Universidade de Aveiro Departamento de Educação
Ano 2012

Débora Dina Amaral Rodrigues Simões Tavares

PADRÕES VISUAIS, RACIOCÍNIO FUNCIONAL E CRIATIVIDADE

Universidade de Aveiro Departamento de Educação
Ano 2012

Débora Dina Amaral Rodrigues Simões Tavares

PADRÕES VISUAIS, RACIOCÍNIO FUNCIONAL E CRIATIVIDADE

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Didática – Especialização em Matemática para professores do 3º CEB/Secundário, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Cabrita, Professora Auxiliar do Departamento de Educação da Universidade de Aveiro

Dedico este trabalho à minha filha, pelas horas de atenção que lhe subtraí, e ao meu marido, pelo incansável apoio e compreensão.

o júri

presidente

Professora Doutora Maria Teresa Bixirão Neto
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale
Professora Adjunta da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo

Professora Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira
Professora Auxiliar da Universidade de Aveiro

agradecimentos

Um agradecimento especial à minha orientadora, Doutora Isabel Cabrita, pela constante disponibilidade demonstrada, pelas palavras de incentivo nos momentos-chave, pelas pertinentes questões colocadas e reflexões sugeridas que me estimularam a prosseguir e concretizar este trabalho.

À minha colega e grande amiga Ana Cristina Almeida, pelo incentivo e estímulo em momentos importantes.

À Direção Pedagógica da Escola, onde leciono há mais de uma década, por autorizar a realização do estudo.

Aos meus alunos que participaram no estudo de forma muito empenhada e aos respetivos encarregados de educação que autorizaram a sua participação.

Aos meus colegas do Departamento de Matemática, pela colaboração.

palavras-chave Criatividade; Padrões visuais; Álgebra; Raciocínio funcional.

resumo

Hoje em dia, a importância da criatividade e a pouca atenção a que tem sido votada, designadamente a Matemática, são inquestionáveis. Por outro lado, as dificuldades reveladas pelos alunos ao nível do raciocínio funcional e os possíveis contributos da exploração de padrões visuais na superação de tais dificuldades têm sido destacados. Neste contexto, desenvolveu-se um estudo com o objetivo de avaliar o impacto, em alunos do 8º ano de escolaridade, da implementação de uma sequência didática na unidade "Sequências e regularidades", operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais, no desenvolvimento da criatividade e de representações em relação à mesma e do raciocínio funcional.

Para concretizar a investigação, optou-se por um estudo de caso (exploratório) qualitativo que foi desenvolvido no ano letivo 2011/2012. A recolha de dados incidiu sobre alunos desta turma em geral e, em particular, em três pares de alunos. Como principais fontes de recolha de dados privilegiou-se a observação participante das aulas pela professora/investigadora, a inquirição através de questionários e entrevistas realizadas aos alunos caso, apoiada por registos áudio e fotográfico do trabalho realizado na aula, notas de campo e diário de bordo e a análise documental de uma diversidade de documentos, dos quais se destacam as resoluções das tarefas pelos alunos, os testes implementados no início e no final do estudo e alguns documentos oficiais cedidos pela Escola.

Uma análise qualitativa de conteúdo dos dados recolhidos permitiu concluir que se verificou uma relevante evolução no desempenho dos alunos ao nível do raciocínio funcional. Também foi notória uma melhoria no que respeita à criatividade, em termos de fluência, flexibilidade e originalidade de respostas e às representações em relação à mesma.

keywords

Creativity; Visual patterns; Algebra; Functional reasoning.

abstract

Nowadays, the importance of creativity and the little attention that has been given to it, namely in Mathematics, are unquestionable. Moreover, the difficulties encountered by students at functional reasoning and the possible contributions of visual patterns exploration in overcoming such difficulties have been highlighted. In this context, a study was carried out aiming to assess the impact, on 8th grade students, of the implementation of a didactic sequence in the unit “Sequences and regularities”, operationalized through tasks focused on visual patterns, in the development of creativity and its representations and functional reasoning.

The method used to accomplish the investigation was a qualitative one, which was focused on a case study (exploratory) which was conducted in the school year 2011/2012. The data collection was directed to students of this class in general and, in particular, to three pairs of students. As main sources of data collection efforts were concentrated on participant observation of classes by the teacher/researcher, inquiry through questionnaires and interviews with the case students, supported by audio and photographic records of the work done in class, field notes, diary board and a documentary analysis of a variety of documents, among which are the students’ tasks resolutions, the tests implemented at the beginning and end of the study and some official documents assigned by the School.

A qualitative content analysis of the data collected showed that there was a relevant evolution in student performance on functional reasoning. Also with regard to creativity and its representations, improvement was noticeable in terms of fluency, flexibility and originality of answers.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE QUADROS

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

No presente capítulo, apresentam-se as ideias principais que motivaram a realização deste estudo e descrevem-se as finalidades e os objetivos da investigação. Finalmente, é feita uma síntese da estrutura organizativa da dissertação.

1. Problemática do estudo

Os problemas que se colocam nos mais diversos contextos da sociedade atual exigem pessoas criativas e com capacidade para encontrar soluções inovadoras.

De acordo com Torre (2005), a riqueza de um país não está apenas nos seus recursos naturais, mas também na capacidade inovadora e criativa das gerações mais jovens. Com base nesta ideia, é dever da escola proporcionar mecanismos que estimulem e mantenham o potencial criativo dos alunos, facilitando o desenvolvimento da sua imaginação e a produção de novas ideias que possam vir a ser úteis a nível pessoal e para a sociedade (Vale, 2012).

Apesar da pertinência da temática da criatividade, verifica-se que existe, ainda, muito pouco trabalho desenvolvido, neste âmbito, em Portugal.

Partilha-se do mesmo princípio subscrito por Robinson & Aronica (2009): educação e criatividade devem andar de mãos dadas. Esta união é essencial para a construção de sociedades mais flexíveis e produtivas, compostas por pessoas felizes.

Contrariamente ao que se pensava, a criatividade é uma capacidade transversal a todas as áreas de conhecimento e a escola não tem cumprido o seu papel no desenvolvimento daquela capacidade por cercear demasiado as reações dos alunos (Robinson & Aronica, 2009) - "Começamos a repressão da criatividade natural das crianças quando se espera que elas pintem no interior dos contornos dos seus livros de colorir" (Sternberg & Williams, 1999: 9). Assim, é imperioso que, tal como se fertiliza uma planta, se implementem estratégias que favoreçam e estimulem o desenvolvimento criativo no contexto escolar (Amabile, 1989). No caso particular da Matemática, por exemplo, conhecendo as representações sobre criatividade dos alunos para trabalhar sobre elas ou a partir delas, propondo tarefas que variem quanto à natureza e que possibilitem múltiplas resoluções, confrontando tais resoluções, promovendo um pensamento imaginativo e original, acredita-se ser possível cumprir este objetivo.

É notória, nas mais recentes orientações curriculares, uma crescente valorização da Álgebra (ME – DEB, 2001; Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007) e, consequentemente, do raciocínio funcional visto que o desenvolvimento deste tipo de raciocínio é uma das principais finalidades da Álgebra. No entanto, verifica-se que os alunos manifestam muita dificuldade em raciocinar funcionalmente (Warren, 2000; Barbosa, 2010; Tanisli, 2011).

Segundo vários autores (e.g. Blanton & Kaput, 2004; Warren & Cooper, 2008; Vale, Barbosa, Barbosa, Borralho, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2011), encontrar formas de *ver* arranjos visuais, ou seja, detetar a estrutura subjacente aos mesmos, ajuda a desenvolver o raciocínio funcional. Além disso, as representações de natureza visual inspiram descobertas criativas (Barbosa, 2010).

2. Finalidades e objetivos da investigação

Face ao exposto, considerou-se pertinente a realização de um trabalho de investigação no sentido de conhecer as representações dos alunos sobre a criatividade e averiguar em que medida uma sequência didática suportada por tarefas focadas em padrões visuais favorece o desenvolvimento de competências matemáticas transversais e específicas.

Concretizando, tendo por base as ideias apresentadas, nomeadamente a importância da temática da criatividade, as dificuldades reveladas pelos alunos ao nível do raciocínio funcional e os possíveis contributos da exploração de padrões visuais para o desenvolvimento de competências matemáticas transversais e específicas, desenvolveu-se um estudo com o objetivo de conhecer as representações de alunos do 8º ano de escolaridade sobre criatividade e avaliar o impacto da implementação de uma sequência didática na Unidade "Sequências e regularidades" operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais e envolvendo a sua resolução efetiva pelos alunos e o confronto, discussão e avaliação de várias soluções apresentadas, no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional.

3. Estrutura da dissertação

Esta dissertação encontra-se estruturada em cinco capítulos principais.

No primeiro, introduz-se o tema do trabalho desenvolvido e apresenta-se a problemática do estudo, as finalidades e os objetivos da investigação, bem como a estrutura da dissertação.

No segundo capítulo, faz-se o enquadramento teórico das duas dimensões presentes neste estudo: a criatividade em Matemática e os padrões visuais e o raciocínio funcional. No que diz respeito à primeira dimensão apontada, começa-se por indicar algumas propostas de definição de criatividade encontradas na literatura. Seguidamente, sugerem-se estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. Finalmente, apresentam-se alguns modelos de avaliação da criatividade em Matemática. Relativamente à segunda dimensão, padrões visuais e raciocínio funcional, apresentam-se algumas perspetivas de vários autores acerca do conceito de padrão, faz-se um enquadramento do estudo dos padrões em Matemática, em particular no que respeita ao terceiro ciclo do ensino básico, reflete-se acerca do papel da visualização no desenvolvimento do raciocínio funcional e descreve-se uma sequência didática centrada nos padrões visuais.

No terceiro capítulo, *Método*, apresentam-se e justificam-se as opções metodológicas adotadas neste estudo. O *design* de investigação afigura-se na forma de um esquema que indica as etapas da investigação, bem como as técnicas e instrumentos de recolha dos dados. Segue-se uma caracterização geral da população escolar à qual pertencem os participantes no estudo e das técnicas e instrumentos de recolha de dados. Finalmente, descrevem-se as atividades desenvolvidas em cada sessão e o processo de tratamento a que foram submetidos os dados e como serão apresentados no capítulo seguinte.

No quarto capítulo, procede-se à descrição e análise dos dados da turma, em geral, e de três pares de alunos, em particular, relativamente às representações sobre criatividade e ao desenvolvimento da mesma e do raciocínio.

No quinto capítulo, apresentam-se as principais conclusões resultantes da análise de todos os dados recolhidos e tecem-se algumas considerações finais.

Por fim, é apresentada a bibliografia consultada ao longo do estudo, bem como os anexos.

CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Este capítulo encontra-se organizado em dois grandes temas: Criatividade em Matemática e Padrões visuais e raciocínio funcional. Em relação ao primeiro tema, desenvolvem-se três subtemas principais: noção e caracterização de criatividade, estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática e avaliação da criatividade em Matemática. No tema Padrões visuais e raciocínio funcional, desenvolvem-se cinco subtemas: noção de padrão, padrões de repetição e padrões de crescimento, generalização de padrões e pensamento algébrico, padrões nas propostas curriculares e sequência didática centrada nos padrões.

1. Criatividade em Matemática

É comum pensar-se que criatividade e Matemática nada têm a ver uma com a outra mas muitos matemáticos discordam totalmente. Por exemplo, Pehkonen (1997) refere que a experiência de Kiesswetter (1983) o levou a concluir que o pensamento flexível, uma das componentes de criatividade, é uma das mais importantes características, senão a mais importante, que um bem-sucedido solucionador de problemas deve ter. Também Bishop (1981), mencionado por Pehkonen (1997), ao sublinhar a complementaridade do pensamento criativo e do pensamento analítico, defendeu a relação entre criatividade e Matemática.

Um dos desafios da investigação em criatividade em Matemática é a constituição de um consenso sobre o que caracteriza esse tipo de criatividade (Mann, 2006).

1.1. Noção e caracterização de criatividade

Falar de criatividade não é fácil (Morais, 2011). Essa dificuldade talvez seja previsível visto tratar-se de um conceito para o qual não existe uma definição precisa. Na literatura, encontra-se muitas sugestões de definição que enfatizam diferentes aspetos relacionados com a criatividade. Entre essas, destaca-se as que a seguir se apresentam.

A criatividade é a capacidade de produzir algo que é simultaneamente original e útil (Sternberg & Lubart, 1999). É uma característica que se utiliza constantemente no dia-a-dia, logo, não é exclusiva dos cientistas e dos artistas (Pehkonen, 1997). É “um processo complexo (…) que se expressa na produção de ‘algo’ que é considerado ao mesmo tempo ‘novo’ e ‘valioso’ (…)” (Martínez, 2006: 70). Segundo Amabile (1995), “para a maioria dos leigos, e muitos pesquisadores, criatividade é uma qualidade de pessoas, uma constelação de traços de personalidade, características cognitivas e estilo pessoal” (424).

Gontijo (2007) define criatividade em Matemática como “a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspetos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns” (p. 37).

Para Krutetskii (1976), a criatividade em Matemática envolve a capacidade de formular problemas pouco complexos, encontrar formas de resolver esses problemas, inventar fórmulas e teoremas, deduzir autonomamente fórmulas e encontrar resoluções originais de problemas não tradicionais.

Sriraman (2004) refere que, na perspetiva de Poincaré (1948), a criatividade matemática é a capacidade de escolher entre a combinação do útil e do inútil de modo semelhante ao que caracteriza a arte de esculpir como um processo de retirar o desnecessário.

Morais (2011: 4) define criatividade, baseando-se em Feldman (1988), como algo que é “raro porque muito exigente e é muito exigente por ser um fenómeno exigente de co-incidência”. Para a autora, criatividade é a co-incidência ou a co-existência necessária de fatores tais como motivação, domínio de conhecimentos e aptidões, características de personalidade, processos cognitivos e o olhar de outrem, que implicam, na sua maioria, a relação do indivíduo com o meio envolvente.

A definição sugerida por Torrance (1974) envolve quatro componentes: fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração. A fluência tem a ver com a abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto; a flexibilidade com a conceção de diferentes categorias de respostas; a originalidade com a produção de respostas pouco frequentes ou incomuns e a elaboração com a apresentação de grande quantidade de detalhes numa ideia (Alencar, 1990; Silver, 1997; Leikin, 2009b; Adams & Hamm, 2010).

Após a análise de diversas definições de criatividade, Fleith e Alencar (2005) sugerem que estas sejam organizadas em quatro categorias: pessoa, produto, processo e ambiente. De acordo com Tardiff e Sternberg (1988), mencionados por Fleith e Alencar (2005), há três aspetos a considerar nas definições que focalizam a pessoa, a saber, características cognitivas, traços de personalidade e experiências durante o desenvolvimento (por exemplo, ter muitos hobbies, ser o filho mais velho). As definições que se enquadram na segunda categoria enfatizam as características do produto final tais como ser novo, útil e de algum valor para a sociedade. No entanto, relativamente à "[…] emergência de um produto novo, seja uma idéia ou uma invenção original, seja a reelaboração ou aperfeiçoamento de produtos ou ideias já existentes" (Alencar & Fleith, 2003a: 13-14), apesar de a criatividade implicar novidade, de acordo com Martínez (2006), a novidade não é suficiente para se considerar um processo como sendo criativo. Na terceira categoria, focaliza-se o processo, como desenvolver produtos criativos - "O processo criativo pode envolver uma maneira original para produção de ideias incomuns, combinações diferentes ou transformação de uma ideia já existente." (Fleith & Alencar, 2005: 85). As definições que se enquadram na quarta categoria enfatizam o papel facilitador ou inibidor do ambiente no desenvolvimento de habilidades criativas.

Nas diversas tentativas de definição de criatividade encontram-se três aspetos em comum: (a) envolvem pensamento convergente mas, principalmente, divergente; (b) referem três componentes fundamentais da criatividade - a fluência, a flexibilidade e a originalidade (novidade) e (c) estão relacionadas com a formulação e a resolução de problemas (incluindo elaboração e generalização). Especifique-se cada um destes aspetos:

(a) Pensamento convergente e divergente são aspetos importantes relacionados com inteligência, pensamento crítico e resolução de problemas. De acordo com Guilford (1967), o pensamento convergente é a capacidade de encontrar soluções a partir de conhecimentos, experiências e raciocínios lógicos. Este tipo de pensamento é orientado no sentido de encontrar uma resposta única, a "correta" e é dominado pela lógica e objetividade. Ao invés disso, o pensamento divergente (ou flexível) implica a exploração cognitiva de várias soluções diferentes para o mesmo problema. Neste tipo de pensamento, a intuição sobrepõe-se às operações mentais lógico-dedutivas que caracterizam o pensamento convergente;

(b) A fluência, conforme já foi referido, é a capacidade de produzir um grande número de ideias sobre um mesmo assunto e pressupõe o uso de conhecimentos básicos e fluidez de associações para dar continuidade a essas ideias. A flexibilidade é a capacidade para pensar de modos diferentes. Está associada à produção de diferentes categorias de ideias acerca do mesmo assunto, à forma como se muda de ideias aquando da resolução de um problema, em busca de várias soluções ou de uma solução ótima (Vale, 2012). A originalidade define-se como a capacidade de pensar de forma única, produzindo ideias fora do vulgar, únicas, completamente novas ou extremamente diferentes (Silver, 1997). “É um pensar fora do óbvio. É ter uma ideia rara. (…) Na sala de aula pode ser manifestada quando um aluno analisa várias soluções a um problema, métodos e respostas e consegue criar outra que seja diferente.” (Vale, 2012: 191);

(c) Silver (1997) destacou a formulação de problemas, por parte dos discentes, como uma poderosa estratégia para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Barbeau e Taylor (2005) reforçaram a importância da resolução de problemas matemáticos desafiadores e problemas para os quais não exista uma solução única.

Para descrever a criatividade em Matemática, Ervynck (1991) propôs um modelo, composto por três estágios. O primeiro estágio, que constituía uma etapa preliminar do processo, consistia na aplicação de regras matemáticas sem que o indivíduo possuísse uma sólida fundamentação teórica. O segundo estágio consistia na aplicação de técnicas matemáticas, através do uso repetido de algoritmos. O terceiro estágio consistia na tomada de decisões sem recurso a algoritmos. O autor considerava-o como o momento em que ocorria a verdadeira criatividade matemática.

Numa tentativa de caracterizar a criatividade na educação matemática, Meissner (2011) reuniu um conjunto de palavras-chave fortemente relacionadas com criatividade. Algumas delas são: inesperado, intuitivo, flexível, imaginativo, desafiador, fluência, originalidade, interessante, inspirador, complexidade, envolvente, independente e autoconfiante.

Considerando a criatividade como uma característica que pode ser desenvolvida em contexto escolar, Leikin (2009a) distinguiu criatividade absoluta de criatividade relativa.

Para a autora, a criatividade absoluta está associada a grandes feitos históricos, a descobertas a nível global, invenções como a de Fermat, Hilbert, Riemann e outros matemáticos proeminentes e a criatividade relativa refere-se às descobertas protagonizadas por um indivíduo ou grupo de indivíduos, fruto da imaginação humana que cria algo novo.

Mann (2005) apresenta 21 características, indicadas por Carlton (1959), que podem ser observadas nos alunos que potencialmente apresentam pensamento criativo em Matemática. De entre as 21, destacam-se as seguintes: a sensibilidade estética; a deteção de problemas em determinadas informações ou em situações que não despertam particularmente a atenção de outros alunos; o desejo de trabalhar independentemente do professor e dos colegas; a especulação ou tentativa de saber o que aconteceria caso se alterasse uma ou mais hipóteses de um problema; o prazer de trabalhar com símbolos matemáticos; a intuição acerca de resultados; a convicção de que todos os problemas têm uma solução e a persistência em trabalhar com problemas particularmente difíceis ou demonstrações.

Torna-se, assim, evidente a existência de uma multiplicidade de tentativas de definição e caracterização de criatividade em Matemática. No âmbito deste estudo, sobressaem os pontos de vista apresentados por Silver (1997), Fleith & Alencar (2005), Leikin (2009b) e Meissner (2011).

1.2. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática

Vários autores têm apontado diversas razões para a importância de desenvolver mais plenamente a criatividade ao longo da vida. Alencar (2007) sublinha três dessas razões: "a necessidade de criar é uma parte saudável do ser humano, sendo a atividade criativa acompanhada de sentimentos de satisfação e prazer, elementos fundamentais para o bem-estar emocional e saúde mental" (45); a necessidade de soluções criativas para problemas imprevisíveis, dado o "cenário atual, caracterizado por incerteza, complexidade, progresso e mudanças" (idem) e o facto de que "sufocar o desenvolvimento do potencial criador equivale a limitar as possibilidades de uma realização plena e a expressão de talentos diversos." (idem).

O desenvolvimento do pensamento criativo foi apontado por Conway (1999) e destacado por Cropley (2003) como sendo de extrema importância no sentido de responder aos desafios do século vinte e um. Assim, de acordo com Alencar (1990), para estimular o desenvolvimento da criatividade, é imperioso que se crie um clima que permita aos alunos apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração nos seus trabalhos. A mesma autora defende que é "necessário preparar o aluno para questionar, reflectir, mudar e criar" (p. 13). Acrescenta, ainda, que "é a necessidade de preparar o aluno para lidar com problemas (…) uma das principais razões para justificar a necessidade de se criarem melhores condições para o desenvolvimento e manifestação do pensamento criativo em sala de aula" (p. 14).

Estudos internacionais desenvolvidos no âmbito da criatividade matemática têm procurado compreender quais são os fatores facilitadores e inibidores da sua expressão, a fim de estabelecer estratégias para o seu desenvolvimento. Alencar e Fleith (2003b) sugerem como estratégias a utilizar pelos professores: o fortalecimento de traços de personalidade dos alunos, tais como autoconfiança, curiosidade, persistência, independência de pensamento, coragem para explorar situações novas e lidar com o desconhecido; ajudar os alunos a desfazer bloqueios emocionais, tais como o medo de errar e ser criticado, insegurança e complexo de inferioridade e implementação de atividades desafiadoras que criem oportunidades de atuação criativa. Estas autoras defendem que "a motivação intrínseca, centrada na tarefa, é de inestimável importância para a criatividade, uma vez que as pessoas estão muito mais propensas a responder criativamente a uma dada tarefa, quando estão movidas pelo prazer de realizá-la" (p. 3). Este prazer no ato de aprender fora já apontado por Amabile (1996) como estímulo da criatividade em sala de aula.

O clima de sala de aula tem sido apontado em diversos estudos (e.g., Alencar, 1990; Fleith & Alencar, 2005) como essencial para o desenvolvimento da criatividade no contexto escolar. É necessário um ambiente que reconheça e encoraje as ideias criativas. Podem até estar reunidas todas as condições internas necessárias ao desenvolvimento do pensamento criativo mas, sem o estímulo do ambiente, a criatividade poderá nunca se manifestar (Sternberg & Lubart, 1999). Neste contexto, Fleith e Alencar (2005) destacam alguns fatores apresentados por Sternberg (2003) que estimulam a criatividade, a saber, encorajar o aluno a arriscar e aceitar o erro como parte do processo de aprendizagem, permitir que o aluno imagine outros pontos de vista e, consequentemente, gere múltiplas hipóteses e formule problemas e recompensar ideias e produtos criativos. As mesmas autoras salientam como características de um clima criativo em sala de aula: a proteção do trabalho criativo do aluno da crítica destrutiva; o desenvolvimento nos alunos da habilidade de pensar, de explorar consequências, de sugerir alterações e aperfeiçoamentos das próprias ideias; o encorajar os alunos à reflexão acerca do que gostariam de conhecer melhor e escolher que problemas gostariam de investigar; o não se deixar abater pelas limitações do contexto, mas contornar os obstáculos com o auxílio dos seus próprios recursos criativos e o envolvimento dos alunos na busca de soluções para problemas do mundo real, bem como encorajá-los a elaborar produtos originais.

Para o desenvolvimento da criatividade matemática é também necessário que os alunos possuam um conhecimento sólido de conteúdos matemáticos pois tal conhecimento permite-lhes estabelecer mais facilmente conexões entre diferentes conceitos (Sheffield, 2009). Morris (2006) sugere que os professores ensinem os referidos conteúdos matemáticos de uma forma criativa, utilizando abordagens imaginativas que tornem o ensino mais interessante, motivador e efetivo, e ensinem para a criatividade, isto é, utilizem formas de ensino que promovam o desenvolvimento do pensamento criativo dos alunos. O autor defende que ensinar de uma forma criativa e para a criatividade inclui todas as características de um ensino de qualidade – muita motivação, expectativas elevadas, capacidade de escutar, comunicar e motivar.

Um caminho possível no sentido de tornar o ensino mais interessante, motivador e efetivo implica a "criação de tarefas a partir das quais os alunos se possam envolver em actividades matematicamente ricas e produtivas" (Ponte, 2005: 1). As tarefas podem ser mais abertas ou mais fechadas; umas mais desafiantes, outras mais acessíveis; umas alusivas a contextos reais e outras desenvolvidas em termos exclusivamente matemáticos (idem). Atendendo a esta diversidade, o autor produziu um esquema que relaciona os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (figura 1).

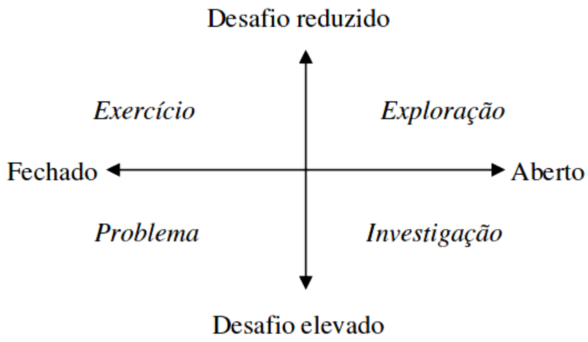


Fig. 1 – Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura. Fonte: Ponte (2005)

Importa destacar o primeiro quadrante, o das tarefas relativamente abertas e menos complexas, designadas por tarefas de *exploração*. A diferença entre estas e as de *investigação* reside no grau de desafio. Se for possível o aluno começar a trabalhar sem muito planeamento, trata-se de uma tarefa de *exploração*. Caso contrário, trata-se de uma tarefa de *investigação*. *Problema* será uma tarefa complexa mas mais fechada que as investigações.

De acordo com Ponte (2005), a linha que separa as tarefas de *exploração* dos *exercícios* é ténue. Um determinado enunciado pode corresponder a uma tarefa de *exploração* ou a um *exercício*, consoante os conhecimentos prévios dos alunos. Se estes já aprenderam formalmente um conteúdo que permite responder à questão, trata-se de um *exercício*. Caso tal não tenha sucedido e os alunos necessitem de mobilizar os seus conhecimentos intuitivos, trata-se de uma tarefa de natureza *exploratória*. O facto de este tipo de tarefas permitir aos alunos a mobilização de conhecimentos adquiridos fora da escola, permite concluir que a sua utilização é um método muito eficaz, em termos de aprendizagem.

Além de proporcionar a exploração de tarefas desafiantes e motivadoras, um professor criativo também promove a autonomia e autoconfiança dos alunos (Morais & Azevedo, 2011). A sua capacidade criativa pode operacionalizar-se no empenho e na frequência com que consegue criar situações problemáticas que promovam resoluções criativas por parte dos discentes (Sousa, 1998). Estas situações podem ocorrer dentro e fora da sala de aula. Clubes, concursos, exposições, materiais didáticos ou, simplesmente, conversas entre pares podem originar situações desafiadoras que deveriam ser aproveitadas pelos docentes (Barbeau & Taylor, 2005).

Sublinhe-se, no entanto, que, de acordo com Martínez (2006), apesar de existir uma estreita relação entre a criatividade no processo de aprendizagem e a criatividade no trabalho pedagógico, esta não é linear:

> Existe uma tendência a afirmar que, para que existam alunos criativos, são necessários professores criativos e que a criatividade na aprendizagem emerge em ambientes de liberdade e incentivo específico à criatividade. No entanto, (…) temos encontrado alunos que aprendem de forma criativa em contextos escolares tradicionais e com professores que não se caracterizam pela criatividade no seu trabalho pedagógico. Por outro lado, encontramos professores que realizam um trabalho pedagógico com um alto nível de criatividade (…) porém, sem significativos avanços no processo de criatividade na aprendizagem. (Martínez, 2006: 91)

Ainda assim, considera-se essencial a realização de um trabalho pedagógico criativo, que promova "a flexibilidade, a abertura ao novo, a habilidade de propor soluções inovadoras para problemas diversos e a coragem para enfrentar o inesperado" (Alencar & Fleith, 2008: 59). Limitar o uso da criatividade na sala de aula reduz a Matemática a um conjunto de destrezas que se devem dominar e um conjunto de regras que se devem memorizar, o que conduz a que a curiosidade e o entusiasmo natural de muitos alunos por esta disciplina desvaneçam à medida que crescem (Meissner, 2011) e promove o desenvolvimento de raciocínio do tipo imitativo, ao invés do criativo (Lithner, 2006). Ao copiar ou seguir um modelo ou um exemplo sem qualquer tentativa de originalidade, o aluno está a desenvolver um raciocínio do tipo imitativo (idem). Se, pelo contrário, o raciocínio desenvolvido evidenciar novidade, fluência e flexibilidade, o autor considera-o como sendo criativo. Caso o raciocínio efetuado seja matematicamente fundado, isto é, suportado por propriedades matemáticas e revele novidade, flexibilidade e plausibilidade, denomina-se raciocínio matemático criativo (idem).

De acordo com Conway (1999), a flexibilidade é a capacidade que os alunos com mais sucesso a matemática possuem visto que lhes permite utilizar diferentes abordagens na resolução de um problema. A estratégia de confrontar os alunos com diversas resoluções, preferencialmente dos próprios colegas, facilita o desenvolvimento da fluência e da flexibilidade na medida em que lhes "aguça" o espírito.

A criatividade, como tema emergente e em debate, em particular na aula de matemática, surge como um desafio e uma oportunidade de mudança para ensinar e aprender matemática (Vale, s/d).

1.3. Avaliação da criatividade em Matemática

A avaliação, seja do que for, deverá ser realizada com cuidado e bom senso. Tal exercício torna-se ainda mais delicado quando se trata de avaliar a criatividade. Como Morais (2011: 11) questiona – "Como avaliar um conceito que ainda tanto se problematiza? Como avaliar uma competência que é tão singular e individual? Como avaliar algo que se manifesta tão transversal e tão facilmente influenciado pelo momento e pelo contexto?".

A questão de como avaliar a criatividade em contexto escolar afigura-se pertinente e, de acordo com Azevedo, Morais e Braga (2008), não existirá uma resposta única e inquestionável.

Sheffield (2009) defende que instrumentos de avaliação apropriados deveriam proporcionar aos alunos oportunidades de resolver problemas matemáticos de várias formas, formular problemas, generalizar padrões e estabelecer conexões entre diversos conteúdos matemáticos, o que promove a criatividade.

Encontra-se na literatura algumas sugestões de critérios para avaliar criatividade em Matemática. Gontijo (2007) refere alguns estabelecidos por Balka (1974), indicando habilidades a serem avaliadas, tais como:

1) Habilidade para formular hipóteses matemáticas avaliando relações de causa e efeito em situações matemáticas.
2) Habilidade para considerar e avaliar ideias matemáticas não usuais, refletindo sobre suas consequências em situações matemáticas.
3) Habilidade para perceber problemas a partir de uma situação matemática e formular questões que possam responder a esses problemas.
4) Habilidade para elaborar subproblemas específicos a partir de um problema matemático geral.

5) Habilidade para buscar soluções para problemas matemáticos, rompendo com um quadro mental "estático".
6) Habilidade de elaborar modelos para solucionar situações matemáticas. (p. 75)

O mesmo autor refere que a indicação destas habilidades contribuiu para a elaboração de testes e outros instrumentos para avaliar criatividade em Matemática e menciona os exemplos de Foster (1970), Singh (1987) e Haylock (1987), que a seguir se descrevem.

Foster (1970), referido em Gontijo (2007), elaborou dois testes para avaliar a criatividade em Matemática de alunos com idades compreendidas entre os 9 e os 11 anos. Num dos testes, o aluno escolhia, de um baralho, seis cartas com algo em comum. A pontuação era atribuída consoante o número de conjuntos feitos em cinco minutos. No outro teste, a criança teria que encontrar todas as possibilidades de resultados, utilizando os algarismos 2, 3 e 6 e as quatro operações básicas.

No caso do teste desenvolvido por Singh (1987), também mencionado em Gontijo (2007), avaliava-se a criatividade em Matemática de alunos de 11 a 13 anos. Uma das questões do teste solicitava que o aluno escrevesse os números inteiros de 1 a 5, utilizando quatro "setes" e as operações que o mesmo conhecesse. Outra questão solicitava que o aluno atribuísse valores diferentes a letras do alfabeto, a fim de que os resultados da operação AB + CD = PKR estivessem corretos.

Haylock (1987), referido em Gontijo (2007), elaborou vários testes para avaliar a criatividade em Matemática de alunos de 11 e 12 anos. Num deles, o aluno devia escrever o maior número possível de afirmações que indicassem o que os números 16 e 36 têm em comum. Noutro, solicitava ao aluno que descobrisse tantas figuras quantas fosse possível construir com 2 cm^2 de área, ligando pontos numa base quadrangular formada por nove pontos cuja distância entre dois consecutivos, na horizontal e na vertical, era igual a 1 cm. Nestes testes, a fluência, a flexibilidade e a originalidade foram utilizadas como indicadores de criatividade.

Como alternativa ao modelo de avaliação tradicional, Conway (1999) propôs que se avaliasse a fluência, a flexibilidade e a originalidade das respostas apresentadas pelos alunos sugerindo um procedimento dividido em quatro passos:

1º Passo: Identificar possíveis soluções para um problema aberto, gerando as próprias ideias ou solicitando sugestões a colegas. Seguidamente, colocar as soluções em categorias que representem modos de pensar semelhantes. Consultar, novamente, colegas para solicitar ajuda na identificação de categorias ou modos de pensar. Finalmente, identificar categorias que exemplifiquem pensamentos originais, que sejam invulgares, no grupo de alunos a avaliar.

2º Passo: Trabalho dos alunos.

3º Passo: Examinar as resoluções dos alunos e identificar a categoria de cada resposta dada.

4º Passo: Definir a pontuação para a fluência, a flexibilidade e a originalidade. Para determinar as pontuações que dizem respeito à fluência, contar o número de respostas *corretas*; à flexibilidade, contar o número de *diferentes* categorias; à originalidade, contar o número de respostas nas categorias que foram identificadas como originais.

Leikin (2009a) propôs um modelo para avaliar a criatividade em Matemática através de tarefas com múltiplas soluções (*multiple solution tasks*), nas quais se requer que os alunos resolvam um problema matemático de diferentes maneiras. A autora considera que soluções para o mesmo problema são encaradas como sendo diferentes se forem baseadas em: a) diferentes representações de alguns conceitos matemáticos envolvidos na tarefa; b) diferentes propriedades (definições ou teoremas) de objetos matemáticos num determinado âmbito ou c) diferentes propriedades de um objeto em diferentes âmbitos. No modelo proposto, atribuíam-se pontuações às resoluções dos alunos com base na originalidade, flexibilidade e fluência das respostas. No que respeita à originalidade, a pontuação a atribuir variava consoante as estratégias de resolução apresentadas pelos alunos. Se estas estivessem indicadas no currículo, nos manuais ou tivessem sido mencionadas pelo professor, a pontuação seria inferior à dos casos em que as resoluções apresentadas não estivessem contempladas no currículo ou fossem recomendadas no mesmo mas para um tipo de problema diferente. A pontuação a atribuir à fluência variava consoante o tempo despendido pelos alunos na produção das diferentes soluções. A flexibilidade era avaliada com base no número de diferentes categorias de soluções apresentadas.

2. Padrões visuais e raciocínio funcional

> (…) ao longo dos anos, a Matemática tornou-se cada vez mais e mais complicada, as pessoas concentraram-se cada vez mais nos números, fórmulas, equações e métodos e perderam de vista o que aqueles números, fórmulas e equações eram realmente e porque é que se desenvolveram aqueles métodos. Não conseguem entender que a Matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões – padrões da natureza, padrões da vida, padrões da beleza (Devlin, 1998: 206).

Os professores de Matemática apercebem-se, por um lado, do crescente desinteresse na Matemática e, por outro, do declínio na capacidade matemática dos alunos. De acordo com Vale, Barbosa, Barbosa, Borralho, Cabrita, Fonseca e Pimentel (2011), esta realidade talvez se deva ao facto de muitos alunos verem a Matemática como um simples conjunto de procedimentos a aprender.

Na realidade, "a escola tem proposto aos alunos sobretudo perguntas e tarefas fechadas, nada desafiantes, que [os] encaminham (…) para uma única resposta, normalmente através de procedimentos rotineiros e (…) provoca nos alunos barreiras mentais que os impedem de novas formas de pensar." (Vale, 2012: 192).

Ora, uma aprendizagem eficaz em Matemática demanda que os alunos se envolvam ativamente em tarefas diversificadas e significativas (Doyle, 2007; Stein & Smith, 2009). De acordo com o NCTM (2000), uma boa tarefa é aquela que facilita a introdução de ideias matemáticas fundamentais e constitui um desafio intelectual para os alunos.

Tarefas centradas na exploração de padrões podem afigurar-se uma via interessante para um mais sólido desenvolvimento de competências matemáticas.

Vale et al. (2011) fazem uma análise à importância dos padrões na matemática e, com base nas ideias de Orton (1999), consideram que "os padrões permitem que os estudantes:

- construam uma imagem mais positiva da Matemática porque apelam fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e a criatividade;
- estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas;
- promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas;
- desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação;
- compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem." (10)

Também outros matemáticos e educadores matemáticos têm defendido que o estudo de padrões constitui a essência de todo o trabalho em Matemática (e.g. Davis & Hersh, 1995; Orton & Orton, 1999; NCTM, 2000; Devlin, 2002).

De acordo com Vale et al. (2011), pode considerar-se que "a essência da Matemática consiste em descobrir padrões e o nosso espírito parece estar estruturado para procurar relações – procuramos encontrar a ordem escondida" (p. 9). Concorda-se, assim, com Steen (1988) e Devlin (2002) que definem a Matemática como sendo a ciência dos padrões. Esta perspetiva pressupõe a presença de padrões e de vários tipos em todas as áreas da Matemática, afigurando-se, assim, um tema transversal e unificador (Barbosa, 2011) e fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico, no geral, e do raciocínio funcional, em particular.

2.1. Noção de padrão

É comum associar o termo *padrão* aos frisos ou padrões de papel de parede mas, segundo Devlin (2002), este conceito é muito mais abrangente:

> O que o matemático faz é examinar "padrões" abstractos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Esses padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas da mente humana. Com o objetivo de transmitir o conceito moderno de matemática, este livro aborda seis temas genéricos, abrangendo padrões de contagem, padrões de raciocínio e de comunicação, padrões de movimento e de mudança, padrões de forma, padrões de simetria e regularidade e padrões de posição (topologia) (9).

Este ponto de vista destaca a diversidade de padrões existentes nos diferentes contextos do mundo que nos rodeia: na natureza, na arte, nos elementos matemáticos, na arquitetura, entre outros (Barbosa, 2010).

Não se encontra na literatura uma definição de padrão, formal e consensual, apesar da sua relevância em Matemática. A natureza multifacetada do termo *padrão* complexifica a tarefa de formulação de uma definição que abranja todos os contextos e perspetivas possíveis, logo, encontram-se "definições muito díspares, consoante a utilização que é pretendida" (Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, 2006: 195). Contudo, estes autores acrescentam que todas as definições encontradas convergem para os termos sequência, regularidade, regra e ordem.

É muito frequente encontrar a referência à busca da regularidade em propostas de definição de padrão, no âmbito da Matemática, o que vai ao encontro do principal objetivo desta disciplina que é "descobrir a regularidade onde parece vingar o caos" (Davis & Hersh, 1995: 167). Orton e Orton (1999) associam a palavra padrão às ideias de repetição e simetria, focando os contextos numéricos e geométricos. Devlin (2002) reforça esta ideia ao afirmar que "o sistema visual e cognitivo do ser humano 'procura' constantemente padrões geométricos" (p. 111).

De um modo geral, o conceito de padrão é utilizado "quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detetam regularidades" (Vale et al., 2011: 9). Mas importa salientar que apesar de se encontrar na literatura uma diversidade de definições para *padrões*, este termo comporta uma riqueza de conceitos que se devem explorar na sua multiplicidade, não devendo ser esvaziado através de definições restritivas (Vale et al., 2006, citando Alves et al., 2005). Por exemplo, quando se fala de padrões, são cruciais as componentes de mudança, repetição e prolongamento (Barbosa, 2010). De facto, independentemente dos objetos envolvidos na estrutura de um padrão, este pode ser descrito tendo por base a forma como pode ser repetido ou prolongado.

Neste estudo, entendeu-se considerar que um padrão é "todo o arranjo de números ou formas onde são detectadas regularidades passíveis de serem continuadas" (Barbosa, 2010: 47).

Associada à temática dos padrões, existe uma diversidade de tipos dos quais se destacam *padrões de repetição* e os *padrões de crescimento*, com particular interesse para este estudo.

2.2. Padrões de repetição e padrões de crescimento

De acordo com Threlfall (1999), um padrão de repetição é uma sequência de números ou formas na qual se identifica um motivo que se repete indefinidamente de uma forma cíclica. Este motivo é a chamada *unidade de repetição* (Liljedahl, 2004).

Um padrão de repetição com uma unidade de repetição de dimensão 3 poderá ser ABCABCABC… e um padrão de repetição mais complexo, com uma unidade de repetição de dimensão 5, poderá ser ABCabABCabABCab… (Barbosa, 2010). A mudança de algumas características das componentes de um padrão desta natureza (como o tamanho, a orientação, a cor, …) pode complexificá-lo (Threlfall, 1999).

Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006), citando Alves et al. (2005), mencionam três tipos de componentes de um padrão de repetição: alternância com repetição (ABAB); componente de progressão aritmética (ABAABAAAB) e componente de simetria (ABABBABA).

Dado um padrão cuja unidade de repetição seja de dimensão n, a identificação de um termo pode ser conseguida de duas formas: há uma igualdade entre cada elemento do padrão e um dos primeiros n elementos; há uma igualdade entre cada elemento do padrão e o elemento situado n posições antes dele (Liljedahl, 2004).

A relevância atribuída às tarefas que envolvem este tipo de padrões deve-se, designadamente, ao facto de estas servirem de contexto para ensinar outros conteúdos e de poderem conduzir às ideias de ordem e comparação (Threlfall, 1999). Este autor defende que, na análise de um padrão de repetição, é necessária uma abordagem conceptual e procedimental, em simultâneo.

Barbosa (2010), baseando-se em Moyer-Packenham (2005), define padrão de crescimento como "uma sequência de números ou formas que se prolonga de forma regular, o que faz com que cada termo mude de forma previsível em relação ao anterior" (p. 72). Os alunos tendem a revelar mais dificuldades na exploração deste tipo de padrões do que nos de repetição, talvez porque as experiências de sala de aula privilegiam a exploração de padrões de repetição, ou, simplesmente, porque os padrões de crescimento talvez sejam mais difíceis, sob o ponto de vista cognitivo, do que os de repetição (Warren, 2005).

Independentemente do tipo de padrão, é importante que os educadores matemáticos apresentem aos seus alunos “tarefas que lhes permitam reconhecer o motivo de repetição, descrever, completar (…) e criar padrões, recorrendo a contextos diversificados e em que sejam incentivados a verbalizar os seus pensamentos e a justificá-los” (Vale et al., 2011: 23).

Mas uma das mais valias do trabalho com padrões prende-se com a generalização (Herbert e Brown, 1997; Zazkis & Liljedahl, 2002; Lannin, 2005).

2.3. Generalização de padrões e pensamento algébrico

Stacey (1989) menciona que as tarefas de padrões podem envolver dois tipos de generalização: a *generalização próxima* e a *generalização distante*. A *generalização próxima* está relacionada com a descoberta do termo seguinte através de contagem, desenhos ou recorrendo a uma tabela, o que normalmente envolve relações recursivas; a *generalização distante* envolve a descoberta de um padrão, exige a compreensão da lei de formação e requer a busca de relações funcionais (Vale, 2012). A identificação da unidade de repetição e a compreensão da estrutura global do padrão permitem a generalização distante, isto é, permitem descobrir imediatamente qual o termo que ocupa uma determinada posição na sequência, sem haver necessidade de a continuar recursivamente (Barbosa, 2010).

Estes dois tipos de generalização são também referidos por outros autores, embora com terminologias diferentes. Lannin (2005) fala em *generalização recursiva* e *generalização explícita* e Radford (2008) em *generalização aritmética* e *generalização algébrica*, respetivamente. A este propósito, Vale (2012) defende que a forma como o professor apresenta uma tarefa ou como procede ao questionamento pode levar a que uma simples tarefa aritmética se transforme numa algébrica, onde é possível construir padrões, conjeturar, generalizar e justificar relações matemáticas.

Neste trabalho, optou-se por adotar a terminologia sugerida por Stacey (1989), a saber, *generalização próxima* e *generalização distante*.

A generalização distante envolve, assim, que os alunos “encontrem uma relação entre os elementos do padrão e a sua posição e que usem esta generalização para gerar elementos noutras posições, ou seja, [os alunos] são motivados a pensar nos padrões […] como funções em vez de se centrarem apenas na variação relativa a um dos conjuntos” (Barbosa, 2010: 72).

As tarefas que envolvem a generalização distante de padrões permitem, portanto, o estabelecimento de relações entre quantidades (Warren, 2005) e o desenvolvimento de um raciocínio de tipo funcional (Blanton & Kaput, 2005).

Smith (2008), mencionado em Tanisli (2011), define raciocínio funcional como sendo um raciocínio representacional centrado na relação entre duas (ou mais) quantidades que variam e refere que este tipo de raciocínio conduz, reciprocamente, a generalizações.

O raciocínio funcional é, consequentemente, um tópico importante e central em matemática (Tanisli, 2011) mas revela-se complexo para muitos alunos:

> As dificuldades associadas a este tipo de raciocínio residem essencialmente na não utilização de linguagem apropriada para descrever a relação, na tendência para usar uma estratégia recursiva em qualquer tipo de generalização, na incapacidade de visualizar ou completar espacialmente os padrões e na utilização da tentativa e erro em vez da generalização algébrica. (Barbosa, 2010: 81)

Ora, o facto de um aluno ser capaz de continuar uma sequência evidencia uma compreensão sobre o padrão que se vai repetindo. No entanto, é fundamental que a escola proporcione uma compreensão mais profunda que permita ao aluno descrever corretamente um elemento geral dessa sequência (Matos, 2007, referindo as ideias de Hargreaves, Threlfall, Frobisher e Shorrocks-Taylor, 1999), o que possibilita o conhecimento imediato de qualquer termo da sequência (Vale, 2012).

Matos (2007), baseando-se em Rivera e Becker (2005), sublinha que, para além de encontrar uma fórmula algébrica que permita generalizar uma regra e explicitar uma relação funcional, é também muito importante compreender o motivo pelo qual essa fórmula funciona. Todos estes aspetos são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O ensino da Álgebra tem estado relacionado essencialmente com o cálculo, tratando-se, segundo Ponte (2006), de uma visão redutora desta área. No entanto, as mais recentes orientações curriculares têm procurado integrar vários outros aspetos neste tema. Assim, os objetivos da Álgebra escolar visam, agora, o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo que: "(…) no *pensamento algébrico* dá-se atenção não só aos objectos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades" (Ponte, 2006: 12).

De acordo com Vale (2012: 197), dentro do trabalho com padrões, a generalização é "o cerne do pensamento algébrico." Assim, a abordagem de tarefas de natureza exploratória, sobretudo as que envolvem generalização, é essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico e permite motivar os alunos para a Matemática, valorizar o estabelecimento de conexões matemáticas em contextos diversificados e estimular a sua criatividade visto que "apelam à exploração e investigação autónoma e à curiosidade permitindo um pensamento divergente conducente a fluência, a flexibilidade e a originalidade como componentes essenciais do pensamento criativo." (Vale, 2012: 183). Também, segundo Orton e Orton (1999), a exploração e generalização de padrões é um caminho possível para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Segundo Vale et al. (2011):

> O pensamento algébrico diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado. (p. 15).

Por outras palavras, o pensamento algébrico "consiste em usar os instrumentos simbólicos para representar o problema de forma geral, aplicar procedimentos formais para obter um resultado, e poder interpretar esse resultado (…) ter "symbol sense" implica (…) questionar os símbolos em busca de significados, e abandoná-los a favor de outra representação quando eles não proporcionam esses mesmos significados (Arcavi, 2006: 374).

De acordo com o mesmo autor, mencionado em Barbosa (2007: 22), os aspetos fundamentais que caracterizam o "symbol sense" são:

1- a familiarização com os símbolos, que inclui a compreensão dos símbolos e um “sentido estético” do seu poder (quando estes são usados com o objectivo de “mostrar” relações e generalizações);
2- a capacidade de manipular símbolos e de ler “através” de expressões simbólicas, a leitura de (“através de”) expressões simbólicas com o objectivo de perceber significados agrega níveis de conexões e de reflexões sobre os próprios resultados;
3- a consciência de que podem representar, “exactamente”, relações simbólicas que expressem informações dadas ou desejadas;
4- a capacidade de selecionar uma determinada representação simbólica, e em certos casos, a de reconhecer a nossa própria insatisfação perante a escolha efectuada, tendo a capacidade de procurar uma melhor;
5- ter a consciência da importância de verificar o significado dos símbolos durante a aplicação de um procedimento, a resolução de um problema ou a verificação de um resultado, e comparar esses significados com os resultados, previamente, esperados;
6- a consciência de que os símbolos podem desempenhar “papéis” distintos em contextos distintos e desenvolver um sentido intuitivo dessas diferenças.

O pensamento algébrico envolve, assim, a capacidade de manipulação de símbolos mas, mais do que isso, o estabelecimento de relações (Barbosa, 2007).

A mesma autora (2007: 21), baseando-se em Ponte (2005), defende que “ao desenvolver o pensamento algébrico, desenvolve-se não só a capacidade de trabalhar com o cálculo algébrico e as funções, como a capacidade de lidar com estruturas matemáticas, relações de ordem e de equivalência, aplicando-as a diferentes domínios, quer da Matemática (interpretando e resolvendo problemas), quer a outros”. Refere ainda que, de acordo com Day e Jones (1997), o domínio do pensamento algébrico só se verificará quando os alunos forem capazes de perceber e construir relações entre variáveis. O aluno algebricamente competente compreende as relações entre objetos e consegue raciocinar de uma forma geral e abstrata sobre as mesmas (Ponte, 2006). Um aluno que não entenda essas relações e não consiga fazer conexões tende a memorizar regras algébricas sem as conseguir justificar (Lannin, 2004), o que poderá conduzir à desmotivação.

Tornar o pensamento algébrico acessível a todos os alunos é um desafio que se coloca à educação matemática (NCTM, 2000).

2.4. Padrões nas propostas curriculares

A relevância atribuída ao trabalho com padrões em Matemática tem-se refletido nas propostas curriculares. Assim, o currículo de Matemática em Portugal, tal como noutros países, tem vindo a sofrer importantes alterações ao longo dos últimos anos influenciadas por autores e instituições várias tais como o National Council of Teachers of Mathematics.

O NCTM publicou os *Principals and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), onde é apresentado um conjunto de Princípios que descrevem características de uma educação matemática de elevada qualidade, nomeadamente: a Equidade, o Currículo, o Ensino, a Aprendizagem, a Avaliação e a Tecnologia. Este documento contempla, ainda, um conjunto de Normas que descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender e encontram-se divididas por temas matemáticos (Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida, Análise de dados e Probabilidades) e capacidades transversais (Resolução de Problemas, Raciocínio e Demonstração, Comunicação, Conexões e Representação). É possível identificar, neste documento, referências claras ao trabalho com padrões, em todos os níveis de ensino.

De acordo com o NCTM (2000), os alunos devem ser incentivados a procurar e analisar padrões presentes no mundo que os rodeia e a descrevê-los matematicamente. As Normas para a Álgebra, em particular, indicam-nos que "os programas de ensino do pré-escolar ao 12º ano deverão habilitar todos os alunos para compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas e analisar a variação em diversos contextos." (NCTM, 2007: 39).

Em Portugal, para a construção de uma conceção de currículo mais aberta e abrangente, publicou-se o *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais* (ME – DEB, 2001) que destaca um conjunto de competências consideradas essenciais para o currículo, explicitando os tipos de experiências de aprendizagem que devem ser proporcionadas aos alunos ao longo de todo o ensino básico. Este documento salienta que as duas principais finalidades da Matemática no ensino básico são "proporcionar aos alunos um contacto com as ideias, os métodos fundamentais da matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza, e desenvolver a capacidade e a confiança pessoal no uso da matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar" (p. 58). E sublinha a importância do desenvolvimento, ao longo de todos os ciclos: no Tema Números e Cálculo, de competências como a "predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas" (p. 60); a "predisposição para procurar e explorar padrões geométricos" (p. 62), no domínio da Geometria, e a "a predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas" (p. 66), no Tema Álgebra e Funções. Fica, assim, destacada a transversalidade dos padrões ao longo dos diferentes níveis de ensino.

Mais recentemente, foi publicado o *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007) com o objetivo de reajustar os programas em vigor desde a década de 90, do século XX. Este programa está organizado em quatro grandes temas: Números e Operações; Geometria; Álgebra; Organização e Tratamento de Dados. Ao longo do documento, é dada ênfase a três capacidades consideradas transversais a toda a aprendizagem da Matemática: a Resolução de Problemas, o Raciocínio Matemático e a Comunicação Matemática.

A análise deste programa permite encontrar referências aos padrões nos quatro temas em que está organizado, sobretudo nos temas Álgebra e Geometria, nas três Capacidades Transversais a desenvolver acima mencionadas e nos seus Objetivos gerais.

Nas indicações metodológicas do tema Álgebra, no que respeita ao 3º ciclo, destaca-se o papel da abordagem dos padrões bem como a importância deste trabalho nos ciclos de escolaridade anteriores:

> Neste ciclo retoma-se a investigação de sequências e regularidades, já realizada nos ciclos anteriores, com vista a aprofundar o estudo de relações algébricas e sua simbolização, fundamental para o desenvolvimento da noção de variável e para a compreensão da linguagem algébrica. (p. 55)

Neste mesmo tema, encontram-se algumas referências explícitas aos padrões, como se exemplifica no tópico Sequências e regularidades:

- *Identificar e dar exemplos de sequências e regularidades numéricas e não numéricas.*
- *Determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo e ampliar uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação.*

- *Determinar termos de ordens variadas de uma sequência, sendo conhecida a sua lei de formação.*
- *Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando a linguagem natural e simbólica.* (p. 41)

No tema Geometria, destaca-se a importância de "considerar situações da vida quotidiana (como papéis de parede, tecidos, azulejos ou frisos decorativos)" (p. 53)

Relativamente às Competências transversais, no que diz respeito à Resolução de Problemas, o programa recomenda que o professor proponha problemas que permitam a utilização de diferentes estratégias de resolução, como por exemplo a "identificação de regularidades" (p. 46). Quanto à Comunicação Matemática, destaca-se a necessidade de o aluno ser levado a "descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado e avaliar a argumentação matemática" (p. 63). No que concerne ao Raciocínio Matemático, o mesmo documento refere que o professor deverá "proporcionar situações em que os alunos raciocinem indutivamente (formulando conjecturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e dedutivamente (demonstrando essas conjecturas)" (p. 64).

Nos Objetivos gerais do programa, encontram-se, por exemplo, as seguintes referências a esta temática:

> Os alunos devem desenvolver uma *compreensão* da Matemática. Isto é, devem ser capazes de (…) reconhecer regularidades e compreender relações. (p. 4)
> Os alunos devem ser capazes de *fazer* Matemática de modo autónomo. Isto é, devem ser capazes de (…) explorar regularidades e formular e investigar conjecturas matemáticas. (…) Espera-se, isso sim, que sejam capazes de realizar actividades matemáticas com autonomia, tanto na resolução de problemas como na exploração de regularidades, formulando e testando conjecturas, sendo capazes de as analisar e sustentar. (p. 6)

De seguida, explicita-se uma sequência didática suportada por tarefas matemáticas centradas nos padrões que poderão contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, no geral, e do raciocínio funcional, em particular.

2.5. Sequência didática centrada nos padrões

Em Matemática, as tarefas são o instrumento privilegiado do trabalho em sala de aula, principalmente as que apresentam um carácter essencialmente exploratório e de resolução de problemas.

No que diz respeito aos padrões, essas tarefas devem envolver "(1) copiar um padrão, ou seja, reproduzir uma sequência; (2) continuar um padrão, em ambas as direcções, tendo em atenção que normalmente continuar o padrão no sentido inverso afigura-se mais difícil para os alunos, já que envolve a reversibilidade do pensamento; (3) identificar a unidade de repetição; (4) completar um padrão, o que inclui (…) completar espaços e identificar a unidade de repetição; (5) criar um padrão; (6) traduzir um determinado padrão para outro contexto (…)" (Barbosa, 2010: 70). Tal sequência, torna-se fundamental para que, gradualmente, evoluam para questões de generalização principalmente distante.

Estudos realizados por Orton (1999) levam a concluir que muitos alunos têm mais dificuldade em explicar um padrão do que continuá-lo e, geralmente, há mais alunos a explicar as regras, detetadas nas sequências, oralmente do que por escrito. Por outro lado, encontrar termos numa sequência torna-se progressivamente mais difícil, para os alunos, à medida que se encontram mais distantes dos termos que lhes são apresentados.

De acordo com Stacey (1989) e Orton (1999), a análise de padrões deve envolver abordagens numéricas, visuais e mistas, todas elas constituindo uma preciosa ajuda no processo de generalização.

Vale (2012), baseando-se em Gilbert (2007), defende que, é muitas vezes, mais fácil comunicar um conceito criando uma imagem visual do que utilizando uma sequência de palavras pois, assim, aquele é compreendido mais rapidamente e retido por mais tempo. Acrescenta que alguns alunos já pensam predominantemente de modo visual mas outros necessitam de desenvolver as suas competências visuais. Orton (1999) e Vale (2009) consideram que, para estes, os padrões podem-se revelar um bom contexto de aprendizagem.

De acordo com Vale (2009: 35), "os padrões permeiam toda a matemática e o seu estudo permite chegar a ideias matemáticas poderosas como a generalização e a álgebra, onde a visualização é uma componente relevante".

A visualização é reconhecida por muitos educadores matemáticos como sendo uma capacidade essencial e, de acordo com Vale (2012), não está apenas relacionada com a mera ilustração; é reconhecida como uma componente do raciocínio, da resolução de problemas e da prova.

A visualização da repetição de alguma característica dos dados é a ideia fundamental que permite a identificação de um determinado padrão (Matos, 2007). De acordo com Lee & Freiman (2006), *ver* um padrão é um primeiro passo necessário na exploração de padrões.

Trabalhos desenvolvidos por especialistas (e.g. Vale, 2009; Pimentel, 2010) permitem concluir que "um trabalho prévio com tarefas de contagem em ambientes figurativos constitui uma boa estratégia para desenvolver nos alunos [a] capacidade de *ver* (identificação, decomposição, rearranjo, disposição)." (Vale, 2012: 197).

Ver de diferentes modos envolve, por um lado, a identificação de conjuntos de elementos disjuntos que, conjugados, compõem a figura inicial, dando assim lugar a uma generalização construtiva (Rivera & Becker, 2008). Neste contexto, uma estratégia sugerida por Rivera (2007) envolve um processo simétrico de contagem: os alunos identificam simetria nas figuras apresentadas, efetuam a contagem apenas numa das partes e multiplicam o número de elementos dessa parte pelo número de partes iguais. E, por outro, a observação de subconjuntos que se sobrepõem, contando alguns elementos mais do que uma vez e subtraindo-os posteriormente, produzindo uma generalização do tipo desconstrutivo (Rivera & Becker, 2008). Barbosa (2010), baseando-se nos estudos realizados por Rivera & Becker (2008) e Taplin (1995), sublinha que os alunos tendem a utilizar mais as generalizações de tipo construtivo do que as de tipo desconstrutivo visto que estas últimas envolvem um nível cognitivo superior no que respeita à visualização.

Na literatura, encontra-se a descrição de vários estudos envolvendo tarefas com padrões de repetição, de crescimento, lineares, não lineares, numéricos e figurativos que permitem concluir que estas se revelam potenciadoras da promoção do pensamento algébrico, incluindo o simbolismo que lhe está associado, no desenvolvimento de capacidades de generalização e, consequentemente, do raciocínio funcional (e.g. Stacey, 1989; Rivera & Becker, 2005; Lee & Freiman, 2006; Amit & Neria, 2008; Radford, 2008; Vale et al., 2009).

Seguidamente, descreve-se, em pormenor, os principais passos de uma sequência didática suportada por tarefas de natureza exploratória apresentada por Vale et al. (2011) e que foi amplamente avaliada por diversos alunos de diferentes níveis de ensino e por diversos professores de formação inicial, contínua e pós graduada.

A sequência didática começa por tarefas de contagens, em contextos figurativos, com o objetivo de desenvolver a capacidade de contagem 'rápida' que permita desenvolver a flexibilidade de pensamento essencial para a identificação e escolha da melhor forma de 'ver'. Como afirmam Vale et al. (2011), é "fundamental que os alunos se apercebam da importância do arranjo visual na descoberta de estratégias de cálculo mais intuitivas e mais simples." (36).

A tarefa *Contar berlindes*, apresentada na figura 2, encoraja os jovens estudantes a pensar estrategicamente agrupando os símbolos de modo a facilitar os cálculos. Simultaneamente, a busca de padrões e simetrias auxilia-os na simplificação de situações.

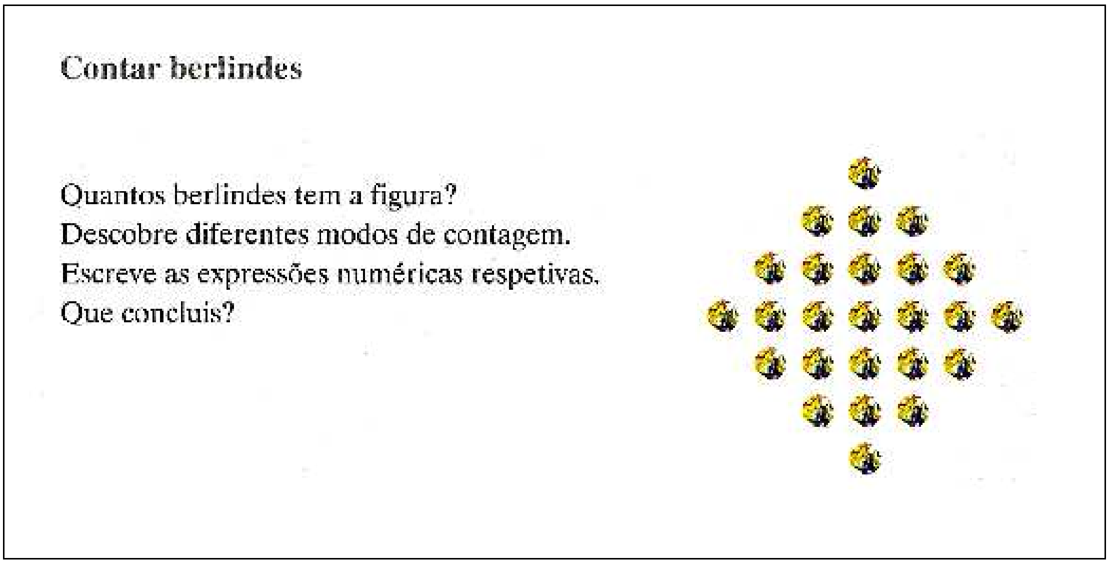


Fig. 2 – Enunciado da tarefa Contar berlindes da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 37)

A figura 3 apresenta alguns exemplos de contagens e respetivas expressões numéricas. Note-se que, nessa figura, o exemplo de contagem cuja expressão numérica associada é $1+4\times3+4\times3$ poderá conduzir a uma estratégia desconstrutiva cuja expressão numérica correspondente será $4\times3+2\times7-1$.

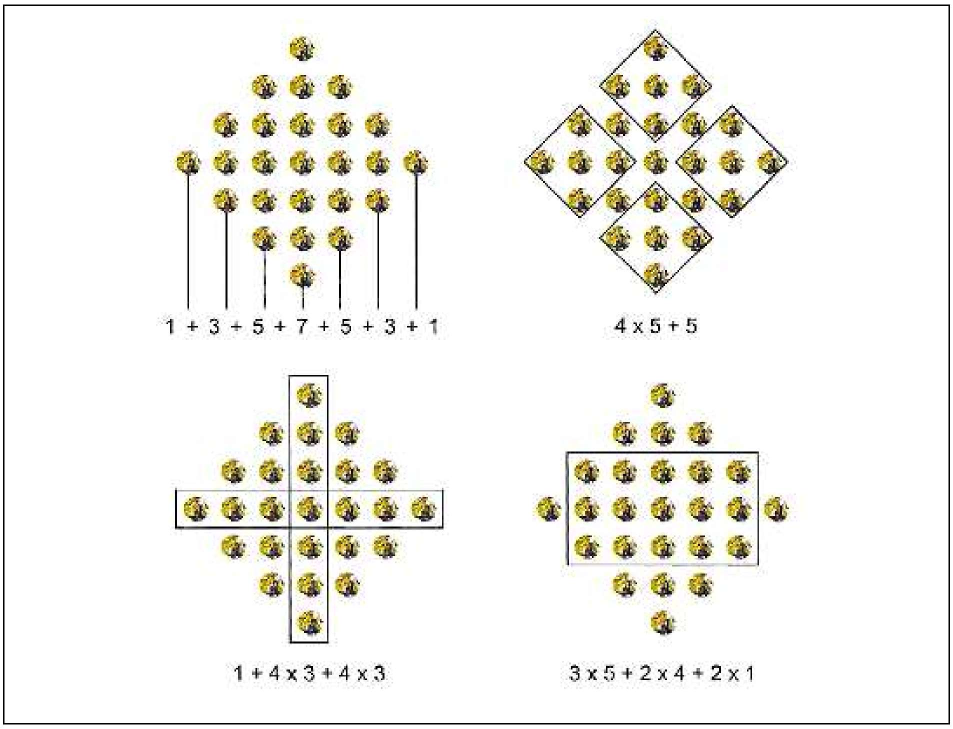


Fig. 3 – Exemplos de contagens e respetivas expressões numéricas da tarefa Contar berlindes da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 37)

De acordo com o nível de escolaridade dos alunos, as expressões numéricas obtidas podem ser trabalhadas utilizando diferentes propriedades numéricas. E é importante sublinhar que, embora cada modo de 'ver' origine uma diferente expressão numérica, o número total de símbolos, neste caso, berlindes, é constante.

Seguidamente, propõe-se o inverso: apresenta-se uma expressão numérica, $4\times4+3\times3$, e solicita-se que o aluno indique um modo de ver que possa ser traduzido por essa expressão.

O passo seguinte pode ser o trabalho com sequências (de repetição e, depois, de crescimento) cujo objetivo é a determinação e generalização de padrões.

Antes de trabalhar sequências numéricas, sugere-se que seja dada uma atenção especial às sequências figurativas, com a eventual utilização de materiais. E propõe-se a abordagem de sequências com padrões de repetição (figura 4).

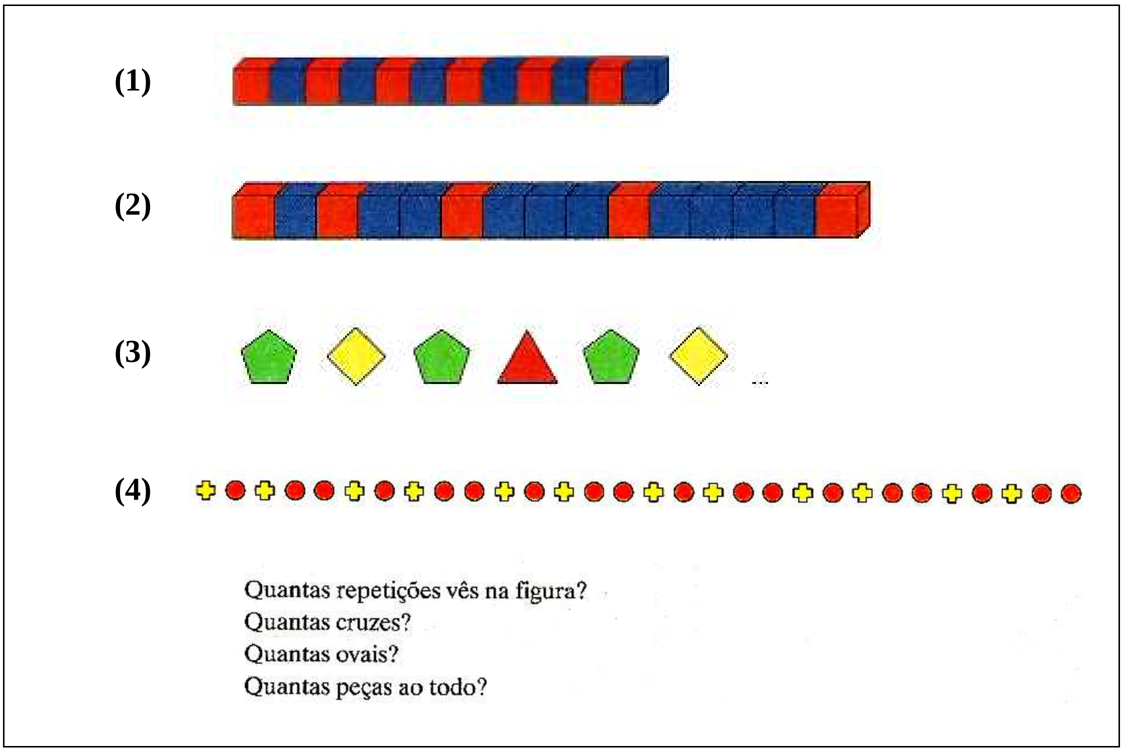


Fig. 4 – Exemplos de padrões de repetição apresentados em Vale et al. (2011: 20-23)

A continuação de tais padrões conduz à generalização próxima, para a qual se pode usar o raciocínio recursivo, já que a construção de uma figura depende das imediatamente anteriores. No entanto, se a construção da figura se relacionar com a ordem que esta ocupa na sequência, progride-se no sentido da generalização distante, o que poderá conduzir ao raciocínio funcional. Um exemplo de exploração inteligente e mais complexa dos padrões de repetição é o apresentado na figura seguinte.

É muito útil fazeres uma tabela com os valores.

Número de grupos repetidos	Número de rapazes	Número de raparigas	Número total de crianças

4. E se se construir uma sequência com 24 rapazes, quantas raparigas há? E quantos grupos repetidos há?
5. E uma sequência que tenha 71 rapazes?
6. E 17 raparigas?
7. Se tivéssemos 30 grupos repetidos, quantas crianças havia ao todo? E quantos rapazes? E quantas raparigas?
8. Agora imagina uma sequência muito grande com 900 crianças ao todo. Nessa sequência, quantos rapazes haveria? E quantas raparigas?
9. Escreve uma frase em que expliques aquilo que concluíste sobre esta sequência.

Fig. 5 – Exemplo de padrão de repetição mais complexo apresentado em Vale et al. (2011: 69-70)

Também é possível fazer-se a experiência de utilização de um símbolo de variável colocando uma última questão: “10. Se numa fila de rapazes houver *n* grupos repetidos, quantos rapazes há? E quantas raparigas? E quantas crianças ao todo?” (Vale et al., 2011: 70).

Seguidamente, pode propor-se sequências que envolvem padrões de crescimento.

Na figura seguinte, apresenta-se a tarefa *Malmequeres em «T»* que pode ser realizada a partir do 2º ano, com adaptações ao respetivo nível de escolaridade, e recorrendo a material comum.

Malmequeres em «T»

Considera a sequência de malmequeres em «T».

Quantos malmequeres tem o quarto «T»?
De quantas formas diferentes consegues ver esta sequência?
Quantos malmequeres terá o centésimo «T»? Explica como pensaste. Discute com o colega do lado.
Determina o número de malmequeres necessários para construir uma figura de qualquer ordem.

Fig. 6 – Enunciado da tarefa Malmequeres em «T» da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 39)

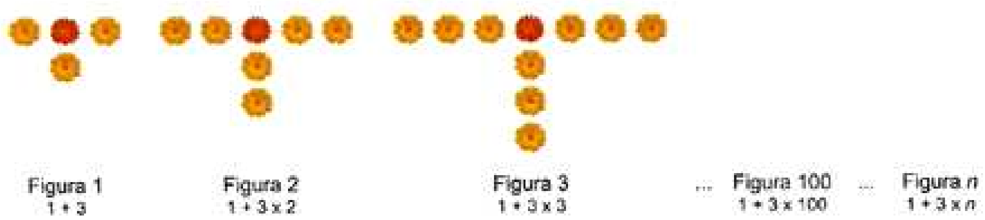
Normalmente, neste tipo de problemas, sugere-se que se construa uma tabela, semelhante à representada na figura 7, e se verifique que cada «T» tem mais três malmequeres do que o anterior. Ou seja, recursivamente, verifica-se que cada termo se obtém adicionando três malmequeres ao anterior. No entanto, tal estratégia não permite chegar à descoberta de termos distantes, por exemplo, o centésimo.

Ordem	Número de malmequeres
1	4
2	7
3	10
4	13
...	

Fig. 7 – Tabela que relaciona a ordem da figura com o respetivo número de malmequeres apresentada em Vale et al. (2011: 39)

Mas se o aluno efetuar a decomposição da figura em várias partes e identificar o que se mantém constante e o que varia, mais facilmente relacionará esses elementos com a posição da figura – raciocínio funcional. O trabalho previamente realizado com as tarefas iniciais de contagens visuais permite a escrita de múltiplas expressões algébricas equivalentes que variam consoante o modo de 'ver'.

A figura seguinte apresenta alguns exemplos de modos de 'ver' e respetivas expressões numéricas e algébricas.



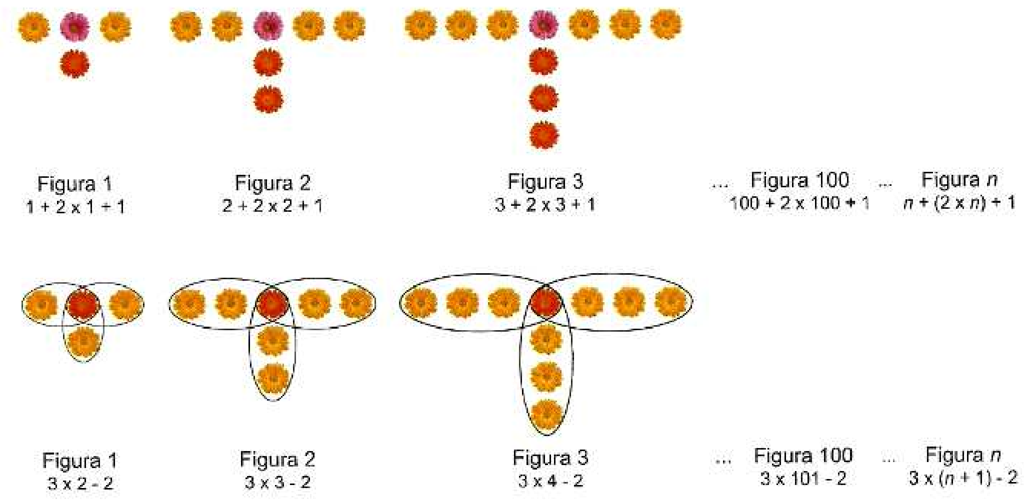


Fig. 8 – Exemplos de modos de ‘ver’ e respetivas expressões numéricas e algébricas da tarefa Malmequeres em «T» da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 41)

A sequência didática culmina com um conjunto de tarefas cuja resolução ora implica a construção de sequências a fim de descobrir o padrão que conduza à generalização e, finalmente, à solução (figura 9), ora envolve a procura de invariantes, sem recorrer a sequências (figura 10).

O corredor

O corredor da casa do sr. Rui tem os azulejos já partidos. Decidiu então forrá-lo com placas de corticite. Descubra de quantos modos diferentes pode o sr. Rui colocar as placas de corticite.

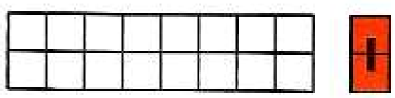


Fig. 9 – Enunciado da tarefa O corredor da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 42)

Número às avessas

Pensa num número de dois algarismos. Escreve o número que se obtém lendo-o da direita para a esquerda. Subtrai o menor do maior. Que diferença obténs?

Faz mais experiências com outros números.

Observa as diferenças. Consegues encontrar um padrão?

Formula uma conjetura baseada nas experiências feitas.

A conjetura será válida? Prova-a.

Fig. 10 – Enunciado da tarefa Número às avessas da sequência didática apresentada em Vale et al. (2011: 44)

A convicção dos autores desta sequência didática é que as tarefas que a compõem “podem ser uma forma de introduzir ou explorar diferentes conhecimentos matemáticos e contribuir para que todos os estudantes resolvam problemas dentro e fora do contexto escolar” (Vale et al., 2011: 180).

É o que se tentará verificar de seguida.

CAPÍTULO III – MÉTODO

Neste capítulo, apresentam-se e fundamentam-se as opções adotadas neste estudo; sintetizam-se, num esquema, as principais etapas da investigação e as respetivas técnicas e instrumentos de recolha de dados; procede-se a uma caracterização geral da população escolar à qual pertencem os participantes no estudo, pormenorizando um pouco a caracterização dos alunos caso; caracterizam-se as técnicas e os instrumentos de recolha de dados e descreve-se o estudo. Termina-se com a explicitação da forma como os dados foram tratados e serão apresentados no capítulo seguinte.

1. Opções metodológicas

Recorde-se que o propósito fundamental deste estudo é conhecer quais as representações de alunos do 8º ano de escolaridade sobre criatividade e avaliar o impacto da implementação de uma sequência didática na Unidade "Sequências e regularidades" operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais e envolvendo a sua resolução efetiva pelos alunos e o confronto, discussão e avaliação de várias soluções apresentadas, no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional. Neste sentido, o método adotado é de natureza qualitativa, focado num estudo de caso com uma certa dimensão exploratória, principalmente no que diz respeito à criatividade e desenvolvido num contexto próximo da lógica de investigação-ação.

Um modelo de investigação qualitativa, segundo alguns autores (Bogdan & Biklen, 1994; Tuckman, 1994), tem na sua essência cinco características: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural dos participantes e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados; (2) os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo; (3) há um interesse maior pelos processos do que pelos resultados ou produtos; (4) a análise dos dados é feita de forma indutiva e (5) atribui-se uma importância vital aos significados construídos pelos participantes. Todas estas são características do estudo desenvolvido.

Coutinho (2011) refere que o objetivo da investigação qualitativa é perceber os fenómenos na íntegra e no contexto em que estes sucedem. Já para Barbosa (2010: 90) é "compreender, de forma aprofundada, o que os sujeitos pensam". Para tal, é necessário que "o investigador passe períodos de tempo (…) com os sujeitos, no seu contexto natural, propondo questões de natureza aberta e garantindo o registo das suas respostas" (idem).

As ideias base ou palavras-chave subjacentes à metodologia qualitativa – *complexidade*, *subjetividade*, *descoberta* e *lógica indutiva* – são apresentadas por Coutinho (2011: 287-288) ao citar Denzin e Lincoln (1994: 105):

> A investigação qualitativa utiliza uma multiplicidade de métodos para abordar uma problemática de forma naturalista e interpretativa, ou seja estuda-se o problema em ambiente natural, procurando interpretar os fenómenos em termos do que eles significam para os sujeitos (…) utiliza uma variedade de materiais empíricos – estudo de caso, experiência pessoal, entrevista, histórias de vida, introspecção – que descrevem rotinas e significados nas vidas dos sujeitos.

Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida, necessariamente inserida num determinado contexto, tem como objetivo compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade nos aspetos que interessam ao investigador e é uma investigação que se debruça sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial (Ponte, 2006a). De acordo com Yin (2010), investiga um fenómeno contemporâneo em profundidade, no seu contexto de vida real, pode ser usado para "e*xplorar* as situações em que a intervenção sendo avaliada não possui um único e claro conjunto de resultados" (p. 41) e tem como principais objetivos relatar os factos tal como sucederam, descrever situações e dar a conhecer fenómenos estudados. Na perspetiva de Coutinho (2011: 293), a sua finalidade é "preservar e compreender o caso *no seu todo* e na *sua unicidade*".

A recolha de dados, no estudo de caso, é normalmente feita com recurso a técnicas e instrumentos próprios de investigação qualitativa como as notas de campo, o diário de bordo, a entrevista e a observação participante (Yin, 2010).

A característica que melhor identifica e diferencia a abordagem metodológica estudo de caso é o facto de se tratar de um plano de investigação que envolve o estudo pormenorizado de uma entidade bem definida – o "caso" (Coutinho, 2011). A autora considera que quase tudo pode ser um caso: um indivíduo, um pequeno grupo, uma comunidade ou até um processo, uma política ou um acontecimento imprevisto.

Bogdan & Biklen (1994) classificam os estudos de caso tendo em conta o número de casos em estudo. Estes autores distinguem estudos de caso únicos e estudos de caso múltiplos. Como os próprios nomes indicam, baseiam-se no estudo de um único caso ou no estudo de mais do que um caso, respetivamente.

Os estudos de caso podem ser utilizados com diferentes propósitos, o que motivou Yin (2010) a considerar que, quer sejam únicos quer múltiplos, estes podem ser explanatórios, descritivos ou exploratórios. Os estudos explanatórios procuram a causa que melhor explica o fenómeno estudado e todas as suas relações causais. Por outro lado, os descritivos apresentam a descrição completa de um fenómeno inserido no seu contexto. Os estudos de caso exploratórios têm como objetivo “desenvolver hipóteses e proposições pertinentes para investigação posterior.” (Yin, 2010: 29)

O estudo desenvolveu-se num contexto próximo da lógica de investigação-ação visto que a professora da disciplina é a própria investigadora e, segundo Arends (1995), “quando os professores se envolvem numa investigação na sala de aula, esta adquire normalmente a designação de investigação-acção” (p. 525). É o caso.

Coutinho, Sousa, Dias, Bessa, Ferreira e Vieira (2009) descrevem a investigação-ação “como uma família de metodologias de investigação que incluem acção (ou mudança) e investigação (ou compreensão) ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre acção e reflexão crítica.” (p. 360). Zuber-Skerritt (1992), referido por Coutinho et al. (2009), defende que “fazer investigação-acção implica planear, actuar, observar e reflectir mais cuidadosamente do que aquilo que se faz no dia-a-dia, no sentido de induzir melhorias nas práticas” (p. 363).

Ao longo deste estudo, numa perspetiva de melhoria, foram-se introduzindo alterações à planificação, em função do desempenho e atitudes dos alunos, aula a aula, numa lógica de micro ciclos de planificação/ação/reflexão.

2. *Design* de investigação

As principais etapas da investigação e as respetivas técnicas e instrumentos de recolha de dados sintetizam-se na figura abaixo e serão, adiante, descritos mais pormenorizadamente.

Etapas da investigação	**Técnicas/Instrumentos de recolha de dados**
Caracterização dos alunos	Análise documental: - Projeto Curricular de Turma - Registos Biográficos Inquirição: - Questionário Inicial (anexo 1)
Conceção da sequência didática	Análise documental: - Currículo de Matemática - Programa de Matemática
Aplicação de um pré teste (anexo 2) Implementação da sequência didática: – Tarefas e Escalas de criatividade (anexos 3 a 12) Aplicação de um pós teste (anexo 2)	Análise documental: - Produções dos alunos Observação direta: - Notas de campo - Diário de bordo Inquirição: - Entrevista
Aplicação de um Questionário Final	Inquirição: - Questionário Final (anexo 13)

Fig. 11 – Esquema representativo do design de investigação

3. Participantes no estudo

O estudo desenvolveu-se numa turma do 8º ano de escolaridade de uma Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico do Distrito de Aveiro. A escolha do oitavo ano de escolaridade prendeu-se com o facto de o Programa de Matemática incluir, neste nível, uma forte componente algébrica e, a turma, em particular, por ser a única turma deste nível de escolaridade atribuída à professora/investigadora.

A professora/investigadora teve uma participação ativa neste estudo visto que planeou, conduziu, registou, analisou e avaliou todos os acontecimentos decorrentes desta investigação.

A Escola onde decorreu o estudo está inserida num concelho cuja economia se baseia predominantemente na indústria (zonas ribeirinhas), nas atividades ligadas à floresta (zonas serranas) e na agricultura. As indústrias do concelho englobam essencialmente os ramos da metalurgia e da cerâmica.

A população escolar é predominantemente oriunda de famílias cujas atividades profissionais se centram na indústria. A par destas atividades, uma grande parte destas famílias explora pequenas porções de terreno agrícola em regime familiar, constituindo, assim, a agricultura um importante fator de subsistência.

A maior parte dos progenitores da população escolar possuía habilitações ao nível dos 2º e 3º Ciclos registando-se, ainda, alguns casos de habilitações quer ao nível do 1º Ciclo, quer ao nível do Ensino Superior.

A escola tinha cerca de 580 alunos distribuídos por 24 turmas, 11 do 2º Ciclo e 13 do 3º Ciclo.

A turma onde se desenvolveu o estudo era constituída por 25 alunos, 14 do sexo feminino e 11 do sexo masculino. Todos os alunos residiam em localidades próximas da escola, deslocando-se, principalmente, a pé ou de autocarro para a escola.

Todos aceitaram de bom grado participar neste estudo, referindo, inclusive, que seria um privilégio.

Por questões éticas, garantiu-se o anonimato dos participantes, atribuindo-se-lhes nomes fictícios, respeitando o respetivo género.

Dos doze pares de alunos participantes neste estudo, escolheram-se três pares "casos" – o par Manuel e Gonçalo, o par Joana e António e o par Margarida e Daniela – para um estudo em profundidade.

O primeiro par foi escolhido como "caso" porque a visão de criatividade de um dos seus elementos, o Manuel, revelou ser completamente diferente da dos restantes colegas da turma, conforme se verá adiante; o par Joana e António, por ter utilizado métodos únicos e mais complexos na resolução das tarefas e o terceiro par, Margarida e Daniela, por ser representativo do grupo turma visto que as resoluções apresentadas foram semelhantes às da maioria dos restantes pares de alunos.

4. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Os dados foram recolhidos através das técnicas de análise documental, inquirição e observação direta.

4.1 Análise documental

Para a análise documental, os principais instrumentos foram o Projeto Curricular de Turma, os Registos Biográficos dos alunos, o Currículo de Matemática, o Programa de Matemática e as produções dos alunos quer no teste (modalidade pré e pós), quer nas tarefas desenvolvidas ao longo da implementação da sequência didática.

O Projeto Curricular de Turma é um documento que procura ir ao encontro das especificidades de uma turma, seguindo as linhas orientadoras do Projeto Curricular de Escola. No caso concreto da turma onde se desenvolveu o estudo, este documento contém toda a informação relevante relacionada com o percurso escolar e o contexto familiar dos alunos. Esta informação é complementada pela que consta no Registo Biográfico de cada aluno.

O Currículo de Matemática apresenta um conjunto de competências que os alunos devem desenvolver ao longo de todo o ensino básico, explicitando as experiências de aprendizagem que devem ser proporcionadas aos mesmos.

O Programa de Matemática é um documento que apresenta as Finalidades e Objetivos gerais e específicos para o ensino da Matemática, os Temas matemáticos e as Capacidades transversais a trabalhar, as Orientações metodológicas gerais e específicas e as indicações para a Gestão curricular e para a Avaliação, dirigidas aos três ciclos de escolaridade básica.

O Teste (anexo 2) é composto por seis questões, três das quais com alíneas. Foi sujeito a validação prévia por parte de cinco professores de Matemática que lecionam o terceiro Ciclo do Ensino Básico e por parte de duas especialistas doutoradas em Didática da Matemática. Aplicou-se numa outra turma do 8º ano de escolaridade, da mesma escola, com características muito semelhantes às da turma que foi alvo de estudo, no que respeita ao desempenho dos alunos, não tendo havido necessidade de proceder a qualquer alteração ao mesmo.

Com a sua aplicação, no início e no final do estudo, perseguia-se uma dupla finalidade – diagnosticar as aprendizagens prévias dos alunos para que se pudesse agir em função das mesmas e avaliar a evolução do desempenho dos alunos decorrente do processo de aprendizagem relativo às sequências e regularidades.

Na primeira questão, apresentam-se três sequências, duas pictóricas e uma numérica, e solicita-se que os alunos indiquem os dois termos seguintes, em cada caso. A primeira sequência apresenta um padrão de repetição com uma componente de progressão aritmética da forma ABABBABBB e, a segunda, um padrão de crescimento. Na terceira sequência, cada um dos termos pedidos resulta da adição dos dois termos imediatamente anteriores (série de Fibonacci).

Na segunda questão, solicita-se a exploração de diferentes modos de contagem do número de símbolos que compõem uma figura dada e a escrita das respetivas expressões numéricas. Este tipo de questões encoraja os alunos a pensar estrategicamente ao agrupar símbolos de modo a facilitar os cálculos, permite que os mesmos aprendam a simplificar situações procurando padrões e simetrias e promove o desenvolvimento do cálculo mental (Vale et al., 2011).

Na terceira questão, apresenta-se a situação inversa da segunda. São dadas uma figura e uma determinada expressão numérica e os alunos têm que desenhar um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica indicada.

A quarta questão do teste envolve o reconhecimento de um padrão de repetição do tipo ABCCD, portanto, com um módulo de 5 elementos e a escrita de uma expressão algébrica que, posteriormente, permita determinar um termo distante.

Visto que o *Novo Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007), no tópico *Sequências e regularidades*, refere especificamente que os alunos devem “determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo (…) determinar termos de ordens variadas de uma sequência, sendo conhecida a sua lei de formação [e] analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação (…)” (41), considerou-se pertinente a elaboração de uma quinta questão que envolvesse o reconhecimento de um padrão de crescimento não linear e a escrita de uma expressão algébrica que, posteriormente, permitisse determinar um termo distante.

De acordo com Warren e Cooper (2006), os alunos devem ter oportunidade de criar padrões. Assim, afigurou-se importante elaborar uma questão que permitisse aos alunos criar uma sequência de desenhos, dada uma lei de formação. É o caso da sexta questão do teste.

As tarefas propostas aos alunos (anexos 3, 5, 7, 8, 9, 10 e 12) envolvem a exploração de diferentes modos de contagem de símbolos num arranjo visual e a escrita das respetivas expressões numéricas; a descoberta de um modo de *ver*, dado um arranjo visual e uma determinada expressão numérica e a descoberta, reconhecimento, continuação, generalização e criação de padrões. Serão descritas pormenorizadamente mais adiante.

As Escalas de criatividade (anexos 4, 6 e 11) apresentam digitalizações de algumas resoluções de grupos de alunos a questões das tarefas e solicitam que façam corresponder a letra associada a cada uma das digitalizações à posição que parecer mais adequada, na escala indicada (de 1 a 10) e justifiquem as suas opções.

4.2 Inquirição

Relativamente à técnica de inquirição, os instrumentos utilizados foram questionários e entrevistas.

Os questionários são instrumentos utilizados com o objetivo de recolher informação, não diretamente observável (Barbosa, 2007) e as questões colocadas podem ser abertas ou fechadas (Bogdan & Biklen, 1994).

