar o questionário com caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.*
2. *Em algumas questões terás de colocar **X** no quadrado correspondente à resposta correta. Se te enganares e puseres **X** no quadrado errado, risca-o e volta a colocar X no local certo.*
3. *Se precisares de alterar alguma resposta, risca-a e escreve a nova resposta.*
4. *Segue as instruções de cada uma das questões com cuidado.*
5. *Não risques os cálculos, os esquemas, nem os desenhos que utilizares nas tuas respostas.*
6. *Lê o questionário com muita atenção.*
7. *Responde a todas as perguntas com a máxima atenção.*
8. *Se acabares antes do tempo previsto, deves aproveitá-lo para rever o teu questionário*

Volto a lembrar que:

- *Devem ler cuidadosamente cada questão antes de começarem a responder.*

Quando não souberem resolver uma questão, devem passar à seguinte e só no final devem voltar às questões que ficaram sem resposta.

Quando faltarem 15 minutos para terminar o tempo, eu aviso. Quem acabar o questionário antes do tempo previsto tem de manter-se nos lugares e em silêncio para não prejudicarem os colegas.

8. Ateste que não existem dúvidas em relação à realização do teste, nomeadamente e exclusivamente, no que diz respeito às instruções do teste e não aos conteúdos apresentados na mesma.

9. Comece a contar os 75 minutos

ATENÇÃO!!!
A partir deste momento não deve ler nada do teste, nem dar qualquer explicação aos alunos.

10. Desloque-se pela sala e verifique se todos os alunos têm em cima da mesa, apenas o material necessário para a realização do teste

11. Ao fim de 15 minutos, verifique se todos os alunos preencheram corretamente os cabeçalhos.

12. Preencha em cada teste o número convencional do aluno, presente na pauta de chamada.

13. Ao fim de 60 minutos leia em voz alta:

> *Ainda têm 15 minutos. Quando acabarem de responder a todas as questões, devem aproveitar o tempo que sobrar para lerem com muita atenção as vossas respostas, verem se estão corretas e se não se esqueceram de responder a alguma questão.*

13. Quando o tempo tiver acabado, diga:

> *Acabou o tempo. Não escrevam nada.*
> *Mantenham os questionários em cima das mesas.*

14. Recolha os testes e mande sair os alunos lendo em voz alta:

> *Podem sair. Obrigado(a) pela vossa colaboração!*

16. Assinale com um X, em cada teste e no espaço destinado às Observações do Aplicador, os casos particulares dos alunos, de acordo com a seguinte categorização:

A - Aluno(a) que não tem o português como língua materna

Alunos com necessidades educativas especial de carácter permanente, sem currículo específico individual, ao abrigo do DL nº 3 / 2008, de 7 de janeiro, que apresentam alterações funcionais no âmbito de:

B - deficiência auditiva (de grau moderado, severo ou profundo)

C - deficiência motora

D - deficiência mental

E – outras limitações significativas ao nível da atividade e da participação

Devolução dos Testes ao Investigador / Aplicador

1. Verifique se preencheu corretamente, em cada teste, as situações indicadas no espaço destinado ao aplicador.

2. Preencha na íntegra, a Folha de Aplicação com os dados relativos ao teste e coloque-a juntamente com os testes no envelope destinado à entrega das mesmas (à investigadora).

Folha de Registo de Aplicação do Teste de Raciocínio Matemático

Escola: ____

Aplicador: ____

Alunos:

Número de Alunos por turma ☐

Número de alunos que realizaram o teste ☐

Início do Teste: ____ h ____ min. Fim do Teste: ____ h ____ min.

Relato de ocorrência(s): se tiver havido, durante a aplicação do teste, uma ou mais situações problemáticas (ex: reserva insuficiente de material, desistência de algum aluno por indisposição física…), descreva-a(s) sucintamente, indicando a solução encontrada para a(s) resolver.

____

____

____

____

____

____

____

Os alunos revelaram dificuldades específicas (assinale com um X):

	SIM	NÃO
▪ Compreensão das instruções……………………	☐	☐
▪ Cansaço ………………………………………..	☐	☐
▪ Falta de tempo …………………………………	☐	☐
▪ Outras (a especificar) …………………………..	☐	☐

Assinatura: ____

Apêndice F – Critérios Gerais de Correção do Teste de Raciocínio Matemático

Questionário de

Raciocínio Matemático

Critérios Gerais de Correção

Critérios Gerais de Classificação

O teste de Raciocínio Matemático é constituído por diversos tipos de itens, incluindo itens de escolha múltipla, itens de resposta curta e itens de resposta mais extensa. Este documento contém instruções que devem ser consideradas na codificação e classificação das respostas aos itens do teste.

Todas as respostas são codificadas através de códigos que correspondem a níveis diferenciados de desempenho, desde o nível considerado máximo até ao nível mais baixo. O professor classificador só pode atribuir a cada resposta, um dos códigos mencionados nestes critérios.

Erros de ortografia ou linguísticos não devem ser tomados em consideração, a não ser que sejam impeditivos da compreensão da resposta.

Caso o aluno resolva o teste, ou alguns itens do mesmo a lápis, ou numa cor diferente do azul ou do preto, o professor classificador, ao aplicar os critérios, deve ignorar esse facto.

Deve ser atribuído o código X sempre que o aluno não desenvolva qualquer trabalho para responder aos itens do teste, ou refira "já não tenho tempo", ou "não sei".

A ambiguidade e/ou a ilegibilidade da resposta, do ponto de vista gráfico, implicam a atribuição do código 0.

Nos itens de escolha múltipla, será atribuído o código 0 às respostas em que o aluno assinale mais do que uma opção de resposta, ou em que refira que as opções são todas incorretas ou todas corretas.

Ao código 3 corresponde a totalidade da cotação da resposta.

Ao código 2 corresponde 50% da cotação da resposta.

Ao código 1 corresponde 25% da cotação da resposta.

Item	Respostas / Descrição dos níveis de desempenho	Código	Cotação
1	Assinala corretamente a resposta (***entre 110 e 130 centilítros)***	3	4%
	Dá outra resposta	0	0%
2	Assinala corretamente a resposta (***96)***	3	4%
	Dá outra resposta	0	0%
3	Refere que o número de fotografias grandes são 6 e o número de fotografias pequenas são 12.	3	7%
	Há algum trabalho, revelando compreensão.	2	3,5%
	Responde corretamente, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.	1	1,75%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%
4	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão e dá a resposta correta (**7 tostas**) ou responde corretamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.	3	7%
	Há evidência de que o aluno identifica as tostas que ficam sem nada, mas não dá a resposta correta ou não responde.	2	3,5%
	Apresenta uma estratégia explícita de resolução da questão, mas comete um ou dois erros de percurso e responde de acordo com os erros cometidos.	1	1,75%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%
5	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão e há evidência de ter chegado à resposta correta (**60 minutos**) ou responde corretamente, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.	3	6%
	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão, mas responde 1 hora.	2	3%
	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão, mas comete um pequeno erro de cálculo, e responde de acordo com o valor obtido.	1	1,5%
	Apresenta uma resposta diferente das mencionadas.	0	0%

6.1	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão, e responde corretamente (**os correios obtiveram menos dinheiro com os selos do tipo A ou os correios obtiveram menos dinheiro com os selos de 45 cêntimos**) ou responde corretamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação.	3	6%
	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão, mas comete um pequeno erro de cálculo e responde de acordo com o erro cometido.	2	3%
	Revela alguma compreensão da situação.	1	1,5%
	Apresenta uma resposta diferente das mencionadas.	0	0%
6.2	Assinala corretamente a resposta: **Gráfico A**	3	6%
	Dá outra resposta	0	0%
7	Responde corretamente: **3**.	3	2%
	Dá outra resposta	0	0%
8	Responde corretamente: **2**.	3	2%
	Dá outra resposta	0	0%
9	Assinala corretamente a resposta: **construção C**	3	2%
	Dá outra resposta	0	0%
10	Assinala corretamente a resposta: **figura D**	3	2%
	Dá outra resposta	0	0%
11	Assinala corretamente a resposta: **figura D**	3	4%
	Dá outra resposta	0	0%
12	Assinala corretamente a resposta: **37 cm**.	3	7%
	Dá outra resposta	0	0%
13	Responde corretamente: **18**.	3	6%
	Apresenta outra resposta além da mencionada.	0	0%
14	Responde corretamente: **123456 × 8 + 6 = 987654**.	3	3%
	Escreve corretamente: 123456 × 8 + 6.	2	1,5%
	Escreve corretamente: 987654.	1	0,75%

	Apresenta uma resposta diferente das mencionadas.	0	0%
15	Responde corretamente: **35**.	3	5%
	Desenha a quinta figura, mas não responde à pergunta, ou responde incorretamente.	2	2,5%
	O trabalho revela que o aluno identifica a lei de formação da sequência de figuras.	1	1,25%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%
16	Responde corretamente: **52**.	3	5%
	Desenha a figura 6, mas não responde à questão, ou responde incorrectamente.	2	2,5%
	Revela compreensão da lei de formação da sequência de figuras.	1	1,25%
	Apresenta uma resposta diferente das mencionadas.	0	0%
17	Responde corretamente: **21**.	3	7%
	Desenha a figura correspondente ao 5.º monte, mas não responde à pergunta, ou responde incorretamente.	2	3,5%
	Há algum trabalho, revelando o conhecimento da lei de formação da sequência de figuras apresentada.	1	1,75%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%
18	Completa corretamente o gráfico	3	2%
	Indica corretamente a designação da categoria relativa à flauta, mas não completa o restante gráfico ou completa-o incorretamente.	2	1%
	Completa corretamente o gráfico relativo às categorias de piano e guitarra, mas não identifica a designação relativa à flauta ou identifica-a incorretamente.	1	0,5%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%
19	Completa corretamente o gráfico	3	3%
	Desenha corretamente as quatro barras que faltam no gráfico, mas não preenche, ou preenche incorretamente, os espaços correspondentes às designações das categorias (9 horas e 10 horas).	2	1,5%
	Preenche os espaços correspondentes às designações das categorias (9 horas e 10 horas), mas não desenha uma ou duas das barras que faltam, ou desenha-as incorretamente.	1	0,75%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas	0	0%

20	Assinala corretamente a resposta: **Gráfico D**.	3	3%
	Apresenta outra resposta além da mencionada.	0	0%
21	Apresenta uma estratégia apropriada e completa de resolução da questão, e responde corretamente (**10 combinações**) ou responde corretamente, sem apresentar uma explicação compreensível, ou sem apresentar uma explicação.	3	7%
	Apresenta um processo organizado de contagem, identificando as dez combinações possíveis, mas acrescenta outras combinações.	2	3,5%
	Identifica, pelo menos, cinco das combinações possíveis.	1	1,75%
	Apresenta outra resposta além das mencionadas.	0	0%

Apêndice G – Grelhas de Correção do Teste de Raciocínio Matemático

Teste de Raciocínio Matemático – Grelha de Correção

6º A

Número de testes: 19

	Ítens																						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6.1**	**6.2**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
Cotação	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	100
101	4	4	7	1.75	0	6	0	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	0	62.75
102	4	4	7	7	3	6	0	2	2	0	2	0	0	6	3	5	0	7	2	3	3	0	66
103	0	4	0	0	0	0	0	2	2	2	2	0	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	53
104	4	4	7	7	3	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	2.5	3.5	2	3	3	7	78
105	4	0	7	1.75	6	6	6	2	2	2	2	0	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	79.75
106	4	0	7	0	6	6	0	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	0	63
107	4	4	X	0	6	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	0	2	3	3	0	59
109	4	0	7	7	6	X	6	2	2	2	2	0	0	0	3	5	0	7	2	3	3	7	68
110	4	4	7	1.75	0	0	6	2	2	2	2	0	0	6	1.5	5	5	7	2	3	3	3.5	66.75
112	4	4	0	7	6	6	6	2	2	2	2	0	0	0	3	0	5	7	2	3	3	0	64
113	4	4	7	0	3	0	0	2	2	2	2	0	0	0	3	5	0	0	2	3	3	7	49
115	4	4	0	0	6	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	7	2	3	3	7	75
116	4	4	7	3.5	0	6	6	2	2	2	2	0	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	79.5
117	4	4	7	0	6	0	6	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	7	2	3	3	0	62
118	4	4	7	1.75	6	6	6	2	2	0	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	0	78.75
119	4	4	7	7	3	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	0.75	3	7	94.75
120	4	4	7	7	3	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	90
121	4	4	7	0	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	0	5	7	2	3	3	7	81
122	4	4	7	7	3	0	0	2	2	0	2	4	7	6	1.5	0	5	1.75	2	3	3	7	71.25

Teste de Raciocínio Matemático – Grelha de Correção

6º B

Número de testes: 27

	Ítens																						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6.1**	**6.2**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
Cotação	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	100
201	4	4	0	7	0	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	0	7	2	0.75	3	7	66.75
202	4	0	7	1.75	0	0	0	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	0.75	3	7	57.5
203	0	4	0	1.75	0	6	0	0	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	56.75
204	4	4	1.75	0	0	6	0	2	0	2	2	4	7	6	3	0	0	0	2	0.75	3	0	47.5
205	0	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	89
207	4	4	7	1.75	6	6	0	2	2	0	2	0	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	75.75
208	4	4	7	0	6	6	6	0	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	1	3	3	7	83
209	0	4	0	0	6	6	0	0	2	2	2	4	0	0	3	1.25	5	7	2	3	3	3.5	53.75
210	4	0	0	0	6	1.5	0	2	2	2	2	4	0	0	3	5	0	7	2	0.75	3	3.5	47.75
211	4	4	3.5	1.75	0	6	0	2	2	0	2	4	0	6	3	1.25	2.5	3.5	2	3	3	3.5	57
212	4	4	3.5	1.75	3	0	0	2	2	2	2	4	0	6	3	2.5	5	0	2	3	3	7	59.75
213	4	4	7	1.75	6	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	81.75
214	4	4	7	0	X	0	0	2	2	2	2	0	0	X	3	1.25	5	7	2	0.75	0	0	42
215	4	4	7	7	3	6	6	2	2	2	0	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	82
216	4	4	0	7	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	0	79
217	4	4	0	0	0	1.5	6	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	62.5
218	0	4	7	0	0	6	6	0	2	0	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	66
219	4	4	7	1.75	3	6	6	0	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	0	69.75
220	4	4	7	1.75	6	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	0.75	3	7	79.5
221	0	0	7	0	0	0	0	2	2	0	2	4	0	6	3	0	0	0	0	3	3	0	32
222	0	4	3.5	0	6	1.5	0	2	2	2	2	0	0	6	3	0	5	7	2	0.75	3	7	56.75
223	4	4	7	7	6	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	87
224	4	4	7	3.5	6	0	0	0	2	2	2	4	0	6	3	5	0	7	2	0.75	3	7	68.25
225	4	4	3.5	3.5	6	6	0	2	2	2	2	4	0	X	1.5	5	5	7	2	3	3	7	7.5
226	4	4	7	7	0	6	6	2	2	0	2	0	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	81
227	0	4	7	3.5	0	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	0	2	0.75	0	1.75	56
228	4	4	7	7	6	0	6	0	2	2	2	0	0	0	3	1.25	0	7	2	3	3	7	66.25

Teste de Raciocínio Matemático – Grelha de Correção

6º C

Número de testes: 17

	Ítens																						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6.1**	**6.2**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
Cotação	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	100
301	4	4	7	1.75	6	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	81.75
302	0	4	7	0	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	82
303	4	4	7	7	0	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	1	3	3	7	86
304	4	4	0	0	6	0	0	2	2	2	2	4	7	X	3	0	0	0	2	0.75	0	1	39.75
305	4	4	7	1.75	6	6	0	2	2	2	2	0	0	0	3	5	2.5	0	2	3	3	1	56.25
306	4	4	7	0	6	0	6	2	2	2	2	0	7	6	0	0	5	0	1	0.75	0	1	55.75
307	0	4	7	1.75	3	6	0	2	2	2	2	4	0	6	X	0	0	7	2	3	3	7	61.75
308	4	4	7	7	6	6	6	2	2	0	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	98
309	4	4	0	1.75	0	0	6	0	0	2	2	4	7	6	3	0	0	7	2	3	3	1	55.75
310	4	0	7	7	3	6	6	2	2	2	2	4	7	0	3	0	5	7	2	3	3	7	82
311	4	4	7	7	6	6	6	0	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	91
314	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	4	0	X	3	0	0	0	1	3	3	1	21
316	0	4	7	1.75	0	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	1	71.75
317	4	4	7	7	6	6	0	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	0	2	3	3	1	81
318	0	4	0	7	6	0	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	0.75	3	7	80.75
319	0	4	7	0	0	0	0	2	0	2	2	0	0	6	3	0	5	7	2	3	3	1	47
320	4	4	7	7	0	0	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	0	0	78

Teste de Raciocínio Matemático – Grelha de Correção

6º D

Número de testes: 18

	Ítens																						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6.1**	**6.2**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
Cotação	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	100
401	0	0	0	7	0	6	0	2	2	2	0	4	0	6	1.5	5	5	7	2	0.75	3	7	60.25
404	0	0	0	7	0	0	0	2	2	2	2	4	0	0	3	0	0	0	2	0.75	0	0	24.75
405	4	4	7	0	0	6	6	2	0	2	2	0	0	6	3	5	0	7	X	X	3	7	64
406	0	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	1.5	0	5	7	2	3	3	0	75.5
407	0	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	0	7	2	3	3	7	84
408	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	0	5	7	2	3	3	7	88
409	X	X	7	0	0	6	6	2	2	2	2	0	0	X	X	0	5	0	2	0.75	3	7	44.75
410	0	4	0	0	0	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	0	2	3	3	0	4
413	0	4	7	0	0	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	7	2	3	3	1.75	59.75
414	4	4	7	7	6	6	0	2	2	2	0	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	85
415	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	4	0	6	0	5	5	0	2	3	0	1.75	33.75
416	0	0	7	7	3	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	0	7	86
417	4	4	0	7	0	0	0	2	2	2	2	0	7	0	3	5	5	0	2	0.75	3	7	55.75
418	4	0	7	7	0	X	0	2	0	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	1.75	63.75
419	4	0	7	0	6	0	0	2	2	2	2	4	0	6	3	0	0	0	2	3	3	7	53
420	4	4	7	7	0	0	6	2	2	2	2	4	0	X	3	0	5	7	2	3	3	3.5	64.5
421	4	4	7	7	0	6	0	2	2	0	2	4	0	0	3	0	5	0	2	0.75	0	7	35.75
422	4	4	7	0	3	6	6	2	2	0	2	4	0	0	3	5	5	0	2	3	3	7	68

Teste de Raciocínio Matemático – Grelha de Correção

6ºE Número de testes: 26

	Ítens																						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6.1**	**6.2**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
Cotação	4	4	7	7	6	6	6	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	7	100
501	4	4	7	X	0	6	6	2	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	X	67
502	0	4	X	0	6	6	0	2	2	2	0	4	0	0	3	5	0	7	2	3	3	1.75	50.75
503	0	0	0	7	0	6	0	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	0	2	0	3	0	38
504	4	0	7	7	0	0	0	2	2	2	2	4	7	0	3	0	5	7	2	3	3	7	67
505	4	4	7	7	6	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	87
506	0	4	0	0	0	6	6	2	2	2	X	X	X	X	3	0	5	7	2	3	3	0	45
507	4	4	7	0	6	6	0	2	2	2	2	4	7	6	3	5	5	7	2	3	3	3.5	83.5
508	0	4	7	0	0	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	0	7	2	X	X	X	58
509	4	4	7	1.75	3	6	0	2	2	2	2	0	7	6	3	5	5	0	2	0.75	3	0	65.5
510	4	4	7	7	3	6	0	2	2	2	2	4	0	6	3	2.5	5	7	2	3	3	7	81.5
511	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	4	0	X	3	0	2.5	3.5	2	3	0	7	33
512	4	4	7	7	0	1.5	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	0	7	2	3	3	7	77.5
513	4	4	7	7	0	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	1.75	81.75
514	4	4	7	0	6	6	6	2	2	2	2	0	7	0	3	5	5	7	2	3	3	7	83
515	0	0	X	0	X	6	0	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	0	2	0.75	0	1.75	30.5
516	0	4	7	0	6	6	0	0	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	68
517	0	4	0	7	6	0	0	2	2	2	2	4	0	0	3	0	5	7	2	0.75	3	0	50.75
518	0	4	7	1.75	0	0	6	2	2	2	2	4	0	X	3	5	1.25	7	2	3	3	1.75	56.75
519	0	4	7	7	0	0	0	0	2	0	2	4	0	0	3	0	5	7	1	0.75	3	0	45.75
520	4	4	7	0	0	3	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	0	2	3	3	3.5	66.5
521	0	4	7	0	6	6	0	0	2	2	2	4	0	0	3	5	5	7	2	3	3	7	68
522	0	4	0	0	0	0	0	2	2	0	2	4	7	6	3	5	2.5	7	2	3	3	7	59.5
523	0	4	0	0	6	6	0	2	2	2	2	0	0	6	3	5	5	7	2	3	3	7	65
524	0	0	0	0	6	6	6	2	2	2	2	4	0	6	3	5	5	7	2	3	3	0	64
525	4	4	7	7	3	6	6	2	2	0	2	4	X	X	3	5	X	0	2	3	3	3.5	66.5
527	0	0	7	0	6	6	6	2	2	2	2	0	0	0	3	0	5	0	2	0.75	3	7	53.75

Referências Bibliográficas

Alves, A. S.; Miranda, L. (2008). *Educação matemática crítica na escola.* In Luengo, Ricardo; Gómez, Bernardo; Camacho, Matías; Blanco, Lorenzo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 709-716). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9,* 33–52.

Ball, D. L.; Bass, H. (2003). *Making mathematics reasonable in school.* In J. Kilpatrick, W. J. Martin & D. Schifter (Eds.), A *research companion to Principles and Standards for school mathematics* (pp.27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração.* Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Boavida, A.; Paiva, A.; Cebola, G.; Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico - Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC – ME.

Borg, W.; Gall, M. (1989). *Educational research: An introduction*. (5ª ed). London: Longman.

Cañadas, M. C.; Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA:* Revista de investigación en Didáctica de la Matemática, *1*(2), 67-78.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115*, 11-17.

Comissão Europeia (2000). *Relatório Europeu sobre a qualidade do ensino básico e secundário*. Luxemburgo: Serviço de Publicações Oficiais das Comunidades Europeias.

Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.

Davis, P.; Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

Díaz, J. (2004). Reflexiones sobre las finalidades de la enseñanza de las Ciencias: educación científica para la ciudadanía. *Revista Eureka sobre Enseñanza e Divulgación de las Ciencias*, 1(1), 3-16.

Direção Geral do Ensino – DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências essenciais*. Lisboa: DEB – ME.

Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular – DGIDC (2010). *Metas de Aprendizagem para a Educação Pré-Escolar e para o Ensino Básico.* Obtido em novembro de 2011 de www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt.

English, L. D. (1997). Analogies, Metaphors and Images: Vehicles for Mathematics Reasoning. In English, L. D. (Ed.), *Mathematical Reasoning. Analogies, Metaphors and Images*, (pp. 3-18). London: LEA.

Fialho, C. (2005). *Cidadania e Educação Matemática Crítica: Investigação sobre o contributo da educação matemática na formação de cidadãos participativos e críticos.* Lisboa: Universidade de Lisboa.

Figueiredo, C. S. (2005). *Resolução de problemas e pensamento crítico* – estudo correlacional com alunos do 6º ano de escolaridade. Dissertação de Mestrado. Braga: Universidade do Minho, Instituto de Educação e Psicologia.

Fiúza, E. F. (2010). *Papel do contexto de aprendizagem na resolução de problemas em ciência*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Follman, J. (2003). Reliability Estimates of Contemporary Critical Thinking Instruments. *The Korean Journal of Thinking & Problem Solving, 13*(1), 73-81.

Fortin, M. (2009). *Fundamentos e etapas do processo de investigação*. Loures: Lusodidacta.

Franco, A. H.; Rivas, S. F.; Saiz, C.; Almeida, L. S. (2011). *Competências de estudo e pensamento crítico: suas interacções*. VIII Congresso Iberoamericano de Avaliação/Evaluación Psicológica. Atas da XV Conferência Internacional Avaliação Psicológica: Formas e Contextos, 108-118. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Psicologia

GAVE (2001). *Primeiro Relatório Nacional - Resultados do Estudo Internacional PISA 2000*. Lisboa: GAVE – ME

GAVE (2006). *Prova de Aferição de Matemática do 2º ciclo – Relatório Nacional de 2006*. Lisboa: GAVE – ME.

GAVE (2007). *PISA 2006: Competências científicas dos alunos portugueses*. Lisboa: GAVE-ME.

GAVE (2009). *Prova de Aferição de Matemática do 2º ciclo – Relatório Nacional de 2009*. Lisboa: GAVE-ME.

GAVE (2010). *Prova de Aferição de Matemática do 2º ciclo – Relatório Nacional de 2010*. Lisboa: GAVE-ME.

GAVE (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 2º ciclo – Relatório Nacional de 2011*. Lisboa: GAVE-ME.

Halpern, D. F. (2003). *Thought and knowledge: An introduction to critical thinking (4th ed.)*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Halpern, D. F. (2010). *Manual HCTA, Halpern Critical Thinking Assessment (Version 2.1)*. Mödling, Áustria: Schuhfried.

Henriques, A. C. (2010). *O pensamento matemático avançado e a aprendizagem análise numérica num contexto de actividades de investigação*. Tese de Doutoramento. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Hershkowitz, R. (1998). *About reasoning in geometry*. In C. Mammana & V. Villani, (Eds.). *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI Study*, (pp. 29-37). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Janela, M. A. P. (2012). *O (Novo) Programa de Matemática do Ensino Básico e o desenvolvimento do raciocínio geométrico no tópico Triângulos e quadriláteros*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto Educação.

Jorge, I. (2006). *Navegar no Português - Programa on-line de formação de professores de Português do ensino secundário: reflexão crítica, participação, interacção e tutoria*. Tese de Doutoramento, sem publicação. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Kilpatrick, J.; Swafford, J. (Eds). (2004). *Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Ku, K. Y. (2009). Assessing students' critical thinking performance: Urging for measurements using multi-response format. *Thinking Skills and Creativity, 4*, 70-76.