No presente estudo, aplicaram-se dois questionários com os quais se pudesse conhecer representações dos alunos sobre o tema da Criatividade e eventuais alterações das mesmas decorrentes do processo de aprendizagem experienciado pelos alunos. O Questionário Inicial (anexo 1) encontra-se organizado em duas partes: (1) Caracterização e (2) Representações acerca da criatividade em Matemática. Apresenta cinco questões abertas, uma questão fechada de completamento e duas questões fechadas. Sublinhe-se que a quinta questão da segunda parte apresenta uma série de afirmações referentes à criatividade e solicita a opinião dos alunos relativamente às mesmas, de acordo com uma escala tipo Likert com cinco opções – concordo fortemente, concordo, discordo, discordo fortemente e não tenho opinião. O Questionário Final (anexo 13) é igual ao inicial mas sem a primeira parte, a da caracterização.

As entrevistas são "uma das fontes mais importantes de informação para o estudo de caso (…) são conversas guiadas, não investigações estruturadas" (Yin, 2010: 133). Segundo Bogdan & Biklen (1994), podem "constituir a estratégia dominante para a recolha de dados ou podem ser utilizadas em conjunto com a observação participante, análise de documentos e outras técnicas" (p. 134) e assumem na investigação um papel fundamental já que permitem ao investigador "perceber os significados que os indivíduos atribuem às experiências" (Barbosa, 2010: 106). Na entrevista de estudo de caso, a corrente de questões é fluida, não rígida (Yin, 2010). De acordo com Coutinho (2011:291), o "grau de estruturação de uma entrevista depende dos objectivos do estudo". Uma entrevista pode ser *não estruturada*, se o objetivo for conhecer o ponto de vista dos participantes sobre determinado problema, ou *semi-estruturada* "quando importa obter dados comparáveis de diferentes participantes" (idem). A mesma autora refere a existência de entrevistas *estruturadas* mas que normalmente não se utilizam em estudos qualitativos.

Assim, pode considerar-se que ao longo do estudo a investigadora realizou entrevistas não estruturadas ao procurar saber o ponto de vista dos alunos-caso relativamente à diferença entre criar algo novo e algo original e ao inquirir o Manuel relativamente à sua visão de criatividade.

4.3 Observação

A observação é uma técnica essencial de recolha de dados em estudos de caso e o facto de a investigadora ter assumido o duplo papel de observadora e participante permitiu "compreender a situação do ponto de vista de quem a vive e dela faz parte (Matos & Carreira, 1994: 35). É através da observação que "o investigador acede às perspectivas dos participantes e entende o que motivou as reacções observadas bem como o seu significado naquele momento" (Barbosa, 2010: 106). Na observação direta, os instrumentos privilegiados pela investigadora foram notas de campo e diário de bordo.

Bogdan & Biklen (1994: 150) referem que as notas de campo são "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha" e "contribuem para o sucesso de uma investigação qualitativa". No decurso de cada aula, a investigadora tomou breves notas e apontamentos para posterior reflexão.

O diário de bordo representa uma importante fonte de dados e tem como objetivo ser o instrumento onde o investigador vai registando as anotações retiradas das suas observações no campo. Bogdan & Biklen (1994: 151) acrescentam que "ajuda o investigador a acompanhar o desenvolvimento do projecto, a visualizar como é que o plano de investigação foi afectado pelos dados recolhidos, e a tornar-se consciente de como ele ou ela foram influenciados pelos dados". Após cada aula, as notas e apontamentos recolhidos foram pormenorizadamente descritos e refletidos, pela investigadora, no diário de bordo.

Visto que a investigadora dialogou com os alunos e os apoiou no desenvolvimento do seu trabalho, recorreu-se a gravações áudio para complementar as produções escritas, o que permitiu um registo fiel dos dados.

5. Descrição do estudo

O estudo desenvolveu-se numa turma do 8º ano de escolaridade de uma Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico do Distrito de Aveiro.

Num primeiro momento, após autorização escrita da Direção Pedagógica da Escola e dos Encarregados de Educação (ver nos anexos 14 e 15 os pedidos de autorização), os alunos responderam, numa aula de Matemática e de forma individual, a um Questionário

Inicial (anexo 1), organizado em duas partes: (1) Caracterização e (2) Representações acerca da criatividade em Matemática.

Conforme já foi referido, escolheu-se uma outra turma do 8º ano de escolaridade, da mesma escola, com características muito semelhantes às da turma que foi alvo de estudo, no que respeita ao desempenho dos alunos e aplicou-se um Teste (anexo 2). Para a sua realização, individual, os alunos dispuseram de noventa minutos. Junto com o enunciado, cada aluno recebeu três folhas, cada uma delas com seis figuras iguais à apresentada na questão 2 para indicar os modos de contagem e a respetiva expressão numérica e todos foram informados que existiam mais folhas disponíveis, bastava solicitar em caso de necessidade.

A realização do Teste nesta outra turma permitiu concluir não haver necessidade de proceder a qualquer alteração no que respeita à duração do mesmo e à forma como as questões se colocavam. Assim, volvidas cerca de duas semanas, os alunos da turma alvo de estudo realizaram o Teste exatamente nos mesmos moldes.

A sequência de tarefas foi construída tendo por base uma hipotética trajetória de aprendizagem, seguindo a proposta previamente validada e apresentada em Vale et al. (2011).

Tendo em conta o importante papel que o arranjo visual assume na descoberta de estratégias de cálculo mais simples e intuitivas (Vale et al., 2011), considerou-se importante a elaboração de uma tarefa preliminar de contagens visuais. Nesta Tarefa (anexo 3), apresenta-se um arranjo visual e solicita-se, por um lado, a exploração de diferentes modos de contagem dos símbolos que compõem esse arranjo e a escrita das respetivas expressões numéricas e, por outro, a descoberta de um modo de *ver*, dado um arranjo visual e uma determinada expressão numérica. Junto com o enunciado desta Tarefa, cada grupo recebeu seis folhas, três delas com figuras iguais à apresentada na questão 1 e outras três com figuras iguais às da questão 2. Todos foram informados que existiam mais folhas disponíveis, bastava solicitar em caso de necessidade. Na primeira parte da segunda questão, solicita-se o inverso: um modo de *ver* que possa ser traduzido por uma determinada expressão numérica. Na segunda parte desta questão, solicita-se a descoberta de outros modos de *ver*.

Na aula seguinte à realização desta Tarefa, foi entregue, a cada aluno, um documento (anexo 4) com digitalizações de algumas resoluções apresentadas e uma escala de criatividade (de 1 a 10). Neste documento, solicita-se-lhes que façam corresponder a letra associada a cada uma das digitalizações à posição que parecer mais adequada, na escala de criatividade e justifiquem as suas opções.

Considerou-se pertinente realizar outra Tarefa (anexo 5) que, à semelhança da primeira, envolvesse contagens visuais e perseguisse os mesmos objetivos: explorar diferentes modos de contagem de símbolos e escrever as respetivas expressões numéricas e descobrir um modo de *ver*, dado um arranjo visual e uma determinada expressão numérica.

Junto com o enunciado desta Tarefa, tal como havia sucedido na primeira, cada grupo recebeu seis folhas, três delas com figuras iguais à apresentada na questão 1 e outras três com figuras iguais às da questão 2, para indicar os modos de contagem e a respetiva expressão numérica. Todos foram informados que existiam mais folhas disponíveis, bastava solicitar em caso de necessidade.

À semelhança da Tarefa 1, também na primeira parte da segunda questão desta Tarefa, é solicitado um modo de *ver* que possa ser traduzido por uma determinada expressão numérica. Na segunda parte da questão, solicita-se a descoberta de outros modos de *ver*.

Após a realização desta Tarefa, foi novamente entregue, a cada aluno, um documento (anexo 6) com digitalizações de algumas resoluções apresentadas e uma escala de criatividade (de 1 a 10). Solicitou-se-lhes que fizessem corresponder a letra associada a cada uma das digitalizações à posição que lhes parecesse mais adequada, na escala de criatividade.

A resolução da primeira questão da terceira Tarefa (anexo 7) envolvia o reconhecimento de um padrão do tipo AABC, AABC, AABC, …; a continuação; a indicação das posições que ocupa determinado elemento do módulo; a escrita da expressão algébrica que permite determinar qualquer uma das posições ocupadas por um elemento do módulo e a determinação de um termo distante. A resolução da segunda questão envolvia o reconhecimento de um padrão com uma unidade de repetição de dimensão 6 e a descrição do mesmo; a indicação de um elemento do módulo, dada a respetiva posição e a determinação de um termo distante, o 99º, raciocinando funcionalmente.

A quarta Tarefa (anexo 8) apresenta um padrão linear crescente. A resolução desta Tarefa envolvia o reconhecimento, a continuação e a descrição do padrão bem como a explicitação de uma lei de formação. O percurso em direção à explicitação dessa lei de formação implicava a descoberta de diferentes formas de ‘ver’.

Junto com o enunciado desta Tarefa, cada grupo recebeu seis folhas, três delas com desenhos iguais ao da figura 2 e outras três com desenhos iguais aos da figura 3, para indicar as diferentes formas de ‘ver’ solicitadas na terceira questão. Todos foram informados que existiam mais folhas disponíveis, bastava solicitar em caso de necessidade.

A quinta Tarefa (anexo 9) envolvia o reconhecimento de um padrão de crescimento não linear, o completamento de espaços e a generalização. As questões colocadas induziam os alunos à generalização próxima e distante.

A sexta Tarefa (anexo 10) apresenta os primeiros quatro termos de uma sequência numérica. A resolução da primeira questão envolvia a criação de representações visuais correspondentes à sequência dada; a descoberta de um termo próximo, o sexto; a explicitação da lei de formação e a determinação de um termo distante, o quinquagésimo oitavo. A segunda questão dava oportunidade aos alunos de inventar uma sequência de desenhos que correspondesse a termos consecutivos de um padrão, dada uma determinada lei de formação. Considerou-se importante colocar esta questão visto que exigia que o aluno tivesse a noção de que uma parte do padrão crescia (raciocínio multiplicativo) e outra parte se mantinha inalterada.

Após a realização desta Tarefa, foi novamente entregue, a cada aluno, um documento (anexo 11) com digitalizações de algumas resoluções apresentadas e uma escala de criatividade (de 1 a 10). Solicitou-se-lhes que fizessem corresponder a letra associada a cada uma das digitalizações à posição que lhes parecesse mais adequada, na escala de criatividade.

A sétima Tarefa (anexo 12) apresenta o segundo termo de uma sequência pictórica e solicita aos alunos que desenhem os primeiro, terceiro e quarto termos e explicitem a lei de formação.

Note-se que tarefas semelhantes a estas foram exploradas com alunos de anos de escolaridade anteriores ao oitavo ano, inclusive algumas delas com alunos do primeiro ciclo do ensino básico. Assim, poder-se-ia considerar que se trata de tarefas demasiado simples para alunos deste nível de escolaridade. No entanto, estas tarefas são de uma simplicidade aparente pois revelam ser muito poderosas na exploração de assuntos muito complexos. Além disso, estes alunos não estavam muito habituados ao trabalho com tarefas deste género porque a implementação do Novo Programa de Matemática, no caso deles, apenas teve início no ano letivo imediatamente anterior a este.

Todas as Tarefas foram realizadas a pares, visto que esta dinâmica era já uma constante desde o início do ano letivo. Uma vez que a turma era constituída por vinte e cinco alunos, um dos doze grupos era composto por três alunos. Após a realização de cada Tarefa, houve lugar à apresentação e discussão das diferentes estratégias de resolução para que os alunos refletissem acerca do trabalho realizado por cada grupo e se sintetizasse os aspetos fundamentais de todo o trabalho.

No final de cada aula, foram recolhidas todas as produções dos alunos, quer nas Tarefas quer nas Escalas de criatividade, quando aplicável. As notas de campo foram, logo que possível, alvo de reflexão, o que permitiu enriquecer regularmente o diário de bordo. Além dos registos áudio, todos estes documentos foram alvo de análise, antes da aula seguinte, de modo a permitir eventuais alterações à planificação.

Volvidos cerca de dois meses, os alunos realizaram o Teste (modalidade pós) e, posteriormente, responderam a um Questionário Final (anexo 13), nos mesmos moldes descritos anteriormente para a modalidade pré do Teste e para o Questionário Inicial.

6. Tratamento e apresentação de dados

Em qualquer investigação, a análise dos dados prevê a organização de toda a informação recolhida com o objetivo de ser interpretada pelo investigador e comunicada de forma clara e metódica (Barbosa, 2010 baseando-se em Creswell, 2003).

Bogdan e Biklen (1994: 205) descrevem a análise de dados como um "processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou".

Ao longo deste estudo, à medida que os dados foram sendo recolhidos, o processo de análise e tratamento ocorreu paralelamente. Toda a informação recolhida foi alvo de análise de conteúdo de acordo com categorias de análise, algumas pré-definidas, relacionadas com a criatividade - o desenvolvimento das dimensões fluência, flexibilidade e originalidade; com o raciocínio funcional e não funcional e outras que foram surgindo com o desenrolar do estudo, relacionadas com representações acerca da criatividade. Alguns dos dados foram alvo de uma análise quantificada.

Relativamente às dimensões da criatividade – fluência, flexibilidade e originalidade – tentou-se, designadamente, analisar as principais estratégias utilizadas no modo de 'ver' os padrões – construtivas ou desconstrutivas. Atendeu-se, ainda, à direção da leitura – horizontal, vertical, oblíqua e mista; à forma – retangular (propriamente dita), quadrada, triangular, … e à existência ou não de simetria.

A análise de conteúdo é, de acordo com Guerra (2006: 62), uma "técnica e não um método, utilizando o procedimento normal da investigação – a saber, o confronto entre um quadro de referência do investigador e o material empírico recolhido" e tem duas dimensões: uma descritiva e outra interpretativa. Bardin (1979) define-a como "um conjunto de técnicas de análise das comunicações" (31) e especifica três diferentes fases da análise de conteúdo: "1) a pré-análise; 2) a exploração do material e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação" (p. 95).

No quadro seguinte, registam-se as categorias segundo as quais incidiu a análise dos dados.

<table>
<tr><td rowspan="2">Criatividade</td><td>Representações</td><td>Novidade
Originalidade
Simplicidade
…</td></tr>
<tr><td>Desenvolvimento das dimensões</td><td>Fluência
Flexibilidade
Originalidade</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Raciocínio</td><td colspan="2">Não funcional</td></tr>
<tr><td colspan="2">Funcional</td></tr>
</table>

Quadro 1. Esquema das categorias de análise

Os dados analisados apresentam-se de uma forma descritiva apoiada nas transcrições do diário de bordo, de registos áudio das aulas e das entrevistas e nas digitalizações de produções dos alunos. Ainda se recorreu a quadros para sistematização de dados quantificáveis.

CAPÍTULO IV – DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo, descrevem-se e analisam-se os resultados decorrentes do estudo empírico desenvolvido numa turma do 8º ano de escolaridade.

Começa-se por caracterizar a turma e, seguidamente, procura-se analisar as representações dos alunos acerca da criatividade em Matemática (antes e após a implementação da sequência didática), a evolução das dimensões de criatividade (fluência, flexibilidade e originalidade) e do raciocínio, ao longo estudo.

Posteriormente, procede-se à descrição e análise dos dados, de uma forma mais pormenorizada, para três pares de alunos, em particular.

A caracterização da turma, como ambiente do estudo, torna-se necessária para melhor se perceber a especificidade dos casos. Recorde-se que, de acordo com Fleith & Alencar (2005), o ambiente pode exercer um papel facilitador ou inibidor no desenvolvimento de habilidades criativas.

1. A turma

1.1. Caracterização

A turma do 8º ano de escolaridade onde se desenvolveu o estudo pertencia a uma Escola Básica dos 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico do Distrito de Aveiro. Tal como já foi referido, era constituída por 25 alunos, 11 do sexo masculino e 14 do sexo feminino. Todos residiam em localidades próximas da escola, deslocando-se a pé ou de autocarro.

No início do ano letivo, os alunos da turma tinham uma idade média de 13 anos, existindo seis alunos ainda com 12 anos e dois já com 14.

Todos os alunos frequentavam o oitavo ano pela primeira vez, à exceção de duas alunas que haviam ficado retidas nesse ano de escolaridade, no ano letivo anterior.

Dos vinte e cinco alunos, apenas quatro foram alvo de retenção ao longo do seu percurso escolar.

Os pais destes alunos apresentavam, maioritariamente, como habilitações académicas, o 6º e o 9º ano de escolaridade, destacando-se apenas o pai de um aluno e a mãe de uma aluna que possuíam habilitação académica superior (quadro 2). As suas profissões integravam essencialmente o setor secundário.

Habilitações académicas	*Pai*	*Mãe*
1º Ciclo do Ensino Básico	4	3
2º Ciclo do Ensino Básico	7	5
3º Ciclo do Ensino Básico	8	10
Ensino Secundário	5	6
Bacharelato	1	---
Licenciatura	---	1

Quadro 2. Habilitações académicas dos pais dos alunos

Os docentes do conselho de turma consideraram que o aproveitamento global da turma era suficiente. Foi, ainda, salientado que se tratava de um grupo bastante heterogéneo. O quadro 3 corrobora esta afirmação.

Nível	*1º Período*	*2º Período*	*3º Período*
1	---	---	---
2	10	11	11
3	10	8	8
4	2	3	3
5	3	3	3

Quadro 3. Níveis atingidos na disciplina de Matemática no ano letivo 2011/2012

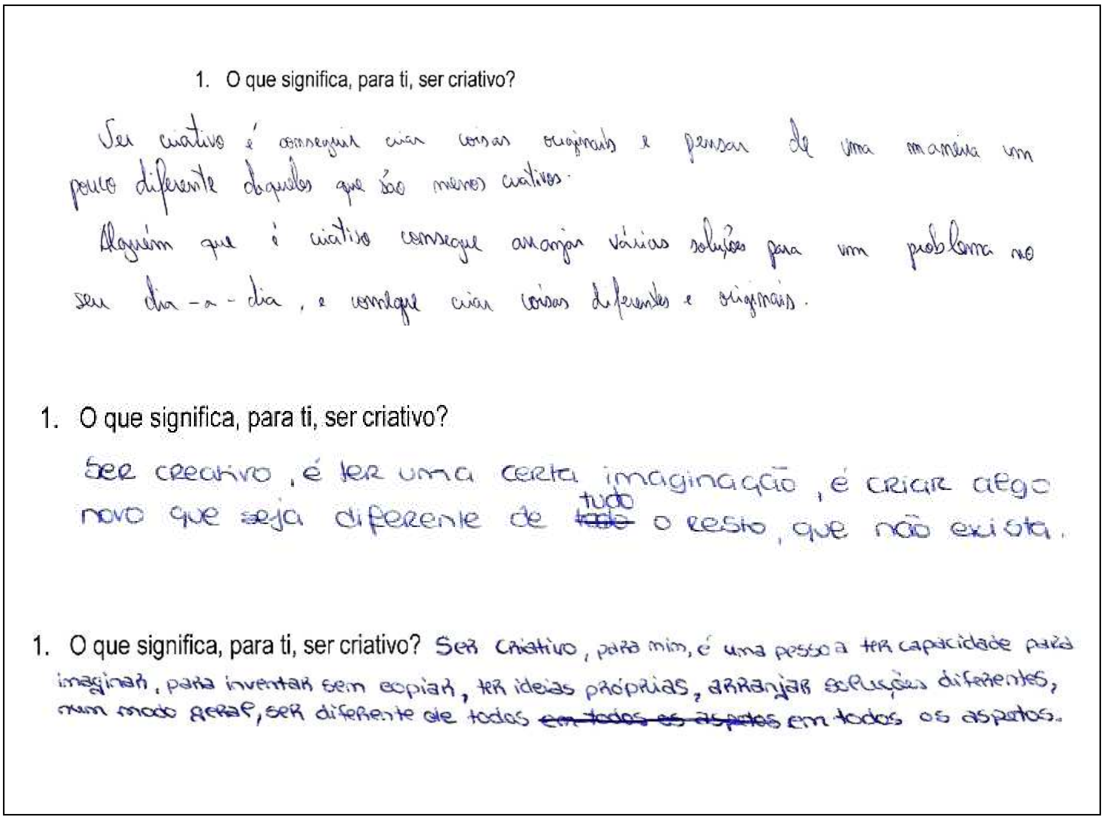
Esta turma era considerada muito agitada, conversadora e um pouco competitiva.

A opinião dos alunos relativamente à Matemática era muito divergente. Onze dos vinte e cinco alunos consideravam-na a disciplina onde sentiam mais dificuldades e sete destacavam-na como sendo a sua disciplina preferida.

1.2. Criatividade

Neste subtema, descrevem-se e analisam-se as representações de criatividade dos alunos da turma e as dimensões de criatividade – fluência, flexibilidade e originalidade.

No que respeita ao conceito de criatividade, na primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial (anexo 1), a maior parte dos alunos referiu a criação de algo novo, diferente do normal e original. Na figura 12, apresentam-se algumas das respostas.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Ser criativo é conseguir criar coisas originais e pensar de uma maneira um pouco diferente daqueles que são menos criativos.
Alguém que é criativo consegue arranjar várias soluções para um problema no seu dia-a-dia, e consegue criar coisas diferentes e originais.

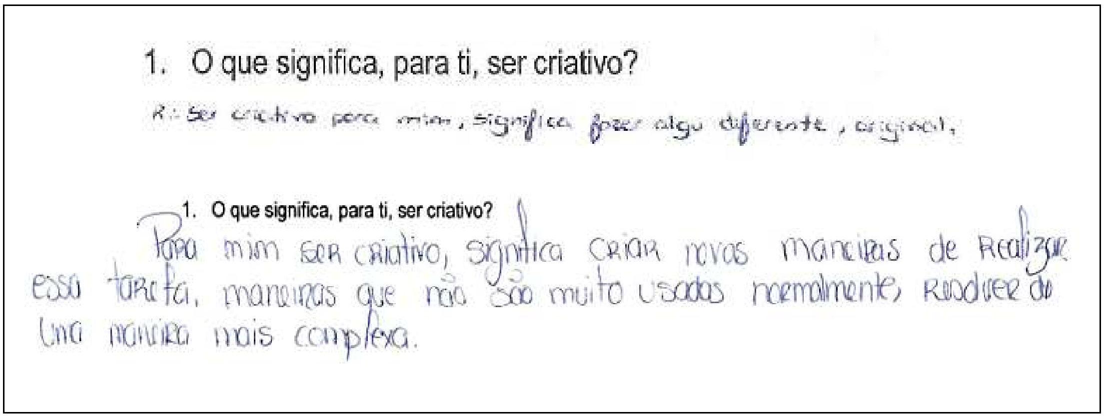
1. O que significa, para ti, ser criativo?

Ser creativo, é ter uma certa imaginação, é criar algo novo que seja diferente de ~~todo~~ tudo o resto, que não exista.

1. O que significa, para ti, ser criativo? Ser criativo, para mim, é uma pessoa ter capacidade para imaginar, para inventar sem copiar, ter ideias próprias, arranjar soluções diferentes, num modo geral, ser diferente de todos ~~em todos os aspetos~~ em todos os aspetos.

Fig. 12 – Algumas respostas apresentadas pelos alunos na primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Na primeira pergunta do Questionário Final (anexo 13), referiram novamente a criação de algo novo, original, invulgar e acrescentaram a ideia de complexidade associada à criatividade, conforme se ilustra na figura seguinte.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

R: Ser criativo para mim, significa fazer algo diferente, original.

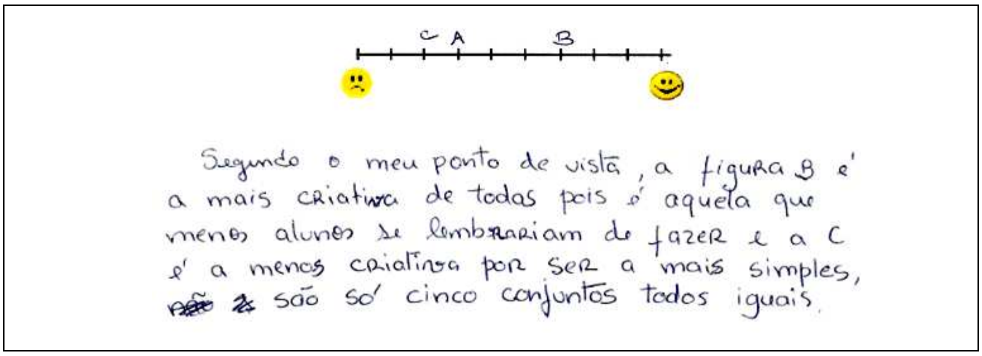
1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim ser criativo, significa criar novas maneiras de realizar essa tarefa, maneiras que não são muito usadas normalmente, resolver de uma maneira mais complexa.

Fig. 13 – Exemplos de respostas à primeira pergunta do Questionário Final

Esta ideia de complexidade associada à criatividade já se havia tornado visível nas justificações apresentadas pela maior parte dos alunos nas Escalas de criatividade.

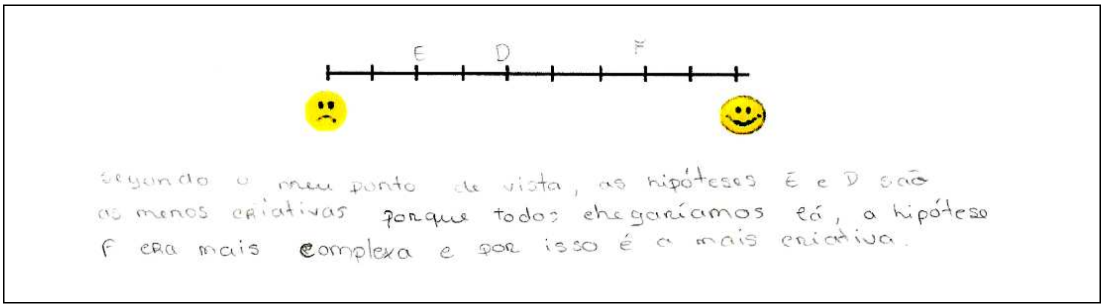
Na Escala de criatividade I (anexo 4), a maioria dos alunos justificou a escolha da resolução menos criativa apresentando o argumento de que era a mais simples (figura 14).



Segundo o meu ponto de vista, a figura B é a mais criativa de todas pois é aquela que menos alunos se lembrariam de fazer e a C é a menos criativa por ser a mais simples, ~~não~~ ~~é~~ são só cinco conjuntos todos iguais.

Fig. 14 – Exemplo de resposta apresentada na primeira situação da Escala de criatividade I

Por outro lado, ao justificar a escolha da mais criativa, referiram que era mais complexa (figura 15).



Segundo o meu ponto de vista, as hipóteses E e D são as menos criativas porque todos chegaríamos lá, a hipótese F era mais complexa e por isso é a mais criativa.

Fig. 15 – Exemplo de resposta apresentada na segunda situação da Escala de criatividade I

Na primeira situação apresentada nesta Escala de criatividade, seria de esperar que os alunos considerassem a resolução B como sendo a mais criativa visto que envolve a subtração de símbolos adicionados duas vezes, estratégia de que possivelmente não se lembrariam e, provavelmente, a C como a menos criativa por apresentar uma expressão numérica mais simples e que corresponde a um modo de *ver* que poderia ocorrer com maior frequência. Verificou-se que dezoito dos vinte e cinco alunos consideraram a resolução B como sendo a mais criativa, por ser necessário subtrair e catorze indicaram a C como a menos criativa, por ser de mais simples resolução.

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções A, B e C, considerando-as como sendo mais criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	**Valores da Escala de criatividade**	**Nº de alunos**
A	4	1
	5	1
	9	2
B	5	2
	6	3
	7	4
	8	6
	9	3
C	10	2
A e B	5	1

Quadro 4. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas mais criativas entre as apresentadas na primeira situação da Escala de criatividade I e respetiva frequência

Quanto às resoluções menos criativas, além dos alunos já referidos, nove indicaram a A e um aluno colocou A e C no mesmo nível de criatividade, 4. A resposta deste aluno apresenta-se na figura seguinte.

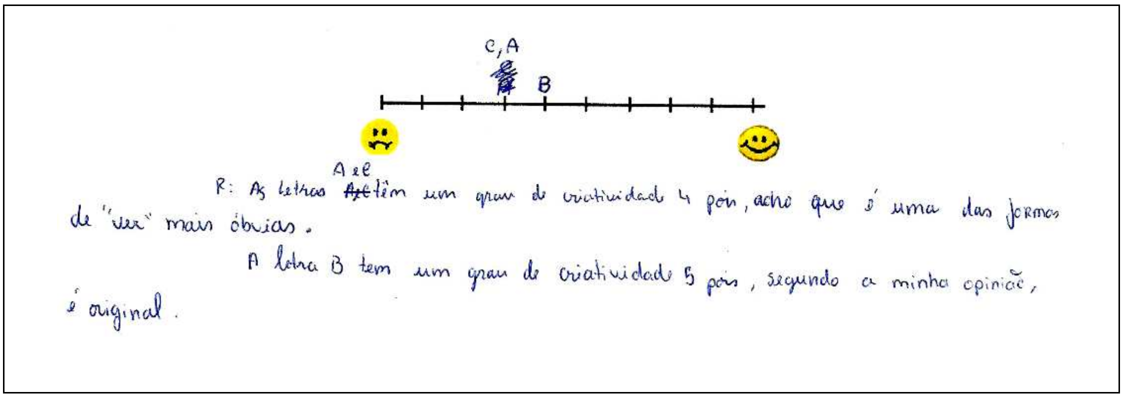


Fig. 16 – Resposta apresentada pelo Luís na primeira situação da Escala de criatividade I

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às representações A, B e C, considerando-as como sendo menos criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
A	3	3
	4	2
	5	3
	8	1
B	1	1
C	2	2
	3	6
	4	4
	5	1
	6	1
A e C	4	1

Quadro 5. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas menos criativas entre as apresentadas na primeira situação da Escala de criatividade I e respetiva frequência

Em termos globais, na primeira situação apresentada, verificou-se o seguinte: no que respeita às resoluções consideradas mais criativas, os níveis de criatividade indicados pelos alunos variaram entre 4 e 10 e, relativamente às consideradas menos criativas, entre 1 e 8.

Na segunda situação, era expectável que a maioria dos alunos considerasse a resolução F como sendo a mais criativa visto que envolve a introdução de símbolos para facilitar a contagem (7×7) e posterior subtração dos mesmos, estratégia com menor probabilidade de ocorrer e, possivelmente, a E como a menos criativa uma vez que o aspeto visual é mais simples e corresponde a um modo de *ver* mais provável de ocorrer. De facto, todos os alunos consideraram a resolução F como sendo a mais criativa, por ser original e mais complexa, à exceção do Manuel que considerou a E, por ser a mais simples.

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções D, E e F, considerando-as como sendo mais criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	**Valores da Escala de criatividade**	**Nº de alunos**
E	10	1
F	6	1
	7	2
	8	2
	9	7
	10	12

Quadro 6. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas mais criativas entre as apresentadas na segunda situação da Escala de criatividade I e respetiva frequência

Relativamente à resolução menos criativa, as opiniões dividiram-se um pouco: catorze alunos indicaram a E e dez a D. Na justificação, quer para D quer para E, afirmaram que era muito fácil "chegar" àquela resolução (figura 15). Apenas o Manuel indicou a resolução F como sendo a menos criativa. Também esta resposta será explorada adiante.

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções D, E e F, considerando-as como sendo menos criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
D	3	2
	4	2
	5	2
	6	1
	7	2
	8	1
E	1	1
	2	1
	3	3
	4	4
	5	2
	6	3
F	1	1

Quadro 7. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas menos criativas entre as apresentadas na segunda situação da Escala de criatividade I e respetiva frequência

Em termos globais, nesta situação da Escala de criatividade I, verificou-se o seguinte: no que respeita às resoluções consideradas mais criativas, os níveis de criatividade indicados pelos alunos variaram entre 6 e 10 e, relativamente às consideradas menos criativas, entre 1 e 8.

Na primeira situação apresentada na Escala de criatividade II (anexo 6), esperava-se que a maioria dos alunos considerasse a resolução H como sendo a mais criativa, atendendo ao facto de terem sido acrescentados elementos à figura, e foi exatamente o que aconteceu. Vinte e três alunos consideraram a resolução H como sendo a mais criativa. Na justificação, a maioria dos alunos referiu que a H era mais complexa do que as outras duas (figura 17).

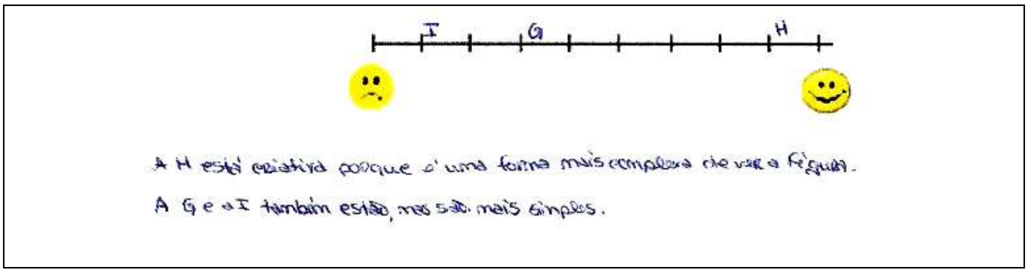


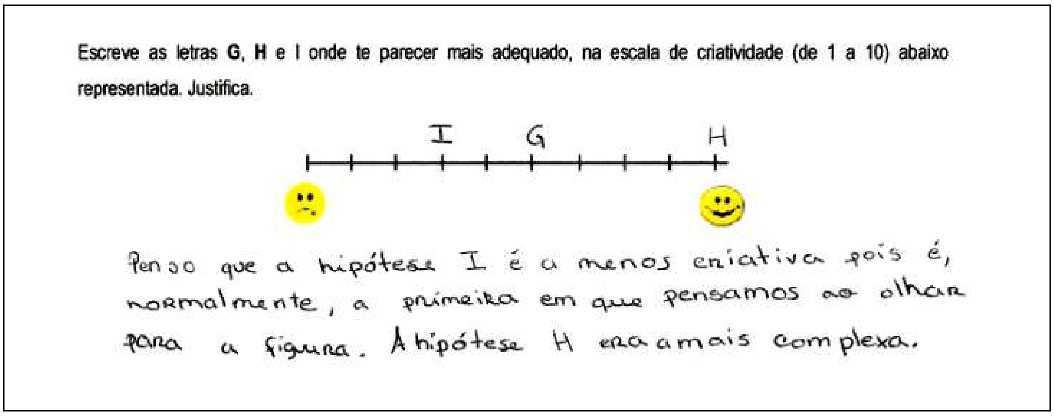
Fig. 17 – Exemplo de resposta apresentada na primeira situação da Escala de criatividade II

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções G, H e I, considerando-as como sendo mais criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	**Valores da Escala de criatividade**	**Nº de alunos**
G	5	1
H	6	1
	7	2
	8	3
	9	5
	10	12
I	10	1

Quadro 8. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas mais criativas entre as apresentadas na primeira situação da Escala de criatividade II e respetiva frequência

Relativamente à resolução menos criativa, quinze alunos consideraram a I, oito alunos a G, um aluno a H e uma aluna considerou as resoluções I e G no mesmo nível de criatividade, 7. Na justificação da escolha quer da I quer da G como sendo menos criativas, os alunos referiram que as consideravam mais simples (figura 17). Destaque-se a forma como a Juliana justificou o facto de considerar a resolução I como sendo a menos criativa (figura 18).


Escreve as letras **G**, **H** e **I** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

I G H

Penso que a hipótese I é a menos criativa pois é, normalmente, a primeira em que pensamos ao olhar para a figura. A hipótese H era a mais complexa.

Fig. 18 – Resposta da Juliana à primeira situação apresentada na Escala de criatividade II

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções G, H e I, considerando-as como sendo menos criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
G	2	1
	3	3
	4	2
	5	1
	8	1
H	1	1
I	1	1
	2	2
	3	3
	4	5
	5	2
	6	1
	8	1
G e I	7	1

Quadro 9. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas menos criativas entre as apresentadas na primeira situação da Escala de criatividade II e respetiva frequência

Note-se que o aluno que considerou a resolução G como sendo a menos criativa e a colocou no nível de criatividade 8, colocou a resolução I no nível 9 e a H no nível 10. De modo semelhante, o aluno que considerou a resolução I como sendo a menos criativa e a colocou no nível de criatividade 8, colocou a resolução G no nível 9 e a H no nível 10.

Em termos globais, na primeira situação apresentada, verificou-se o seguinte: no que respeita às resoluções consideradas mais criativas, os níveis de criatividade indicados pelos alunos variaram entre 5 e 10 e, relativamente às consideradas menos criativas, entre 1 e 8.

Na segunda situação apresentada nesta Escala de criatividade, esperava-se que praticamente todos os alunos escolhessem a resolução J como sendo a menos criativa, por apresentar um aspeto visual mais simples, o que veio a verificar-se. Todos os alunos, à exceção do Manuel, consideraram a resolução J como sendo a menos criativa, por ser mais simples e vulgar. Treze alunos consideraram a resolução K como sendo a mais criativa; dez indicaram a L; uma aluna, a Margarida, foi da opinião que K e L eram igualmente criativas e o Manuel considerou a J. A figura seguinte exibe um exemplo de resposta apresentada que corrobora estas afirmações.

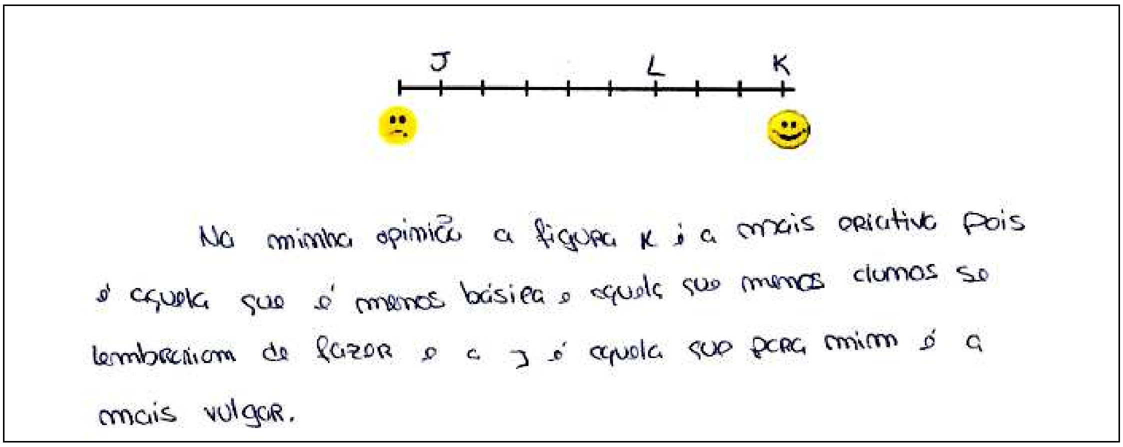


Fig. 19 – Exemplo de resposta apresentada na segunda situação da Escala de criatividade II

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções J, K e L, considerando-as como sendo mais criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
J	10	1
K	9	5
	10	8
L	6	1
	8	2
	9	3
	10	4
K e L	10	1

Quadro 10. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas mais criativas entre as apresentadas na segunda situação da Escala de criatividade II e respetiva frequência

No quadro abaixo, encontra-se compilada toda a informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções G, H e I, considerando-as como sendo menos criativas, bem como a respetiva frequência.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
J	1	1
	2	2
	3	6
	4	5
	5	5
	6	1
	7	3
	8	1
K	1	1

Quadro 11. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas menos criativas entre as apresentadas na segunda situação da Escala de criatividade II e respetiva frequência

Note-se que o aluno que considerou a resolução J como sendo a menos criativa e a colocou no nível de criatividade 8, colocou a resolução L no nível 9 e a K no nível 10.

Em termos globais, nesta situação da Escala de criatividade II, verificou-se o seguinte: no que respeita às resoluções consideradas mais criativas, os níveis de criatividade indicados pelos alunos variaram entre 6 e 10 e, relativamente às consideradas menos criativas, entre 1 e 8.

Atendendo à amplitude dos intervalos correspondentes aos níveis de criatividade indicados pelos alunos nas Escalas de criatividade I e II, quer para as resoluções consideradas menos criativas, quer para as consideradas mais criativas, pode concluir-se que existe maior consenso relativamente ao que os alunos consideram mais criativo do que ao que consideram menos criativo.

Na Escala de criatividade III (anexo 11), as sequências de desenhos A e C possivelmente teriam maior probabilidade de ser apontadas como as mais criativas, com alguma vantagem para a sequência A, uma vez que os três símbolos que se mantêm constantes são mais elaborados, apresentam uma característica diferente dos restantes – o sorriso é triste.

De facto, catorze dos vinte e cinco alunos apontaram a sequência A como sendo a mais criativa; nove consideraram a C e dois alunos colocaram A e C no mesmo nível de criatividade. A figura seguinte apresenta exemplos de justificações para a escolha da resolução A ou C como sendo mais criativas.

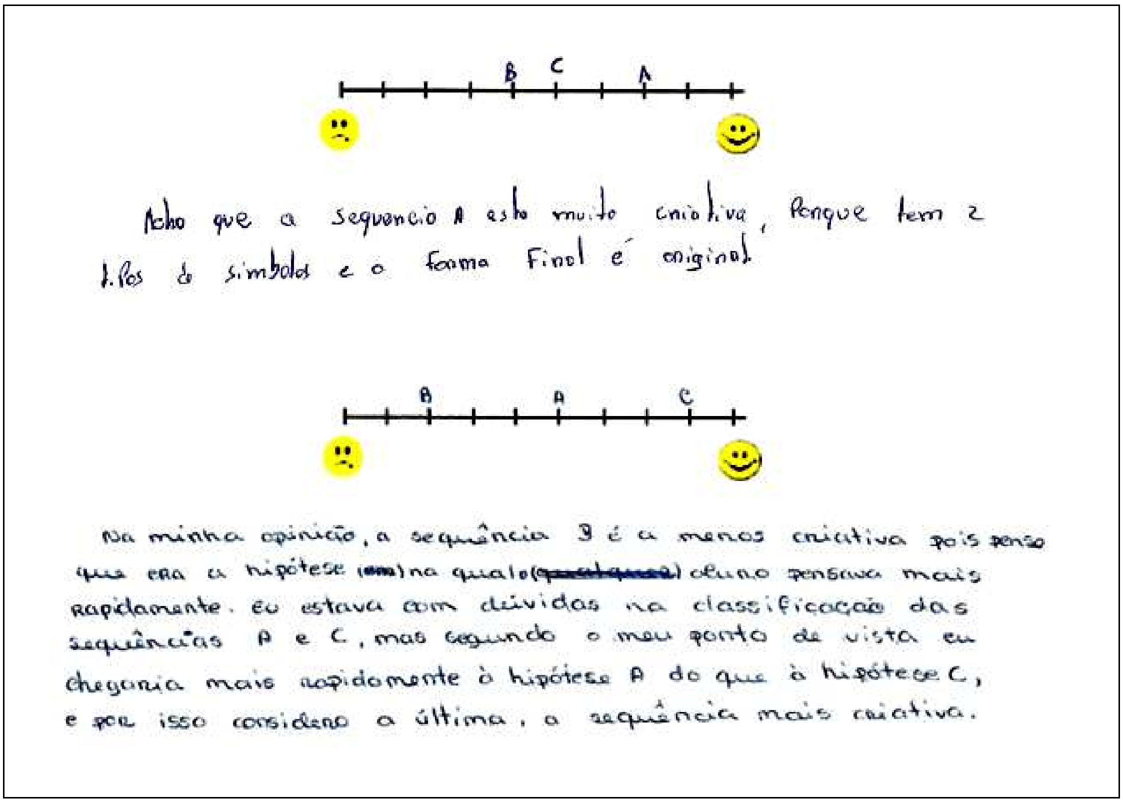


Fig. 20 – Exemplos de justificações para a escolha da resolução mais criativa entre as apresentadas na Escala de criatividade III

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções A, B e C, considerando-as como sendo mais criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	Valores da Escala de criatividade	Nº de alunos
A	6	1
	7	4
	8	4
	9	3
	10	2
C	6	1
	7	1
	8	2
	9	3
	10	2
A e C	8	1
	10	1

Quadro 12. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas mais criativas entre as apresentadas na Escala de criatividade III e respetiva frequência

Relativamente à resolução menos criativa, vinte e dois alunos consideraram a B, dois a C e um aluno considerou as resoluções B e C no mesmo nível de criatividade, 4. Na justificação da escolha da resolução B como sendo menos criativa, os alunos referiram que era a mais simples, a mais "óbvia" e mais vezes "usada" (figura 21).

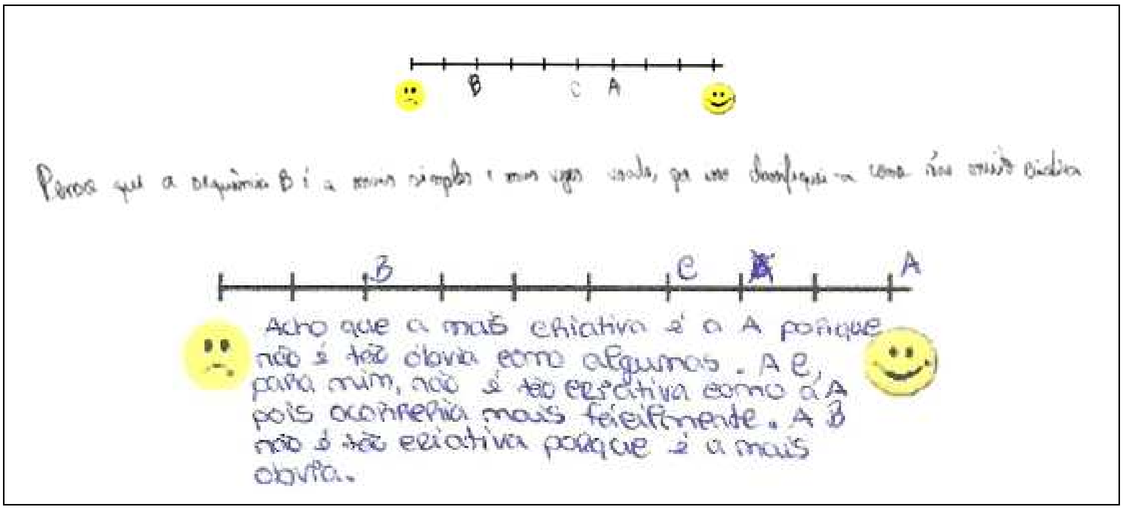


Fig. 21 – Exemplos de justificações para a escolha da resolução menos criativa entre as apresentadas na Escala de criatividade III

A informação relativa aos valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções A, B e C, considerando-as como sendo menos criativas, bem como a respetiva frequência apresentam-se no quadro seguinte.

Resoluções	**Valores da Escala de criatividade**	**Nº de alunos**
B	1	2
	2	4
	3	8
	4	1
	5	3
	6	3
	7	1
C	5	1
	6	1
B e C	4	1

Quadro 13. Valores da escala de criatividade atribuídos pelos alunos às resoluções consideradas menos criativas entre as apresentadas na Escala de criatividade III e respetiva frequência

Em termos globais, na situação apresentada na Escala de criatividade III, verificou-se o seguinte: no que respeita às resoluções consideradas mais criativas, os níveis de criatividade indicados pelos alunos variaram entre 6 e 10 e, relativamente às consideradas menos criativas, entre 1 e 7. Mais uma vez se verificou a existência de maior consenso relativamente ao que os alunos consideram mais criativo do que ao que consideram menos criativo.

Retomando a análise das perguntas dos Questionários Inicial e Final, cumpre referir que, na segunda pergunta do Questionário Inicial, dez alunos afirmaram que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas e os restantes quinze indicaram, sobretudo, disciplinas ligadas às artes: Educação Visual, Educação Tecnológica e Oficina de Teatro.

Na mesma pergunta do Questionário Final, verificou-se que dezanove alunos afirmaram que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas; um aluno considerou todas as disciplinas, à exceção de Português, e apenas cinco alunos continuaram a indicar disciplinas ligadas às artes: Educação Visual, Educação Tecnológica e Oficina de Teatro.

Sublinhe-se que estes alunos incluíram também a Matemática nas suas respostas, conforme exemplificado na figura seguinte.

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

É possível ser-se criativo nas aulas de Matemática, isto é, na disciplina de Matemática, na disciplina de E.V, na disciplina de E.T e na disciplina de D.T.

Fig. 22 – Exemplo de resposta à segunda pergunta do Questionário Final

Quando questionados, inicialmente, acerca da possibilidade de o professor ser criativo em Matemática e, em caso afirmativo, de que forma, todos foram unânimes em considerar que tal é possível e, como resposta à questão "de que forma", os alunos indicaram a utilização de métodos de ensino originais, criando formas diferentes de explicar um assunto para que os alunos entendam e dando bons exemplos do dia-a-dia para esclarecer dúvidas apresentadas. A figura seguinte apresenta algumas dessas respostas.

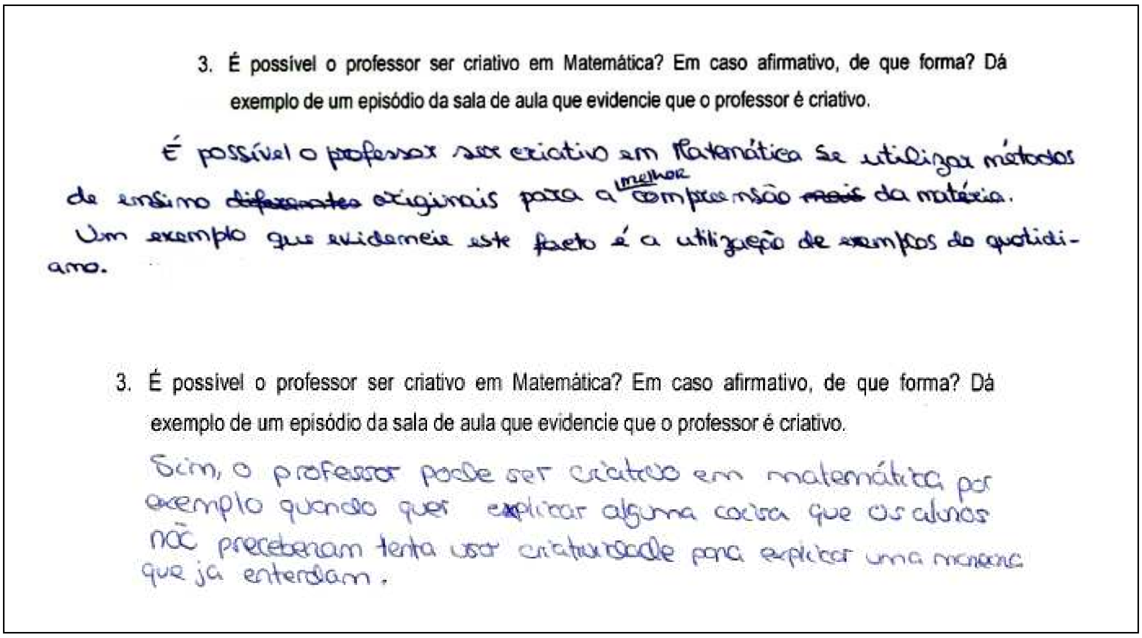
3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Na minha opinião sim. Quando os professores pensam em exemplos que sejam do dia-a-dia. Na maior parte das vezes inventam uma situação para que nós percebamos melhor a matéria.

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, é possível o professor ser criativo em Matemática.

Por exemplo, quando o professor explica a resolução de um exercício e o aluno não entende, este deve expor as suas dúvidas ao professor, que vai, de várias formas diferentes explicar e mostrar ao aluno como resolver o exercício. Na minha opinião, este é um exemplo de criatividade por parte do professor de Matemática.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

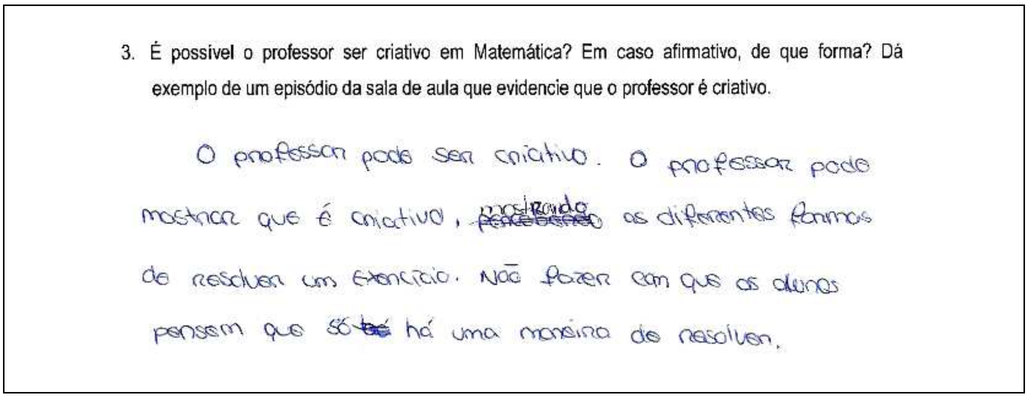
É possível o professor ser criativo em Matemática se utilizar métodos de ensino ~~diferentes~~ originais para a melhor compreensão ~~mais~~ da matéria. Um exemplo que evidencie este facto é a utilização de exemplos do quotidiano.

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, o professor pode ser criativo em matemática por exemplo quando quer explicar alguma coisa que os alunos não precebenam tenta usar criatividade para explicar uma maneira que já entendam.

Fig. 23 – Algumas respostas apresentadas pelos alunos na terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

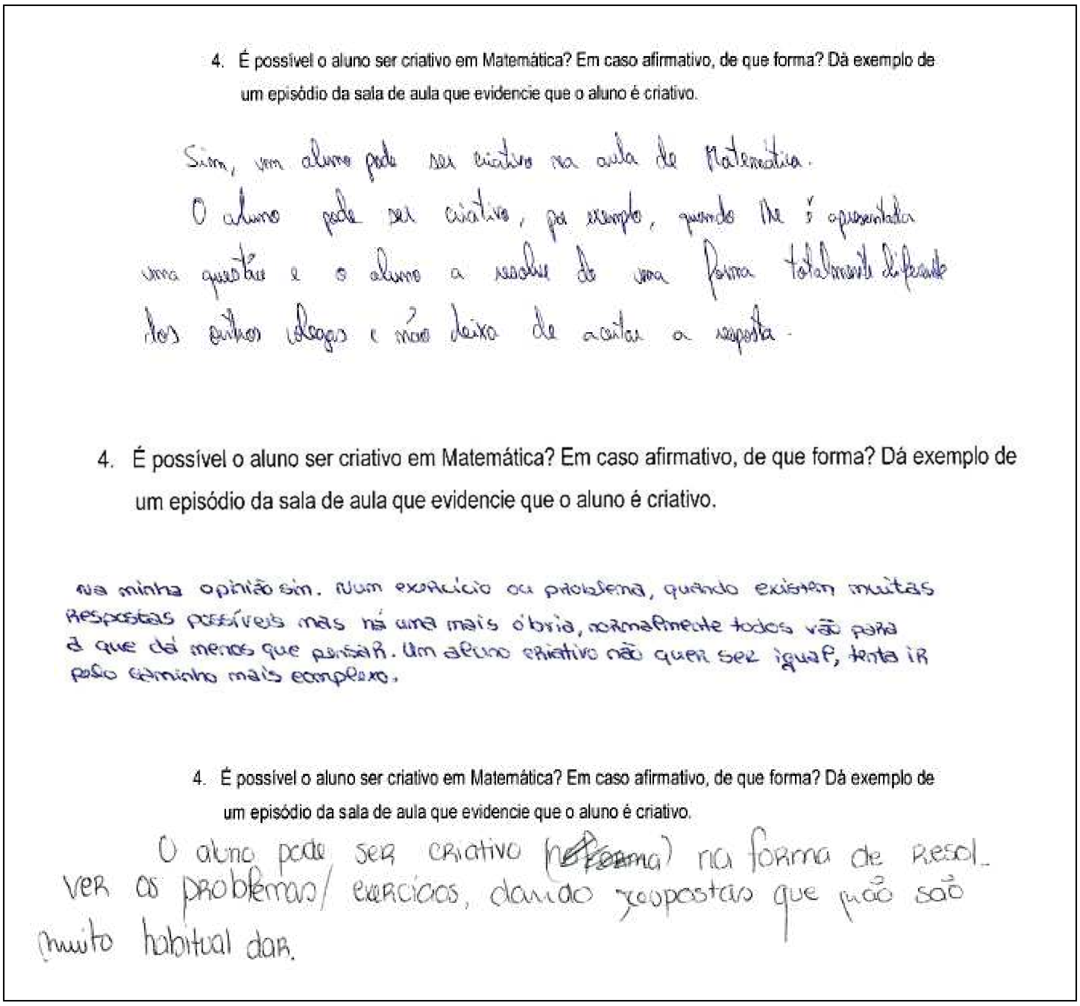
Na mesma pergunta do Questionário Final, continuou a verificar-se unanimidade em considerar que é possível o professor de Matemática ser criativo e, como resposta à questão "de que forma", os alunos indicaram a utilização de métodos de ensino originais, criando formas mais apelativas de explicar um conteúdo para que todos os alunos entendam e a apresentação de exemplos do quotidiano para esclarecimento de dúvidas. Uma aluna referiu que o professor pode ser criativo se levar os alunos a pensar que não existe apenas uma maneira de resolver um exercício, conforme evidenciado na figura seguinte.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

O professor pode ser criativo. O professor pode mostrar que é criativo, mostrando ~~percebendo~~ as diferentes formas de resolver um exercício. Não fazer com que os alunos pensem que só há uma maneira de resolver.

Fig. 24 – Resposta apresentada pela Cristina na terceira pergunta do Questionário Final

No que respeita à quarta pergunta do Questionário Inicial, vinte e três alunos consideraram que é possível serem criativos em Matemática e, como resposta a "de que forma", a maioria destes respondeu resolvendo exercícios de formas diferentes mas igualmente corretas e apresentando resoluções mais complexas (para ser diferente) ou resoluções menos habituais (figura 25).


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, um aluno pode ser criativo na aula de Matemática. O aluno pode ser criativo, por exemplo, quando lhe é apresentada uma questão e o aluno a resolve de uma forma totalmente diferente dos outros colegas e não deixa de acertar a resposta.

4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Na minha opinião sim. Num exercício ou problema, quando existem muitas respostas possíveis mas há uma mais óbvia, normalmente todos vão para a que dá menos que pensar. Um aluno criativo não quer ser igual, tenta ir pelo caminho mais complexo.

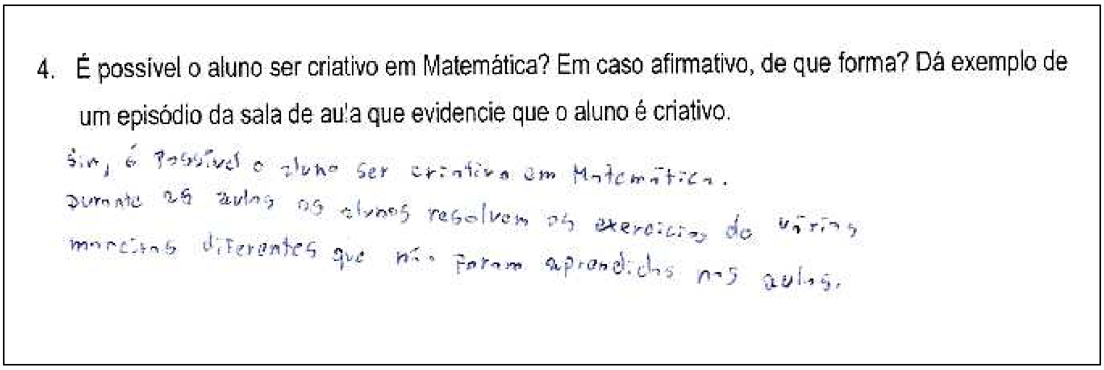
4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

O aluno pode ser criativo (~~na forma~~) na forma de resolver os problemas/exercícios, dando respostas que não são muito habitual dar.

Fig. 25 – Algumas respostas apresentadas pelos alunos na quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Também na mesma pergunta do Questionário Final, todos os alunos consideraram que é possível serem criativos em Matemática. Como resposta a "de que forma", indicaram a resolução de exercícios de formas diferentes e invulgares, mas igualmente corretas, e que mais ninguém apresentou. Um dos alunos referiu que é possível o aluno ser criativo em

Matemática resolvendo exercícios de várias maneiras diferentes e, sublinhe-se, que não foram aprendidas nas aulas (figura 26).


4. É possivel o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de au!a que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, é possível o aluno ser criativo em Matemática.
Durante as aulas os alunos resolvem os exercícios de várias maneiras diferentes que não foram aprendidas nas aulas.

Fig. 26 – Resposta apresentada pelo Fábio na quarta pergunta do Questionário Final

As opiniões dos alunos relativamente às afirmações apresentadas na quinta pergunta do Questionário Inicial encontram-se compiladas no quadro 14.

A análise desse quadro permitiu verificar que pouco mais de metade dos alunos se considerava criativo e via a Matemática como uma disciplina criativa, à semelhança da Música e outras artes. Todos, sem exceção, eram da opinião que a criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola. Sublinhe-se que vinte e um alunos afirmaram discordar da afirmação "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo*", vinte também discordaram de "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*" e todos os alunos, à exceção de um, que afirmou não ter opinião, concordaram com a afirmação "*Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos*".

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.	1	13	5	1	5
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.	1	4	11	9	0
A criatividade varia consoante a idade.	4	9	7	4	1
A criatividade é uma característica individual.	5	7	10	2	1
A criatividade pode ser construída coletivamente.	9	15	1	0	0
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	7	13	4	0	1
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	12	13	0	0	0
A escola cerceia a criatividade dos alunos.	2	19	3	0	1
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	7	14	2	1	1
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	2	0	13	8	2
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	3	13	6	1	2
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	1	3	12	8	1
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	10	14	0	0	1

Quadro 14. Respostas obtidas na quinta pergunta do Questionário Inicial

As opiniões dos alunos relativamente às afirmações apresentadas na quinta pergunta do Questionário Final encontram-se compiladas no quadro 15.

A análise desse quadro permitiu verificar que dezanove alunos se consideravam criativos; vinte e dois eram da opinião que é possível desenvolver a criatividade, caso haja oportunidade para tal; todos os alunos viam a Matemática como uma disciplina criativa, à semelhança da Música e outras artes e também todos consideravam que aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos. Pôde também verificar-se unanimidade nas opiniões dos alunos, ao discordarem das afirmações "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo*" e "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*".

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.	1	18	3	1	2
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.	0	2	10	13	0
A criatividade varia consoante a idade.	0	16	5	3	1
A criatividade é uma característica individual.	0	12	8	3	2
A criatividade pode ser construída coletivamente.	3	22	0	0	0
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	4	18	3	0	0
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	8	17	0	0	0
A escola cerceia a criatividade dos alunos.	1	9	8	4	3
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	6	15	2	1	1
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	0	0	13	12	0
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	10	15	0	0	0
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é “aquilo e aquilo mesmo”.	0	0	14	11	0
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	11	14	0	0	0

Quadro 15. Respostas obtidas na quinta pergunta do Questionário Final

Na última pergunta do Questionário Inicial, um aluno, o António, referiu que as três resoluções eram igualmente criativas; outro aluno, o Manuel, referiu que a resolução do João era, na sua opinião, a mais criativa por ser mais simples, como se verá adiante e os restantes vinte e três alunos consideraram a resolução da Beatriz como sendo a mais criativa e apresentaram, nas justificações, o argumento de que essa aluna utilizou um método de resolução completamente diferente, mais original, visto que recorreu à subtração e não à adição. Houve, inclusive, alunos que afirmaram que nunca chegariam à resolução apresentada pela Beatriz. A figura 27 corrobora estas afirmações.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Acho que foi a Beatriz porque não se limitou a contar, arranjou uma maneira de conseguir chegar ~~a mesm~~ ao mesmo resultado mas de forma completamente diferente.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Segundo o meu ponto de vista, o que teve uma resposta mais criativa, foi a Beatriz, visto que, na maior parte dos casos soma-se sempre uns números com os outros e ela teve uma diferente forma de o fazer, subtraindo-os.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Para mim, entre os três alunos, a aluno(a) que teve a resposta mais criativa foi a Beatriz, pois foi a resposta ao qual eu não cheguei nem chegaria.

Fig. 27 – Algumas respostas apresentadas pelos alunos na sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Na mesma pergunta do Questionário Final, apesar de ter havido alteração em duas respostas, conforme se verá adiante, verificou-se que o mesmo número de alunos, vinte e três, considerou a resolução da Beatriz como sendo a mais criativa. Nas suas justificações, argumentaram que a resolução da Beatriz era diferente, mais complexa e que o seu raciocínio mostrou ser o mais improvável (figura 28).

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

R: Na minha opinião a resposta da Beatriz foi a mais criativa porque não se limitou a contar, pensou um pouco e chegou à conclusão que se acrescentasse-se e no fim retirasse conseguia chegar ao resultado correcto de uma maneira diferente.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

O aluno que apresentou uma resposta mais criativa foi a Beatriz, porque resolveu de uma maneira diferente, não usada muitas vezes, uma maneira mais complexa.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Dos três alunos o que apresentou uma resposta mais criativa foi a Beatriz. Porque ela teve o raciocínio mais improvável.

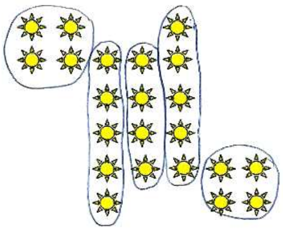
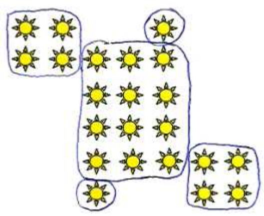
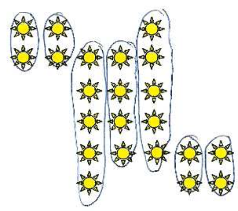
Fig. 28 – Exemplos de respostas apresentadas pelos alunos na sexta pergunta do Questionário Final

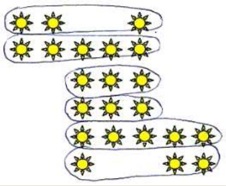
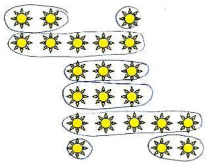
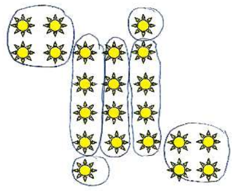
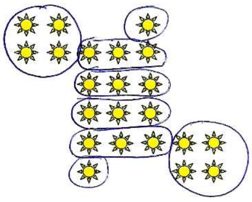
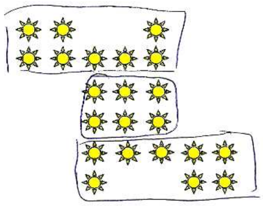
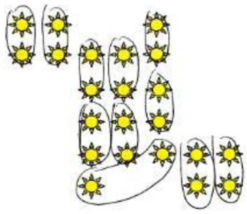
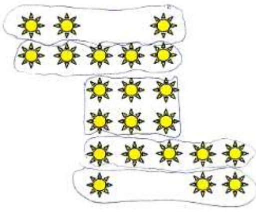
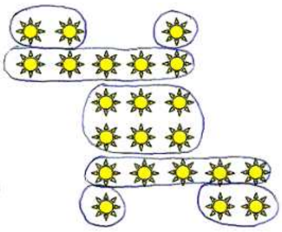
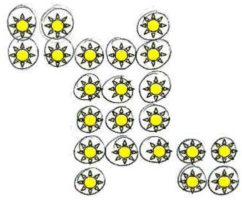
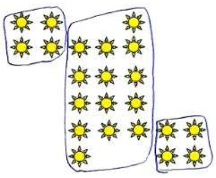
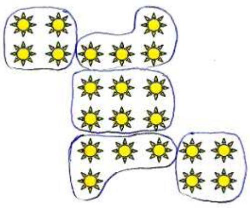
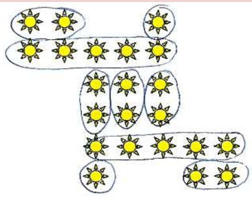
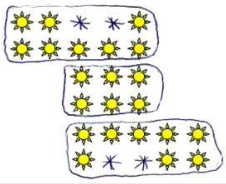
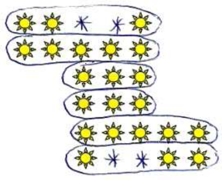
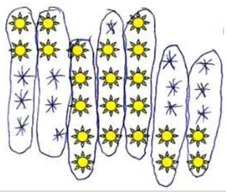
Apenas o Manuel continuou a considerar a resolução do João como sendo a mais criativa, por ser mais simples.

A criatividade dos alunos foi medida através de três dimensões, de acordo com Silver (1997) e Conway (1999): fluência, flexibilidade e originalidade. Estes autores sugeriram que a fluência pode ser medida pelo número de respostas corretas, soluções, obtidas pelos alunos para a mesma questão num processo que Silver (1997) descreveu como “multiple solution task”. A flexibilidade pode ser medida através do número de soluções de diferentes categorias que o aluno consegue produzir. A originalidade pode ser medida analisando o número de respostas nas categorias identificadas como sendo originais (menos frequentes), por comparação com a percentagem de estudantes do mesmo grupo que poderiam produzir a mesma solução. Neste estudo, analisou-se as soluções globalmente: as mais comuns e as mais originais, de acordo com a frequência das respostas.

Assim, na análise das questões do Teste, escolheu-se seguir as ideias básicas de Conway (1999) e Silver (1997) sem atribuir uma pontuação a cada aluno mas fazendo uma análise global.

Na segunda questão do Teste (anexo 2), todos os alunos referiram que a figura era constituída por 22 sóis. Os diferentes modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentadas pelos alunos encontram-se compilados no quadro 16. Entre parênteses, indicam-se as frequências de cada resposta. Note-se que nem todos os alunos escreveram a expressão numérica correspondente à representação visual apresentada. Por exemplo, alguns escreveram $4\times3+5\times2$ em vez de $3\times4+2\times5$ para a primeira representação visual indicada no quadro seguinte. Registe-se, ainda, que a esmagadora maioria utilizou estratégias construtivas.

		
$3\times4+2\times5$ (25)	$2\times1+2\times4+1\times12$ (25)	$4\times2+1\times4+2\times5$ (25)

		
$4\times3+2\times5$ (25)	$2\times1+2\times2+2\times3+2\times5$ (20)	$2\times1+5\times4$ (20)
		
$2\times1+4\times3+2\times4$ (17)	$1\times6+2\times8$ (17)	11×2 (15)
		
$2\times3+2\times5+1\times6$ (15)	$2\times1+2\times2+2\times5+1\times6$ (15)	22×1 (8)
		
$2\times4+1\times14$ (5)	$4\times4+1\times6$ (5)	$2\times1+5\times2+2\times5$ (3)
		
$2\times10-4+1\times6$ (1)	$2\times3+4\times5-4$ (1)	$7\times5-13$ (1)

Quadro 16. Modos de contagem, respetivas expressões numéricas e frequência das respostas apresentadas pelos alunos na segunda questão do Teste (modalidade pré)

O número de diferentes modos de contagem apresentados pelos alunos nesta questão superou as expectativas da investigadora. Provavelmente, o facto de os alunos terem realizado previamente o Questionário Inicial e a pergunta 6 do mesmo apresentar uma situação com três diferentes modos de contagem e respetivas expressões numéricas influenciou as suas respostas a esta questão.

Saliente-se o facto de a maioria destas representações visuais apresentar simetria, formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×5, 2×3, 1×5, 1×3, 4×1, 4×3 e 2×1 e leitura horizontal. Apenas em alguns casos se verifica leitura vertical e representação geométrica hexagonal (não regular).

Na resolução da terceira questão, apenas quatro alunos indicaram um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica dada (figura 29). A representação indicada apresenta simetria e não é muito geométrica.

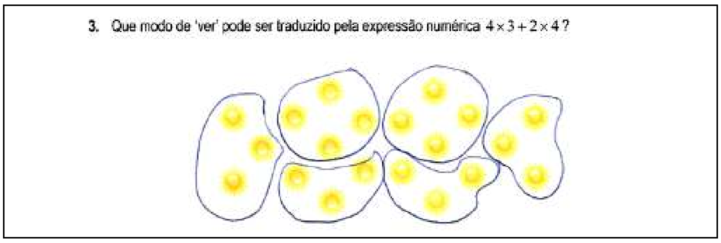


Fig. 29 – Resposta à terceira questão do Teste (modalidade pré) correspondente à expressão numérica $4\times3+2\times4$

Doze alunos apresentaram um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica $3\times4+4\times2$ (figura 30). Esta representação é muito geométrica e também apresenta simetria.

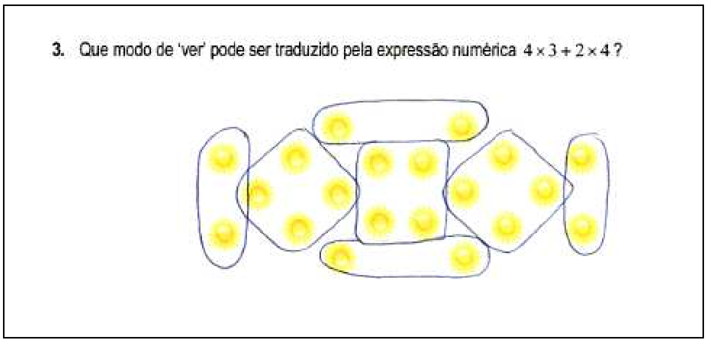


Fig. 30 – Resposta à terceira questão do Teste (modalidade pré) correspondente à expressão numérica $3\times4+4\times2$

Dois alunos indicaram um modo correspondente à expressão numérica $4\times3+4\times2$ (figura 31) e sete alunos apresentaram modos de 'ver' que não correspondiam nem à expressão numérica do enunciado, nem a qualquer uma das expressões numéricas anteriormente referidas.

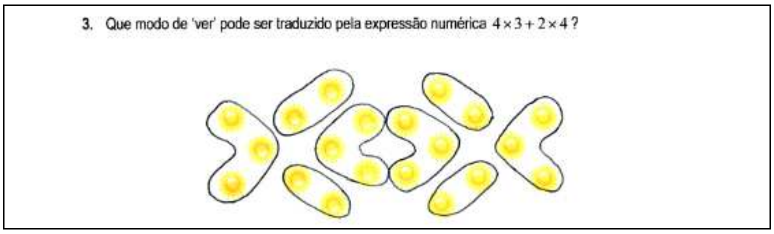


Fig. 31 – Resposta à terceira questão do Teste (modalidade pré) correspondente à expressão numérica $4\times3+4\times2$

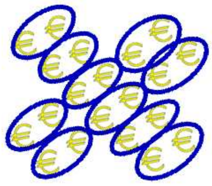
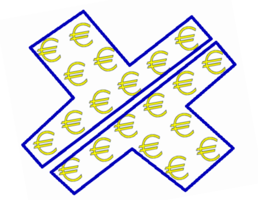
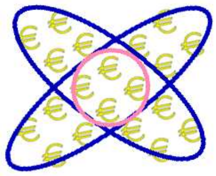
Esta representação visual é em forma de boomerang e também apresenta simetria.

Analise-se, agora, globalmente, o desempenho dos alunos em relação às tarefas que se propuseram ao longo da abordagem didática.

As duas primeiras tarefas propostas envolvem, por um lado, a exploração de diferentes modos de contagem de símbolos que compõem um dado arranjo visual e a escrita das respetivas expressões numéricas e, por outro, a descoberta de um modo de 'ver', dado um arranjo visual e uma determinada expressão numérica.

Na resolução da primeira questão da Tarefa 1 (anexo 3), esperava-se que os alunos respondessem que a figura era constituída por 20 símbolos do euro, que apresentassem pelo menos alguns dos modos de contagem e respetivas expressões numéricas indicadas no quadro 17 e que concluíssem que o número total de símbolos se mantinha, independentemente dos modos de contagem e expressões numéricas respetivas que indicassem. Supunha-se que os alunos analisassem as figuras de diferentes modos: utilizando estratégias de generalização construtiva (Rivera & Becker, 2008), estratégias que envolvessem processos simétricos de contagem (Rivera, 2007) e estratégias de generalização do tipo desconstrutivo (Rivera & Becker, 2008).

Algumas das respostas esperadas encontram-se ilustradas no quadro seguinte.

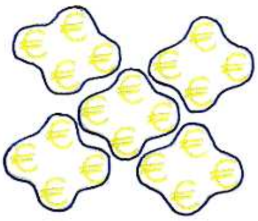
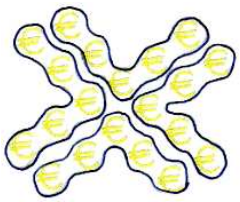
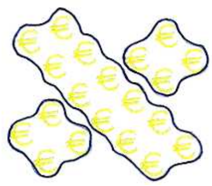
		
5×4	10×2	$12+2\times4$
		
$2\times6+2\times4$	2×10	$2\times12-1\times4$

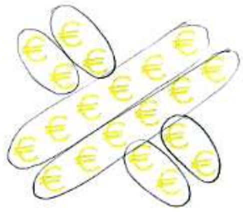
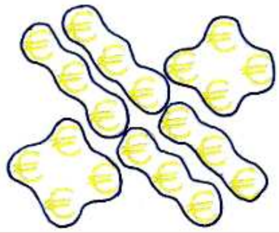
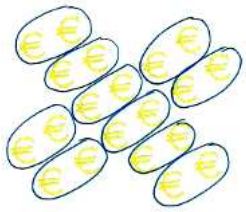
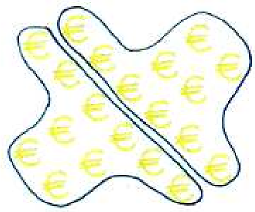
Quadro 17. Algumas respostas esperadas à questão 1 da Tarefa 1

No quadro não se inclui o caso em que o aluno conta elemento a elemento (20×1), o menos interessante.

Era expectável que os alunos escrevessem expressões tais como 5×4 e 4×5; 10×2 e 2×10 e $2\times6+2\times4$ e $6\times2+4\times2$ para representar a mesma situação. Seria uma oportunidade para esclarecer que, apesar de representarem o mesmo número, os pares de expressões numéricas referem-se a representações visuais diferentes: cinco conjuntos de quatro elementos são uma representação visual diferente de quatro conjuntos de cinco elementos. O mesmo se verifica para os outros dois exemplos acima mencionados.

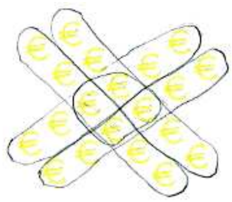
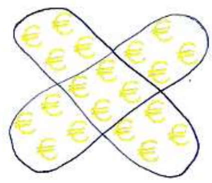
Tal como se esperava, todos os alunos afirmaram que a figura dada era constituída por 20 símbolos. Os modos de contagem mais frequentes, as respetivas expressões numéricas e número de ocorrências apresentam-se no quadro 18. A maioria das representações visuais constantes no referido quadro é geométrica e apresenta simetria.

		
5×4 (12)	4×5 (11)	$12+2\times4$ (11)

		
$2\times6+2\times4$ (11)	$2\times6+4\times2$ (8)	$4\times3+2\times4$ (8)
		
10×2 (6)	2×10 (5)	20×1 (5)

Quadro 18. Respostas mais frequentes à questão 1 da Tarefa 1 e respetiva frequência

As respostas menos frequentes (mais originais) apresentam-se no quadro 19.

	
$4\times6-4$ (1)	$2\times12-4$ (1)

Quadro 19. Respostas menos frequentes à questão 1 da Tarefa 1 e respetiva frequência

A figura seguinte ilustra algumas produções de um dos grupos de alunos na exploração desta questão da tarefa.

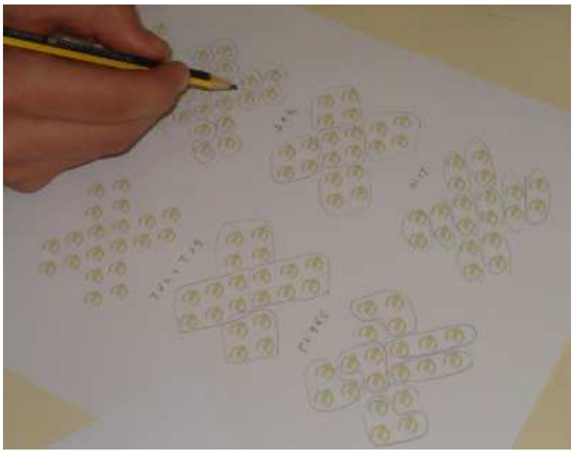
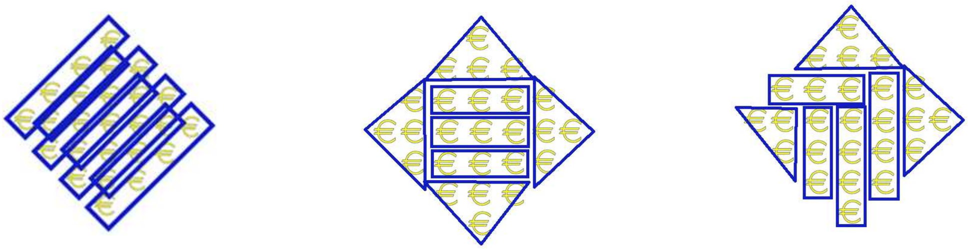


Fig. 32 – Registo fotográfico da exploração da questão 1 da Tarefa 1 por parte de um grupo de alunos

Os alunos analisaram as figuras de diferentes modos, conforme esperado. Por um lado, identificaram conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formam a figura inicial – generalização construtiva (Rivera & Becker, 2008). Por outro lado, observaram conjuntos de símbolos que se sobrepunham subtraindo, posteriormente, os elementos que haviam sido contados mais do que uma vez – generalização do tipo desconstrutivo (Rivera & Becker, 2008). Também se verificou, por parte de alguns grupos, uma estratégia de contagem que envolveu um processo simétrico de contagem (Rivera, 2007). Identificaram simetria nas figuras apresentadas, procederam à contagem dos símbolos que constituíam cada uma dessas partes e, recorrendo à multiplicação, determinaram o número total de símbolos que compunham a figura original.

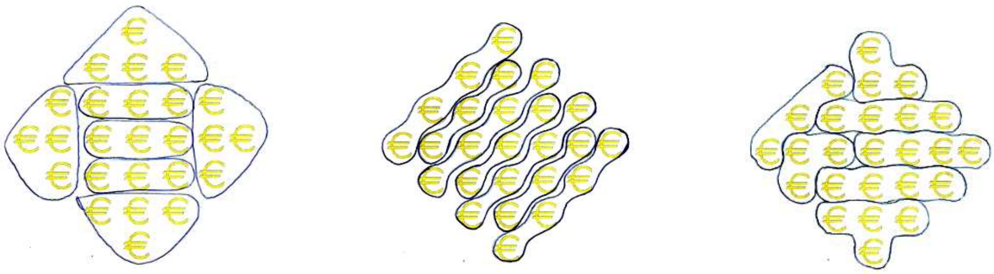
Tal como se esperava, na apresentação/discussão dos diferentes modos de contagem foi possível verificar que a diferença entre as expressões 5×4 e 4×5; 10×2 e 2×10 e $2\times6+2\times4$ e $2\times6+4\times2$ não era clara para grande parte dos alunos. Aqueles para quem esta diferença era evidente tiveram oportunidade de explicar aos restantes colegas que, embora o número total de elementos seja vinte, cinco grupos de quatro elementos corresponde a uma representação diferente de quatro grupos de cinco elementos; dez conjuntos de dois elementos não são a mesma representação que dois grupos de dez elementos e assim sucessivamente. Esta última parte da aula revelou ser bastante frutífera.

Os principais modos de *ver* que se esperavam como resposta à primeira parte da segunda questão encontram-se registados no quadro seguinte.



Quadro 20. Algumas respostas esperadas à primeira parte da questão 2 da Tarefa 1

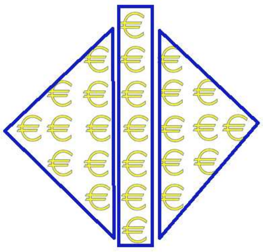
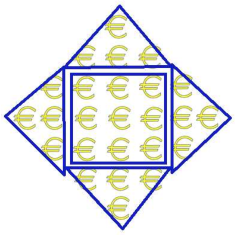
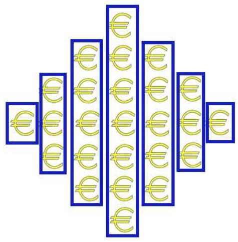
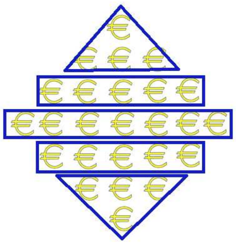
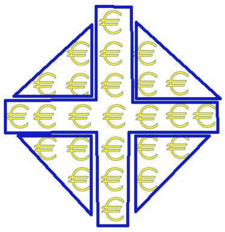
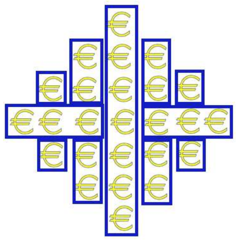
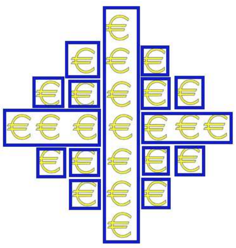
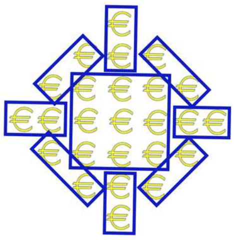
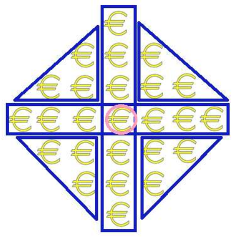
Os modos de *ver* apresentados pelos grupos e a respetiva frequência alistam-se no quadro 21. Duas das representações apresentam simetria e, numa delas, é possível observar uma leitura oblíqua.



6	3	3

Quadro 21. Respostas à primeira parte da questão 2 da Tarefa 1 e respetiva frequência

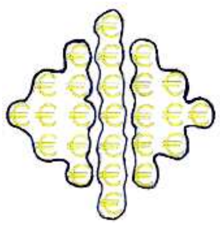
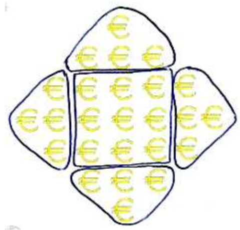
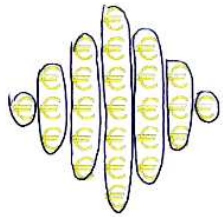
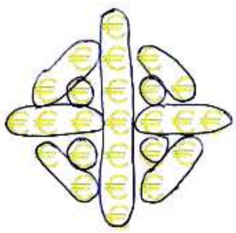
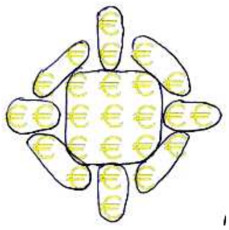
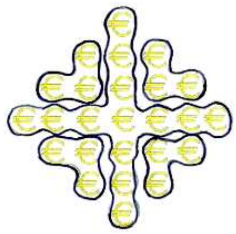
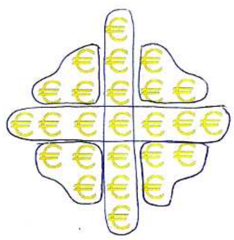
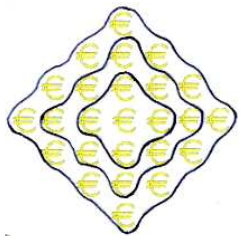
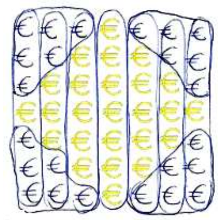
Relativamente à descoberta de outros modos de *ver*, algumas das respostas esperadas apresentam-se no quadro seguinte.

		
$2\times9+7$	$4\times4+9$	$2\times1+2\times3+2\times5+7$
		
$2\times4+2\times5+7$	$4\times3+13$	$7+2\times3+4\times2+4\times1$
		
$7+2\times3+12\times1$	$8\times2+9$	$2\times7+4\times3-1$

Quadro 22. Algumas respostas esperadas à segunda parte da questão 2 da Tarefa 1

A compilação das diferentes respostas apresentadas pelos doze grupos de alunos e as respetivas frequências apresentam-se no quadro 23.

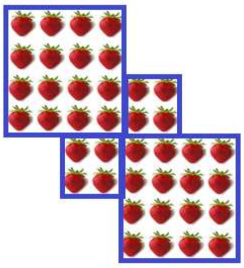
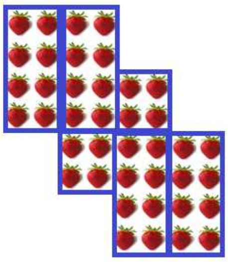
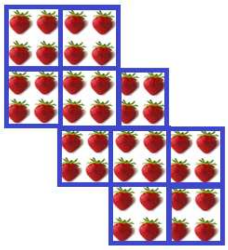
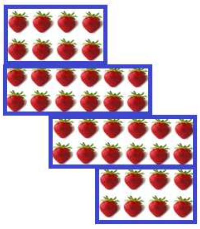
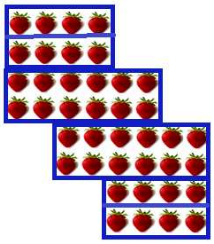
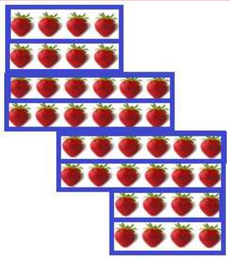
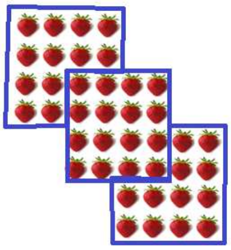
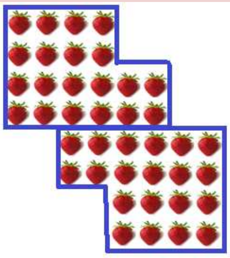
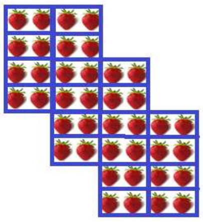
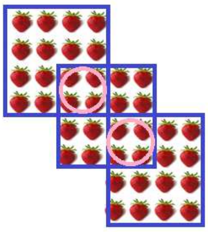
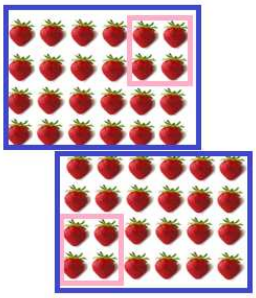
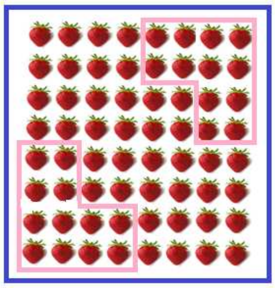
Tal como na primeira questão, verificou-se um maior número de respostas onde se identificaram conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial. No entanto, verificou-se um ligeiro aumento no número de respostas onde havia sobreposição de símbolos e posterior subtração de elementos contados mais do que uma vez. Um dos grupos desenhou símbolos na figura dada de modo a obter um quadrado e facilitar, assim, a contagem do número total de elementos, procedendo, posteriormente, à subtração do número de símbolos acrescentados.