Lassance, M. C. (2005). Adultos com dificuldades de ajustamento ao trabalho: ampliando o enquadre da orientação vocacional de abordagem evolutiva. *Revista Brasileira de Orientação Profissional, 6* (1), 41-51.

LBSE (1986). Lei nº 46 de 14 de outubro de 1986, art.7º a). Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Lei nº 49/2005 (2005-08-30). 2ª alteração à LBSE de 14 de Outubro de 1986.

López, A. (2004). Relaciones entre la educación científica y la divulgación de la Ciencia. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 1(2), 70-86.

Magalhães, A. S. (2009). *Planos de Matemática. Interpretação e concretização no 3º ciclo do Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Coimbra: Universidade de Coimbra, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação.

Matos, J.F., Fialho, C.; Alves, A. (2003). *Cidadania e educação matemática crítica: investigação sobre o contributo da educação matemática na formação de cidadãos participativos e críticos*. Actas do XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática, 99-113. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Matos, J.F. (2005). *Matemática, educação e desenvolvimento social – questionando mitos que sustentam opções actuais em desenvolvimento curricular em Matemática.* In: L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 69-81). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Murteira, B. J. F. (1993). *Análise Exploratória de Dados* (*Estatística Descritiva*) - 2ª. Edição. Lisboa: McGraw-Hill.

NCTM (2008). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. (Trad.) Lisboa: APM. (Obra original publicada em 2000).

OCDE (2004). *Problem Solving for Tomorrow World First Measures of Cross- Curricular Competencies from PISA 2003*. Paris: OECD Publications.

OCDE (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy – A Framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publications

OCDE (2010). *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science*, (Volume 1). Paris: OECD Publishing.

Oliveira, M. M. (1992). *A criatividade, o pensamento crítico e o aproveitamento escolar dos alunos de Ciências*. Tese de Doutoramento, sem publicação. Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Oliveira, P. (2002). *A investigação do professor, do matemático e do aluno: Uma discussão epistemológica.* Tese de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia. *Educação e Matemática, 100*, 3-9.

Oliveira, H.; Menezes, L.; Canavarro, A. P. (2012). *Recursos didáticos numa aula de ensino exploratório: Da prática à representação de uma prática*. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), Investigação em Educação Matemática – Práticas de ensino da Matemática (pp 557-570). Portalegre: SPIEM.

Paul, R. (2005). The state of critical thinking today. *New Directions for Community Colleges*, 130, 27-38.

Pestana M.; Gageiro J. (2008). *Análise de dados para Ciências Sociais – A complementaridade do SPSS*. Lisboa: Edições Sílabo.

Phan, H. P. (2010). Critical thinking as a self-regulatory process component in teaching and learning. *Psicothema*, 22, 284-292.

Ponte, J. P. (2009). O Novo Programa de Matemática como oportunidade de mudança para os professores do ensino básico. *Educação e Matemática*, 12, 96 – 114.

Ponte, J. P.; Branco, N.; Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação e Matemática*, 100, 89-96.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E; Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC – ME.

Ponte, J. P.; Sousa, H. (2010). *Uma oportunidade de mudança na Matemática no ensino básico*. In GTI (Org.), O professor e o programa de Matemática do ensino básico (pp. 11- 41). Lisboa: APM.

Ramos, C. (2009). *A argumentação na aula de Matemática: um estudo colaborativo.* Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.

Ratcliffe, M.; Grace, M. (2003). *Science Education for Citizenship: teaching socio–scientific issues*. Philadelphia: Open University Press.

Recio, A. M.; Godino, J. D. (2001). Institutional and personal meanings of mathematical proof. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 83–99.

Reid, D. A.; Knipping, C. (2010). *Proof in Mathematics Education: Research, Learning and Teaching.* Netherlands: Sense Publishers.

Ribeiro, L. C. (1999). *Avaliação da Aprendizagem*. Lisboa: Texto Editora.

Rocha, A. L. (2011). *A promoção das competências do Pensamento Crítico nos adultos, através da formação em e-learning.* Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação.

Rodrigues, M. (2009). As capacidades transversais no novo programa do ensino básico: desafios à sua integração. *Educação e Matemática*, *105*, 38-40.

Russel, S. (1999). *Mathematical reasoning in the elementary grades*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds), Developing mathematical reasoning in grades K-*12* (pp. 1-12). Reston, VA: NCTM.

Sanches, M. D. (2009). *Estratégias de ensino das ciências promotoras de criatividade e pensamento crítico.* Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Santánna, I. M. (2002). *Por quê Avaliar? Como Avaliar?* Rio de Janeiro: Ed.Vozes.

Santos, J. S. F. (2010). *A Matemática na construção e desenvolvimento de uma consciência ecológica*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Santos, C. R. (2011). *O Raciocínio Matemático dos alunos do 7º ano em tarefas de exploração e investigação no tópico Triângulos*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Semana, S; Santos L. (2004). A Avaliação e o Raciocínio Matemático. *Educação e Matemática*, *100*, 51-54.

Silva, D.; Seixas, S. (2010). As competências que a calculadora gráfica promove no ensino/aprendizagem da matemática: um estudo de caso numa turma de 11º ano. *Revista Interações*, *15(*6),114-172. Instituto Politécnico de Santarém. Escola Superior de Educação.

Soares, M. T. C.; Pinto, N. B. (2001). Metodologia da resolução de problemas. In: Reunião Anual da ANPEd, 24 – GT 19, 1-9. Caxambu: Minas Gerais. Obtido em maio de 2012 de www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_24/metodologia.pdf.

Sternberg, R. J. (1999). *The nature of mathematical reasoning*. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12 (NCTM Yearbook)* (pp. 37-44). Reston, VA: NCTM.

Swartz, R.; Snider, F.; Parks, S. (2003). *Infusing Critical and Creative Thinking into Secondary English.* Pacific Grove, CA: Critica1 Thinking Books & Software.

Tenreiro-Vieira, C. (2000). *O Pensamento Crítico na Educação Científica* (Coleção Horizontes Pedagógicos – nº 23). Lisboa: Instituto Piaget.

Tenreiro-Vieira, C. (2004a). Formação em pensamento crítico de professores de ciências: impacte nas práticas de sala de aula e no nível de pensamento crítico dos alunos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*,3 (13), 228-256.

Tenreiro-Vieira, C. (2004b). Produção e avaliação de actividades de aprendizagem de ciências para promover o pensamento crítico dos alunos. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33 (6), 1-17. Obtido em outubro de 2011 de www.campusoei. org/revista/deloslectores/708.pdf.

Tenreiro-Vieira, C. (2009). *Literacia científica, literacia matemática e pensamento crítico*. Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, 394-399. Obtido em novembro de 2011 de ensciencias.uab.es/congreso09/numeroextra/art-394-399.pdf.

Tenreiro-Vieira, C. (2010). *Promover a literacia matemática dos alunos: Resolver problemas e investigar desde os primeiros anos de escolaridade*. Vila Nova de Gaia: Editora Educação Nacional.

Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R.M. (2000). *Promover o Pensamento Crítico dos alunos: propostas concretas para a sala de aula* (Coleção Educação Básica – nº 10). Porto: Porto Editora.

Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R. M. (2001). *Resolução de problemas e pensamento crítico. Em torno da(s) possibilidade(s) de articulação.* Educação e Matemática, 62, 34 – 36.

Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R. M. (2005). *Estratégias de ensino / aprendizagem: O questionamento promotor do pensamento crítico.* Lisboa: Editorial do Instituto Piaget.

Tenreiro-Vieira, C.; Vieira, R. M. (2011). Educação em ciências e em matemática numa perspectiva de literacia: desenvolvimento de materiais didácticos CTS / Pensamento Crítico (PC). In W. dos Santos e D. Auler (Orgs.), *CTS e educação científica: desafios, tendências e resultados de pesquisas* (pp. 417-437). Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Vasconcelos, R. M.; Almeida, L. S.; Monteiro, S. C. (2005). Métodos de estudo em alunos do 1º ano da universidade. *Psicologia Escolar e Educacional, 9*, 195-202.

Vieira, R. M. (1995). *O desenvolvimento de Courseware promotor de capacidades de pensamento crítico.* Dissertação de Mestrado não Publicada. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Vieira, R. M. (2003). *Formação Continuada de Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico Para uma Educação em Ciências com Orientação CTS/PC*. Tese de Doutoramento não publicada. Aveiro: Universidade de Aveiro, Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.

Wellington, J. (2002). *What can Science Education do for Citizenship and the future of the Planet? Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 2*(4), 553-561.

Yakel, E.; Hanna, G. (2003). *Reasoning and Proof*. In J. Kilpatrick, W. Martin & D. Schifter (Eds.), A research companion to Principles and Standards for School Mathematics, (pp. 227-236). Reston: NCTM.

Yebra, M.; Membiela, P. (2006). Investigacións científicas desenvolvidas pólos estudiantes como ensinanza por indagación. *In* Costa, L. *et al.* (Coords.), *Actas do XIX Congresso Enciga* (CD-Rom). Póvoa de Varzim: Escola Secundária Eça de Queirós.

Anexos

Anexo 1 - Taxonomia do Pensamento Crítico de Ennis (versão resumida)

Disposições	*Capacidades*
1. Procurar um enunciado claro da questão ou tese; 2. Procurar razões; 3. Tentar estar bem informado; 4. Utilizar e mencionar fontes credíveis; 5. Tomar em consideração a situação na sua globalidade; 6. Tentar não se desviar do cerne da questão; 7. Ter em mente a preocupação original e ou básica; 8. Procurar alternativas 9. Ter abertura de espírito; 10. Tomar uma posição (e modificá-la) sempre que a evidência e as razões sejam suficientes para o fazer; 11. Procurar tanta precisão quanta o assunto o permitir; 12. Lidar de forma ordenada com as partes de um todo complexo; 13. Usar as suas próprias capacidades para pensar de forma crítica; 14. Ser sensível aos sentimentos, níveis de conhecimento e grau de elaboração dos outros.	**Clarificação elementar** 1. Focar uma questão; 2. Analisar argumentos 3. Fazer e responder a questões de clarificação e ou desafio; **Suporte Básico** 4. Avaliar a credibilidade de uma fonte – critérios; 5. Observar e avaliar relatórios de observação, **Inferência** 6. Deduzir e avaliar deduções; 7. Induzir e avaliar induções; 8. Fazer juízos de valor; **Clarificação elaborada** 9. Definir termos e avaliar definições; 10. Identificar assunções; **Estratégias e táticas** 11. Decidir sobre uma ação; 12. Interatuar com os outros

Anexo 2 - Questionário sobre dados individuais e percurso escolar dos alunos realizado a estes e aos respetivos encarregados

Ano Lectivo 2011/2012

QUESTIONÁRIO

- **A preencher pelo Aluno**

Identificação

Nome: ______________________ Nº:______ Ano/Turma:_________

Data de Nascimento:____/____/____Idade:________Naturalidade: ______________________

Morada: ______________________ Código Postal: ___-_____

Localidade: ______________ Telemóvel: ____________ Correio electrónico: ______________________

Nome do Pai: ______________________ Idade: _______ Grau de Escolaridade: __________

Profissão: ________________ Telefone: ______________ Correio electrónico: ______________________

Nome da Mãe: ______________________ Idade: _______ Grau de Escolaridade: __________

Profissão: ________________ Telefone: ______________ Correio electrónico: ______________________

Número de Irmãos: ____ Idade(s): ____/____/_____/ _____ **Grau de Parentesco do EE:** __________

Agregado Familiar

Nº de pessoas a viver com o aluno: _________

Grau de Parentesco_______________ Idade: _____ Grau de Parentesco_______________ Idade: _____

Grau de Parentesco_______________ Idade: _____ Grau de Parentesco_______________ Idade: _____

Grau de Parentesco_______________ Idade: _____ Grau de Parentesco_______________ Idade: _____

(preencher os dados seguintes só no caso de o EE não ser o pai ou a mãe)

Nome: ______________________ Idade: ________ Grau de Escolaridade: _________

Morada: ______________________ Código Postal: __________-______

Localidade: ________________ Telefone: __________ Correio electrónico: ______________________

Percurso Educativo

Quais as tuas disciplinas preferidas? ______________________

Quais as disciplinas em que tens mais dificuldade? ______________________

Quais as razões das dificuldades escolares apresentadas?

Pouco empenho da tua parte ☐ Falta de acompanhamento da família ☐

Falta de assiduidade ☐ Problemas familiares ☐

Falta de tempo para estudar ☐ Desinteresse e desmotivação face às tarefas escolares ☐

Dificuldade em compreender a matéria ☐ Problemas económicos ☐

Falta de inovação nas aulas ☐ Problemas de integração na turma ou na escola ☐

Método de ensino repetitivo ☐ Incompatibilidade com alguns professores ☐

Outro:

____

Tempos Livres

Em tempo de aulas, dedicas-te a outras actividades? Quais? ______________________________________

Quanto tempo, por dia, dedicas a essas actividades? _____________ Quanto tempo dedicas ao estudo diário? ______ Costumas ajudar os teus pais? _____ A fazer o quê? ________________________________

Quando chegas a casa o que fazes?

☐ Lanchas e vês TV ☐ Lanchas e fazes os TPCs ☐ Pousas a mochila e voltas a sair ☐ Outro

Perspectivas para o Futuro

Após a conclusão do 9º ano:

Ingressar no mercado de trabalho ☐ Prosseguir estudos ☐ Ainda não sabes ☐

Que profissão gostarias de ter? ____

Porquê?

____

- **A preencher pelo Encarregado de Educação**

Saúde

O seu educando: vê bem? _____ ouve bem? _____ Sofre de alguma doença? Qual? __________________

Sofre de alergia? ______ Qual? ____

Toma medicação regular? Qual? ____

Percurso Educativo

De que forma acompanha o percurso escolar do seu educando?

☐ Vê o caderno diário ☐ Não tem tempo para falar com ele ☐ Verifica a caderneta

☐ Pergunta-lhe o que se passa na escola ☐ Vem à escola quando solicitado ☐ Controla os TPCs

☐ Controla as notas dos testes ☐ Vem à escola por iniciativa própria

Caracterize o seu educando:

☐ Tímido ☐ Trabalhador ☐ Interessado na Escola

☐ Extrovertido ☐ Preguiçoso ☐ Desinteressado na Escola

☐Outro

____

Quanto tempo por dia, em média, o seu educando dedica ao estudo?________________________________

O aluno tem apoio, em casa, na execução das tarefas escolares? __________________________________

Se sim, quem o apoia? ____

Perspectivas para o Futuro

Enquanto Encarregado de Educação, que futuro prevê para o seu educando:

☐ Escolaridade Básica ☐ Ensino Secundário ☐ Curso Profissional ☐ Ensino Superior

☐ Ingressar no mercado de trabalho ☐ Curso de Formação Profissional ☐ Não pensei nisso

Novas Tecnologias da Informação e Comunicação

O seu educando tem: Computador portátil ☐ Computador fixo ☐ Internet ☐Impressora ☐

Autoriza o seu educando a trazer o computador portátil para a escola? Sim ☐ Não ☐

Escola

Quais as razões que determinaram a escolha desta escola?

____

____

____

Muito obrigado pela colaboração!

Data: _____ /______ /20____

O Encarregado de Educação: ________________________________

Anexo 3 – Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) para os alunos do segundo ciclo do ensino básico

TESTE DE PENSAMENTO CRÍTICO DE CORNELL (NÍVEL X) PARA ALUNOS DO PRIMEIRO E SEGUNDO CICLOS DO ENSINO BÁSICO

DESAPARECIMENTO
EM
NICOMA

3ª EDIÇÃO (1985):

ROBERT H. ENNIS
JASON MILLMAN

TRADUÇÃO E ADAPTAÇÃO (1988):

MAURÍCIA DE OLIVEIRA

ESTUDO DA VALIDADE PARA O SEGUNDO CICLO DO ENSINO BÁSICO (1994):

MAURÍCIA DE OLIVEIRA
RUI MARQUES VIEIRA

EXPLORAÇÃO EM NICOMA

Estamos em meados de Junho do ano de 2001. Imagine que pertence ao segundo grupo de habitantes da Terra que chegou ao planeta Nicoma, recentemente descoberto.
Nada se sabe acerca do primeiro grupo que aterrou em Nicoma dois anos antes. O seu grupo foi enviado para fazer um relatório sobre o que aconteceu ao primeiro.

Neste folheto ser-lhe-ão contadas algumas das coisas que o seu grupo descobriu no planeta Nicoma. A seguir ser-lhe-ão postas questões que requerem um pensamento claro.
Responda a estas questões como se as coisas que lhe são contadas fossem verdadeiras.
Nunca responda ao acaso. Se não souber qual é a resposta deixe em branco. Se tiver uma boa ideia, mesmo sem ter a certeza, responda à questão.

A história tem quatro partes. Nas duas primeiras partes não deve voltar atrás em circunstância alguma, quer seja para alterar quer seja para dar uma resposta.

Agora espere até lhe dizerem que comece.

I PARTE

QUE ACONTECEU AO PRIMEIRO GRUPO?

A primeira tarefa do seu grupo é descobrir o que aconteceu ao primeiro grupo de exploradores.

O seu grupo aterrou em Nicoma e acabou de descobrir as cabanas de metal construídas pelo primeiro grupo. Do lado de fora, as cabanas parecem estar em boas condições. Está um dia quente e o sol brilha. As árvores, as rochas, a relva e os pássaros fazem com que Nicoma se pareça muito com o Norte do nosso país.

Você e o delegado de saúde são os primeiros a chegar junto às cabanas. Chama mas não obtém resposta.

O delegado de saúde sugere: *"Talvez tenham morrido todos."* Você vai tentar descobrir se ele tem razão.

Nas páginas que se seguem encontram-se listados alguns dos factos de que vai tomando conhecimento. Tem de decidir se cada facto é a favor da opinião do delegado de saúde, ou se sugere que ele está enganado, ou nenhuma das anteriores. Para cada facto assinale na sua folha de respostas, uma das seguintes hipóteses:

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

Segue-se um exemplo do tipo de questões desta parte da história:

1. Entra na primeira cabana. Tudo está coberto por uma espessa camada de pó.

Este facto **é a favor** ou **contra** a opinião do delegado de saúde, ou **nem uma coisa nem outra?** Não é certamente suficiente para provar que ele tem razão, mas apoia-o em certa medida. Se um facto é a favor da opinião do delegado de saúde, deve assinalar **A** na sua folha de respostas. Assinale **A** para a número 1.

Assinale a sua resposta para o exemplo que se segue:

2. Outros membros do seu grupo descobrem nas proximidades a nave do primeiro grupo.

A resposta é a **C.** Saber que a nave do primeiro grupo foi descoberta, não o ajuda a decidir se o delegado de saúde tem razão ou não. Sendo assim a resposta correcta é a **C**.

Assinale **C** na folha de respostas para o número 2.

Segue-se uma lista de factos. Para cada um deles assinale **A**, **B** ou **C**. Se não tiver qualquer ideia de qual assinalar, deixe em branco e passe à questão seguinte.

Tome em consideração a ordem pela qual cada facto está numerado. Responda cuidadosamente e **não volte atrás em circunstância alguma, quer seja para alterar quer seja para dar uma resposta.**

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.

B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.

C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

3. Há dez cabanas. Acaba de entrar na segunda e encontra novamente tudo coberto com uma espessa camada de pó.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.

B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.

C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

4. Entra na terceira cabana. Não há pó no fogão.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.

B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.

C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

5. Encontra um abre-latas perto do fogão da terceira cabana.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.

B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.

C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

6. Na terceira cabana encontra um caderno com os registos diários de um membro do primeiro grupo. É escrito por um homem chamado João Cunha. A data do último registo é 2 de Julho de 1999, um mês depois da chegada do primeiro grupo.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

7. Encontra as duas camas da terceira cabana cobertas por uma espessa camada de pó.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

8. Lê o primeiro registo do diário de João Cunha: "2 de Junho de 1999. Chegámos hoje depois de uma viagem fatigante. Montámos as cabanas perto do local de aterragem."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

9. Lê o segundo registo do diário de João Cunha: "3 de Junho de 1999. Há uma grande provisão de comida. Caçam-se facilmente patos, esquilos e veados."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

10. Lê o terceiro registo do diário: "4 de Junho de 1999. A água do riacho mais próxima foi analisada pelo nosso delegado de saúde. Ele diz que é potável. Ainda não estamos a bebê-la.
Vamos experimentá-la em algumas cobaias que trouxemos da Terra."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

11. Lê o último registo do diário: " 2 de Julho de 1999. Estou a enfraquecer e não aguentarei muito mais tempo."
A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

12. Por baixo deste último registo, lê este outro em caligrafia diferente e trémula: "João Cunha morreu nesse mesmo dia."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

13. O delegado de saúde já foi às dez cabanas e informa que há uma espessa camada de pós em todas elas.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

14. Você examina as camas das três primeiras cabanas. Descobre que em cada uma, os cobertores e os lençóis foram tirados das camas e se encontram cuidadosamente dobrados nos armários.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

15. O delegado de saúde informa que as camas de todas as outras cabanas se encontram nas mesmas condições. Os cobertores e os lençóis estão cuidadosamente dobrados nos armários.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

16. Você repara num montículo de terra por detrás da cabana de João Cunha. Examina-o e descobre uma pedra com estas palavras: "João Cunha, 2 de Julho de 1999. Morreu como viveu - honradamente."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

17. O camião do primeiro grupo desapareceu.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

18. Na décima cabana encontra uma mensagem datada de 15 de março de 2001: "Se alguém vier à nossa procura, fomos todos fazer uma exploração no camião. Temos a intenção de seguir na direcção do nascer do sol. (Assinado) Capitão Albuquerque, Chefe dos exploradores de Nicoma."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

19. Repara que a mesma mensagem, tem um *post-scriptum* que diz: "Planeamos regressar dentro de uma semana."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

20. Você e mais sete membros do seu grupo entram num dos camiões e seguem na direcção do nascer do sol. Percorreram um extenso vale bastante acidentado durante 30 Km e encontram o camião do primeiro grupo junto a um riacho. Parece abandonado.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

21. Encontra uma mensagem no banco do condutor: " O motor avariou. Tencionamos continuar ao longo do riacho. Talvez encontremos grande extensão de água (Assinado)
Capitão Albuquerque."

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

22. Um dos oito membros do grupo, que é mecânico, examina o motor do camião. Diz que está em más condições.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

23. Você repara que os pneus da frente do camião abandonado estão em baixo.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

24. Como o solo é plano e árido, recomeça a conduzir seguindo o curso do riacho. Depois de ter conduzido durante 15 Km, vê à distância uma coluna de fumo. Tanto quanto se sabe não há vulcões em Nicoma.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

25. Depressa encontram um penhasco demasiado inclinado para o camião poder prosseguir. Assim os oito descem e caminham em direcção ao fumo.

A. Este facto **é a favor** da opinião do delegado de saúde, de que todos morreram.
B. Este facto **é contra** a opinião do delegado de saúde.
C. **Nem uma nem outra**: este facto não nos ajuda a decidir.

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

DESAPARECIMENTO

EM

NICOMA

II PARTE

II PARTE

INVESTIGAÇÃO NA ALDEIA DE NICOMA

Começa a escurecer, por conseguinte acampam para passar a noite. Na manhã seguinte põem-se outra vez a caminho. Depois de terem andado durante uma hora, o seu grupo chega a uma aldeia de cabanas de pedra. A aldeia está vazia. O sol brilha intensamente. Como você é o chefe do grupo, os outros membros trazem-lhe informações.

São-lhe dadas duas informações de cada vez. Leia as duas e, decida qual delas é a mais crível ou, se tanto uma como outra o são.

Se pensa que é a **primeira** assinale **A** na sua folha de resposta.
Se pensa que é a **segunda** assinale **B**.
Se pensa que as duas **são igualmente** críveis, assinale **C**.

Para cada questão, as afirmações sobre as quais se tem de decidir estão sublinhadas.
Segue-se um exemplo.

26. A. O mecânico de automóveis analisa o riacho perto da aldeia e informa: " A água não é potável."
B. O delegado de saúde diz: "Não podemos dizer por enquanto, se a água é ou não potável ."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

A resposta correcta é a **B**. O delegado de saúde deve saber melhor do que o mecânico se a água é ou não potável. Assinale **B** na folha de respostas. Aqui estão mais alguns pares de informações. Considere cada par na ordem que lhe é dada. Não volte atrás em circunstância alguma, quer seja para alterar quer seja para dar uma resposta. Não se esqueça que as suas decisões se devem basear apenas nas afirmações que estão sublinhadas.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

27. A. O delegado de saúde diz: "Esta água é potável."
B. Alguns entre eles são soldados. Um deles diz: "Esta água não é potável."
C. A e B são igualmente críveis.

28. A. O mecânico diz: " A água é límpida."
B. O delegado de saúde, depois de fazer testes, diz: "A água é potável."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

29. A. Um soldado observa uma coluna de fumo. O fumo parece-lhe sair mesmo por detrás da maior das cabanas de pedra, que está situada numa colina cerca de cem metros à frente. Ele afirma: " O fumo provém de um fogo cerca de cem metros à frente."
B. Outro soldado que tinha estado mesmo por detrás da maior das cabanas afirma: " Oh, não! O fogo está a uma distância muito maior."
C. A e B são igualmente críveis.

30. A. O mecânico fez uma rápida inspecção às cabanas de pedra e ouviu um barulho na cabana mais próxima. Ele informa: "Deve haver alguém naquela cabana."
B. O delegado de saúde que esteve durante alguns minutos na cabana mais próxima diz: "Não está ninguém naquela cabana."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

31. A. Depois de examinar a cabana mais próxima, o delegado de saúde diz: "O primeiro grupo de exploradores construiu aquela cabana."
B. O antropólogo (alguém que estuda a maneira como vivem diferentes raças e tribos) também examinou a cabana de pedra mais próxima. Declara: "O primeiro grupo provavelmente não construiu a cabana."
C. A e B são igualmente críveis.

Você decide levar o seu grupo para o cimo da colina, que fica por detrás da maior das cabanas, para ver se consegue descobrir de onde vem o fumo. À distância vê um grupo de cerca de 40 vultos reunidos à volta de uma fogueira. O seu Capitão oferece uma boa recompensa à pessoa que primeiro visse um dos exploradores desaparecidos. Para cada um de vós seria uma honra ser o primeiro a vê-los ¾ se eles lá estivessem. Mas ao mesmo tempo você é cuidadoso porque esses vultos à volta da fogueira podem ser perigosos.
Vários elementos do grupo têm binóculos. O sol continua a brilhar intensamente. Com binóculos conseguem-se contar as achas da fogueira.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

32. A. O mecânico, olhando através dos binóculos dele diz: " Há criaturas de pele de rosto bronzeada com zonas peludas."
B. O antropólogo, olhando através dos seus binóculos informa: "Não têm zonas peludas. Estão vestidos com peles de animais."
C. A e B são igualmente críveis.