		
$2\times9+7$ (12)	$4\times4+9$ (12)	$2\times1+2\times3+2\times5+7$ (12)
		
$7+2\times3+4\times2+4\times1$ (8)	$8\times2+9$ (6)	$4\times3+13$ (6)
		
$2\times7+4\times3-1$ (3)	$5+8+12$ (2)	$7\times7-4\times6$ (1)

Quadro 23. Respostas à segunda parte da questão 2 da Tarefa 1 e respetiva frequência

Sublinhe-se, mais uma vez, a existência de simetria na maioria das configurações visuais apresentadas.

Na resolução da primeira questão da Tarefa 2 (anexo 5), esperava-se que os alunos respondessem que a figura era constituída por 40 morangos e que apresentassem, pelo menos, alguns dos modos de contagem e respetivas expressões numéricas indicadas no quadro seguinte.

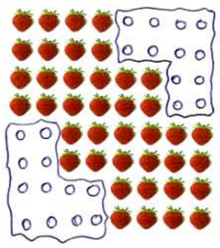
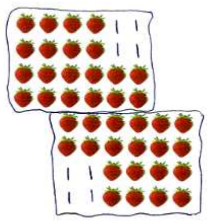
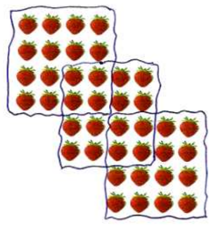
		
$2\times16+2\times4$	$4\times8+2\times4$	10×4
		
$2\times8+2\times12$	$4\times4+2\times12$	$4\times4+4\times6$
		
$2\times12+16$	2×20	20×2
		
$3\times16-2\times4$	$2\times(6\times4-4)$	$64-2\times12$

Quadro 24. Algumas respostas esperadas à questão 1 da Tarefa 2

No quadro, não se inclui o caso em que o aluno conta elemento a elemento (40×1), estratégia que, neste nível de escolaridade, não se justifica.

Tendo em conta que esta tarefa era muito semelhante à primeira, apesar de o arranjo visual ser diferente, era expectável que se verificasse um aumento na fluência.

Tal como se esperava, todos os alunos afirmaram que a figura tinha 40 morangos. Os modos de contagem menos frequentes, as respetivas expressões numéricas e número de ocorrências apresentam-se no quadro seguinte.

		
$8\times8-2\times12$ (2)	$2\times(6\times4-4)$ (2)	$3\times16-8$ (1)

Quadro 25. Respostas menos frequentes à questão 1 da Tarefa 2 e respetiva frequência

Verificou-se um ligeiro aumento no número de respostas com preenchimento de espaços e posterior subtração dos elementos acrescentados de modo a facilitar a contagem.

A figura seguinte ilustra algumas produções de um dos grupos de alunos na exploração desta questão da tarefa.

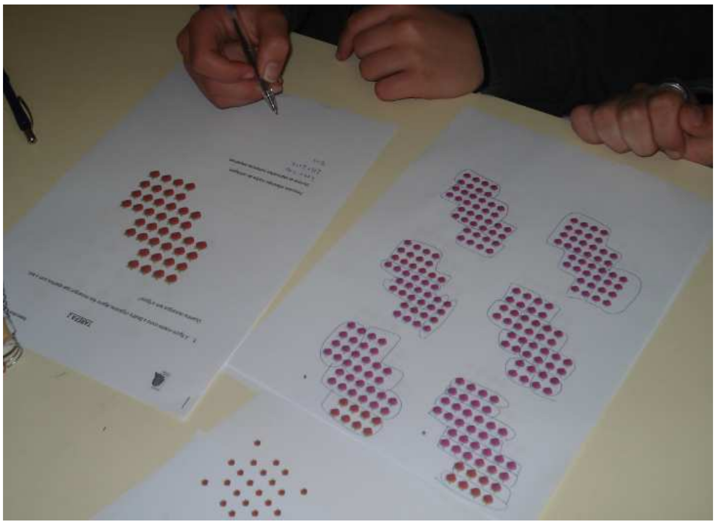
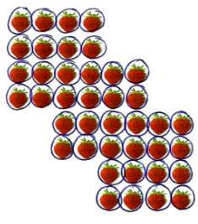
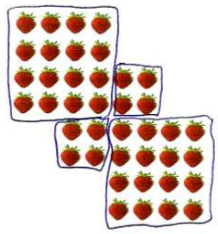
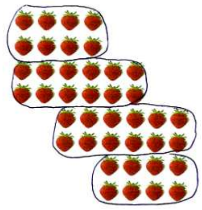
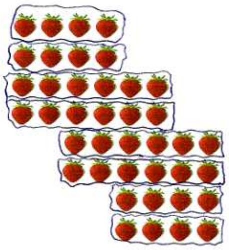
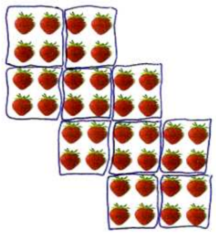
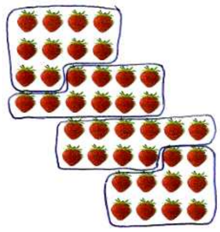
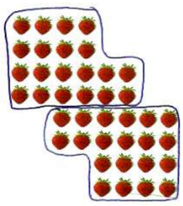
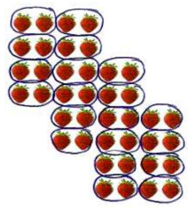
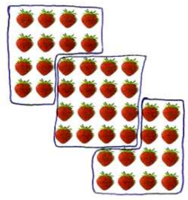
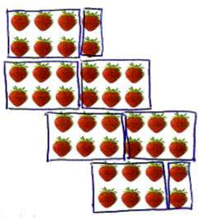
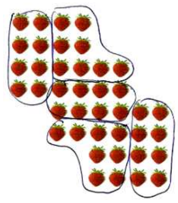
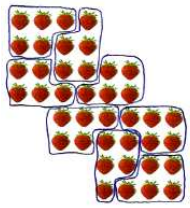
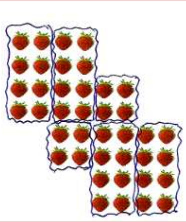
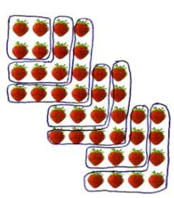
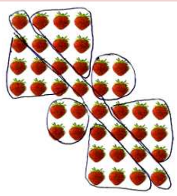


Fig. 33 – Registo fotográfico da exploração da questão 1 da Tarefa 2 por parte de um grupo de alunos

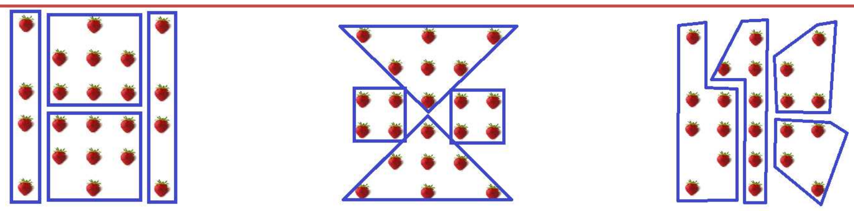
Os modos de contagem mais frequentes, as respetivas expressões numéricas e número de ocorrências apresentam-se no quadro seguinte.

		
40×1 (12)	$2\times16+2\times4$ (12)	$2\times8+2\times12$ (12)
		
$4\times4+4\times6$ (12)	10×4 (12)	4×10 (12)
		
2×20 (12)	20×2 (12)	$2\times12+16$ (11)
		
$6\times6+2\times2$ (10)	5×8 (8)	8×5 (8)
		
$4\times8+2\times4$ (6)	$3\times(5+7)+4$ (4)	$8+2\times4+4\times6$ (3)

Quadro 26. Respostas mais frequentes à questão 1 da Tarefa 2 e respetiva frequência

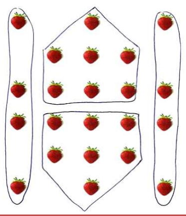
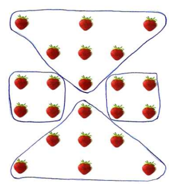
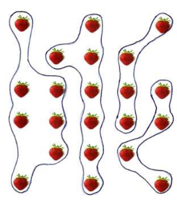
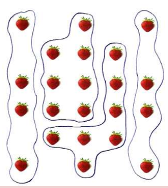
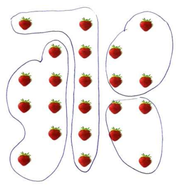
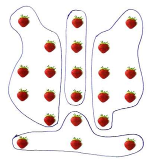
Foi notório o aumento da fluência, flexibilidade e originalidade nas respostas apresentadas pelos diferentes grupos a esta questão, comparativamente à questão homóloga da Tarefa 1. Nesta questão, os grupos de alunos apresentaram dezoito respostas diferentes, mais sete do que na questão homóloga da Tarefa 1. Em termos de flexibilidade, verificou-se que, nesta questão, os grupos indicaram duas categorias diferentes de resolução. O aumento da originalidade tornou-se visível através da existência de um maior número de respostas apresentadas por um menor número de alunos. A apresentação e discussão, em grande grupo, das diferentes respostas às questões colocadas na primeira tarefa poderão justificar a variação da fluência, flexibilidade e originalidade.

Na primeira parte da segunda questão desta tarefa, solicita-se um modo de *ver* que possa ser traduzido pela expressão numérica $2 \times 7 + 2 \times 4$. Os principais modos de *ver* que se esperavam como resposta a esta questão indicam-se no quadro seguinte.



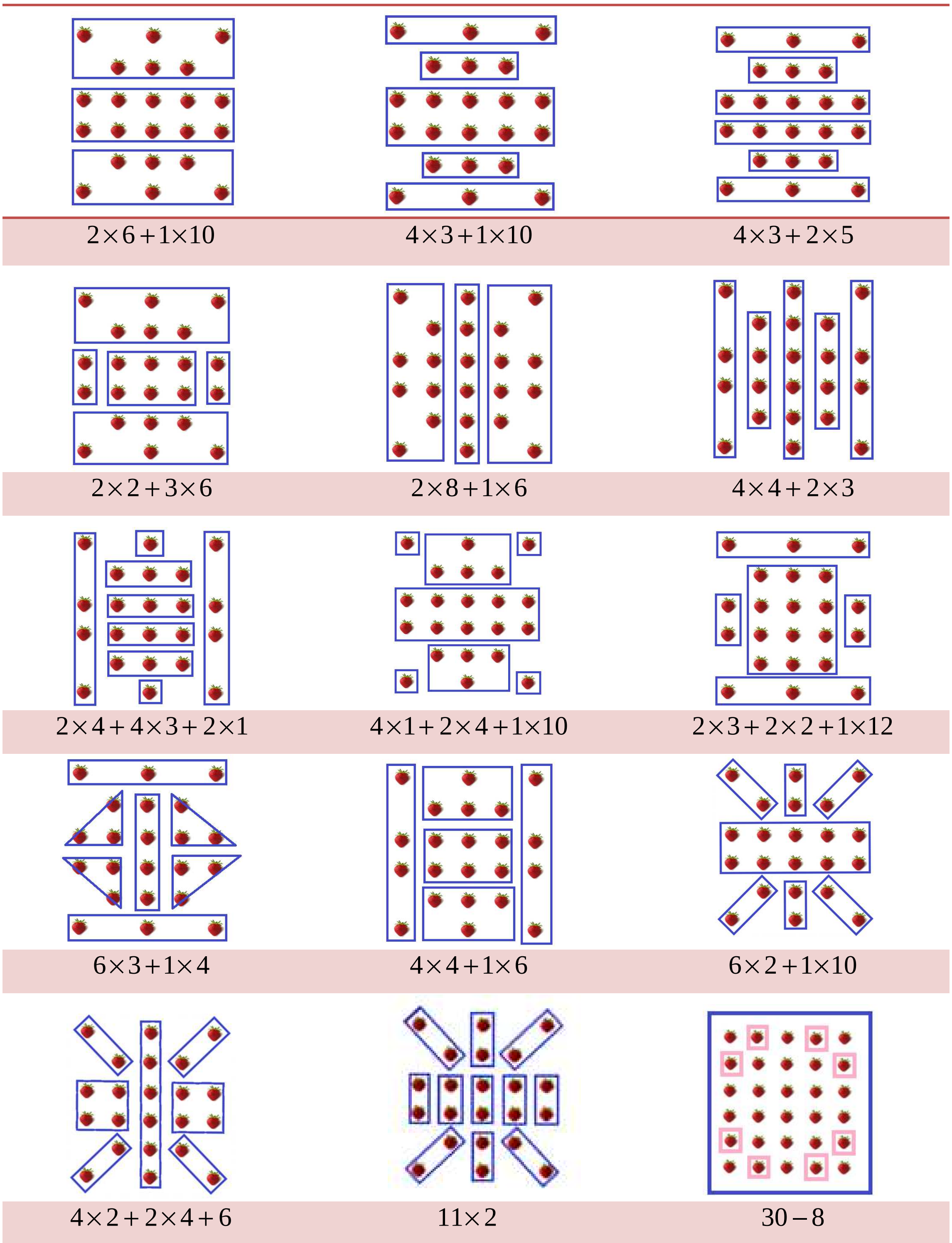
Quadro 27. Algumas respostas esperadas à primeira parte da questão 2 da Tarefa 2

Os modos de *ver* apresentados pelos alunos e a respetiva frequência encontram-se registados no quadro seguinte.

		
3	3	2
		
2	1	1

Quadro 28. Respostas à primeira parte da questão 2 da Tarefa 2 e respetiva frequência

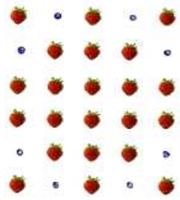
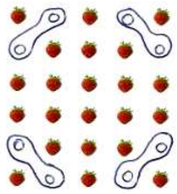
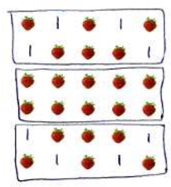
A segunda parte desta mesma questão solicita a descoberta de outros modos de *ver*. A compilação de algumas das respostas esperadas encontra-se no quadro seguinte.



Quadro 29. Algumas respostas esperadas à segunda parte da questão 2 da Tarefa 2

No quadro não se incluiu o caso em que o aluno conta elemento a elemento (22×1), pelos motivos atrás invocados.

Era expectável que a estratégia de preenchimento de espaços e posterior subtração de símbolos repetidos fosse utilizada por um maior número de grupos de alunos, o que veio a verificar-se. O quadro seguinte corrobora esta afirmação.

		
$30-8$ (3)	$30-4\times2$ (3)	$2\times(10-4)+10$ (3)

Quadro 30. Respostas menos frequentes à segunda parte da questão 2 da Tarefa 2 e respetiva frequência

A figura seguinte ilustra algumas produções de grupos de alunos na exploração desta questão da tarefa.

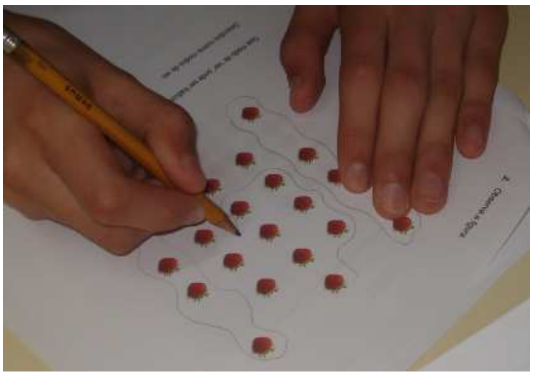
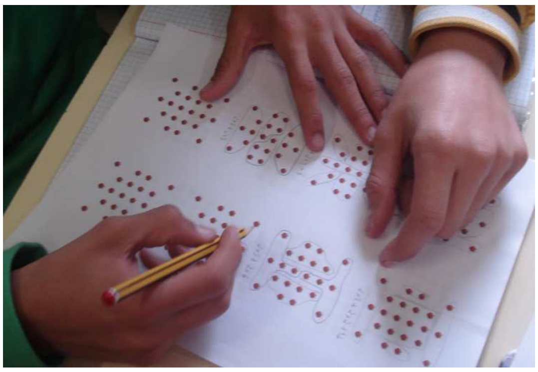
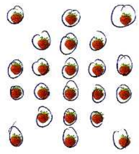
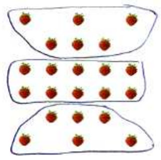
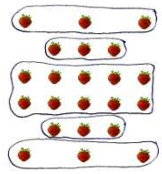
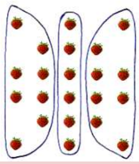
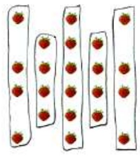
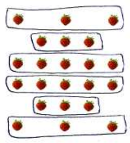
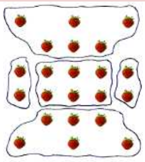
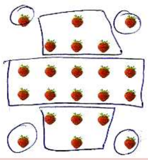
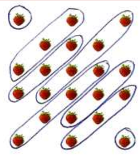
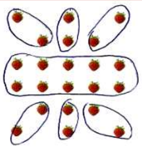
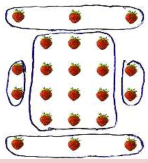
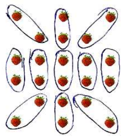
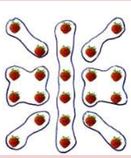
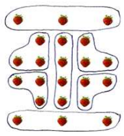
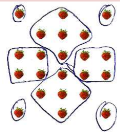
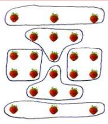
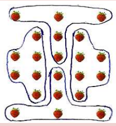
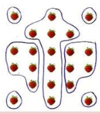
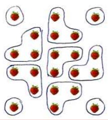



Fig. 34 – Registos fotográficos da exploração da questão 2 da Tarefa 2 por parte de dois grupos de alunos

No que diz respeito à fluência, esperava-se que os alunos apresentassem um maior número de modos de *ver*, comparativamente à questão homóloga da Tarefa 1, o que veio a verificar-se. Nesta questão, os alunos apresentaram vinte e duas respostas diferentes, mais treze do que na Tarefa 1. A compilação das respostas mais frequentemente apresentadas pelos doze grupos e as respetivas frequências encontram-se no quadro seguinte.

		
22×1 (12)	$2\times6+1\times10$ (12)	$4\times3+1\times10$ (12)
		
$2\times8+1\times6$ (12)	$4\times4+1\times6$ (12)	$4\times3+2\times5$ (12)
		
$2\times2+3\times6$ (10)	$4\times1+2\times4+1\times10$ (10)	$2\times1+4\times3+2\times4$ (9)
		
$6\times2+1\times10$ (9)	$2\times3+2\times2+1\times12$ (9)	11×2 (8)
		
$4\times2+2\times4+6$ (8)	$6\times3+1\times4$ (6)	$2\times5+2\times4+4\times1$ (6)
		
$4\times4+2\times3$ (5)	$2\times6+2\times5$ (5)	
		
$2\times5+4\times1+1\times8$ (4)	$6\times3+4\times1$ (4)	

Quadro 31. Respostas mais frequentes à segunda parte da questão 2 da Tarefa 2 e respetiva frequência

A maioria destas representações visuais apresenta um certo tipo de simetria, formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×5, 2×3, 1×5, 1×3, 4×3 e 6×1, quadrangulares, 2×2, e trapezoidais. Também é notória a existência de leitura horizontal, vertical, oblíqua e mista.

Na primeira questão da Tarefa 4 (anexo 8), todos os grupos de alunos responderam da forma que se esperava, desenhando corretamente a figura 4. Um exemplo de resposta a esta questão é apresentado na figura seguinte.

Fig. 35 – Exemplo de resposta à questão 1 da Tarefa 4

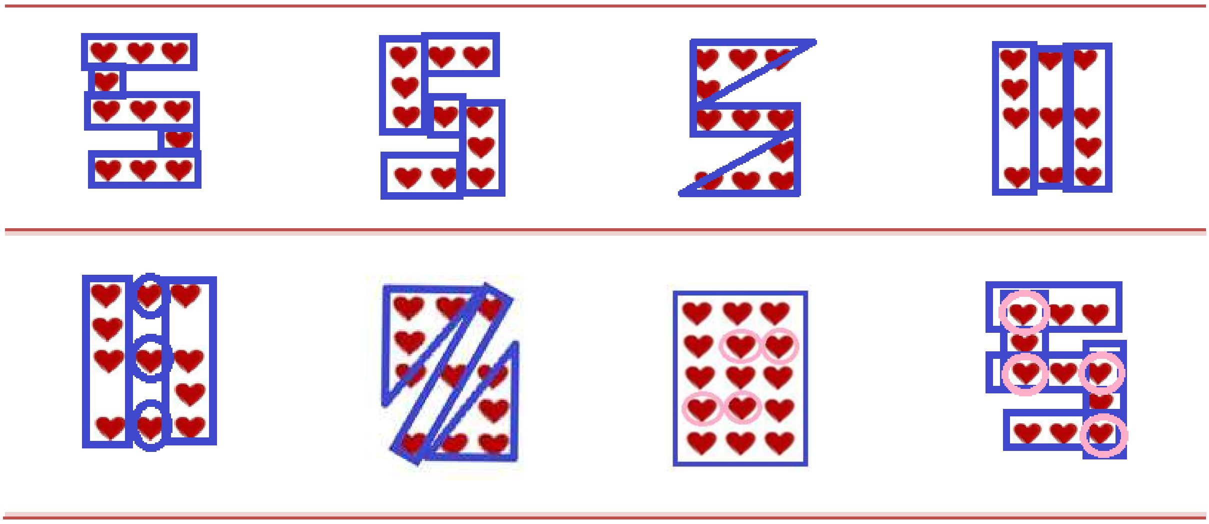
Na resposta à segunda questão, todos os grupos, ao descrever o padrão que viam, fizeram referência ao aumento de um coração em cada um dos cinco 'lados' da figura, conforme se evidencia na figura abaixo.

2. Descreve o padrão que vês.

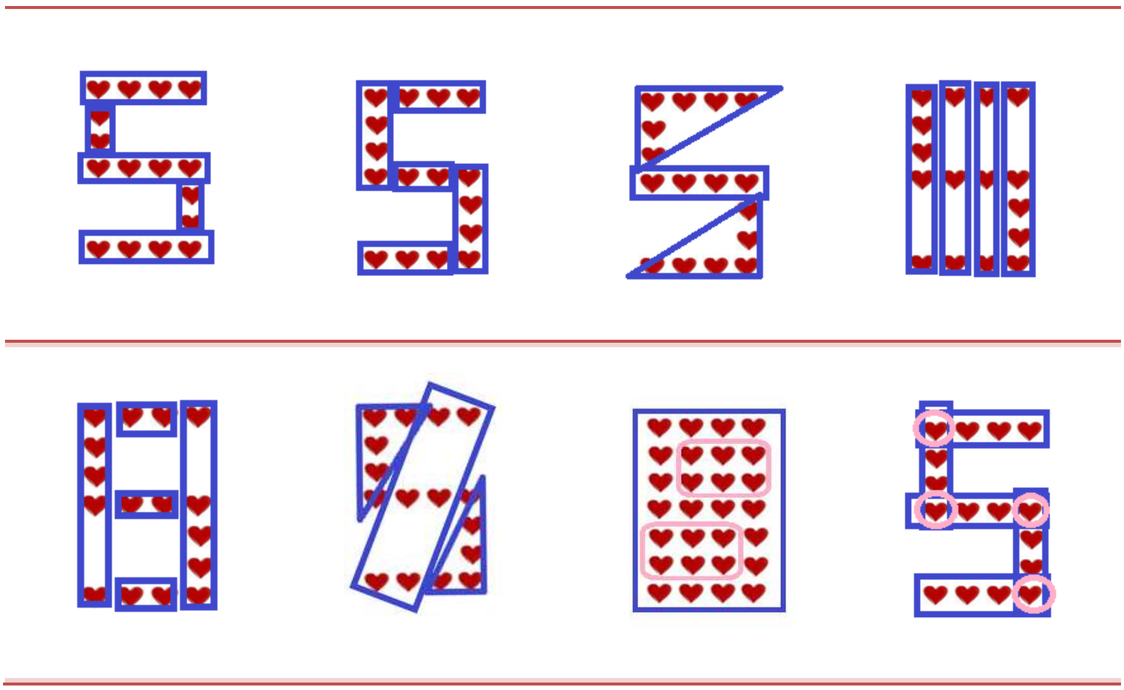
No padrão que vejo observo que segundo a sequência irá sem-pre acresentar-se um coração para cada lado.

Fig. 36 – Exemplo de resposta à questão 2 da Tarefa 4

Na resolução da terceira questão, esperava-se que os alunos apresentassem algumas das formas de *ver* que se encontram compiladas nos dois quadros seguintes.

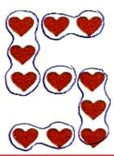
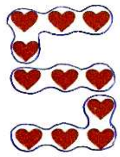
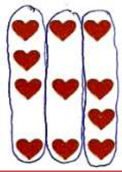
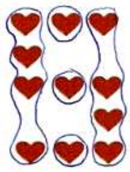
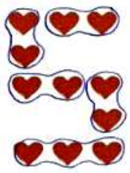
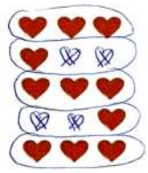
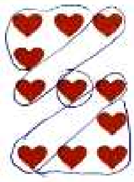
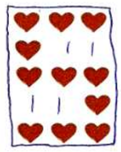
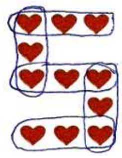


Quadro 32. Algumas das possíveis formas de ver a figura 2 da Tarefa 4

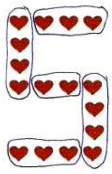
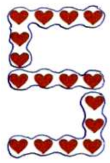
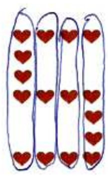
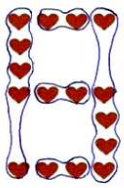
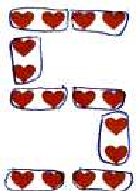
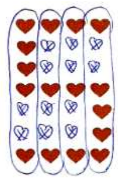
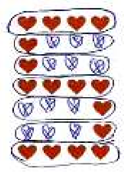
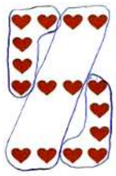
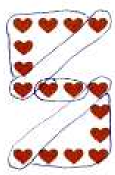
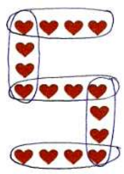


Quadro 33. Algumas das possíveis formas de ver a figura 3 da Tarefa 4

As formas de *ver* as figuras 2 e 3 que os alunos apresentaram na resolução desta questão e as respetivas frequências encontram-se compiladas nos quadros 34 e 35.

			
12	12	12	12
			
9	7	6	6
			
5	5	4	3

Quadro 34. Diferentes formas de ver a figura 2 da Tarefa 4 apresentadas pelos alunos e respetivas frequências

			
12	12	12	12
			
9	7	6	6
			
5	5	4	3

Quadro 35. Diferentes formas de ver a figura 3 da Tarefa 4 apresentadas pelos alunos e respetivas frequências

A maioria destas configurações visuais apresenta um certo tipo de simetria, formas geométricas sobretudo retangulares (propriamente ditas), 1×2, 1×3, 1×4 e 7×1, e leitura horizontal, vertical e mista.

A figura seguinte ilustra a exploração desta Tarefa por parte de um dos grupos de alunos.

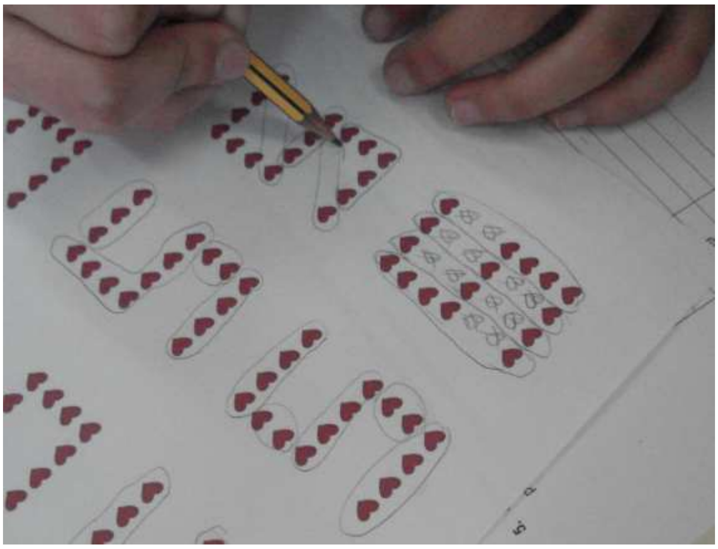
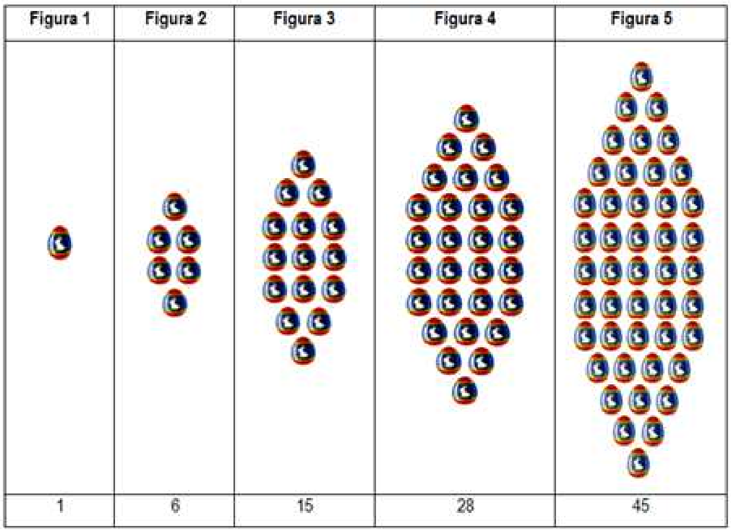


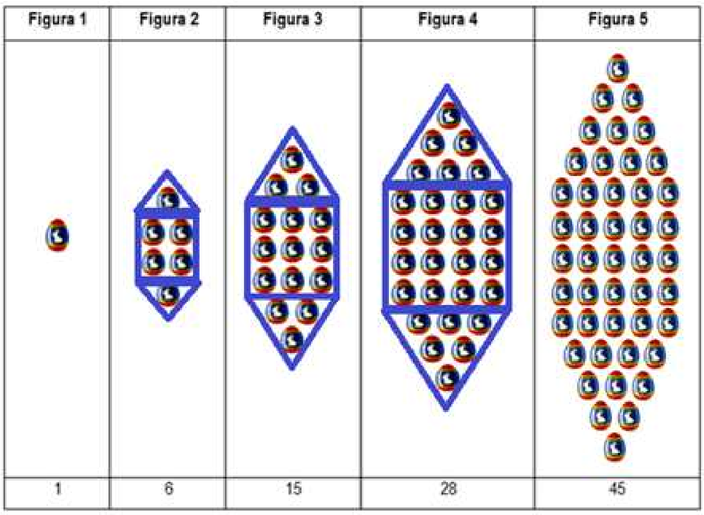
Fig. 37 – Registo fotográfico da exploração da Tarefa 4 por parte de um grupo de alunos

Como resposta à primeira questão da Tarefa 5 (anexo 9), esperava-se que os alunos completassem a tabela conforme apresentado no quadro 36, o que veio a verificar-se em todos os grupos.



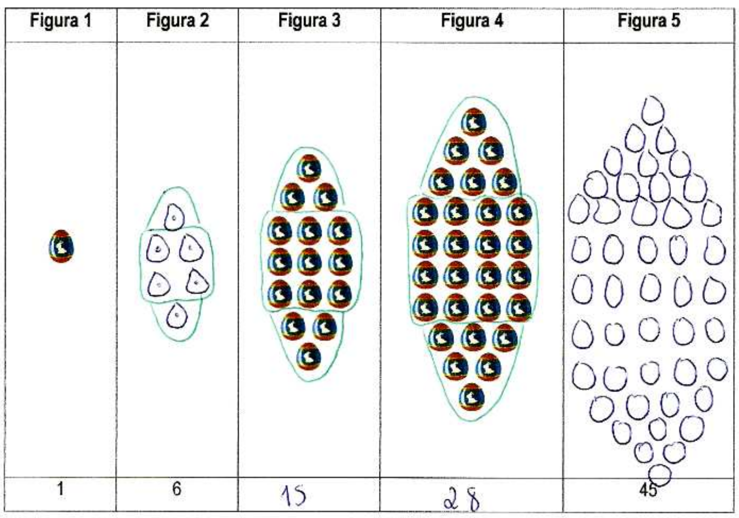
Quadro 36. Resposta esperada à questão 1 da Tarefa 5

Relativamente à segunda questão, uma das formas de *ver* as figuras 2, 3 e 4 que se esperava que os alunos apresentassem indica-se no quadro seguinte.

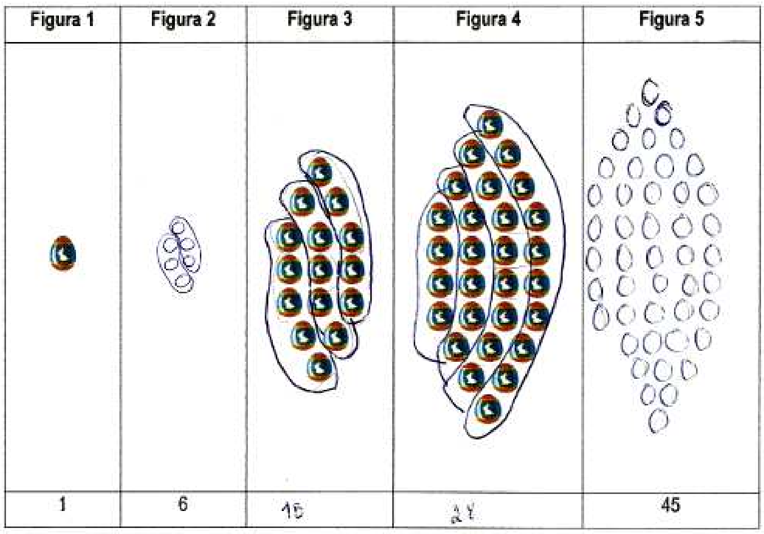


Quadro 37. Exemplo de resposta esperada à questão 2 da Tarefa 5

O que veio a verificar-se foi que os grupos apresentaram duas formas diferentes de *ver* as figuras 2, 3 e 4, as quais se encontram organizadas no quadro 38, bem como as respetivas frequências.



10



2

Quadro 38. Respostas apresentadas pelos alunos na questão 2 da Tarefa 5

A figura seguinte ilustra a exploração desta Tarefa por parte de um dos grupos de alunos.

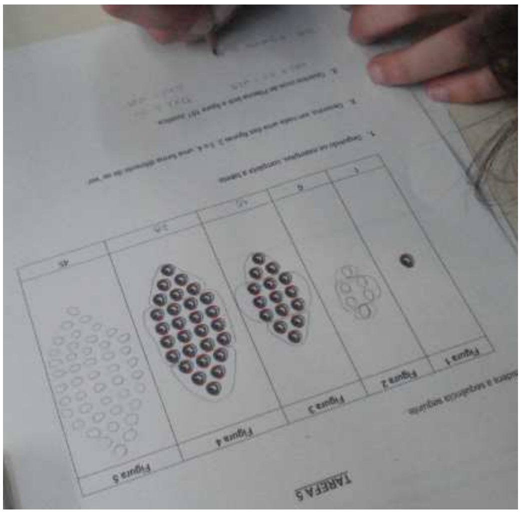
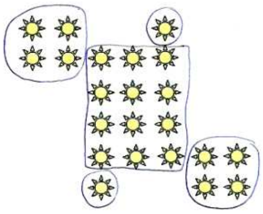
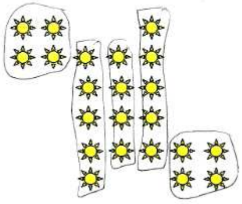
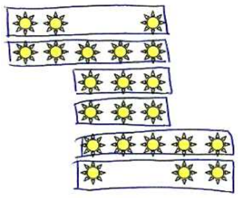
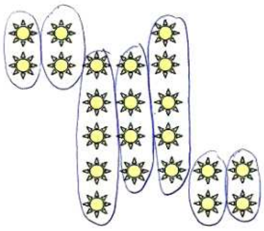
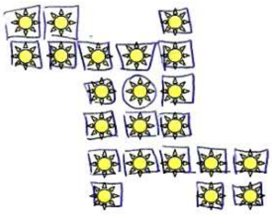
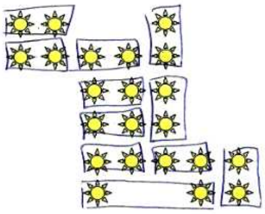
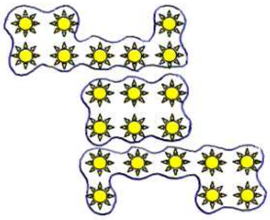
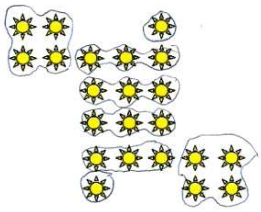
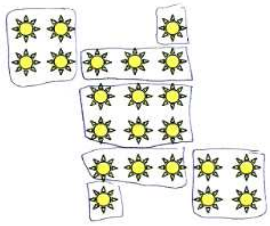
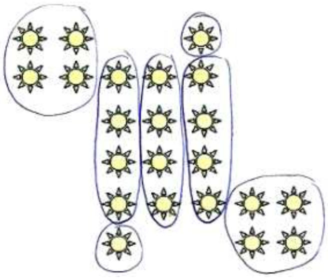
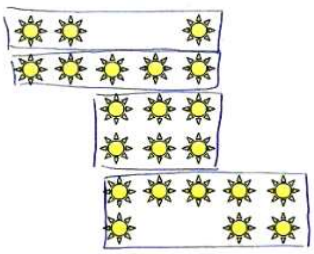
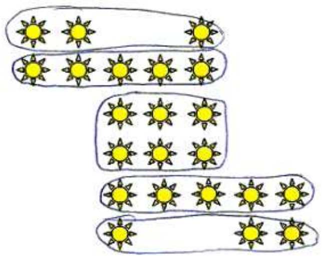
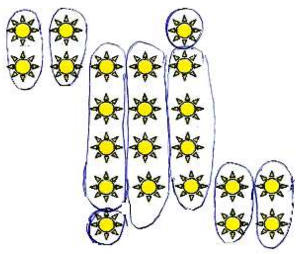
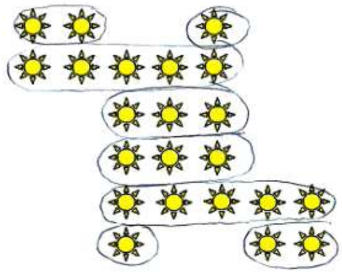
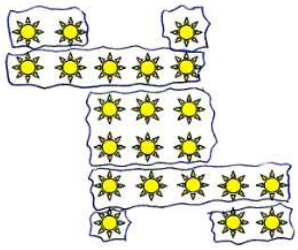
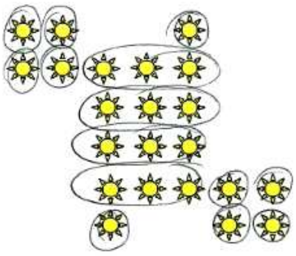
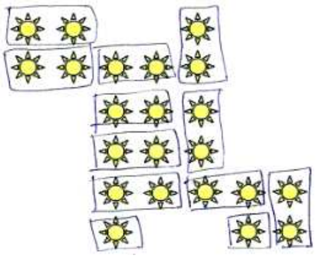
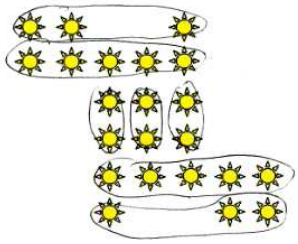
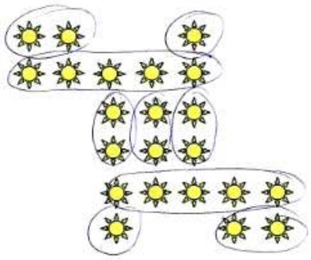
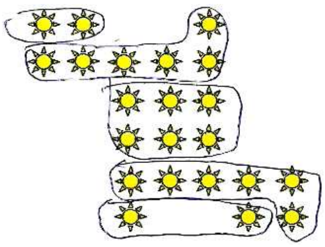
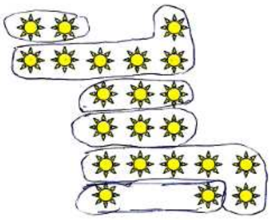
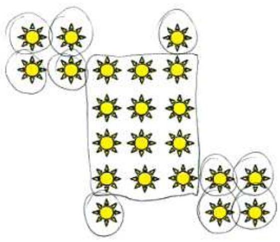
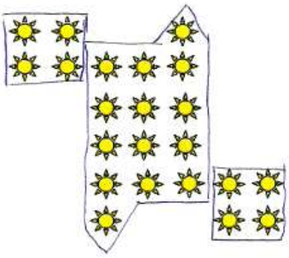
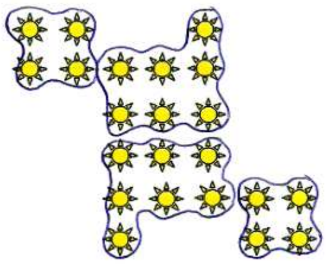


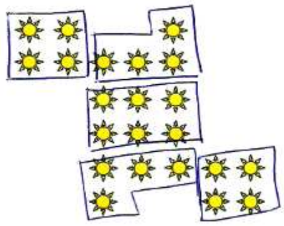
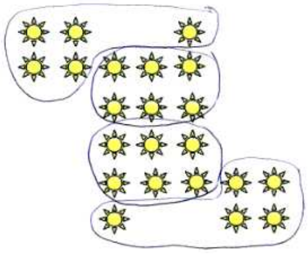
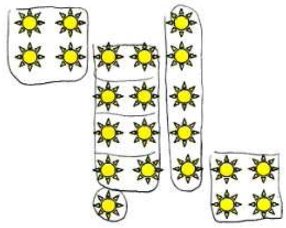
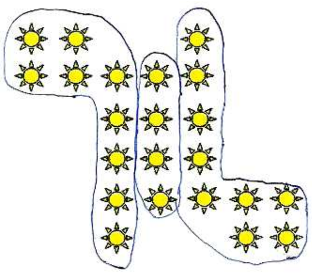
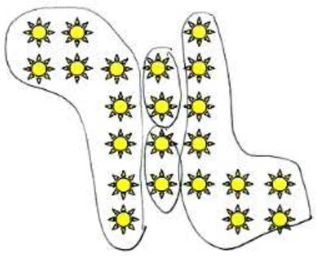
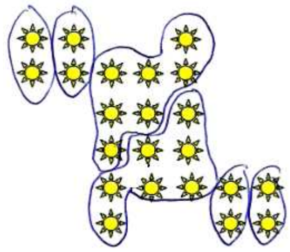
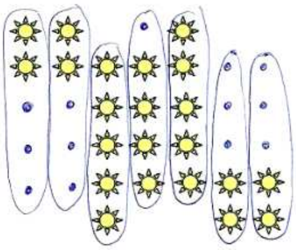
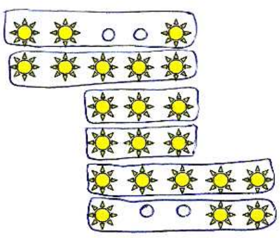
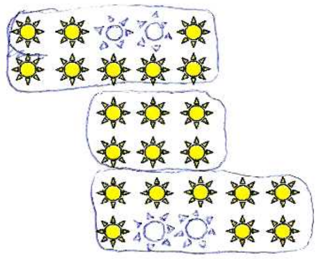
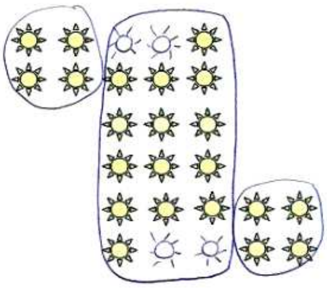
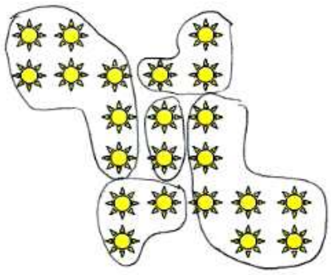
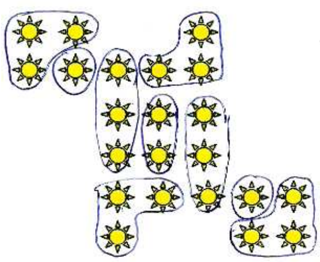
Fig. 38 – Registo fotográfico da exploração da Tarefa 5 por parte de um grupo de alunos

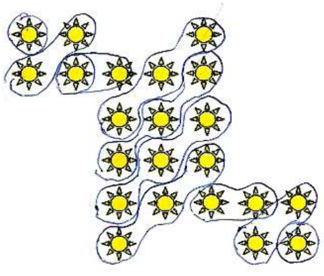
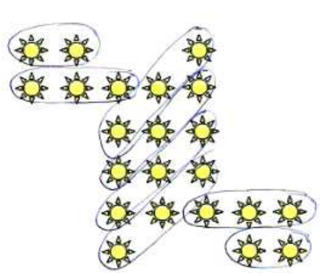
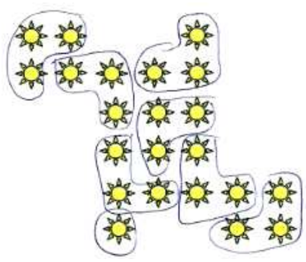
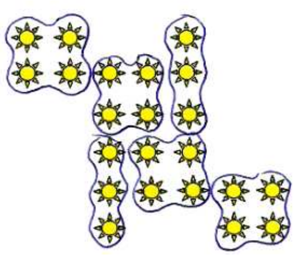
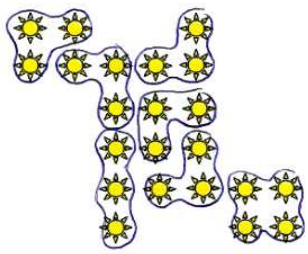
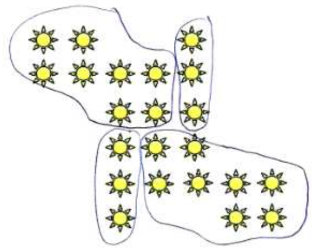
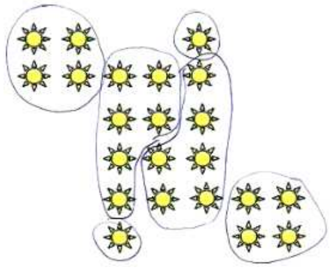
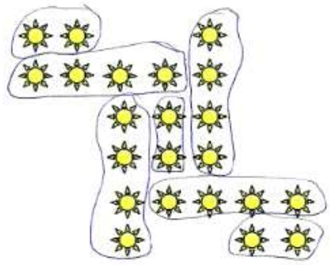
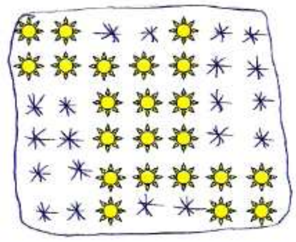
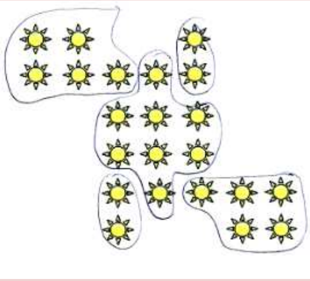
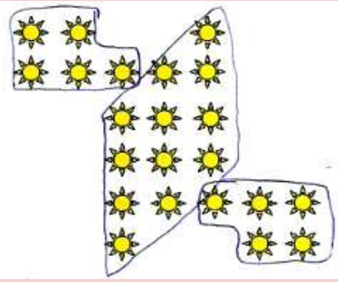
A análise das questões do Teste (anexo 2), na modalidade pós, foi feita exatamente da mesma forma que na modalidade pré, seguindo as ideias básicas de autores (Conway, 1999; Silver, 1997) sem atribuir uma pontuação a cada aluno mas fazendo uma análise global. Mediu-se a criatividade dos alunos através de três dimensões, de acordo com Silver (1997) e Conway (1999): fluência, flexibilidade e originalidade.

Na segunda questão do teste, todos os alunos referiram que a figura era constituída por 22 sóis. Os diferentes modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentadas pelos alunos encontram-se compilados no quadro 39. Entre parênteses, indicam-se as frequências de cada resposta.

		
$2\times4+2\times1+1\times12$ (25)	$3\times4+2\times5$ (25)	$4\times3+2\times5$ (25)
		
$4\times2+2\times5+1\times4$ (25)	22×1 (25)	11×2 (25)
		
$2\times8+1\times6$ (22)	$2\times1+2\times4+4\times3$ (21)	$2\times4+2\times3+2\times1+1\times6$ (20)
		
$5\times4+2\times1$ (20)	$1\times3+1\times5+1\times6+1\times8$ (20)	$2\times3+2\times5+1\times6$ (20)

		
$4\times2+3\times4+2\times1$ (20)	$2\times2+2\times5+2\times3+2\times1$ (20)	$2\times2+2\times5+1\times6+2\times1$ (19)
		
$4\times3+10\times1$ (18)	$10\times2+2\times1$ (17)	$2\times3+2\times5+3\times2$ (15)
		
$2\times5+5\times2+2\times1$ (15)	$3\times6+2\times2$ (15)	$2\times2+2\times6+2\times3$ (15)
		
$10\times1+1\times12$ (13)	$2\times4+1\times14$ (10)	$2\times4+2\times7$ (10)

		
$4\times4+1\times6$ (10)	$2\times5+2\times6$ (10)	$2\times4+4\times2+1\times5+1\times1$ (5)
		
$2\times9+1\times4$ (5)	$2\times9+2\times2$ (5)	$2\times7+4\times2$ (5)
		
$7\times5-13$ (5)	$4\times5-4+2\times3$ (5)	$2\times10-4+1\times6$ (5)
		
$2\times4+1\times18-4$ (5)	$2\times7+2\times3+1\times2$ (4)	$6\times3+1\times2+2\times1$ (4)

		
$4\times3+4\times2+2\times1$ (4)	$2\times2+6\times3$ (4)	$7\times3+1\times1$ (4)
		
$4\times4+2\times3$ (4)	$6\times3+1\times4$ (4)	$2\times8+2\times3$ (4)
		
$2\times4+2\times6+2\times1$ (4)	$4\times4+3\times2$ (3)	$42-20$ (3)
		
$2\times5+2\times2+1\times8$ (1)	$2\times5+1\times12$ (1)	

Quadro 39. Modos de contagem, respetivas expressões numéricas e frequência das respostas apresentadas pelos alunos na segunda questão do Teste (modalidade pós)

Genericamente, nota-se evolução na fluência e flexibilidade, sobretudo na fluência. Já na originalidade, verifica-se uma diminuição do número de respostas apresentadas por um menor número de alunos.

A maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 6×3, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, vertical e mista.

Na terceira questão, dezanove alunos indicaram um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica dada e seis apresentaram um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica $3\times4+4\times2$. Sublinhe-se que nenhum aluno apresentou um modo de 'ver' correspondente à expressão numérica $4\times3+4\times2$, ao contrário do que sucedeu com dois alunos na modalidade pré.

1.3. Raciocínio

As dificuldades dos alunos ao nível do raciocínio tornaram-se evidentes através da análise das respostas por eles apresentadas nas questões 1, 4, 5 e 6 do Teste (modalidade pré), sobretudo na quinta questão.

Em relação à primeira alínea da primeira questão, quinze dos vinte e cinco alunos da turma apresentaram o símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro; cinco alunos indicaram um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro e os restantes cinco indicaram um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro (figura 39).

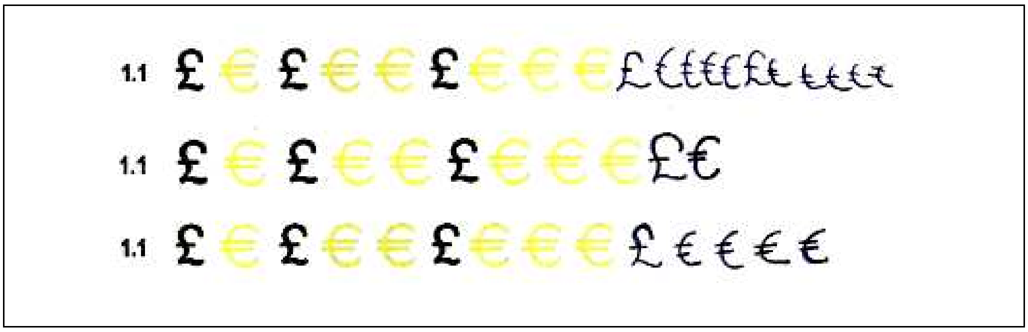


Fig. 39 – Algumas respostas apresentadas pelos alunos na primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Os alunos que indicaram um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro poderão ter compreendido que o pedido dos “dois termos seguintes” solicitava a apresentação dos dois símbolos que viriam imediatamente a seguir aos representados na sequência.

Relativamente à segunda alínea, vinte e um alunos desenharam corretamente os dois termos seguintes; um aluno desenhou apenas o quinto termo; dois alunos desenharam incorretamente os dois termos seguintes e um aluno deixou a questão por responder. Na última alínea, apenas oito alunos escreveram os termos 34 e 55 (respetivamente, a soma de 13 com 21 e de 21 com 34); seis não responderam à questão; dez responderam de uma forma incorreta e um aluno repetiu a sequência de números duas vezes, isto é, considerou um padrão de repetição de dimensão oito (figura 40).

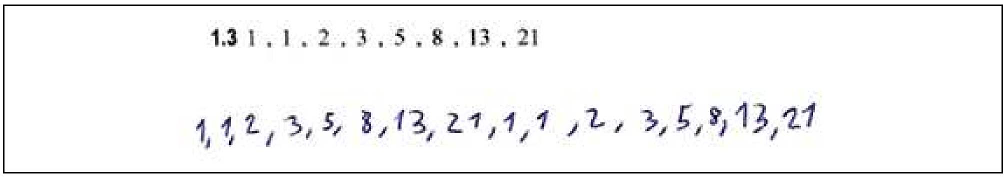


Fig. 40 – Resposta do Nuno à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

A primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré) mostrou ser de simples resolução. Todos os alunos indicaram os óculos como sendo o acessório que se seguia e, na justificação, afirmaram que esse era o acessório que aparecia sempre a seguir ao fato ou fato de neve. Na segunda alínea, verificou-se que cinco alunos não responderam e vinte alunos reconheceram que as luvas ocupavam posições correspondentes a múltiplos de 5. No entanto, destes vinte, apenas cinco alunos escreveram corretamente a expressão algébrica $5n$; os restantes quinze indicaram a expressão $n+5$. Na resolução da terceira alínea, todos os alunos responderam corretamente, fato ou fato de neve. Na explicação do raciocínio efetuado, foi possível verificar que alguns alunos raciocinaram recursivamente para chegar à conclusão que se tratava do fato de neve; outros basearam-se na resposta que deram na alínea anterior e no facto de 75 ser múltiplo de 5 para concluir que, na posição 76, teria que estar o objeto que se posiciona a seguir às luvas, ou seja, o fato de neve.

A quinta questão revelou ser a mais complexa, sobretudo as duas últimas alíneas, dado o elevado número de alunos que deixaram essas alíneas em branco.

Dos vinte e cinco alunos, dezanove desenharam corretamente o quarto robô (figura 41).

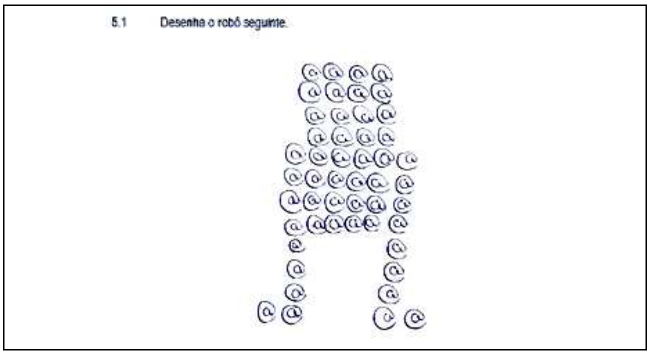


Fig. 41 – Exemplo de resposta correta à primeira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Na segunda alínea desta questão, oito alunos responderam 162, o número de arrobas que compõem o oitavo robô, mas apenas três apresentaram justificação; quinze responderam valores incorretos e dois alunos deixaram a questão em branco.

Como resposta à terceira alínea, apenas cinco alunos indicaram corretamente a expressão que permite calcular o número de arrobas do robô de ordem n. Nove alunos nem tentaram resolver a questão.

Na última alínea, apenas sete alunos responderam que o décimo robô é o que seria composto por 242 arrobas e quinze nem tentaram resolver. Dos sete que responderam corretamente, cinco basearam-se na expressão algébrica que escreveram na alínea anterior, substituindo n pelos valores 9 e 10 e concluindo que seria o décimo robô; os outros dois raciocinaram recursivamente (figura 42).

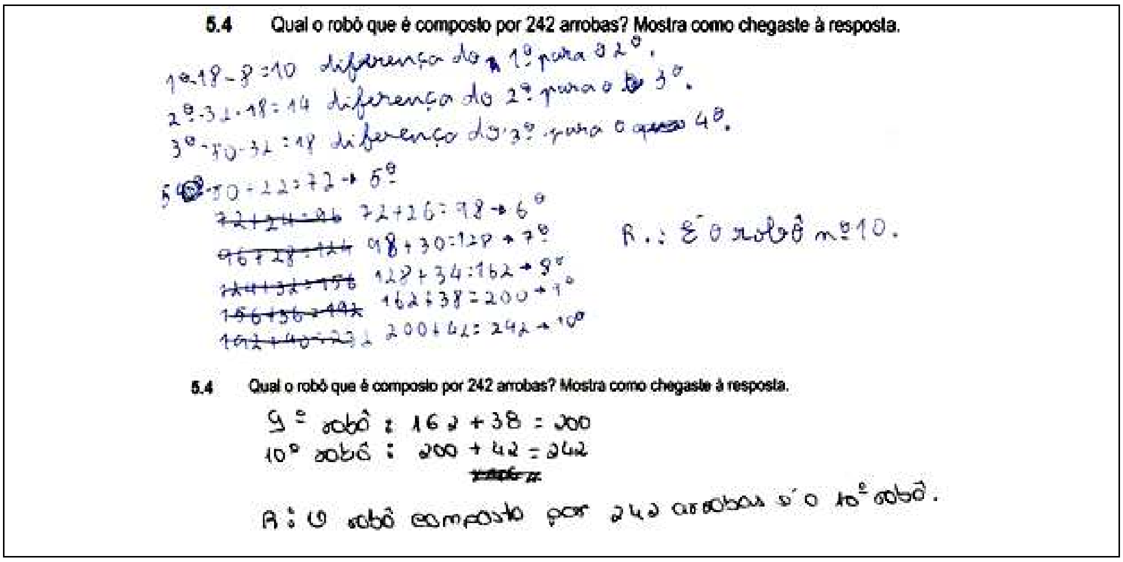


Fig. 42 – Respostas à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré) utilizando raciocínio recursivo

Na última questão, foi dada aos alunos a oportunidade de criar uma sequência de desenhos de acordo com algumas condições.

Verificou-se que dois alunos não inventaram qualquer desenho; sete inventaram desenhos que não obedeciam às condições do enunciado e dezasseis alunos inventaram quatro desenhos que obedeciam rigorosamente às condições do enunciado. Destes dezasseis, seis indicaram sete símbolos no desenho 1, dez símbolos no desenho 2, treze símbolos no desenho 3 e dezasseis símbolos no desenho 4, colocados de uma forma completamente aleatória. Tal estratégia indicia que terão substituído, na expressão algébrica $3n+4$, o valor de n por 1, 2, 3 e 4 e adequaram o número de símbolos ao respetivo resultado obtido. Os restantes dez alunos apresentaram desenhos onde eram visíveis duas componentes: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada, e outra componente com um número de elementos múltiplo de três, a saber, três elementos no desenho 1, seis no desenho 2, nove no desenho 3 e doze no desenho 4. Para ilustrar esta última situação, a figura seguinte apresenta a sequência de desenhos inventados pela Juliana, na questão 6.

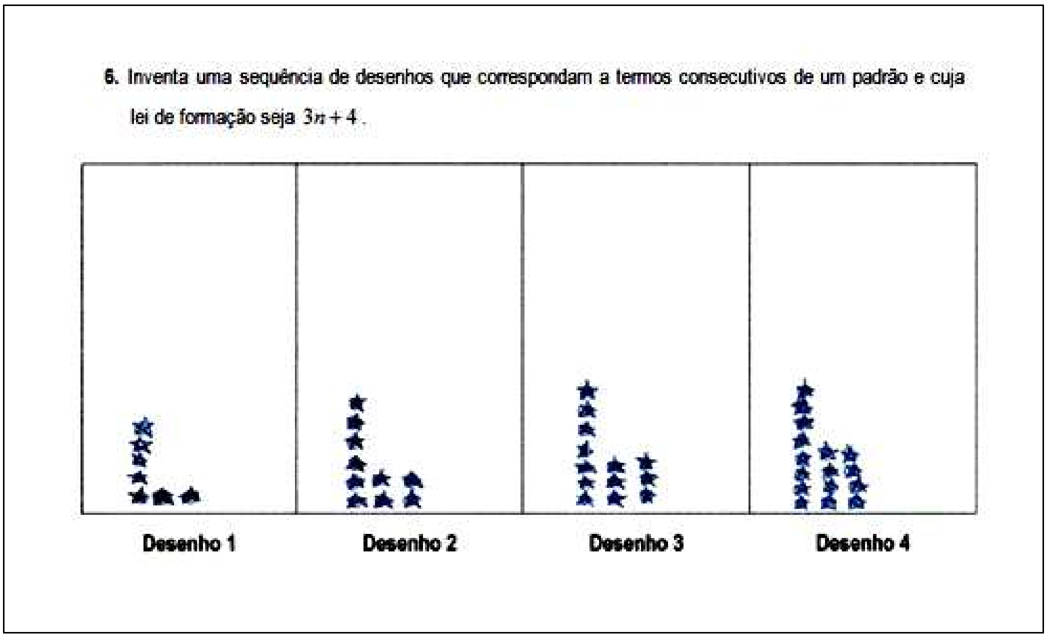


Fig. 43 – Resposta da Juliana à sexta questão do Teste (modalidade pré)

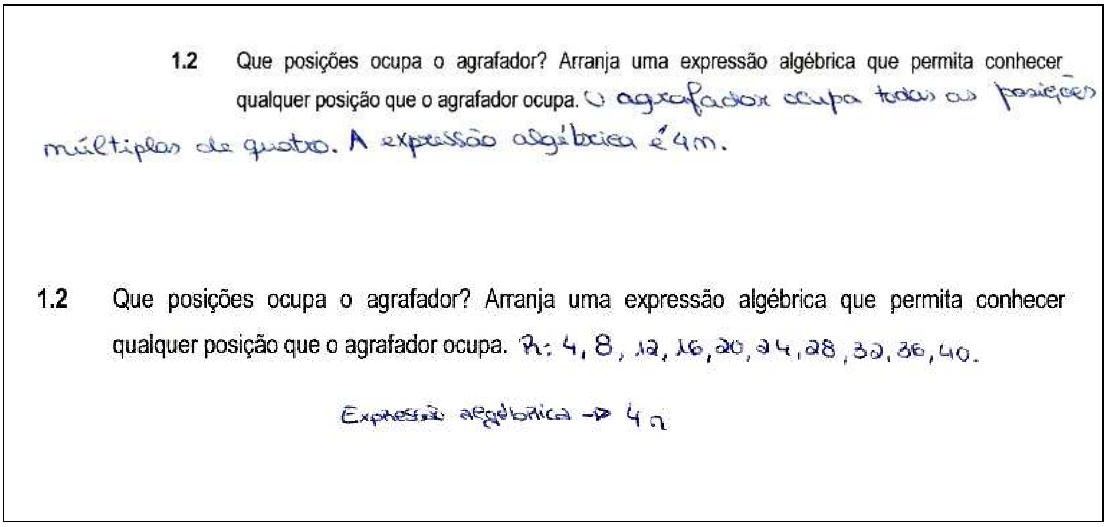
Conforme se pode verificar, eram grandes as dificuldades evidenciadas pelos alunos ao nível do raciocínio. Esperava-se que este fosse melhorando, à medida que se fossem explorando as tarefas nas aulas.

A primeira questão da terceira Tarefa (anexo 7) envolve um padrão do tipo AABC, AABC, AABC, …

Na resolução da primeira alínea, os alunos deveriam indicar o clipe como sendo o próximo objeto na sequência, o que veio a verificar-se. Todos os grupos apresentaram essa resposta. No entanto, um dos grupos de alunos, apesar de responder corretamente, não estava, inicialmente, a ver o padrão dessa forma.

> *O par Ricardo e Diogo pensou, inicialmente, que a seguir ao clipe situado na posição 9 recomeçava o padrão clipe, clipe, saca-agrafos, agrafador.*
>
> (Diário de bordo, 8 de março de 2012)

Relativamente à posição do agrafador, oito grupos de alunos responderam corretamente, ora afirmando que este ocuparia sempre uma posição correspondente a um múltiplo de 4, ora indicando algumas das posições, e apresentando a expressão algébrica $4n$ (figura 44).



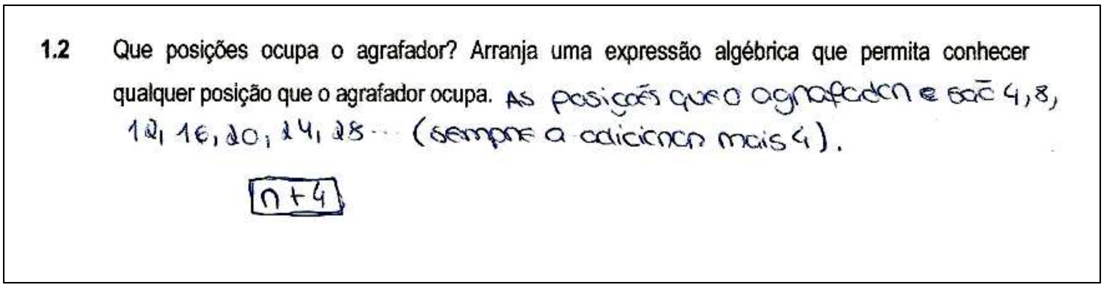
1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa. O agrafador ocupa todas as posições múltiplas de quatro. A expressão algébrica é 4n.

1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa. R: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40.

Expressão algébrica -> 4n

Fig. 44 – Exemplos de respostas corretas à questão 1.2 da Tarefa 3

Os restantes quatro grupos indicaram algumas das posições, afirmaram que se obtinham adicionando sempre quatro unidades e apresentaram, incorretamente, a expressão algébrica $n+4$ (figura 45).

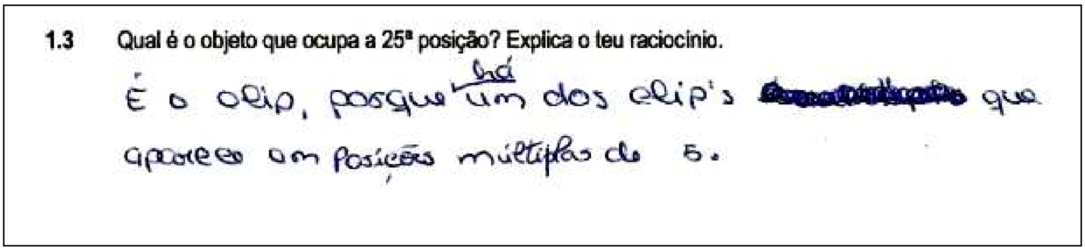


1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa. As posições que o agrafador e são 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 ... (sempre a adicionar mais 4).

$\boxed{n+4}$

Fig. 45 – Exemplo de resposta incorreta à questão 1.2 da Tarefa 3

Na questão 1.3, todos os grupos responderam que o objeto que ocupa a 25ª posição é um clipe. Na explicação do raciocínio, cinco grupos revelaram raciocinar funcionalmente, ao afirmar que seria o primeiro clipe visto que este aparece sempre em posições múltiplas de 5 (figura 46).

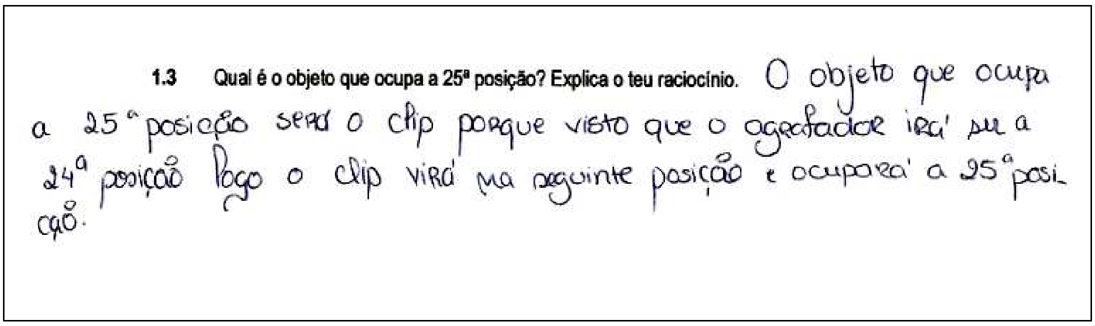


1.3 Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio.

É o clip, porque há um dos clip's que aparece em posições múltiplas de 5.

Fig. 46 – Exemplo de resposta à questão 1.3 da Tarefa 3 utilizando raciocínio funcional

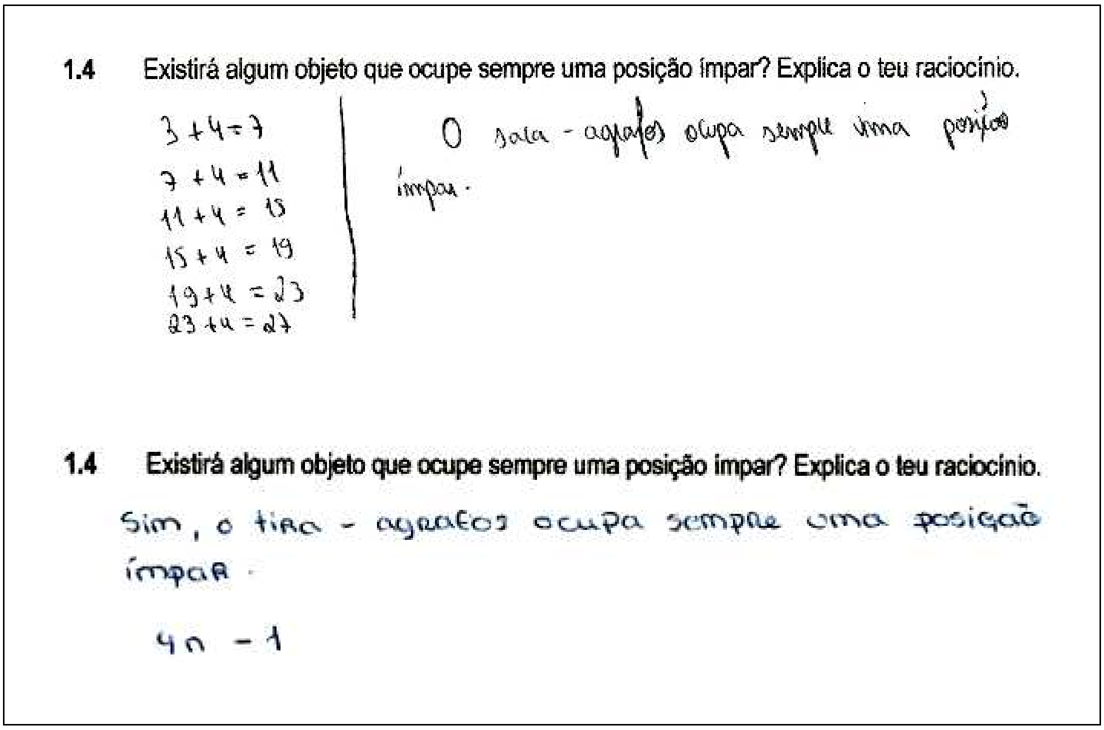
Os restantes sete grupos raciocinaram recursivamente. Baseando-se na alínea anterior, verificaram que o objeto que ocupa a 24ª posição é um agrafador e referiram que, assim, o objeto que ocupa a 25ª posição teria que ser um clipe porque a seguir a um agrafador surge um clipe (figura 47).



1.3 Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio. O objeto que ocupa a 25ª posição será o clip porque visto que o agrafador irá ser a 24ª posição logo o clip virá na seguinte posição e ocupará a 25ª posição.

Fig. 47 – Exemplo de resposta à questão 1.3 da Tarefa 3 utilizando raciocínio recursivo

À questão 1.4, todos os grupos responderam corretamente: saca-agrafos ou tira-agrafos. No entanto, onze grupos raciocinaram recursivamente e apenas um funcionalmente. A figura 48 ilustra os dois tipos de raciocínio apresentados.


1.4 Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição ímpar? Explica o teu raciocínio.

3+4=7
7+4=11
11+4=15
15+4=19
19+4=23
23+4=27

O saca-agrafos ocupa sempre uma posição ímpar.

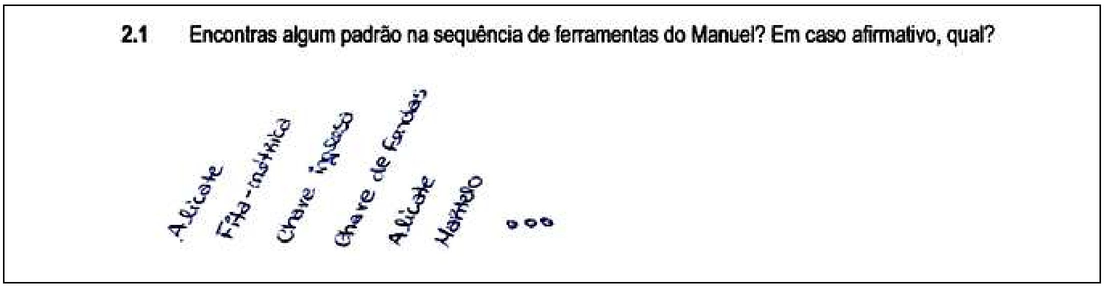
1.4 Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição ímpar? Explica o teu raciocínio.

Sim, o tira-agrafos ocupa sempre uma posição ímpar.

4n − 1

Fig. 48 – Exemplos de respostas à questão 1.4 da Tarefa 3

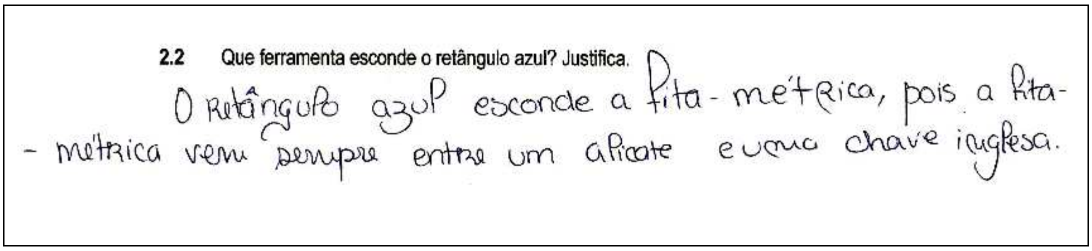
Na questão 2.1, todos os grupos encontraram e indicaram corretamente, na sequência de ferramentas dada, um padrão com uma unidade de repetição de dimensão 6 (figura 49).


2.1 Encontras algum padrão na sequência de ferramentas do Manuel? Em caso afirmativo, qual?

Alicate Fita-métrica Chave inglesa Chave de fendas Alicate Martelo ...

Fig. 49 – Exemplo de resposta à questão 2.1 da Tarefa 3

Na questão 2.2, tal como se esperava, todos os grupos afirmaram que a ferramenta que o retângulo azul escondia era uma fita métrica. Na justificação, onze grupos revelaram ter raciocinado recursivamente. Referiram que esta era a ferramenta que se encontrava sempre entre o alicate e a chave inglesa (figura 50).

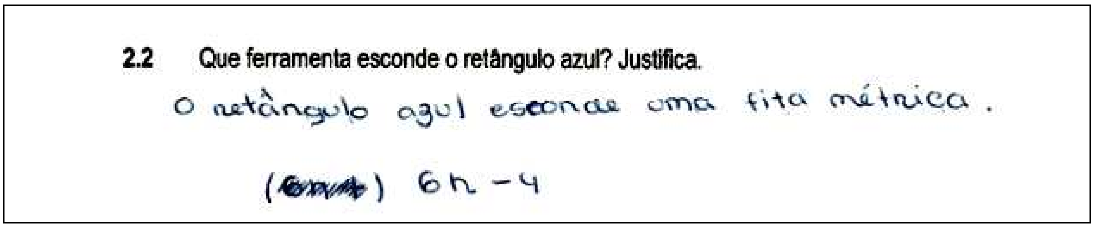


2.2 Que ferramenta esconde o retângulo azul? Justifica.

O Retângulo azul esconde a fita-métrica, pois a fita-métrica vem sempre entre um alicate e uma chave inglesa.

Fig. 50 – Exemplo de resposta à questão 2.2 da Tarefa 3 utilizando raciocínio recursivo

Apenas um grupo raciocinou funcionalmente, indicando a expressão algébrica que permite conhecer todas as posições da fita métrica (figura 51).



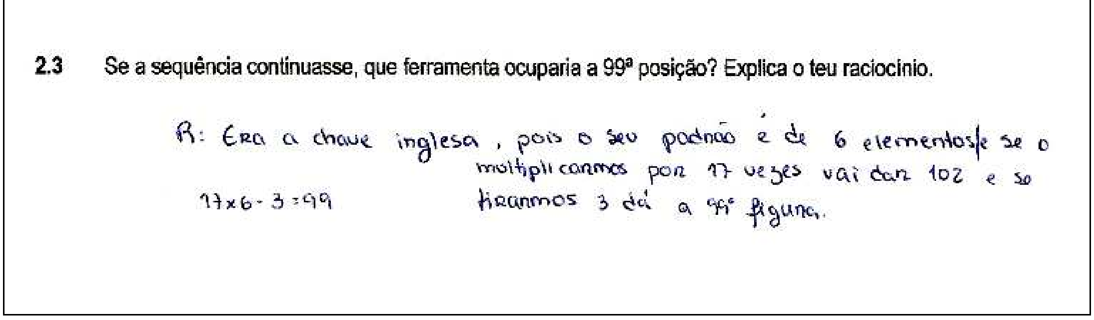
2.2 Que ferramenta esconde o retângulo azul? Justifica.

O retângulo azul esconde uma fita métrica.

$6n - 4$

Fig. 51 – Resposta à questão 2.2 da Tarefa 3 utilizando raciocínio funcional

A resolução da questão 2.3 envolvia a determinação de um termo distante, o 99º. Todos os grupos de alunos responderam corretamente: chave inglesa. Na explicação do raciocínio, apenas cinco grupos raciocinaram funcionalmente utilizando o facto de se tratar de um padrão com unidade de repetição de dimensão 6 (figura 52).



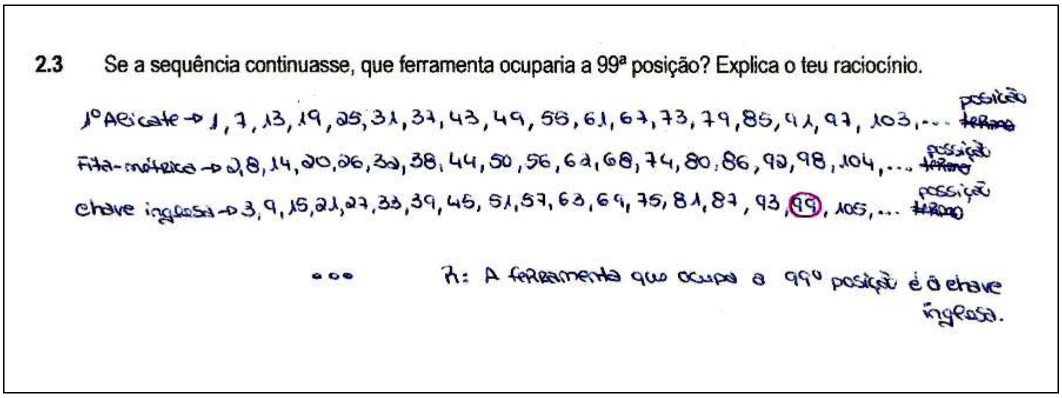
2.3 Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

R: Era a chave inglesa, pois o seu padrão é de 6 elementos e se o multiplicarmos por 17 vezes vai dar 102 e se tirarmos 3 dá a 99ª figura.

$17 \times 6 - 3 = 99$

Fig. 52 – Exemplo de resposta à questão 2.3 da Tarefa 3 utilizando raciocínio funcional

Os restantes sete grupos encontraram a resposta recursivamente, isto é, indicando as posições de cada uma das ferramentas até que surgisse a chave inglesa (figura 53).



2.3 Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

1º Alicate → 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79, 85, 91, 97, 103, ... posição ~~termo~~

Fita-métrica → 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68, 74, 80, 86, 92, 98, 104, ... possição ~~termo~~

chave inglesa → 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, 69, 75, 81, 87, 93, 99, 105, ... possição ~~termo~~

...

R: A ferramenta que ocupa a 99º posição é a chave inglesa.

Fig. 53 – Exemplo de resposta à questão 2.3 da Tarefa 3 utilizando raciocínio recursivo

O facto de sete grupos de alunos terem raciocinado recursivamente numa questão onde era pedido um termo numa posição tão distante, o 99º, realça as dificuldades dos alunos ao nível do raciocínio funcional.

Um dos grupos de alunos encontrou a resposta da forma que a seguir se descreve.

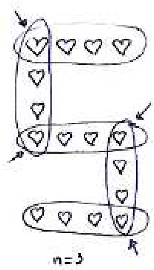
O Nuno e a Madalena utilizaram os símbolos da sequência para contar até 99. Começaram em 17, no alicate que se encontra na posição 5, e continuaram com esta estratégia até chegar a 99.

(Diário de bordo, 8 de março de 2012)

A figura seguinte ilustra a exploração desta tarefa por parte de um dos grupos de alunos.

Fig. 54 – Registo fotográfico da exploração da Tarefa 3 por parte de um grupo de alunos

Na quarta questão da Tarefa 4 (anexo 8), esperava-se que os grupos utilizassem as formas de ver apresentadas e afirmassem que a sétima figura teria 36 corações, raciocinando funcionalmente. De facto, todos os grupos afirmaram que a sétima figura teria 36 corações. No entanto, apenas nove dos doze grupos apresentaram a respetiva explicação. No quadro seguinte, indicam-se as três diferentes categorias de explicação apresentadas pelos nove grupos e a respetiva frequência.

Figura 1 = 6 corações Figura 2 = 11 corações Figura 3 = 16 corações } 5n+1 Figura 7 = 5n+1 = 5×7+1=36 R: A figura 7 vai ter 36 corasões.
3
7ª figura - 7 7+1=8 7-1=6 3×8+2×6=36 Ao observar esta sequência percebo que existem três filas completas em cada termo, mas quais existe uma unidade a mais que o número do termo. Nas filas compreendidas entre as filas completas existe uma unidade a menos que o número do termo, o contrário das outras filas.
5
8×5-4=36 Porque o número de corações por fila é sempre igual ao número da figura +1, neste caso 8, mas temos que ter em conta os 4 vértices onde estas se encontram, ou seja, temos de subtrair 1 coração por cada um desses pontos de encontro, que são 4, daí a expressão assim representada. 
1

Quadro 40. Diferentes categorias de resposta apresentadas pelos alunos na questão 4 da Tarefa 4 e respetiva frequência

A análise das respostas apresentadas pelos grupos permitiu verificar alguma melhoria em termos de raciocínio funcional.

Para o preenchimento da tabela apresentada na quinta questão, os alunos poderiam analisar as figuras de diferentes modos. Poderiam recorrer à generalização construtiva (Rivera & Becker, 2008) ou à generalização do tipo desconstrutivo (Rivera & Becker, 2008).

Verificou-se que oito dos nove grupos que responderam a esta questão identificaram conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial, conduzindo assim a uma generalização construtiva (Rivera & Becker, 2008). Um único grupo observou conjuntos de símbolos que se sobrepunham, subtraindo posteriormente os elementos que haviam sido contados mais do que uma vez – generalização do tipo desconstrutivo (Rivera & Becker, 2008).

O quadro seguinte ilustra as diferentes respostas apresentadas pelos nove grupos de alunos e respetivas frequências.

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	1×3 + 1 + 1 + 1	6
2	2×3 + 2 + 2 + 1	11
3	3×3 + 3 + 3 + 1	16
4	4×3 + 4 + 4 + 1	21
...	...	...
20	20×3 + 20 + 20 + 1	101
...	...	...
49	49×3 + 49 + 49 + 1	246
...	...	...
n	n × 3 + n + n + 1	

3

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	5 × 1 + 1	6
2	5 × 2 + 1	11
3	5 × 3 + 1	16
4	5 × 4 + 1	21
...	...	...
20	5 × 20 + 1	101
...	...	...
49	5 × 49 + 1	246
...	...	...
n	5 × n + 1	

3

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	3×2 + 0×2	6
2	3×3 + 1×2	11
3	3×4 + 2×2	16
4	3×5 + 3×2	21
...	...	...
20	3×21 + 19×2	101
...	...	...
49	3×50 + 48×2	246
...	...	...
n	3×(n+1) + (n-1)×2	

2

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	(1+1)×5-4	6
2	(2+1)×5-4	11
3	(3+1)×5-4	16
4	(4+1)×5-4	21
...	...	...
20	(20+1)×5-4	101
...	...	...
49	(49+1)×5-4	246
...	...	...
n	(n+1)×5-4	

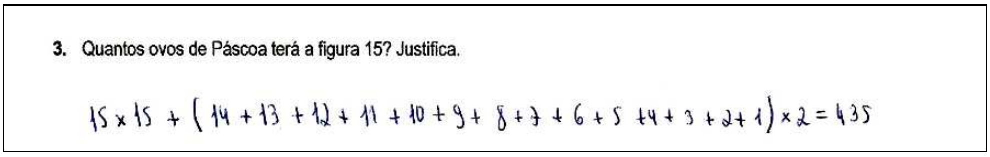
1

Quadro 41. Respostas apresentadas pelos alunos na questão 5 da Tarefa 4 e respetivas frequências

Neste estudo, tal como noutros já realizados (e.g. Rivera & Becker, 2008), a maioria dos alunos privilegiou a generalização de tipo construtivo, o que talvez se deva ao facto de a generalização de tipo desconstrutivo exigir um nível cognitivo superior no que respeita à visualização (Barbosa, 2010).

Relativamente à terceira questão da quinta tarefa (anexo 9), na determinação do número de ovos de Páscoa da figura 15, verificaram-se duas situações que a seguir se descrevem.

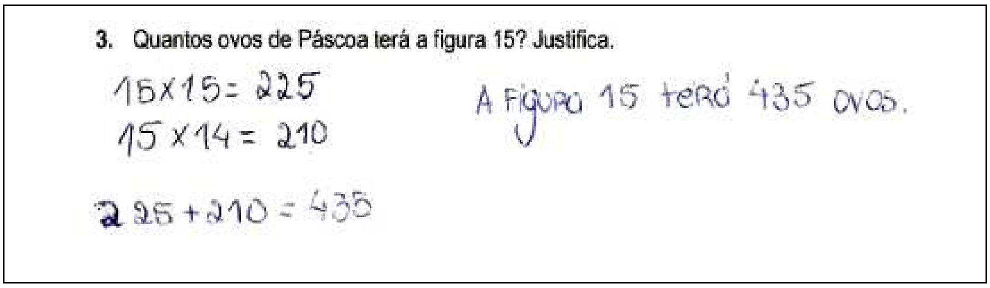
Os dez grupos de alunos que indicaram o primeiro modo de *ver* representado no quadro 38 responderam conforme evidenciado na figura seguinte.


3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

$15 \times 15 + (14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times 2 = 435$

Fig. 55 – Resposta à questão 3 da Tarefa 5 pelos grupos que utilizaram a primeira forma de ver indicada no quadro 38

Os dois grupos que indicaram o segundo modo de *ver* representado no quadro 38, responderam da forma evidenciada na figura seguinte.


3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

$15 \times 15 = 225$

$15 \times 14 = 210$

$225 + 210 = 435$

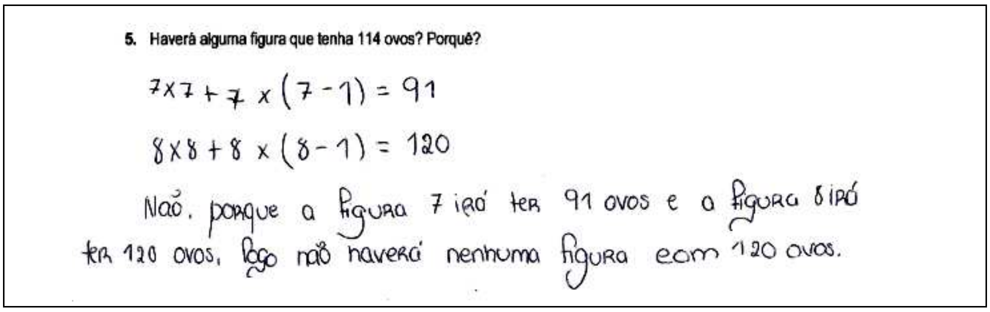
A figura 15 terá 435 ovos.

Fig. 56 – Resposta à questão 3 da Tarefa 5 pelos grupos que utilizaram a segunda forma de ver indicada no quadro 38

A análise das resoluções da quarta questão permitiu verificar que onze dos doze grupos de alunos responderam corretamente e que as expressões algébricas indicadas variaram consoante a forma de *ver*. Os grupos que apresentaram a primeira forma de ver indicada no quadro 38 escreveram a expressão algébrica $n \times n + n \times (n-1)$ e os grupos que apresentaram a segunda forma de *ver* indicada no mesmo quadro escreveram a expressão algébrica $[n+(n-1)]\times n$.

Na quinta questão, tal como esperado, todos os grupos responderam que não existia qualquer figura com 114 ovos. Os grupos determinaram o número de ovos das 7ª e 8ª figuras, respetivamente, 91 e 120, verificaram que o valor 114 estava compreendido entre estes dois e afirmaram que, assim, não existia qualquer figura com 114 ovos. A justificação variou consoante a expressão algébrica indicada na quarta questão.

Os grupos que escreveram a expressão algébrica $n\times n+n\times(n-1)$ justificaram como se ilustra na figura seguinte.


5. Haverá alguma figura que tenha 114 ovos? Porquê?

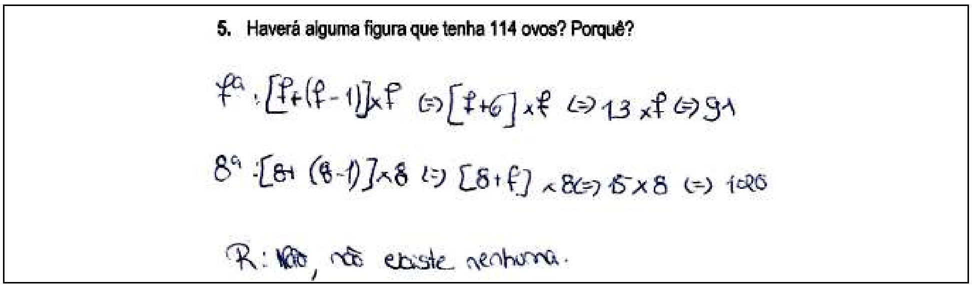
$7\times7+7\times(7-1)=91$

$8\times8+8\times(8-1)=120$

Não, porque a figura 7 irá ter 91 ovos e a figura 8 irá ter 120 ovos, logo não haverá nenhuma figura com 120 ovos.

Fig. 57 – Exemplo de resposta à questão 5 da Tarefa 5 com base na expressão algébrica $n\times n+n\times(n-1)$

Os grupos que escreveram a expressão algébrica $[n+(n-1)]\times n$ apresentaram a justificação da forma ilustrada na figura seguinte.


5. Haverá alguma figura que tenha 114 ovos? Porquê?

7ª: $[7+(7-1)]\times7 \Leftrightarrow [7+6]\times7 \Leftrightarrow 13\times7 \Leftrightarrow 91$

8ª: $[8+(8-1)]\times8 \Leftrightarrow [8+7]\times8 \Leftrightarrow 15\times8 \Leftrightarrow 120$

R: Não, não existe nenhuma.

Fig. 58 – Exemplo de resposta à questão 5 da Tarefa 5 com base na expressão algébrica $[n+(n-1)]\times n$

Na sexta tarefa (anexo 10), *ver* envolvia reconhecer que há uma diferença de 4 entre o primeiro e o segundo termos da sequência, de 6 entre o segundo e o terceiro, de 8 entre o terceiro e o quarto, e assim sucessivamente. Mas, ao solicitar formas diferentes de representar visualmente a sequência dada, esperava-se que os alunos fossem levados a construir essa sequência de modo a descobrir o padrão que os conduziria à generalização distante.

A figura 59 ilustra as duas formas diferentes de representar visualmente a sequência dada apresentadas por oito dos doze grupos de alunos. A única diferença verificou-se na escolha dos símbolos. Os restantes quatro grupos apresentaram duas sequências exatamente iguais à representação (1) mas com símbolos diferentes.

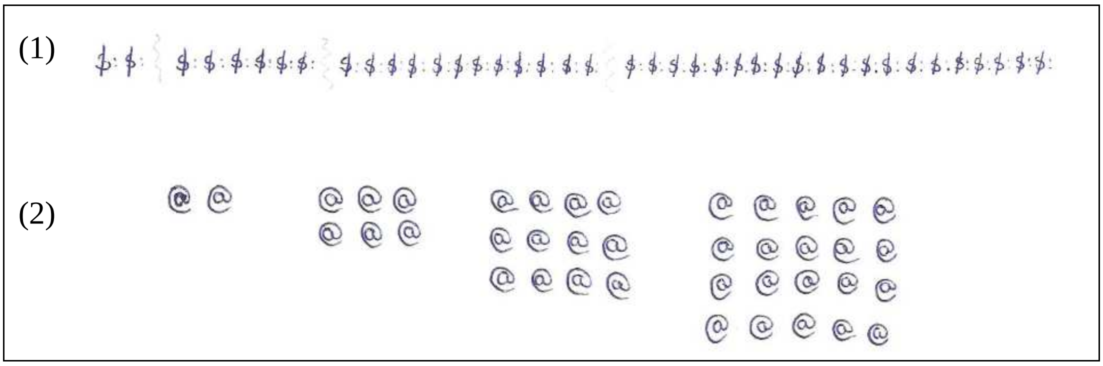
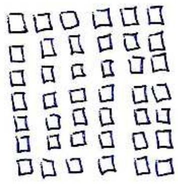


Fig. 59 – Exemplos de respostas dos alunos à questão 1.1 da Tarefa 6

Na representação (1), observa-se, apenas, a indicação do número de símbolos correspondente ao valor numérico de cada termo da sequência, o que favorecerá uma leitura recursiva. A representação (2) tem implícito um modo de *ver* que favorece a generalização distante de forma funcional.

Relativamente à questão 1.2, o quadro 42 reúne exemplos de diferentes respostas apresentadas pelos grupos de alunos e as respetivas frequências. As respostas numéricas apresentadas por sete dos doze grupos têm subjacente um raciocínio recursivo. Os alunos adicionaram 10 unidades ao quarto termo da sequência e obtiveram o quinto termo, 30. Seguidamente, adicionaram doze unidades a 30 e obtiveram o sexto termo, 42. Dois grupos aproveitaram a representação visual da alínea anterior e concluíram que o sexto termo teria a forma de um retângulo com 6×7 símbolos. Três grupos foram mais longe e indicaram a representação visual do sexto termo bem como o valor numérico correspondente ao mesmo, concretizando $n = 6$ na expressão geral do «n-ésimo» termo.

Numérica (Stacey, 1989; Orton, 1999)	$20 + 10 = 30$ $30 + 12 = 42$
	7
Visual (Stacey, 1989; Orton, 1999)	
	2
Mista (Stacey, 1989; Orton, 1999)	 $n \times (n+1)$ $6 \times (6+1) = 6 \times 7 = 42$
	3

Quadro 42. Exemplos de respostas à questão 1.2 da Tarefa 6 e respetivas frequências

Apenas dois grupos não responderam à questão 1.3. Os restantes dez responderam $n(n+1)$ mas apenas cinco apresentaram justificação, afirmando que multiplicavam o número do termo pelo número natural que vinha imediatamente a seguir. Inevitavelmente, os grupos que não responderam a esta questão deixaram também em branco a questão 1.4. Os restantes dez responderam $58(58+1) = 58 \times 59 = 3422$.

As estratégias de resolução utilizadas pelos alunos na realização da primeira questão desta tarefa foram um misto de abordagem numérica e figurativa, onde o raciocínio recursivo, para a generalização próxima, e o funcional, para a generalização distante, foram usados de forma adequada a cada situação.

A figura seguinte ilustra a exploração desta tarefa por parte de um dos grupos de alunos.

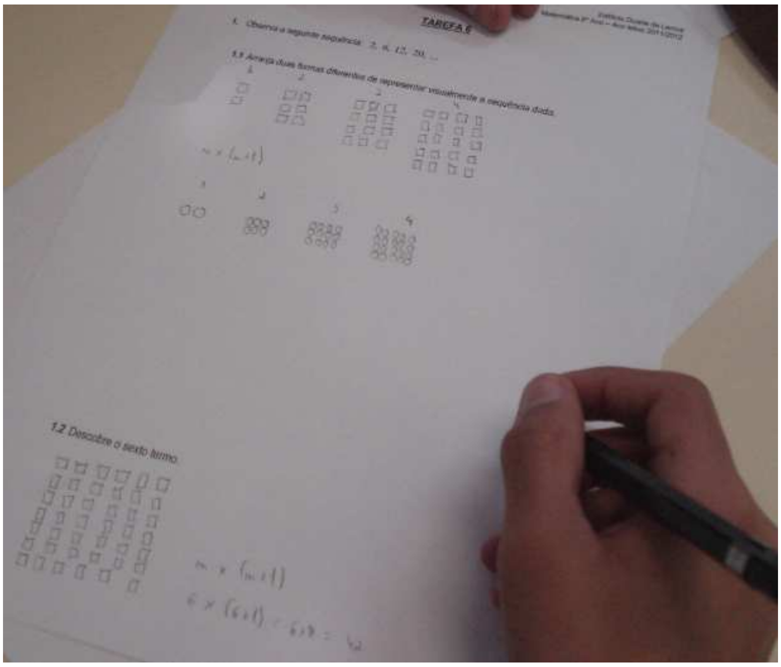


Fig. 60 – Registo fotográfico da exploração da Tarefa 6 por parte de um grupo de alunos

Na resolução da segunda questão, todos os grupos apresentaram desenhos onde era evidente a parte que, de termo para termo, aumentava e a parte, composta por três elementos, que se mantinha inalterada. A única diferença foi nos símbolos escolhidos pelos diversos grupos. A figura seguinte ilustra um exemplo de sequência de quatro desenhos apresentado.

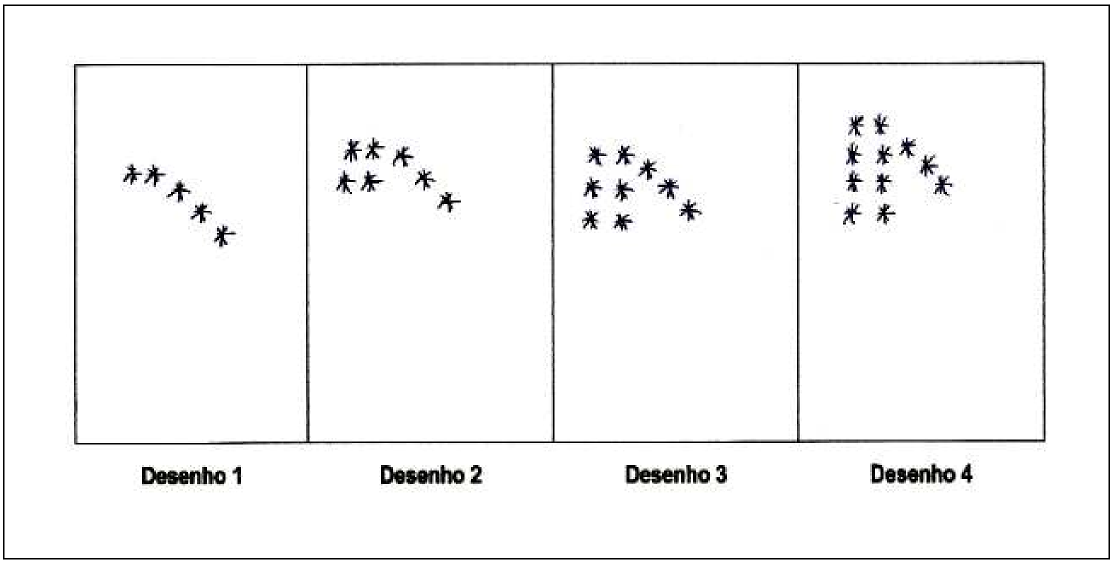


Fig. 61 – Exemplo de resposta à questão 2 da Tarefa 6

Na sétima tarefa (anexo 12), os grupos de alunos teriam que continuar um padrão em ambas as direções. Geralmente, continuar o padrão no sentido inverso afigura-se mais difícil para os alunos, já que envolve a reversibilidade do pensamento (Warren & Cooper, 2006).

A figura seguinte ilustra a forma como se esperava que os alunos respondessem à primeira parte desta tarefa.

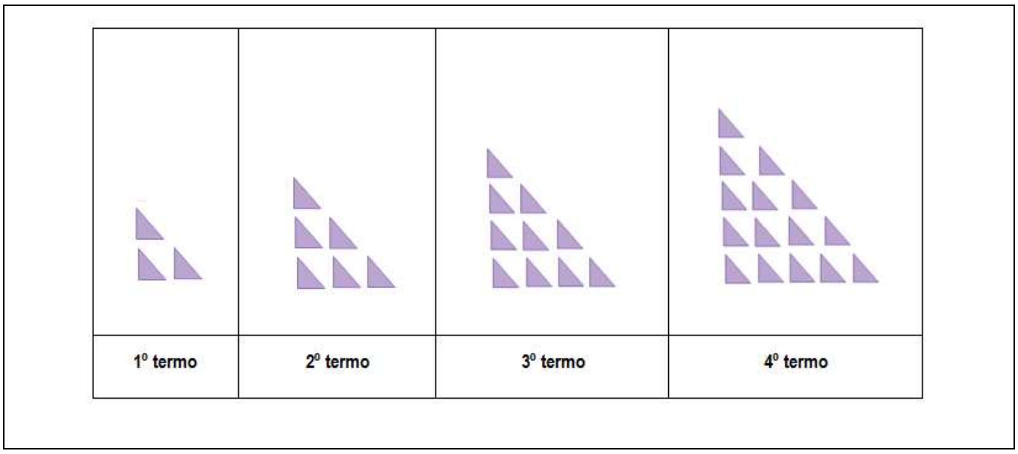


Fig. 62 – Resposta esperada à primeira parte da Tarefa 7

Todos os grupos preencheram a tabela da forma que se esperava, conforme ilustrado na figura seguinte.

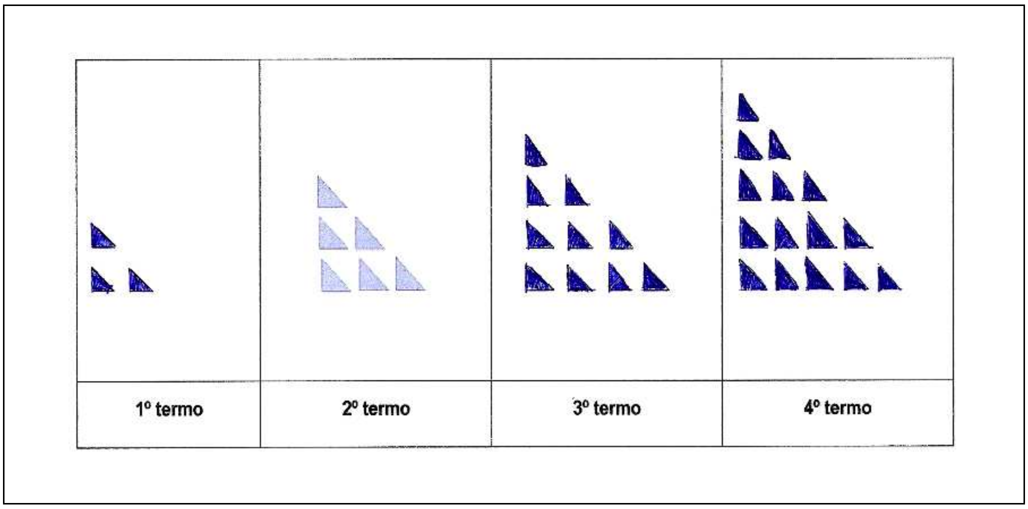


Fig. 63 – Exemplo de resposta dos grupos de alunos à primeira parte da Tarefa 7

No preenchimento da tabela, os alunos não revelaram qualquer dificuldade. O mesmo não se verificou na determinação da expressão algébrica.

> **Nuno:** A professora faz cada coisa! Como é que vamos descobrir a expressão? Isto não dá para fazer se somarmos com os anteriores…
>
> **Investigadora:** Como assim, "somarmos com os anteriores"?
>
> **Nuno:** O primeiro termo tem três triângulos, o segundo termo tem esses três triângulos mais outros três, o terceiro tem os mesmos que o segundo termo mais quatro triângulos e por aí fora… Mas assim não dá para escrever a expressão algébrica!
>
> **Investigadora:** Pois é. Têm que pensar noutra estratégia para contar os triângulos.
>
> (Transcrição do registo áudio, 16 de março de 2012)

Alguns alunos começaram a tentar "fechar" a figura e construir um quadrado mas concluíram que, dessa forma, não conseguiam escrever a expressão.

> **Marta:** Ó professora, eu e a Bruna já tentámos desenhar quadrados mas não conseguimos a expressão na mesma porque não sabemos como escrever estes que temos que tirar… Escrevemos $n \times n$ menos quantos?
>
> **Investigadora:** Pois… Com triângulo não é fácil, com quadrado parece também não ser… Existem mais hipóteses. Continuem a tentar!
>
> (Transcrição do registo áudio, 16 de março de 2012)

Cinco grupos de alunos construíram retângulos formados por triângulos e conseguiram, assim, encontrar a expressão algébrica pedida: $\frac{(n+2)\times(n+1)}{2}$.

A figura 64 ilustra a exploração desta tarefa por parte de um grupo de alunas.

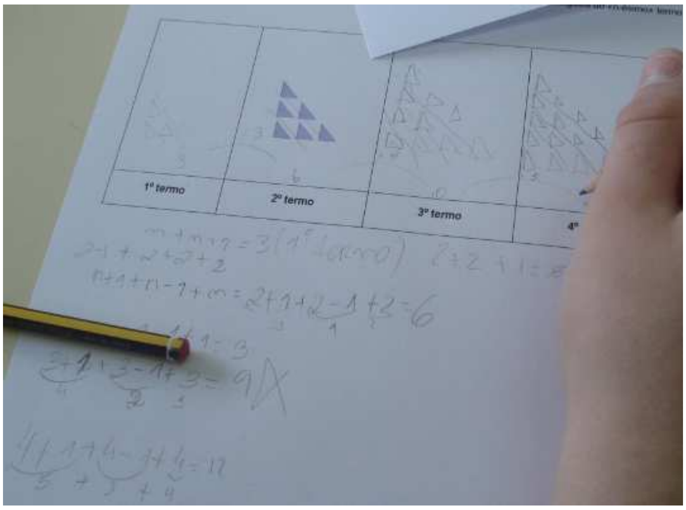
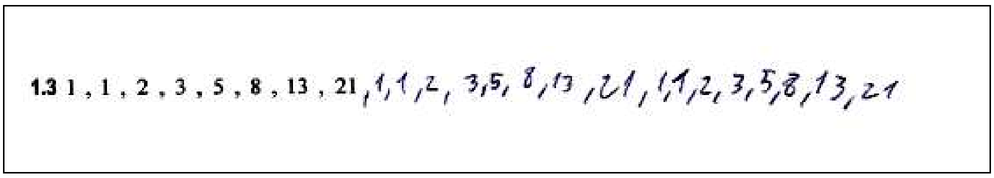


Fig. 64 – Registo fotográfico da exploração da Tarefa 7 por parte de um grupo de alunas

Gradualmente, através da apresentação e discussão, por parte dos doze grupos de alunos, das resoluções das questões propostas nas Tarefas, foi-se verificando uma melhoria ao nível do raciocínio dos alunos.

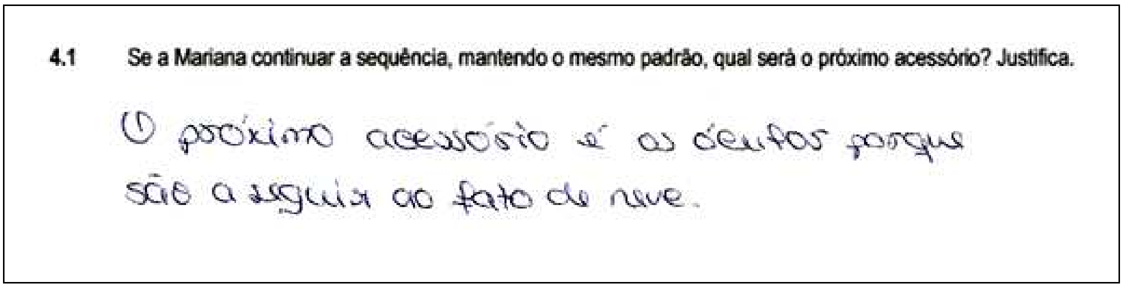
Na primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós), dezanove dos vinte e cinco alunos da turma apresentaram o símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro; cinco alunos indicaram um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro e um aluno indicou um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro. Relativamente à segunda alínea, vinte e três alunos desenharam corretamente os dois termos seguintes e dois alunos desenharam incorretamente os dois termos seguintes. Na última alínea, oito alunos escreveram os termos 34 e 55 (respetivamente, a soma de 13 com 21 e de 21 com 34); cinco não responderam à questão; onze responderam de uma forma incorreta e um aluno repetiu a sequência de números duas vezes, isto é, considerou um padrão de repetição de dimensão oito (figura 65), tal como havia feito no pré Teste.



1.3 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21 , 1, 1 , 2 , 3, 5, 8 , 13 , 21 , 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21

Fig. 65 – Resposta do Nuno à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

Na primeira alínea da quarta questão do Teste, todos os alunos indicaram os óculos como sendo o acessório que se seguia e, na justificação, afirmaram que esse era o acessório que aparecia sempre a seguir ao fato ou fato de neve (figura 66).

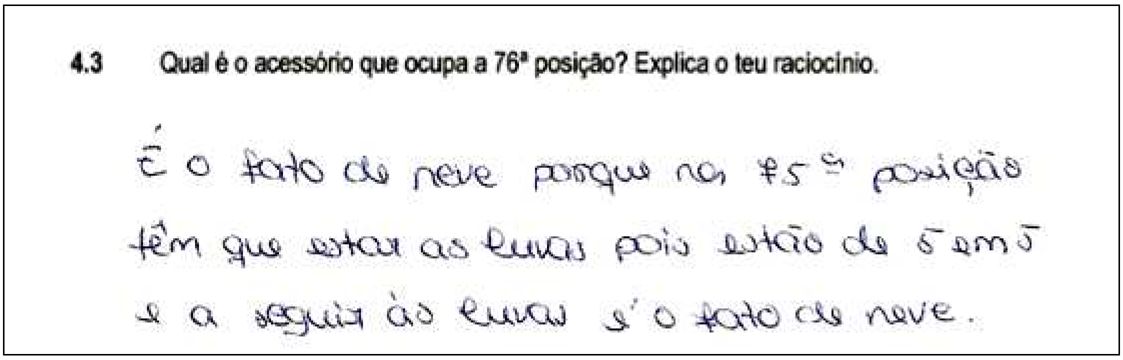


4.1 Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório? Justifica.

O próximo acessório é os óculos porque são a seguir ao fato de neve.

Fig. 66 – Exemplo de resposta à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pós)

Na segunda alínea, verificou-se que todos os alunos reconheceram que as luvas ocupavam posições correspondentes a múltiplos de 5. No entanto, quinze alunos escreveram corretamente a expressão algébrica $5n$ e os restantes dez indicaram a expressão $n+5$. Na resolução da terceira alínea, todos os alunos responderam corretamente, fato ou fato de neve. Na explicação do raciocínio efetuado, os alunos afirmaram que 75 é múltiplo de 5 logo, nessa posição, tinham que estar as luvas. Portanto, na 76ª posição estaria o acessório que se posiciona a seguir às luvas, ou seja, o fato de neve (figura 67). Esta explicação foi comum a todos os alunos, quer tenham escrito na questão 4.2 a expressão algébrica $5n$, quer tenham escrito $n+5$.

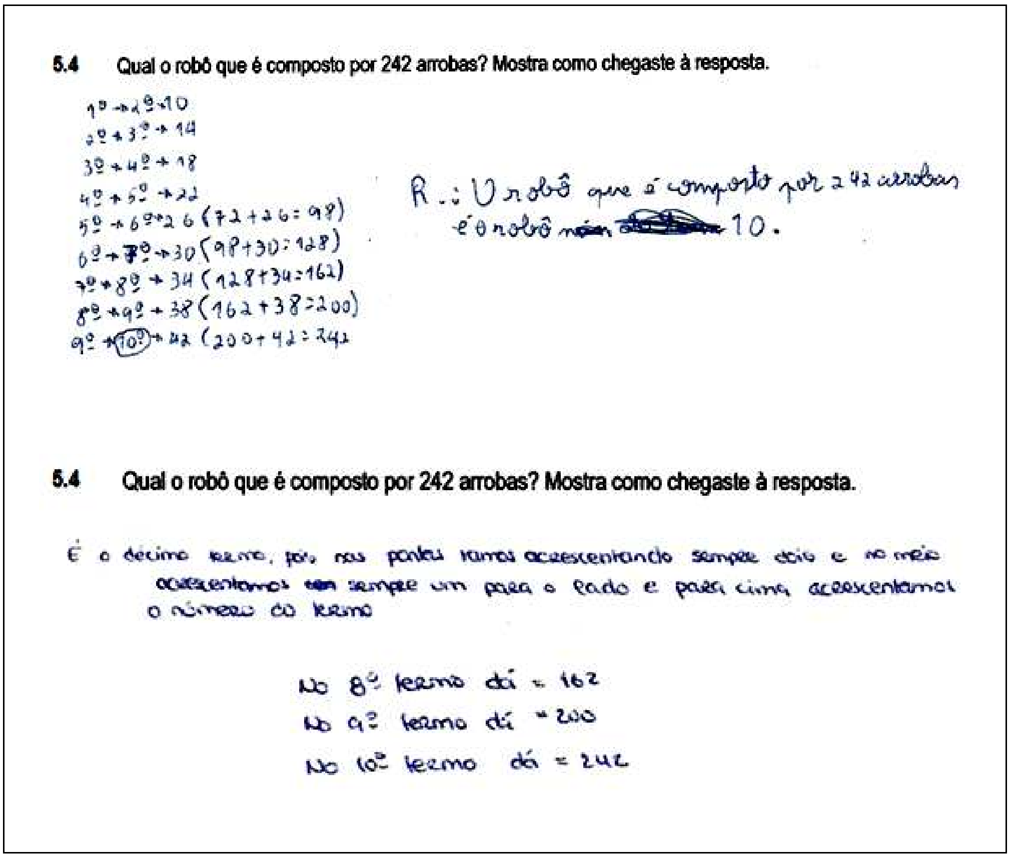


4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

É o fato de neve porque na 75ª posição têm que estar as luvas pois estão de 5 em 5 e a seguir às luvas é o fato de neve.

Fig. 67 – Exemplo de resposta à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pós)

Na primeira alínea da quinta questão do teste, vinte e um alunos desenharam corretamente o quarto robô. À alínea 5.2, quinze alunos responderam que o oitavo robô era composto por 162 arrobas e apresentaram a respetiva justificação; oito responderam valores incorretos e dois alunos deixaram a questão em branco. Como resposta à terceira alínea, doze alunos indicaram corretamente a expressão que permite calcular o número de arrobas do robô de ordem n e seis deixaram a questão em branco. Na última alínea, catorze alunos responderam que o robô composto por 242 arrobas era o décimo e seis não apresentaram resposta. Dos catorze alunos que responderam corretamente, doze basearam-se na expressão algébrica que escreveram na alínea anterior, substituindo n pelos valores 9 e 10 e concluindo que seria o décimo robô; os outros dois raciocinaram recursivamente, conforme evidenciado na figura seguinte.


5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

1º → 2º → 10
2º + 3º → 14
3º + 4º → 18
4º + 5º → 22
5º → 6º → 26 (72+26=98)
6º → 7º → 30 (98+30=128)
7º + 8º → 34 (128+34=162)
8º + 9º → 38 (162+38=200)
9º + 10º → 42 (200+42=242)

R.: O robô que é composto por 242 arrobas é o robô 10.

5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

É o décimo termo, pois nas pontas vamos acrescentando sempre dois e no meio acrescentamos ~~tem~~ sempre um para o lado e para cima acrescentamos o número do termo

No 8º termo dá = 162
No 9º termo dá = 200
No 10º termo dá = 242

Fig. 68 – Respostas dos alunos que responderam recursivamente à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na última questão, os alunos criaram uma sequência de desenhos de acordo com algumas condições previamente estabelecidas. Verificou-se que três alunos inventaram desenhos que não obedeciam às condições do enunciado e vinte e dois inventaram desenhos que obedeciam rigorosamente às condições do enunciado. Destes vinte e dois, sete indicaram sete símbolos no desenho 1, dez símbolos no desenho 2, treze símbolos no desenho 3 e dezasseis símbolos no desenho 4, colocados de uma forma completamente aleatória, o que indicia que terão substituído na expressão algébrica $3n+4$ o valor de n por 1, 2, 3 e 4 e adequaram o número de símbolos ao respetivo resultado obtido. Os restantes quinze alunos apresentaram desenhos onde eram visíveis duas componentes: uma de quatro elementos que se manteve sempre inalterada e outra componente com um número de elementos múltiplo de três, a saber, três elementos no desenho 1, seis no desenho 2, nove no desenho 3 e doze no desenho 4. Para ilustrar esta última situação, a figura 69 exibe os desenhos apresentados por uma aluna na sexta questão.

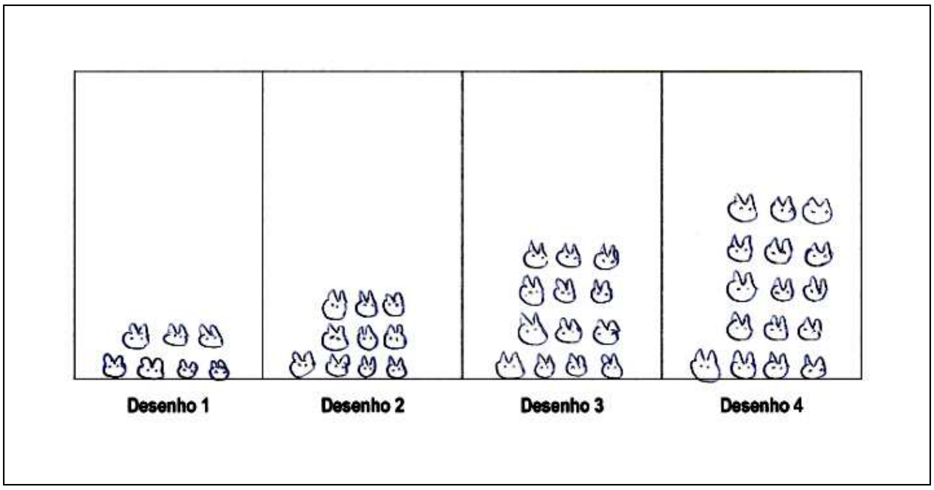


Fig. 69 – Resposta da Raquel à sexta questão do Teste (modalidade pós)

As respostas apresentadas pelos alunos nas questões do Teste (modalidade pós) refletiram melhoria, em termos de raciocínio, que se vinha já verificando de uma forma gradual.

2. Os pares

2.1. Manuel e Gonçalo

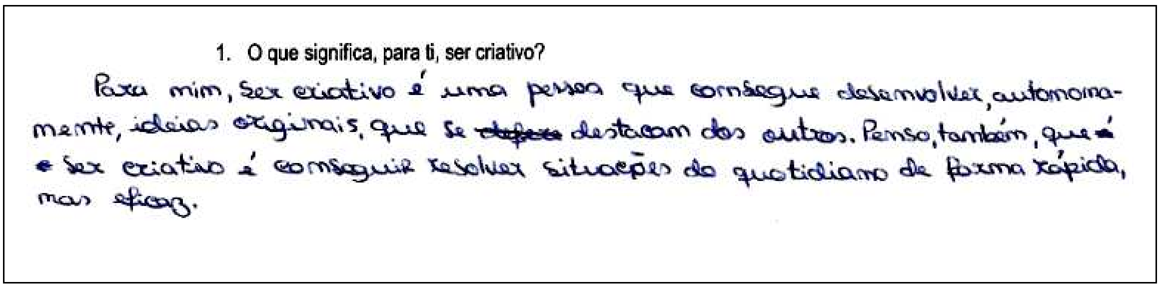
2.1.1. Caracterização

No início do ano letivo, o Manuel tinha 13 anos. Vivia com os pais e com dois irmãos mais velhos. Até ao momento, não apresentava qualquer retenção, tendo concluído o 7º ano de escolaridade com níveis quatro e cinco às diversas disciplinas. Era um jovem sereno e simpático, sempre com um sorriso nos lábios, muito organizado e responsável. Considerava que a sua maior qualidade era respeitar os outros, o seu pior defeito ser teimoso e, no futuro, gostaria de ser cientista.

O Gonçalo iniciou o ano letivo com 13 anos. Vivia com os pais e um irmão mais velho. Tal como o Manuel, não apresentava qualquer retenção no seu percurso escolar e concluiu o 7º ano de escolaridade com nível quatro à maioria das disciplinas. Era um pouco conflituoso na relação com os colegas e algo vaidoso no que respeita ao seu desempenho. Considerava que a sua maior qualidade era ser estudioso, o seu pior defeito ser teimoso e, no futuro, gostaria de ser engenheiro mecânico.

2.1.2. Criatividade

A visão de criatividade do Manuel envolvia o desenvolvimento de ideias originais e, sublinhe-se, a resolução de situações do quotidiano de forma rápida e eficaz, de acordo com a resposta por ele apresentada na primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial. A figura seguinte corrobora esta afirmação.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

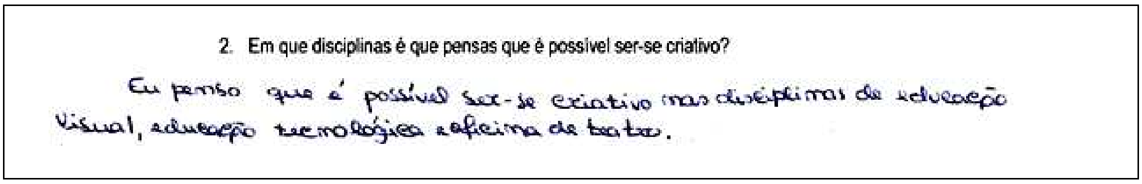
Para mim, ser criativo é uma pessoa que consegue desenvolver, autonomamente, ideias originais, que se destacam dos outros. Penso, também, que é ser criativo é conseguir resolver situações do quotidiano de forma rápida, mas eficaz.

Fig. 70 – Resposta do Manuel à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Visto que alguns dos alunos da turma referiram que ser criativo implicava a criação de algo novo e o Manuel referiu o desenvolvimento de ideias originais, a investigadora procurou saber a opinião do aluno relativamente à diferença entre criar algo novo e algo original:

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que alguém criativo consegue desenvolver ideias originais. Alguns dos teus colegas são da opinião que ser criativo significa conseguir criar algo novo. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?
>
> **Manuel:** Hum… Na minha opinião, criar algo novo é inventar algo que nunca tinha sido inventado por ninguém e criar algo original é modificar o que alguém já inventou.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

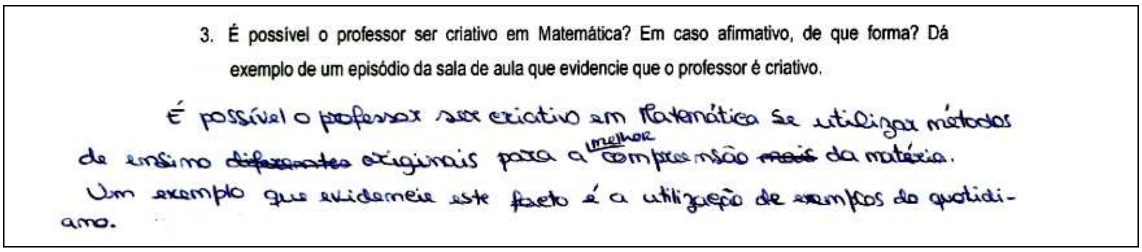
Na segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, o Manuel foi um dos quinze alunos que considerou que é possível ser-se criativo nas disciplinas ligadas às artes (figura 71).


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Eu penso que é possível ser-se criativo nas disciplinas de educação visual, educação tecnológica e oficina de teatro.

Fig. 71 – Resposta do Manuel à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Tal como os restantes colegas da turma, o Manuel considerava ser possível o professor ser criativo em Matemática ao utilizar métodos de ensino originais e dando exemplos do quotidiano (figura 72).


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

É possível o professor ser criativo em Matemática se utilizar métodos de ensino ~~diferentes~~ originais para a melhor compreensão ~~mais~~ da matéria.
Um exemplo que evidencie este facto é a utilização de exemplos do quotidiano.

Fig. 72 – Resposta do Manuel à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Do mesmo modo, relativamente à possibilidade de o aluno ser criativo em Matemática, a sua resposta afirmativa foi igual à da esmagadora maioria dos alunos da turma (figura 73). O Manuel referiu que uma forma de o ser é resolvendo exercícios de um modo diferente dos colegas e, inclusive, do ensinado pelo professor, recorrendo à sua imaginação.

4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

É possível o aluno ser criativo em Matemática se conseguir obter
resoluções dos exercícios de uma forma diferente à que o professor ensina,
recorrendo apenas à sua imaginação. Um exemplo que evidencie que o alu-
no é criativo é mostrar ao professor que resolveu um determinado exercí-
cio de forma diferente à ~~p~~ do professor e dos outros colegas.

Fig. 73 – Resposta do Manuel à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A figura 74 ilustra a resposta apresentada pelo Manuel na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.			X		
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.		X			
A criatividade pode ser construída coletivamente.	X				
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	X				
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.		X			
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			X		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.			X		
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			X		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	X				

Fig. 74 – Resposta do Manuel à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Uma sua análise mais pormenorizada far-se-á aquando da análise do Questionário Final. No entanto, destaque-se o facto de o Manuel discordar da afirmação *“A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes”*. Recorde-se que este aluno apenas considerou ser possível ser-se criativo em disciplinas ligadas às artes (figura 71).

Relativamente à escolha da resolução mais criativa, de entre as apresentadas na sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, a resposta do Manuel foi diferente da de todos os colegas. A esmagadora maioria dos alunos da turma escolheu a resolução da Beatriz e o Manuel indicou a do João, justificando da forma apresentada na figura seguinte.

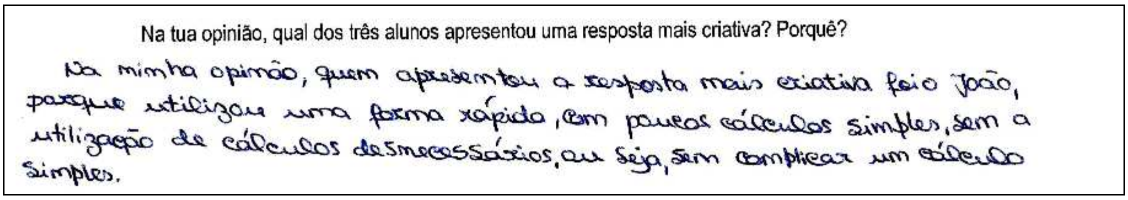


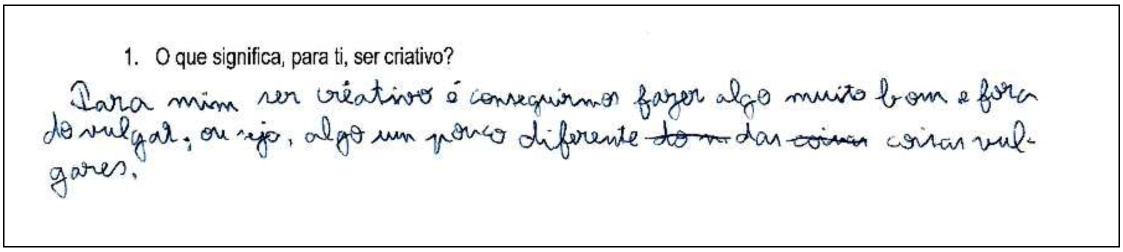
Fig. 75 – Resposta do Manuel à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A investigadora procurou que o Manuel explicasse melhor as razões que o levaram a escolher a resolução do João como sendo a mais criativa.

> **Investigadora:** Nesta questão [sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], escolheste a resolução do João como sendo a mais criativa. Podes explicar melhor o porquê da tua opção?
>
> **Manuel:** Sim. Eu penso que se um raciocínio simples resolve o problema, não há necessidade de complicar, como fez a Beatriz, que utilizou um método de contagem muito elaborado. Para quê? O João resolveu o mesmo problema de uma maneira muito mais simples.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

Como se pode verificar, para o Manuel, a utilização de raciocínios simples era a melhor estratégia na resolução de problemas. Sob o seu ponto de vista, a utilização de métodos muito elaborados ou mais complexos é desnecessária, se um método mais simples resolve igualmente o problema.

Já a visão de criatividade do Gonçalo mostrou ser diferente da do Manuel. Para o Gonçalo, ser criativo implicava conseguir fazer algo muito bom e invulgar. A figura seguinte corrobora esta afirmação.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

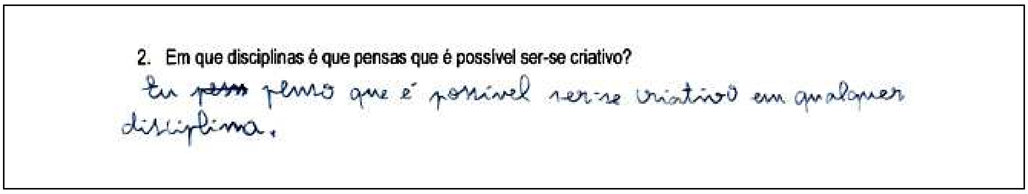
Para mim ser criativo é conseguirmos fazer algo muito bom e fora do vulgar, ou seja, algo um pouco diferente ~~do m~~ das ~~coisas~~ coisas vulgares.

Fig. 76 – Resposta do Gonçalo à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Apesar de o Gonçalo não ter referido a criação de algo novo, como outros colegas, ou algo original, como o Manuel, nesta primeira questão, a investigadora considerou pertinente conhecer a sua opinião relativamente à diferença entre criar algo novo e algo original.

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que alguém criativo consegue fazer algo muito bom e fora do vulgar, algo um pouco diferente. Alguns dos teus colegas são da opinião que ser criativo significa conseguir criar algo novo e outros pensam que para alguém ser considerado criativo é necessário conseguir criar algo original. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?
>
> **Gonçalo:** Pois… Bem, na minha opinião, criar algo novo é criar algo que ainda não existe e criar algo original é "pegar" em alguma coisa que já exista e modificar à nossa maneira.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

Na segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, o Gonçalo foi um dos dez alunos que considerou que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas (figura 77).

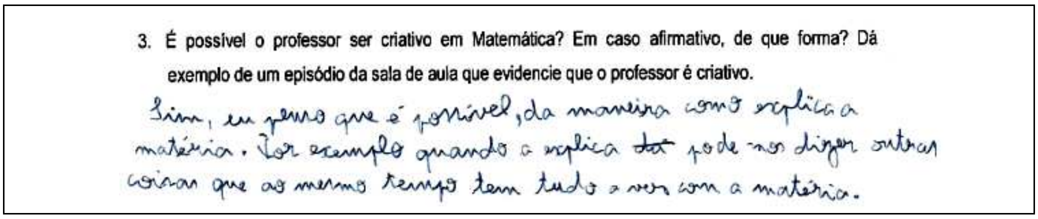


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Eu ~~pens~~ penso que é possível ser-se criativo em qualquer disciplina.

Fig. 77 – Resposta do Gonçalo à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Tal como os restantes colegas da turma, o Gonçalo considerava ser possível o professor ser criativo em Matemática pela forma como expõe os conteúdos (figura 78).

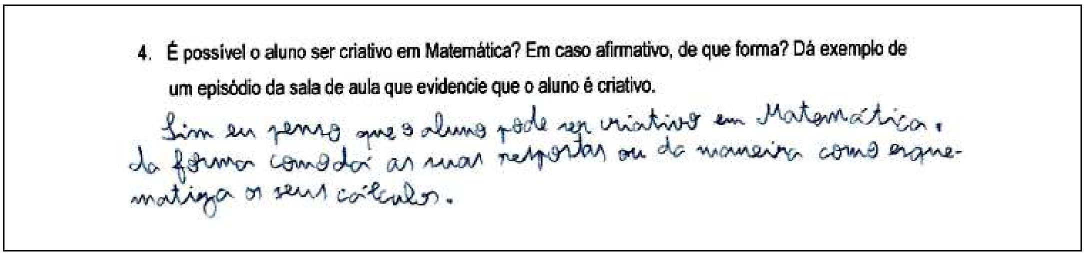


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, eu penso que é possível, da maneira como explica a matéria. Por exemplo quando a explica ~~da~~ pode-nos dizer outras coisas que ao mesmo tempo tem tudo a ver com a matéria.

Fig. 78 – Resposta do Gonçalo à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Relativamente à possibilidade de o aluno ser criativo em Matemática, o Gonçalo foi um dos vinte e três alunos da turma que respondeu afirmativamente. No que diz respeito à forma como tal é possível, refere o modo como o aluno apresenta as suas respostas ou como esquematiza os seus cálculos, conforme evidenciado na figura seguinte.



4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim eu penso que o aluno pode ser criativo em Matemática. da forma como dá as suas respostas ou da maneira como esquematiza os seus cálculos.

Fig. 79 – Resposta do Gonçalo à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A figura 80 ilustra as respostas apresentadas pelo Gonçalo na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial. Uma sua análise mais fina far-se-á aquando da discussão do Questionário Final.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.					x
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				x	
A criatividade varia consoante a idade.			X		
A criatividade é uma característica individual.				X	
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	X				
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.		X			
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.				X	
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.				X	
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	X				
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".				X	
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		X			

Fig. 80 – Resposta do Gonçalo à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Relativamente à escolha da resolução mais criativa, de entre as apresentadas na sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, o Gonçalo, tal como a maioria dos seus colegas, considerou a da Beatriz e justificou tal facto da forma que se apresenta na figura seguinte.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Na minha opinião são todas mas a que mesmo assim parece mais criativa é a da Beatriz porque o normal é irmos pelo mais simples, ou seja, utilizar a adição e neste caso a Beatriz utilizou a subtração.

Fig. 81 – Resposta do Gonçalo à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Esta afirmação do Gonçalo revela ser coerente com a sua opinião relativamente ao significado de ser criativo. Conforme já referido, para este aluno, ser criativo implica a realização de algo invulgar. Na resposta que apresentou na sexta questão da segunda parte do Questionário Inicial, justificou a escolha da Beatriz precisamente por "fugir" ao normal. Sublinhe-se que, sob o ponto de vista do Gonçalo, o normal é ir pelo mais simples (figura 81).

Nas Escalas de criatividade I e II (anexos 4 e 6) apresentadas aos alunos após a realização das primeira e segunda tarefas, respetivamente, o Manuel indicou sempre as resoluções mais simples como sendo as mais criativas e as mais complexas como sendo as menos criativas, conforme ilustram as figuras 82 a 85.

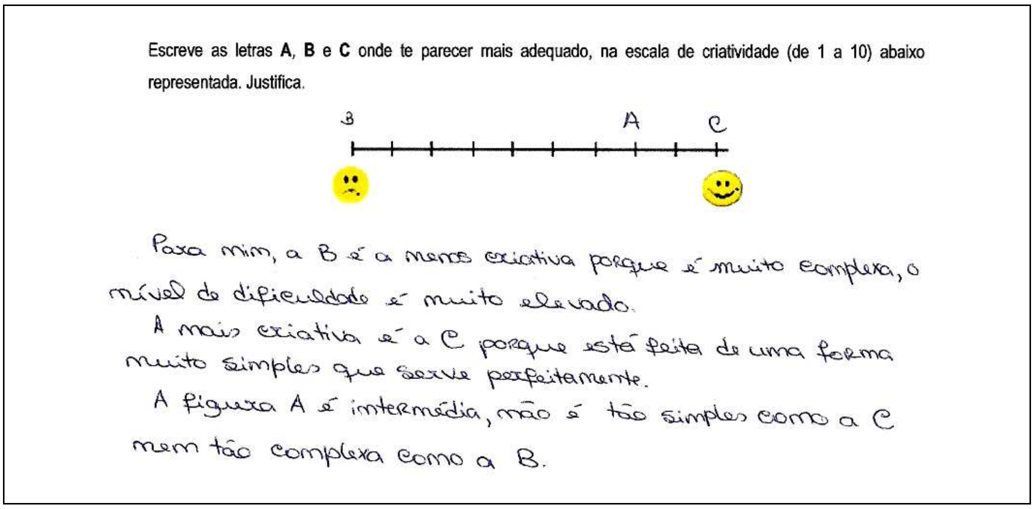


Fig. 82 – Resposta apresentada pelo Manuel na primeira situação da Escala de criatividade I

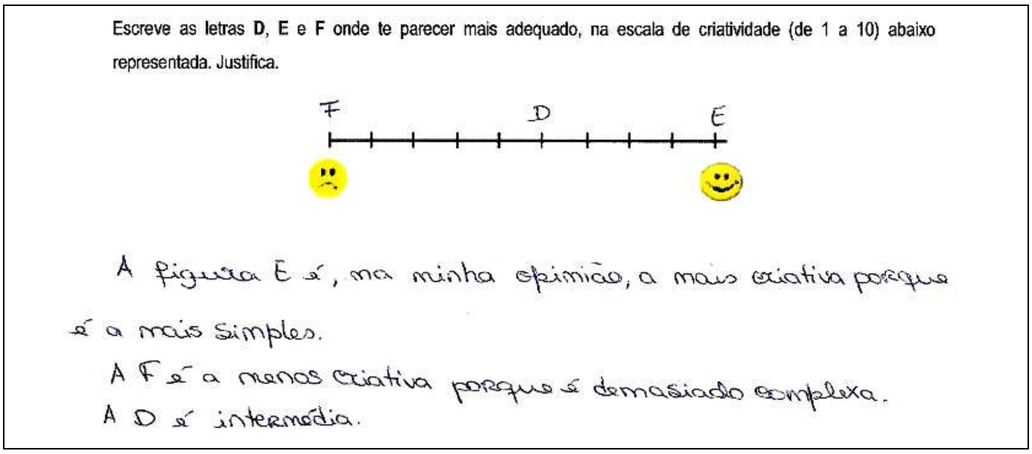


Fig. 83 – Resposta apresentada pelo Manuel na segunda situação da Escala de criatividade I

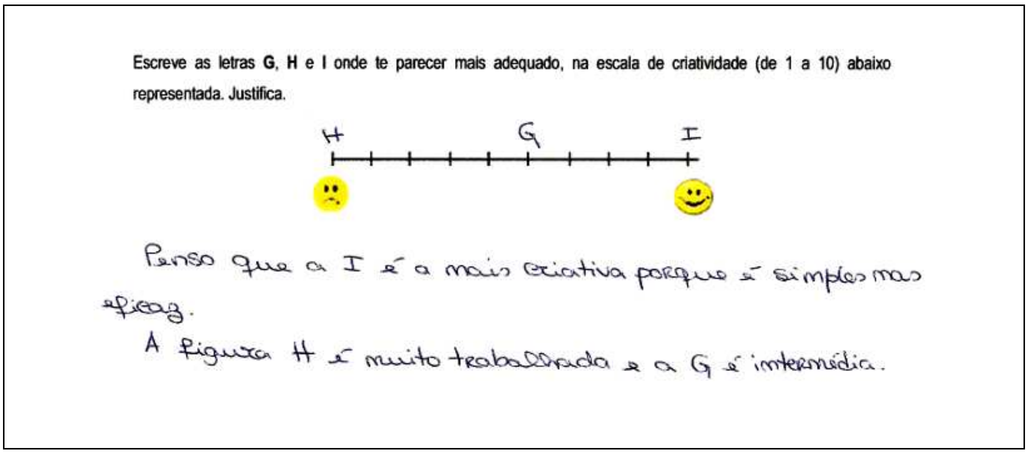


Fig. 84 – Resposta apresentada pelo Manuel na primeira situação da Escala de criatividade II

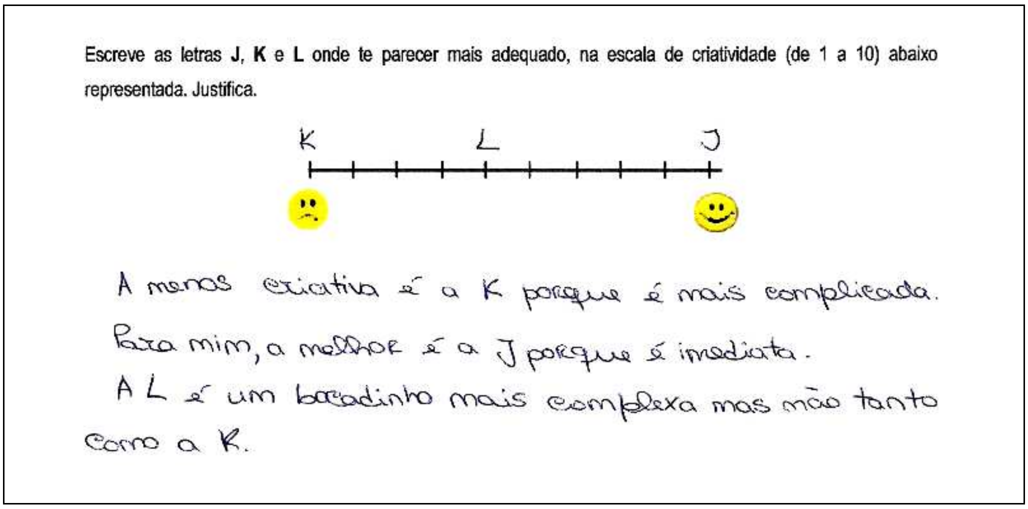


Fig. 85 – Resposta apresentada pelo Manuel na segunda situação da Escala de criatividade II

Na Escala de criatividade III (anexo 11) apresentada aos alunos após a realização da sexta tarefa, o Manuel indicou, como sendo mais criativa, a resolução que ele considerou mais original (figura 86). Neste caso, não se tratava de existir resoluções mais simples nem mais complexas. Os alunos teriam que inventar uma sequência de desenhos que correspondessem a termos consecutivos de um padrão, dada uma determinada lei de formação. Assim, o Manuel respondeu de acordo com a sua visão do que é ser criativo, isto é, conseguir criar algo original que se destaque dos outros.

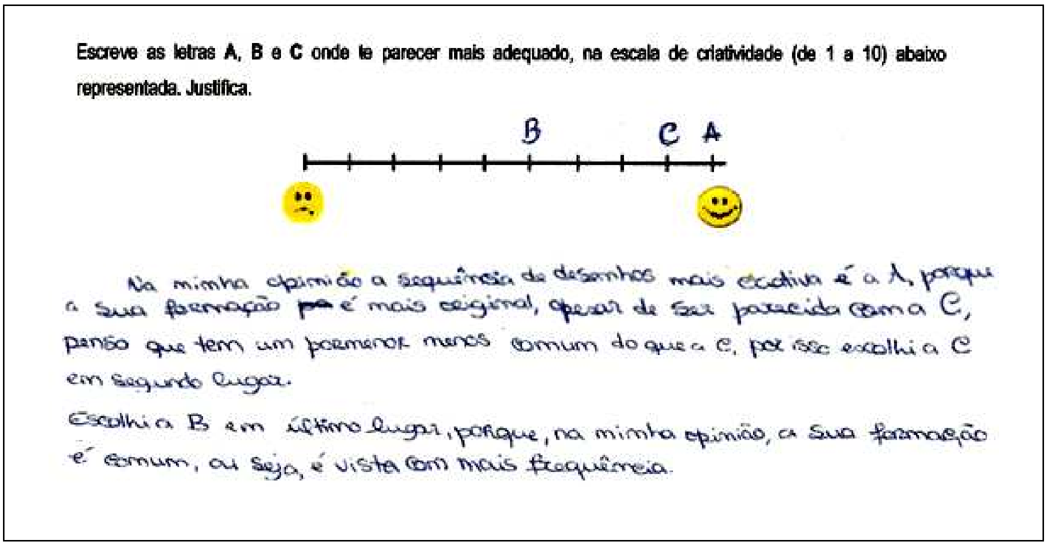


Fig. 86 – Resposta apresentada pelo Manuel na Escala de criatividade III

As figuras 87 e 88 ilustram as respostas do Gonçalo nas duas situações apresentadas na Escala de criatividade I. Note-se que a expressão "alterações que faziam a diferença total" utilizada na resposta à primeira situação (figura 87), tem subjacente a ideia de originalidade.

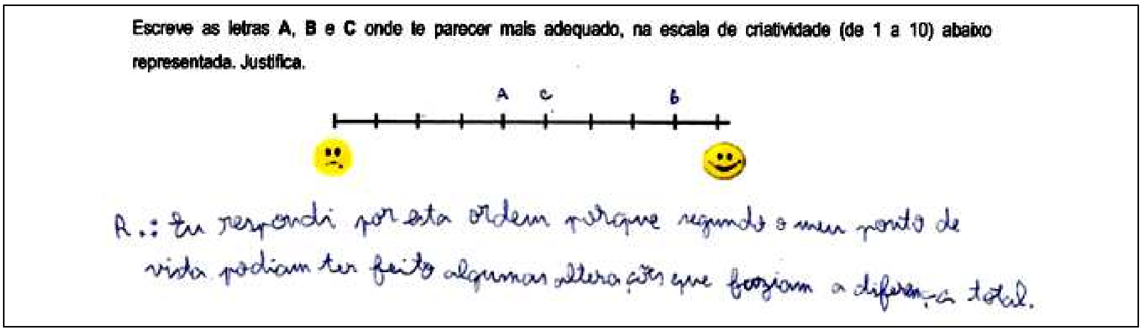


Fig. 87 – Resposta apresentada pelo Gonçalo na primeira situação da Escala de criatividade I

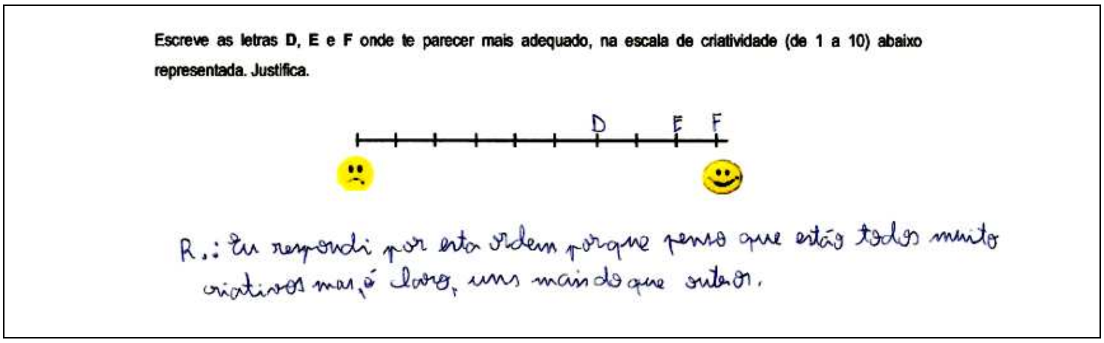


Fig. 88 – Resposta apresentada pelo Gonçalo na segunda situação da Escala de criatividade I

Nas respostas apresentadas nas duas situações da Escala de criatividade II (figuras 89 e 90), o Gonçalo faz referência ao raciocínio do tipo desconstrutivo quando refere que foram acrescentados símbolos que não pertenciam às figuras e, posteriormente, subtraídos. Na sua opinião, é o uso desta estratégia que determina a escolha da resolução mais criativa.

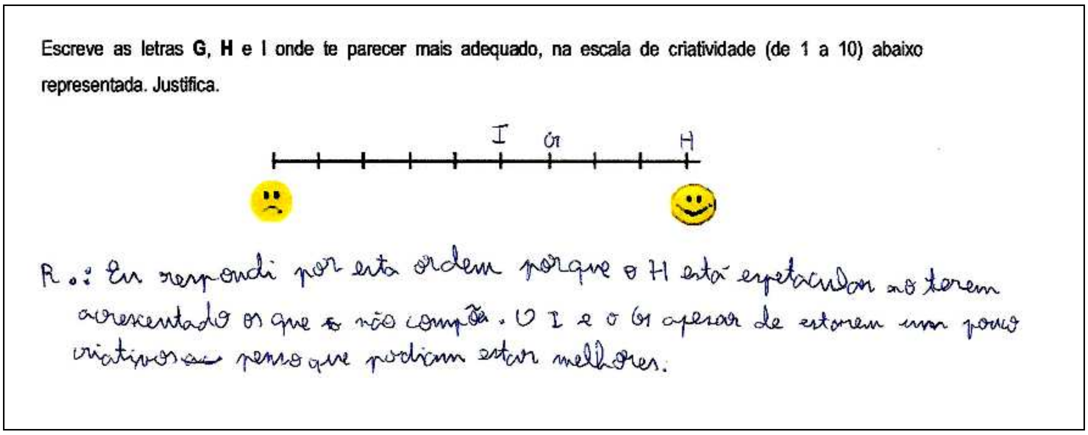


Fig. 89 – Resposta apresentada pelo Gonçalo na primeira situação da Escala de criatividade II

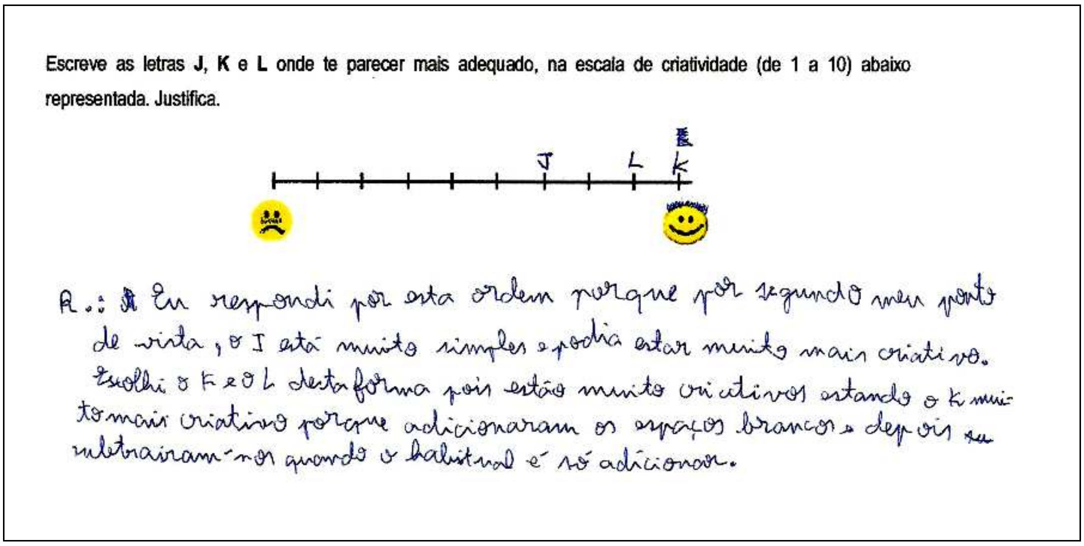
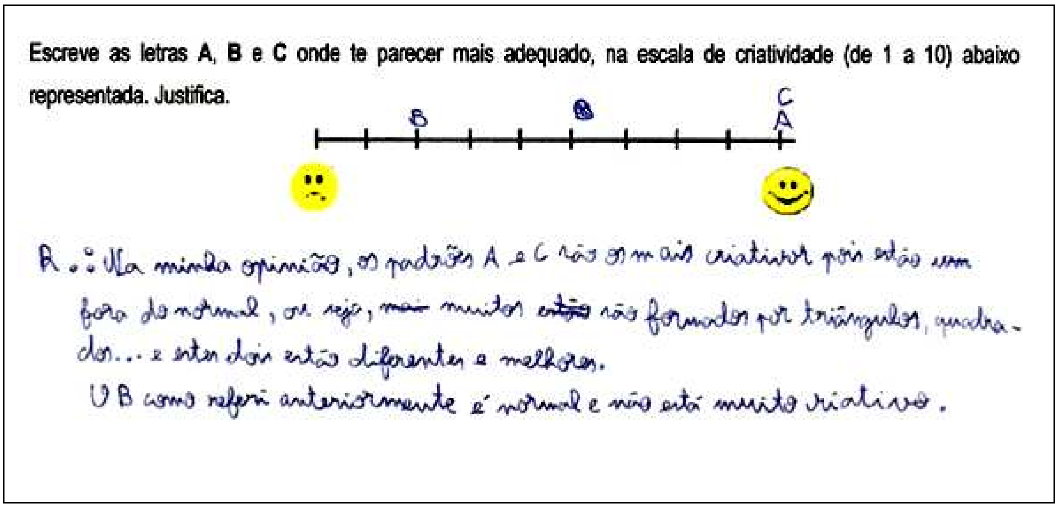


Fig. 90 – Resposta apresentada pelo Gonçalo na segunda situação da Escala de criatividade II

Ao contrário do Manuel, o Gonçalo indicou sempre as resoluções mais complexas como sendo as mais criativas e as mais simples como sendo as menos criativas.

Na Escala de criatividade III, a escolha da sequência mais criativa foi coerente com a visão de criatividade do Gonçalo. Recorde-se que, para este aluno, ser criativo é conseguir criar algo fora do vulgar e, na justificação da escolha da sequência mais criativa, neste caso das sequências mais criativas porque se verificou um empate, o Gonçalo referiu precisamente o facto de ambas serem fora do normal (figura 91).

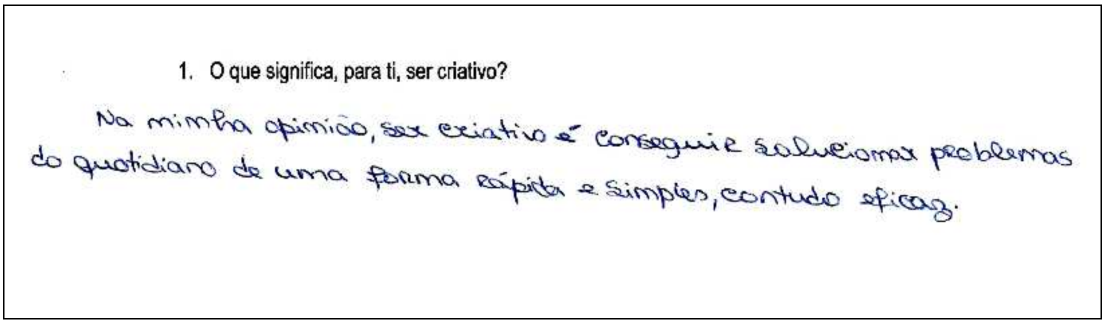

Escreve as letras A, B e C onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

R.: Na minha opinião, os padrões A e C são os mais criativos pois estão um fora do normal, ou seja, ~~mais~~ muitos ~~estão~~ não formados por triângulos, quadrados... e estes dois estão diferentes e melhores.
O B como referi anteriormente é normal e não está muito criativo.

Fig. 91 – Resposta apresentada pelo Gonçalo na Escala de criatividade III

A análise do Questionário Final (anexo 13) permite afirmar que algumas das representações do Manuel acerca da criatividade sofreram alterações.

Embora tenha continuado a defender que a simplicidade é sinónimo de criatividade, conforme se pode verificar na resposta por ele apresentada na primeira pergunta do Questionário Final (figura 92), a sua opinião alterou-se relativamente às disciplinas onde considera ser possível ser-se criativo (figura 93).


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Na minha opinião, ser criativo é conseguir solucionar problemas do quotidiano de uma forma rápida e simples, contudo eficaz.

Fig. 92 – Resposta do Manuel à primeira pergunta do Questionário Final

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Eu penso que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas.

Fig. 93 – Resposta do Manuel à segunda pergunta do Questionário Final

Relativamente à possibilidade de o professor ser criativo em Matemática, tal como no Questionário Inicial, o Manuel respondeu afirmativamente (figura 94) e afirmou que tal é possível utilizando formas simples e eficazes na resolução de problemas.

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, é possível, ~~m~~ ensinando-nos diferentes formas eficazes e simples de resolver todos os problemas. Como por exemplo, optando por na correcção de um exercício, recorrer a soluções menos complexas.

Fig. 94 – Resposta do Manuel à terceira pergunta do Questionário Final

O mesmo sucedeu no que respeita ao aluno. Considerou que é possível o aluno ser criativo em Matemática resolvendo problemas de forma diferente e sendo sintético nos cálculos, conforme evidenciado na figura seguinte.

4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, é possível, quando o aluno soluciona um problema de forma diferente, contudo, sem recorrer a demasiados cálculos.

Fig. 95 – Resposta do Manuel à quarta pergunta do Questionário Final

À quinta pergunta do Questionário Final, o Manuel respondeu da forma apresentada na figura seguinte.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.			X		
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.		X			
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		X			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.		X			
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.		X			
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			X		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.		X			
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			X		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		X			

Fig. 96 – Resposta do Manuel à quinta pergunta do Questionário Final

A análise das opções indicadas pelo Manuel nesta pergunta em ambos os Questionários permite verificar que a diferença fundamental reside na afirmação "*A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes*". No Questionário Inicial, o Manuel marcou com um X a opção *Discordo* e, no Questionário Final, assinalou a opção *Concordo*, o que revela ser coerente com a alteração da sua opinião relativamente às disciplinas nas quais considera ser possível ser-se criativo. No entanto, em ambos os Questionários, discordou das afirmações "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria* *nada de novo*” e “*Em Matemática não se pode ser muito criativo, ‘é aquilo e aquilo mesmo’*”.

Na sexta questão, indicou novamente a resolução do João como sendo a mais criativa, dada a simplicidade e eficácia da mesma (figura 97).

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Na minha opinião, o aluno que apresentou a resposta mais criativa foi o João, porque é uma forma eficaz e simples.

Fig. 97 – Resposta do Manuel à sexta pergunta do Questionário Final

No caso do Gonçalo, verificaram-se, igualmente, algumas alterações.

Recorde-se que, no Questionário Inicial, o aluno referiu que, na sua opinião, ser criativo era conseguir fazer algo fora do vulgar. No Questionário Final, referiu que era criar algo original ou até mesmo novo, conforme evidenciado na figura seguinte.

1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim ser criativo é fazer algo que ainda não tenha existido, ou seja, criar algo original ou até mesmo novo.

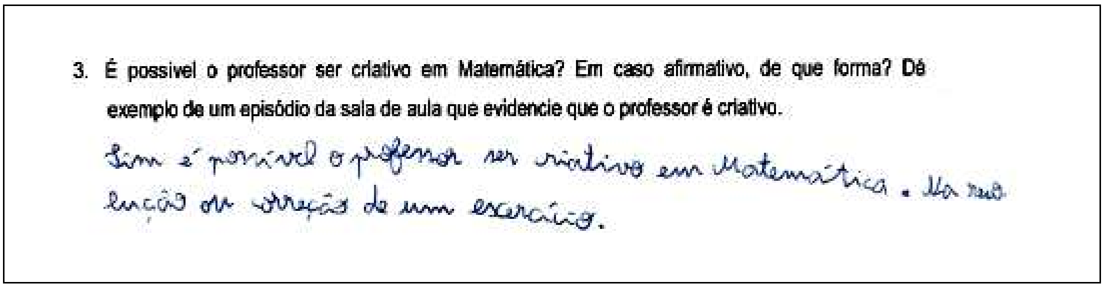
Fig. 98 – Resposta do Gonçalo à primeira pergunta do Questionário Final

A análise das segunda, terceira e quarta perguntas do Questionário Final permite verificar que a sua opinião se manteve. Continuou a considerar que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas (figura 99) e que, tanto o professor como o aluno, podem ser criativos em Matemática (figuras 100 e 101). No caso do professor, e respondendo a “de que forma”, referiu a resolução de exercícios e não a forma como expõe um conteúdo.

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Eu penso que é possível ser-se criativo em todas as disciplinas.

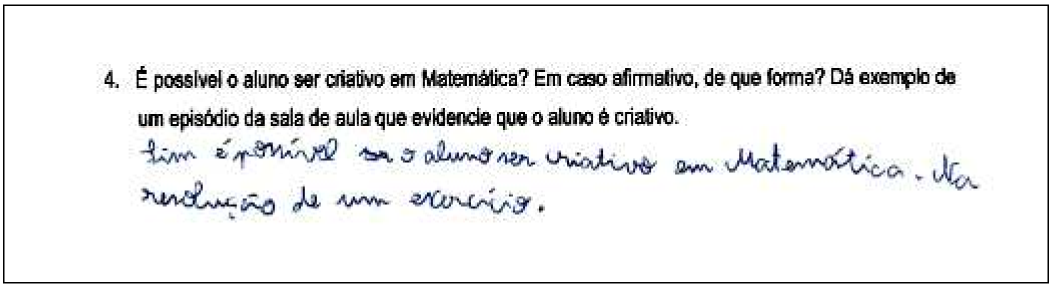
Fig. 99 – Resposta do Gonçalo à segunda pergunta do Questionário Final



3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dê exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim é possível o professor ser criativo em Matemática. Na reso lução ou correção de um exercício.

Fig. 100 – Resposta do Gonçalo à terceira pergunta do Questionário Final



4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim é possível o aluno ser criativo em Matemática. Na resolução de um exercício.

Fig. 101 – Resposta do Gonçalo à quarta pergunta do Questionário Final

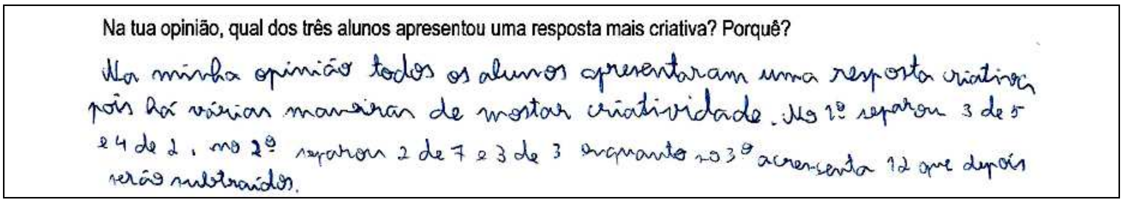
À quinta pergunta do Questionário Final, o Gonçalo respondeu da forma ilustrada na figura seguinte.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				X	
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.			X		
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		X			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.			X		
É possível avaliar a criatividade dos alunos.				X	
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			X		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	X				
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".				X	
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	X				

Fig. 102 – Resposta do Gonçalo à quinta pergunta do Questionário Final

A análise das respostas do aluno a esta pergunta em ambos os Questionários permitiu verificar que a diferença fundamental reside nas afirmações "*A criatividade varia consoante a idade*" e "*A escola cerceia a criatividade dos alunos*". No Questionário Inicial, o Gonçalo discordava da primeira e concordava com a segunda. No Questionário Final, verificou-se o contrário, concordava com a primeira e discordava da segunda.

Relativamente à sexta questão, mudou de opinião. Inicialmente, considerou a resolução da Beatriz como sendo a mais criativa, por ser diferente do normal. Na mesma pergunta, no Questionário Final, considerou as três resoluções igualmente criativas, apresentando a justificação indicada na figura seguinte.

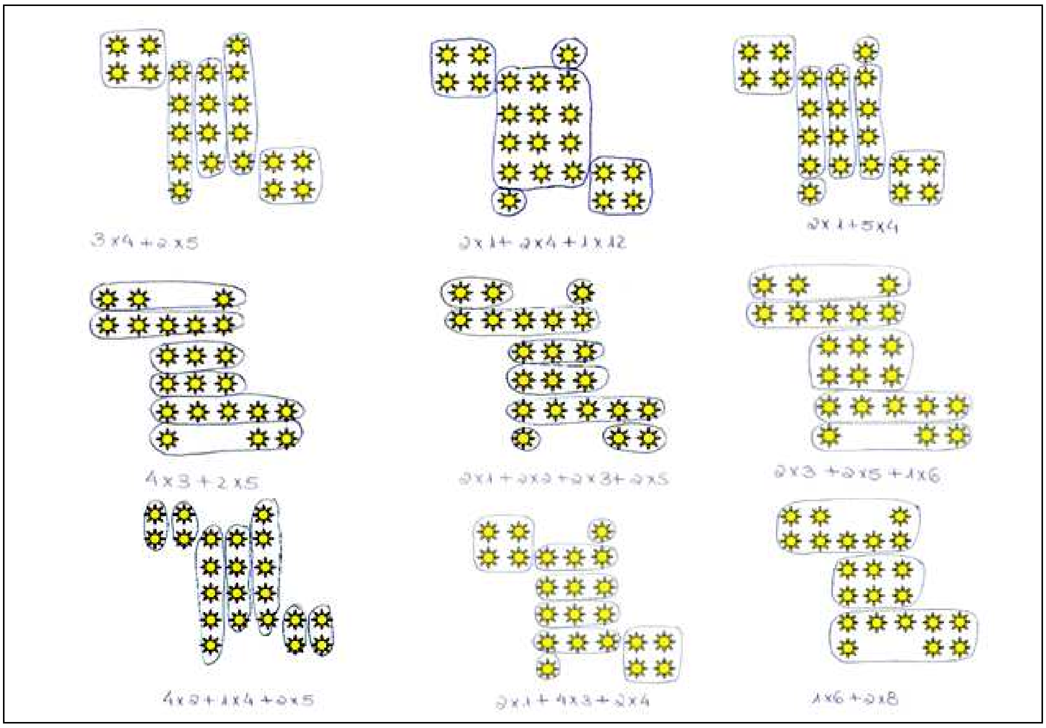

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Na minha opinião todos os alunos apresentaram uma resposta criativa, pois há várias maneiras de mostrar criatividade. No 1º separou 3 de 5 e 4 de 2, no 2º separou 2 de 7 e 3 de 3 enquanto o 3º acrescenta 12 que depois serão subtraídos.

Fig. 103 – Resposta do Gonçalo à sexta pergunta do Questionário Final

A análise do Teste (modalidade pré) realizado por estes dois alunos permitiu compilar as seguintes informações.

Na segunda questão do Teste (modalidade pré), o Manuel indicou quinze modos de contagem diferentes, conforme evidenciado na figura seguinte.



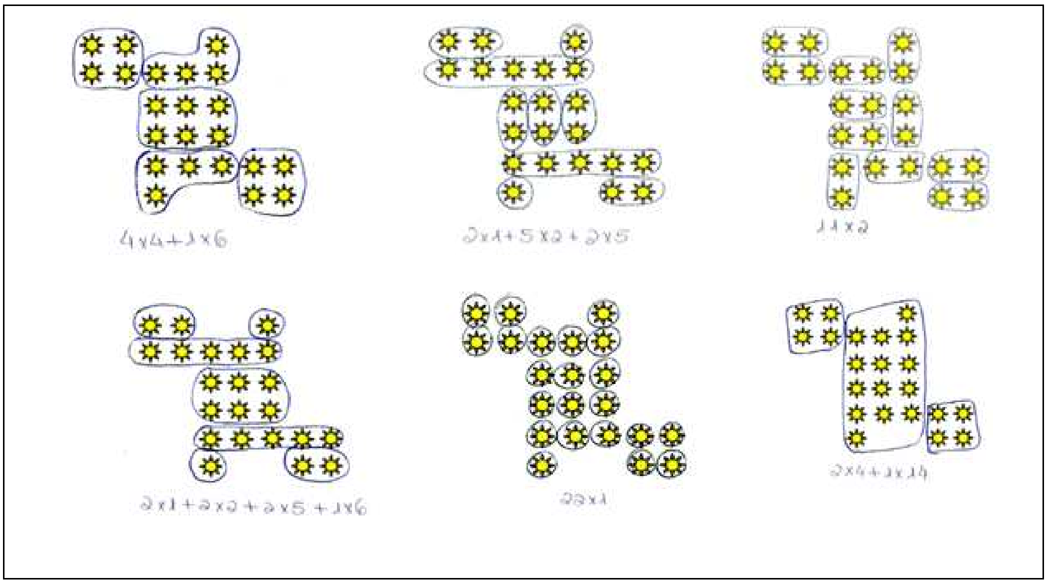
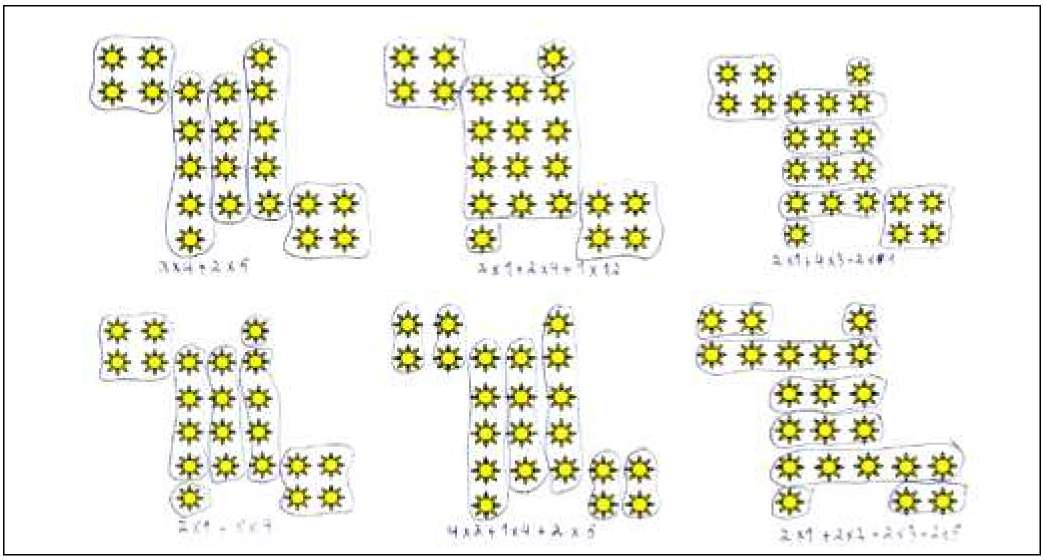


Fig. 104 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelo Manuel na segunda questão do Teste (modalidade pré)

A maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3 e 2×3, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, na maioria das representações, vertical e mista.

Já o Gonçalo indicou catorze modos de contagem diferentes, conforme ilustrado na figura seguinte.



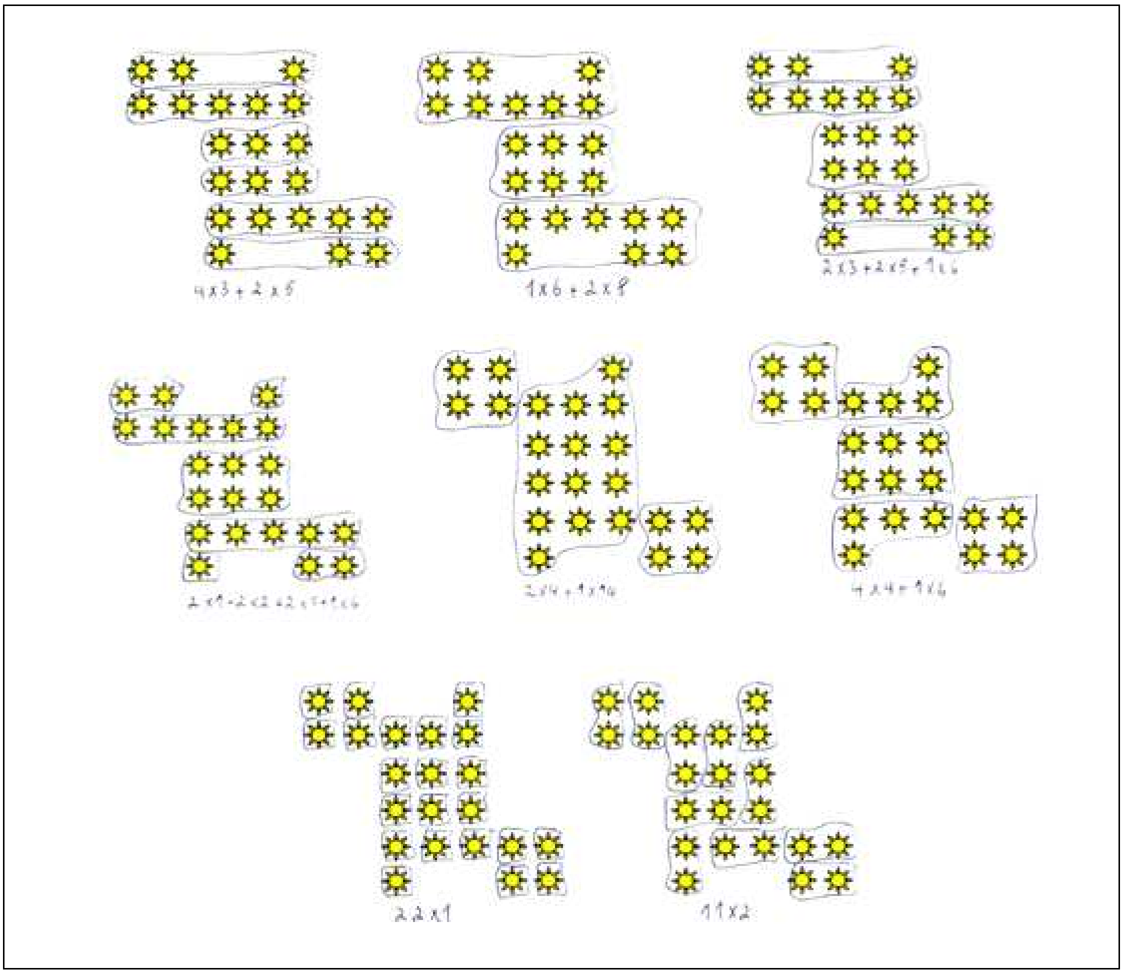


Fig. 105 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelo Gonçalo na segunda questão do Teste (modalidade pré)

A esmagadora maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3 e 2×3, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, na maioria das representações, vertical e mista.

Todos os modos de contagem apresentados, quer pelo Manuel, quer pelo Gonçalo, pertenciam à mesma categoria de resposta: identificação de conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial (construtiva). Destaque-se que um dos modos de contagem que ambos os alunos apresentaram foi indicado também por apenas outros três alunos e um dos modos de contagem apresentado pelo Manuel foi também indicado por apenas mais dois alunos.

Relativamente à exploração da Tarefa 1 (anexo 3), cumpre referir que, como resposta à primeira questão, esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos seis modos de contagem diferentes, organizados em duas categorias: identificação de conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial (construtiva) e sobreposição de símbolos e posterior subtração de elementos contados mais do que uma vez (desconstrutiva). Este par de alunos apresentou nove modos de contagem diferentes (figura 106), num total de onze diferentes apresentados pelos doze grupos, pertencentes a uma categoria de resposta (construtiva).

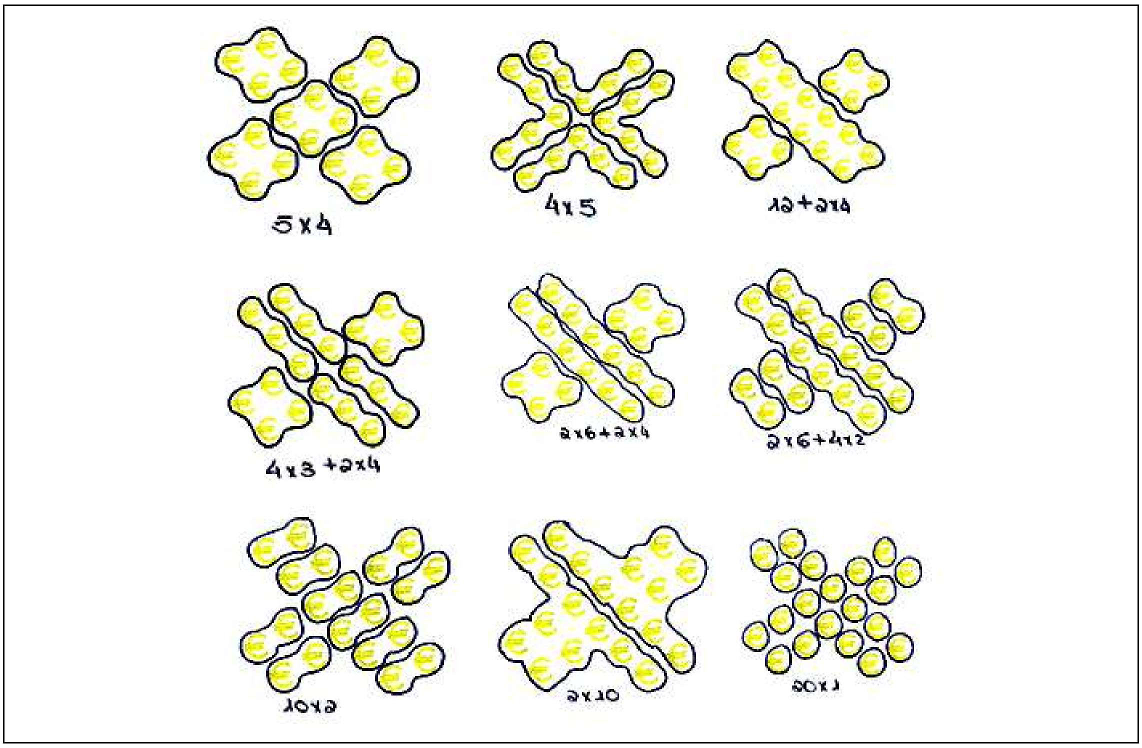


Fig. 106 – Modos de contagem apresentados pelo par Manuel e Gonçalo na primeira questão da Tarefa 1

A esmagadora maioria destas representações visuais apresenta um certo tipo de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×1, 3×1, 6×2 e 6×1, quadrangulares, 2×2 e em boomerang. Destaque-se a leitura oblíqua na maioria das representações.

Na primeira parte da segunda questão, o modo de 'ver' do par Manuel e Gonçalo apresenta uma configuração retangular, com simetria e leitura oblíqua (figura 107).

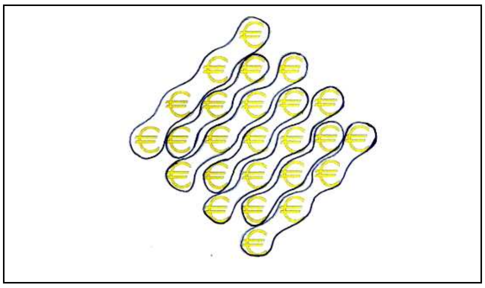


Fig. 107 – Resposta apresentada pelo par Manuel e Gonçalo na primeira parte da segunda questão da Tarefa 1

Na segunda parte desta mesma questão, esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos nove modos de ‘ver’ diferentes, organizados em duas categorias (construtiva e desconstrutiva). O par Manuel e Gonçalo indicou seis modos de ‘ver’ (figura 108), num total de nove diferentes apresentados pelos doze grupos, pertencentes a duas categorias de resposta (construtiva e desconstrutiva). Mais uma vez, é notória a existência de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×1, 3×1, 5×1 e 7×1, e quadrangular, 3×3.

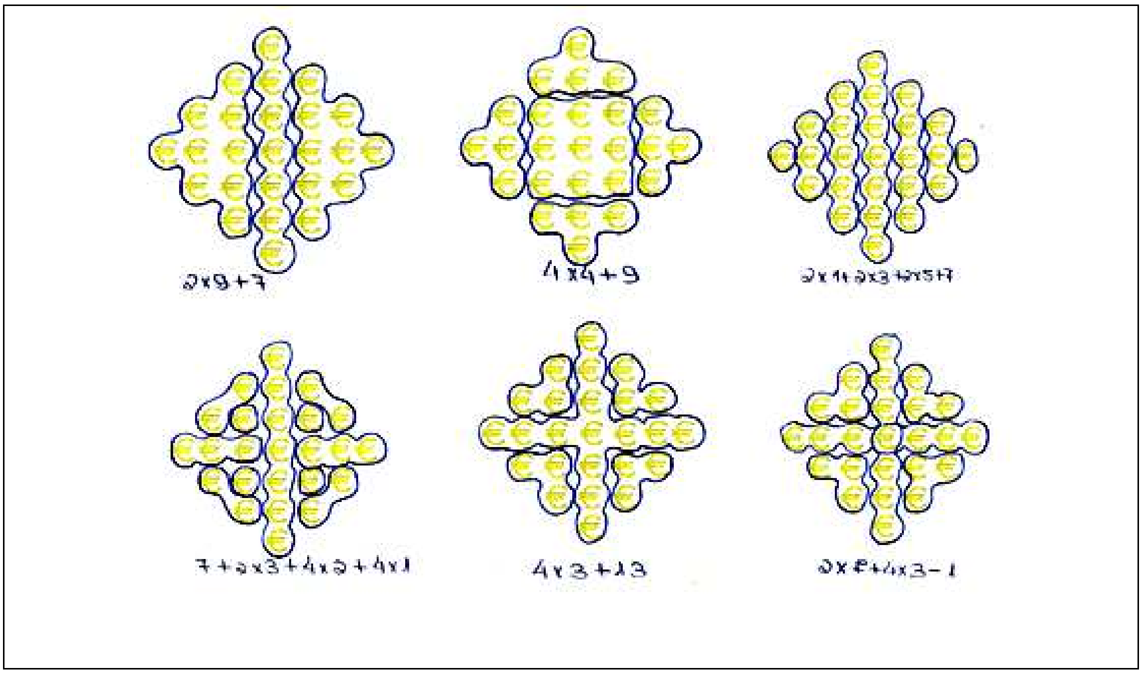


Fig. 108 – Modos de ‘ver’ apresentados pelo par Manuel e Gonçalo na segunda parte da segunda questão da Tarefa 1

A expectativa da professora/investigadora relativamente às resoluções das questões da segunda Tarefa aumentou um pouco visto que já havia sido feita a apresentação e discussão, por parte dos doze grupos de alunos, das resoluções das questões da primeira Tarefa. Assim, esperava-se que os grupos de alunos indicassem, na primeira questão da segunda Tarefa, pelo menos doze modos de contagem diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva.

O par Manuel e Gonçalo indicou, na primeira questão, treze modos de contagem diferentes (figura 109), num total de dezoito apresentados pelos doze grupos, pertencentes a duas categorias de resposta (construtiva e desconstrutiva).