33. A. O mecânico diz: "Penso que são quarenta."
B. O antropólogo diz: "Não, penso que são apenas trinta e sete."
C. A e B são igualmente críveis.

34. A. Excitado, o antropólogo exclama: "É o Capitão Albuquerque que está sozinho à esquerda."
B. Depois o mecânico informa: "É o Sargento Vaz que acaba de se levantar ali à direita."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

35. A. Um dos soldados pede ao antropólogo que lhe empreste os binóculos e diz:
"Sim, é o Sargento Vaz."
B. Ao mesmo tempo, o delegado de saúde, com os binóculos que pediu emprestados ao mecânico diz: "Sim, é o Sargento Vaz."
C. A e B são igualmente críveis.

36. A. O delegado de saúde olha através dos seus binóculos para o da esquerda e diz:
"Não é o Capitão Albuquerque."
B. O antropólogo, que tem de novo os seus binóculos, replica: "Sim, é ele."
C. A e B são igualmente críveis.
Então, o homem da esquerda junta-se aos vultos e uma outra pessoa toma o lugar dele.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

37. A. O delegado de saúde diz: "Aquele recém-chegado não é um dos exploradores."
B. O antropólogo concorda: "Tem razão, não é."
C. A e B são igualmente críveis.

38. A. O antropólogo continua: "Olhem! É o Capitão Albuquerque olhando na nossa direcção protegendo os olhos do sol com a mão. É a mesma pessoa a quem eu chamei há pouco Capitão Albuquerque. Tenho estado a segui-lo."
B. O delegado de saúde diz: "É o Capitão Albuquerque a olhar para nós agora.
Mas, ele não é o que estava ali à esquerda. Esse estava sentado com as costas voltadas para nós. Também tenho estado a segui-lo.
C. A e B são igualmente críveis.

Você pede-lhes que cheguem a um acordo acerca do número de pessoas no grupo para poder dar uma informação exacta.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

39. A. O delegado de saúde tem prática na contagem de um grande número de objectos nas lâminas do microscópio. Ele anuncia: "Há exactamente trinta e nove pessoas naquele grupo." Tem estado a usar os binóculos.
B. Um soldado que também usa binóculos diz: "Não, são trinta e oito."
C. A e B são igualmente críveis.

40. A. O mecânico pede ao delegado de saúde que lhe devolva os binóculos e conta:
"Sim, são trinta e nove."
B. O soldado repete: "São só trinta e oito."
C. A e B são igualmente críveis.

As pessoas à volta da figueira levantam-se e caminham em direcção à aldeia.
Rapidamente você leva o seu pequeno grupo para um lugar da colina ali perto. Daí podem ver a aldeia sem serem vistos. Pretende descobrir se as pessoas da aldeia não são hostis, se os exploradores estão prisioneiros e quantos deles restam. O mecânico anota o que as pessoas dizem ver.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

41. A. Um dos soldados conta as pessoas à medida que elas se deslocam na aldeia.
Informa: "Só trinta e duas regressaram da fogueira."
B. Um outro soldado diz: "Não deves ter contado dois. Eu contei-os à medida que passavam pela maior das cabanas e trinta e quatro regressaram. Não acredito que alguns tenham regressado por outro caminho."
C. A e B são igualmente críveis.

42. A. O antropólogo informa: "Um deles tinha um chapéu verde quando regressavam da fogueira. Mas era o único. Observei-os cuidadosamente enquanto passavam pela maior das cabanas."
B. O delegado de saúde diz: "Há dois com chapéu verde. Primeiro vi um à esquerda. Mais tarde vi um bastante à direita."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

43. A. Um soldado diz: "No último minuto, por cinco vezes o do chapéu verde, falou com alguém e apontou. A pessoa em questão correu de imediato na direcção que ele apontou."
B. "Deve ser o chefe." acrescenta o soldado.
C. A e B são igualmente críveis.

44. A. "Olhe! O Capitão Albuquerque e outros exploradores estão a aproximar-se do de chapéu verde que está a apontar para a maior das cabanas. O de chapéu verde está a ordenar-lhes que entrem," diz o antropólogo.
B. "Lá vem o Sargento Vaz e outro explorador. O de chapéu verde está a apontar para a maior das cabanas.Também vão entrar," acrescenta o antropólogo.
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

45. A. Mais alguns grupos de exploradores entraram na cabana. O delegado de saúde pergunta ao mecânico, que tem estado a tomar nota: "Quantos pensa que estão agora lá dentro? Eu tenho-lhe dito de cada vez que um entra. Penso que estão treze."
B. O mecânico replica: "De acordo com o meu registo, estão lá catorze."
C. A e B são igualmente críveis.

46. A. O antropólogo declara: "Aquele de chapéu verde vai para a cabana pela direita da cabana maior". Há outros três que entram atrás dele.
B. O delegado de saúde diz: "Olhem! Lá vem outro com um chapéu verde. Então aquele que está dentro não é o chefe, visto que há dois. Vamos verificar as pessoas que entram na cabana."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

47. A. O antropólogo tem estado a descrever as pessoas à medida que vão entrando para tentar ter uma ideia de como elas são. Declara: "Vi dezoito pessoas a entrar na cabana."
B. O mecânico discorda: "De acordo com as anotações do que tem dito, só entraram dezassete."
C. A e B são igualmente críveis.

48. A. O antropólogo olha para a cabana maior e diz: "Vêem aqueles dois homens?
Talvez estejam a guardar os exploradores. Oh, reparem! Estão a mudar de posição. O que está a andar, pára a cerca de 3 metros da porta e, nessa altura o que está sentado à porta dirige-se a ele."
B. O delegado de saúde diz: "Sim, já os vi mudar de posição dez vezes. Mas a ordem que indica está errada. O homem que está à porta deixa o seu posto antes daquele que vem a caminho chegar ao lugar onde se encontram."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE
NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

Lembre-se que deve assinalar de acordo com as seguintes indicações:

Se a **primeira** afirmação é mais crível, assinale **A**.
Se a **segunda** afirmação é mais crível, assinale **B**.
Se as duas afirmações são **igualmente críveis**, assinale **C**.

49. A. O mecânico, que também tem estado a observar, diz: "Penso que o delegado de saúde tem razão."
B. O antropólogo diz: "Penso que ele está enganado."
C. A e B são igualmente críveis.

50. A. Um dos soldados diz: "Oh! Reparem no homem alto. Tem uma maneira estranha de andar. Leva a mão esquerda quase ao ombro direito antes do pé esquerdo tocar o chão."
B. O outro soldado replica: "É estranho. Tenho estado a observá-lo há quase cinco minutos e tu trocaste a ordem. Ele cruza o braço esquerdo depois do pé esquerdo tocar o chão."
C. A e B são igualmente críveis.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

NÃO VOLTE ATRÁS EM CIRCUNSTÂNCIA ALGUMA, QUER SEJA PARA ALTERAR QUER SEJA PARA DAR UMA RESPOSTA.

DESAPARECIMENTO

EM

NICOMA

III PARTE

III PARTE

QUE SE PODE FAZER?

Juntamente com o seu grupo você vai tentar descobrir se os habitantes da aldeia são hostis. Se o forem, será necessário salvar os exploradores. Tente pensar em soluções.

Para cada questão desta parte **deve pensar nas consequências das afirmações feitas.** Isto é, para cada questão **suponha que o que a pessoa diz é verdadeiro.** Depois, como consequência de supor verdadeira a afirmação da pessoa, **decida o que ainda tem de aceitar como verdadeiro.** Assinale **A, B** ou **C**, ou deixe em branco se não souber a resposta. Considere apenas uma questão de cada vez. Nesta parte poderá voltar a uma questão, quer seja para alterar quer seja para dar uma resposta. Eis um exemplo:

51. O mecânico diz: " Se estes seres são pessoas da Terra receber-nos-ão bem. São seguramente pessoas da terra." Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Estes seres não nos receberão bem.

B. Estes seres não são da terra.

C. Estes seres receber-nos-ão bem.

Assinale uma resposta. A resposta correcta é a **C**. Se o que o mecânico disse é verdadeiro então também a C **deve ser**. Prossiga. Para cada questão há uma resposta que pode ser considerada a mais aceitável.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

52. "Se estes seres são da Terra, então ainda outra nave deve ter aterrado em NICOMA. Estes seres são sem dúvida pessoas da Terra."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Outra nave aterrou em Nicoma.

B. Estes seres não são da Terra.

C. Não aterrou outra nave espacial em Nicoma.

53. "Se estes seres são da Terra, então ainda outra nave espacial deve ter aterrado em Nicoma. Mas nenhuma outra nave aterrou em Nicoma."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Outra nave espacial aterrou em Nicoma.

B. Estes seres não são da Terra.

C. Estes seres vieram para aqui por engano.

54. "Quando há sentinelas, os grupos são hostis. Aquelas duas mulheres são sentinelas."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Os grupos não são hostis.

B. Os grupos são hostis.

C. Se os grupos são hostis usam sentinelas.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

55. "Todas as pessoas da Terra são capazes de falar. Estes seres são pessoas da Terra."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Eles são capazes de falar.

B. Eles não são capazes de falar.

C. Se eles são capazes de falar, são da Terra.

56. "Se um grupo de seres é cumprimentado de uma forma amigável o grupo não se mostrará hostil. Este grupo de seres é hostil para com os exploradores."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Os exploradores abordaram-nos de uma forma amigável.

B. Os exploradores não os abordaram de uma forma amigável.

C. Este grupo de seres foi hostil para com os exploradores mesmo antes destes os abordarem.

57. "Se um grupo da Terra aterra num planeta, esse acontecimento é anunciado pelos jornais do mundo inteiro. Não foi anunciada nenhuma aterragem em Nicoma, a não ser a nossa e a dos outros exploradores."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Se os jornais anunciam uma aterragem é porque houve uma.

B. Este grupo de seres é da Terra.

C. Este grupo de seres não é da Terra.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

58. "Um grupo que seja realmente hostil para com os forasteiros matá-los-ia à fome. Os nossos exploradores não estão certamente esfomeados.

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Os nossos exploradores não são, de facto, hostis.

B. Este grupo de seres é, de facto, hostil para com os nossos exploradores.

C. Este grupo de seres não é, de facto, hostil para com os exploradores.

59. "Este grupo não é hostil para com os nossos exploradores. Se um grupo não é hostil para com um outro grupo de seres, não os fará prisioneiros."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Os nossos exploradores não foram presos.

B. Os nossos exploradores foram presos.

C. Grupos hostis tentam prender-se uns aos outros.

60. "Só houve dois anúncios de aterragens em Nicoma ¾ a nossa e a dos primeiros exploradores. Todas as aterragens de pessoas da Terra noutros planetas são anunciadas nos jornais da Terra."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. O grupo de seres não é da Terra.

B. O grupo de seres é da Terra.

C. Os jornais nunca cometem erros.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

61. "Se um grupo não é hostil para com outro, não prenderá os seus elementos. Num dia como este, um grupo que não estivesse preso estaria a trabalhar cá fora. Os nossos exploradores não estão cá fora a trabalhar."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. O grupo não é hostil para com os nossos exploradores.

B. Grupos hostis tentam prender-se uns aos outros.

C. O grupo é hostil para com os nossos exploradores.

62. "Reparem! Um dos nossos exploradores saltou por uma janela e começou a fugir.
Parou de correr, levantou os braços quando uma sentinela lhe apontou a espingarda e gritou. Um grupo não hostil deixaria os seus convidados partir."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Grupos hostis prendem os seus convidados.

B. Este grupo de seres é muito cuidadoso.

C. Este grupo de seres é hostil.

63. "Se falarmos com os nossos exploradores descobrimos, sem sombra de dúvida, se estes seres querem negociar a paz. Conseguimos falar com eles se nos esgueirarmos, sorrateiramente, pela parte de trás da prisão quando as sentinelas trocarem de posição."
Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Podemos saber, ao certo, se estes seres querem negociar a paz.

B. Não podemos saber, ao certo, se estes seres farão a paz.

C. Não nos podemos esgueirar, pela calada, se as sentinelas forem muito cuidadosas.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

64. "Se eles forem da Terra, estão bem armados. Se estão bem armados devem ser apanhados de surpresa. Eles são da Terra, disto temos a certeza."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Eles estão mal-armados.

B. Podemo-nos aproximar deles em segurança.

C. Devemos apanhá-los de surpresa.

65. "Se os atacarmos, matamos alguns deles. Se matarmos alguns deles, perdemos informações sobre Nicoma. Agora não podemos perder qualquer informação sobre Nicoma."

Qual das hipóteses seguintes é a mais aceitável?

A. Devemos atacar.

B. Devemos matar alguns deles.

C. Não devemos atacar.

DESAPARECIMENTO

EM

NICOMA

IV PARTE

IV PARTE

RELATÓRIO E DECISÕES

Depois de observar a aldeia durante uma hora, você leva o seu grupo de novo para o acampamento. Manda o Sargento Gama fazer um relatório para o Capitão.

Ao fazer o relatório o Sargento toma como certas, algumas ideias, sem no entanto, o dizer abertamente. Essas ideias servem de base aos raciocínios dele. O seu trabalho é seleccionar as ideias que ele provavelmente toma como certas nesses raciocínios. Eis um exemplo:

66. "Os exploradores não podem escapar porque não podem deitar abaixo as paredes da cabana de pedra." Qual das afirmações seguintes é tomada como certa?

A. Os exploradores podem saltar pela janela.

B. As sentinelas estão alerta.

C. Todas as maneiras de escapar são impossíveis, excepto através das paredes.

Assinale uma resposta. A resposta correcta é a **C**. Entre todas as hipóteses, a **C** é a que mais ajuda o raciocínio. Assinale **C** na sua folha de respostas.

Há uma resposta que pode ser considerada a *melhor* para cada uma das questões seguintes. Nesta parte da história também pode voltar atrás a uma questão.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

67. "Como os nossos exploradores estão prisioneiros não podemos falar com eles sem sermos descobertos." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Em geral, não se pode falar com os prisioneiros a não ser que as sentinelas saibam.

B. Em geral, se falarmos com uma pessoa ela contará o que dissemos a outros.

C. Em geral, se falarmos com uma pessoa ela não contará o que dissemos a outros.

68. "Se falarmos àqueles seres de uma forma racional, eles libertarão os nossos exploradores. Apesar de tudo, aqueles seres são humanos e a libertação dos nossos exploradores ajudaria a humanidade." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Quando se fala de forma racional com os seres humanos, eles agem de forma a ajudar a humanidade.

B. Tudo o que os seres humanos fazem tem como intenção ajudar a humanidade.

C. Tem que se falar de forma racional com os seres humanos para se conseguir que façam alguma coisa.

69. "Das duas pessoas que usam chapéu verde, a mais baixa é uma mulher. Sei isto porque lhe vi o cabelo comprido quando tirou o chapéu." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Todas as mulheres têm cabelo comprido.

B. Só as mulheres têm cabelo comprido.

C. Uma pessoa que use chapéu verde deve ser provavelmente mulher.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

70. "Como cerca de metade dos aldeões têm cabelo muito curto, penso que pelo menos metade são homens?" Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Metade são mulheres.

B. Todos os homens têm cabelo curto.

C. Só os homens têm cabelo curto.

71. "Se pelo menos metade deles são homens, então num combate teremos que lutar contra metade, pelo menos." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. As mulheres não são combatentes.

B. Os homens são combatentes.

C. Não os podemos vencer, se forem todos combatentes.

72. "Não precisaremos de nos preocupar com mais de dez de cada vez, visto que só há dez pistolas." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. As pistolas podem-nos ferir.

B. As facas não nos podem ferir.

C. Só as pistolas nos podem ferir.

73. "Eles só têm dez pistolas. Eu sei isto porque cada sentinela tinha uma e estavam empilhadas oito no meio da aldeia. Era tudo o que se podia ver." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Todas as pistolas que eles têm estão à vista.

B. Não transportam pistolas debaixo das suas peles de animais.

C. As pistolas são a sua única arma de defesa.

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

74. "Os aldeões não têm atalaias no exterior. Posso garanti-lo porque não vimos uma única e olhámos com muita atenção." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. As atalaias só são usadas por pessoas que querem que alguém investigue por elas.

B. As atalaias podem ser vistas por pessoas que estejam atentas a elas.

C. Se se vê uma atalaia então esta não foi cuidadosa.

75. "Os aldeões não sabem que aqui estamos porque não há atalaias no exterior." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Se um grupo souber que outro grupo considerado hostil se encontra perto, o grupo terá atalaias no exterior.

B. Se há atalaias no exterior então o grupo a que eles pertencem sabe que o outro grupo está perto.

C. Se uma aldeia manda atalaias para o exterior, os aldeões suspeitam de que há problemas.

76. "Os aldeões não são da Terra porque não ouvimos falar de qualquer outra aterragem em Nicoma originária da terra." Qual das afirmações seguintes é considerada como certa?

A. Todas as aterragens em planetas são anunciadas.

B. Todas as aterragens realizadas por pessoas da Terra noutros planetas são anunciadas aos outros exploradores terrestres.

C. Os exploradores da Terra não ouvem falar de aterragens feitas por exploradores de outros planetas.

FIM DAS QUESTÕES. Se tiver tempo, pode voltar atrás para rever as suas respostas, mas só nas duas últimas partes (questões 51 a 76).

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

Aqui fica o resto da história. Os exploradores decidiram enviar um grupo para saber se os aldeões libertariam o primeiro grupo sem luta. Mas também se prepararam para um ataque, no caso de ser necessário. Felizmente, os aldeões concordaram em libertar o primeiro grupo. Quando se aperceberam que os exploradores não pretendiam fazer mal ficaram contentes por libertá-los. Na verdade, sentiram-se felizes por terem conhecido pessoas de um planeta amigo.

Anexo 4 - Folhas de resposta do Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) para os alunos do segundo ciclo do ensino básico

FOLHA DE RESPOSTAS – I PARTE

DESAPARECIMENTO
EM
NICOMA

Nome: ____

Idade: ________________ Sexo: _________________________ Data: _____/____/______

Escola: ____

Ano de Escolaridade: __________________ Número: _____________ Turma: __________

Instruções: Terá de devolver, no fim, o livro que lhe foi distribuído. Não escreva nele! Nesta folha, assinale com uma cruz a sua resposta, para cada questão. Use um lápis n.º 2. Não use caneta nem marcador. Se tiver de apagar uma cruz, apague-a completamente. Segue-se um exemplo:

1. ~~A~~ B C

1 A B C	11 A B C	21 A B C
2 A B C	12 A B C	22 A B C
3 A B C	13 A B C	23 A B C
4 A B C	14 A B C	24 A B C
5 A B C	15 A B C	25 A B C
6 A B C	16 A B C	
7 A B C	17 A B C	
8 A B C	18 A B C	
9 A B C	19 A B C	
10 A B C	20 A B C	

FOLHA DE RESPOSTAS – II PARTE

DESAPARECIMENTO
EM
NICOMA

Nome: ____

Idade: ______________ Sexo: _______________________ Data: _____/____/______

Escola: ____

Ano de Escolaridade: ________________ Número: ____________ Turma: __________

Instruções: Terá de devolver, no fim, o livro que lhe foi distribuído. <u>Não escreva nele</u>! Nesta folha, assinale com uma cruz a sua resposta, para cada questão. <u>Use um lápis n.º 2</u>. Não use caneta nem marcador. Se tiver de apagar uma cruz, apague-a completamente. Segue-se um exemplo:

26 A ~~B~~ C

26	A	B	C	35	A	B	C	44	A	B	C
27	A	B	C	36	A	B	C	45	A	B	C
28	A	B	C	37	A	B	C	46	A	B	C
29	A	B	C	38	A	B	C	47	A	B	C
30	A	B	C	39	A	B	C	48	A	B	C
31	A	B	C	40	A	B	C	49	A	B	C
32	A	B	C	41	A	B	C	50	A	B	C
33	A	B	C	42	A	B	C				
34	A	B	C	43	A	B	C				

FOLHA DE RESPOSTAS – III PARTE

DESAPARECIMENTO
EM
NICOMA

Nome: ____

Idade: _______________ Sexo: _________________________ Data: _____/_____/______

Escola: ____

Ano de Escolaridade: __________________ Número: _____________ Turma: ___________

Instruções: Terá de devolver, no fim, o livro que lhe foi distribuído. Não escreva nele! Nesta folha, assinale com uma cruz a sua resposta, para cada questão. Use um lápis n.º 2. Não use caneta nem marcador. Se tiver de apagar uma cruz, apague-a completamente. Segue-se um exemplo:

51 (A) (B) ~~(C)~~

51	(A) (B) (C)	56	(A) (B) (C)	61	(A) (B) (C)
52	(A) (B) (C)	57	(A) (B) (C)	62	(A) (B) (C)
53	(A) (B) (C)	58	(A) (B) (C)	63	(A) (B) (C)
54	(A) (B) (C)	59	(A) (B) (C)	64	(A) (B) (C)
55	(A) (B) (C)	60	(A) (B) (C)	65	(A) (B) (C)

FOLHA DE RESPOSTAS – IV PARTE

DESAPARECIMENTO
EM
NICOMA

Nome: ____

Idade: _______________ Sexo: _________________________ Data: _____/____/______

Escola: ____

Ano de Escolaridade: __________________ Número: _____________ Turma: ___________

Instruções: Terá de devolver, no fim, o livro que lhe foi distribuído. Não escreva nele! Nesta folha, assinale com uma cruz a sua resposta, para cada questão. Use um lápis n.º 2. Não use caneta nem marcador. Se tiver de apagar uma cruz, apague-a completamente. Segue-se um exemplo:

66 A B ~~C~~

66 A B C

67 A B C

68 A B C

69 A B C

70 A B C

71 A B C

72 A B C

73 A B C

74 A B C

75 A B C

A B C

Anexo 5 - Glossário do Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) para os alunos do segundo ciclo do ensino básico

Desaparecimento em Nicoma

Glossário

ÁRIDO – Estéril. Seco.

ATALAIAS – Sentinela, vigia. Em observação.

COBAIAS – Animal utilizado para fazer experiências.

EMPILHADAS – Postas em pilha. Amontoadas.

ESGUEIRAR – Desviar. Retirar-se sorrateiramente. Safar-se.

ESPESSA – Grossa.

FATIGANTE – Que causa fadiga. Cansativa.

HOSTIL – Não amigável. Adversário. Inimigo.

LISTADOS – Enumerados, em lista.

MONTÍCULO – Pequeno monte.

NEGOCIAR A PAZ – Preparar a paz, ajustar a paz.

PENHASCO – Elevação rochosa no terreno. Rocha elevada ou extensa.

POST-SCRIPTUM – Pequena nota escrita depois do texto principal.

POTÁVEL – Que se pode beber, que é bom para se beber.

PROVISÃO – Abundância de coisas úteis ou necessárias. Em reserva.

VULTO – Figura sem contornos bem definidos. Figura imprecisa. Imagem.

Anexo 6 - Instruções especiais na administração do Teste de Pensamento Crítico de Cornell (nível X) aos alunos do ensino básico

TESTE

PENSAMENTO CRÍTICO – CORNELL (NÍVEL X)

INSTRUÇÕES ESPECIAIS NA ADMINISTRAÇÃO DO TESTE AOS ALUNOS DO ENSINO BÁSICO (QUARTO AO NONO ANO DE ESCOLARIDADE)

Antes de se precisarem as instruções especiais na administração do teste aos alunos do ensino básico (quarto ao nono ano de escolaridade) referem-se algumas considerações gerais sobre a sua administração a todos os sujeitos. Esta é bastante simples. Deve-se, somente, chamar a atenção para algumas recomendações escritas no próprio teste e na respetiva folha de respostas: como por exemplo ter a certeza que se usa um lápis número dois (em caso de engano, não deixa marca ao apagar) e que se escreveu o nome e restante informação solicitada no cabeçalho da folha de respostas.

Na administração do Teste de Pensamento Crítico - Cornell (Nível X) é necessário ter em atenção três grandes recomendações. A primeira prende-se com a leitura em voz alta de todas as instruções e de todos os itens exemplificativos de cada parte do teste (itens 1, 2, 26, 51 e 66). A segunda relaciona-se com a solicitação de questões e dúvidas aos alunos sobre as instruções em cada parte do teste. A terceira diz respeito à atmosfera tranquila que se deve criar para a administração do teste.

Quanto à duração, mais de 95% dos estudantes que realizaram o teste, necessitaram de 50 minutos. Este tempo pode, no entanto, ser dividido em duas ou mais partes, se o teste for administrado por partes. As razões deste procedimento derivam essencialmente dos problemas relacionados com os horários.

Relativamente à administração do teste aos alunos do ensino básico a partir do quarto ano de escolaridade inclusive, na base das entrevistas realizadas depois dos ensaios piloto, os autores do teste concluíram que estes são capazes de compreender o que é suposto fazer em cada parte do teste. Excetuam, no entanto, a última parte do teste, a qual corresponde à identificação de assumções. Nesta, parece que se o aluno não compreende o que significa tomar algo como certo, esta dificuldade será revelada no próprio teste.

Quanto ao tempo de duração do teste, os 50 minutos, referidos para os outros níveis etários, não são suficientes para os alunos do ensino básico. O tempo que os autores do teste apontam como adequado para a realização do mesmo é 64 minutos. No entanto, este não deve ser tomado como um todo, mas tendo em consideração cada uma das quatro partes do teste. Assim, devem ser concedidos 20 minutos para cada uma das duas primeiras partes. Na administração da terceira e quarta parte devem ser concedidos 12 minutos para cada uma das partes, perfazendo 24 minutos no total. Refira-se, ainda, que só quando a aluno começa, efectivamente, a realizar cada uma das partes é que o tempo referido anteriormente começa a ser contabilizado. Logo, não é considerado o tempo requerido para as instruções e esclarecimento de questões e dúvidas.