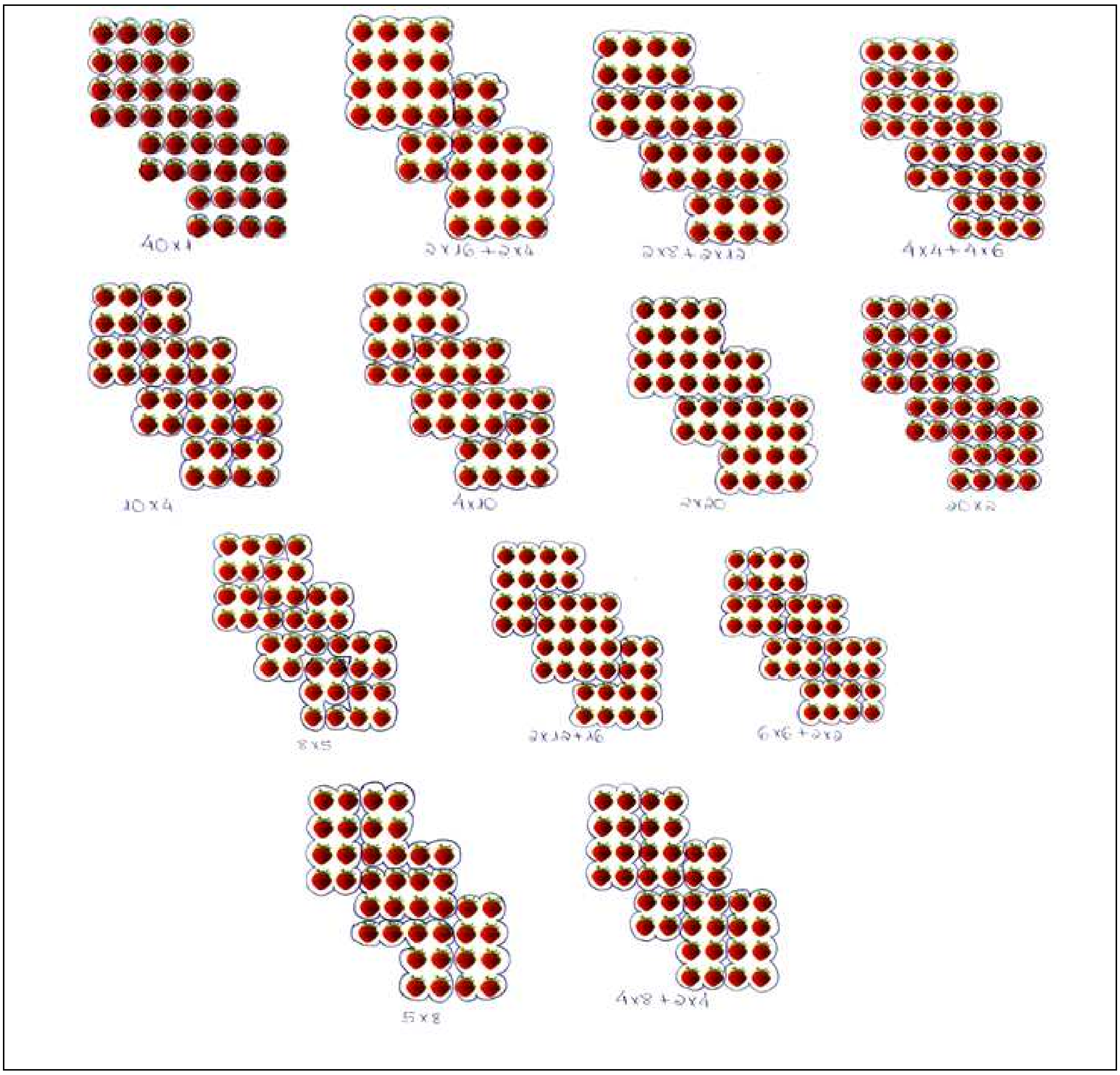


Fig. 109 – Modos de contagem apresentados pelo par Manuel e Gonçalo na primeira questão da Tarefa 2

Estas representações visuais apresentam formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×4, 2×6, 1×4 e 2×3 quadrangulares, 2×2 e 4×4, e hexagonais não regulares. A esmagadora maioria delas apresenta simetria e leitura horizontal.

Na primeira parte da segunda questão, o modo de 'ver' apresentado pelo par Manuel e Gonçalo foi o que a figura seguinte ilustra.

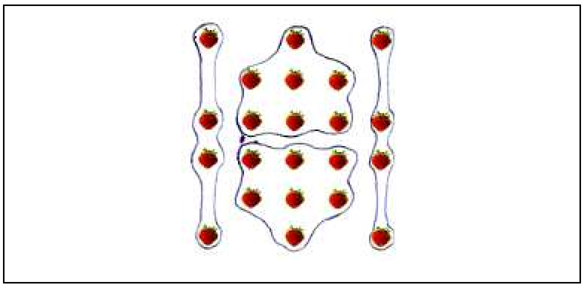
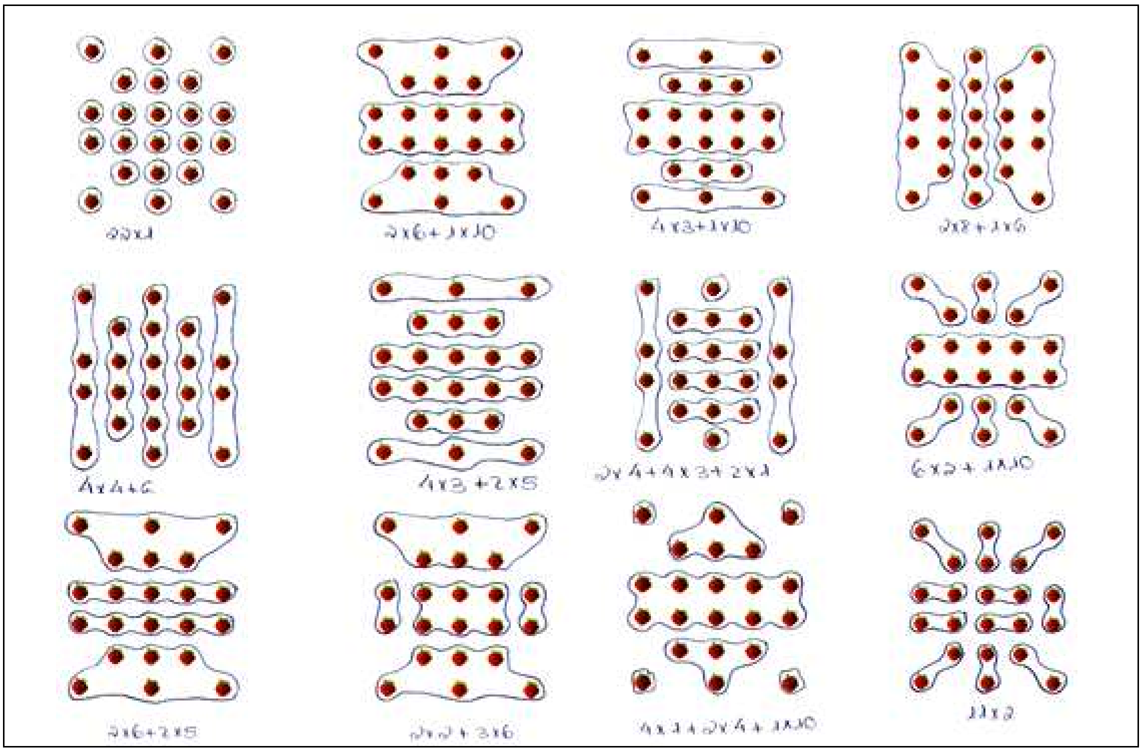


Fig. 110 – Resposta apresentada pelo par Manuel e Gonçalo na primeira parte da segunda questão da Tarefa 2

Na segunda parte da segunda questão desta Tarefa, esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos quinze modos de 'ver' diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. O par Manuel e Gonçalo indicou dezoito modos de 'ver' diferentes (figura 111) pertencentes a duas categorias de resposta (construtiva e desconstrutiva).



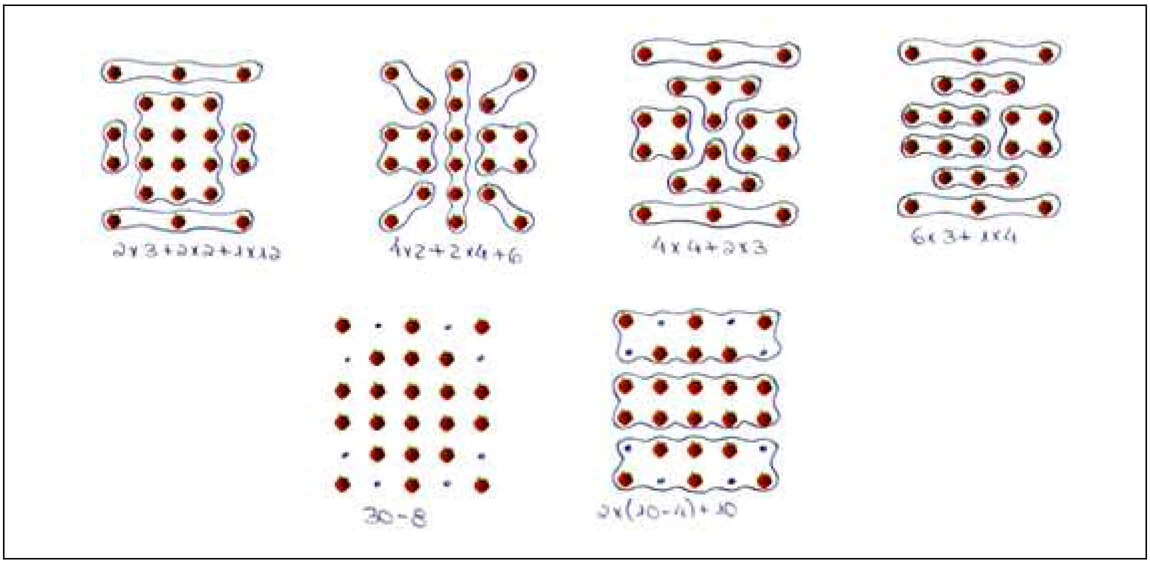


Fig. 111 – Modos de ‘ver’ apresentados pelo par Manuel e Gonçalo na segunda parte da segunda questão da Tarefa 2

Estas representações apresentam, na sua maioria, formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 4×3, 5×1, 4×1, 1×3, 2×6 e 2×3, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, é possível encontrar triângulos, quadrados, 2×2, e trapézios. Também são notórias as leituras horizontais, verticais e mistas.

Nas figuras 2 e 3 da quarta Tarefa (anexo 8), eram esperados, em cada um dos casos, oito modos de ‘ver’ diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. Esperava-se que, à semelhança da segunda tarefa, alguns alunos desenhassem símbolos na figura dada de modo a obter um retângulo, facilitando, assim, a contagem do número total de elementos, e procedendo, posteriormente, à subtração do número de símbolos acrescentados.

Este par de alunos utilizou, em ambos os casos, estas estratégias e apresentou dez modos de ‘ver’ diferentes (figuras 112 e 113), em cada um deles. O número máximo apresentado por todos os grupos, quer num caso, quer no outro, foi doze.

Em ambos os casos, encontram-se certos tipos de simetria e leituras verticais, horizontais e mistas. As configurações geométricas são, sobretudo, retangulares (propriamente ditas), 2×1, 3×1, 4×1 e 5×1.

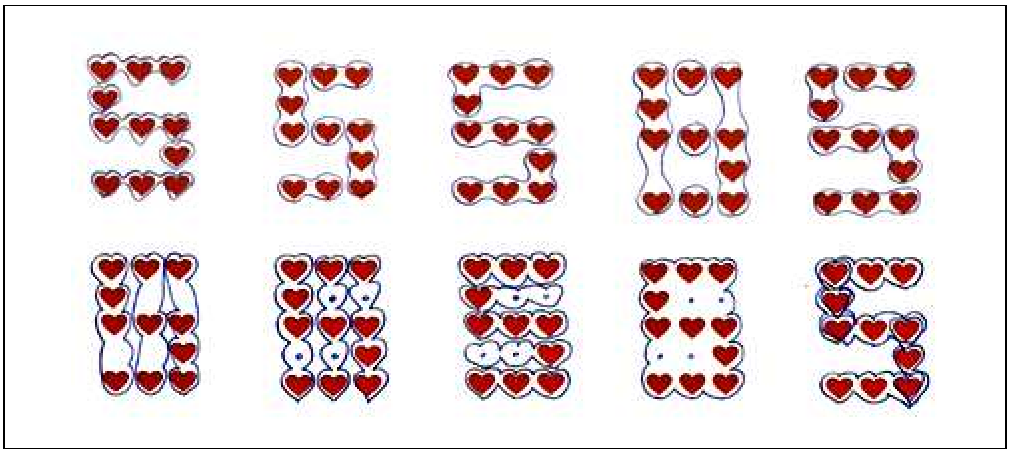


Fig. 112 – Modos de 'ver' a figura 2 da Tarefa 4 apresentados pelo par Manuel e Gonçalo

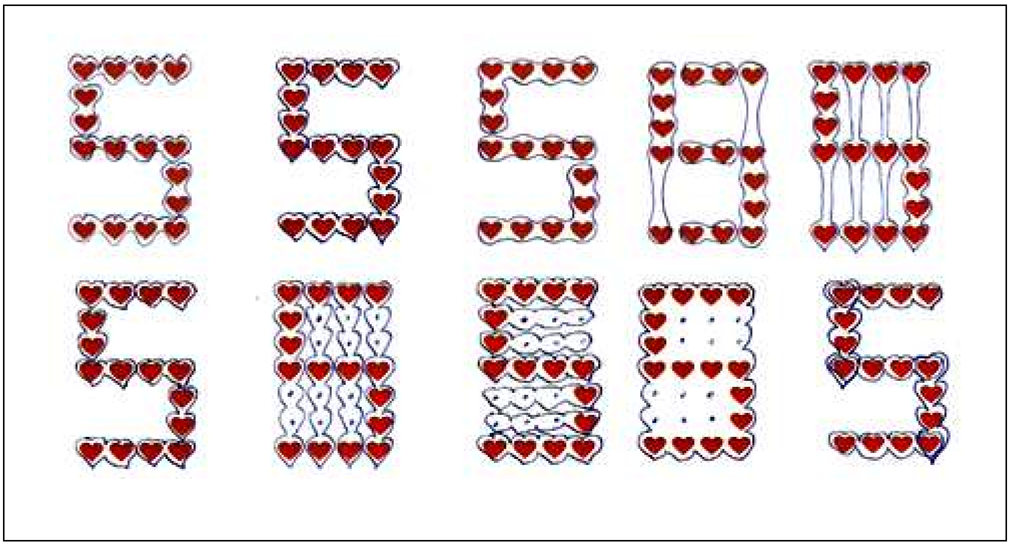


Fig. 113 – Modos de 'ver' a figura 3 da Tarefa 4 apresentados pelo par Manuel e Gonçalo

O modo de 'ver' as figuras representadas na quinta Tarefa (anexo 9) apresentado pelo par Manuel e Gonçalo (figura 114) foi exatamente igual ao de outros nove grupos (conferir no quadro 38), ao contrário de outros dois grupos que apresentaram um modo de 'ver' diferente.

A configuração apresenta simetria, formas geométricas triangulares e quadrangulares e uma leitura horizontal.

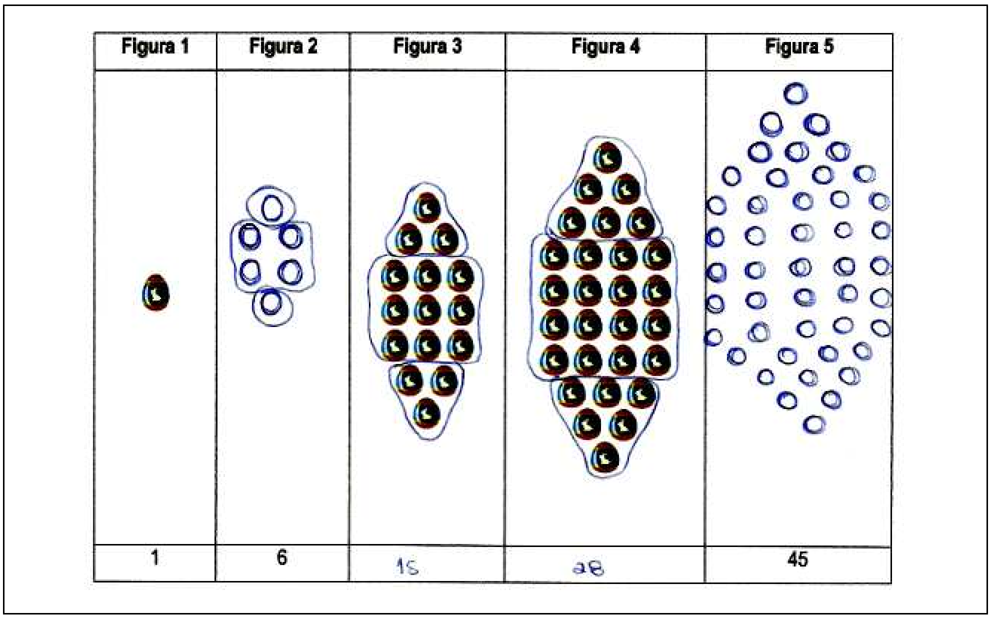
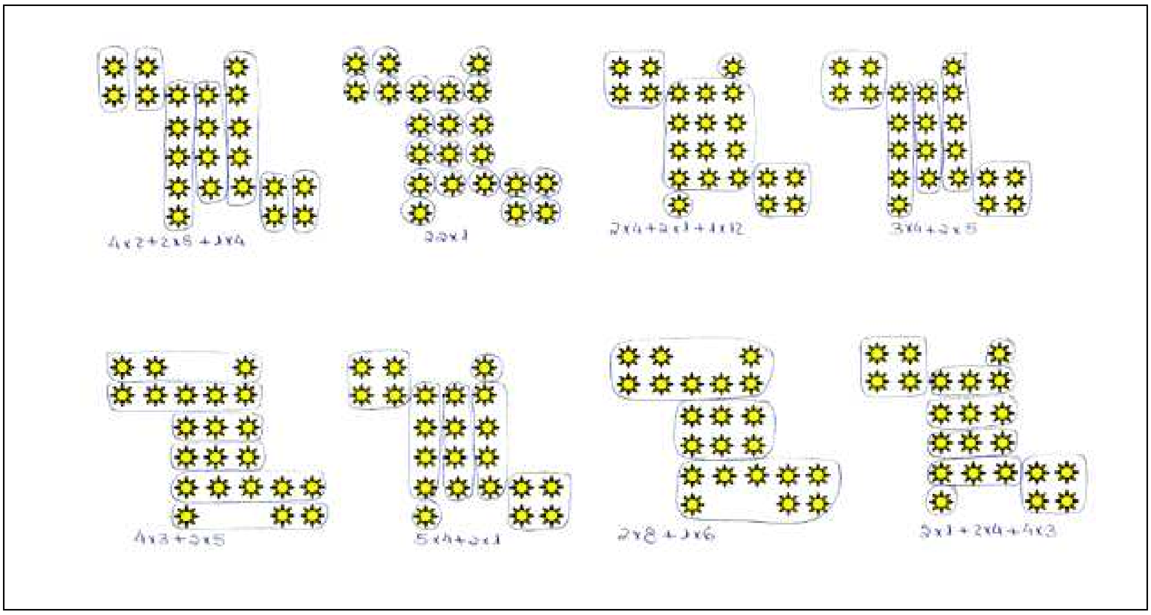


Fig. 114 – Modos de ‘ver’ as figuras 2, 3 e 4 representadas na Tarefa 5
apresentados pelo par Manuel e Gonçalo

Na segunda questão do Teste (modalidade pós), o Manuel apresentou vinte e sete modos de contagem diferentes (mais doze do que na modalidade pré), todos pertencentes à mesma categoria de resposta (construtiva), conforme ilustrado na figura 115. Um dos modos de contagem por ele apresentado foi também indicado por apenas mais quatro dos seus colegas.



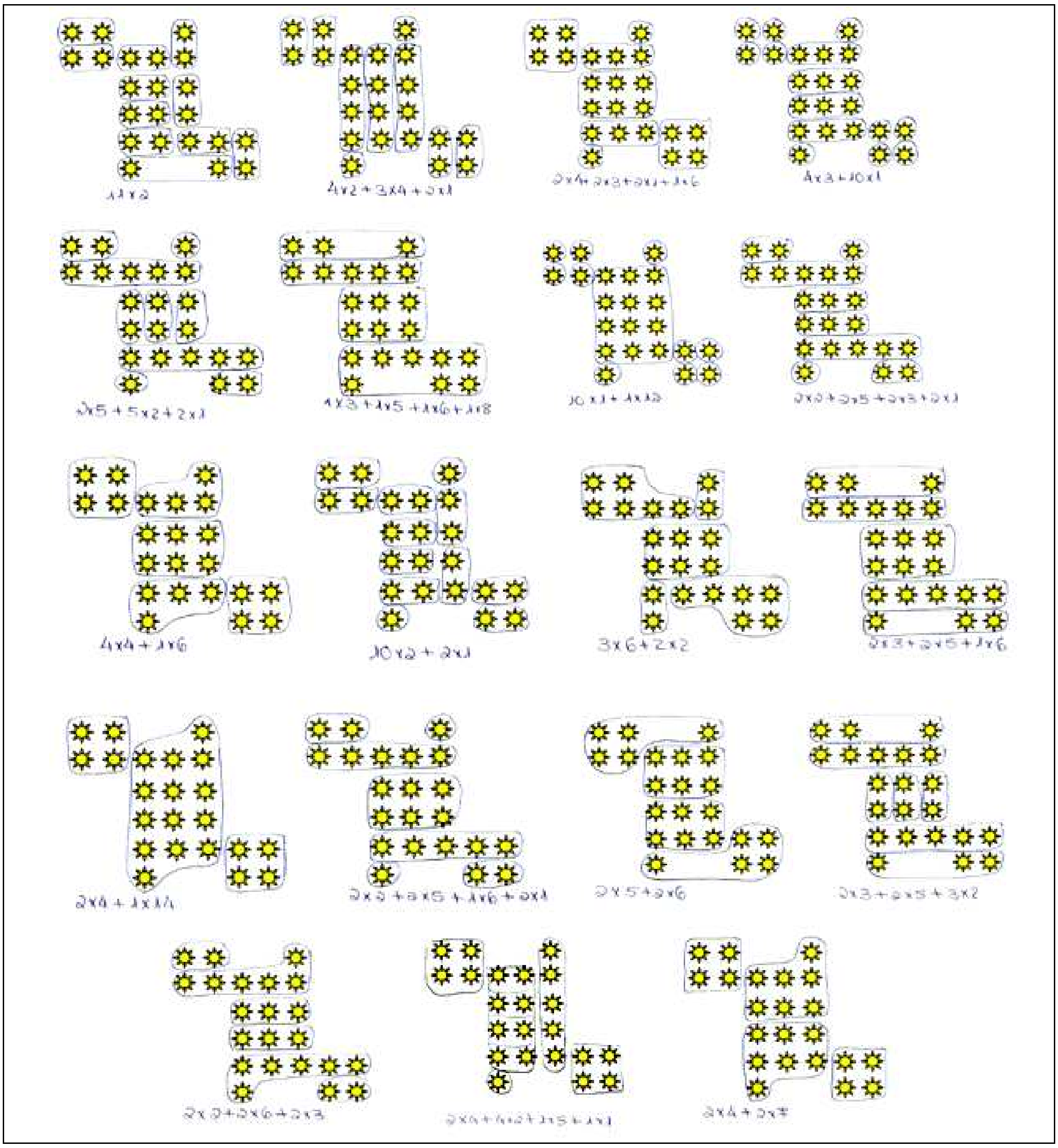
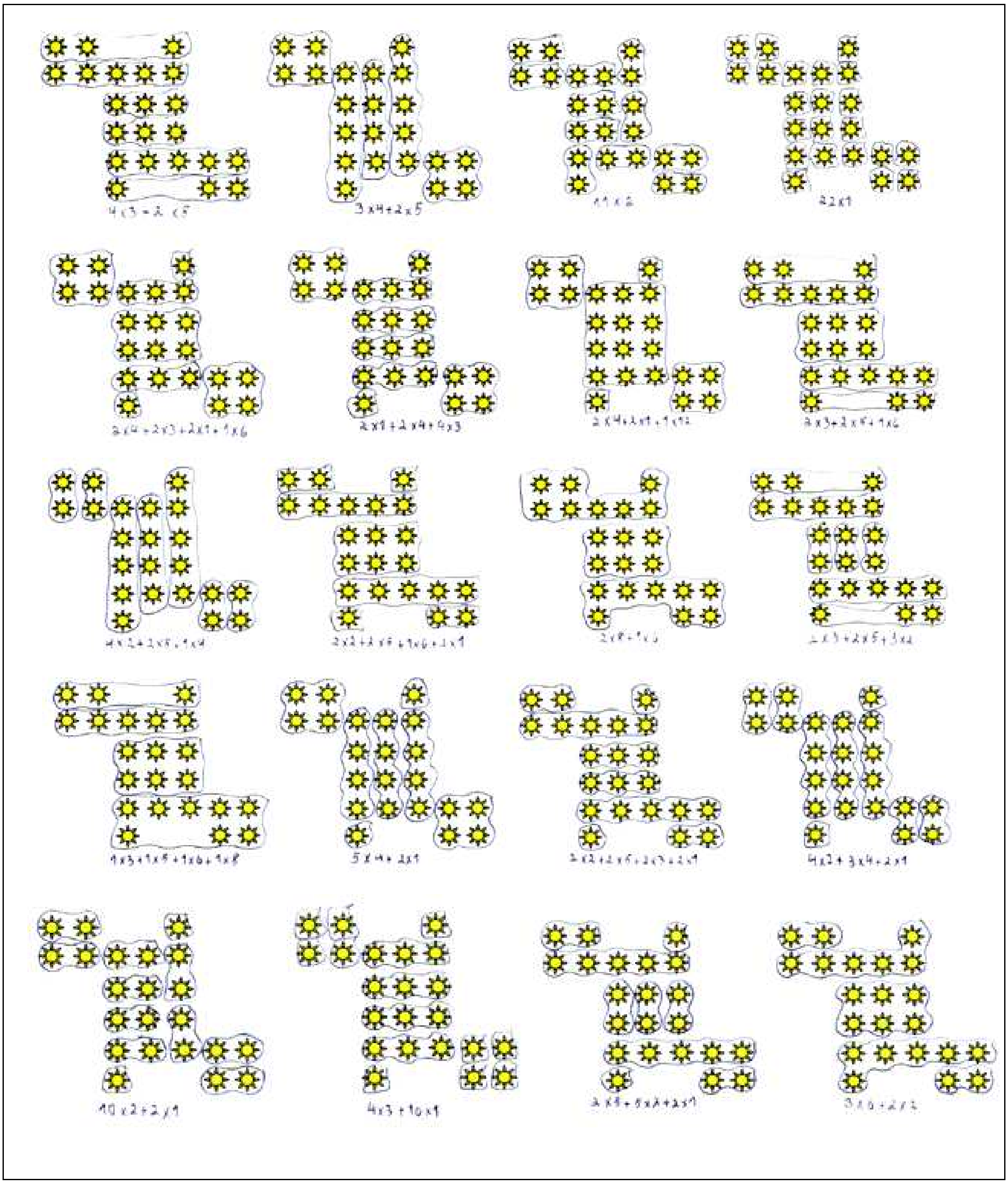


Fig. 115 – Modos de contagem apresentados pelo Manuel na segunda questão do Teste (modalidade pós)

Estas representações visuais apresentam formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3 e 2×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. A esmagadora maioria delas apresenta simetria e leitura horizontal, vertical e mista.

Já o Gonçalo apresentou trinta e oito modos de contagem diferentes (mais vinte e quatro do que na modalidade pré) pertencentes a duas categorias de resposta (construtiva e desconstrutiva), conforme ilustrado na figura 116. Um dos modos de contagem por ele apresentado foi também indicado por apenas mais dois dos seus colegas.



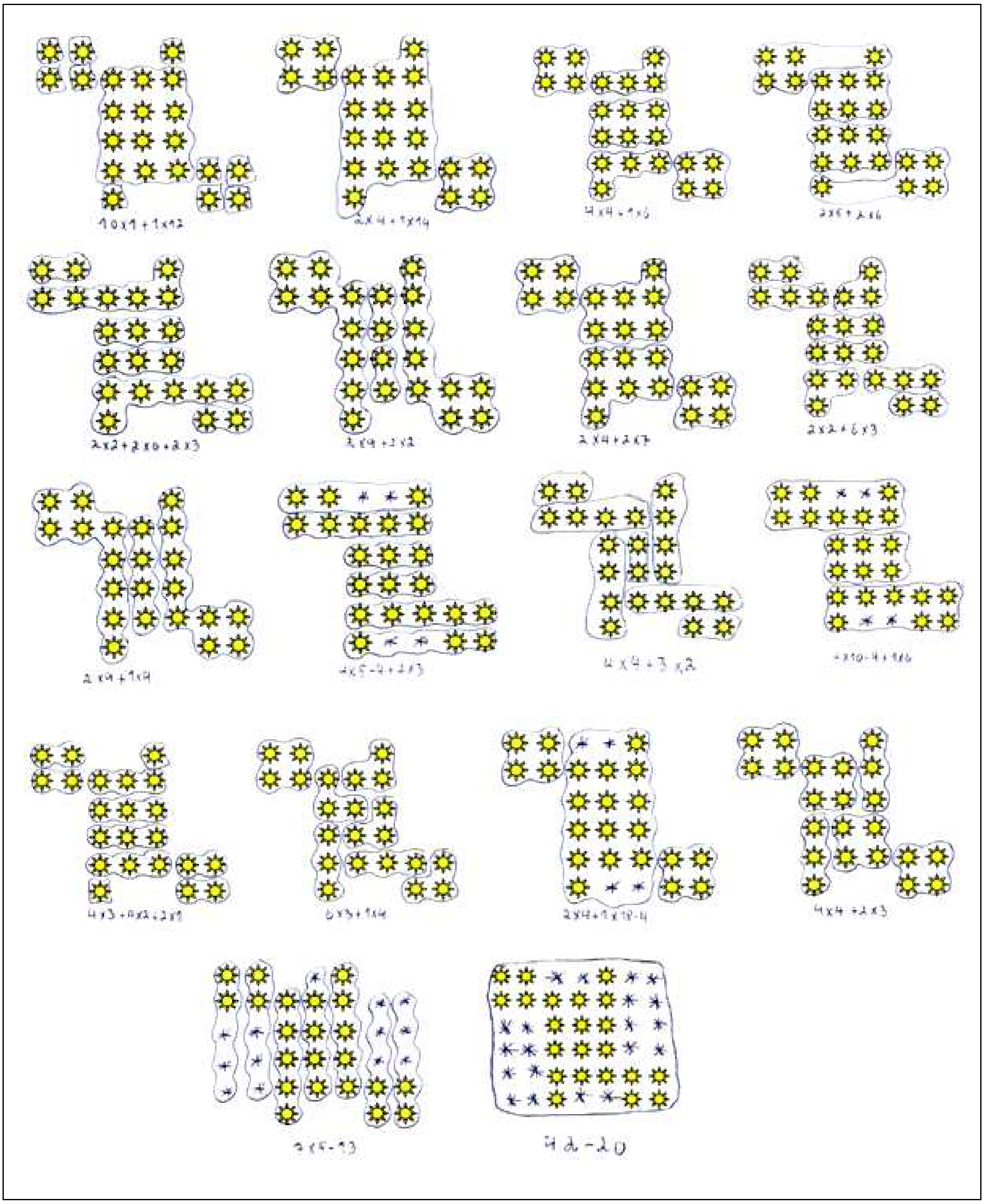


Fig. 116 – Modos de contagem apresentados pelo Gonçalo na segunda questão do Teste (modalidade pós)

A esmagadora maioria destas representações visuais apresenta simetria e a leitura mais frequente é a horizontal, embora também existam vertical e mista. As formas geométricas apresentadas são retangulares (propriamente ditas), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 6×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares.

Face ao exposto, verificou-se que este par de alunos evidenciou melhorias notórias no que diz respeito às três dimensões de criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade, mais nítidas no caso do Gonçalo.

2.1.3. Raciocínio

A análise das resoluções da modalidade pré, do Teste, apresentadas por estes dois alunos tornou evidentes as dificuldades reveladas ao nível do raciocínio.

Na primeira alínea da primeira questão do Teste (anexo 2), modalidade pré, o Manuel foi um dos quinze alunos que indicou um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro, conforme evidenciado na figura seguinte.

Fig. 117 – Resposta do Manuel à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Já o Gonçalo foi um dos cinco alunos que indicou o símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro (figura 118).

Fig. 118 – Resposta do Gonçalo à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Relativamente à segunda alínea da mesma questão, ambos desenharam corretamente os dois termos seguintes. A figura 119 ilustra a resposta do Gonçalo a esta alínea.

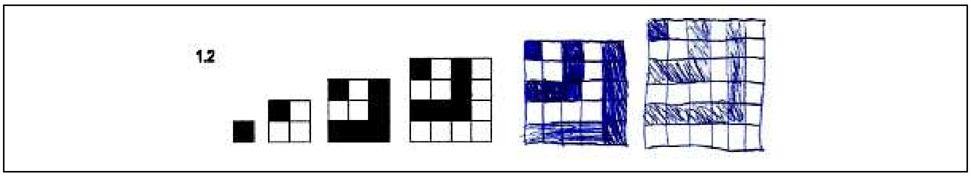


Fig. 119 – Resposta do Gonçalo à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Na terceira alínea, o Manuel respondeu um dos valores incorretamente (figura 120), embora tenha raciocinado corretamente, e o Gonçalo respondeu corretamente (figura 121).

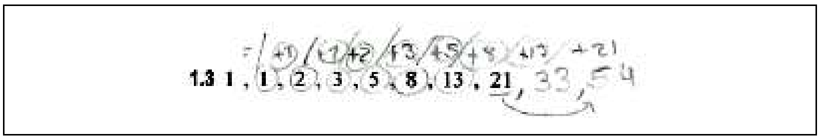


Fig. 120 – Resposta do Manuel à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

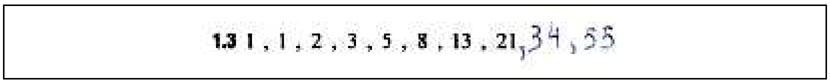
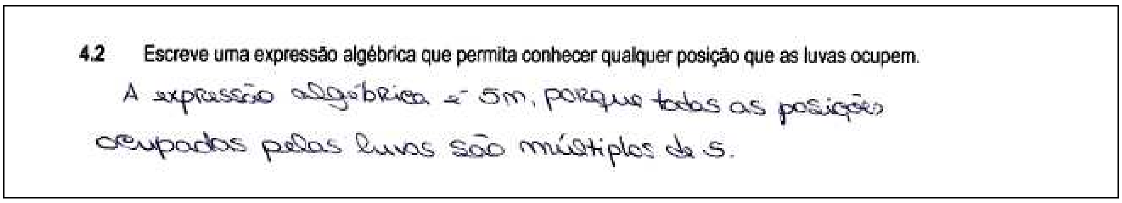


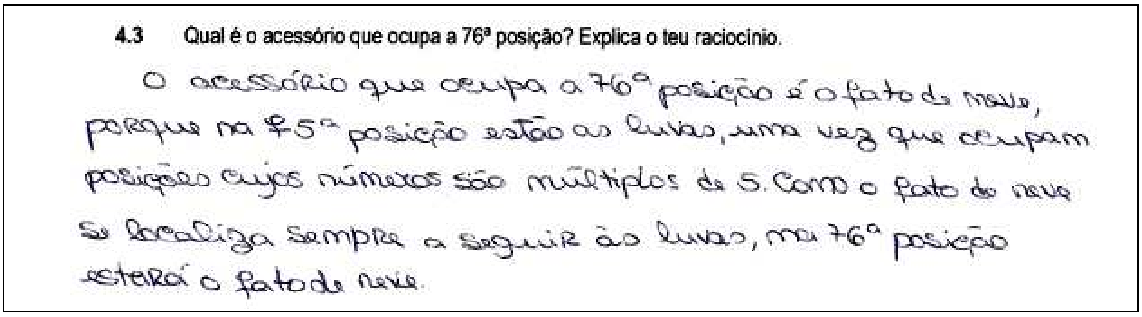
Fig. 121 – Resposta do Gonçalo à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Na quarta questão do Teste (modalidade pré), o Manuel e o Gonçalo responderam corretamente a todas as alíneas. Sublinhe-se que estes dois alunos incluem-se no grupo de apenas cinco que responderam corretamente à segunda alínea, indicando a expressão algébrica $5n$. Na explicação do raciocínio efetuado, na terceira alínea, ambos se basearam na resposta dada na alínea anterior e no facto de 75 ser múltiplo de 5, para concluir que na 76ª posição teria que estar o objeto que se posiciona a seguir às luvas, isto é, o fato de neve. As figuras 122 e 123 corroboram estas afirmações, apresentando as respostas do Manuel.


4.2 Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.

A expressão algébrica = 5m, porque todas as posições ocupadas pelas luvas são múltiplos de 5.

Fig. 122 – Resposta do Manuel à segunda alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)



4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

O acessório que ocupa a 76º posição é o fato de neve, porque na 75º posição estão as luvas, uma vez que ocupam posições cujos números são múltiplos de 5. Como o fato de neve se localiza sempre a seguir às luvas, na 76º posição estará o fato de neve.

Fig. 123 – Resposta do Manuel à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Ambos desenharam corretamente o quarto robô solicitado na primeira alínea da quinta questão (figura 124) e responderam 162 arrobas na segunda alínea da mesma questão, mostrando como encontraram esse valor (figuras 125 e 126).

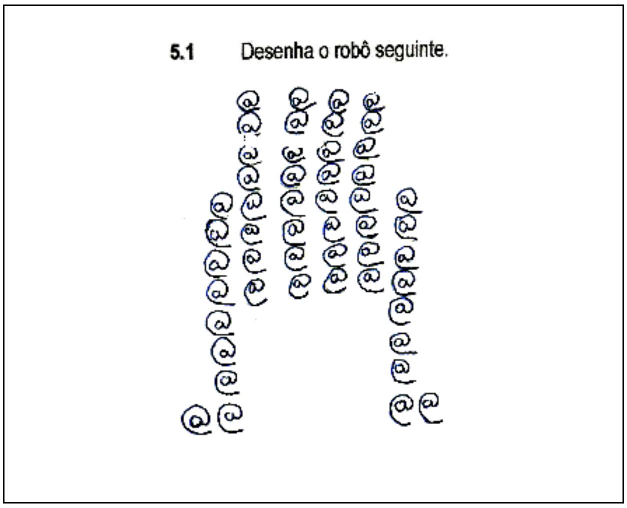
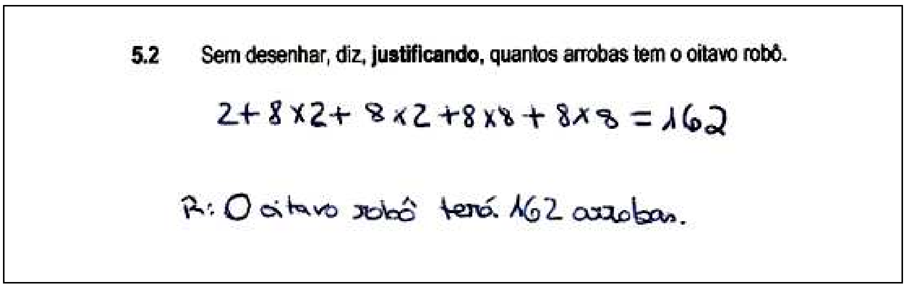


Fig. 124 – Resposta do Gonçalo à primeira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)



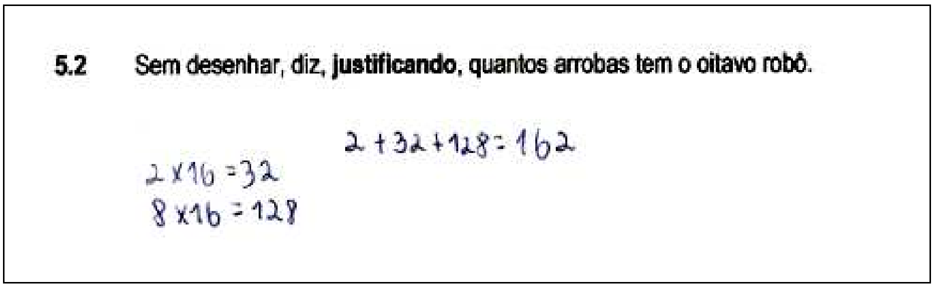
5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

$2+8\times2+8\times2+8\times8+8\times8=162$

R: O oitavo robô terá 162 arrobas.

Fig. 125 – Resposta do Manuel à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

O Manuel terá raciocinado funcionalmente do seguinte modo: a parcela 2 refere-se aos dois símbolos de arroba dos “pés”, um para cada lado, que se mantêm inalterados de robô para robô; as duas parcelas 8×8 referem-se aos dois “blocos” de 8×8 que formam o “tronco” do robô (no caso do quarto robô são dois blocos de 4×4) e as duas parcelas 8×2 referem-se aos dois conjuntos de 8 arrobas cada que compõem cada uma das “pernas” (no caso do quarto robô são duas parcelas 4×2, em cada “perna”).


5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

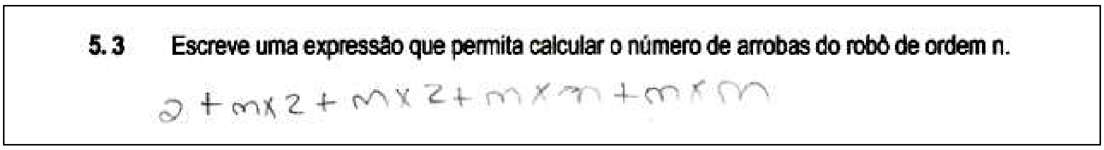
2+32+128=162

2×16=32
8×16=128

Fig. 126 – Resposta do Gonçalo à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

O raciocínio do Gonçalo terá sido semelhante ao do Manuel, funcional, embora tenha considerado as “pernas” como dois conjuntos de 16 arrobas cada e o “tronco” como um retângulo único composto por 8×16 arrobas.

A partir da terceira alínea, o cenário alterou-se. O Manuel foi um dos cinco alunos que respondeu corretamente à terceira alínea (figura 127), indicando a expressão que permitia calcular o número de arrobas do robô de ordem n e o Gonçalo foi um dos nove alunos que não apresentou qualquer resposta.


5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

2 + m×2 + m×2 + m×m + m×m

Fig. 127 – Resposta do Manuel à terceira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Relativamente à última alínea, cumpre referir que o Manuel foi um dos quinze alunos que não respondeu e o Gonçalo foi um dos dois alunos que respondeu à questão utilizando raciocínio recursivo (conferir figura 42).

Na última questão, ambos inventaram uma sequência de desenhos que obedecia às condições do enunciado e onde eram visíveis duas componentes: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada, e outra componente com um número de elementos múltiplo de três. As figuras 128 e 129 corroboram esta afirmação.

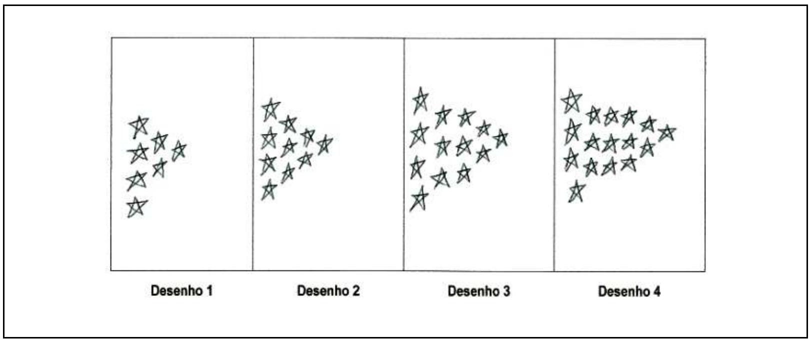


Fig. 128 – Resposta do Manuel à sexta questão do Teste (modalidade pré)

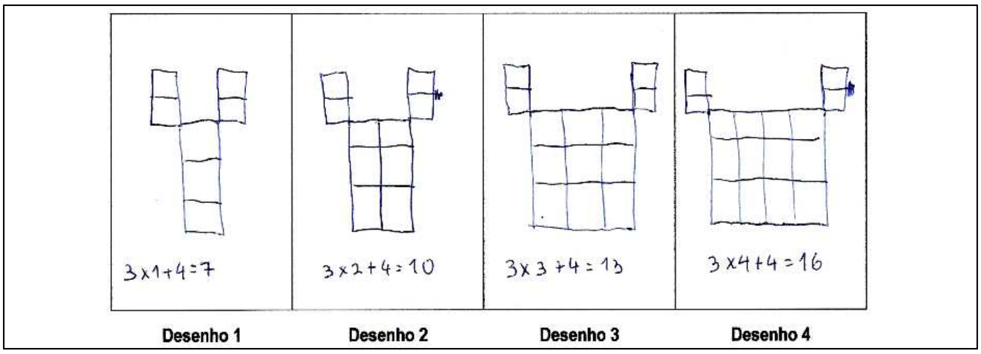
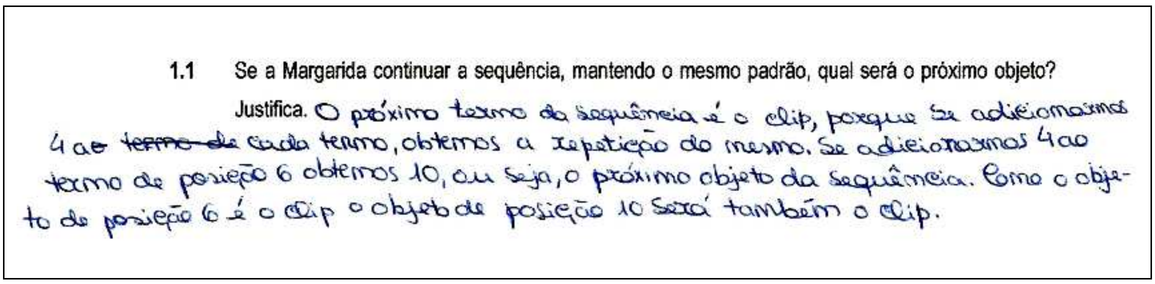


Fig. 129 – Resposta do Gonçalo à sexta questão do Teste (modalidade pré)

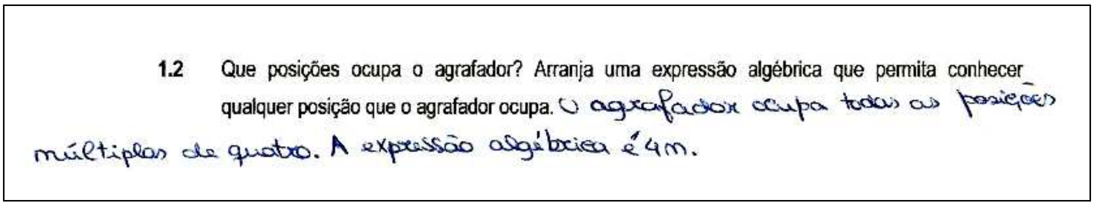
Na exploração da primeira questão da terceira Tarefa (anexo 7), este par de alunos indicou corretamente o clipe como sendo o objeto seguinte na sequência apresentada (figura 130) e respondeu corretamente à segunda alínea, afirmando que o agrafador ocupava todas as posições correspondentes a múltiplos de 4 e apresentando a expressão algébrica $4n$ (figura 131).



1.1 Se a Margarida continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo objeto?

Justifica. O próximo termo da sequência é o clip, porque se adicionarmos 4 ao ~~termo de~~ cada termo, obtemos a repetição do mesmo. Se adicionarmos 4 ao termo de posição 6 obtemos 10, ou seja, o próximo objeto da sequência. Como o objeto de posição 6 é o clip o objeto de posição 10 será também o clip.

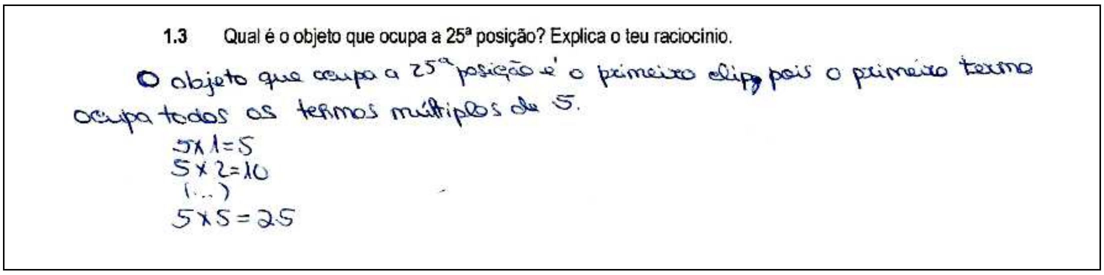
Fig. 130 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.1 da Tarefa 3



1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa. O agrafador ocupa todas as posições múltiplas de quatro. A expressão algébrica é 4n.

Fig. 131 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.2 da Tarefa 3

Na procura do objeto que ocupava a 25ª posição, o par utilizou raciocínio funcional (figura 132) e referiu que o objeto que ocupava sempre uma posição ímpar era o tira-agrafos, indicando a expressão algébrica $4n-1$ (figura 133).

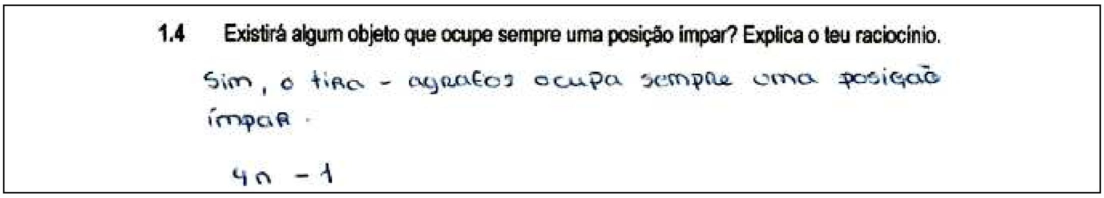


1.3 Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio.

O objeto que ocupa a 25ª posição é o primeiro clip, pois o primeiro termo ocupa todos os termos múltiplos de 5.

5x1=5
5x2=10
(...)
5x5=25

Fig. 132 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.3 da Tarefa 3



1.4 Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição impar? Explica o teu raciocínio.

Sim, o tira - agrafos ocupa sempre uma posição ímpar.

4n - 1

Fig. 133 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.4 da Tarefa 3

Na resolução da segunda questão, o Manuel e o Gonçalo encontraram corretamente um padrão na sequência de ferramentas e afirmaram que o retângulo azul escondia a fita métrica. Na resposta à terceira alínea, utilizaram raciocínio funcional para a descoberta da ferramenta que ocupava a 99ª posição, conforme evidenciado na figura seguinte.

2.3 Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

Alicate → 1+6 x16 = 97
Fita → 2+6 x16 = 98
Chave inglesa → 3+6 x16 = 99 ← A chave inglesa ocuparia a 99º posição
Chave de fenda → 4+6 x16 = 100
Alicate → 5+6 x16 = 101
Martelo → 6+6 x16 = 102

Fig. 134 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 2.3 da Tarefa 3

O Manuel e o Gonçalo responderam corretamente à primeira questão da Tarefa 4 (anexo 8), desenhando a figura solicitada (figura 135) e, como resposta à segunda questão, descreveram o padrão que viam, relacionando o número de corações com a respetiva ordem do termo (figura 136).

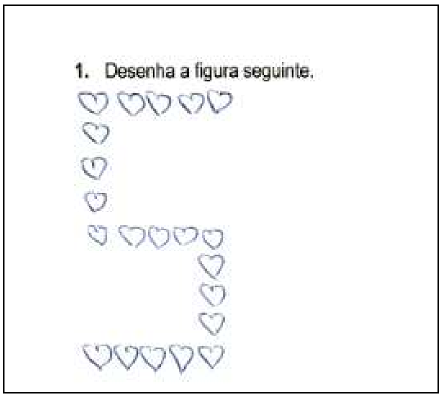


Fig. 135 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1 da Tarefa 4

2. Descreve o padrão que vês.
Ao ver este padrão concluímos que o número de corações em cada horizontal é sempre mais um do que o nº do termo e nas verticais o número de corações é sempre menos um do que o nº do termo.

Fig. 136 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 2 da Tarefa 4

A explicação por eles apresentada na quarta questão desta tarefa (figura 137) tem subjacente um raciocínio do tipo funcional.

4. Explica como poderás obter o número de corações da 7ª figura, sem a desenhar, usando essas formas de 'ver'.

7ª figura – 7
7+1=8
7-1=6
3×8+2×6=36

Ao observar esta sequência percebo que existem três filas completas em cada termo, mas quais existe uma unidade a mais que o número do termo. Nas filas compreendidas entre as filas completas existe uma unidade a menos que o número do termo, o contrário das outras filas.

Fig. 137 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 4 da Tarefa 4

O facto de este par de alunos ter observado, nesta questão, conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial, conduziu-os à expressão algébrica por eles apresentada na quinta questão, conforme ilustra a figura seguinte.

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	3×2 + 0×2	6
2	3×3 + 1×2	11
3	3×4 + 2×2	16
4	3×5 + 3×2	21
...	...	...
20	3×21 + 19×2	101
...	...	...
49	3×50 + 48×2	246
...	...	...
n	3×(n+1) + (n-1)×2	

Fig. 138 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 5 da Tarefa 4

A forma como estes dois alunos determinaram o número de ovos de Páscoa da figura 15, na terceira questão da quinta Tarefa (anexo 9), e da figura de ordem n, na quarta questão da mesma tarefa, resultou do modo de 'ver' por eles apresentado na segunda questão. Este grupo, tal como outros nove, indicou o primeiro modo de 'ver' ilustrado no quadro 38. Assim, na determinação do número de ovos de Páscoa da figura 15, utilizaram a expressão numérica apresentada na figura seguinte.

3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

$15 \times 15 + (14 + 13 + 12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) \times 2 = 435$

Fig. 139 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 3 da Tarefa 5

A figura 140 ilustra a resposta por eles apresentada na quarta questão desta Tarefa.

4. Escreve uma expressão algébrica que permita determinar o número de ovos de Páscoa da figura de ordem n. Explica o teu raciocínio.

$4 \times 4 + 4 \times 3 = 28$
$5 \times 5 + 5 \times 4 = 45$
$6 \times 6 + 6 \times 5 = 66$
(...)
$m \times m + m \times (m-1)$

Fig. 140 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 4 da Tarefa 5

Na última questão, concluíram que não existia qualquer figura com 114 ovos visto que o número de ovos das sétima e oitava figuras era, respetivamente, inferior e superior a 114 (figura 141).

5. Haverá alguma figura que tenha 114 ovos? Porquê?

$7 \times 7 + 7 \times (7-1) = 91$
$8 \times 8 + 8 \times (8-1) = 120$

R: Não haverá uma figura que tenha 114 ovos.

Fig. 141 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 5 da Tarefa 5

Na exploração da primeira questão da sexta Tarefa (anexo 10), o Manuel e o Gonçalo construíram duas formas retangulares com direções diferentes (uma vertical e outra horizontal) para representar visualmente a sequência numérica dada que facilita a determinação de termos distantes usando-se raciocínio funcional (figura 142).

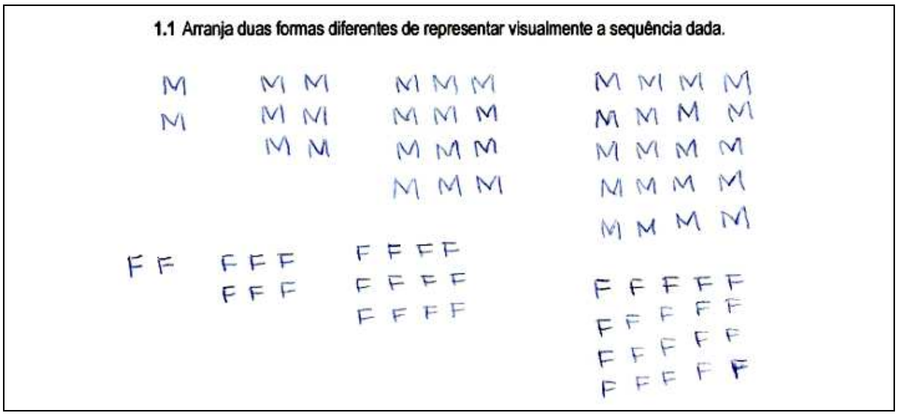
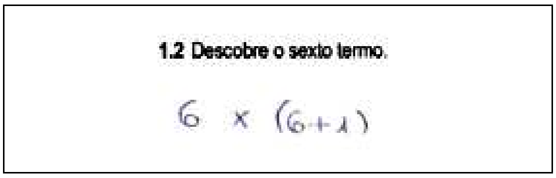

1.1 Arranja duas formas diferentes de representar visualmente a sequência dada.

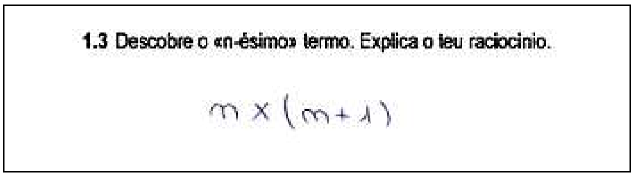
Fig. 142 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.1 da Tarefa 6

Esta representação facilitou a descoberta do sexto termo (figura 143) e, consequentemente, do «n-ésimo» (figura 144).


1.2 Descobre o sexto termo.

$6 \times (6+1)$

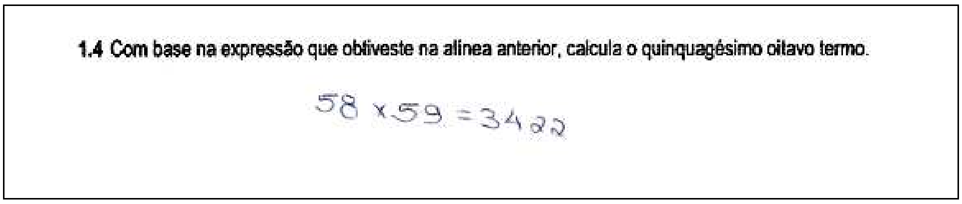
Fig. 143 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.2 da Tarefa 6


1.3 Descobre o «n-ésimo» termo. Explica o teu raciocínio.

$n \times (n+1)$

Fig. 144 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.3 da Tarefa 6

A expressão obtida permitiu calcular o quinquagésimo oitavo termo (figura 145).


1.4 Com base na expressão que obtiveste na alínea anterior, calcula o quinquagésimo oitavo termo.

$58 \times 59 = 3422$

Fig. 145 – Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 1.4 da Tarefa 6

Na segunda questão desta Tarefa, o par apresentou uma sequência de desenhos (figura 146) que obedecia às condições do enunciado e com o pormenor, já anteriormente referido, dos sorrisos tristes e contentes.

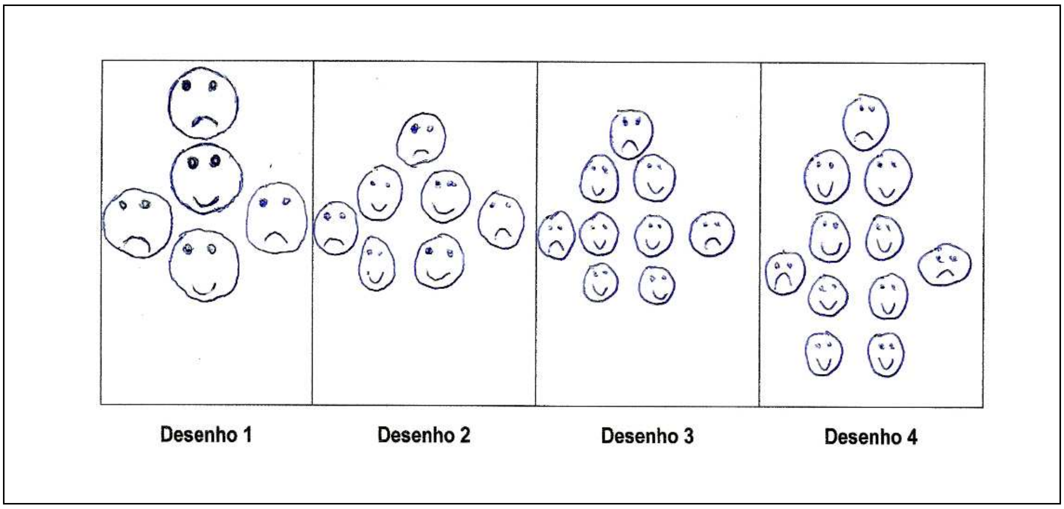


Fig. 146 - Resposta do par Manuel e Gonçalo à questão 2 da Tarefa 6

Todos os grupos de alunos revelaram dificuldades na determinação da expressão algébrica solicitada na sétima Tarefa (anexo 12) e o par Manuel e Gonçalo não foi exceção. Após várias tentativas de completar as imagens com mais triângulos, à semelhança de outros grupos, chegaram à conclusão que um retângulo formado por triângulos resolvia o problema (figura 147).

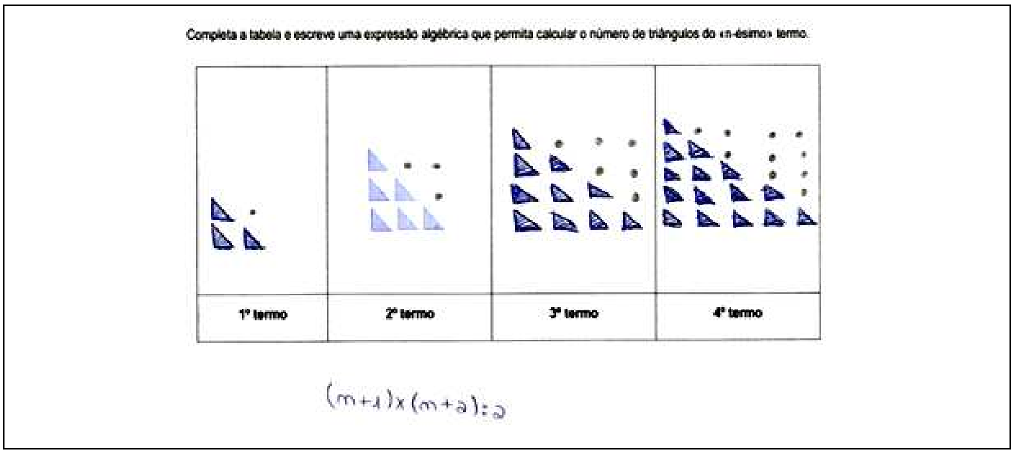


Fig. 147 – Resposta apresentada pelo par Manuel e Gonçalo na Tarefa 7

Na primeira alínea da primeira questão do Teste (anexo 2), modalidade pós, o Manuel indicou, à semelhança da modalidade pré, um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro. Também o Gonçalo, à semelhança da resposta apresentada na modalidade pré, indicou o símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro.

Relativamente à segunda alínea da mesma questão, ambos desenharam corretamente os dois termos seguintes, tal como haviam feito anteriormente.

Na terceira alínea, o Manuel já respondeu corretamente à questão (figura 148). Recorde-se que, na modalidade pré, o aluno havia calculado incorretamente o valor de um dos termos pedidos. O Gonçalo respondeu corretamente, à semelhança da modalidade pré.

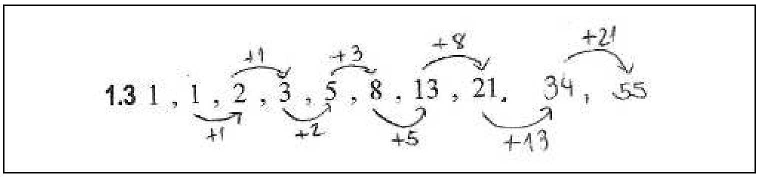


Fig. 148 – Resposta do Manuel à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

As respostas destes alunos a todas as alíneas da quarta questão e às três primeiras da quinta questão do Teste (modalidade pós) foram iguais às apresentadas na modalidade pré. Na última alínea da quinta questão, verificou-se uma alteração. O Manuel foi um dos catorze alunos que respondeu corretamente e um dos doze que raciocinou com base na expressão algébrica obtida na alínea anterior (figura 149). Recorde-se que, na modalidade pré, o Manuel havia deixado esta questão em branco.

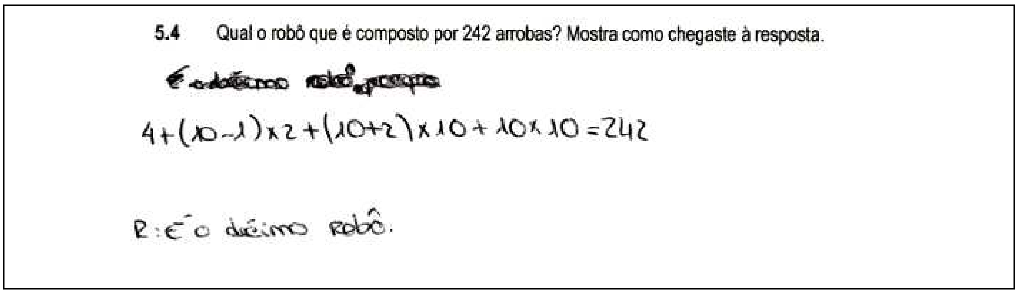


Fig. 149 – Resposta do Manuel à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Já o Gonçalo respondeu exatamente da mesma forma que na modalidade pré, utilizando raciocínio recursivo (figura 150).

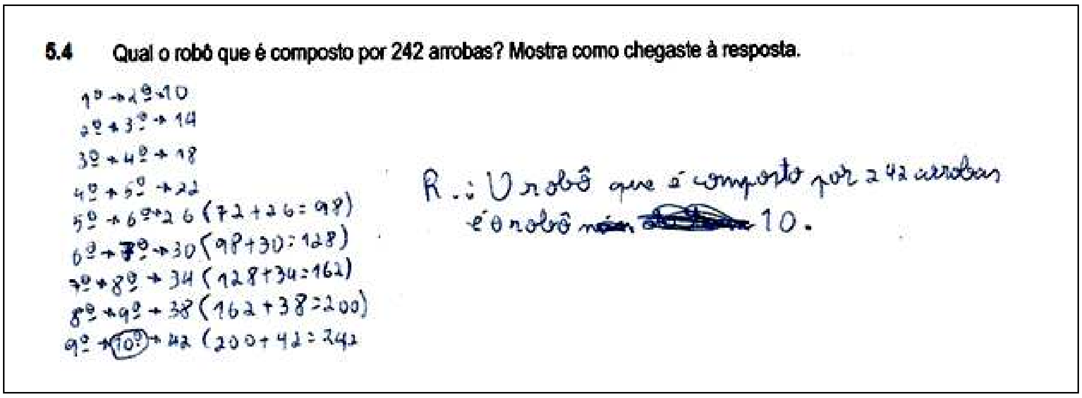


Fig. 150 – Resposta do Gonçalo à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na última questão, os dois alunos inventaram uma nova sequência de desenhos que, à semelhança da modalidade pré, obedecia às condições do enunciado e onde eram visíveis duas componentes: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada, e outra componente com um número de elementos múltiplo de três. Destaque-se um pormenor na sequência apresentada pelo Gonçalo (figura 151): os quatro elementos que se mantêm inalterados são símbolos tristes, e não contentes, como os restantes, da componente que varia. De acordo com Alencar (1990), Silver (1997), Leikin (2009b) e Adams & Hamm (2010), este pormenor está relacionado com a elaboração.

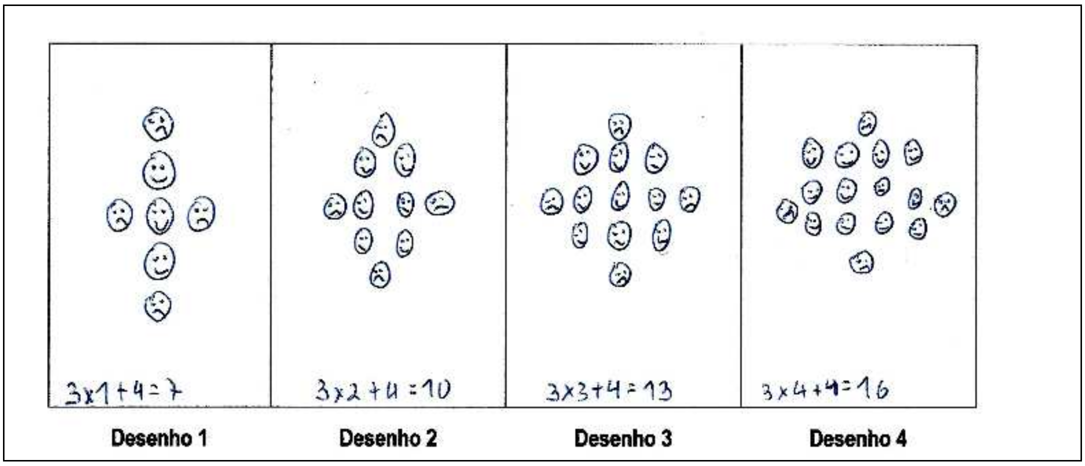


Fig. 151 – Resposta do Gonçalo à sexta questão do Teste (modalidade pós)

Em termos de raciocínio, o Manuel e o Gonçalo revelaram melhorias, que se vinham já verificando de uma forma gradual. No entanto, constatou-se que o Gonçalo não evoluiu tanto como o Manuel, em termos de raciocínio funcional.

2.2. Joana e António

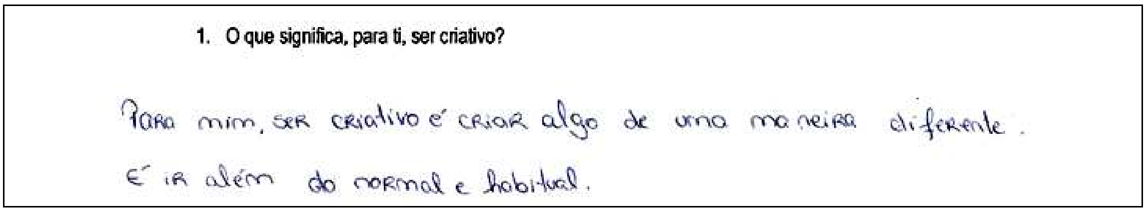
2.2.1. Caracterização

No início do ano letivo, a Joana tinha 12 anos. Era filha única e vivia com os pais. Até ao momento, não apresentava qualquer retenção, tendo concluído o 7º ano de escolaridade com nível cinco a todas as disciplinas. Era uma jovem muito organizada, cuidadosa e responsável. A sua atitude era muito diferente dentro e fora da sala de aula. No contexto de sala de aula, era uma jovem muito introvertida e pouco participativa. Fora da sala de aula, era muito ativa e conversadora. Considerava que a sua maior qualidade era ser boa amiga, o seu pior defeito era pensar mais nos outros do que nela própria e, no futuro, gostaria de ser engenheira aeronáutica e trabalhar na NASA.

O António iniciou o ano letivo com 13 anos. Oriundo de uma família desestruturada, vivia com uma família de acolhimento. Apesar de não registar qualquer retenção no seu percurso escolar, o desempenho do António era fraco à maioria das disciplinas devido, sobretudo, ao pouco investimento revelado. Este aluno mostrava uma baixíssima autoestima. Uma prova disso foi o facto de afirmar não ter qualidades. Como pior defeito, apontava ser "respondão". No futuro, gostaria de ser polícia ou arqueólogo.

2.2.2. Criatividade

De acordo com a resposta apresentada pela Joana na primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial (anexo 1), ser criativo, na sua opinião, implicava ir além do normal e habitual, criando algo de uma maneira diferente, conforme evidenciado na figura seguinte.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

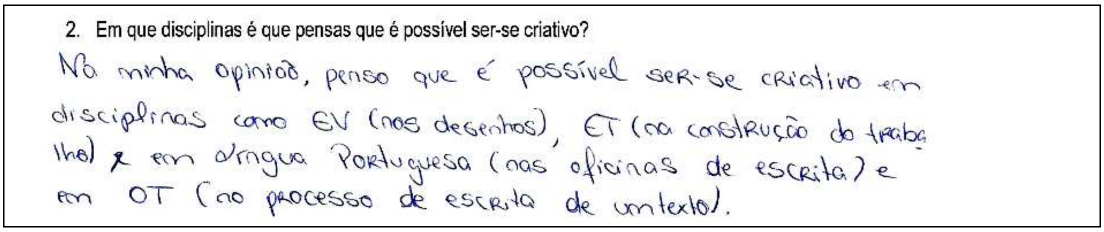
Para mim, ser criativo é criar algo de uma maneira diferente.
É ir além do normal e habitual.

Fig. 152 – Resposta da Joana à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Visto que alguns dos alunos da turma referiram que ser criativo implicava a criação de algo novo ou de algo original, a investigadora procurou saber a opinião da Joana relativamente à diferença entre criar algo novo e algo original.

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que ser criativo é criar algo de uma maneira diferente, ir além do normal e habitual. Alguns dos teus colegas pensam que ser criativo é conseguir criar algo novo e outros consideram que é conseguir criar algo original. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?
> **Joana:** Segundo o meu ponto de vista, a grande diferença é que algo novo é original mas algo original não tem de ser necessariamente novo.
> **Investigadora:** Como assim? Podes explicar melhor?
> **Joana:** Ao criar algo novo, o inventor está a ser original pois está a inventar algo nunca antes visto e que teve que vir, na totalidade, da sua cabeça. Por outro lado, criar algo original não significa que seja novo porque pode estar a ser criada uma versão diferente, nunca antes vista, de algo que já existe.
> **Investigadora:** Podes dar um exemplo?
> **Joana:** Sim. Por exemplo, um candeeiro. Eu posso fazer o meu próprio candeeiro de uma maneira original mas continua a ser um candeeiro… Portanto, não criei nada de novo porque já alguém inventou o candeeiro mas criei um original, o meu.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

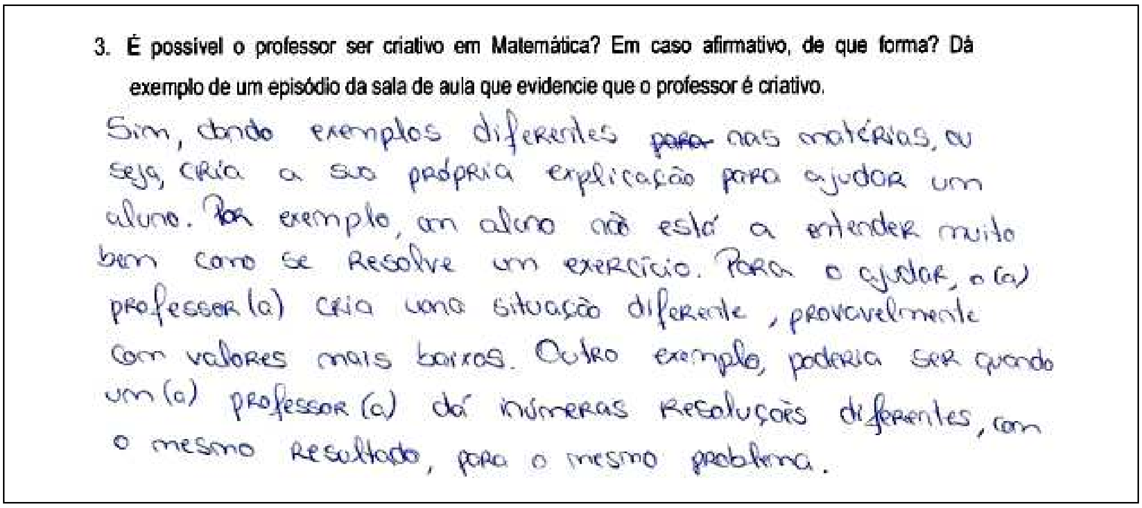
A Joana não incluiu a Matemática no conjunto de disciplinas em que pensava ser possível ser-se criativo, ao responder à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial (figura 153).


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Na minha opinião, penso que é possível ser-se criativo em disciplinas como EV (nos desenhos), ET (na construção do trabalho) ~~e~~ em Língua Portuguesa (nas oficinas de escrita) e em OT (no processo de escrita do contexto).

Fig. 153 – Resposta da Joana à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Tal como os restantes colegas da turma, a Joana considerava ser possível o professor ser criativo em Matemática ao apresentar diferentes resoluções para um mesmo problema e criando as suas próprias explicações com o objetivo de esclarecer dúvidas apresentadas pelos alunos, conforme evidenciado na figura seguinte.

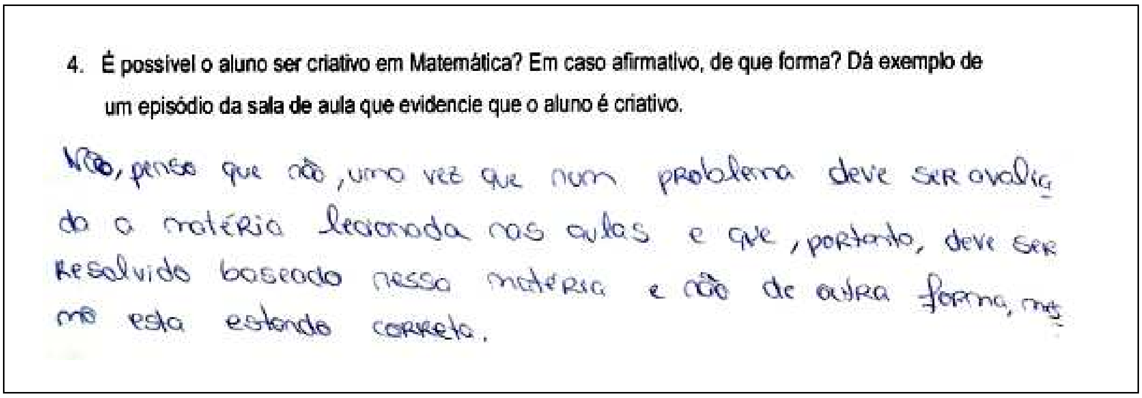


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, dando exemplos diferentes ~~para~~ nas matérias, ou seja, cria a sua própria explicação para ajudar um aluno. Por exemplo, um aluno não está a entender muito bem como se resolve um exercício. Para o ajudar, o (a) professor(a) cria uma situação diferente, provavelmente com valores mais baixos. Outro exemplo, poderia ser quando um (a) professor (a) dá inúmeras resoluções diferentes, com o mesmo resultado, para o mesmo problema.

Fig. 154 – Resposta da Joana à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Já no caso do aluno, a Joana foi uma dos dois únicos a responder negativamente. Na sua opinião, não havia margem para o aluno ser criativo em Matemática visto que os exercícios deviam ser resolvidos de acordo com o que se aprendeu nas aulas e não de outra forma, conforme evidenciado na figura seguinte.



4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Não, penso que não, uma vez que num problema deve ser avaliada a matéria lecionada nas aulas e que, portanto, deve ser resolvido baseado nessa matéria e não de outra forma, mas não esta estando correto.

Fig. 155 – Resposta da Joana à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A resposta apresentada pela Joana na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial encontra-se na figura seguinte.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.	X				
A criatividade varia consoante a idade.			X		
A criatividade é uma característica individual.		X			
A criatividade pode ser construída coletivamente.			X		
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.			X	~~X~~	
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.		X			
A escola cerceia a criatividade dos alunos.			X		
É possível avaliar a criatividade dos alunos.		X			
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	X				
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.				X	
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	X				
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		X			

Fig. 156 – Resposta da Joana à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A Joana foi uma dos seis alunos que discordou da afirmação *A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes*, apresentada nesta questão. Recorde-se que esta aluna não incluiu a Matemática no conjunto das disciplinas em que pensava ser possível ser-se criativo. Sublinhe-se, igualmente, o facto de a aluna concordar com as afirmações "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo*" e "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*".

Relativamente à sexta questão do mesmo Questionário, a opinião da Joana coincidiu com a da esmagadora maioria da turma, elegendo a resolução da Beatriz como sendo a mais criativa (figura 157). Na justificação, a aluna faz referência ao raciocínio do tipo desconstrutivo quando menciona que foram acrescentados pontos para construir um retângulo e, posteriormente, subtraídos ao número total de pontos.

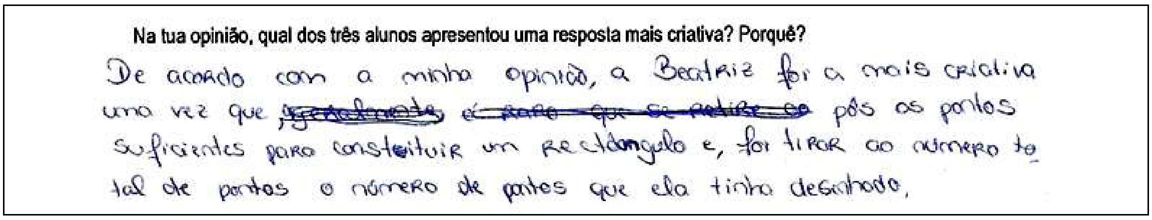

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?
De acordo com a minha opinião, a Beatriz foi a mais criativa uma vez que, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ pôs os pontos suficientes para construir um rectângulo e, foi tirar ao numero total de pontos o número de pontos que ela tinha desenhado,

Fig. 157 – Resposta da Joana à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A visão de criatividade do António envolvia dois aspetos fundamentais: fazer algo que ainda não havia sido feito e produzir uma grande quantidade de ideias (figura 158).

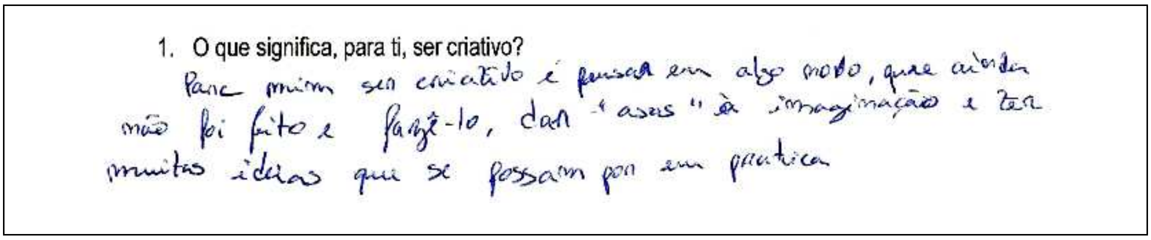

1. O que significa, para ti, ser criativo?
Para mim ser criativo é pensar em algo novo, que ainda não foi feito e fazê-lo, dar "asas" à imaginação e ter muitas ideias que se possam por em pratica

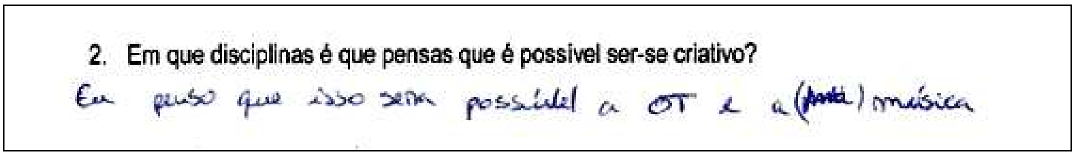
Fig. 158 – Resposta do António à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Visto que o António referiu a criação de algo novo, que ainda não havia sido feito, a investigadora procurou saber a sua opinião relativamente à diferença entre o conceito de novo e o de original.

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que ser criativo é pensar em algo que ainda não foi feito. Alguns dos teus colegas são da opinião que ser criativo é conseguir criar algo novo e outros referem a criação de algo original. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?
> **António:** Bom, na minha opinião, criar algo novo é pegar em algo que foi feito e modificá-lo e criar algo original é fazer coisas que nunca ninguém viu, que ninguém estava à espera, que ninguém chegaria a pensar ser possível.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

O ponto de vista do António era exatamente o oposto do do Manuel, do Gonçalo e da Joana. O que para ele era novo, para os outros era original e o que para ele era original, para os outros era novo.

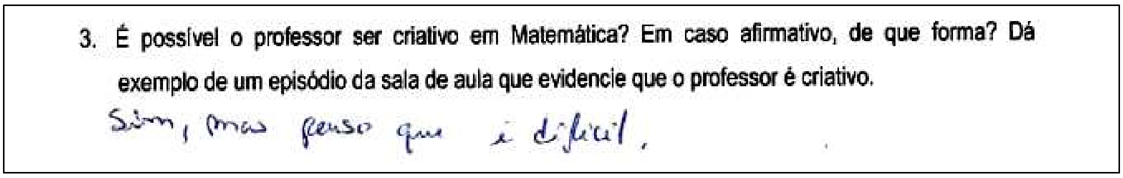
Na segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, o António indicou disciplinas ligadas às artes, conforme evidenciado na figura seguinte.


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Eu penso que isso seria possível a OT e a (~~[illegible]~~) música

Fig. 159 – Resposta do António à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

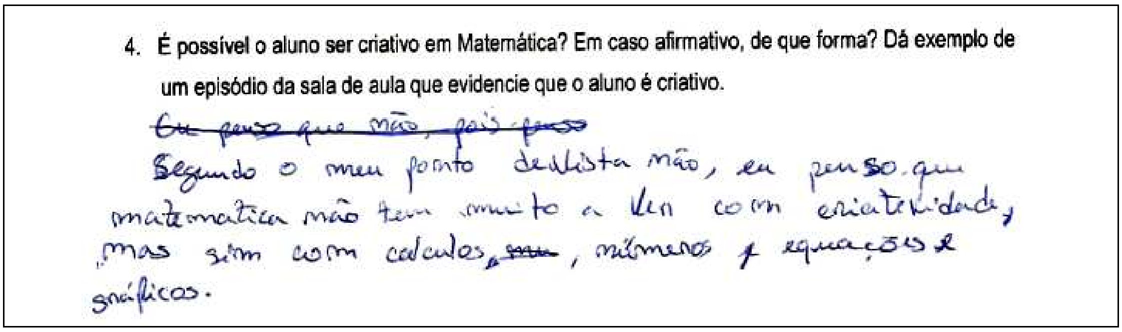
Tal como os restantes colegas da turma, o António considerou que é possível o professor de Matemática ser criativo (figura 160). No entanto, não indicou de que forma, talvez por considerar que tal é difícil.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, mas penso que é difícil.

Fig. 160 – Resposta do António à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Relativamente à possibilidade de o aluno ser criativo em Matemática, o António, tal como a Joana, respondeu negativamente, afirmando que a Matemática não tem muito a ver com criatividade destacando a parte procedimental/instrumental (figura 161).


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

~~Eu penso que não, pois penso~~

Segundo o meu ponto de vista não, eu penso que matematica não tem muito a ver com criatividade, mas sim com calculos, ~~[illegible]~~, números e equações e gráficos.

Fig. 161 – Resposta do António à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A figura seguinte ilustra as opções indicadas pelo António na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.					X
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.			X		
A criatividade varia consoante a idade.	X				
A criatividade é uma característica individual.			X		
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		X			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.			X		
É possível avaliar a criatividade dos alunos.			X		
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.	X				
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.			X		
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".		X			
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	X				

Fig. 162 – Resposta do António à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Destaque-se o facto de o António discordar da afirmação *"A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes"* e concordar com as afirmações *"Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo"* e *"Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'"*. Recorde-se que este aluno apenas considerou ser possível ser-se criativo nas disciplinas de Oficina de Teatro e Educação Musical.

Na sexta pergunta do Questionário Inicial, o António foi o único aluno a afirmar que todas as respostas eram igualmente criativas (figura 163).

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Eu não tenho opinião, pois parecem-me todas igualmente criativas

Fig. 163 – Resposta do António à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

As figuras 164 a 167 ilustram as respostas apresentadas pelo António e pela Joana na Escala de criatividade I (anexo 4).

Na primeira situação, o António considerou que todas as resoluções apresentadas não eram muito criativas e fez-lhes corresponder níveis de criatividade 2, 3 e 4, conforme ilustrado na figura seguinte.

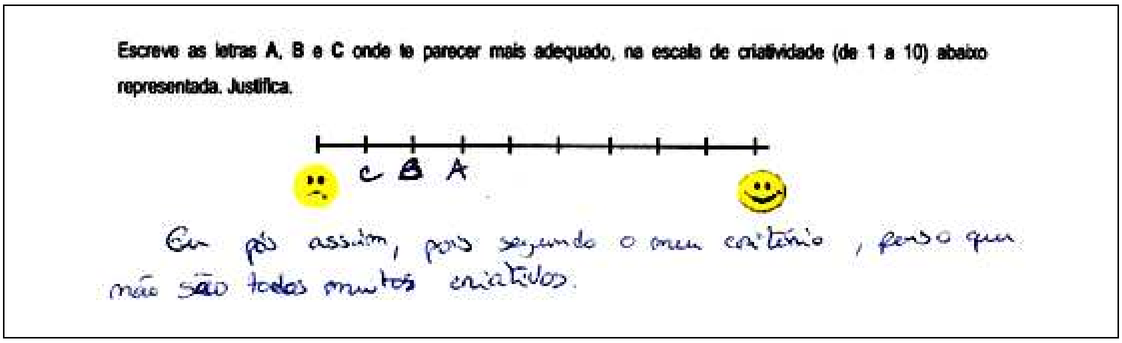


Fig. 164 – Resposta apresentada pelo António na primeira situação da Escala de criatividade I

Nessa mesma situação, a Joana considerou as resoluções A e B como sendo igualmente criativas e fez-lhes corresponder o nível 5 de criatividade. Relativamente à C, indicou-a como sendo a menos criativa invocando a facilidade de resolução (figura 165).

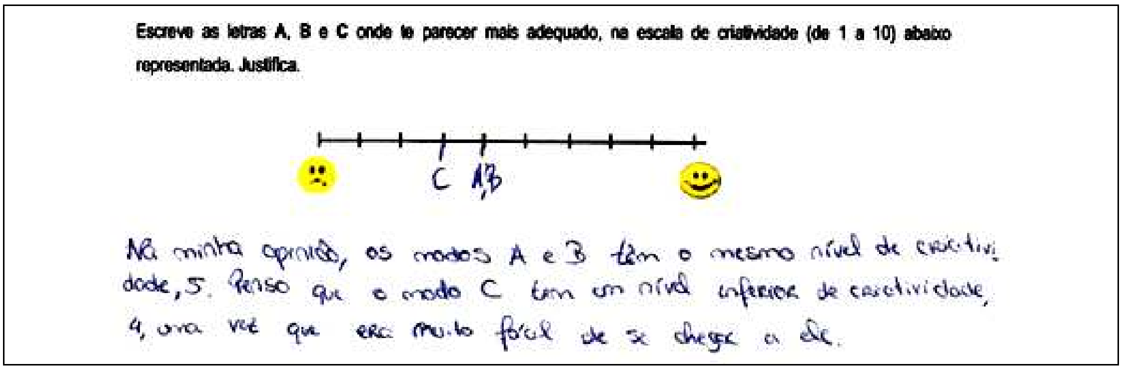
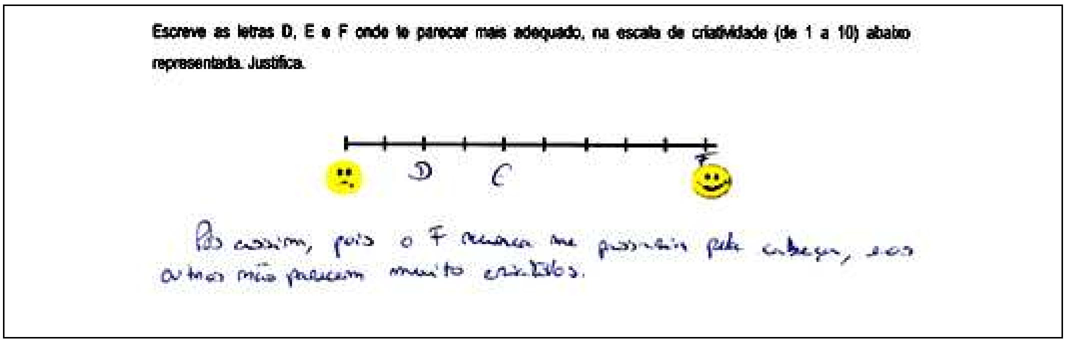


Fig. 165 – Resposta apresentada pela Joana na primeira situação da Escala de criatividade I

Na segunda situação, a resposta do António tem subjacente a ideia de originalidade ao afirmar que a resolução F "nunca lhe passaria pela cabeça" (figura 166). Sublinhe-se que o aluno fez corresponder a esta resolução o nível 10 de criatividade.