Na primeira parte, pede-se, como já se referiu no ponto anterior, que se ajuíze se um determinado facto sustenta ou não uma hipótese. Nesta parte, o administrador solicita que se abra o teste na página dois. Lê, depois, as instruções em voz alta; os alunos acompanham esta leitura em silêncio. Segue-se a leitura e explicação do primeiro exemplo. Com este deve ter-se a certeza que, para cada item, os alunos consideram as três alternativas fornecidas nas instruções. É importante interrogá-los para se saber até que ponto compreendem o porquê da opção dada ao primeiro exemplo. Nesta parte, os alunos devem questionar-se: "Este facto ajuda-me a decidir se a ideia do delegado de saúde é correta?"

É preciso que leiam o facto apresentado em cada item com muita atenção. É, também, necessário ter a certeza se a compreensão do facto apresentado sustenta ou não a hipótese, a qual não é necessariamente uma prova.

Na apresentação do segundo exemplo procede-se de forma análoga à seguida para o primeiro. Depois de se percorrerem todos os passos, e antes de passarem ao item três, é imperioso saber se os alunos têm dúvidas. O administrador só deve permitir que se comece a primeira parte se todas as questões estiverem clarificadas. Finalmente, os alunos começam a resolver a primeira parte, dispondo para tal de 20 minutos.

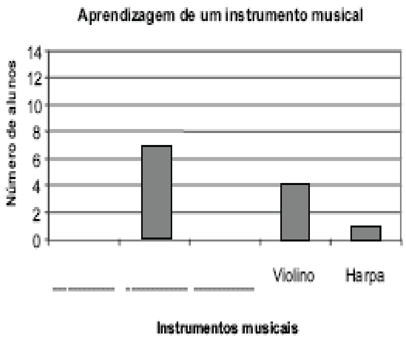
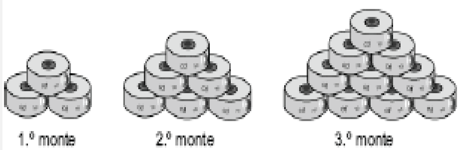
Na segunda parte, a qual apela para o ajuizar da credibilidade das observações relatadas, os alunos abrem o teste na página 12 e acompanham, silenciosamente, a leitura, feita em voz alta, pelo administrador do teste. Seguem-se as questões sobre o exemplo apresentado, e sobre as razões justificativas da opção indicada. Uma maneira de explicar a tarefa a realizar nesta parte é dizer aos alunos que se devem questionar sobre qual das suas informações é a mais fácil de se acreditar como verdadeira. Nesta clarificação, a discussão confina-se, exclusivamente, ao exemplo dado.

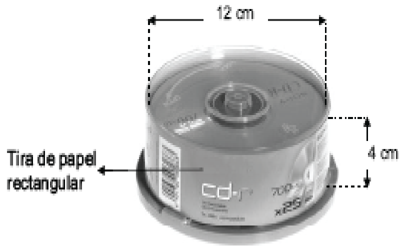
Uma ideia chave a transmitir aos alunos, nesta segunda parte do teste, é a atenção a ter com o que se diz, quem o diz e as circunstâncias em que a afirmação é feita. Após o esclarecimento de todas as questões e de se ter a certeza que os alunos sabem o que fazer, passam para o item 27 e dispõem de 20 minutos para realizar esta parte. Na terceira parte, a qual pretende medir se determinadas hipóteses podem ser consequência das afirmações feitas, convidam-se os alunos a abrir o teste nesta parte para se proceder como nas anteriores partes. Apresenta-se e explora-se, seguidamente, o exemplo que é apresentado no item 51.

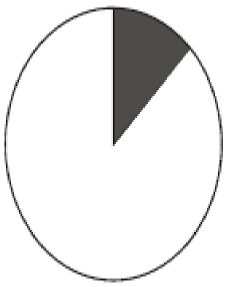
Deve-se recordar aos alunos que têm de responder como se a afirmação dada em cada item fosse verdadeira. Não têm que se questionar sobre se a informação é verdadeira ou não. Também, não devem tentar decidir qual das alternativas listadas para cada item é na realidade verdadeira, mas, pelo contrário, qual é verdadeira se a informação dada for verdadeira. Outra maneira de explicar o que têm de fazer nesta parte é dizer que a informação dada é verdadeira, e que assim uma das três opções deve ser, também, verdadeira. Nesta parte os alunos dispõem de 12 minutos para a sua realização.

Na quarta, a qual exige a identificação do que se toma por certo num argumento, os alunos são convidados a abrir o teste na página 31 e acompanhar a leitura, e acordo com os procedimentos seguidos para as partes anteriores. É importante que os alunos compreendam o que decidir em função do que é tomado como certo. Nesta parte, os autores do teste, aconselham a apresentação do exemplo que se segue de modo a que seja percebido o que significa "tomar alguma coisa como certa": *Se se diz que devemos atacar a aldeia para libertar os exploradores, tomamos como certa a ideia de que os aldeões não libertarão os exploradores pacificamente.* Após a apresentação deste exemplo, deve-se trabalhar, como já foi referido para as partes anteriores, o exemplo dado, sendo neste caso o item 66. Se o administrador se aperceber que existem dúvidas sobre o que fazer não deve tecer mais explicações. Na opinião dos proponentes do teste só os exemplos são por si suficientes, pois mais esforços para clarificar podem produzir a confusão. Tal como na terceira parte, os alunos dispõem de 12 minutos para responderem aos itens da quarta parte.

Anexo 7 - Descrição dos itens das Provas de Aferição do 6º ano focados no Raciocínio Matemático

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2008	4.2	Na turma do Ricardo, os alunos construíram um pictograma com os dados relativos ao instrumento musical que gostariam de aprender a tocar. Cada aluno escolheu apenas um instrumento musical.  Utiliza a informação do pictograma anterior para completares o gráfico de barras seguinte: escreve o nome dos instrumentos e desenha as duas barras que faltam no gráfico. Utiliza o lápis e a régua.  	Estatística e Probabilidades	Completar um gráfico de barras com informação contida num pictograma	3	Baixo
2008	10	O Sr. Manuel, da loja de informática, está a decorar a montra. Já fez os três montes, com embalagens de CD, que observas na figura.  Se o Sr. Manuel continuar a fazer montes, seguindo o mesmo padrão, de quantas embalagens precisa para fazer o 5.º monte da sequência?	Álgebra e Funções	Descobrir o 5.º elemento de uma sequência de figuras geométricas dados os três primeiros elementos	6	Elevado

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2008	12	A embalagem de CD da figura tem a forma de um cilindro. Dentro da caixa, envolvendo completamente os CD, há uma tira de papel rectangular, com 4 cm de largura. Os CD têm a forma de um círculo com 12 cm de diâmetro.  Dos quatro comprimentos seguintes, assinala, com **X**, o que corresponde ao valor mais aproximado do comprimento da tira de papel. ☐ 12 cm ☐ 24 cm ☐ 27 cm ☐ 37 cm	Geometria	Resolver uma situação, envolvendo o perímetro do círculo	7	Elevado
2008	15	A Leonor encheu 12 páginas do seu álbum com 18 fotografias. As fotografias são de dois tamanhos diferentes e, em cada página, só cabem duas fotografias pequenas ou uma grande, como mostra a figura.  Quantas fotografias grandes e quantas pequenas colocou a Leonor no álbum? Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.	Números e Cálculo	Resolver uma situação, envolvendo relações entre números inteiros	7	Elevado

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2008	18	Na aula, o professor disse: *Um losango é um paralelogramo que tem todos os lados com o mesmo comprimento.* O Ricardo disse: *Há losangos com ângulos rectos.* Desenha, no quadriculado abaixo, um quadrilátero, para mostrares que o Ricardo tem razão.	Geometria	Dar um exemplo, para mostrar uma conjectura, envolvendo propriedades do paralelogramo	----	Médio
2008	19	A figura representa o tampo de uma das mesas da ludoteca, que o Ricardo e os amigos estão a pintar. Na parte correspondente à sombreada já gastaram 15 centilitros de tinta.  Vão continuar a pintar, gastando a mesma quantidade de tinta em superfícies iguais. Assinala, com **X**, a melhor estimativa para a quantidade de tinta que irão gastar para pintarem completamente o tampo da mesa. ☐ Entre 20 e 40 centilitros. ☐ Entre 50 e 70 centilitros. ☐ Entre 80 e 100 centilitros. ☐ Entre 110 e 130 centilitros.	Números e Cálculo	Resolver uma situação, envolvendo a estimativa da área de um círculo dada a medida de uma sua parte	4	Médio

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2008	20	**Na loja de informática está afixado o seguinte cartaz**  **Quantas caixas vazias terá de oferta uma pessoa qu compre 8 embalagens de 25 CD?** **Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.**	Números e Cálculo	Resolver uma situação, envolvendo raciocínio proporcional	--------	Médio
2009	1.1.	O António construiu uma estrutura com a forma de um **prisma hexagonal**, utilizando palhinhas de plástico, uma para cada aresta. Quantas palhinhas utilizou o António na sua construção?	Geometria	Utilizar o raciocínio espacial para determinar o número de arestas de um prisma hexagonal	2	Elevado
2009	2	A Maria dispôs 20 minitostas em fila. Em seguida, pôs queijo na 2ª tosta, na 4ª, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre uma tosta. Depois, pôs uma azeitona na 3ª tosta, na 6ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre duas tostas. Por último, pôs duas tiras de pimento na 4ª tosta, na 8ª, e continuou assim até ao fim, saltando sempre três tostas.  ... A 1ª tosta, a 5ª tosta e mais algumas tostas ficaram sem nada por cima. Quantas tostas, ao todo, ficaram sem nada?	Números e Cálculo	Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de uma situação envolvendo múltiplos e apresentar a estratégia utilizada	7	Elevado

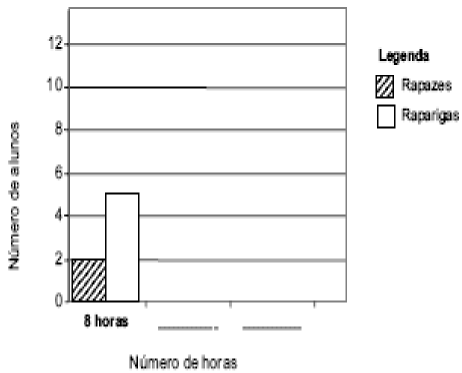
<table>
<tr><th>Ano</th><th>Número do item</th><th>Ítem</th><th>Área Temática</th><th>Descrição sumária</th><th>Tempo (min)</th><th>Índice de dificuldade</th></tr>
<tr><td>2009</td><td>4.1.</td><td>
A directora da turma do António fez um inquérito no qual perguntava quantas horas, aproximadamente, os alunos costumavam dormir por dia. Todos os alunos da turma responderam ao inquérito.

A tabela seguinte mostra os resultados do inquérito.

Número de horas de sono por dia
<table>
<tr><th>Número de horas</th><th>Rapazes</th><th>Raparigas</th></tr>
<tr><td>8</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>9</td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td>10</td><td>7</td><td>9</td></tr>
</table>
O gráfico de barras seguinte não está completo.

Completa-o com a informação apresentada na tabela.

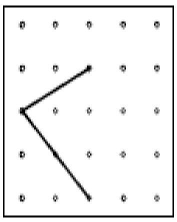
Utiliza o lápis e a régua.

Número de horas de sono por dia


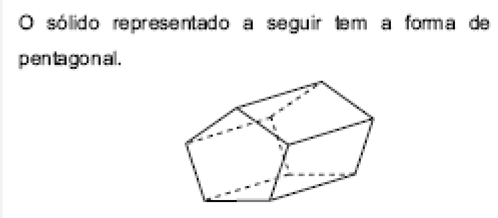
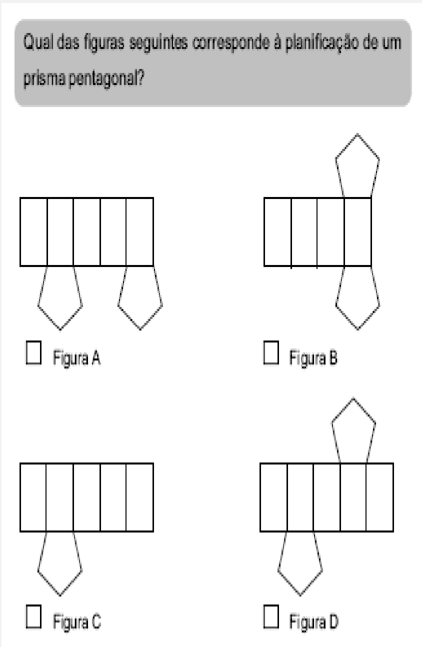
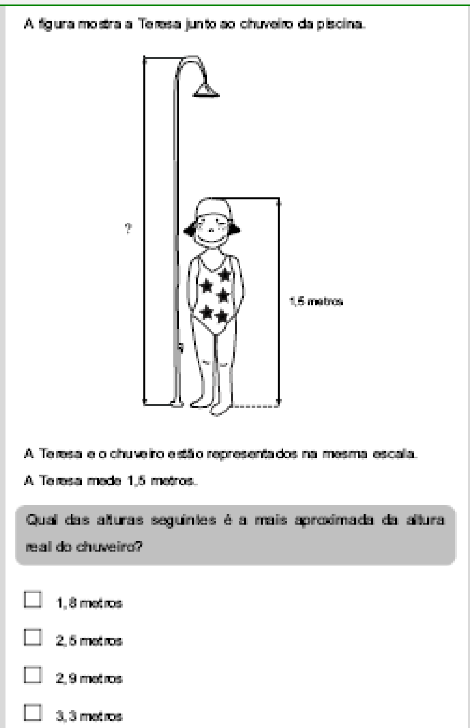
</td><td>Estatística e Probabilidades</td><td>Completar um gráfico de barras a partir de dados fornecidos numa tabela</td><td>4</td><td>Baixo</td></tr>
<tr><td>2009</td><td>10</td><td>
Na figura, estão desenhados dois lados de um paralelogramo.