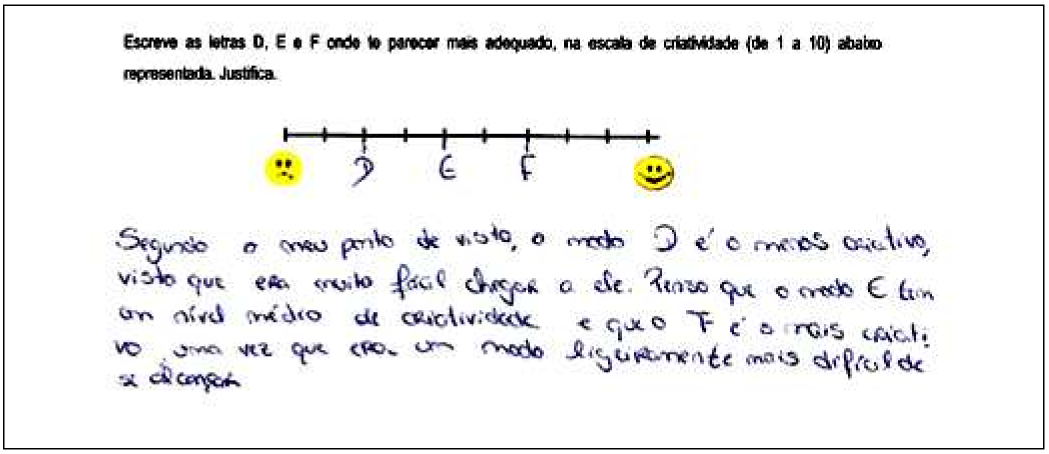

Escreve as letras D, E e F onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

D E F

Pôs assim, pois o F nunca me passaria pela cabeça, e os outros não parecem muito criativos.

Fig. 166 – Resposta apresentada pelo António na segunda situação da Escala de criatividade I

Na mesma situação, a Joana justificou a escolha da resolução menos criativa e da mais criativa com base na dificuldade e na simplicidade da mesma, respetivamente (figura 167).

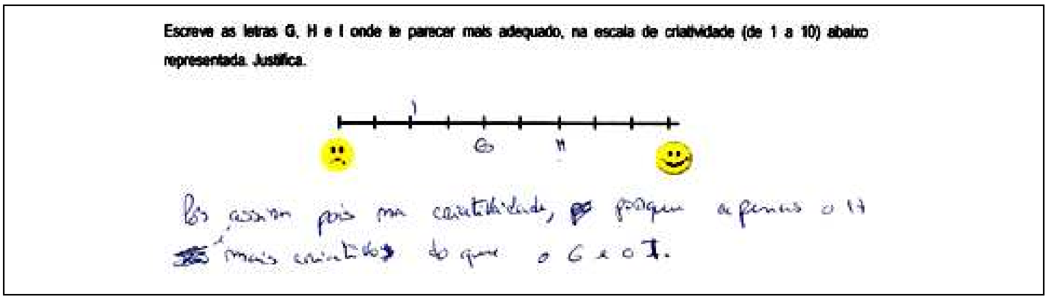

Escreve as letras D, E e F onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

D E F

Segundo o meu ponto de vista, o modo D é o menos criativo, visto que era muito fácil chegar a ele. Penso que o modo E tem um nível médio de criatividade e que o F é o mais criativo uma vez que era um modo ligeiramente mais difícil de se chegar

Fig. 167 – Resposta apresentada pela Joana na segunda situação da Escala de criatividade I

As figuras 168 e 169 ilustram as respostas apresentadas pelo António e pela Joana na primeira situação da Escala de criatividade II (anexo 6).


Escreve as letras G, H e I onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

I G H

Pôs assim pois na criatividade, porque apenas o H mais criativos do que o G e o I.

Fig. 168 – Resposta apresentada pelo António na primeira situação da Escala de criatividade II

Nesta situação, a Joana considerou a resolução I como sendo a menos criativa e a G como a mais criativa. A sua justificação tem implícita a ideia de simplicidade, no caso da I e originalidade, no caso da G, conforme evidenciado na figura seguinte.

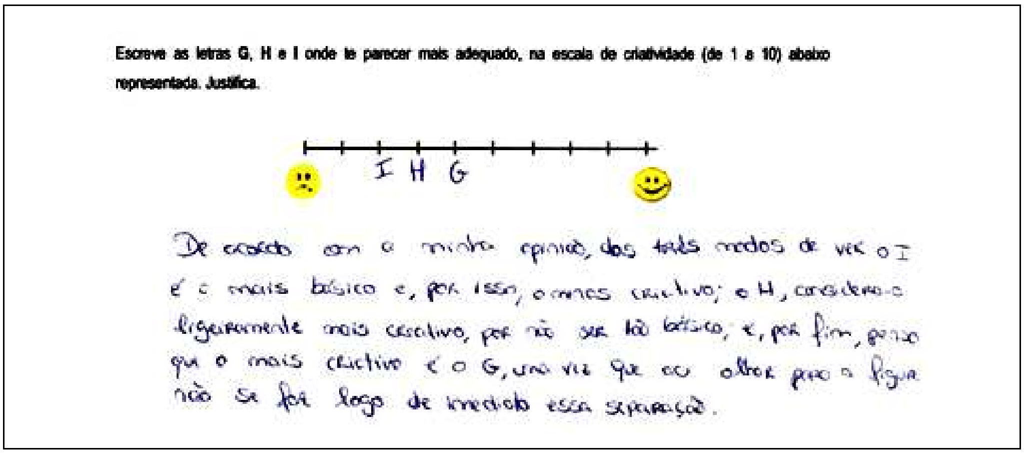


Fig. 169 – Resposta apresentada pela Joana na primeira situação da Escala de criatividade II

As figuras 170 e 171 ilustram as respostas apresentadas pelo António e pela Joana na segunda situação da mesma Escala de criatividade.

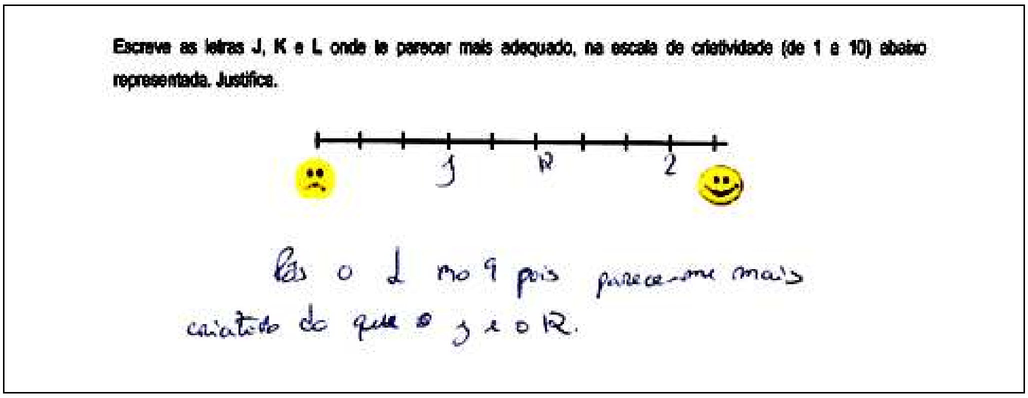


Fig. 170 – Resposta apresentada pelo António na segunda situação da Escala de criatividade II

A justificação da Joana para a escolha da resolução mais criativa e menos criativa tem, novamente, implícita a ideia de simplicidade, no caso da menos criativa e originalidade, no da mais criativa (figura 171).

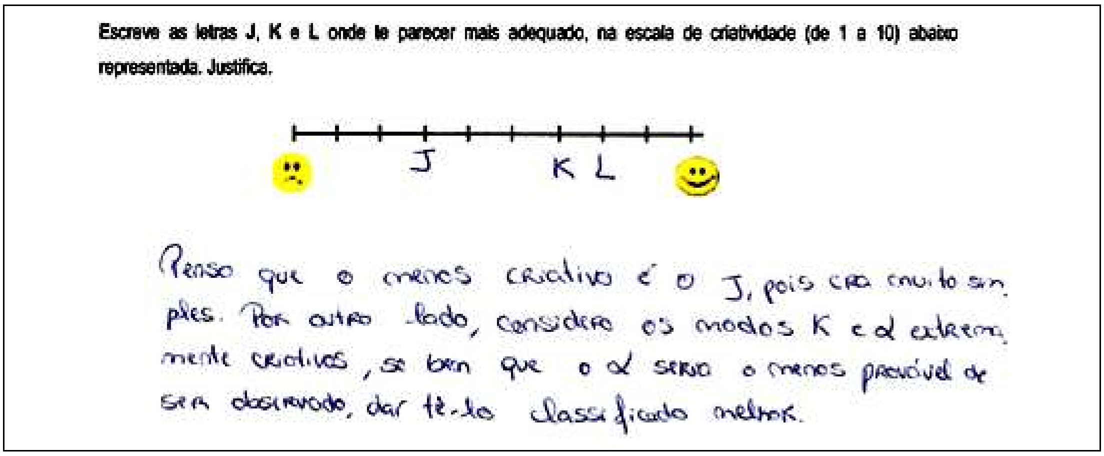


Fig. 171 – Resposta apresentada pela Joana na segunda situação da Escala de criatividade II

As figuras 172 e 173 ilustram as respostas apresentadas pelo António e pela Joana na Escala de criatividade III (anexo 11).

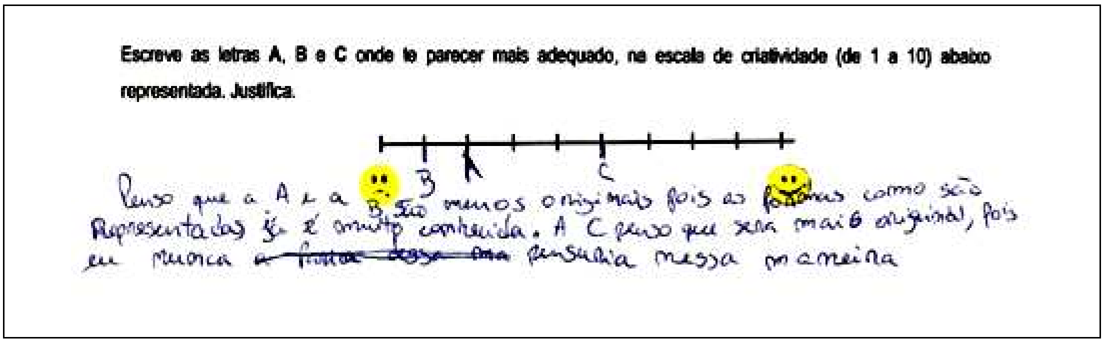


Fig. 172 – Resposta apresentada pelo António na Escala de criatividade III

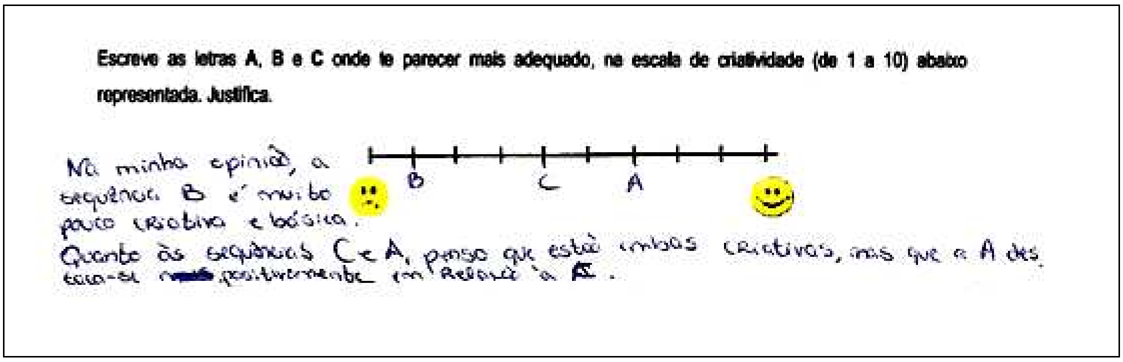
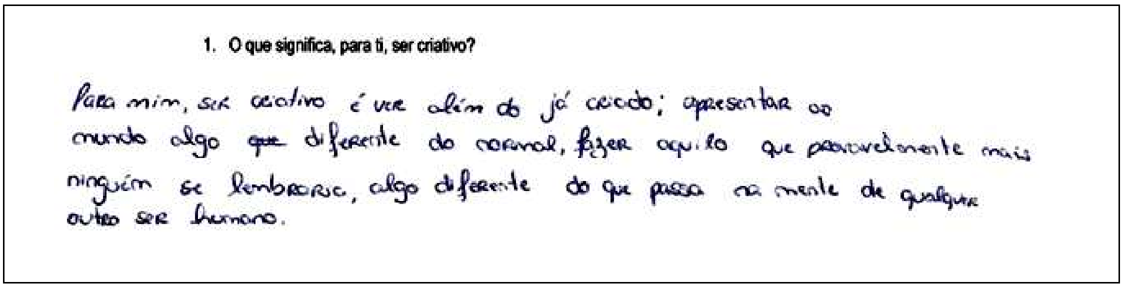


Fig. 173 – Resposta apresentada pela Joana na Escala de criatividade III

Ambas as respostas têm subjacente a ideia de simplicidade das resoluções consideradas menos criativas e de originalidade das resoluções consideradas mais criativas.

A análise do Questionário Final (anexo 13) permite afirmar que algumas das representações da Joana e do António acerca de criatividade sofreram alterações.

No caso da Joana, a sua opinião acerca do que significa ser criativo não se alterou, conforme evidenciado na figura 174. Continua a considerar que ser criativo implica ir além do normal e habitual, criando algo de uma maneira diferente.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim, ser criativo é ver além do já criado; apresentar ao mundo algo que diferente do normal, fazer aquilo que provavelmente mais ninguém se lembraria, algo diferente do que passa na mente de qualquer outro ser humano.

Fig. 174 – Resposta da Joana à primeira pergunta do Questionário Final

O mesmo não se verificou relativamente às disciplinas onde considerava ser possível ser-se criativo. Recorde-se que, no Questionário Inicial, a aluna referiu disciplinas, sobretudo, ligadas às artes. Na segunda pergunta do Questionário Final, a aluna afirmou que considera ser possível ser-se criativo em qualquer disciplina apresentando respostas corretas mas diferentes (figura 175). É interessante a forma como a aluna conclui, afirmando que todos têm criatividade, mas nem todos têm a mente aberta para ela.

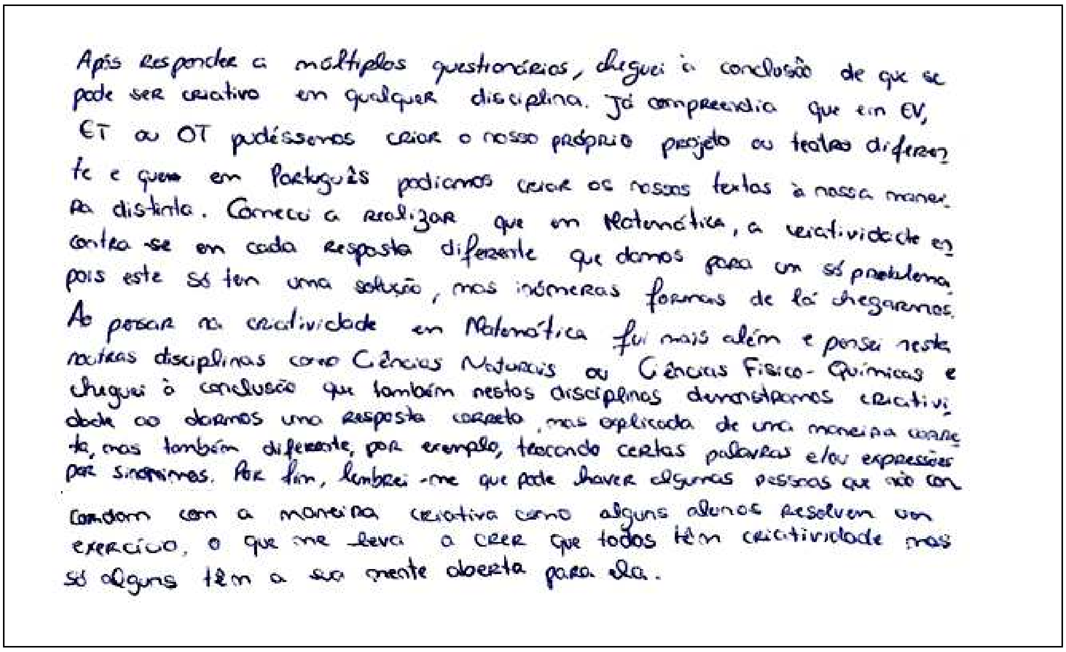
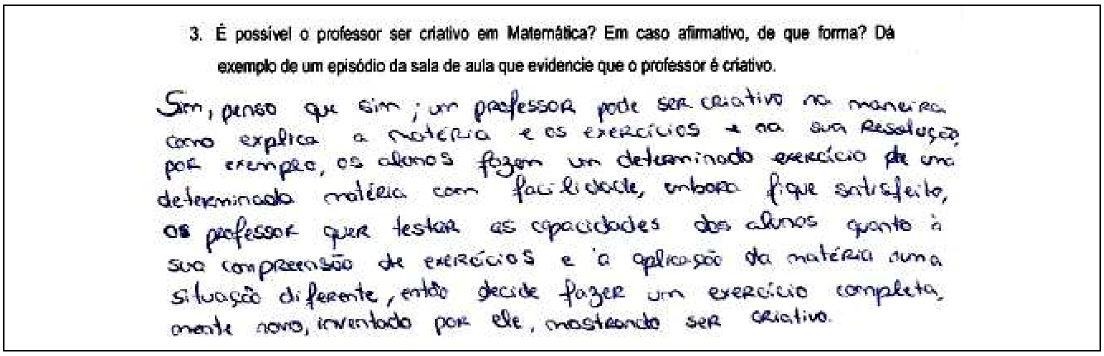

Após responder a múltiplos questionários, cheguei à conclusão de que se pode ser criativo em qualquer disciplina. Já compreendia que em EV, ET ou OT pudéssemos criar o nosso próprio projeto ou trabalhos diferente e que em Português podíamos criar os nossos textos à nossa maneira distinta. Comecei a realizar que em Matemática, a criatividade encontra-se em cada resposta diferente que damos para um só problema pois este só tem uma solução, mas inúmeras formas de lá chegarmos. Ao pensar na criatividade em Matemática fui mais além e pensei nestas outras disciplinas como Ciências Naturais ou Ciências Físico-Químicas e cheguei à conclusão que também nestas disciplinas demonstramos criatividade ao darmos uma resposta correta, mas explicada de uma maneira correta, mas também diferente, por exemplo, trocando certas palavras e/ou expressões por sinónimos. Por fim, lembrei-me que pode haver algumas pessoas que não concordam com a maneira criativa como alguns alunos resolvem um exercício, o que me leva a crer que todos têm criatividade mas só alguns têm a sua mente aberta para ela.

Fig. 175 – Resposta da Joana à segunda pergunta do Questionário Final

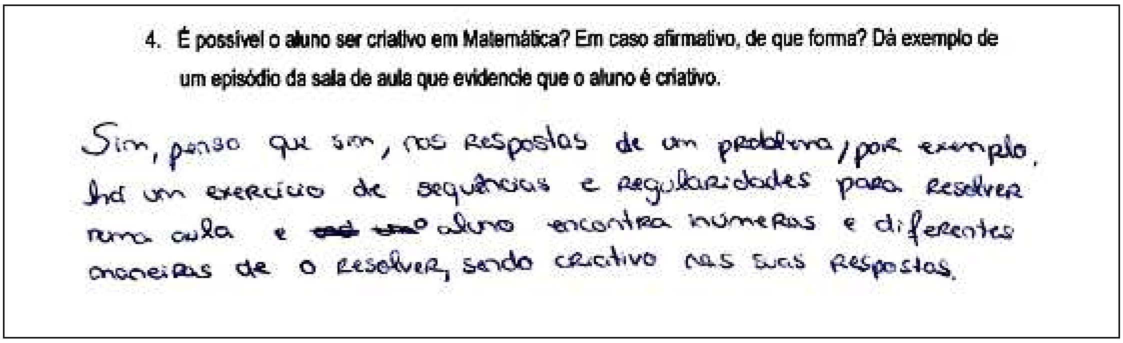
Relativamente à possibilidade de o professor de Matemática ser criativo, a sua opinião manteve-se (figura 176). Continua a considerar que é possível o professor de Matemática ser criativo ao apresentar diferentes resoluções para um mesmo problema e criando as suas próprias explicações com o objetivo de esclarecer dúvidas apresentadas pelos alunos.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, penso que sim; um professor pode ser criativo na maneira como explica a matéria e os exercícios e na sua resolução, por exemplo, os alunos fazem um determinado exercício de uma determinada matéria com facilidade, embora fique satisfeito, o professor quer testar as capacidades dos alunos quanto à sua compreensão de exercícios e à aplicação da matéria numa situação diferente, então decide fazer um exercício completamente novo, inventado por ele, mostrando ser criativo.

Fig. 176 – Resposta da Joana à terceira pergunta do Questionário Final

Já no que respeita ao aluno, a sua opinião alterou-se. Na quarta pergunta do Questionário Final, a Joana afirmou que considerava ser possível o aluno ser criativo em Matemática ao apresentar várias maneiras diferentes de resolver um problema (figura 177).


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, penso que sim, nas respostas de um problema, por exemplo, há um exercício de sequências e regularidades para resolver numa aula e o aluno encontra numeras e diferentes maneiras de o resolver, sendo criativo nas suas respostas.

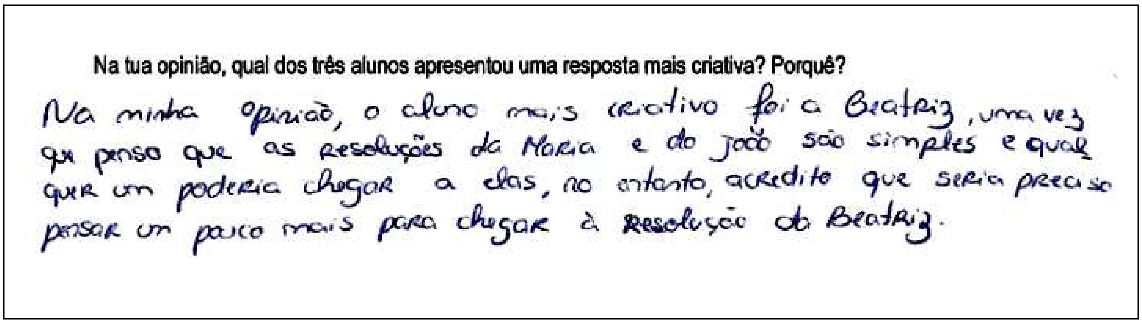
Fig. 177 – Resposta da Joana à quarta pergunta do Questionário Final

À quinta pergunta do Questionário Final, a Joana respondeu da forma ilustrada na figura 178. A análise das opções indicadas pela aluna nesta questão permite verificar que a sua opinião sofreu grandes alterações. Apenas nos casos das primeira, sétima e última afirmações, a opinião da aluna se manteve, concordando com as mesmas. Em todas as outras afirmações, verificaram-se alterações. Inicialmente, a Joana concordava com as segunda, quarta, nona, décima e décima segunda afirmações. No Questionário Final, indicou que discordava com as mesmas. Também no Questionário Inicial, a aluna discordava das terceira, quinta, sexta, oitava e décima primeira afirmações e, no Questionário Final, revelou concordar com as mesmas. Sublinhem-se as alterações verificadas nas décima, décima primeira e décima segunda afirmações, respetivamente, *"Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo"*, *"A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes"* e *"Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'"*, visto que revelam ser coerentes com as respostas apresentadas pela Joana a outras perguntas deste Questionário Final.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.	X				
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				X	
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.				X	
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	X				
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.			X		
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.				X	
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	X				
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			X		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	X				

Fig. 178 – Resposta da Joana à quinta pergunta do Questionário Final

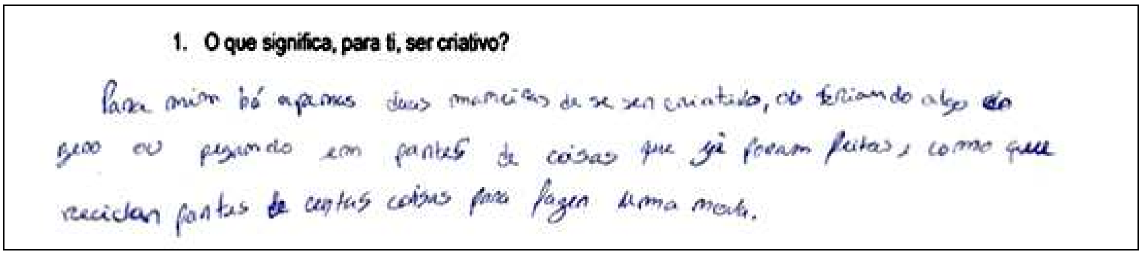
À semelhança do que sucedeu no Questionário Inicial, a Joana escolheu a resolução da Beatriz como sendo a mais criativa, referindo, na justificação, a maior simplicidade nas resoluções dos outros dois alunos, a Maria e o João (figura 179).


Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Na minha opinião, o aluno mais criativo foi a Beatriz, uma vez que penso que as resoluções da Maria e do João são simples e qualquer um poderia chegar a elas, no entanto, acredito que seria preciso pensar um pouco mais para chegar à resolução da Beatriz.

Fig. 179 – Resposta da Joana à sexta pergunta do Questionário Final

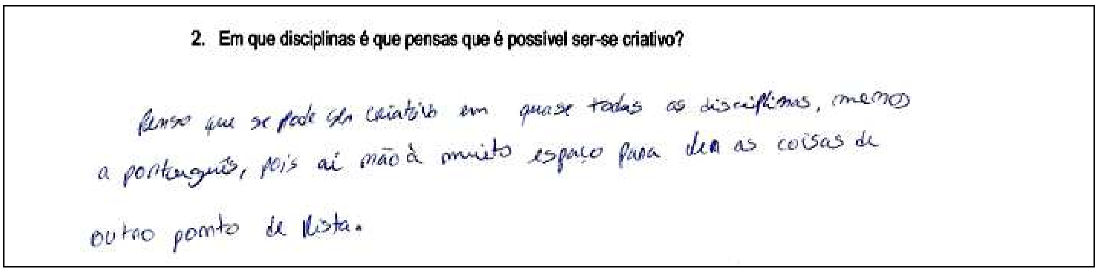
Na resposta à primeira pergunta do Questionário Final, o António tornou evidente que o seu ponto de vista acerca do que significava ser criativo não se tinha alterado, ao referir que uma forma de ser criativo envolvia alterar algo já existente e modificá-lo, produzindo, assim, algo novo (figura 180). No entanto, ao contrário do que se verificou no Questionário Inicial, não referiu, desta vez, a produção de uma grande quantidade de ideias.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim há apenas duas maneiras de se ser criativo, ou criando algo do zero ou pegando em partes de coisas que já foram feitas, como quem recicla partes de certas coisas para fazer uma nova.

Fig. 180 – Resposta do António à primeira pergunta do Questionário Final

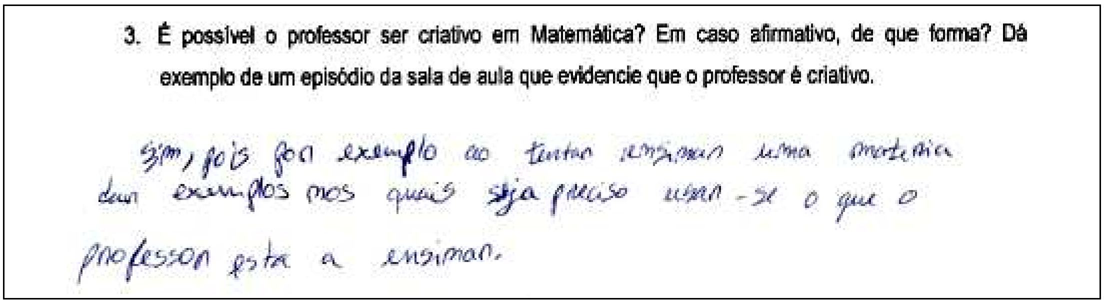
Relativamente às disciplinas em que pensava ser possível ser-se criativo, a sua opinião alterou-se. No Questionário Inicial, o António referiu Oficina de Teatro e Educação Musical. No Questionário Final, o aluno refere todas as disciplinas, à exceção de Português, afirmando que nessa disciplina não há grande margem para a existência de diferentes pontos de vista, conforme evidenciado na figura seguinte.


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Penso que se pode ser criativo em quase todas as disciplinas, menos a português, pois aí não à muito espaço para dar as coisas de outro ponto de vista.

Fig. 181 – Resposta do António à segunda pergunta do Questionário Final

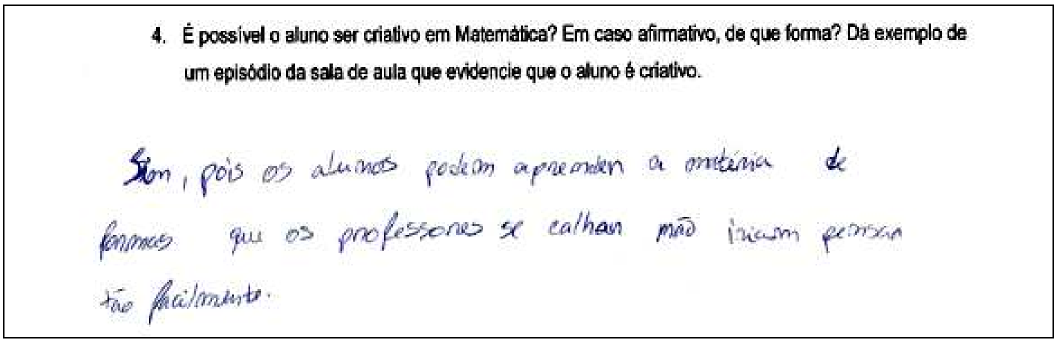
Na terceira pergunta do Questionário Final, o António revelou continuar a considerar ser possível o professor de Matemática ser criativo (figura 182). No Questionário Inicial, o aluno não indicou de que forma tal é possível e, neste, fez referência a dar exemplos que permitam verificar a aplicação do que está a ser ensinado.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, pois por exemplo ao tentar ensinar uma materia dar exemplos nos quais seja preciso usar-se o que o professor esta a ensinar.

Fig. 182 – Resposta do António à terceira pergunta do Questionário Final

Já no caso do aluno, a sua opinião alterou-se, conforme evidenciado na figura seguinte.


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, pois os alunos podem aprender a matéria de formas que os professores se calhar não iriam pensar tão facilmente.

Fig. 183 – Resposta do António à quarta pergunta do Questionário Final

À quinta pergunta do Questionário Final, o António respondeu da forma ilustrada na figura 184. A análise das opções indicadas pelo aluno nesta pergunta do Questionário Final permitem verificar algumas alterações relativamente ao Questionário Inicial. O António concordava, inicialmente, com as afirmações *"Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo"* e *"Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'"* e, no Questionário Final, verificou-se que já discordava. Também no Questionário Inicial, o aluno discordava das afirmações *"A escola cerceia a criatividade dos alunos"* e *"A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes"* e, no Questionário Final, revelou concordar com as mesmas. Algumas das alterações indicadas revelaram ser coerentes com a mudança de opinião do aluno relativamente às disciplinas em que considerava ser possível ser-se criativo.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.					X
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.			X		
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.			X		
A criatividade pode ser construída coletivamente.		X			
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	X				
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.			X		
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			X		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.		X			
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			X		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		X			

Fig. 184 – Resposta do António à quinta pergunta do Questionário Final

A escolha da resolução mais criativa, na sexta pergunta do Questionário Final, também se alterou (figura 185). Recorde-se que, no Questionário Inicial, o António referiu que considerava as três resoluções igualmente criativas.

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Penso que será a da Beatriz pois ela não fez como fazemos habitualmente que é ir circundando pequenos grupos iguais

Fig. 185 – Resposta do António à sexta pergunta do Questionário Final

A análise do Teste (modalidade pré) realizado por estes dois alunos permitiu compilar as seguintes informações.

Na segunda questão do Teste (modalidade pré), a Joana indicou dezoito modos de contagem diferentes (figura 186) e o António onze (figura 187).

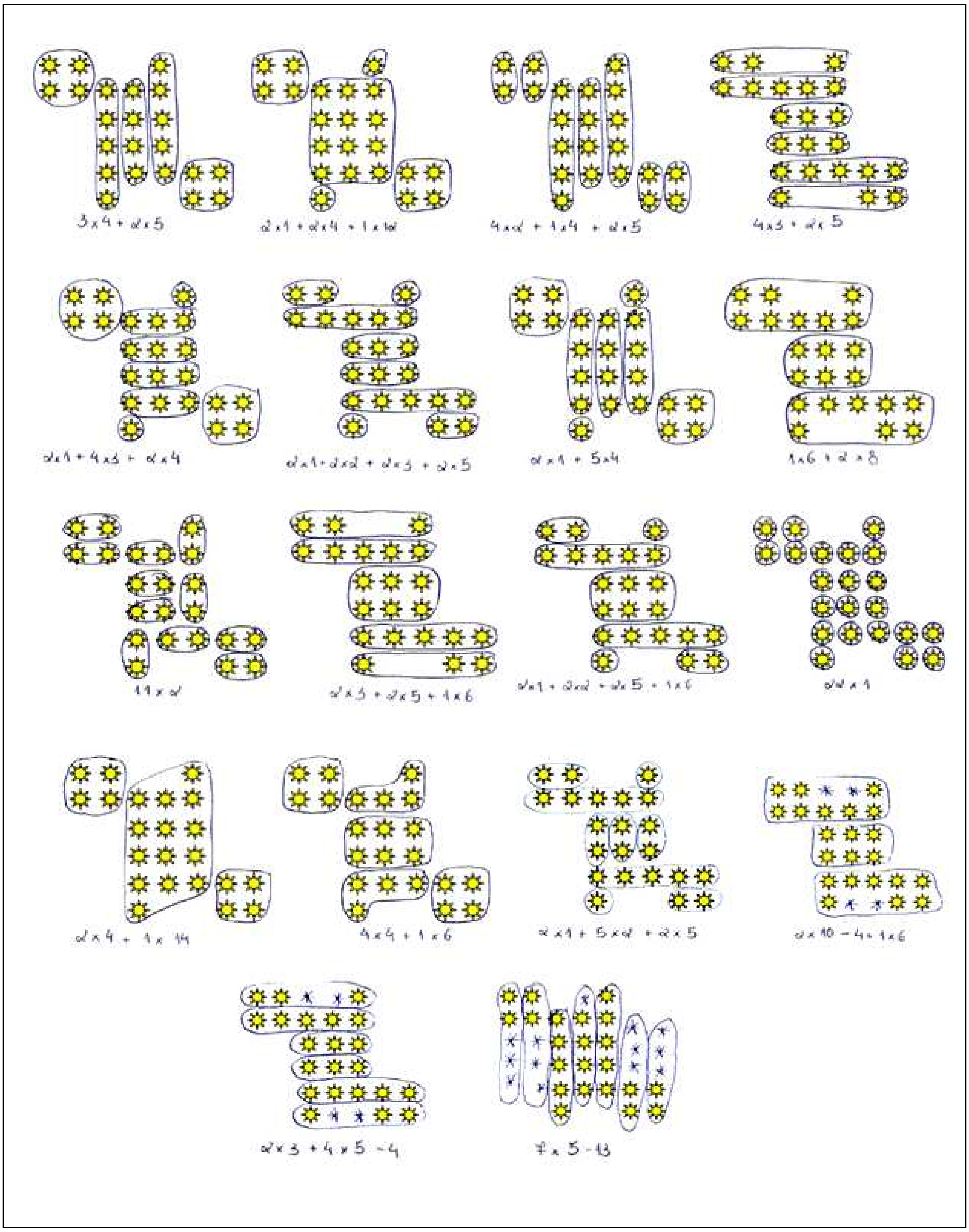


Fig. 186 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pela Joana na segunda questão do Teste (modalidade pré)

A Joana foi a aluna que indicou o maior número de diferentes modos de contagem e a única cujas respostas pertenciam a duas categorias diferentes, construtiva e desconstrutiva. A maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3, 2×3 e 2×5, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, em grande parte das representações, vertical e mista.

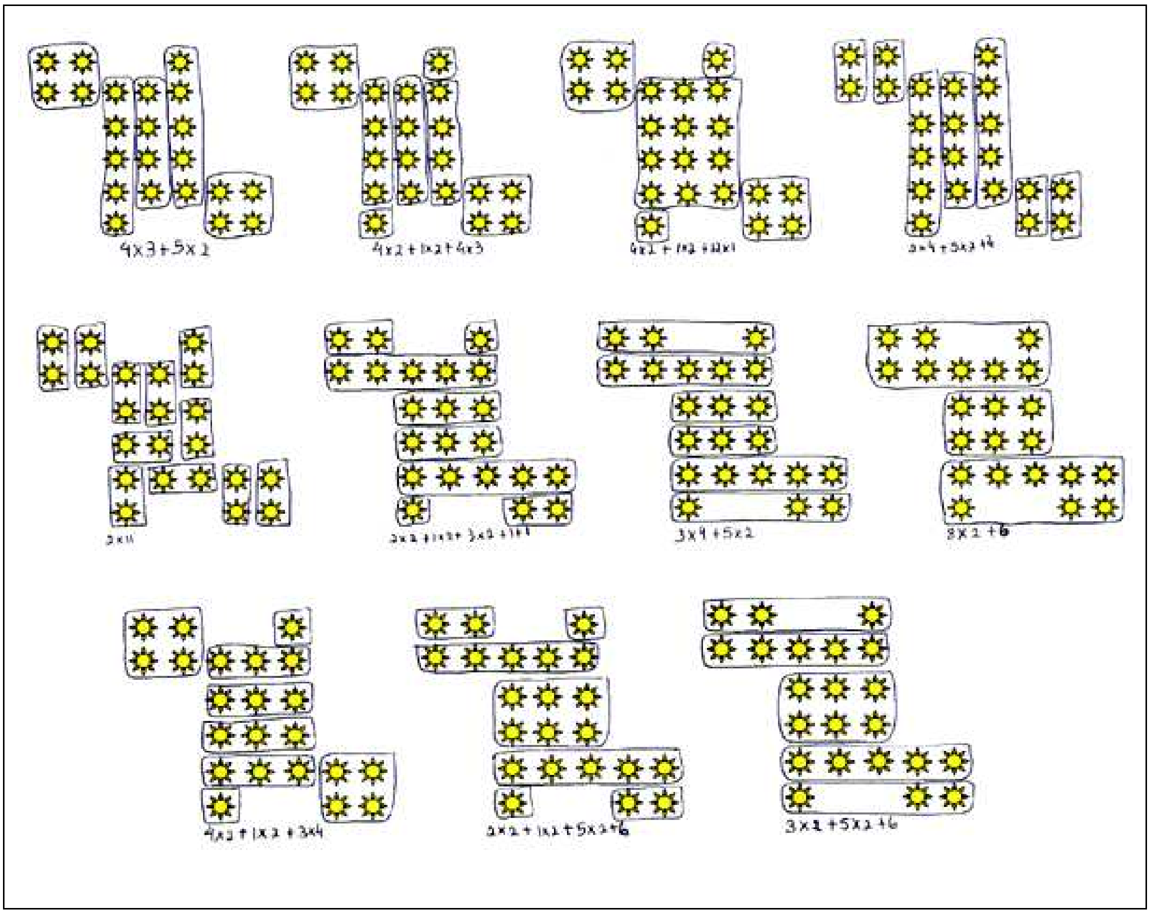


Fig. 187 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelo António na segunda questão do Teste (modalidade pré)

Todos os diferentes modos de contagem apresentados pelo António pertenciam à mesma categoria de resposta: identificação de conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial (construtiva). A esmagadora maioria destas representações visuais apresenta um certo tipo de simetria. A maioria apresenta forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 5×1, 4×1, 1×2, 1×3 e 2×3, e forma quadrangular, 2×2. Também é notória a leitura horizontal, na maioria das representações, vertical e mista.

Baseando-se em Smith (2003), Matos (2007: 25) refere que "os alunos nem sempre vêem um padrão da forma como os professores estão à espera, o que pode enriquecer as discussões que surgem a propósito desta temática, na sala de aula". Foi o que se verificou com este par de alunos em diversas questões das diferentes Tarefas apresentadas.

Relativamente à primeira questão da Tarefa 1 (anexo 3), esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos seis modos de contagem diferentes, organizados nas duas categorias anteriormente descritas: construtiva e desconstrutiva. Este par de alunos apresentou onze modos de contagem diferentes (figura 188), o número máximo apresentado por todos os grupos, pertencentes a duas categorias de resposta, construtiva e desconstrutiva.

A maioria das representações visuais é geométrica e apresenta simetria. Uma das representações tem a forma de boomerang e é possível observar que a maioria das leituras é oblíqua.

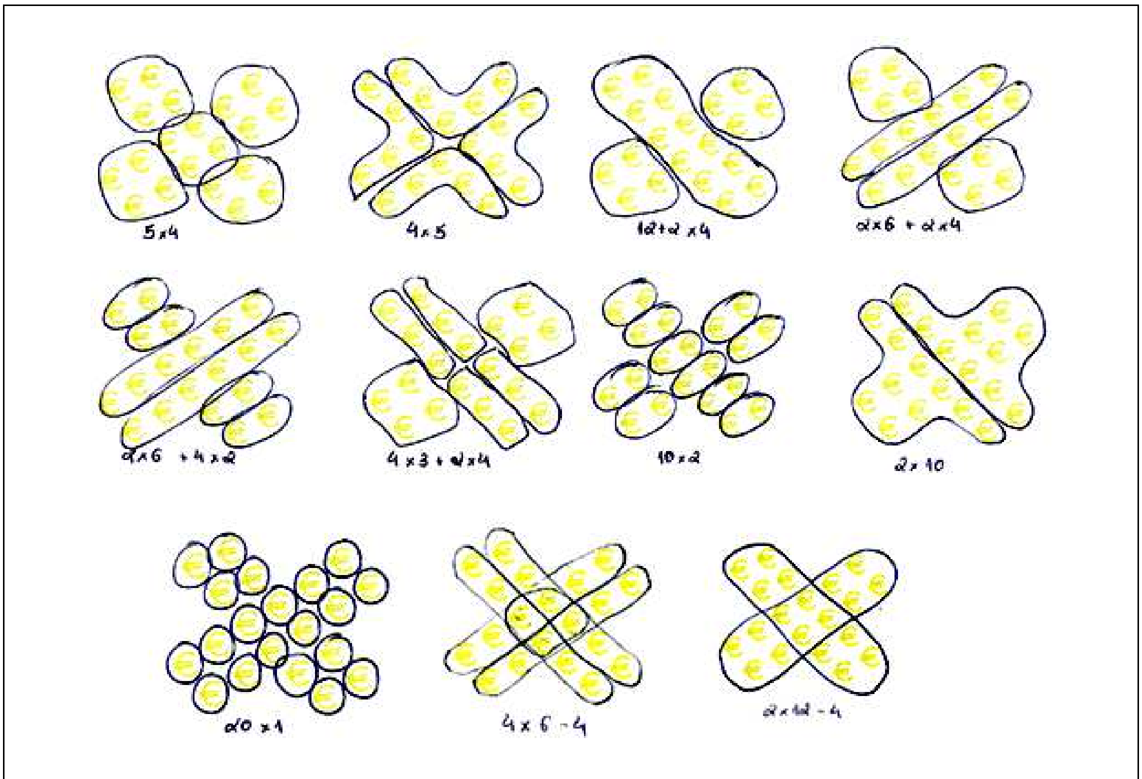


Fig. 188 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelo par Joana e António na primeira questão da Tarefa 1

Na primeira parte da segunda questão, o modo de ‘ver’ apresentado pelo par Joana e António apresenta uma configuração retangular, com simetria e leitura oblíqua (figura 189).

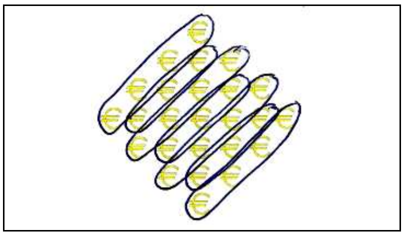


Fig. 189 – Resposta apresentada pelo par Joana e António na primeira parte da segunda questão da Tarefa 1

Na segunda parte da segunda questão da mesma Tarefa, a Joana e o António indicaram os esperados nove modos de ‘ver’ diferentes, pertencentes às duas categorias previstas, construtiva e desconstrutiva (figura 190). Em todas as configurações, é visível a existência de um certo tipo de simetria e formas geométricas, sobretudo retangulares (propriamente ditas), 5×1, 7×1 e 3×1, quadrangulares, 3×3, e triangulares.

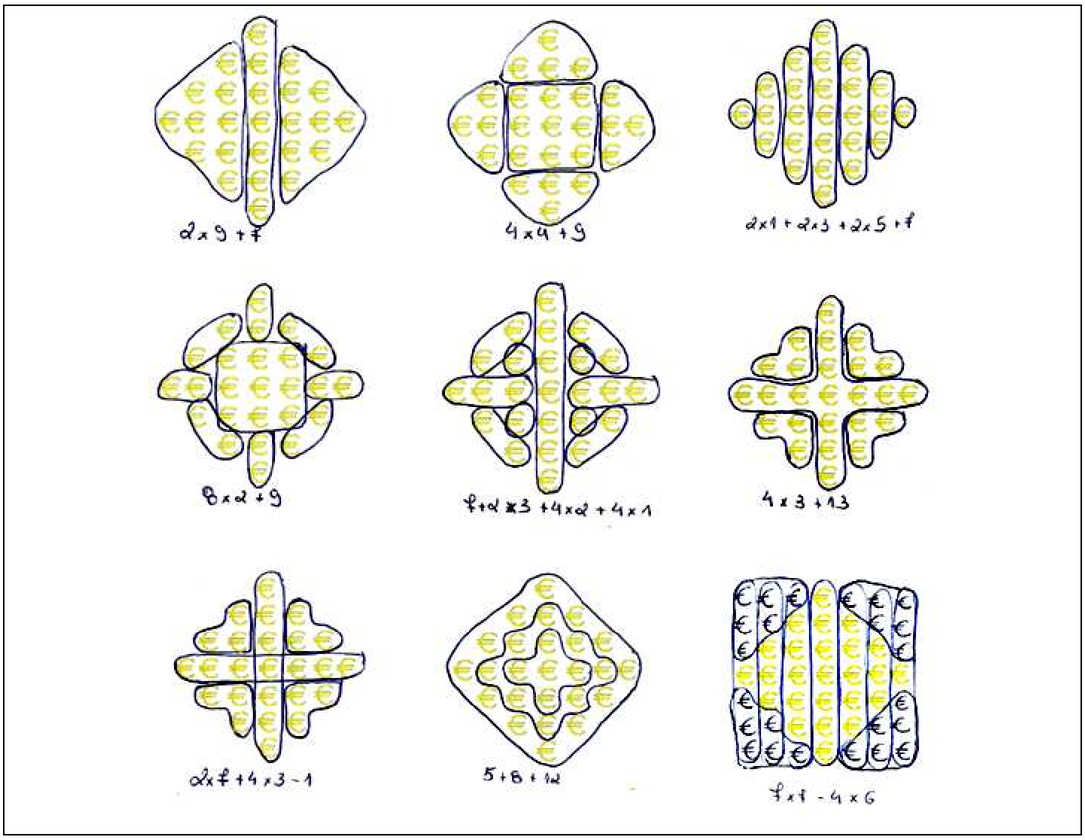


Fig. 190 – Modos de ‘ver’ apresentados pelo par Joana e António na segunda parte da segunda questão da Tarefa 1

Na primeira questão da segunda Tarefa (anexo 5), esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos doze modos de contagem diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. O par Joana e António apresentaram dezoito modos de contagem diferentes (figura 191), organizados nas duas categorias mencionadas.

A maioria das representações visuais apresenta um certo tipo de simetria, formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 2×4, 2×6, 1×4, 1×6, 1×2, 2×3 e 4×6, quadrangulares, 2×2 e 4×4, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, vertical, mista e, num dos casos, oblíqua.

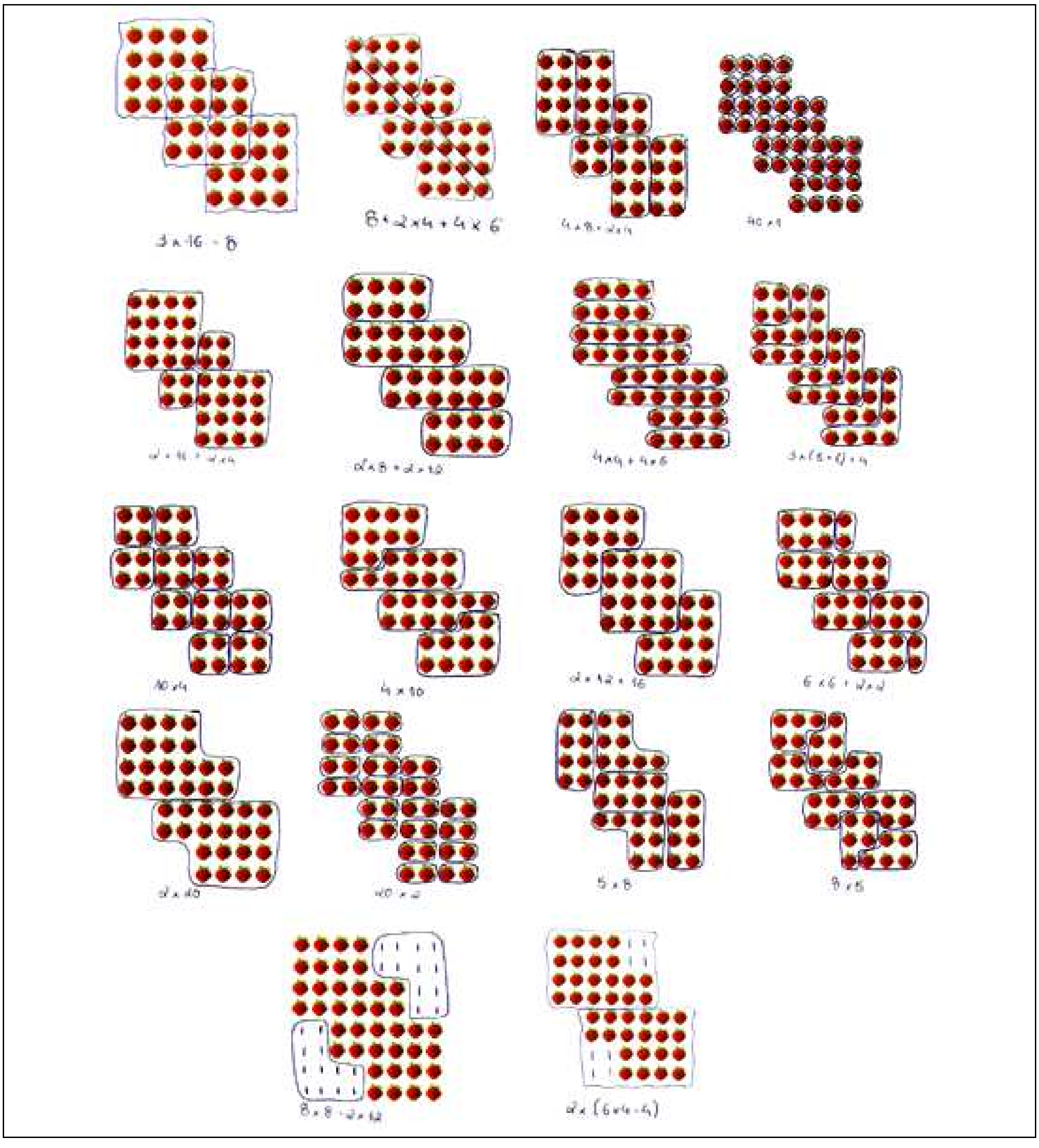


Fig. 191 – Modos de contagem apresentados pelo par Joana e António na primeira questão da Tarefa 2

Na primeira parte da segunda questão, o modo de ‘ver’ apresentado pelo par Joana e António apresenta uma configuração geométrica triangular e quadrangular, 2×2, com simetria, conforme ilustrado na figura seguinte.

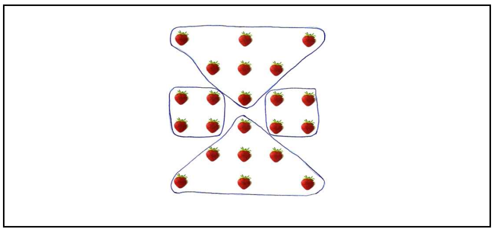
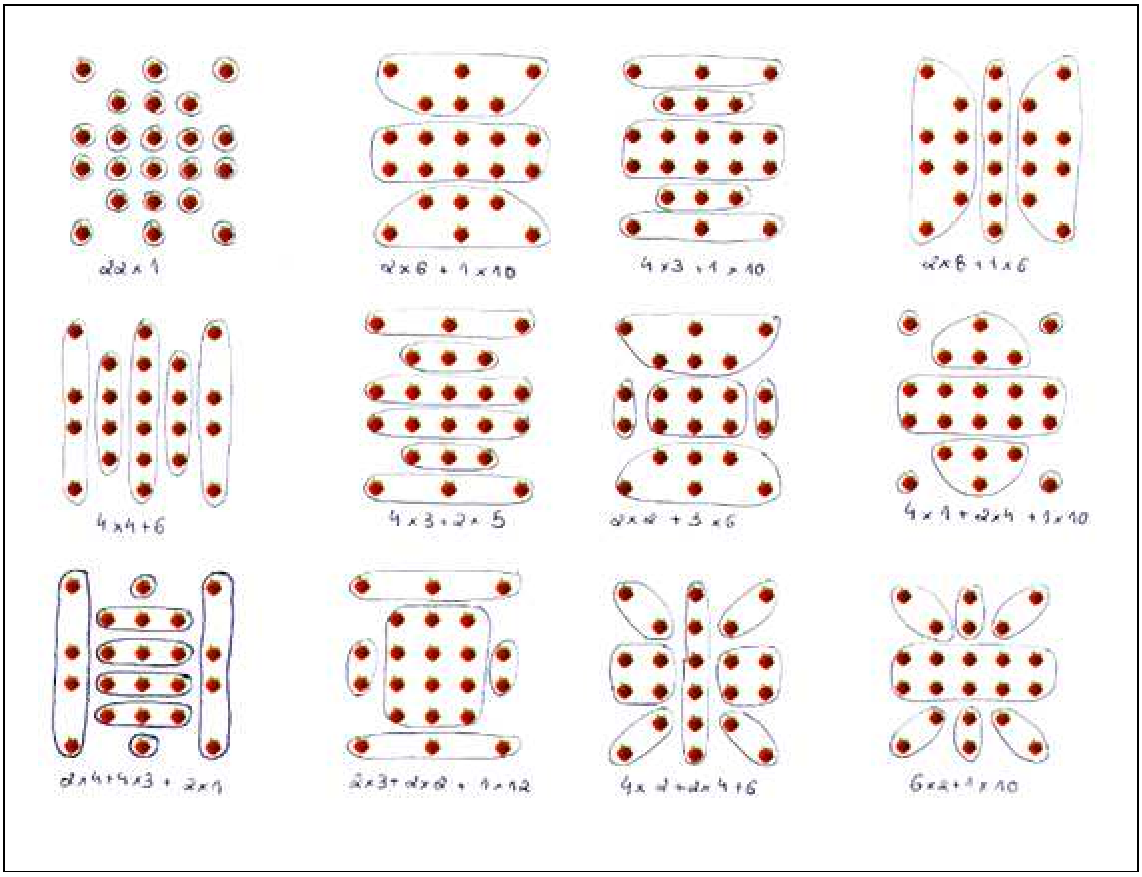


Fig. 192 – Resposta apresentada pelo par Joana e António na primeira parte da segunda questão da Tarefa 2

Na segunda parte da segunda questão desta Tarefa, esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos quinze modos de ‘ver’ diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. O par Joana e António indicou vinte e dois modos de ‘ver’ diferentes (figura 193), o número máximo apresentado por todos os grupos, pertencentes a duas categorias de resposta, construtiva e desconstrutiva.



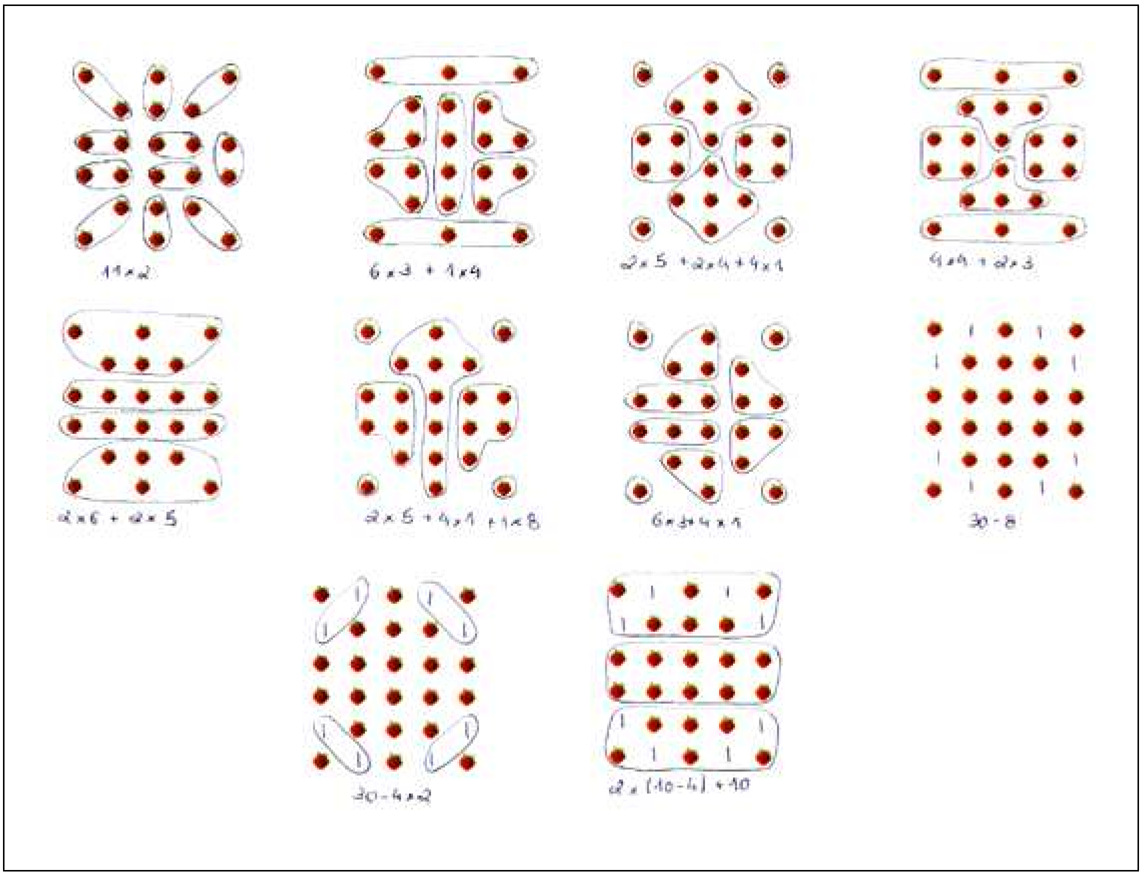


Fig. 193 – Modos de 'ver' apresentados pelo par Joana e António na segunda parte da segunda questão da Tarefa 2

A maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 1×4, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 1×6, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, hexagonais não regulares e trapezoidais. Também é notória a leitura horizontal, vertical e mista.

Nas figuras 2 e 3 da quarta Tarefa (anexo 8), eram esperados, em cada um dos casos, oito modos de 'ver' diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. Esperava-se que, à semelhança da segunda Tarefa, alguns alunos desenhassem símbolos na figura dada de modo a obter um retângulo, facilitando, assim, a contagem do número total de elementos, e procedendo, posteriormente, à subtração do número de símbolos acrescentados.

Este par de alunos utilizou, em ambos os casos, estas estratégias e apresentou doze modos de 'ver' diferentes (figuras 194 e 195), em cada um deles, o número máximo apresentado por todos os grupos, quer num caso, quer no outro.

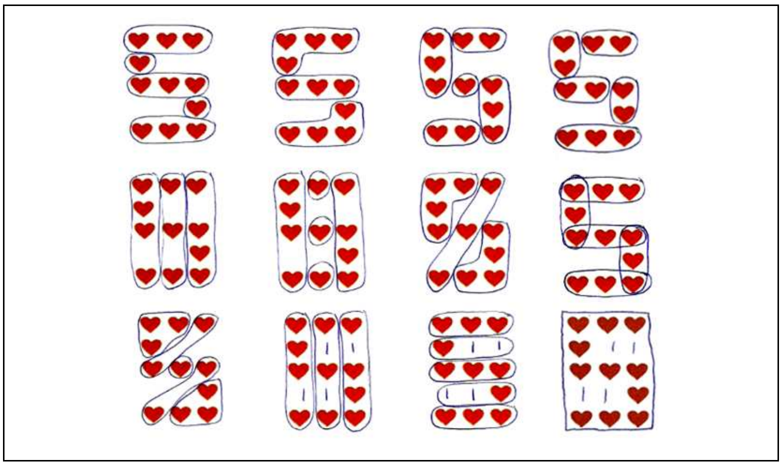


Fig. 194 – Modos de 'ver' a figura 2 da Tarefa 4 apresentados pelo par Joana e António

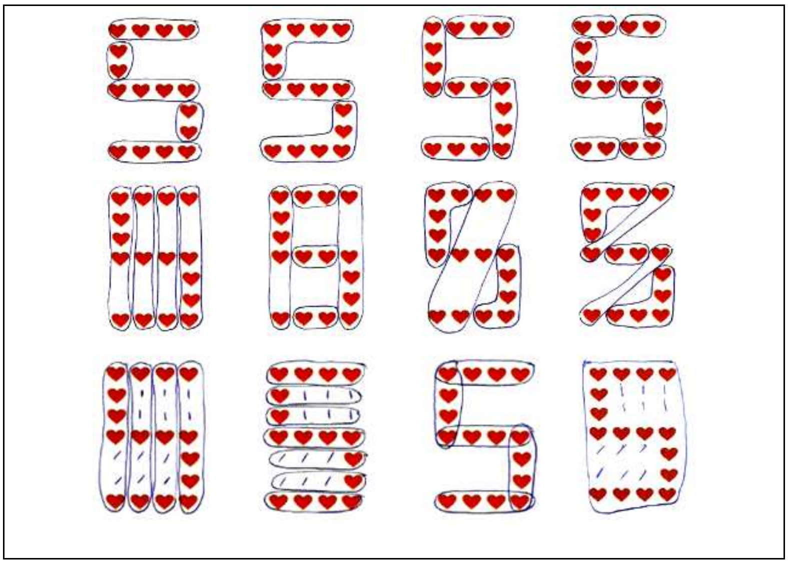


Fig. 195 – Modos de 'ver' a figura 3 da Tarefa 4 apresentados pelo par Joana e António

Em ambos os casos, encontram-se certos tipos de simetria e leituras verticais, horizontais e mistas. As configurações geométricas são, sobretudo, retangulares (propriamente ditas), 1×2, 1×3, 1×4, 1×5 e 1×7, e hexagonais não regulares.

O modo de 'ver' as figuras representadas na quinta Tarefa (anexo 9) apresentado pelo par Joana e António (figura 196) foi diferente do da maioria dos restantes grupos. Apenas este par e um outro apresentaram esse modo de 'ver' (conferir quadro 38).

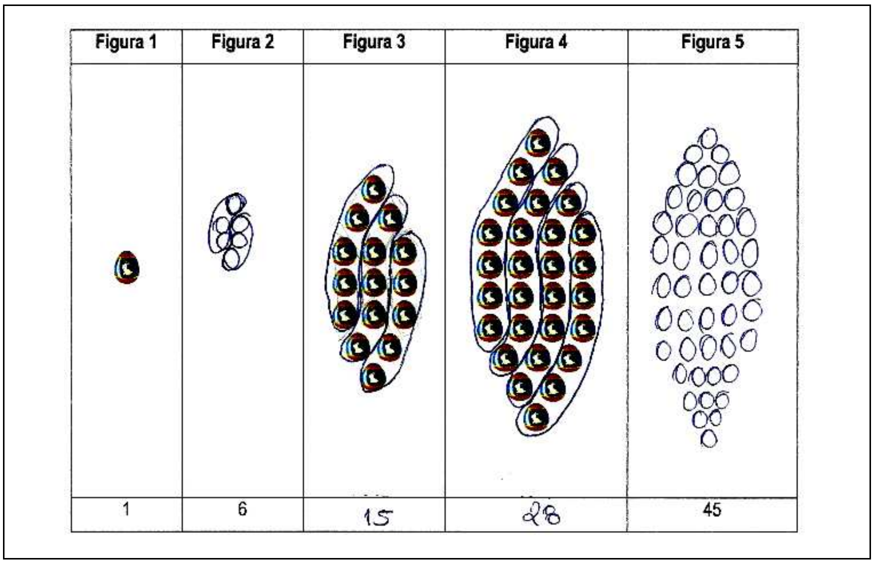
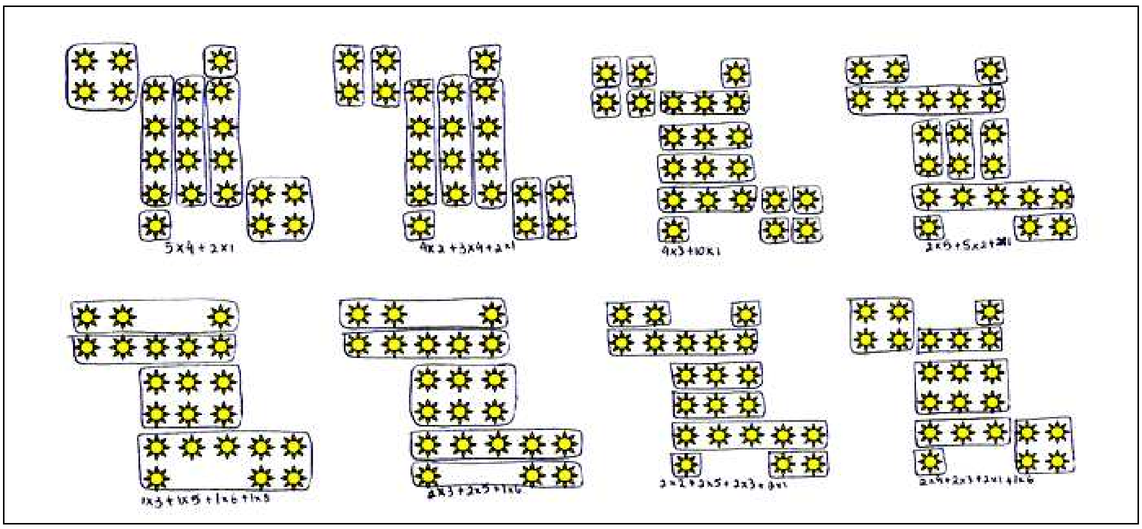


Fig. 196 – Modos de 'ver' as figuras 2, 3 e 4 representadas na Tarefa 5 apresentados pelo par Joana e António

Esta configuração visual não é geométrica e apresenta uma leitura oblíqua.

Na modalidade pós, do Teste, na segunda questão, o António apresentou trinta e um modos de contagem diferentes (mais vinte do que na modalidade pré), pertencentes a duas categorias de resposta, construtiva e desconstrutiva (figura 197). Um dos modos de contagem por ele apresentado foi também indicado por apenas mais dois dos seus colegas.

As representações visuais apresentam, na sua maioria, um certo tipo de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 4×3, 1×5, 1×4, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 6×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também são notórias as leituras horizontais, verticais e mistas.



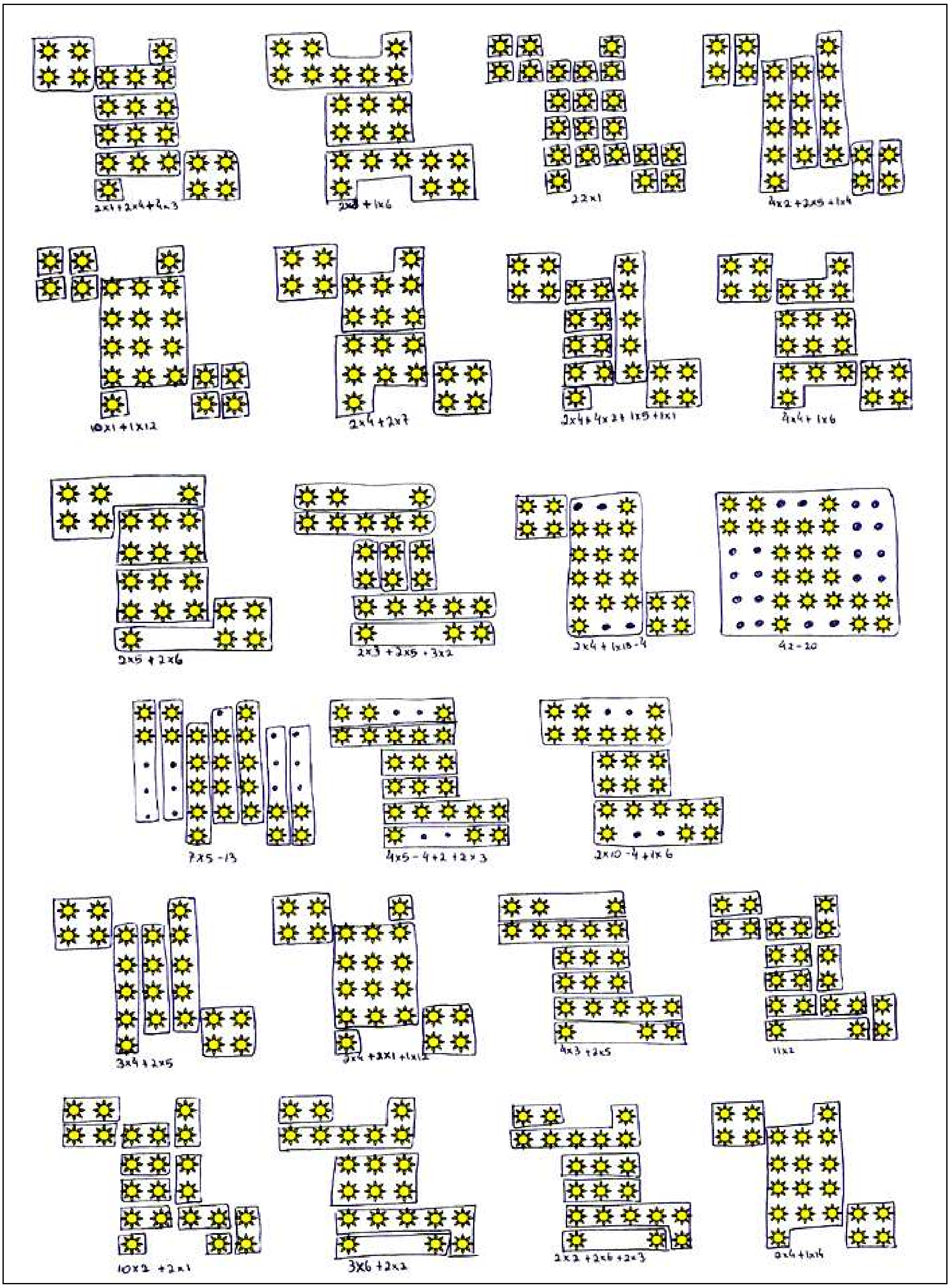
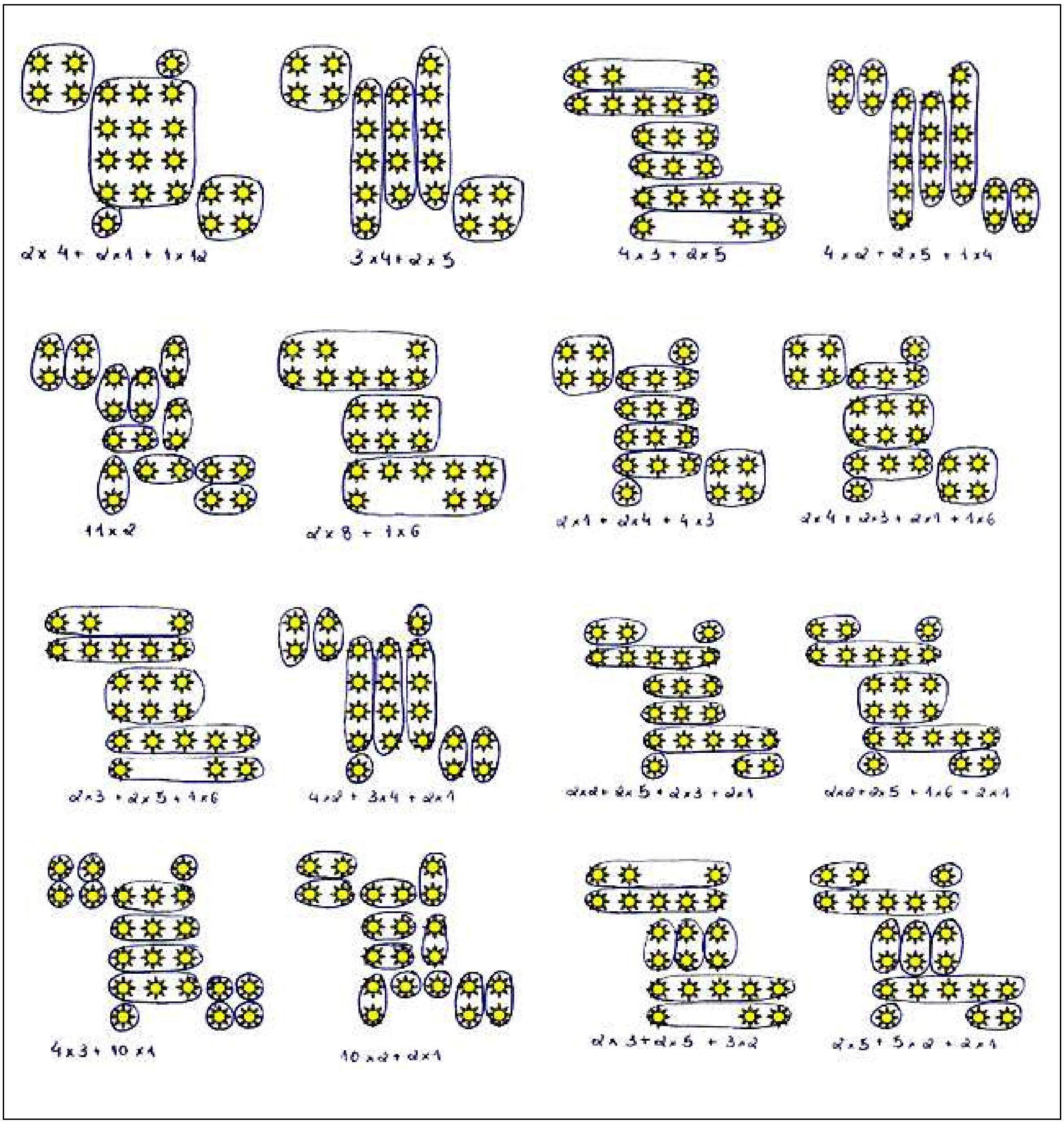


Fig. 197 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentadas pelo António na segunda questão do Teste (modalidade pós)

A Joana apresentou trinta e oito modos de contagem diferentes (mais vinte do que na modalidade pré) pertencentes a duas categorias de resposta, construtiva e desconstrutiva (figura 198). Dois dos modos de contagem por ela apresentados foram também indicados por apenas mais dois dos seus colegas e um outro modo de contagem foi indicado apenas por ela.

Também no caso da Joana, as representações visuais apresentam, na sua maioria, um certo tipo de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 4×3, 1×5, 1×4, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 6×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. É possível reconhecer nas referidas representações leituras horizontais, verticais e mistas.



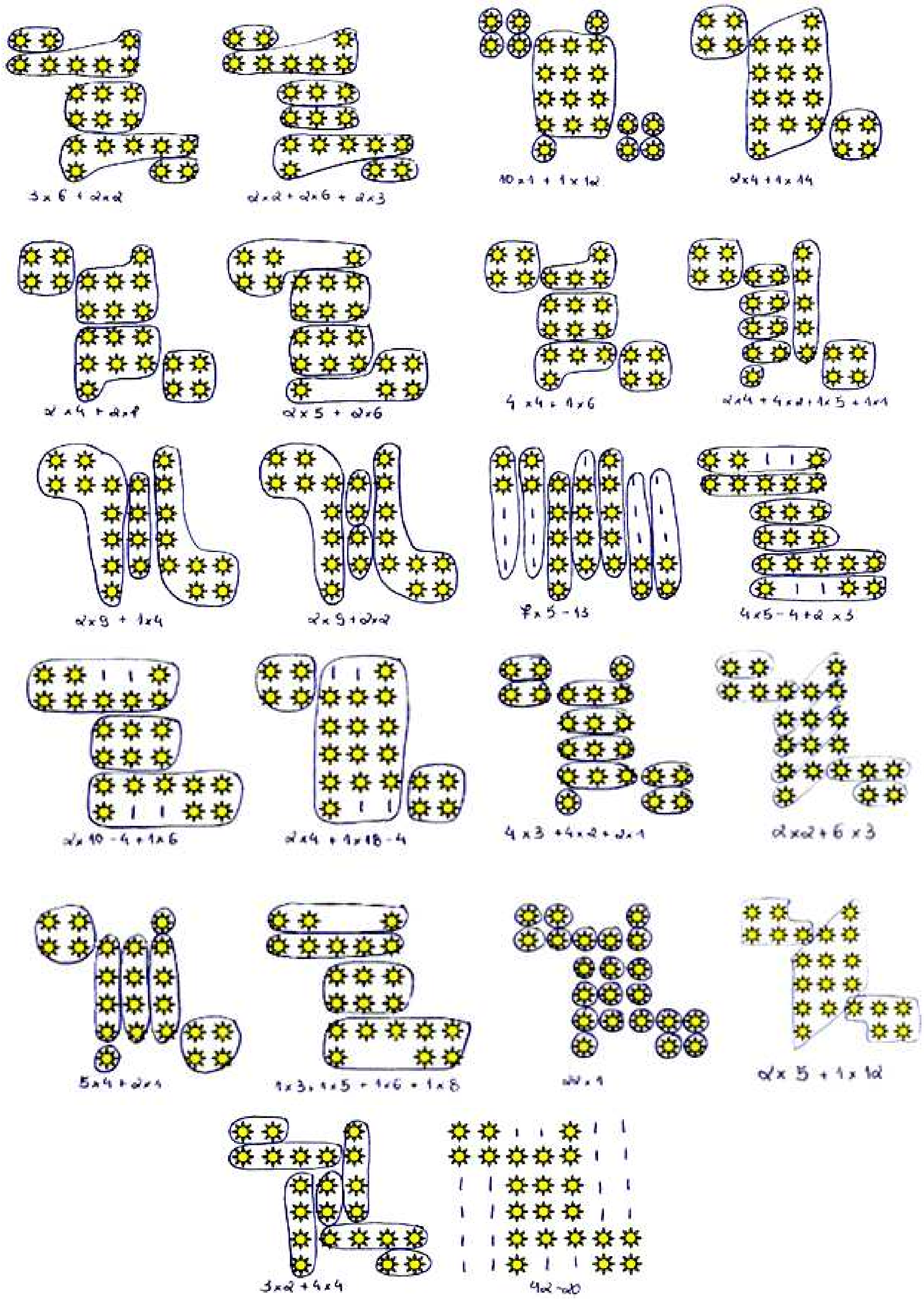


Fig. 198 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentadas pela Joana na segunda questão do Teste (modalidade pós)

Face ao exposto, verificou-se que este par de alunos evidenciou melhorias no que diz respeito às três dimensões de criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade, mais nítidas no caso do António. No que concerne às representações de criatividade, cumpre referir que se verificaram, tanto no caso do António como no da Joana, muitas alterações.

2.2.3. Raciocínio

A análise das resoluções da modalidade pré, do Teste, apresentadas por estes dois alunos tornou evidentes as dificuldades reveladas ao nível do raciocínio, sobretudo no caso do António.

Na primeira alínea da primeira questão do Teste (anexo 2), modalidade pré, a Joana foi uma dos cinco alunos que indicou um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro (figura 199).

Fig. 199 – Resposta da Joana à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Já o António foi um dos quinze alunos que indicou um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro, conforme evidenciado na figura seguinte.

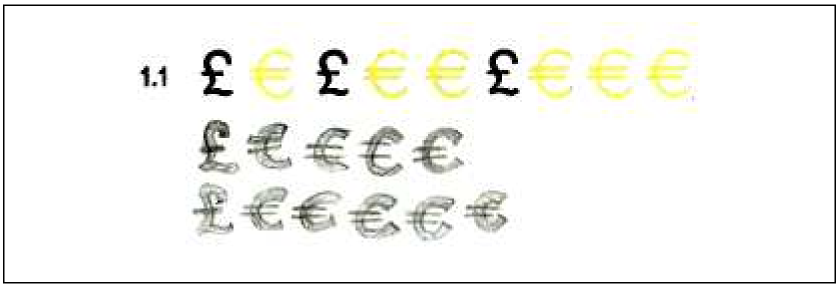


Fig. 200 – Resposta do António à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Relativamente à segunda alínea da mesma questão, ambos desenharam corretamente os dois termos seguintes. A figura 201 ilustra a resposta da Joana a esta alínea.

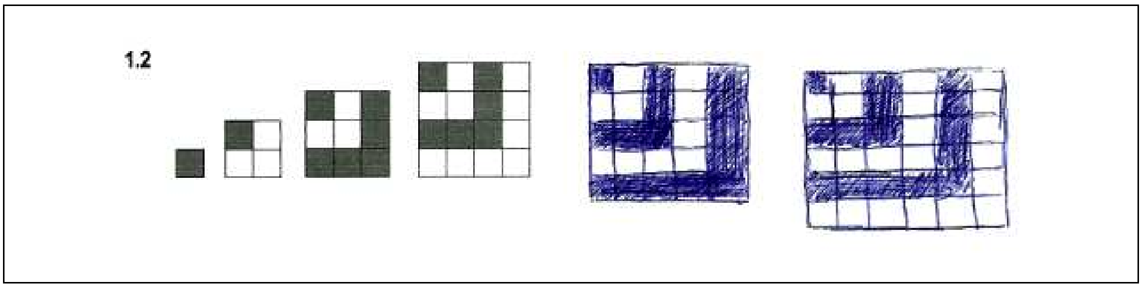


Fig. 201 – Resposta da Joana à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Na terceira alínea, a Joana respondeu incorretamente (figura 202) e o António foi um dos seis alunos que deixou a questão em branco.

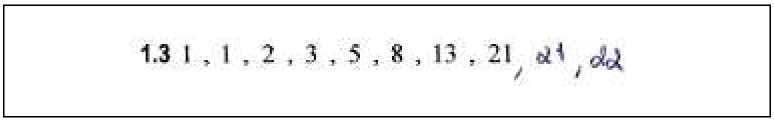

1.3 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21, 21, 22

Fig. 202 – Resposta da Joana à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Na quarta questão do Teste (modalidade pré), a Joana respondeu corretamente a todas as alíneas e o António apenas à primeira e à terceira. Na primeira, ambos responderam que o próximo acessório seria o fato de neve. As figuras 203 e 204 ilustram as respostas apresentadas por estes alunos.

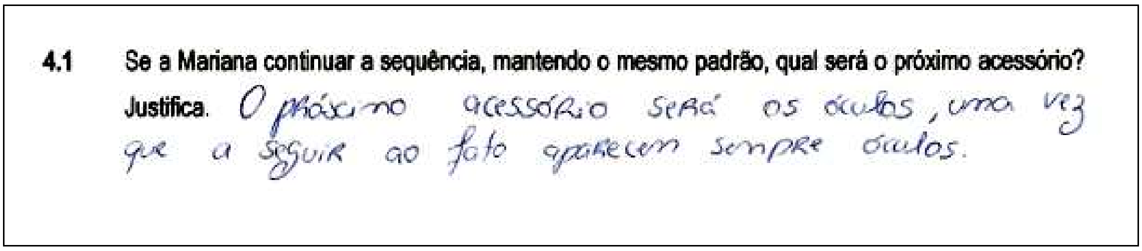

4.1 Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório?
Justifica. O próximo acessório será os óculos, uma vez que a seguir ao foto aparecem sempre óculos.

Fig. 203 – Resposta da Joana à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

4.1 Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório? Justifica.

O próximo acessório são os óculos porque têm sempre a seguir ao Pato de mola.

Fig. 204 – Resposta do António à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Na segunda alínea, a Joana indicou a expressão algébrica $5n$ (figura 205) e o António, apesar de reconhecer que as luvas ocupariam sempre posições correspondentes a múltiplos de 5, atendendo à resposta que apresentou na terceira alínea desta questão, indicou a expressão $n+5$ (figura 206).

4.2 Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.

5n, na primeira vez que aparecem, as luvas encontram-se na 5ª posição e na segunda na 10ª posição. Isto leva a crer que as posições ocupadas pelas luvas são múltiplas de 5. Portanto, na primeira vez que aparecem, ou seja, 5×1, estarão na 5ª posição, na segunda, ou seja, 5×2, estará na 10ª e assim em diante.

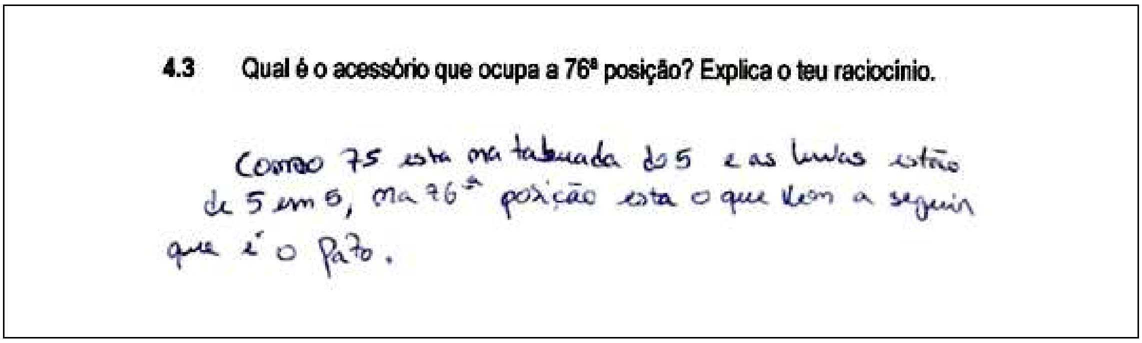
Fig. 205 – Resposta da Joana à segunda alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

4.2 Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.

m+5

Fig. 206 – Resposta do António à segunda alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

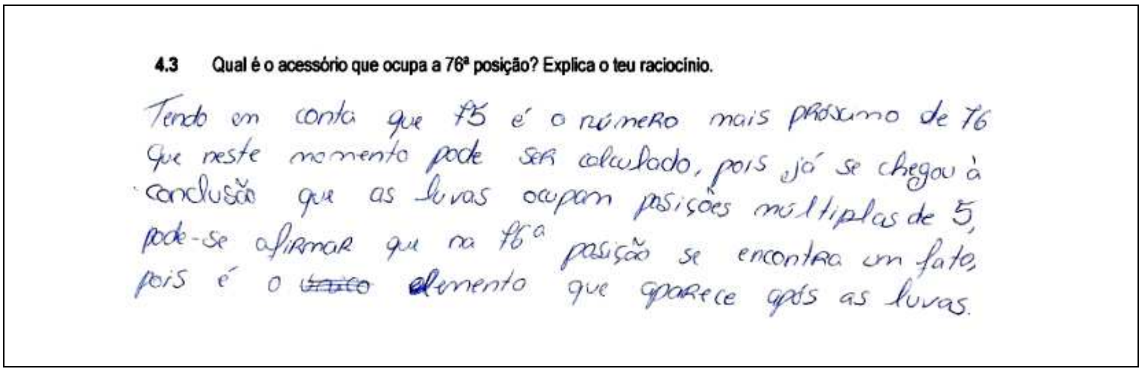
Na explicação do raciocínio efetuado, na terceira alínea, ambos se basearam no facto de 75 ser múltiplo de 5, para concluir que na 76ª posição teria que estar o objeto que se posiciona a seguir às luvas, isto é, o fato de neve. As figuras 207 e 208 comprovam esta afirmação.



4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

Como 75 esta na tabuada do 5 e as luvas estão de 5 em 5, na 76ª posição esta o que vem a seguir que é o Pato.

Fig. 207 – Resposta do António à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

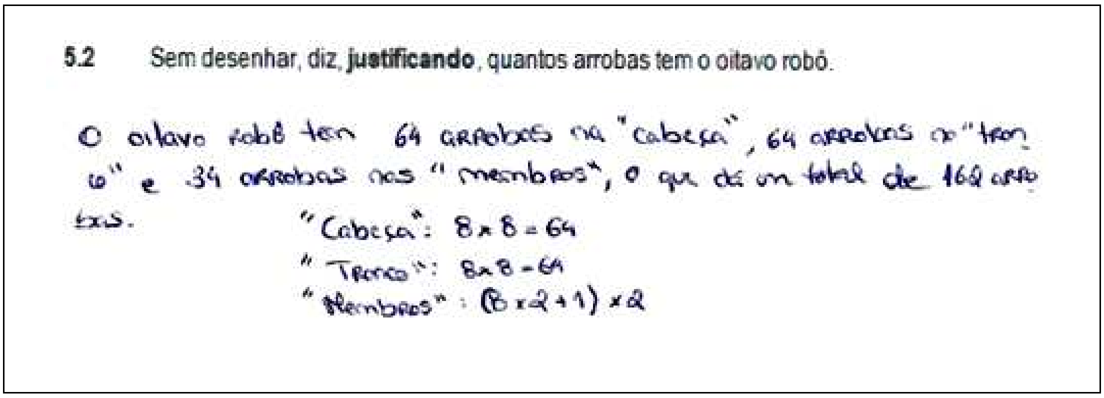


4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

Tendo em conta que 75 é o número mais próximo de 76 que neste momento pode ser calculado, pois já se chegou à conclusão que as luvas ocupam posições múltiplas de 5, pode-se afirmar que na 76ª posição se encontra um fato, pois é o ~~traço~~ elemento que aparece após as luvas.

Fig. 208 – Resposta da Joana à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Ambos desenharam corretamente o quarto robô solicitado na primeira alínea da quinta questão mas, na segunda alínea da mesma questão, apenas a Joana respondeu, corretamente, 162 arrobas e apresentou a respetiva justificação (figura 209).



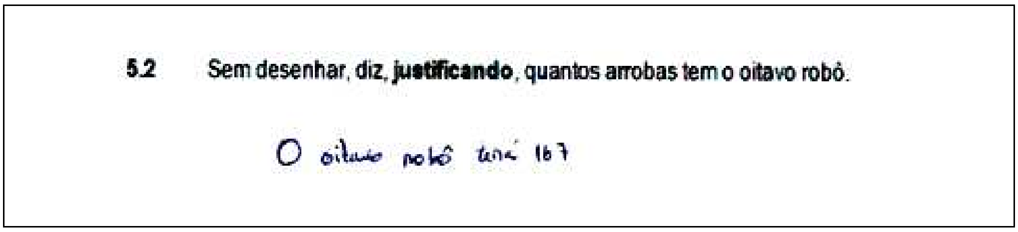
5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

O oitavo robô tem 64 arrobas na "cabeça", 64 arrobas no "tronco" e 34 arrobas nos "membros", o que dá um total de 162 arrobas.

"Cabeça": 8 x 8 = 64
"Tronco": 8 x 8 = 64
"Membros": (8 x 2 + 1) x 2

Fig. 209 – Resposta da Joana à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

O António foi um dos quinze alunos que respondeu incorretamente a esta questão e não apresentou qualquer justificação para o valor apresentado (figura 210).

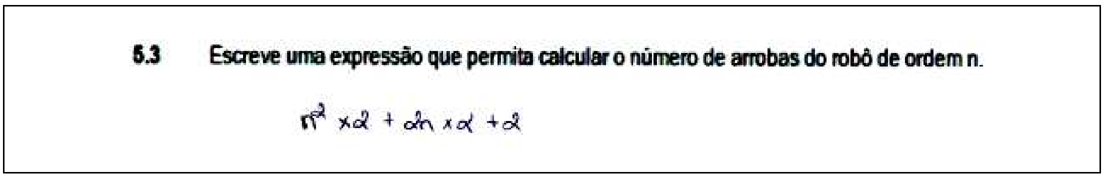


5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

O oitavo robô terá 167

Fig. 210 – Resposta do António à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Na terceira alínea, a Joana respondeu corretamente, indicando a expressão que permitia calcular o número de arrobas do robô de ordem n (figura 211) e o António foi um dos nove alunos que deixou a questão em branco.

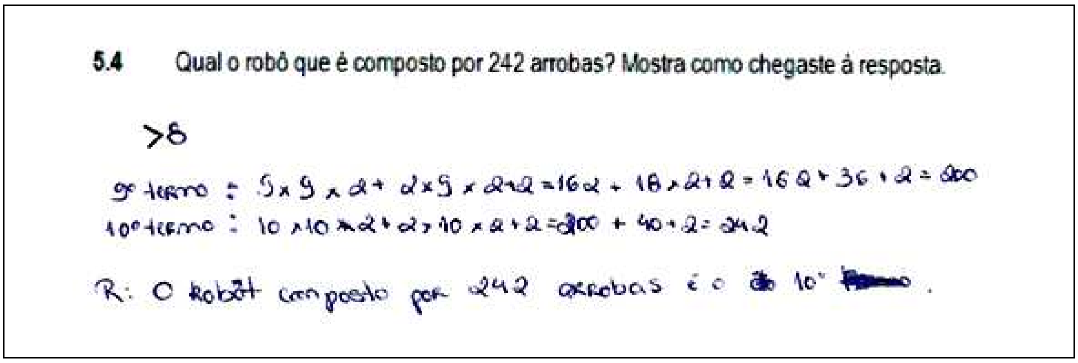


5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

$n^2 \times 2 + 2n \times 2 + 2$

Fig. 211 – Resposta da Joana à terceira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Também na última alínea, o António não apresentou qualquer resposta. A Joana respondeu corretamente, utilizando a expressão algébrica da alínea anterior, substituindo n pelos valores 9 e 10 e concluindo que seria o décimo robô, conforme evidenciado na figura seguinte.



5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

\>8

9º termo : 5×9×2+2×9×2+2 = 162 + 18×2+2 = 162+36+2 = 200

10º termo : 10×10×2+2×10×2+2 = 200 + 40+2 = 242

R: O robôt composto por 242 arrobas é o ~~do~~ 10º .

Fig. 212 – Resposta da Joana à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Note-se que a aluna escreveu que o número do robô teria que ser superior a oito visto que, na segunda alínea desta mesma questão, havia obtido o valor 162 para o número de arrobas do oitavo robô. Se, neste caso, o número de arrobas era 242, superior a 162, também o número do robô teria que ser superior a oito.

Na última questão, do par, apenas a Joana inventou uma sequência de desenhos que obedecia às condições do enunciado e onde eram visíveis duas componentes: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada, e outra componente com um número de elementos múltiplo de três, conforme ilustrado na figura seguinte.

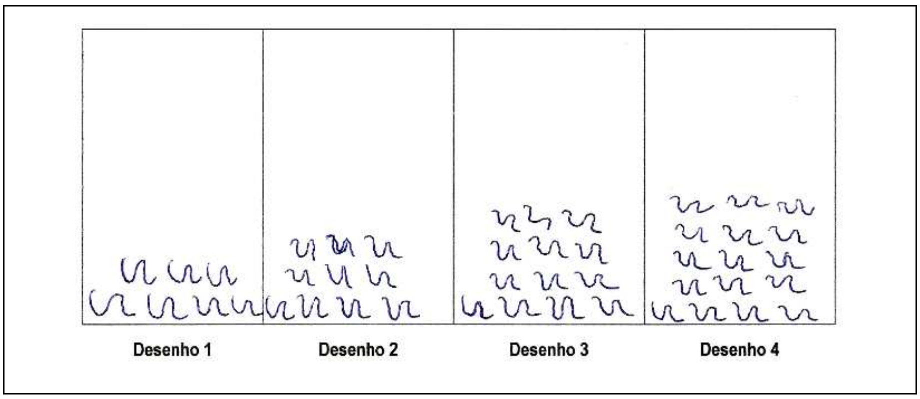


Fig. 213 – Resposta da Joana à sexta questão do Teste (modalidade pré)

O António foi um dos sete alunos que inventou desenhos que não obedeciam às condições do enunciado (figura 214).

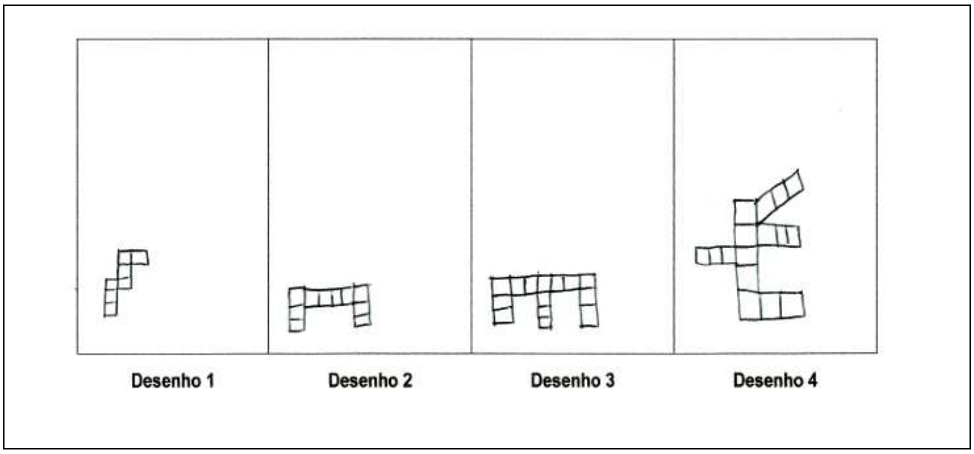
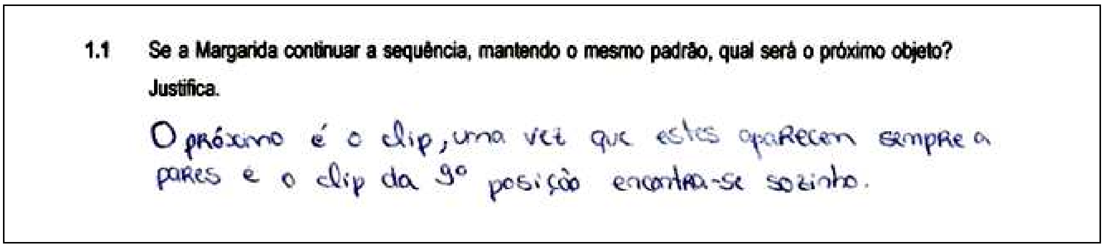


Fig. 214 – Resposta do António à sexta questão do Teste (modalidade pré)

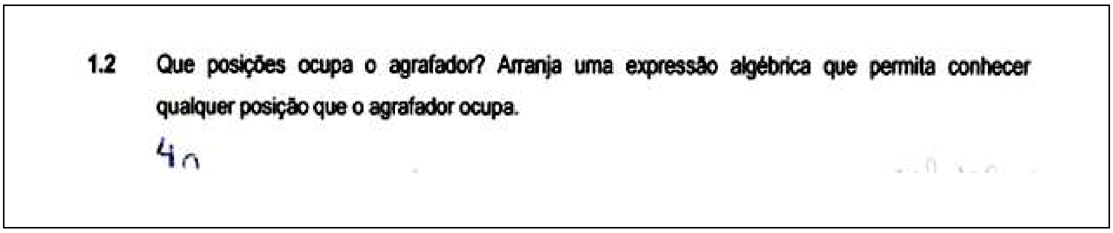
Na exploração da primeira questão da terceira Tarefa (anexo 7), este par de alunos indicou corretamente o clipe como sendo o objeto seguinte na sequência apresentada na primeira alínea (figura 215) e respondeu corretamente à segunda alínea, afirmando que o agrafador ocupava todas as posições correspondentes a múltiplos de 4 e apresentando a expressão algébrica $4n$ (figura 216).



1.1 Se a Margarida continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo objeto? Justifica.

O próximo é o clip, uma vez que estes aparecem sempre a pares e o clip da 9º posição encontra-se sozinho.

Fig. 215 – Resposta do par Joana e António à questão 1.1 da Tarefa 3



1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa.

4n

Fig. 216 – Resposta do par Joana e António à questão 1.2 da Tarefa 3

Na resposta à terceira alínea da mesma questão, o par utilizou raciocínio funcional na procura do objeto que ocupava a 25ª posição (figura 217) e, na quarta alínea, referiu que o objeto que ocupava sempre uma posição ímpar era o tira-agrafos, raciocinando recursivamente (figura 218).

1.3 Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio.

Agrafador mais próximo → 6x4 = 24ª posição
A seguir, a um agrafador vem sempre um clip portanto a 25ª posi-
ção será atribuída a um.

Fig. 217 – Resposta do par Joana e António à questão 1.3 da Tarefa 3

1.4 Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição ímpar? Explica o teu raciocínio.

Clip nunca dará, uma vez que ocupa logo a 2ª posição.
Agrafador não é, uma vez que ocupa a 4ª posição.
$\boxed{\text{Tira agrafos}}$: 1ª posição - 3
2ª posição - 7) 4
3ª posição - 11
4ª posição - 15
5ª posição - 19
6ª posição - 23
7ª posição - 27
8ª posição - 31
9ª posição - 35

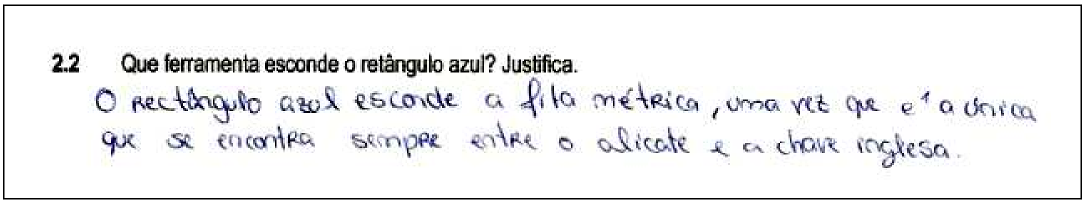
Fig. 218 – Resposta do par Joana e António à questão 1.4 da Tarefa 3

Na resolução da segunda questão, a Joana e o António encontraram corretamente o padrão na sequência de ferramentas (figura 219) e afirmaram que o retângulo azul escondia a fita métrica (figura 220).

2.1 Encontras algum padrão na sequência de ferramentas do Manuel? Em caso afirmativo, qual?

Sim. O padrão começa por um alicate, segue-se uma fita métri-
ca, em seguida temos uma chave inglesa, uma chave de fendas, nova-
mente um alicate e por fim um martelo.

Fig. 219 – Resposta do par Joana e António à questão 2.1 da Tarefa 3

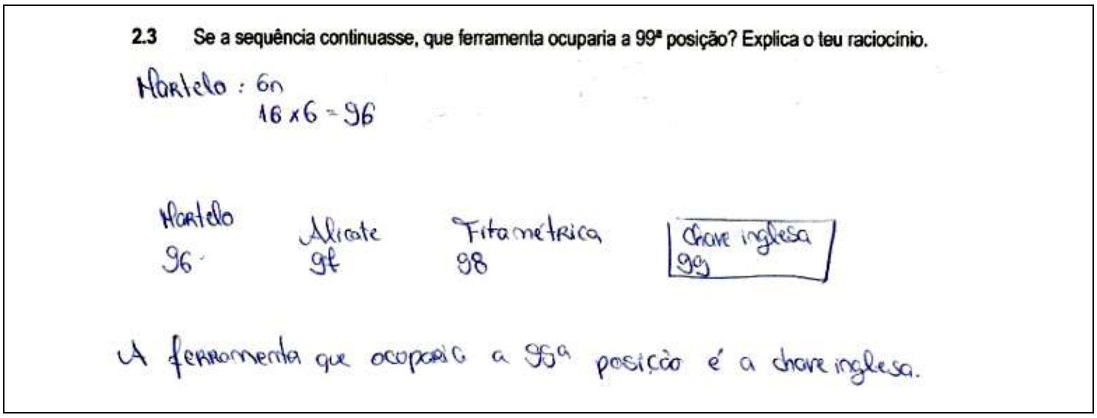


2.2 Que ferramenta esconde o retângulo azul? Justifica.

O rectângulo azul esconde a fita métrica, uma vez que é a única que se encontra sempre entre o alicate e a chave inglesa.

Fig. 220 – Resposta do par Joana e António à questão 2.2 da Tarefa 3

Na resposta à terceira alínea, utilizaram raciocínio funcional para a descoberta da ferramenta que ocupava a 99ª posição, conforme evidenciado na figura seguinte.



2.3 Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

Martelo : 6n
16 x 6 = 96

Martelo 96 · Alicate 97 · Fita métrica 98 · Chave inglesa 99

A ferramenta que ocuparia a 99ª posição é a chave inglesa.

Fig. 221 – Resposta do par Joana e António à questão 2.3 da Tarefa 3

A Joana e o António responderam corretamente à primeira questão da Tarefa 4 (anexo 8), desenhando a figura solicitada (figura 222) e, como resposta à segunda questão, descreveram o padrão que viam (figura 223).

1. Desenha a figura seguinte.

Fig. 222 – Resposta do par Joana e António à questão 1 da Tarefa 4

2. **Descreve o padrão que vês.**

O padrão que vejo é constituido por corações e aumentando o número de figura, a figura que parece um 5 ou um S vai aumentando, acrescentando sempre um coração a cada lado.

Fig. 223 – Resposta do par Joana e António à questão 2 da Tarefa 4

A explicação apresentada por este grupo de alunos na quarta questão desta Tarefa (figura 224) tem subjacente um raciocínio do tipo funcional.

4. **Explica como poderás obter o número de corações da 7ª figura, sem a desenhar, usando essas formas de 'ver'.**

Figura 1 = 6 corações
Figura 2 = 11 corações
Figura 3 = 16 corações

$5n+1$

Figura 7 = $5n+1 = 5 \times 7 + 1 = 36$

R: A figura 7 vai ter 36 corações.

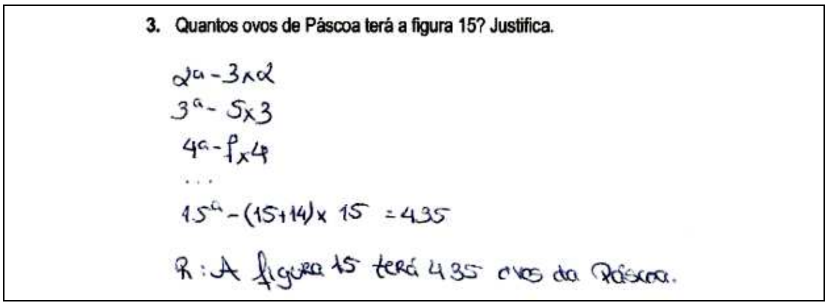
Fig. 224 – Resposta do par Joana e António à questão 4 da Tarefa 4

O facto de este par de alunos ter observado, na quarta questão desta Tarefa, conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial (generalização construtiva), conduziu-o à expressão algébrica por eles apresentada na quinta questão, conforme ilustra a figura seguinte.

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	$5 \times 1 + 1$	6
2	$5 \times 2 + 1$	11
3	$5 \times 3 + 1$	16
4	$5 \times 4 + 1$	21
...	...	...
20	$5 \times 20 + 1$	101
...	...	...
49	$5 \times 49 + 1$	246
...	...	...
n	$5 \times n + 1$	

Fig. 225 – Resposta do par Joana e António à questão 5 da Tarefa 4

A Joana e o António foram, junto com um outro grupo de alunos, os únicos a apresentar o segundo modo de 'ver' ilustrado no quadro 38. A forma como determinaram o número de ovos de Páscoa da figura 15, na terceira pergunta da quinta Tarefa (anexo 9), e da figura de ordem n, na quarta questão da mesma Tarefa, resultou do modo de 'ver' por eles apresentado na segunda questão. Assim, como resposta à terceira pergunta, este par de alunos apresentou o que se ilustra na figura seguinte.

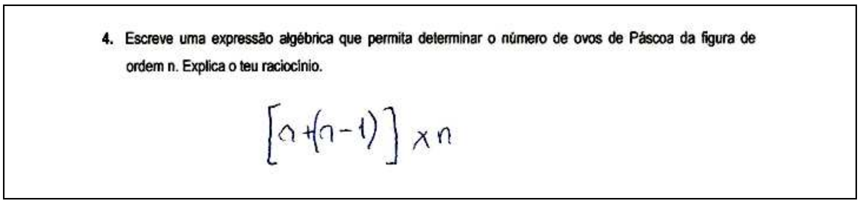

3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

2ª - 3x2
3ª - 5x3
4ª - 7x4
...
15ª - (15+14)x 15 = 435

R: A figura 15 terá 435 ovos da Páscoa.

Fig. 226 – Resposta do par Joana e António à questão 3 da Tarefa 5

Consequentemente, a resposta por eles apresentada na quarta questão desta Tarefa foi a evidenciada na figura seguinte.


4. Escreve uma expressão algébrica que permita determinar o número de ovos de Páscoa da figura de ordem n. Explica o teu raciocínio.

$[n+(n-1)] \times n$

Fig. 227 – Resposta do par Joana e António à questão 4 da Tarefa 5

Na exploração da primeira questão da sexta Tarefa (anexo 10), a Joana e o António construíram duas formas retangulares com direções diferentes (uma vertical e outra horizontal) para representar visualmente a sequência numérica dada que facilita a determinação de termos distantes usando-se raciocínio funcional (figura 228).

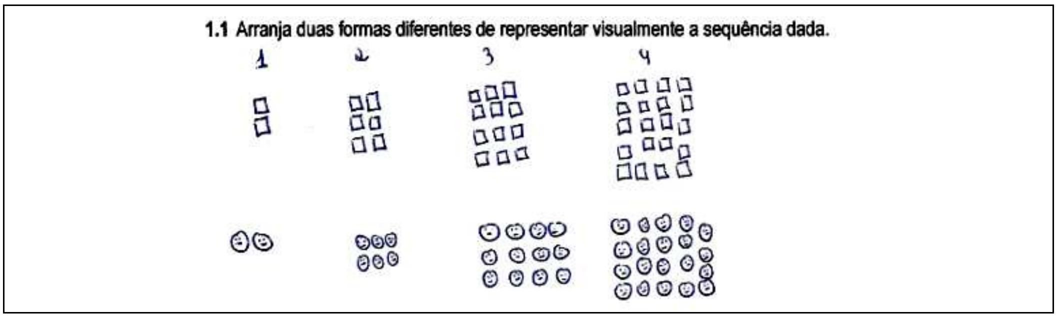


Fig. 228 – Resposta do par Joana e António à questão 1.1 da Tarefa 6

Esta representação facilitou a descoberta do sexto termo (figura 229) e, principalmente, do «n-ésimo» (figura 230). Sublinhe-se que, na determinação do sexto termo, este par de alunos utilizou uma estratégia mista (visual e numérica).

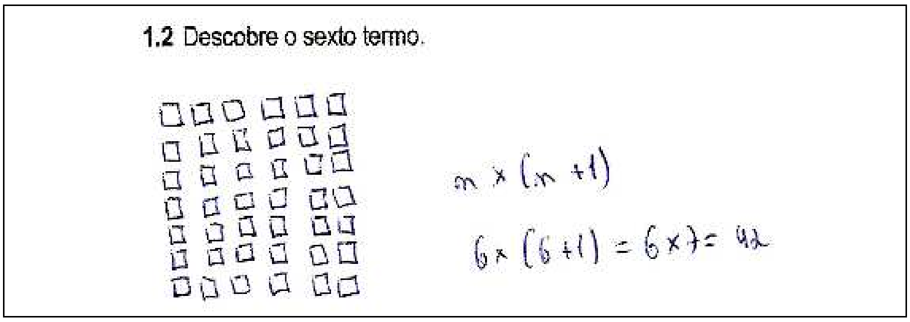


Fig. 229 – Resposta do par Joana e António à questão 1.2 da Tarefa 6

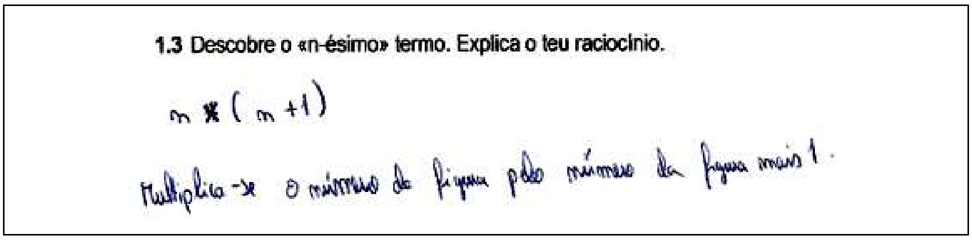


Fig. 230 – Resposta do par Joana e António à questão 1.3 da Tarefa 6

A expressão obtida permitiu calcular facilmente o quinquagésimo oitavo termo, conforme evidenciado na figura seguinte.

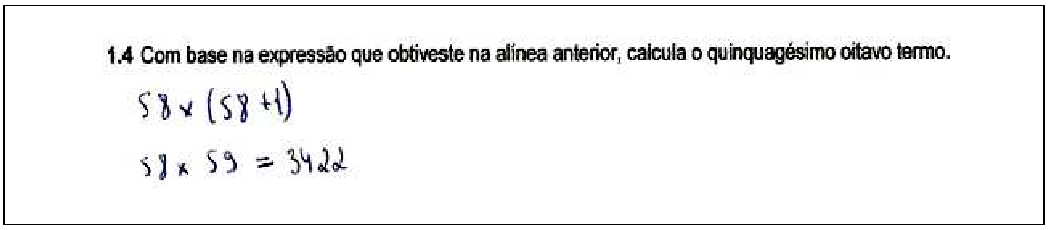


Fig. 231 – Resposta do par Joana e António à questão 1.4 da Tarefa 6

Na segunda questão desta Tarefa, o par apresentou uma sequência de desenhos que obedecia às condições do enunciado, conforme ilustrado na figura seguinte.

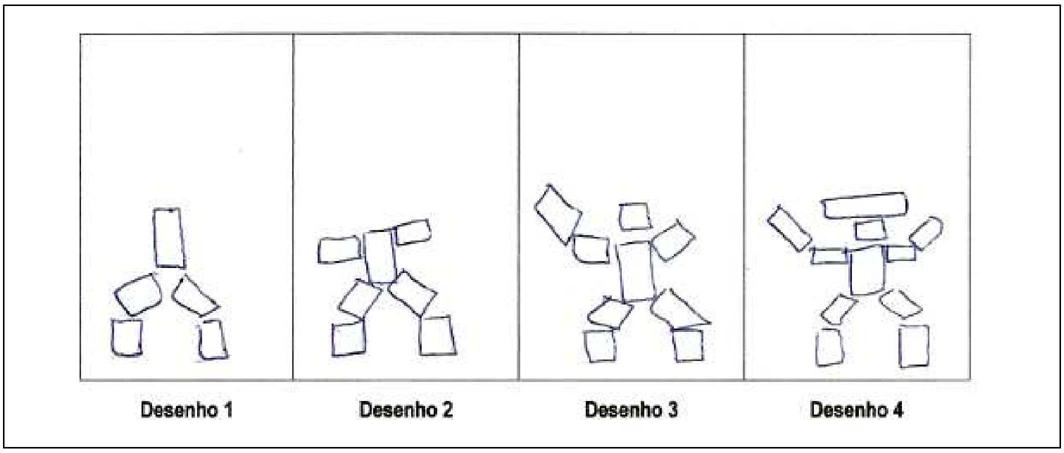


Fig. 232 - Resposta do par Joana e António à questão 2 da Tarefa 6

Este par de alunos foi o primeiro a conseguir chegar à expressão algébrica solicitada na sétima Tarefa (anexo 12). Inicialmente, todos os grupos de alunos revelaram dificuldades e este não foi exceção. No entanto, a Joana e o António desenharam um retângulo formado por triângulos (figura 233) e conseguiram chegar à expressão algébrica, utilizando, novamente, uma estratégia mista (visual e numérica).

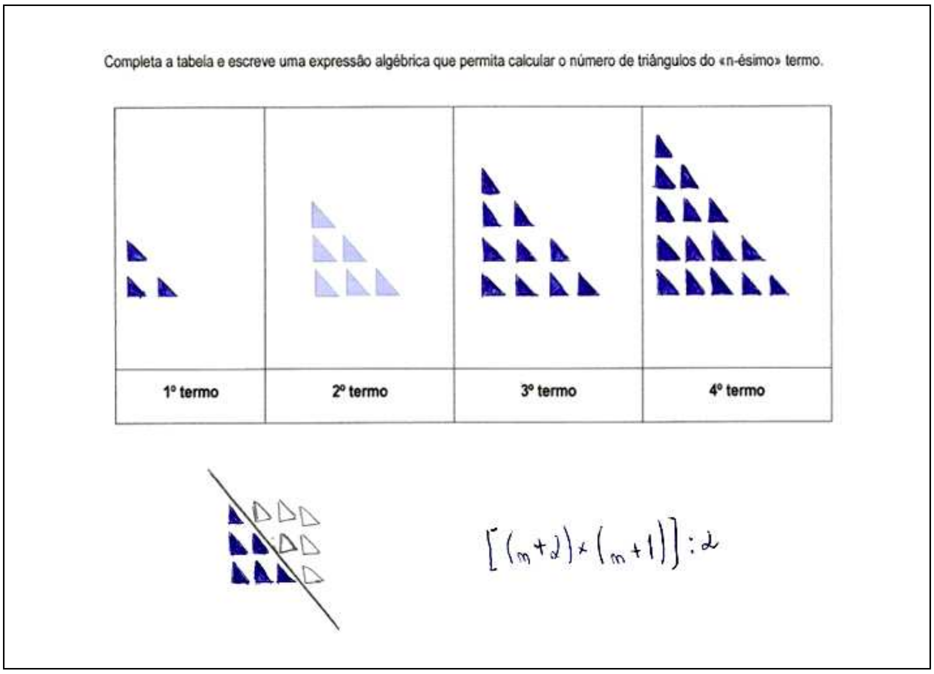


Fig. 233 – Resposta apresentada pelo par Joana e António na Tarefa 7

As respostas da Joana e do António às duas primeiras alíneas da primeira questão do Teste, modalidade pós, foram exatamente iguais às apresentadas na modalidade pré. Na primeira alínea, a Joana indicou, novamente, um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro e o António um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro. Na segunda alínea, ambos desenharam corretamente os dois termos seguintes, à semelhança da modalidade pré.

Na terceira alínea, verificaram-se alterações nas resoluções de ambos. A Joana respondeu corretamente (figura 234), ao contrário do que havia sucedido na modalidade pré.

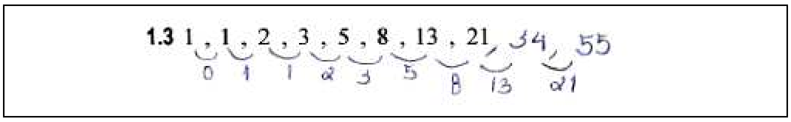


Fig. 234 – Resposta da Joana à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

O António, na modalidade pré, havia deixado esta questão em branco e, na modalidade pós, já apresentou uma resposta, ainda que incorreta (figura 235). O seu raciocínio poderá ter sido adicionar onze unidades a 21 e catorze unidades a 32, visto que o 13 se obtém adicionando cinco unidades a 8 e o 21 se obtém adicionando oito unidades a 13, ou seja, o valor a adicionar a cada termo aumenta sempre três unidades.

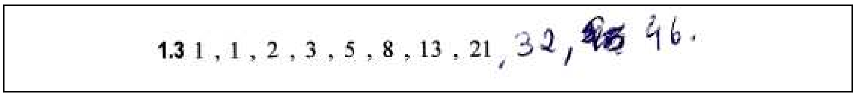


Fig. 235 – Resposta do António à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

As respostas da Joana a todas as alíneas das quarta e quinta questões do Teste (modalidade pós) foram exatamente iguais às apresentadas na modalidade pré.

No caso do António, verificaram-se francas melhorias. Na segunda alínea da quarta questão, na modalidade pós, o António escreveu corretamente a expressão $5n$ (figura 236), ao contrário do que se havia verificado na modalidade pré.

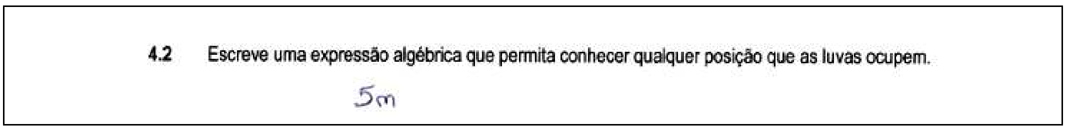


Fig. 236 – Resposta do António à segunda alínea da quarta questão do Teste (modalidade pós)

As restantes alíneas desta questão foram resolvidas correta e exatamente da mesma forma que na modalidade pré do Teste.

Na quinta questão do Teste, modalidade pré, embora o António tivesse desenhado corretamente o quarto robô, não apresentou o número correto de arrobas solicitado na segunda alínea. Na modalidade pós, o aluno respondeu corretamente à segunda alínea, utilizando raciocínio funcional e apresentando a respetiva justificação, conforme evidenciado na figura seguinte.

5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

O oitavo robô terá 2x16+2x64+2 pois as pernas são o dobro do número da figura, os pés ocupam uma arroba cada um e o ~~[illegible]~~ quadrado do entre as pernas e para cima deste mesmo é de 8 por 8.

Fig. 237 – Resposta do António à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na modalidade pré do Teste, o António deixou em branco as duas últimas alíneas da quinta questão. Já na modalidade pós, respondeu a ambas: corretamente à terceira alínea (figura 238) e incorretamente à quarta alínea (figura 239). A expressão algébrica indicada na terceira alínea está de acordo com a justificação apresentada pelo aluno na segunda alínea, para o oitavo robô.

5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

$2 + n \times 2 \times 2 + 2n \times n$

Fig. 238 – Resposta do António à terceira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

O robô que é composto por 242 arrobas é o número 11.

Fig. 239 – Resposta do António à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na última questão, a Joana inventou uma nova sequência de desenhos que, à semelhança da modalidade pré, obedecia às condições do enunciado e onde eram visíveis as duas componentes atrás mencionadas: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada, e outra componente com um número de elementos múltiplo de três, conforme ilustrado na figura seguinte.

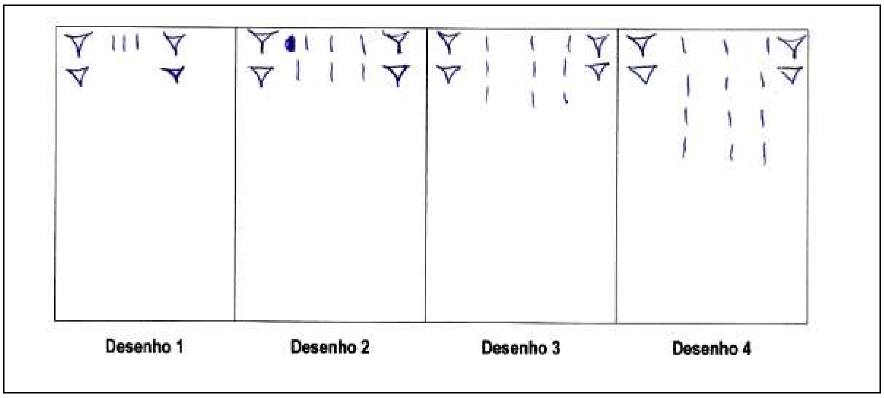


Fig. 240 – Resposta da Joana à sexta questão do Teste (modalidade pós)

Ao contrário do que sucedeu com o António na modalidade pré do Teste, nesta questão, na modalidade pós, o aluno já conseguiu apresentar uma sequência de desenhos que obedecia ao enunciado e onde eram visíveis as referidas componentes (figura 239).

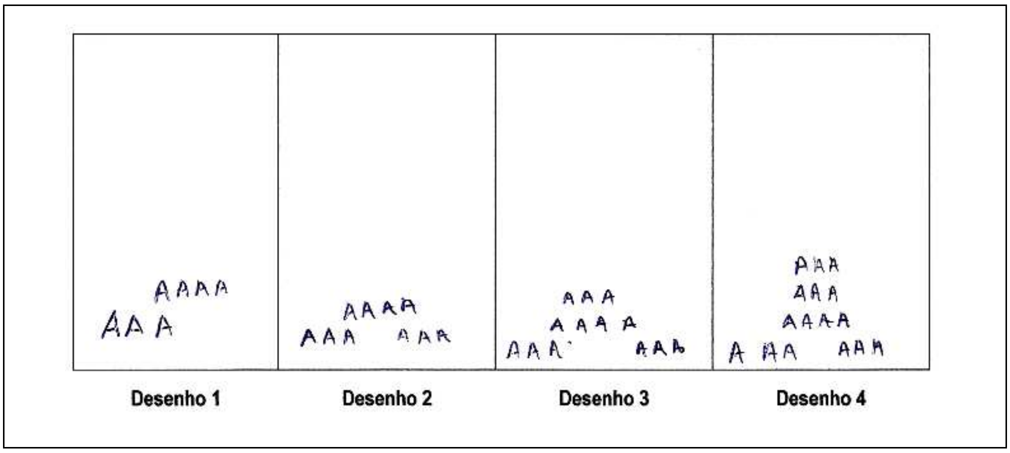


Fig. 241 – Resposta do António à sexta questão do Teste (modalidade pós)

Em termos de raciocínio, o par Joana e António revelaram melhorias, que se vinham já verificando de uma forma gradual. No entanto, estas melhorias foram mais evidentes no caso do António.

2.3. Margarida e Daniela

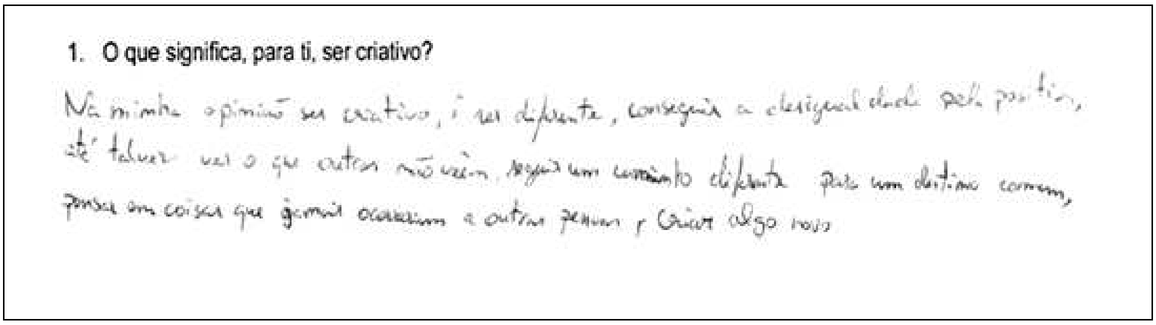
2.3.1. Caracterização

No início do ano letivo, a Margarida tinha 13 anos. Vivia com os pais e uma irmã mais nova. Até ao momento do estudo, não apresentava qualquer retenção, tendo concluído o 7º ano de escolaridade com nível cinco a todas as disciplinas, à exceção de Educação Física. Era uma jovem simpática e responsável. Considerava que a sua maior qualidade era ser ambiciosa, o seu pior defeito ser desorganizada e, no futuro, gostaria de ser médica.

A Daniela iniciou o ano letivo com 13 anos. Vivia com os pais e dois irmãos mais velhos. Era uma aluna com desempenho mediano e não apresentava qualquer retenção, até ao momento do estudo. Era uma jovem bastante comunicativa e revelava muito gosto por dançar no rancho folclórico da sua freguesia. Considerava que a sua maior qualidade era ser amistosa, o seu pior defeito ser distraída e, no futuro, gostaria de ser atriz.

2.3.2. Criatividade

Sob o ponto de vista da Margarida, ser criativo é ser diferente, seguir um caminho diferente, ver o que outros não veem e conseguir criar algo novo. A figura seguinte comprova esta afirmação.



1. O que significa, para ti, ser criativo?

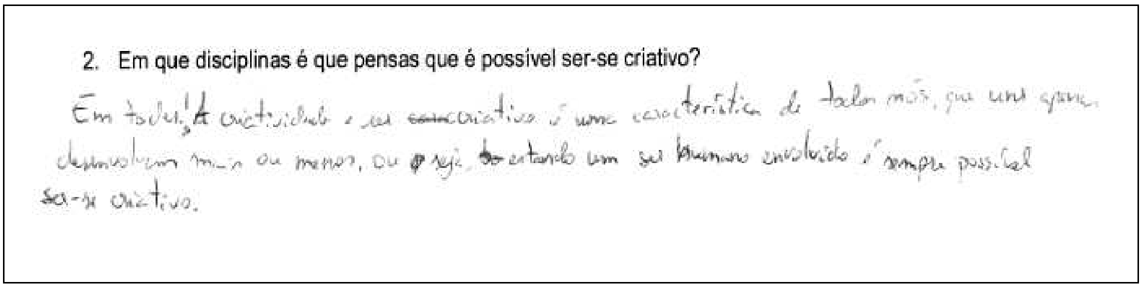
Na minha opinião ser criativo, é ser diferente, conseguir a desigualdade pela positiva, até talvez ver o que outros não veem, seguir um caminho diferente para um destino comum, pensar em coisas que jamais ocorreriam a outras pessoas e criar algo novo

Fig. 242 – Resposta da Margarida à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Tal como sucedeu com outros alunos, também a Margarida foi questionada pela investigadora no sentido de saber a sua opinião acerca da diferença entre criar algo novo e algo original.

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que ser criativo é ser diferente, ver o que outros não veem e criar algo novo. Alguns dos teus colegas pensam que ser criativo é conseguir criar algo original. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?
>
> **Margarida:** Para mim, a diferença reside no seguinte: ao criar algo novo, estamos a criar algo diferente, o que será sempre original, de certa forma. No entanto, se eu criar algo original isso não tem que ser novo.
>
> **Investigadora:** Consegues concretizar com algum exemplo?
>
> **Margarida:** Hum… Penso que sim. Por exemplo, a minissaia quando foi criada era algo novo, nunca visto, e, portanto, original. A partir daí, criaram-se vários modelos diferentes de minissaias que eram originais, por serem diferentes uns dos outros, mas que não eram novos porque a minissaia já tinha sido inventada.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

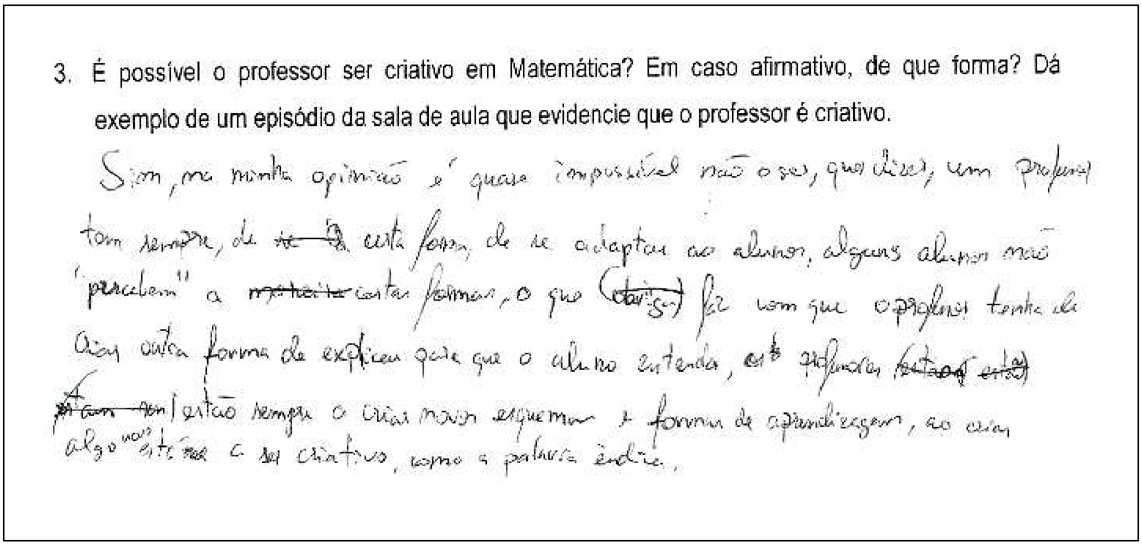
Na segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial (anexo 1), a Margarida foi uma dos dez alunos que afirmou ser possível ser-se criativo em todas as disciplinas (figura 243).


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Em todas! A criatividade e ser criativo é uma característica de todos nós, que uns apenas desenvolvem mais ou menos, ou seja, estando um ser humano envolvido é sempre possível ser-se criativo.

Fig. 243 – Resposta da Margarida à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

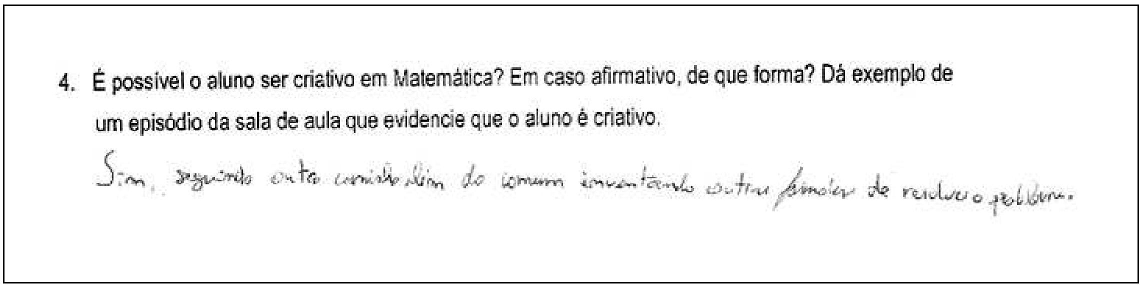
Tal como os restantes colegas da turma, a Margarida considerava ser possível o professor ser criativo em Matemática, ao encontrar formas diferentes de explicar de modo a que o aluno entenda (figura 244).


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, na minha opinião é quase impossível não o ser, quer dizer, um professor tem sempre, de ~~te~~ certa forma, de se adaptar aos alunos, alguns alunos não "percebem" a ~~matéria~~ certas formas, o que ~~(...)~~ faz com que o professor tenha de criar outra forma de explicar para que o aluno entenda, os professores ~~...~~ então sempre a criar novos esquemas e formas de aprendizagem, ao criar algo novo estão a ser criativos, como a palavra indica.

Fig. 244 – Resposta da Margarida à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Relativamente à possibilidade de o aluno ser criativo em Matemática, a Margarida foi uma dos vinte e três alunos a responder afirmativamente e considerou que tal é possível resolvendo problemas utilizando métodos fora do comum, conforme evidenciado na figura seguinte.


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, seguindo outros caminhos além do comum inventando outras fórmulas de resolver o problema.

Fig. 245 – Resposta da Margarida à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

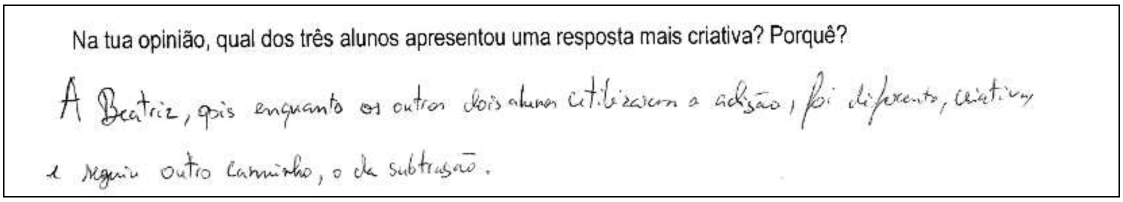
A figura 246 ilustra a resposta apresentada pela Margarida na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				X	
A criatividade varia consoante a idade.	X				
A criatividade é uma característica individual.			X		
A criatividade pode ser construída coletivamente.	X				
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.	X				
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	X				
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			X		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.		X			
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			X		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		X			

Fig. 246 – Resposta da Margarida à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Destaque-se o facto de a aluna discordar das afirmações "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo*" e "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*".

Relativamente à escolha da resolução mais criativa, de entre as apresentadas na sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, a Margarida, tal como a maioria dos seus colegas, considerou a da Beatriz e justificou tal facto da forma que se apresenta na figura seguinte.



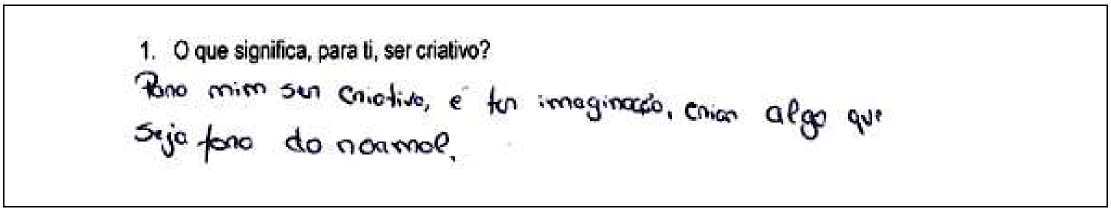
Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

A Beatriz, pois enquanto os outros dois alunos utilizaram a adição, foi diferente, criativa e seguiu outro caminho, o da subtração.

Fig. 247 – Resposta da Margarida à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Esta afirmação da Margarida revela ser coerente com a sua opinião relativamente ao significado de ser criativo. Recorde-se que, sob o seu ponto de vista, ser criativo é ser diferente, seguir um caminho diferente para um destino comum. Na justificação da escolha da resolução da Beatriz, a Margarida refere, precisamente, que a Beatriz seguiu um caminho diferente, o da subtração.

Para a Daniela, a criatividade está relacionada com a criação de algo fora do normal e ter imaginação (figura 248).



1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim ser criativo, é ter imaginação, criar algo que seja fora do normal.

Fig. 248 – Resposta da Daniela à primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Visto que alguns dos alunos da turma referiram que ser criativo implicava a criação de algo novo e outros, de algo original, a investigadora procurou saber a opinião da aluna relativamente à diferença entre criar algo novo e algo original:

> **Investigadora:** Nesta questão [primeira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial], referes que ser criativo é ter imaginação, criar algo que seja fora do normal. Alguns dos teus colegas são da opinião que ser criativo é criar algo novo e outros pensam que é criar algo original. Qual é, na tua opinião, a diferença entre criar algo novo e criar algo original?

> **Daniela:** Penso que a diferença é que criar algo novo é inventar uma coisa que ainda não existe mesmo e criar algo original pode ser só mudar qualquer coisa num objeto, por exemplo. Como ele fica diferente, já posso dizer que é original.
>
> (Entrevista áudio gravada, 15 de fevereiro de 2012)

A opinião da Daniela no que diz respeito à criação de algo novo e algo original revelou ser igual à de todos os outros alunos já mencionados, à exceção do António.

Relativamente às disciplinas em que pensava ser possível ser-se criativo, a aluna referiu, no Questionário Inicial, disciplinas ligadas às artes: Educação Visual, Oficina de Teatro e Educação Tecnológica. A figura seguinte corrobora esta afirmação.

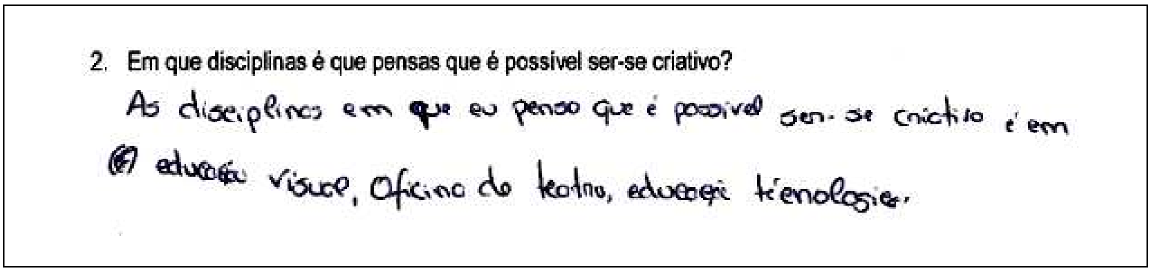

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?
As disciplinas em que eu penso que é possível ser-se criativo é em educação visual, Oficina de teatro, educação tecnologia.

Fig. 249 – Resposta da Daniela à segunda pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Tal como os restantes colegas da turma, a Daniela considerava ser possível o professor ser criativo em Matemática, embora não referisse de que forma (figura 250).

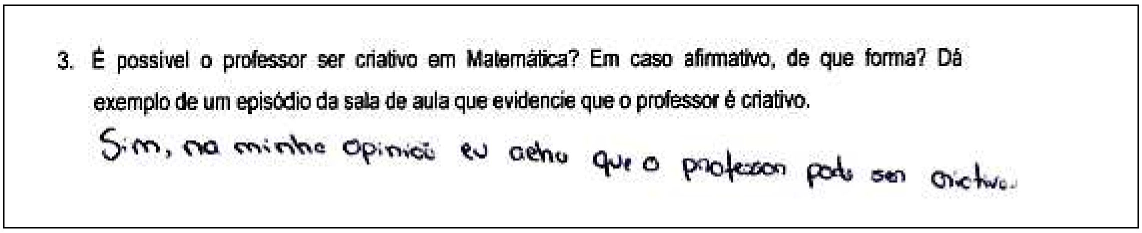

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.
Sim, na minha opinião eu acho que o professor pode ser criativo.

Fig. 250 – Resposta da Daniela à terceira pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Do mesmo modo, relativamente à possibilidade de o aluno ser criativo em Matemática, a sua resposta foi afirmativa e coincidiu com a da esmagadora maioria dos alunos da turma, embora também não tenha indicado de que forma (figura 251).

4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, na minha opinião sim.

Fig. 251 – Resposta da Daniela à quarta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A figura 252 ilustra a resposta apresentada pela Daniela na quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.	x				
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				x	
A criatividade varia consoante a idade.		x			
A criatividade é uma característica individual.		x			
A criatividade pode ser construída coletivamente.	x				
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		x			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	x				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		x			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.		x			
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.			x		
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.			x		
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".		x			
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.		x			

Fig. 252 – Resposta da Daniela à quinta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

Destaque-se o facto de a Daniela concordar com a afirmação *”Em Matemática não se pode ser muito criativo, é ‘aquilo e aquilo mesmo’* e discordar da afirmação *“A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes”*. Recorde-se que esta aluna apenas considerou ser possível ser-se criativo em disciplinas ligadas às artes.

Relativamente à escolha da resolução mais criativa, de entre as apresentadas na sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial, a Daniela, tal como a maioria dos seus colegas, considerou a da Beatriz e justificou tal facto da forma que se apresenta na figura seguinte.

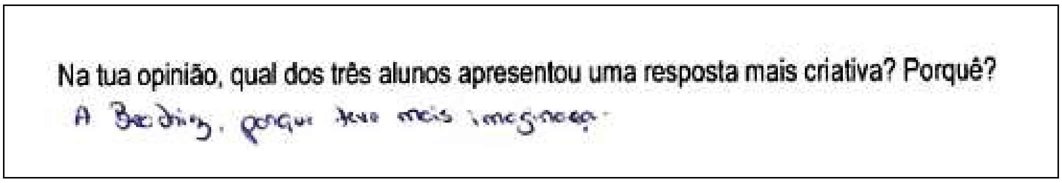

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?
A Beatriz, porque teve mais imaginação.

Fig. 253 – Resposta da Daniela à sexta pergunta da segunda parte do Questionário Inicial

A justificação apresentada pela Daniela nesta questão revela ser coerente com a sua opinião relativamente ao que é ser criativo. Recorde-se que, na primeira pergunta da segunda parte deste Questionário, a aluna referiu que ser criativo é ter imaginação.

Nas Escalas de criatividade I, II e III (anexos 4, 6 e 11) apresentadas aos alunos após a realização das primeira, segunda e sexta tarefas, respetivamente, a Margarida e a Daniela, à semelhança do que sucedeu com a maioria dos restantes alunos da turma, indicaram sempre as resoluções mais complexas como sendo as mais criativas e as mais simples como sendo as menos criativas, conforme ilustram as figuras 254 a 263.

Na primeira situação da Escala de criatividade I (anexo 4), a justificação para a escolha da resolução mais criativa apresentada pela Margarida teve como base o facto de se ter utilizado uma estratégia desconstrutiva. Na justificação para a escolha da C como sendo a menos criativa, alegou a simplicidade da mesma, referindo que é mais “básica”. A figura 254 corrobora estas afirmações.

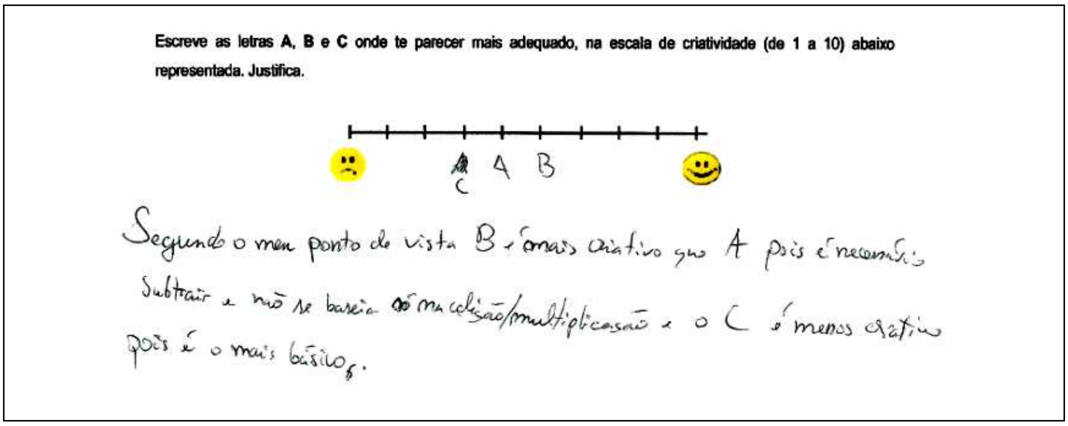


Fig. 254 – Resposta apresentada pela Margarida na primeira situação da Escala de criatividade I

Na mesma situação, a Daniela invocou a facilidade das resoluções C e A, comparativamente com B (figura 255).

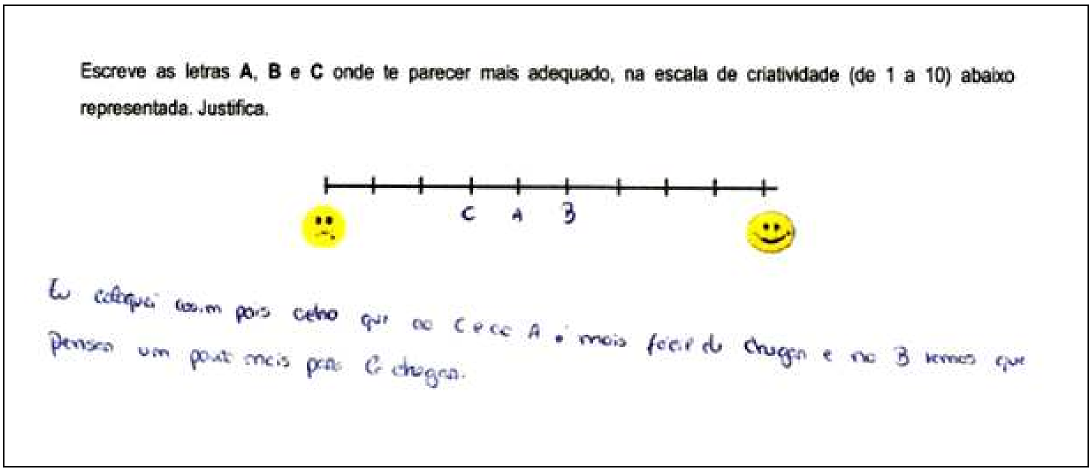


Fig. 255 – Resposta apresentada pela Daniela na primeira situação da Escala de criatividade I

Na segunda situação da mesma Escala de criatividade, a justificação da Margarida para a escolha da resolução mais criativa destacou a elaboração e a originalidade apresentadas pela mesma. Na justificação para a escolha da D como sendo a menos criativa, invocou a simplicidade da resolução (figura 256).

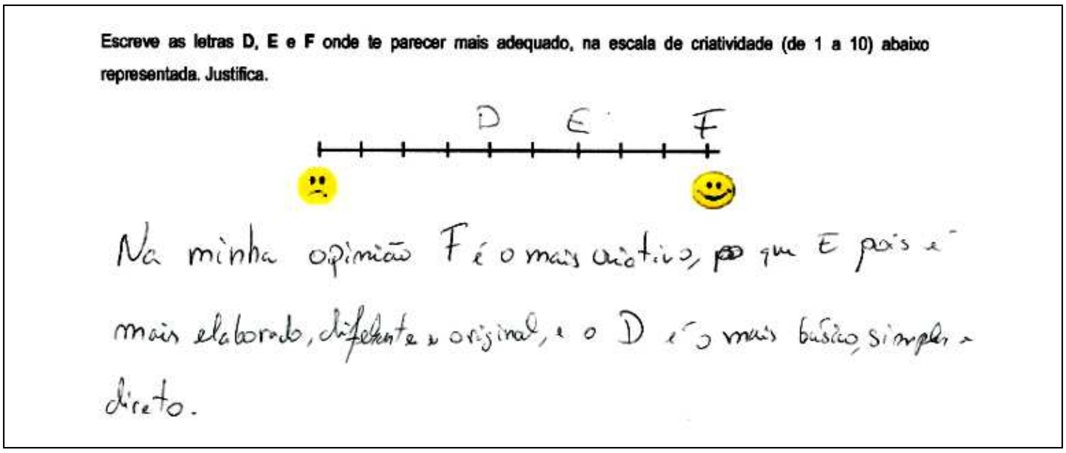


Fig. 256 – Resposta apresentada pela Margarida na segunda situação da Escala de criatividade I

Tal como a Margarida, a Daniela fez corresponder à resolução F o nível máximo de criatividade, 10 (figura 257). Mais uma vez, invocou a facilidade na resolução que elegeu como sendo a menos criativa.

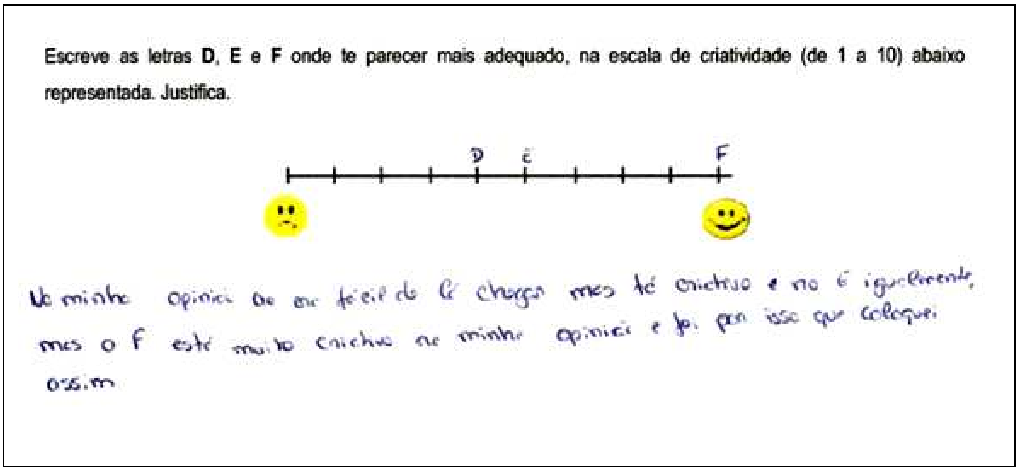


Fig. 257 – Resposta apresentada pela Daniela na segunda situação da Escala de criatividade I

Na primeira situação da Escala de criatividade II (anexo 6), a justificação para a escolha da resolução mais criativa apresentada pela Margarida destacou a originalidade e, novamente, a utilização de uma estratégia desconstrutiva (figura 258). Na justificação para a escolha da I como sendo a menos criativa, alegou a simplicidade da mesma.

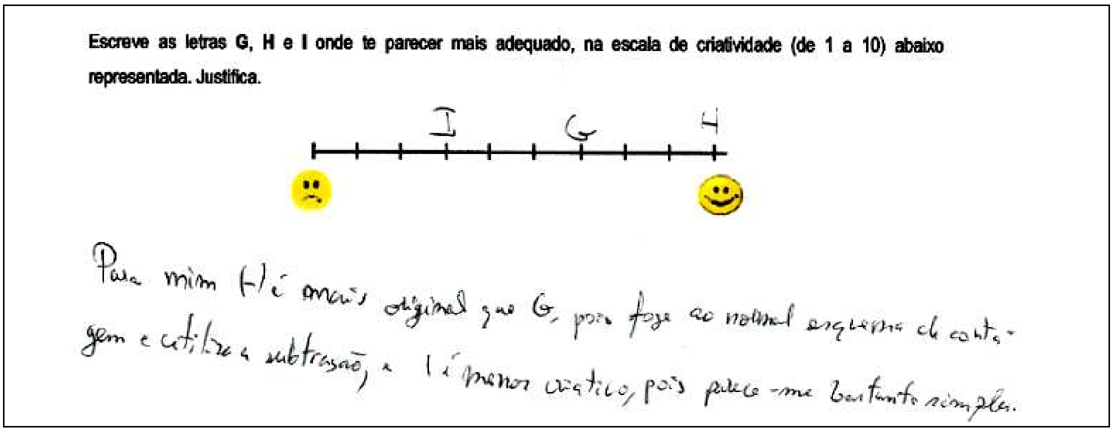


Fig. 258 – Resposta apresentada pela Margarida na primeira situação da Escala de criatividade II

Já a Daniela não apresentou justificação para a escolha das resoluções que considerou mais e menos criativas, apenas referiu que a H estava mais criativa, conforme evidenciado na figura seguinte.

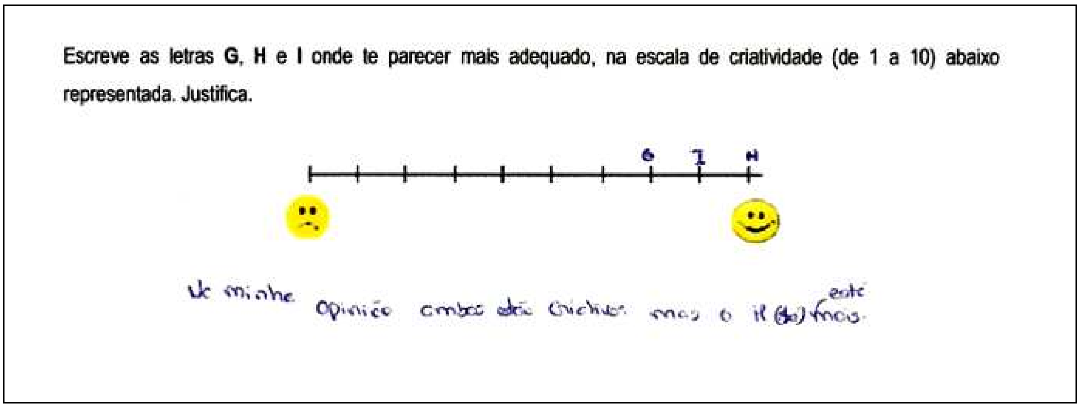


Fig. 259 – Resposta apresentada pela Daniela na primeira situação da Escala de criatividade II

Na segunda situação apresentada na Escala de criatividade II, a Margarida foi a única aluna a considerar que as resoluções K e L eram igualmente criativas e fez-lhes corresponder o nível máximo de criatividade, 10 (figura 260). Para a escolha da resolução K, alegou a estratégia desconstrutiva nela utilizada e o efeito visual da mesma. Na escolha da L, invocou o esplêndido efeito visual da mesma.

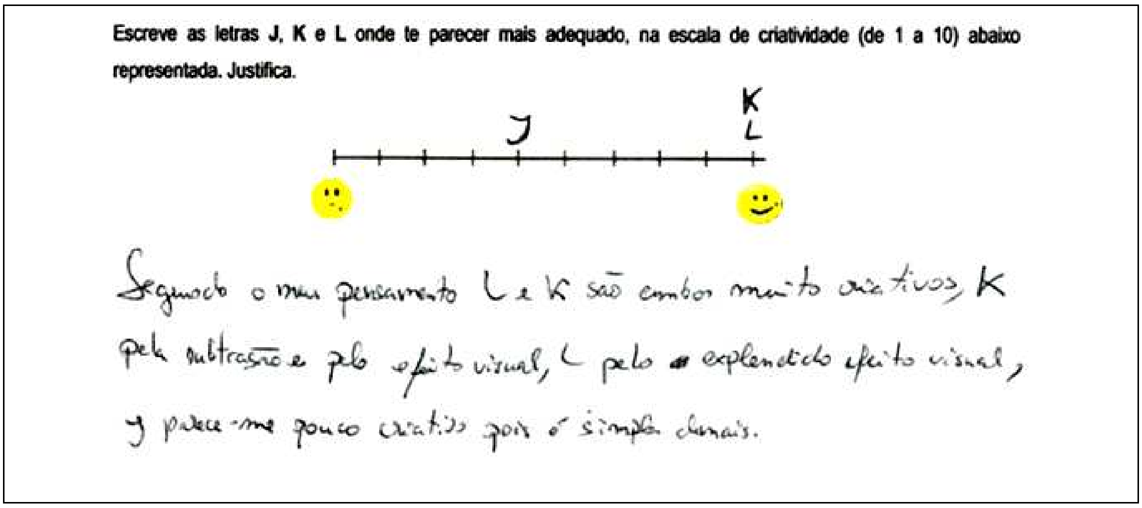


Fig. 260 – Resposta apresentada pela Margarida na segunda situação da Escala de criatividade II

Nesta mesma situação, a Daniela fez corresponder à resolução K o nível máximo de criatividade, 10 (figura 261). Na justificação da escolha da resolução que considerou menos criativa, a J, invocou a simplicidade da mesma.

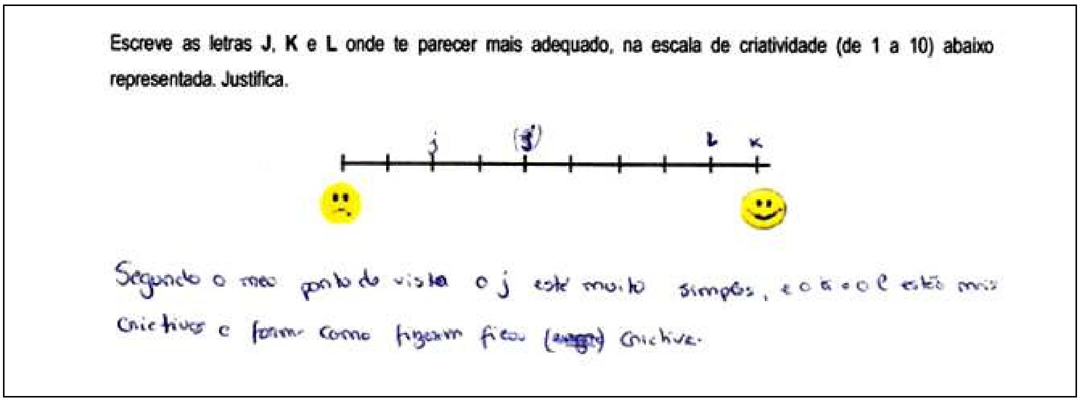
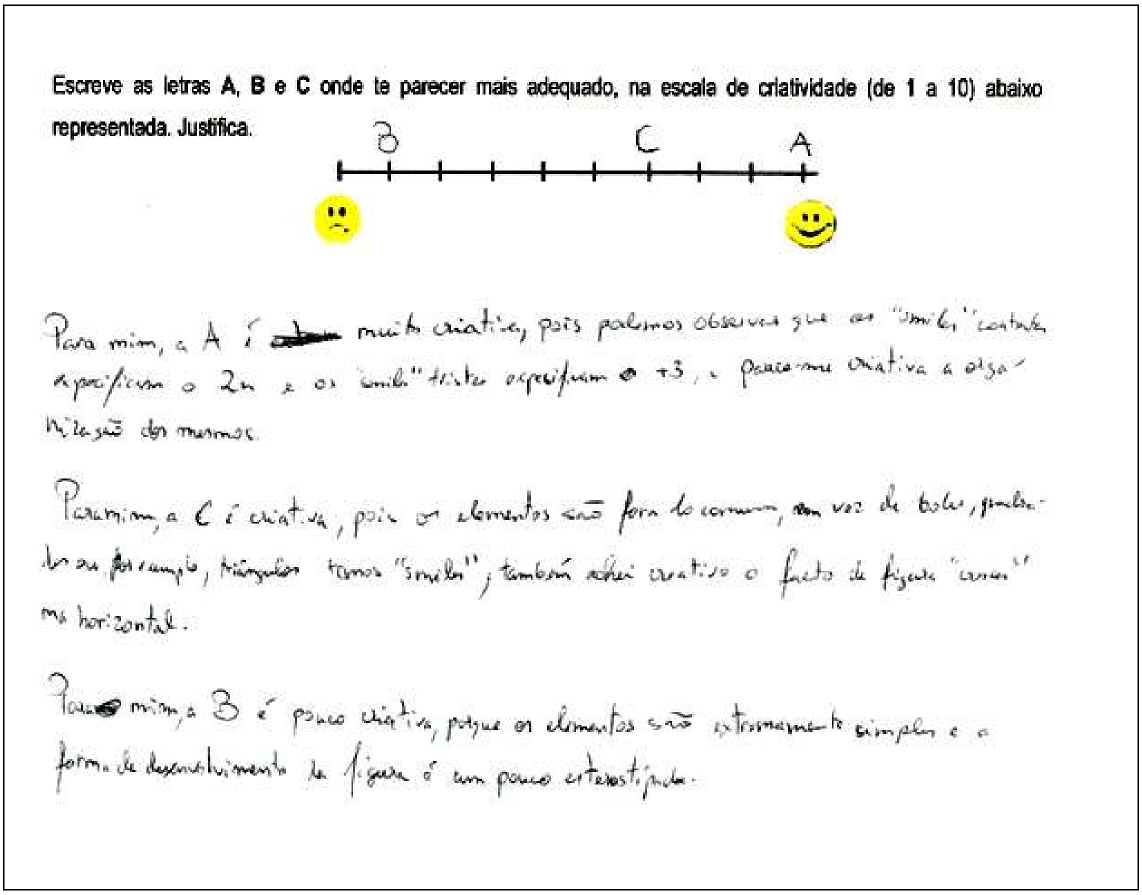


Fig. 261 – Resposta apresentada pela Daniela na segunda situação da Escala de criatividade II

As figuras 262 e 263 ilustram as respostas apresentadas pela Margarida e pela Daniela na Escala de criatividade III (anexo 11).

Na justificação da escolha da resolução mais criativa, a Margarida mostrou ser sensível ao facto de existirem na resolução A dois tipos de "smiles", tristes e contentes (figura 262). No caso da resolução que considerou menos criativa, alegou a simplicidade da mesma. É interessante o facto de a aluna ter referido a utilização de elementos fora do comum na resolução C e o facto de a mesma "crescer" na horizontal.


Escreve as letras A, B e C onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

B C A

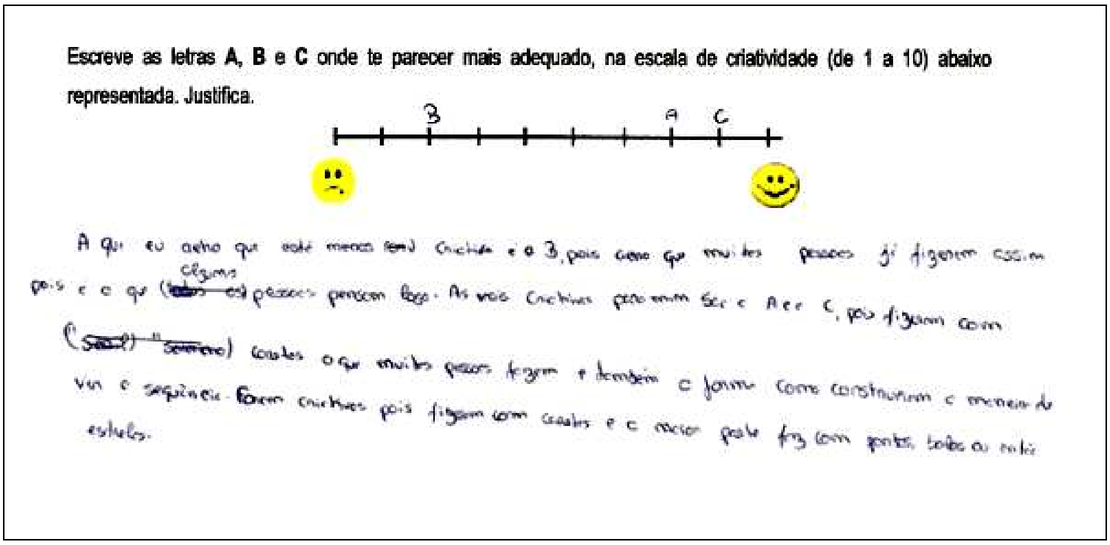
Para mim, a A é ~~[illegible]~~ muito criativa, pois podemos observar que os "smiles" contentes especificam o 2n e os "smiles" tristes especificam o +3, e parece-me criativa a organização dos mesmos.

Para mim, a C é criativa, pois os elementos são fora do comum, em vez de bolas, quadrados por exemplo, triângulos temos "smiles", também achei criativo o facto de figura "crescer" na horizontal.

Para mim, a B é pouco criativa, porque os elementos são extremamente simples e a forma de desenvolvimento da figura é um pouco estereotipada.

Fig. 262 – Resposta apresentada pela Margarida na Escala de criatividade III

Na mesma situação, a Daniela referiu a utilização de elementos fora do comum nas resoluções A e C e elegeu a resolução B como sendo a menos criativa por não ser tão original, conforme evidenciado na figura seguinte.


Escreve as letras **A**, **B** e **C** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

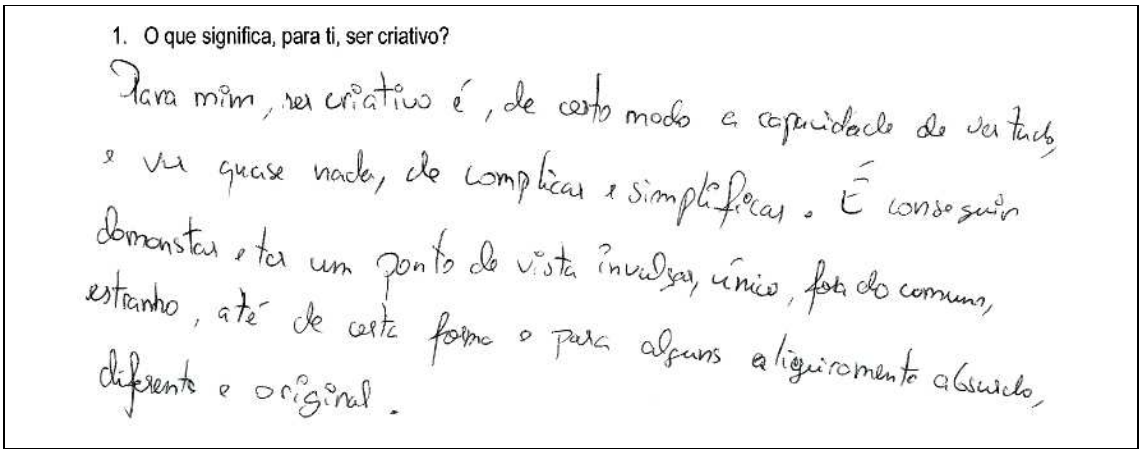
B A C

A que eu acho que está menos criativa é a B, pois acho que muitas pessoas já fizeram assim pois é o que (~~todas as~~ algumas) pessoas pensam logo. As mais criativas para mim são a A e a C, pois fizeram com (~~...~~) cores o que muitas pessoas fazem e também a forma como construíram a maneira de vir a sequência. Foram criativas pois fizeram com cores e a maior parte fez com pontos todos ou muito estrelas.

Fig. 263 – Resposta apresentada pela Daniela na Escala de criatividade III

A análise do Questionário Final (anexo 13) permitiu reunir as seguintes informações.

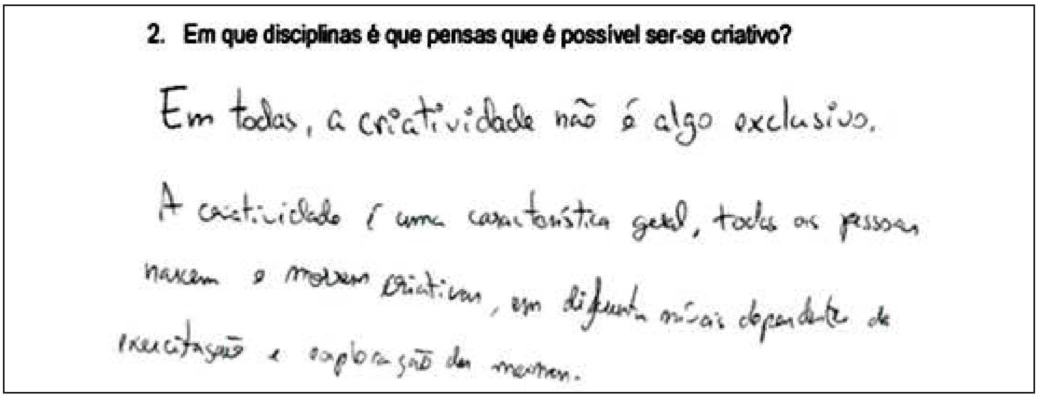
Na primeira pergunta do mesmo, a Margarida desenvolveu mais a resposta que havia dado na mesma pergunta do Questionário Inicial e acrescentou a originalidade às características de alguém que ela considerava criativo, conforme evidenciado na figura seguinte.


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim, ser criativo é, de certo modo a capacidade de ver tudo e ver quase nada, de complicar e simplificar. É conseguir demonstrar e ter um ponto de vista invulgar, único, fora do comum, estranho, até de certa forma e para alguns ligeiramente absurdo, diferente e original.

Fig. 264 – Resposta da Margarida à primeira pergunta do Questionário Final

Na segunda pergunta do Questionário Final, a Margarida revelou manter a mesma opinião relativamente às disciplinas nas quais pensava ser possível ser-se criativo (figura 265).

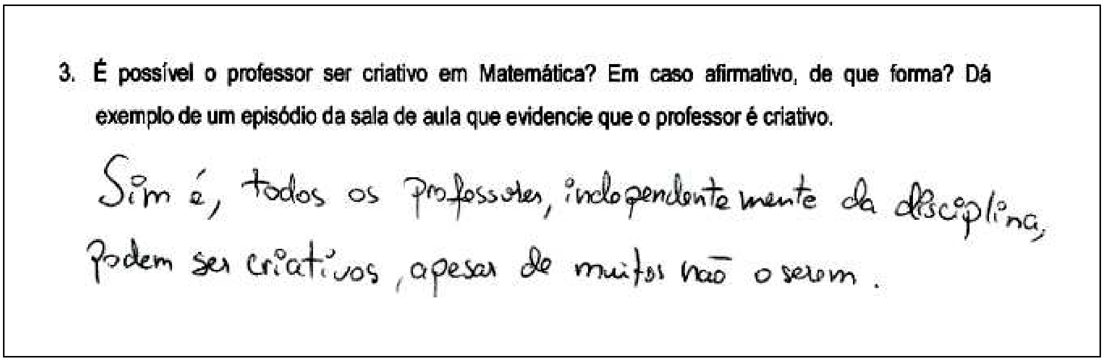


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Em todas, a criatividade não é algo exclusivo.
A criatividade é uma característica geral, todas as pessoas nascem e morrem criativas, em diferentes níveis dependente de exercitação e exploração das mesmas.

Fig. 265 – Resposta da Margarida à segunda pergunta do Questionário Final

Continuou a ser da opinião de que é possível o professor ser criativo em Matemática. No entanto, não indicou de que forma, conforme evidenciado na figura seguinte.



3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim é, todos os professores, independentemente da disciplina, podem ser criativos, apesar de muitos não o serem.

Fig. 266 – Resposta da Margarida à terceira pergunta do Questionário Final

No caso do aluno, a Margarida considerou que é possível ser criativo apresentando respostas diferentes e contribuindo com pontos de vista invulgares (figura 267).

4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Claro que é, um aluno, ou qualquer pessoa pode ser criativo, até em Matemática (ao contrário do que é convencionalmente credível).

Um aluno que dá uma resposta ~~no~~ anormal, ou diferente das massas, está a ser criativo, pois está a contribuir com um ponto de vista diferente e invulgar.

Fig. 267 – Resposta da Margarida à quarta pergunta do Questionário Final

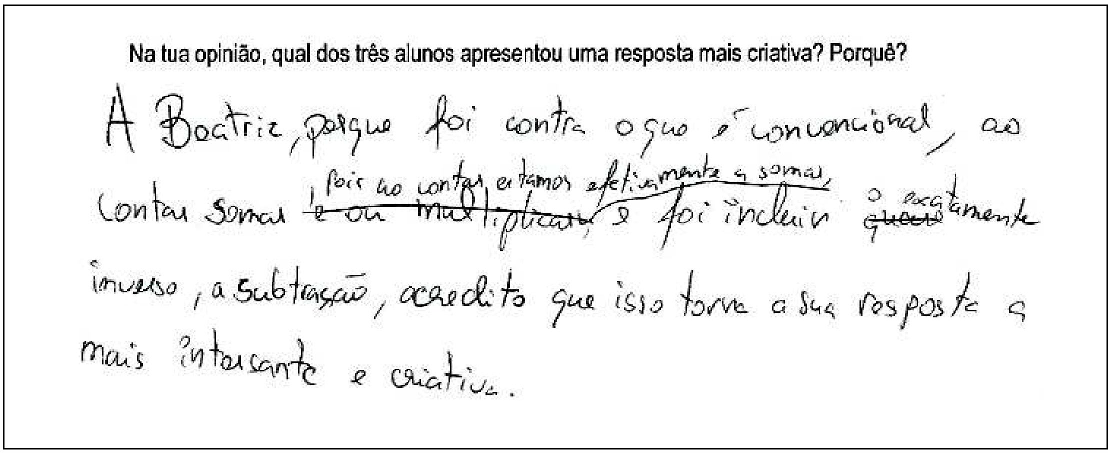
À quinta pergunta do Questionário Final, a Margarida respondeu da forma apresentada na figura seguinte.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		X			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				X	
A criatividade varia consoante a idade.		X			
A criatividade é uma característica individual.				X	
A criatividade pode ser construída coletivamente.	X				
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		X			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	X				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.		X			
É possível avaliar a criatividade dos alunos.	X				
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.				X	
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	X				
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".				X	
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	✓	X			

Fig. 268 – Resposta da Margarida à quinta pergunta do Questionário Final

A análise das opções assinaladas pela Margarida nesta pergunta, em ambos os Questionários, permitiu verificar que a concordância ou discordância com as afirmações dadas se manteve. Ainda assim, destaque-se a sua forte discordância das afirmações "*Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo*" e "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*" e a forte concordância com a afirmação "*A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes*".

A opinião da Margarida relativamente à resolução mais criativa, na sexta pergunta do Questionário Final, coincidiu com a do Inicial (figura 269). Referiu novamente a originalidade da resolução da Beatriz, ao afirmar que esta foi "contra o que é convencional", e a utilização de uma estratégia desconstrutiva.

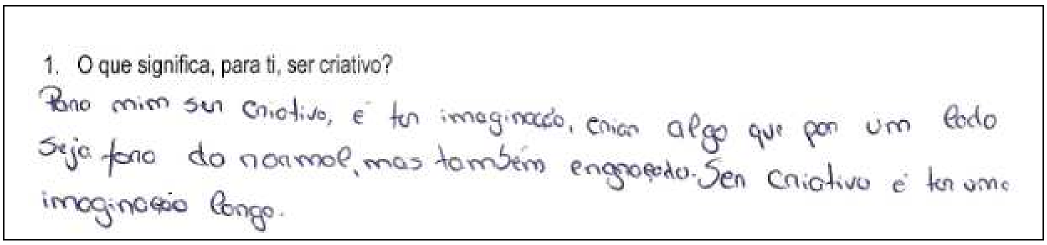


Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

A Beatriz, porque foi contra o que é convencional, ao contar somar ~~e ou multiplicar~~ pois ao contar estamos efetivamente a somar, e foi incluir o exatamente ~~quase~~ inverso, a subtração, acredito que isso torne a sua resposta a mais interessante e criativa.

Fig. 269 – Resposta da Margarida à sexta pergunta do Questionário Final

À semelhança do Questionário Inicial, na primeira pergunta do Questionário Final, a Daniela referiu que ser criativo é ter imaginação e que a criatividade está relacionada com a criação de algo fora do normal, conforme evidenciado na figura seguinte.

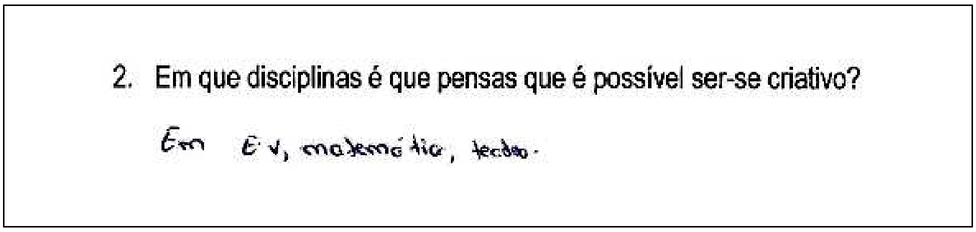


1. O que significa, para ti, ser criativo?

Para mim ser criativo, é ter imaginação, criar algo que por um lado seja fora do normal, mas também engraçado. Ser criativo é ter uma imaginação longa.

Fig. 270 – Resposta da Daniela à primeira pergunta do Questionário Final

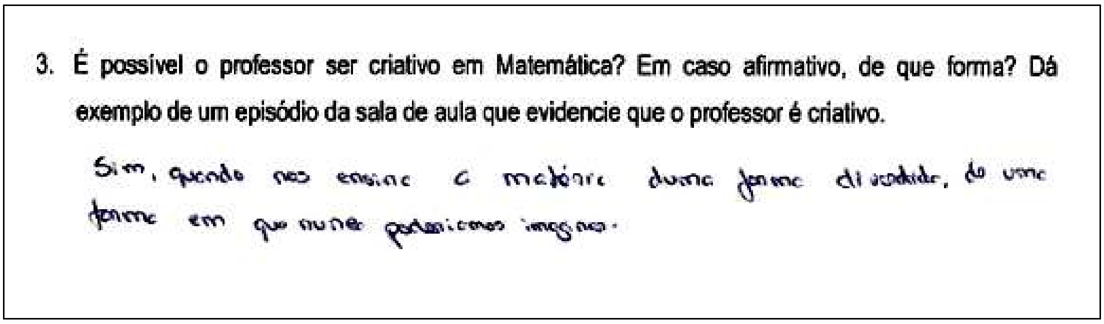
Na segunda pergunta do Questionário Final, verificou-se uma alteração relativamente ao Questionário Inicial: além de referir disciplinas ligadas às artes, a Daniela acrescentou a Matemática (figura 271).


2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

Em E.V, matemática, teatro.

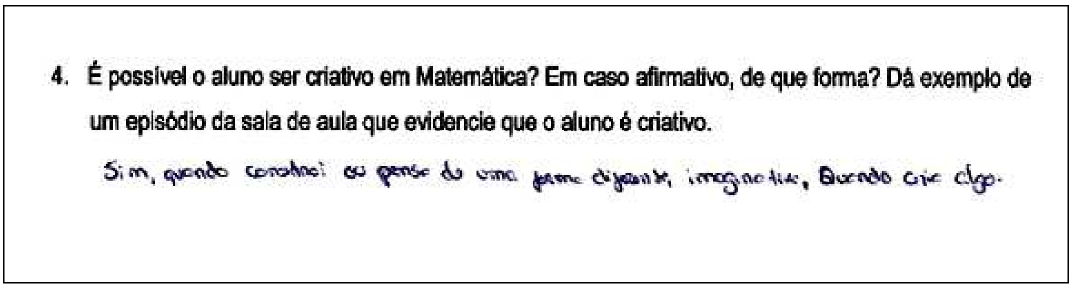
Fig. 271 – Resposta da Daniela à segunda pergunta do Questionário Final

Relativamente à possibilidade de o professor ser criativo em Matemática, bem como o aluno, a opinião da Daniela manteve-se. Respondeu, de novo, afirmativamente a ambas e indicou de que forma (figuras 272 e 273). No caso do professor, ensinando de uma forma divertida e, no caso do aluno, pensando de uma forma diferente, imaginativa.


3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

Sim, quando nos ensina a matéria duma forma divertida, de uma forma em que nunca poderíamos imaginar.

Fig. 272 – Resposta da Daniela à terceira pergunta do Questionário Final


4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

Sim, quando construí ou penso de uma forma diferente, imaginativa, quando crio algo.

Fig. 273 – Resposta da Daniela à quarta pergunta do Questionário Final

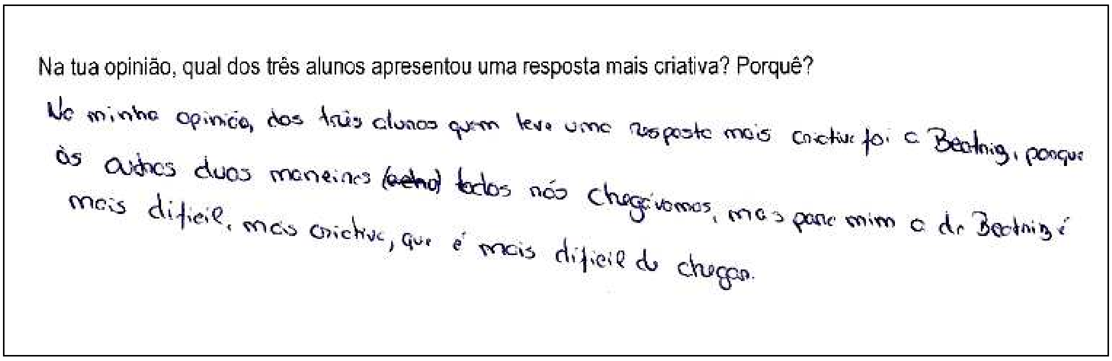
À quinta pergunta do Questionário Final, a Daniela respondeu da forma apresentada na figura seguinte.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.		x			
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.				x	
A criatividade varia consoante a idade.		x			
A criatividade é uma característica individual.			x		
A criatividade pode ser construída coletivamente.		x	~~x~~		
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.		x			
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.	x				
A escola cerceia a criatividade dos alunos.					x
É possível avaliar a criatividade dos alunos.		x			
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.				x	
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.	x				
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".			x		
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.	x				

Fig. 274 – Resposta da Daniela à quinta pergunta do Questionário Final

A análise das opções assinaladas pela aluna nesta pergunta, em ambos os Questionários, permitiu verificar que a diferença fundamental reside nas afirmações *“A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes”* e *“Em Matemática não se pode ser muito criativo, é ‘aquilo e aquilo mesmo’”*. No Questionário Inicial, a Daniela assinalou a opção *Discordo*, na primeira daquelas duas e *Concordo*, na segunda. No Questionário Final, assinalou a opção *Concordo fortemente*, na primeira e *Discordo*, na segunda, o que revela ser coerente com a alteração da sua opinião relativamente às disciplinas nas quais considera ser possível ser-se criativo. Para além destas, também se verificaram alterações nas afirmações *“A criatividade é uma característica individual”* e *“A escola cerceia a criatividade dos alunos”*. Inicialmente, a Daniela concordava com ambas. No Questionário Final, revelou discordar da primeira e não ter opinião relativamente à segunda.