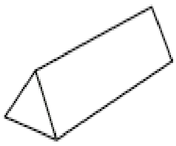
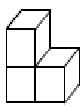
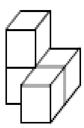
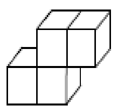
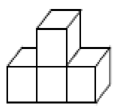
Desenha os outros dois lados do paralelogramo, utilizando o lápis e a régua.

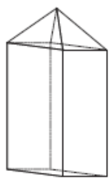
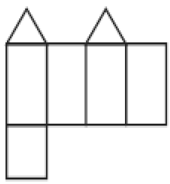
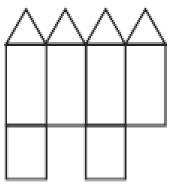
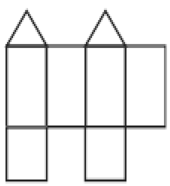
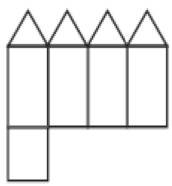
Os vértices do paralelogramo têm de coincidir com pontos da grelha.

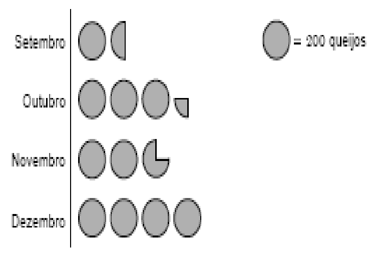
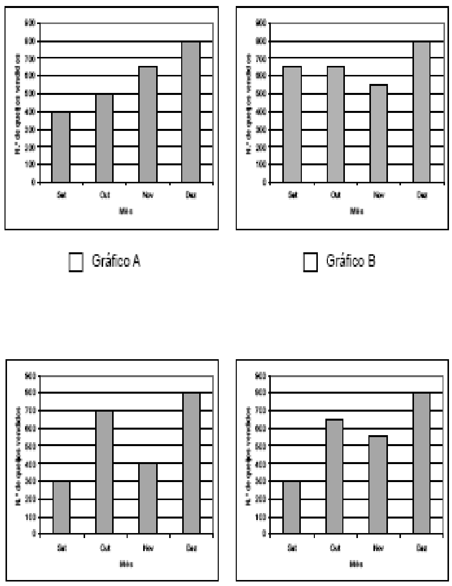
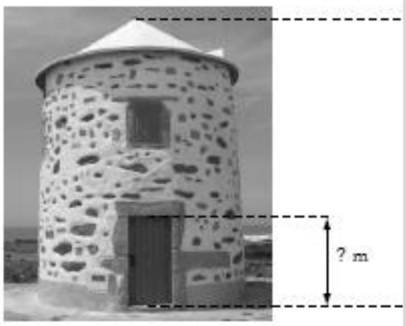

</td><td>Geometria</td><td>Completar o desenho de um paralelogramo numa grelha de pontos, dados dois dos seus lados</td><td>-----</td><td>Médio</td></tr>
</table>

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2009	16	Um supermercado oferece duas *t-shirts* na compra de três embalagens de iogurte. Quantas embalagens de iogurte é preciso comprar para receber de oferta 6 *t-shirts*?	Números e Cálculo	Utilizar o raciocínio proporcional na resolução de uma situação	------	Médio
2009	19	Repara nas três primeiras figuras do padrão que o António inventou.  1.ª figura 2.ª figura 3.ª figura O António vai continuar a desenhar figuras, seguindo o mesmo padrão. Quantas estrelas terá a 5.ª figura?	Álgebra e Funções	Identificar o padrão de uma sequência de figuras e utilizá-lo para descobrir uma figura da sequência	4	Médio
2009	22	A Maria vai escolher **dois ingredientes diferentes** para fazer a sua piza. Pode escolher: – azeitonas; – cogumelos; – ervilhas; – frango; – milho. Quantos tipos de piza diferentes a Maria pode fazer?	Estatística e Probabilidades	Usar processos organizados de contagem para resolver um problema combinatório simples	6	Elevado

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2010	4.2.	 O sólido representado a seguir tem a forma de pentagonal.  Qual das figuras seguintes corresponde à planificação de um prisma pentagonal? Figura A Figura B Figura C Figura D	Geometria	Identificar a planificação de um prisma	2	Médio
2010	7	 A figura mostra a Teresa junto ao chuveiro da piscina. ? 1,5 metros A Teresa e o chuveiro estão representados na mesma escala. A Teresa mede 1,5 metros. Qual das alturas seguintes é a mais aproximada da altura real do chuveiro? 1,8 metros 2,5 metros 2,9 metros 3,3 metros	Números e Cálculo	Aplicar o raciocínio proporcional para estimar uma altura	------	Médio

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2010	16	Na arrecadação da piscina, há várias caixas com bolas. Cada caixa tem 12 bolas. Qual dos números seguintes pode corresponder ao número total de bolas que há nas caixas da arrecadação? ☐ 80 ☐ 86 ☐ 90 ☐ 96	Números e Cálculo	Resolver uma situação que envolve a identificação de um múltiplo de 12	5	Médio
2010	18	Na figura, está representado um prisma triangular recto.  Quantas faces do prisma são rectângulos?	Geometria	Identificar o número de faces retangulares de um prisma	1	Baixo
2010	19	A Teresa e o Rui combinaram encontrar-se na piscina às 10 horas. A Teresa chegou três quartos de hora antes da hora marcada e o Rui atrasou-se um quarto de hora. Quantos minutos chegou o Rui depois da Teresa?	Números e Cálculo	Identificar e interpretar a informação relevante para resolver uma situação envolvendo números fracionários	3	Elevado
2010	21	A irmã do Rui fez construções com cubos. Os cubos não estão encaixados, nem colados, uns nos outros. Qual das figuras seguintes representa uma construção que ela **não** pode ter feito?  ☐ Figura A  ☐ Figura B  ☐ Figura C  ☐ Figura D	Geometria	Aplicar o raciocínio visual para identificar a construção impossível	1	Baixo

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2010	24	A seguir está representada uma sequência de igualdades numéricas. Observa cada igualdade com atenção. Escreve, na linha a tracejado, a igualdade que falta. 1 x 8 + 1 = 9 12 x 8 + 2 = 98 123 x 8 + 3 = 987 1234 x 8 + 4 = 9876 12345 x 8 + 5 = 98765 .... 1234567 x 8 + 7 = 9876543 12345678 x 8 + 8 = 98765432 123456789 x 8 + 9 = 987654321	Álgebra e Funções	Identificar o padrão de uma sequência de igualdades numéricas e utilizá-lo para descobrir uma igualdade da sequência	4	Baixo
2011	4.3	Na figura, está representado um sólido.  Qual das figuras seguintes pode corresponder à planificação do sólido?  ☐ Figura A  ☐ Figura B  ☐ Figura C  ☐ Figura D	Geometria	Identificar a planificação de um sólido geométrico, dada a sua representação	1	Baixo

Ano	Número do item	Ítem	Área Temática	Descrição sumária	Tempo (min)	Índice de dificuldade
2011	9.3	Numa loja foram vendidos 2800 queijos de Setembro a Dezembro. O pictograma mostra o número de queijos vendidos em cada mês.  9.3. Qual dos gráficos seguintes pode representar os dados do pictograma?  ☐ Gráfico A ☐ Gráfico B ☐ Gráfico C ☐ Gráfico D	Estatística e Probabilidades	Identificar o gráfico que representa a informação apresentada num pictograma	4	Baixo
2011	13	O moinho que está representado na fotografia tem 7,5 me  Qual é a altura aproximada da porta do moinho, em metr Mostra como chegaste à tua resposta.	Números e Cálculo	Utilizar o raciocínio proporcional na resolução de uma situação	-----	Elevado

<table>
<tr><th>Ano</th><th>Número do item</th><th>Ítem</th><th>Área Temática</th><th>Descrição sumária</th><th>Tempo (min)</th><th>Índice de dificuldade</th></tr>
<tr><td>2011</td><td>16.2</td><td>16. A seguir, está uma sequência de figuras formadas por quadradinhos.
A Figura 1 tem 12 quadradinhos.

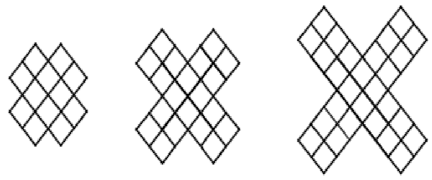
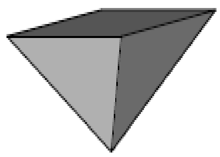



Figura 1 Figura 2 Figura 3
Quantos quadradinhos terá a Figura 6 da sequência, seguindo o mesmo critério de formação?</td><td>Álgebra e Funções</td><td>Identificar a lei de formação de uma sequência de figuras geométricas e utilizá-la para determinar um dos seus elementos</td><td>4</td><td>Médio</td></tr>
<tr><td>2011</td><td>17</td><td>A figura seguinte representa uma pirâmide quadrangular.

Na posição em que se encontra a pirâmide, apenas estão visíveis três faces.
Quantas faces da pirâmide não estão visíveis?</td><td>Geometria</td><td>Escrever o número de faces invisíveis de um sólido</td><td>1</td><td>Baixo</td></tr>
<tr><td>2011</td><td>19.1</td><td>. Em 2007, os correios lançaram quatro tipos de selo (A, B, C e D) com moinhos dos Açores.
Na tabela, para cada tipo de selo, estão o preço por selo e o número de selos vendidos.
<table>
<tr><th>Tipo de selo</th><th>Preço por selo</th><th>Número de selos vendidos</th></tr>
<tr><td>A</td><td>45 cêntimos</td><td>280 mil</td></tr>
<tr><td>B</td><td>61 cêntimos</td><td>280 mil</td></tr>
<tr><td>C</td><td>75 cêntimos</td><td>280 mil</td></tr>
<tr><td>D</td><td>80 cêntimos</td><td>380 mil</td></tr>
</table>
Com que tipo de selo obtiveram os correios menos dinheiro?
Mostra como chegaste à tua resposta.</td><td>Números e Cálculo</td><td>Resolver uma situação envolvendo cálculos com grandes números e a comparação dos resultados obtidos</td><td>4</td><td>Elevado</td></tr>
</table>

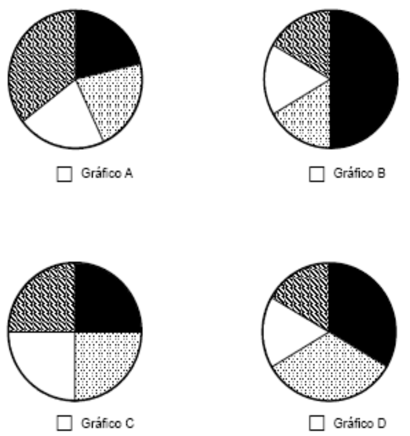
<table>
<tr><th>Ano</th><th>Número do item</th><th>Ítem</th><th>Área Temática</th><th>Descrição sumária</th><th>Tempo (min)</th><th>Índice de dificuldade</th></tr>
<tr><td>2011</td><td>19.2</td><td>
Em 2007, os correios lançaram quatro tipos de selo (A, B, C e D) com moinhos dos Açores.

Na tabela, para cada tipo de selo, estão o preço por selo e o número de selos vendidos.

<table>
<tr><th>Tipo de selo</th><th>Preço por selo</th><th>Número de selos vendidos</th></tr>
<tr><td>A</td><td>45 cêntimos</td><td>230 mil</td></tr>
<tr><td>B</td><td>61 cêntimos</td><td>230 mil</td></tr>
<tr><td>C</td><td>75 cêntimos</td><td>230 mil</td></tr>
<tr><td>D</td><td>80 cêntimos</td><td>830 mil</td></tr>
</table>

19.2. Os títulos e as legendas desapareceram dos gráficos seguintes.

Qual destes gráficos pode representar os dados relativos ao número de selos vendidos de cada tipo?



</td><td>Números e Cálculo</td><td>Identificar a representação gráfica de um conjunto de números com base na sua comparação.</td><td>4</td><td>Elevado</td></tr>
</table>

Nota: Decidimos assinalar no banco de itens, os que foram previamente excluídos. Assim foram marcados a cinza escuro os itens já resolvidos pelos alunos e a cinza claro os que que requeriam conteúdos matemáticos não abordados até à data prevista para a realização do teste.

Anexo 8 - Planificação anual da disciplina de matemática do 5º e 6º ano da Escola onde decorreu o estudo

Matemática 5º ano

1º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Números naturais	40
Números racionais não negativos	36
Total	**76**

2º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Sólidos geométricos	36
Figuras no plano	30
Total	**66**

3º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Perímetros e áreas	36
Representação e interpretação de dados	22
Total	**58**

Matemática 6º ano

1º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Volumes	20
Números Naturais	36
Representação e Interpretação de dados	20
Total	**76**

2º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Números racionais não negativos	40
Reflexão, rotação e translação	24
Total	**64**

3º Período

Unidades Didáticas	Tempos letivos
Relações e regularidades	26
Números inteiros	24
Total	**50**