Na sexta pergunta do Questionário Final, a escolha da Daniela relativamente à resolução mais criativa recaiu, novamente, sobre a da Beatriz (figura 275), donde se conclui que a opinião da aluna não sofreu alteração. A Daniela justificou a escolha desta resolução com base no grau de dificuldade da mesma.

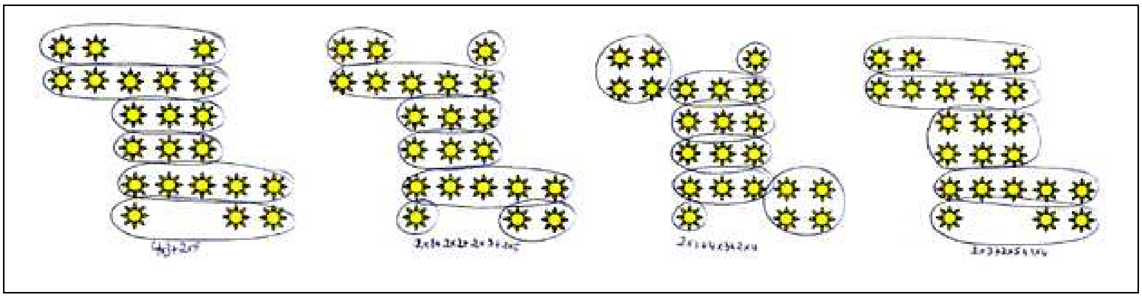

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

Na minha opinião, dos três alunos quem teve uma resposta mais criativa foi a Beatriz, porque às outras duas maneiras ~~(ele)~~ todos nós chegávamos, mas para mim a da Beatriz é mais dificil, mais criativa, que é mais dificil de chegar.

Fig. 275 – Resposta da Daniela à sexta pergunta do Questionário Final

A análise da modalidade pré do Teste (anexo 2) realizado por estas duas alunas permitiu compilar as seguintes informações.

Na segunda questão, a Margarida indicou quinze modos de contagem diferentes (figura 276) e a Daniela onze (figura 277). Todos os modos de contagem apresentados, quer pela Margarida, quer pela Daniela, pertenciam à mesma categoria de resposta: identificação de conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial (construtiva). Destaque-se que um dos modos de contagem apresentados pela Margarida foi indicado também por apenas outros dois alunos.



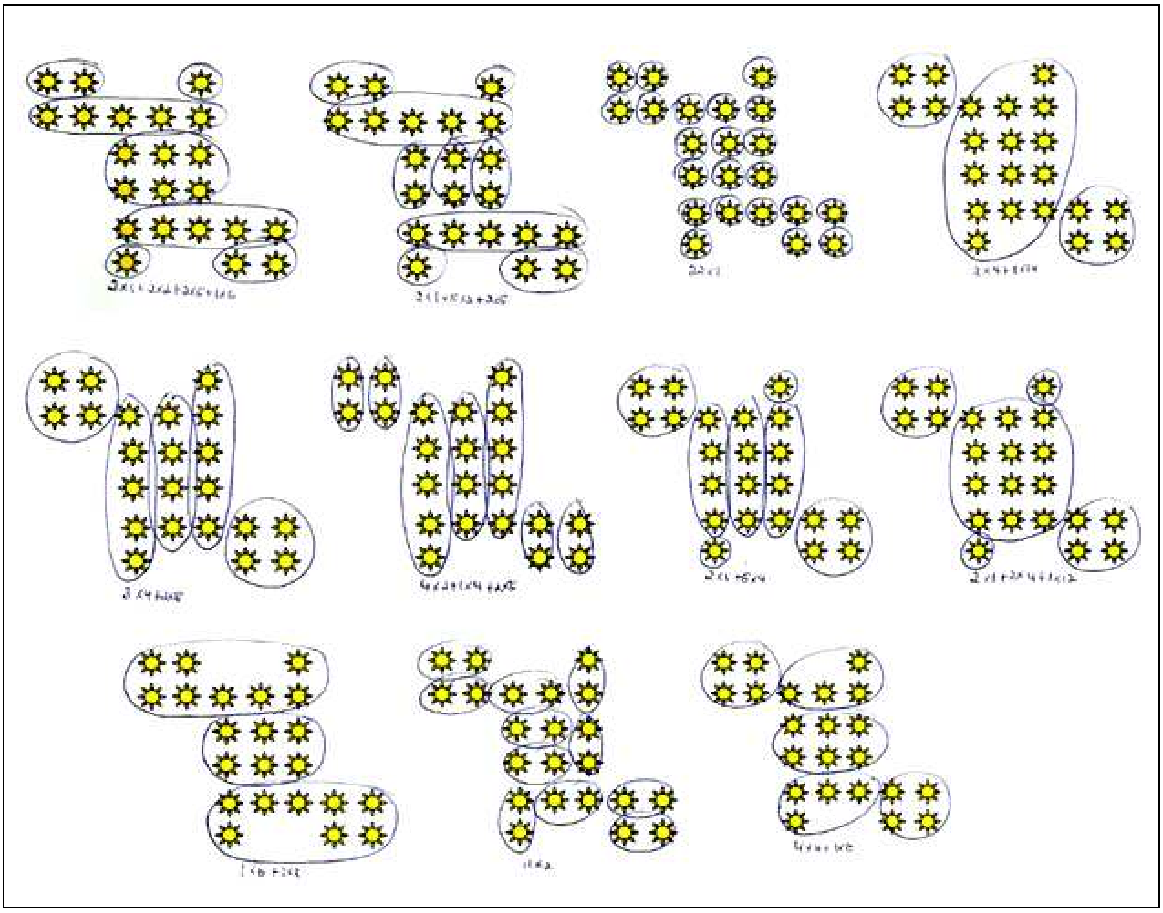
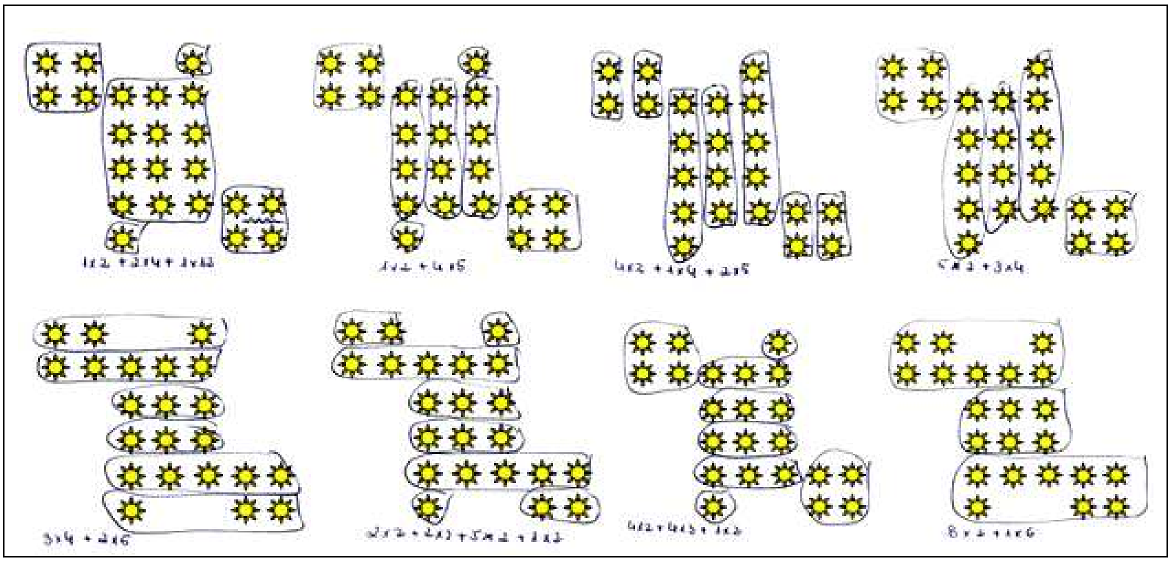


Fig. 276 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pela Margarida na segunda questão do Teste (modalidade pré)



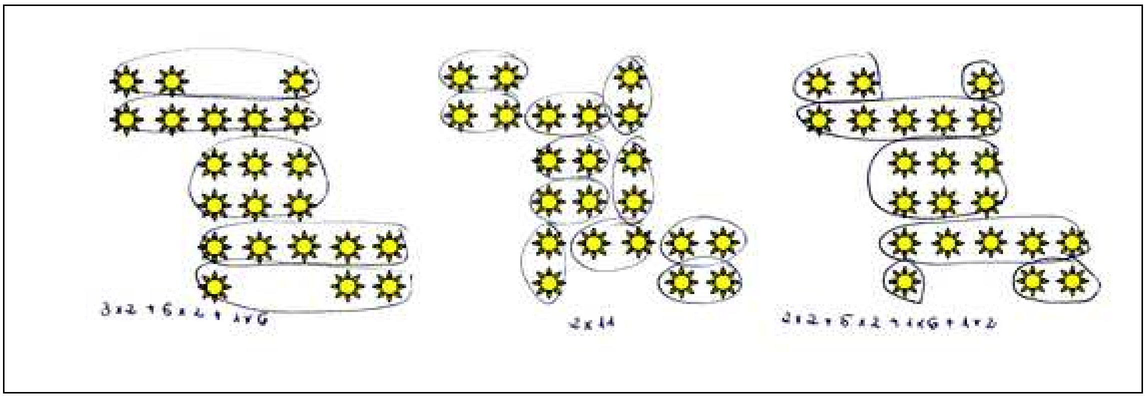


Fig. 277 – Modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pela Daniela na segunda questão do Teste (modalidade pré)

Em ambos os casos, verifica-se que a maioria das representações visuais apresenta um certo tipo de simetria e uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 1×5, 1×4, 1×2, 1×3 e 2×3. Em algumas delas, encontram-se formas quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, em grande parte das representações, a vertical e a mista.

Tal como referido anteriormente, esperava-se que os grupos de alunos indicassem, como resposta à primeira questão da primeira Tarefa (anexo 3), pelo menos seis modos de contagem diferentes, organizados nas duas categorias já referidas, construtiva e desconstrutiva. Este par de alunas apresentou sete diferentes modos de contagem (figura 278), num total de onze diferentes apresentados pelos doze grupos, pertencentes a uma categoria de resposta (construtiva).

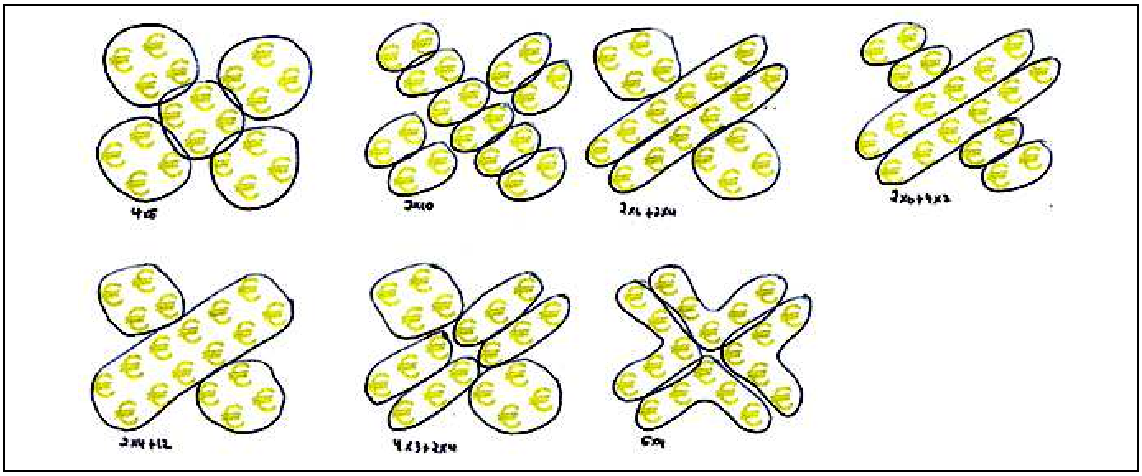


Fig. 278 – Modos de contagem apresentados pelo par Margarida e Daniela na primeira questão da Tarefa 1

A maioria das representações visuais é geométrica e apresenta simetria. Uma das representações tem a forma de boomerang e é possível observar que a maioria das leituras é oblíqua.

Na primeira parte da segunda questão, o modo de 'ver' apresentado pelo par Margarida e Daniela apresenta uma configuração geométrica com simetria, retangular (propriamente dita), 1×3, e triangular, conforme ilustrado na figura seguinte.

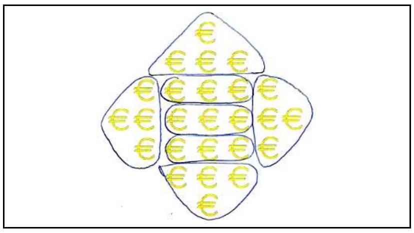


Fig. 279 – Resposta apresentada pelo par Margarida e Daniela na primeira parte da segunda questão da Tarefa 1

Na segunda parte da mesma questão, a Margarida e a Daniela indicaram seis modos de 'ver' (figura 280), num total de nove diferentes apresentados pelos doze grupos, pertencentes apenas a uma categoria de resposta (construtiva), apesar de se esperar que os grupos de alunos indicassem pelo menos nove modos de 'ver' diferentes, organizados em duas categorias (construtiva e desconstrutiva).

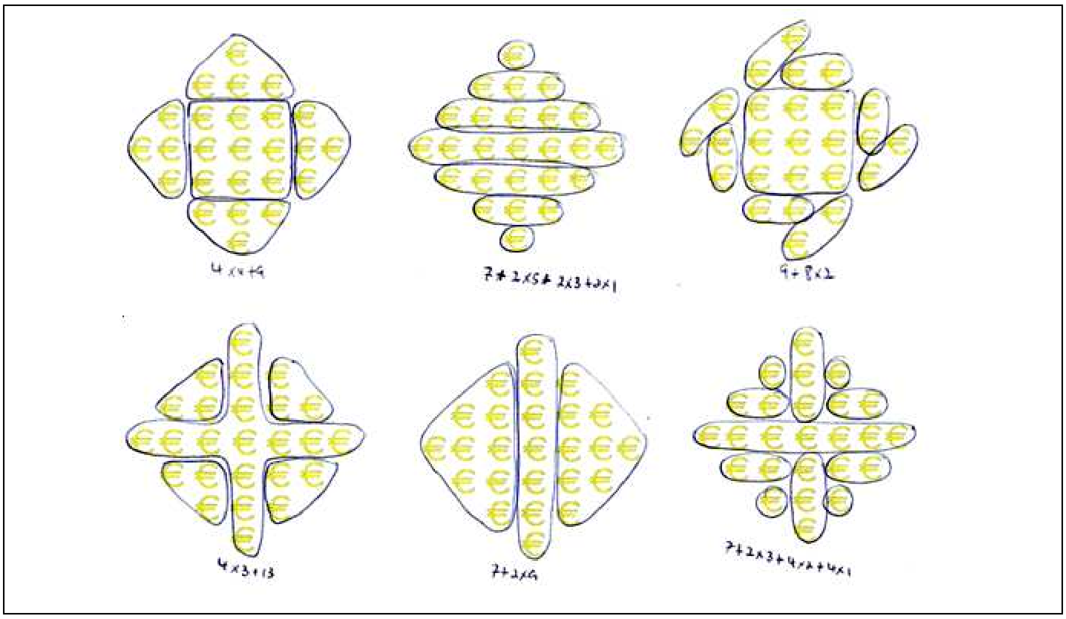


Fig. 280 – Modos de 'ver' apresentados pelo par Margarida e Daniela na segunda parte da segunda questão da Tarefa 1

Em todas as configurações, é visível a existência de um certo tipo de simetria e formas geométricas, sobretudo retangulares (propriamente ditas), 1×5, 1×2, 1×3 e 1×7, quadrangulares, 3×3, e triangulares.

Na primeira questão da segunda Tarefa (anexo 5), tal como já mencionado, esperava-se que os grupos de alunos indicassem, pelo menos doze modos de contagem diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva. Já na segunda parte da segunda questão desta tarefa, esperava-se que os grupos de alunos indicassem pelo menos quinze modos de 'ver' diferentes, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva.

O par Margarida e Daniela indicou, na primeira questão, doze modos de contagem diferentes (figura 281), num total de dezoito apresentados pelos doze grupos, pertencentes a uma categoria de resposta: construtiva.

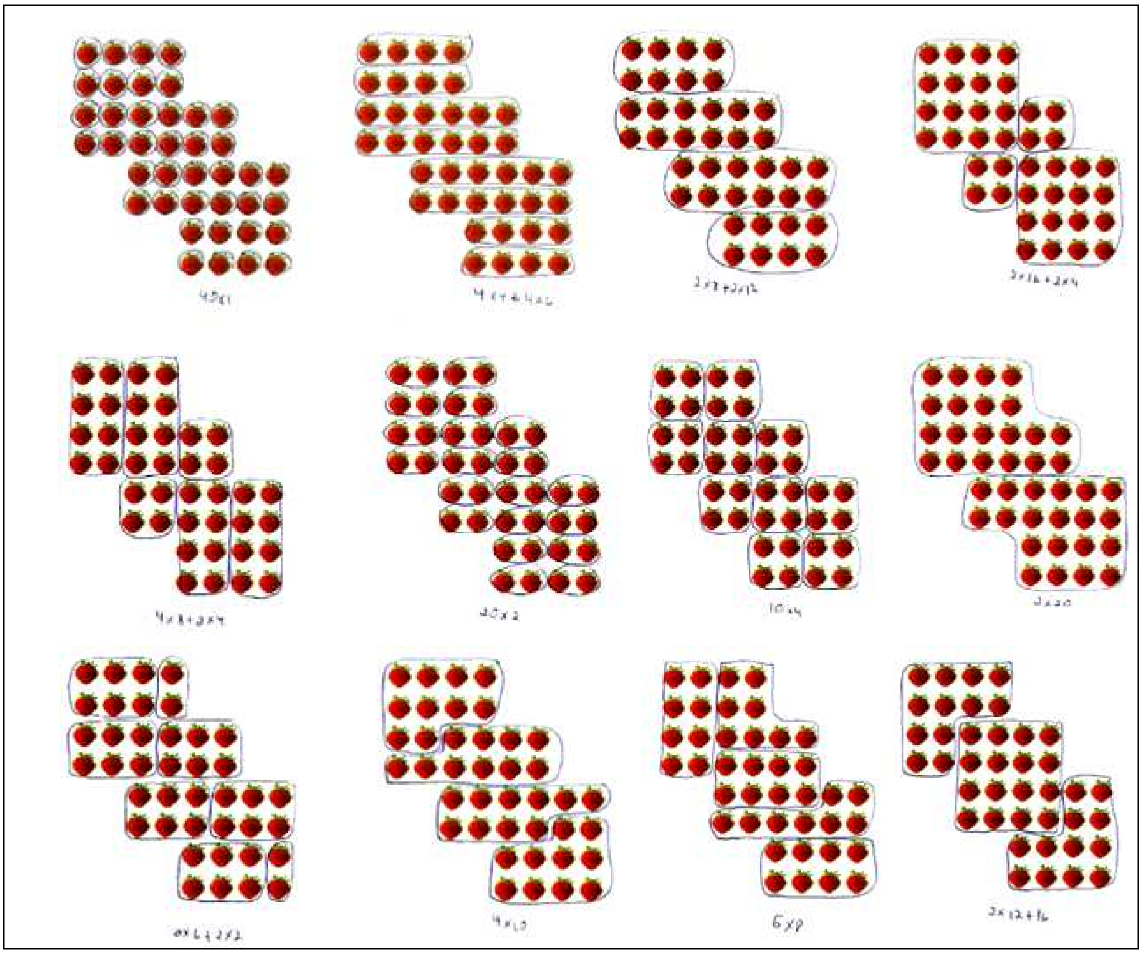


Fig. 281 – Modos de contagem apresentados pelo par Margarida e Daniela na primeira questão da Tarefa 2

A maioria das representações visuais apresenta um certo tipo de simetria, formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 1×6, 1×4, 1×2, 2×3, 2×4 e 2×6, quadrangulares, 2×2 e 4×4, e hexagonais não regulares. Também é notória a leitura horizontal, vertical e mista.

Na primeira parte da segunda questão, o modo de 'ver' apresentado pelo par Margarida e Daniela apresentava uma configuração geométrica triangular e quadrangular, 2×2, com simetria, conforme ilustrado na figura seguinte.

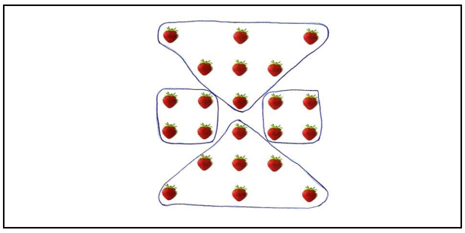
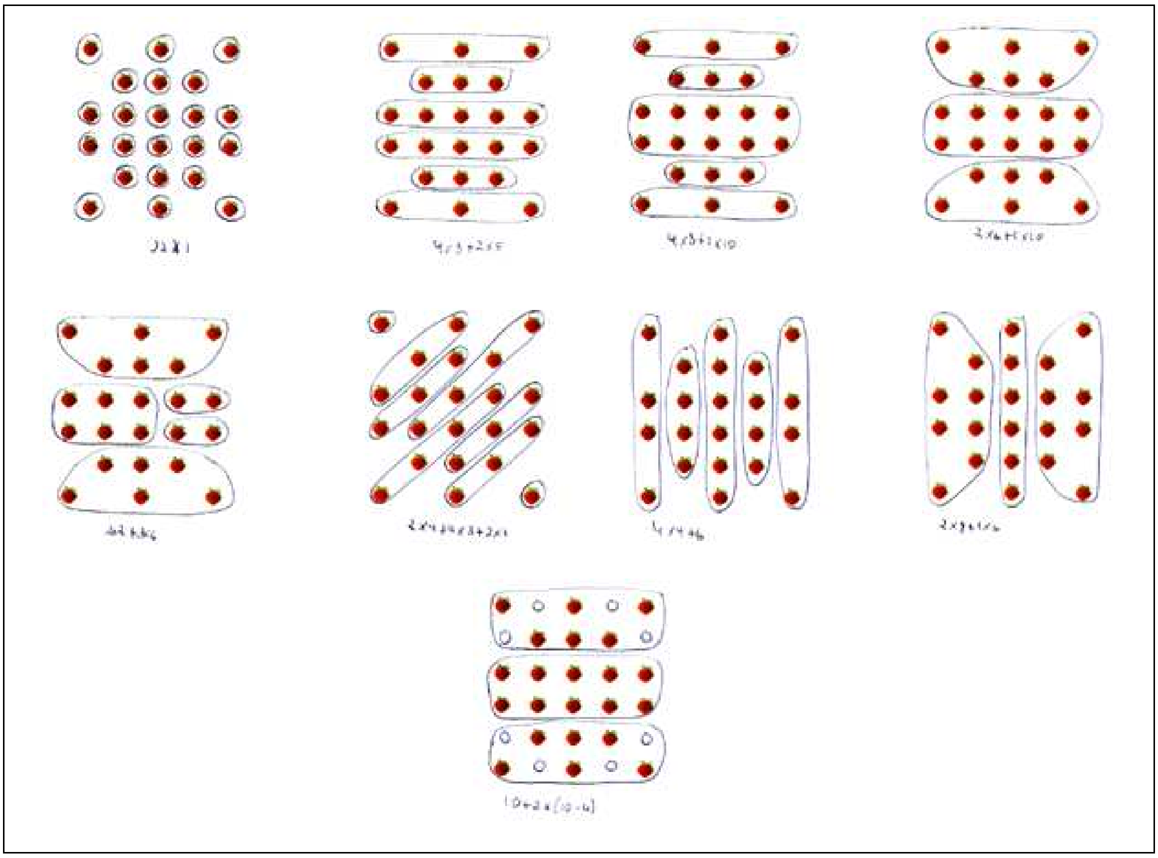


Fig. 282 – Resposta apresentada pelo par Margarida e Daniela na primeira parte da segunda questão da Tarefa 2

Na segunda parte da segunda questão, estas alunas indicaram dezassete modos de 'ver' diferentes (figura 283), também pertencentes à categoria construtiva.



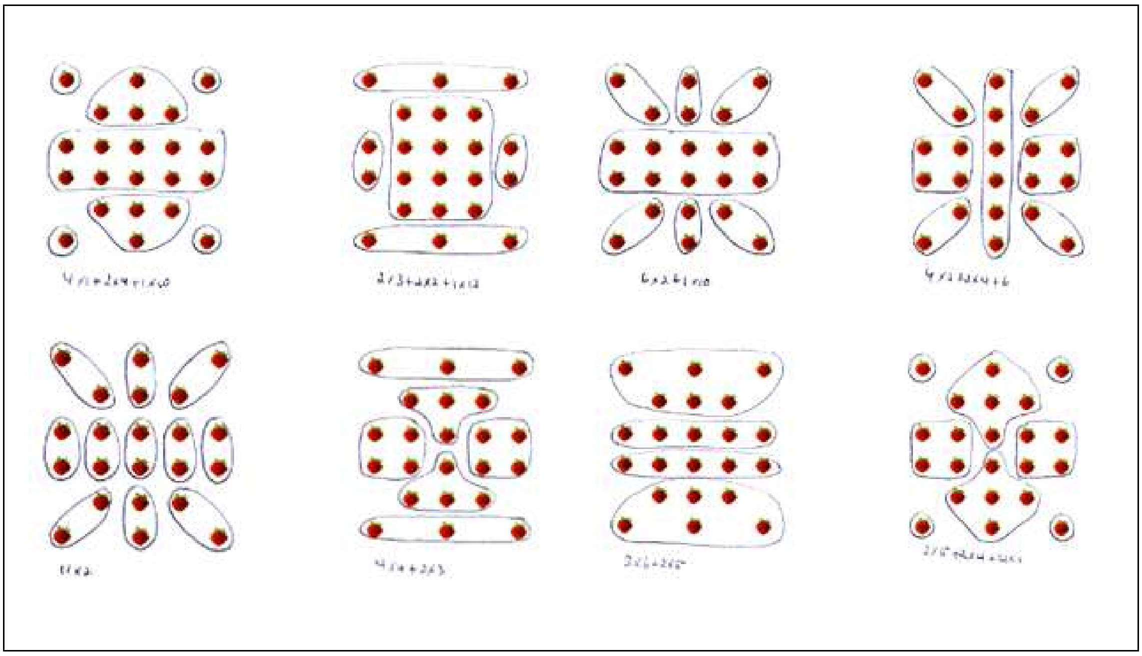


Fig. 283 – Modos de 'ver' apresentados pelo par Margarida e Daniela na segunda parte da segunda questão da Tarefa 2

A maioria destas representações visuais apresenta uma forma geométrica retangular (propriamente dita), 4×3, 1×5, 1×4, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 1×6, e um certo tipo de simetria. Em algumas delas, encontram-se formas triangulares, quadrangulares, 2×2, e trapezoidais. Também são notórias as leituras horizontais, verticais, mistas e oblíquas.

Nas figuras 2 e 3 da quarta Tarefa (anexo 8), dos oito modos de 'ver' diferentes esperados, em cada um dos casos, organizados nas categorias construtiva e desconstrutiva, verificou-se que este par de alunas, tal como o par Joana e António, apresentou doze modos de 'ver' diferentes (figuras 284 e 285), em ambos os casos, pertencentes às duas categorias esperadas, tanto num caso como no outro.

Em ambos os casos, encontram-se certos tipos de simetria e leituras verticais, horizontais e mistas. As configurações geométricas são, sobretudo, retangulares (propriamente ditas), 1×5, 1×4, 1×2 e 1×3, e hexagonais não regulares.

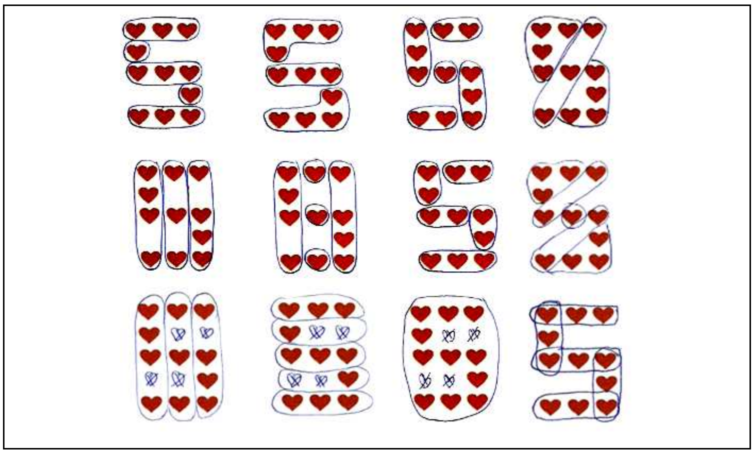


Fig. 284 – Modos de 'ver' a figura 2 da Tarefa 4 apresentados pelo par Margarida e Daniela

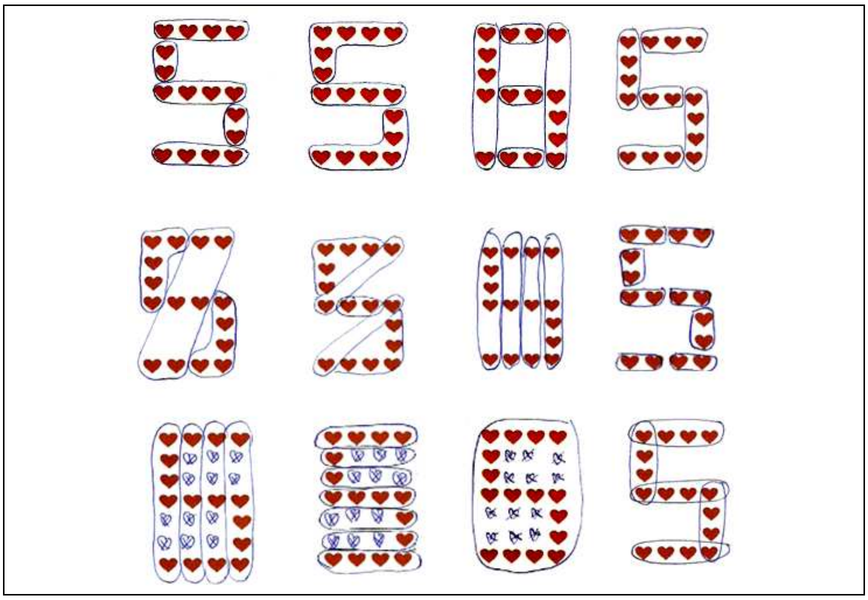


Fig. 285 – Modos de 'ver' a figura 3 da Tarefa 4 apresentados pelo par Margarida e Daniela

O modo de 'ver' as figuras 2, 3 e 4, representadas na quinta Tarefa (anexo 9), apresentado pelo par Margarida e Daniela (figura 286), tal como sucedeu com o par Manuel e Gonçalo, foi exatamente igual ao de outros nove grupos (conferir no quadro 38), ao contrário de outros dois grupos, onde se inclui o par Joana e António, que apresentaram um modo de 'ver' diferente.

A configuração apresenta simetria, formas geométricas triangulares e quadrangulares e uma leitura horizontal.

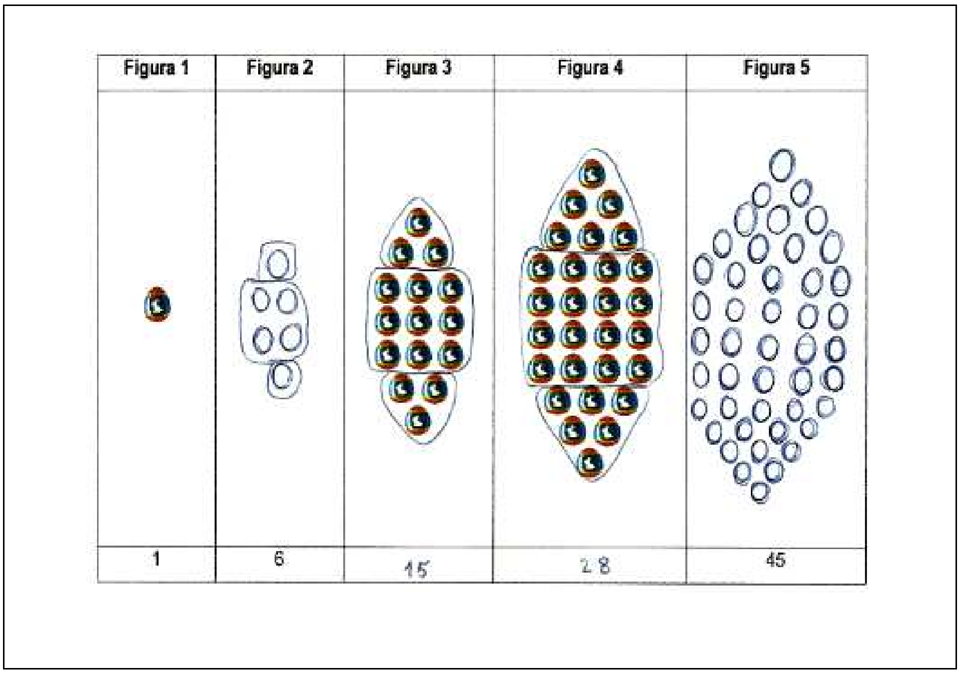
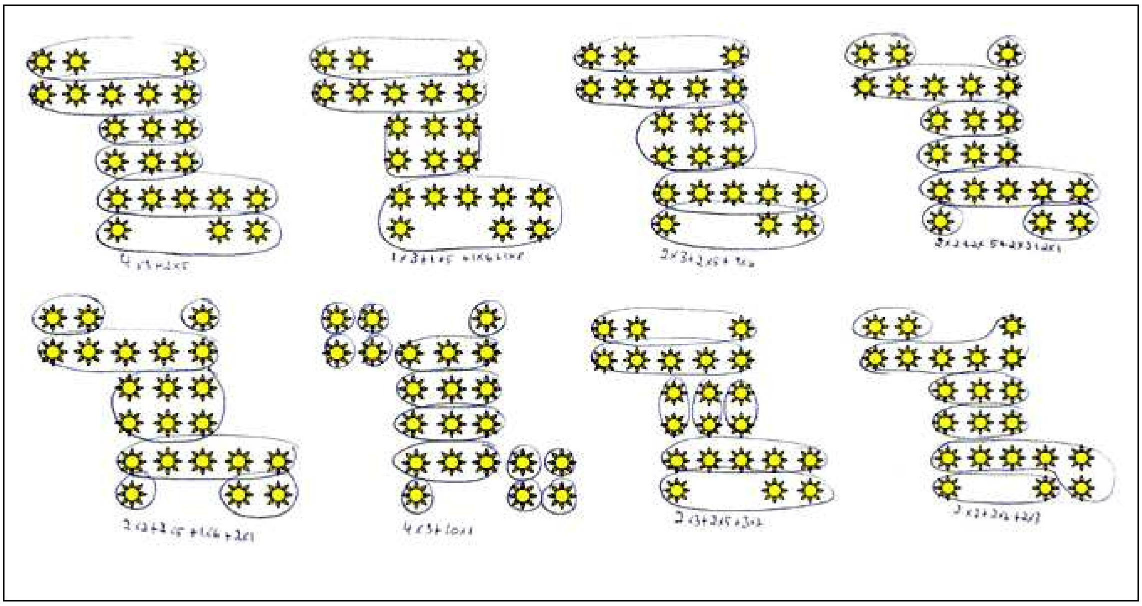
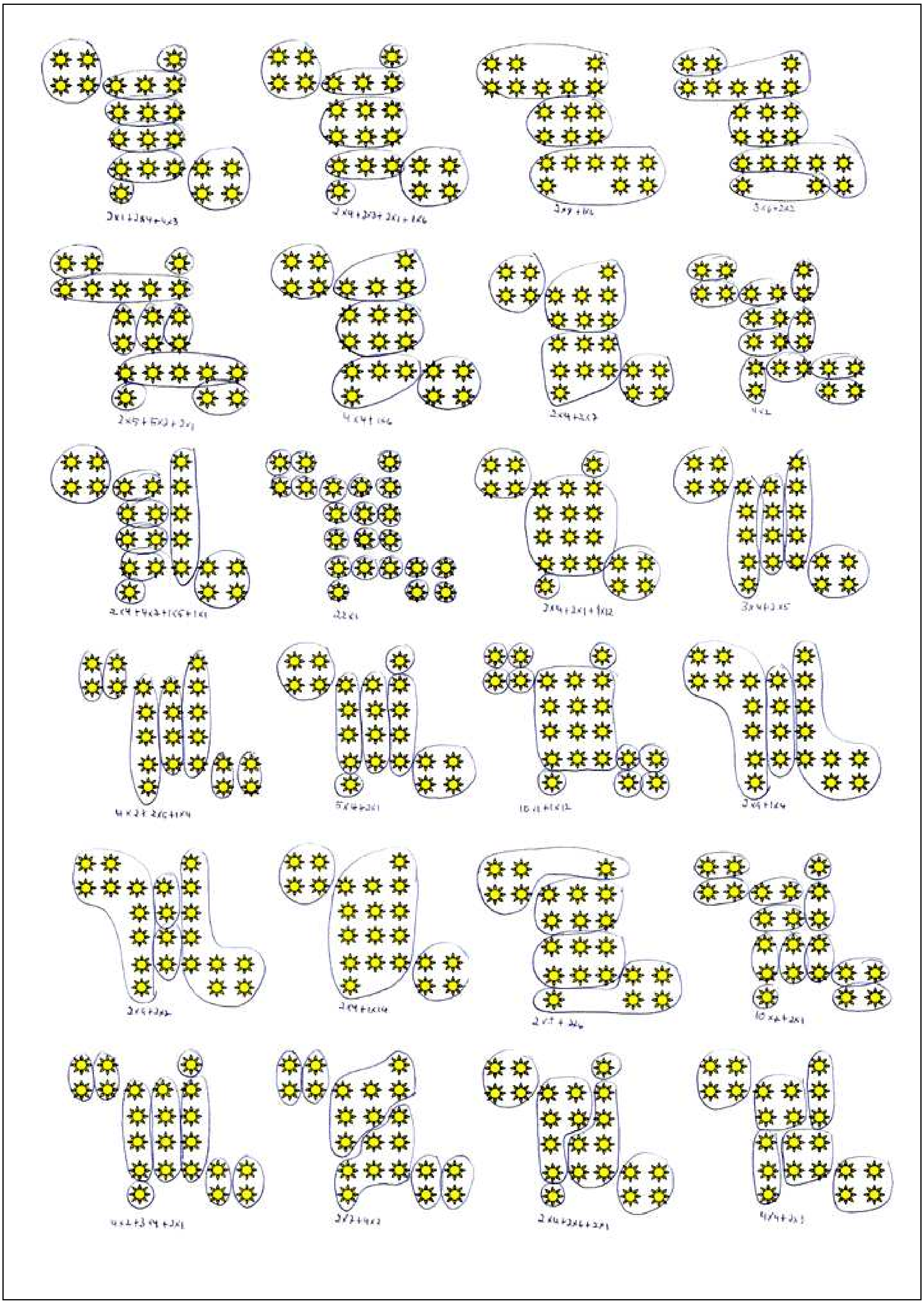


Fig. 286 – Modos de 'ver' as figuras 2, 3 e 4 representadas na Tarefa 5 apresentados pelo par Margarida e Daniela

Na modalidade pós, do Teste (anexo 2), na segunda questão, a Margarida apresentou trinta e nove modos de contagem diferentes (mais vinte e quatro do que na modalidade pré), pertencentes a duas categorias de resposta: construtiva e desconstrutiva (figura 287). Um dos modos de contagem por ela apresentado foi também indicado por apenas mais três dos seus colegas.





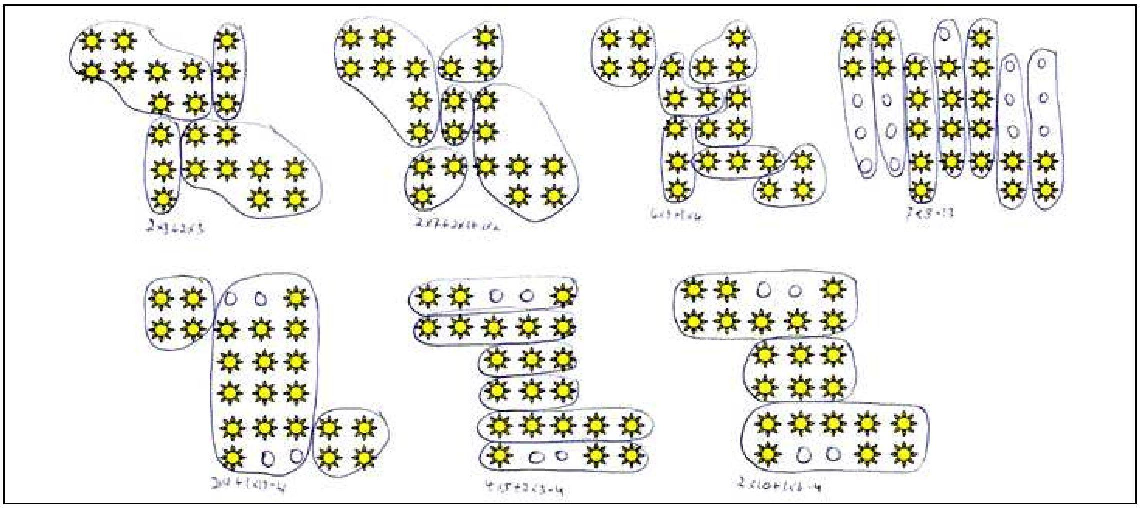
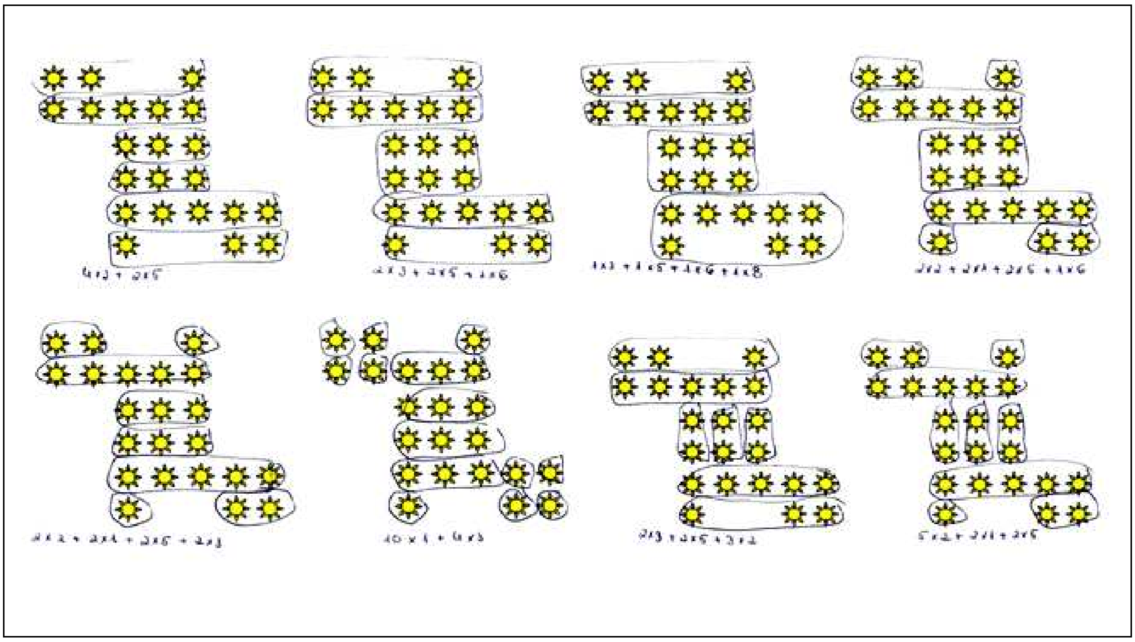


Fig. 287 – Modos de contagem apresentados pela Margarida na segunda questão do Teste (modalidade pós)

As representações visuais apresentam, na sua maioria, um certo tipo de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 4×3, 1×5, 1×4, 1×2, 1×3, 2×3, 2×5 e 6×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. Também são notórias as leituras horizontais, verticais e mistas.

Já a Daniela apresentou vinte e um modos de contagem diferentes (mais dez do que na modalidade pré), todos pertencentes à mesma categoria de resposta: construtiva. A figura seguinte corrobora esta afirmação.



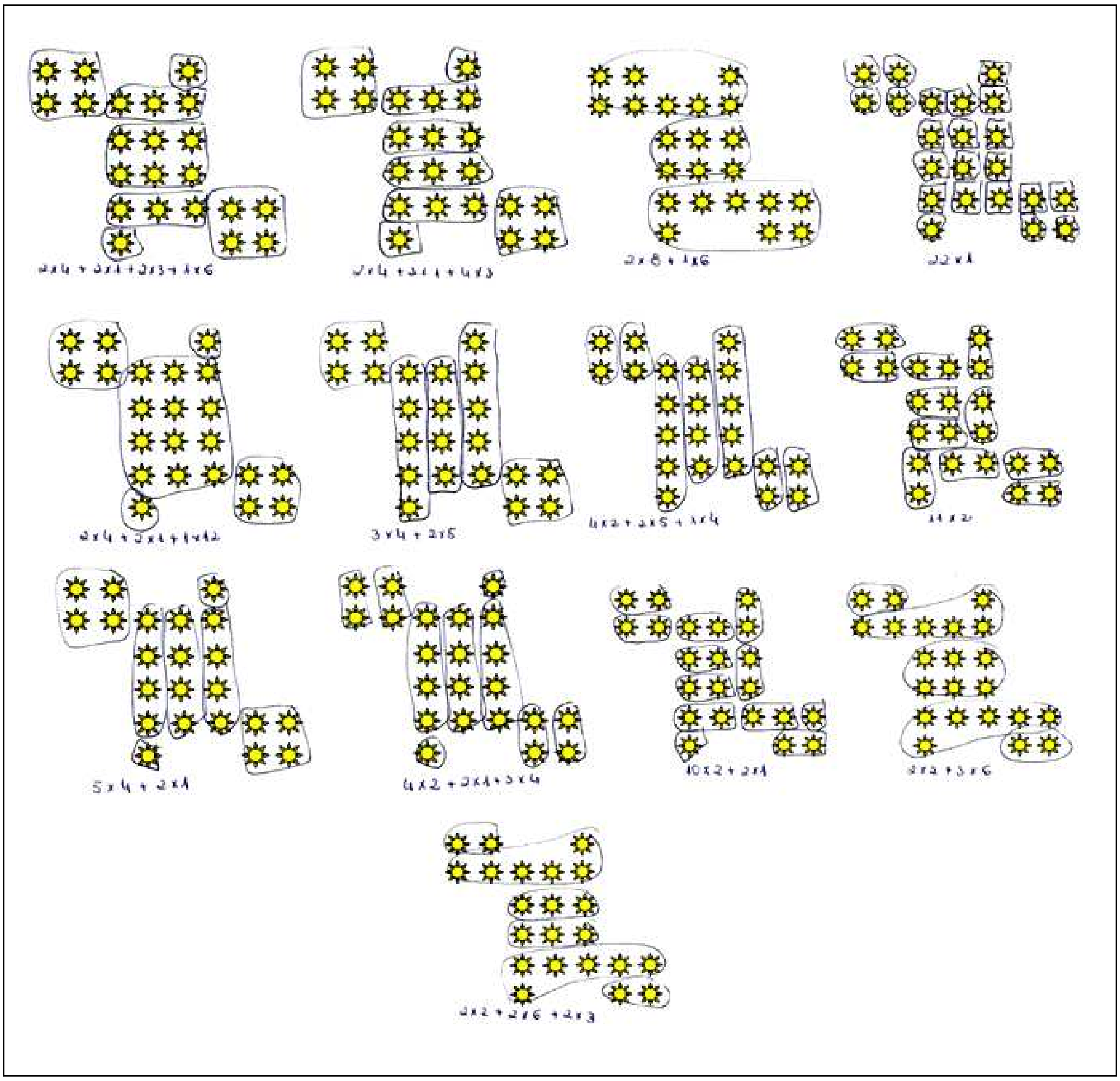


Fig. 288 – Modos de contagem apresentados pela Daniela na segunda questão do Teste (modalidade pós)

As representações visuais apresentam, na sua maioria, um certo tipo de simetria e formas geométricas retangulares (propriamente ditas), 1×5, 1×4, 1×2, 1×3 e 2×3, quadrangulares, 2×2, e hexagonais não regulares. É possível reconhecer nestas representações leituras horizontais, verticais e mistas.

Face ao exposto, verificou-se que este par de alunas revelou algumas melhorias no que diz respeito às três dimensões de criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade, menos nítidas no caso da Daniela. Também no caso desta aluna se verificaram alterações no que concerne às representações de criatividade.

2.3.3. Raciocínio

A análise das resoluções da modalidade pré do Teste, apresentadas por estas duas alunas tornou evidentes as dificuldades reveladas ao nível do raciocínio, sobretudo no caso da Daniela.

Na primeira alínea da primeira questão do Teste (anexo 2), modalidade pré, a Margarida foi uma dos cinco alunos que indicou um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro (figura 289).

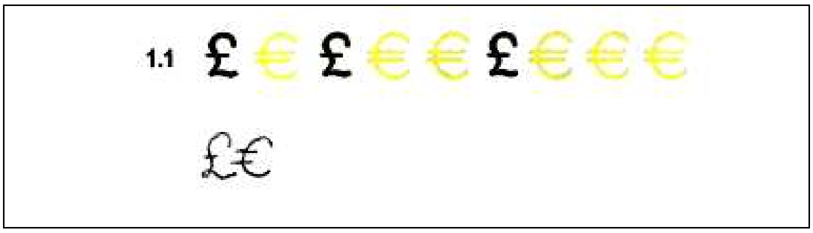


Fig. 289 – Resposta da Margarida à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Já a Daniela foi uma dos quinze alunos que indicou um símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro, conforme evidenciado na figura 290, pelo que foi sensível à invariância do número de símbolos de libra e ao crescimento do número de símbolos do euro.

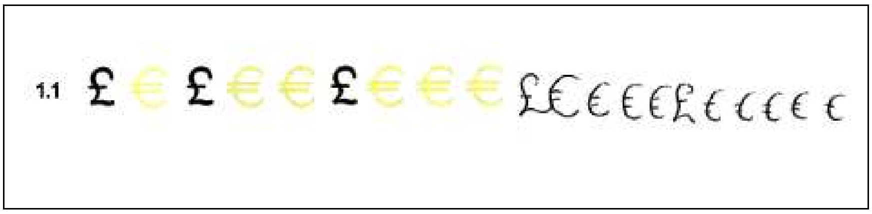


Fig. 290 – Resposta da Daniela à primeira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Relativamente à segunda alínea da mesma questão, cumpre referir que a Margarida foi a única aluna que apresentou apenas o quinto termo da sequência dada (figura 291) e a Daniela foi uma dos dois alunos que desenhou incorretamente os dois termos seguintes (figura 292).

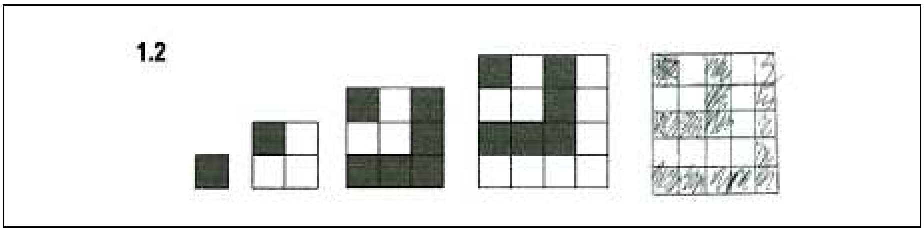


Fig. 291 – Resposta da Margarida à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

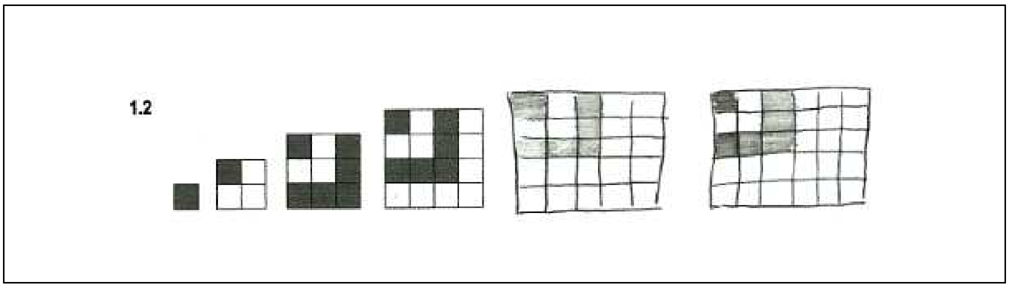


Fig. 292 – Resposta da Daniela à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

Na terceira alínea, a Margarida respondeu corretamente (figura 293) e a Daniela foi uma dos dez alunos que respondeu incorretamente (figura 294).

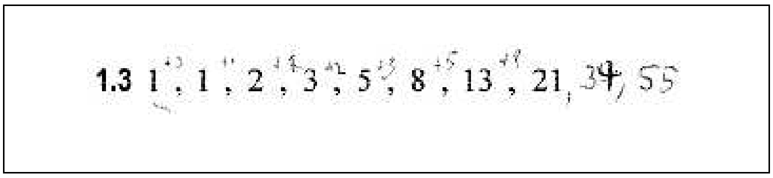


Fig. 293 – Resposta da Margarida à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

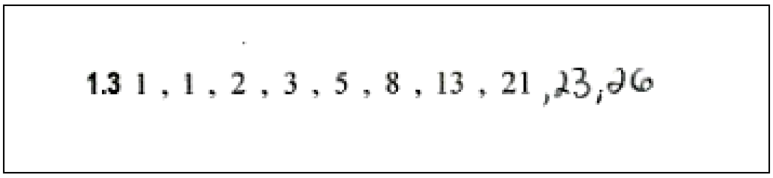


Fig. 294 – Resposta da Daniela à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pré)

A Daniela poderá ter adicionado duas unidades a 21 e três unidades a 23, visto que o número 5 se obtém adicionando duas unidades ao 3 e o número 8 se obtém adicionando três unidades ao 5.

Na quarta questão do Teste (modalidade pré), a Margarida e a Daniela responderam corretamente à primeira alínea (figuras 295 e 296), utilizando raciocínio recursivo.

> **4.1** Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório? Justifica.
>
> Óculos, pois o padrão é fato, óculos, cachecol, cachecol, luvas, e sendo que, o acessório anterior é o fato o seguinte será os óculos.

Fig. 295 – Resposta da Margarida à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

> **4.1** Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório? Justifica.
>
> São os óculos porque é depois do fato de neve.

Fig. 296 – Resposta da Daniela à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Na segunda alínea, a Margarida indicou a expressão algébrica correta, $5n$ (figura 297) e a Daniela indicou, incorretamente, a expressão $n+5$ para se referir aos múltiplos de 5 (figura 298).

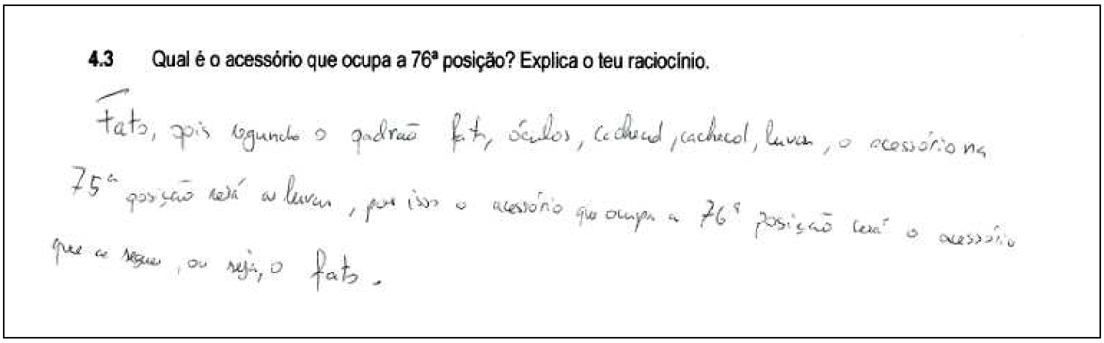
> **4.2** Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.
>
> 5n

Fig. 297 – Resposta da Daniela à primeira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

> **4.2** Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.
>
> n +5

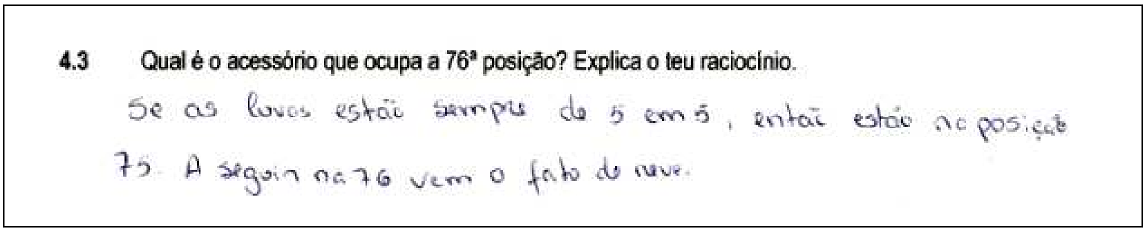
Fig. 298 – Resposta da Daniela à segunda alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Ambas responderam corretamente à terceira alínea da quarta questão e, na explicação do raciocínio efetuado, basearam-se no facto de as luvas serem o objeto que ocupa a 75ª posição (figuras 299 e 300). Neste caso, as alunas raciocinaram funcionalmente.


4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

Fato, pois segundo o padrão fato, óculos, cachecol, cachecol, luvas, o acessório na 75ª posição será as luvas, por isso o acessório que ocupa a 76ª posição será o acessório que a segue, ou seja, o fato.

Fig. 299 – Resposta da Margarida à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)


4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

Se as luvas estão sempre de 5 em 5, então estão na posição 75. A seguir na 76 vem o fato de neve.

Fig. 300 – Resposta da Daniela à terceira alínea da quarta questão do Teste (modalidade pré)

Na primeira alínea da quinta questão, a Margarida desenhou corretamente o quarto robô solicitado. A Daniela foi uma dos seis alunos que o desenharam incorretamente, desenhando menos uma linha constituída por quatro arrobas, conforme ilustrado na figura seguinte.

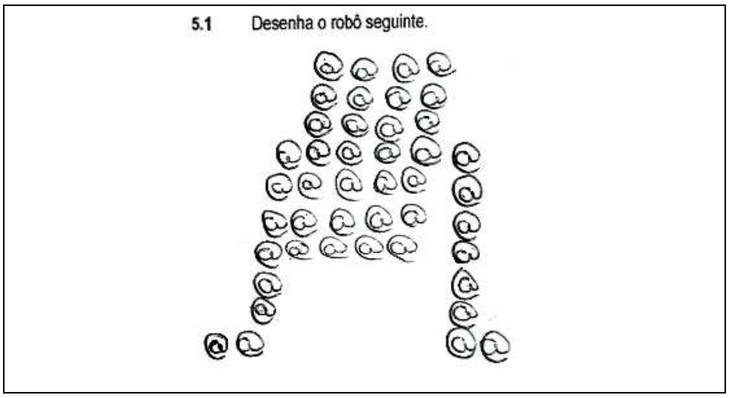


Fig. 301 – Resposta da Daniela à primeira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Na segunda alínea da mesma questão, a Margarida respondeu corretamente, raciocinando funcionalmente, e apresentou a respetiva justificação (figura 302). A Daniela foi uma dos dois alunos que deixou esta alínea em branco.

5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

R: Terá 162 arrobas.

Porque o número de arrobas da cabeça ~~dos~~ e corpo do robô vai ser igual a 8x16, 8 filas, cada uma com 8 arrobas, cada perna terá 16 e mais uma arroba por cada pé.

Pois o número de arrobas do corpo e cabeça é igual a $n \times (n \times 2)$, cada perna e pé $n \times 2 + 1$.

Fig. 302 – Resposta da Margarida à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

A Margarida respondeu corretamente à terceira alínea, indicando a expressão que permitia calcular o número de arrobas do robô de ordem n (figura 303) e a Daniela deixou esta alínea por responder.

5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

$n \times (n \times 2) + (n \times 2) \times 2 + 2$

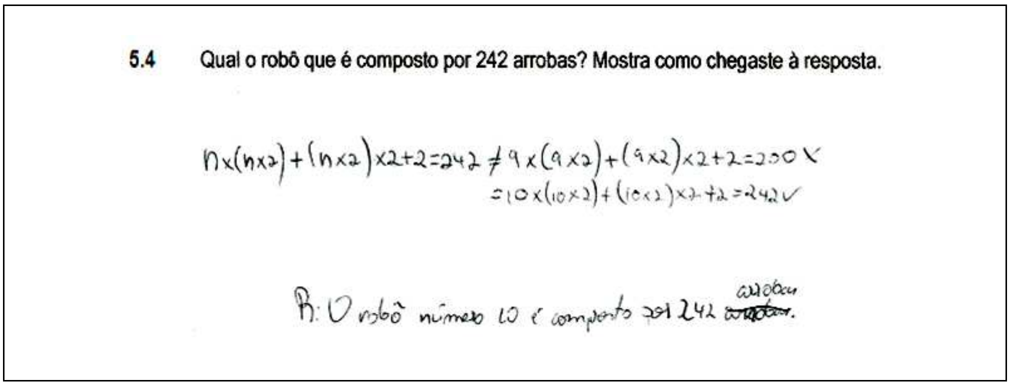
Fig. 303 – Resposta da Margarida à terceira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Relativamente à última alínea, cumpre referir que a Daniela foi uma dos três alunos que respondeu incorretamente e não apresentou qualquer explicitação do raciocínio usado (figura 304) e a Margarida foi uma dos cinco alunos que respondeu à questão baseando-se na expressão algébrica da alínea anterior (figura 305).

5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

É o décimo primeiro robô.

Fig. 304 – Resposta da Daniela à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)



5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

$n\times(n\times 2)+(n\times 2)\times 2+2=242 \neq 9\times(9\times 2)+(9\times 2)\times 2+2=200$ ✗

$=10\times(10\times 2)+(10\times 2)\times 2+2=242$ ✓

R: O robô número 10 é composto por 242 arrobas.

Fig. 305 – Resposta da Margarida à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pré)

Na última questão, a Margarida inventou uma sequência de desenhos que obedecia às condições do enunciado e onde se poderão detetar duas componentes: uma de quatro elementos, que se manteve sempre inalterada (na parte inferior da seta) e outra componente com um número de elementos múltiplo de três (na parte superior da seta), conforme evidenciado na figura seguinte.

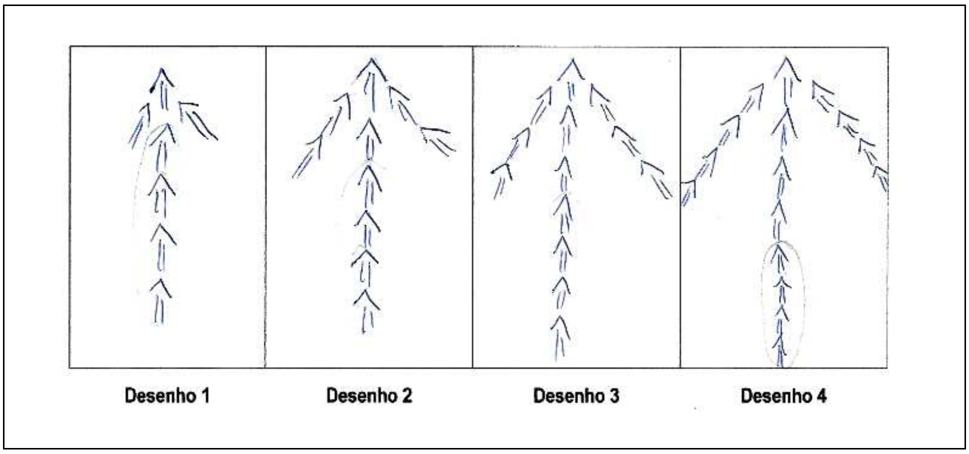


Fig. 306 – Resposta da Margarida à sexta questão do Teste (modalidade pré)

Já a Daniela foi uma dos sete alunos que inventaram desenhos que não obedeciam às condições do enunciado, conforme ilustrado na figura seguinte.

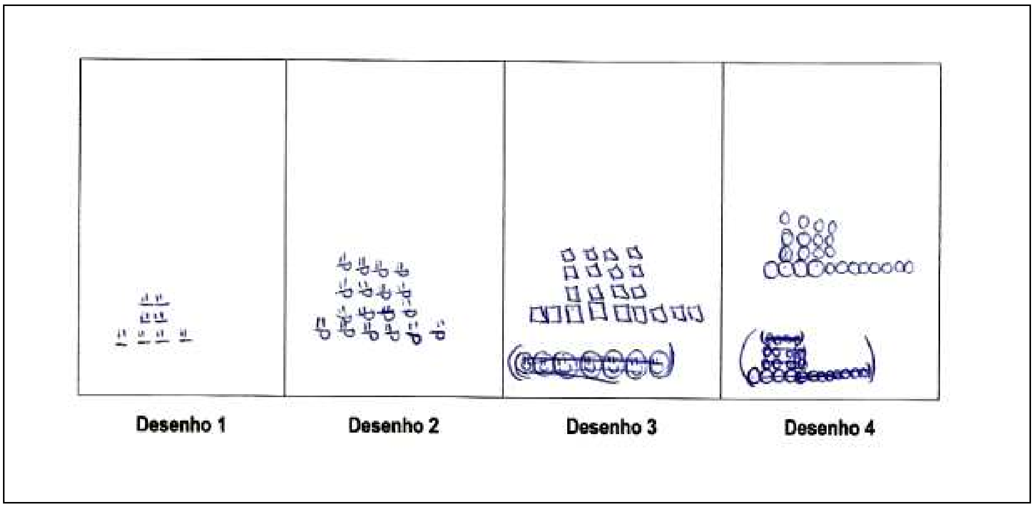
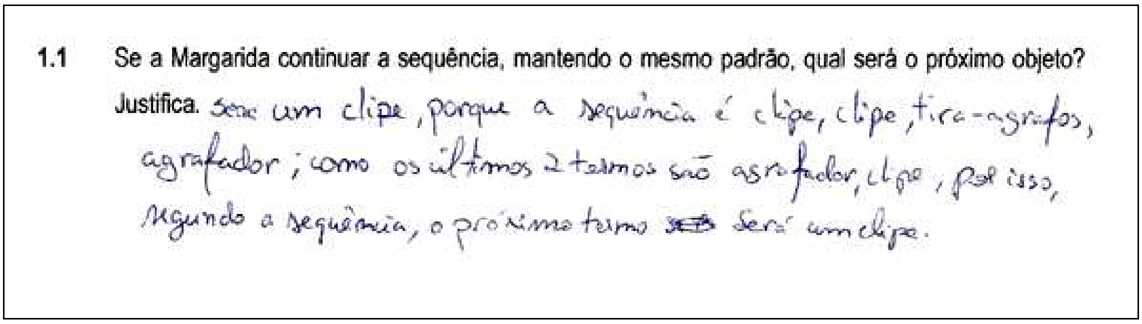


Fig. 307 – Resposta da Daniela à sexta questão do Teste (modalidade pré)

O desempenho da Daniela no Teste, modalidade pré, tornou evidentes as imensas dificuldades da aluna ao nível do raciocínio.

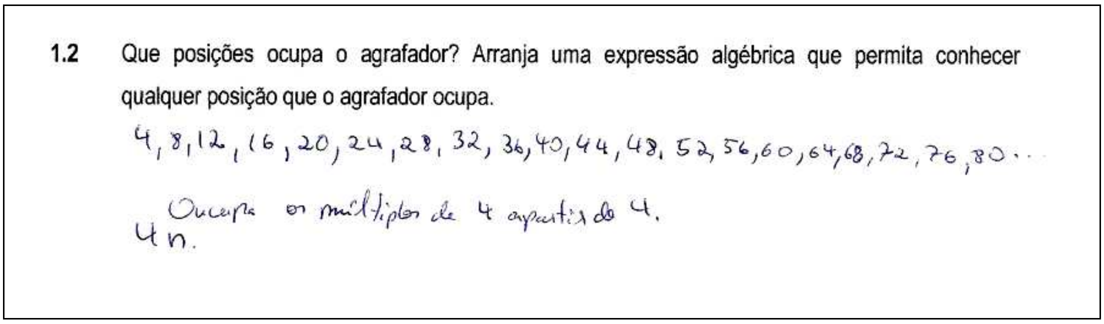
Na exploração da primeira questão da terceira Tarefa (anexo 7), este par de alunas, raciocinando recursivamente, indicou corretamente o clipe como sendo o objeto seguinte na sequência apresentada (figura 308) e respondeu corretamente à segunda alínea, afirmando que o agrafador ocupava todas as posições correspondentes a múltiplos de 4 e apresentando a expressão algébrica $4n$ (figura 309).



1.1 Se a Margarida continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo objeto?

Justifica. Seae um clipe, porque a sequência é clipe, clipe, tira-agrafos, agrafador; como os últimos 2 termos são agrafador, clipe, por isso, segundo a sequência, o próximo termo ~~ser~~ será um clipe.

Fig. 308 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.1 da Tarefa 3


1.2 Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa.

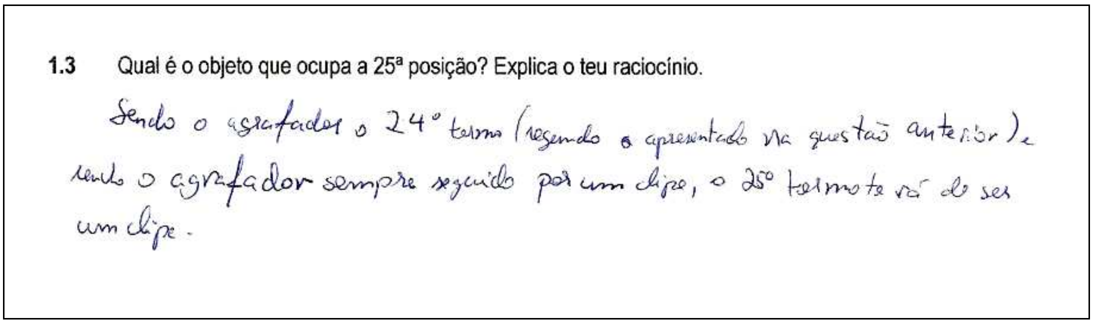
4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80 . . .

Ocupa os múltiplos de 4 a partir do 4.

4n.

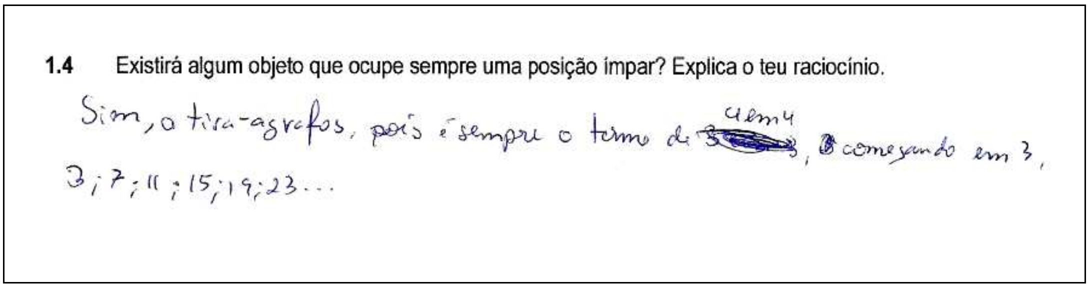
Fig. 309 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.2 da Tarefa 3

Na terceira alínea da mesma questão, o par utilizou raciocínio funcional na procura do objeto que ocupava a 25ª posição, baseando-se na resolução da alínea anterior (figura 310) e referiu que o objeto que ocupava sempre uma posição ímpar era o tira-agrafos, raciocinando recursivamente (figura 311).


1.3 Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio.

Sendo o agrafador o 24º termo (segundo o apresentado na questão anterior), e sendo o agrafador sempre seguido por um clipe, o 25º termo terá de ser um clipe.

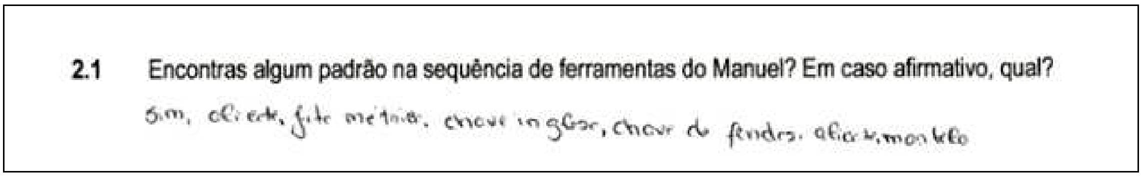
Fig. 310 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.3 da Tarefa 3


1.4 Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição ímpar? Explica o teu raciocínio.

Sim, o tira-agrafos, pois é sempre o termo de 4 em 4, começando em 3, 3; 7; 11; 15; 19; 23...

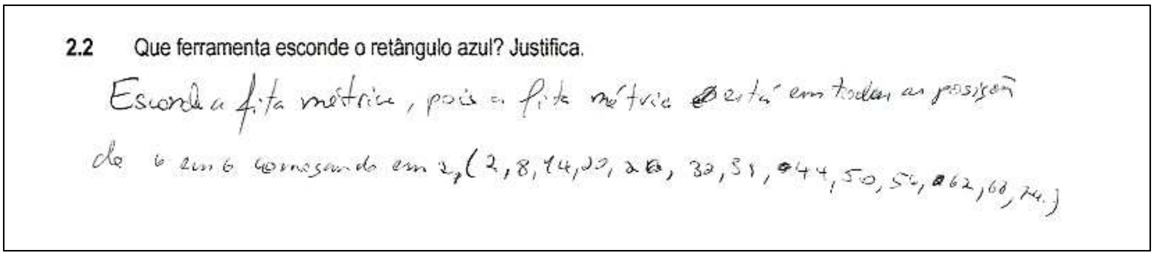
Fig. 311 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.4 da Tarefa 3

Na resolução da segunda questão, a Margarida e a Daniela encontraram corretamente um padrão na sequência de ferramentas (figura 312) e afirmaram que o retângulo azul escondia a fita métrica (figura 313), raciocinando recursivamente.


2.1 Encontras algum padrão na sequência de ferramentas do Manuel? Em caso afirmativo, qual?

sim, alicate, fita métrica, chave inglesa, chave de fendas. alicate, martelo

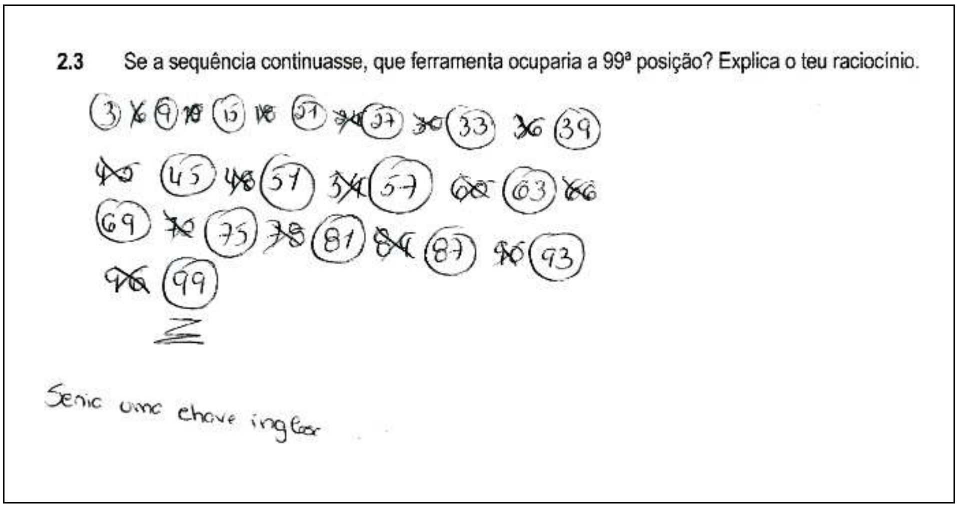
Fig. 312 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 2.1 da Tarefa 3


2.2 Que ferramenta esconde o retângulo azul? Justifica.

Esconde a fita métrica, pois a fita métrica está em todas as posições de 6 em 6 começando em 2, (2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68, 74.)

Fig. 313 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 2.2 da Tarefa 3

Na resposta à terceira alínea, utilizaram raciocínio recursivo para a descoberta da ferramenta que ocupava a 99ª posição, conforme evidenciado na figura seguinte.


2.3 Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

3 6 9 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39
42 45 48 51 54 57 60 63 66
69 72 75 78 81 84 87 90 93
96 99

Seria uma chave inglesa

Fig. 314 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 2.3 da Tarefa 3

A Margarida e a Daniela responderam corretamente à primeira questão da Tarefa 4 (anexo 8), desenhando a figura solicitada (figura 315) e, como resposta à segunda questão, descreveram o padrão que viam (figura 316), raciocinando funcionalmente.

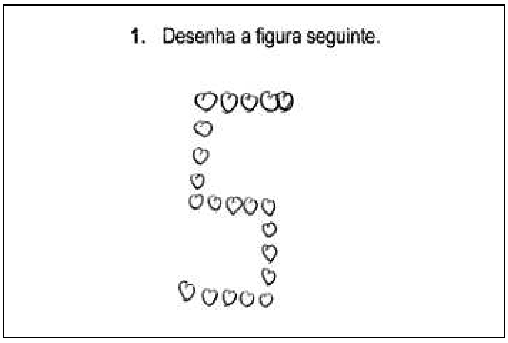
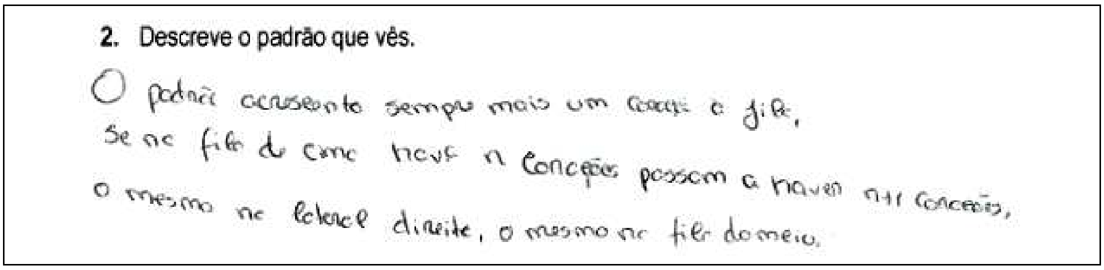

1. Desenha a figura seguinte.

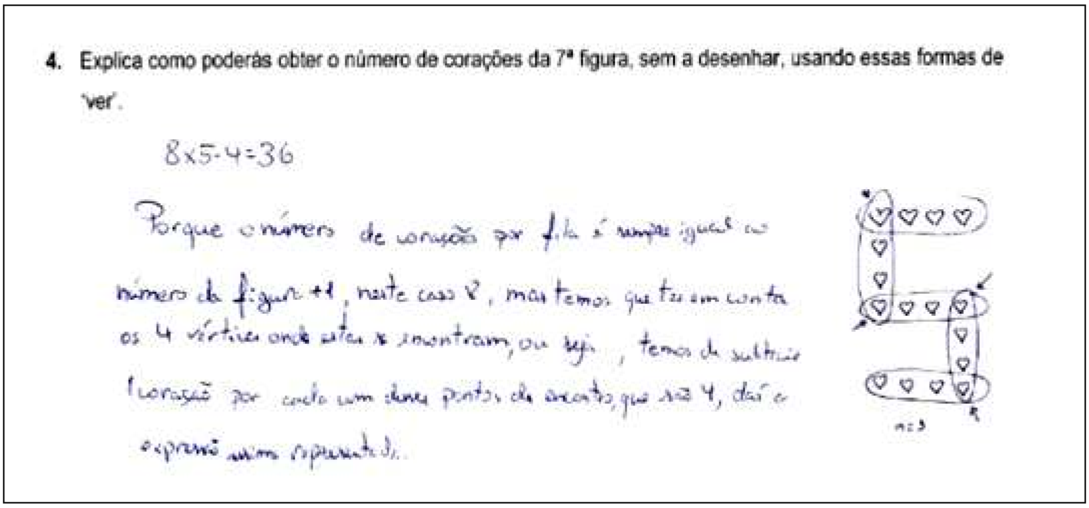
Fig. 315 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1 da Tarefa 4


2. Descreve o padrão que vês.

O padrão acrescenta sempre mais um coração à fila. Se na fila de cima houver n corações passam a haver n+1 corações, o mesmo na lateral direita, o mesmo na fila do meio.

Fig. 316 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 2 da Tarefa 4

A explicação apresentada por este par de alunas na quarta questão desta Tarefa tem subjacente um raciocínio do tipo funcional, conforme evidencia a figura seguinte.


4. Explica como poderás obter o número de corações da 7ª figura, sem a desenhar, usando essas formas de 'ver'.

8×5-4=36

Porque o número de corações por fila é sempre igual ao número da figura +1, neste caso 8, mas temos que ter em conta os 4 vértices onde estas se encontram, ou seja, temos de subtrair 1 coração por cada um desses pontos de encontro, que são 4, daí a expressão acima apresentada.

n=3

Fig. 317 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 4 da Tarefa 4

O facto de estas duas alunas terem observado, na quarta questão, conjuntos de símbolos que se sobrepunham, subtraindo posteriormente os elementos que haviam sido contados mais do que uma vez (generalização do tipo desconstrutivo), conduziu-as à expressão algébrica por elas apresentada na quinta questão, conforme ilustra a figura seguinte.

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1	$(1+1)\times 5-4$	6
2	$(2+1)\times 5-4$	11
3	$(3+1)\times 5-4$	16
4	$(4+1)\times 5-4$	21
...	...	...
20	$(20+1)\times 5-4$	101
...	...	...
49	$(49+1)\times 5-4$	246
...	...	...
n	$(n+1)\times 5-4$	

Fig. 318 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 4 da Tarefa 4

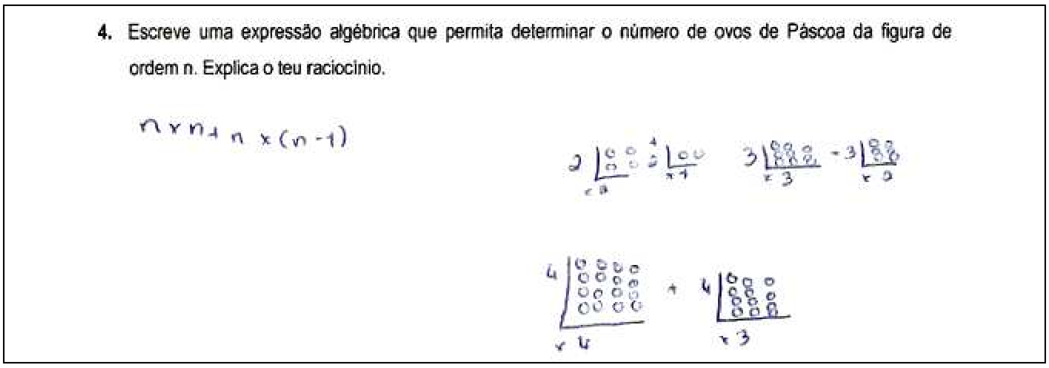
A forma como a Margarida e a Daniela determinaram o número de ovos de Páscoa da figura 15 e da figura de ordem n, nas terceira e quarta questões, respetivamente, da quinta Tarefa (anexo 9), resultou do modo de 'ver' por elas apresentado na segunda questão da referida Tarefa – uma configuração que apresentava simetria, formas geométricas triangulares e quadrangulares e uma leitura horizontal. Este par de alunas, tal como outros nove, indicou o primeiro modo de 'ver' ilustrado no quadro 38. As suas respostas às terceira e quarta questões apresentam-se nas figura 319 e 320, respetivamente.

3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

$15\times 15 + 14\times 2 + 13\times 2 + 12\times 2 + 11\times 2 + 10\times 2 + 9\times 2 + 8\times 2 + 7\times 2 + 6\times 2 + 5\times 2 + 4\times 2 + 3\times 2 + 2\times 2 + 1\times 2 = 435$ ovos

Fig. 319 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 3 da Tarefa 5

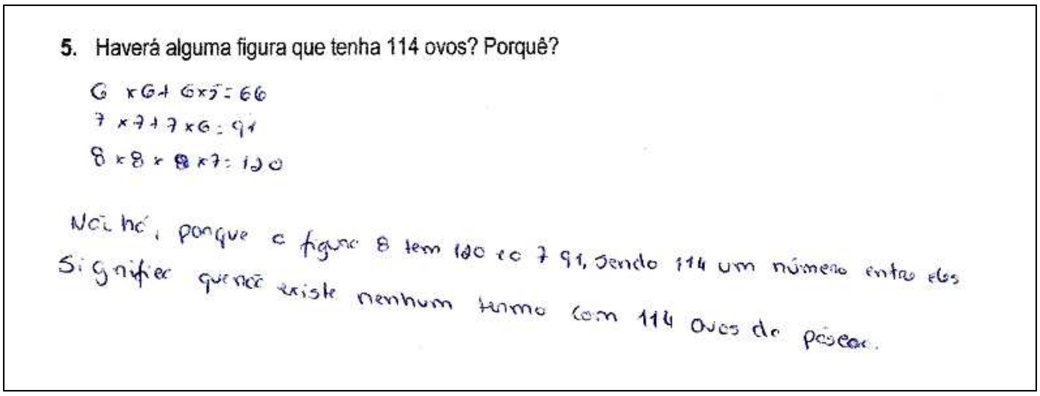
A resposta apresentada por este par de alunas na terceira questão revela que as mesmas consideraram um “bloco” central de 15×15 ovos ao qual foram adicionando os valores decrescentes 14, 13, 12, 11, …, 2, 1, multiplicados por 2, uma vez que aparecem na parte superior e inferior do “bloco” central.


4. Escreve uma expressão algébrica que permita determinar o número de ovos de Páscoa da figura de ordem n. Explica o teu raciocínio.

$n \times n + n \times (n-1)$

Fig. 320 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 4 da Tarefa 5

Na última questão, as alunas concluíram que não existia qualquer figura com 114 ovos visto que o número de ovos das oitava e sétima figuras era, respetivamente, superior e inferior a 114 (figura 321).


5. Haverá alguma figura que tenha 114 ovos? Porquê?

$6 \times 6 + 6 \times 5 = 66$
$7 \times 7 + 7 \times 6 = 91$
$8 \times 8 + 8 \times 7 = 120$

Não há, porque a figura 8 tem 120 e a 7 91, sendo 114 um número entre eles significa que não existe nenhum termo com 114 ovos de páscoa.

Fig. 321 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 5 da Tarefa 5

Na exploração da primeira questão da sexta Tarefa (anexo 10), a Margarida e a Daniela construíram duas formas retangulares com direções diferentes (uma vertical e outra horizontal) para representar visualmente a sequência numérica dada que facilita a determinação de termos distantes usando-se raciocínio funcional (figura 322).

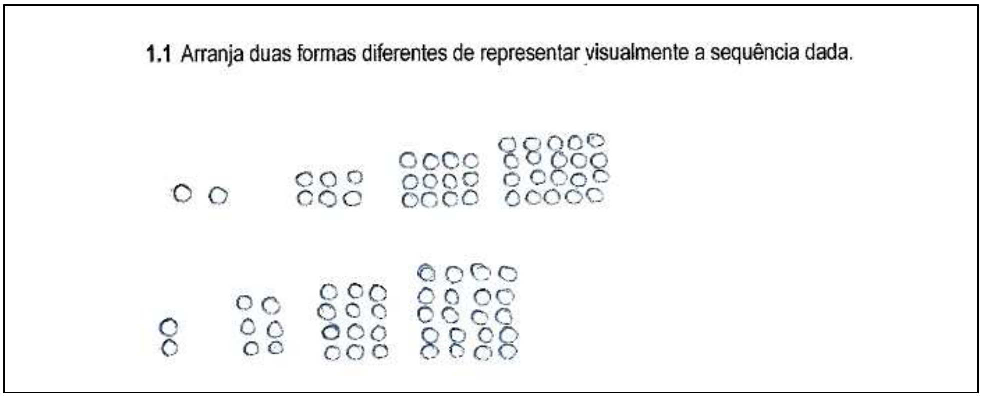


Fig. 322 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.1 da Tarefa 6

Esta representação facilitou a descoberta do sexto termo (figura 323) e, consequentemente, do «n-ésimo» (figura 324).

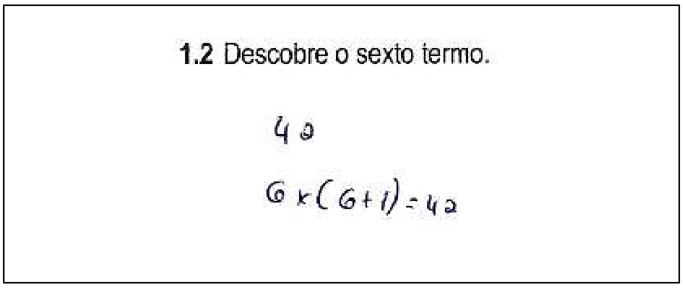


Fig. 323 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.2 da Tarefa 6

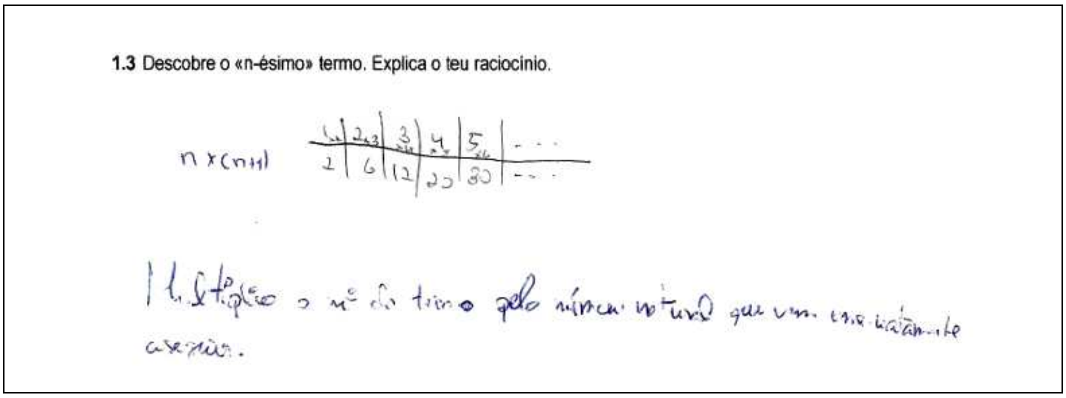
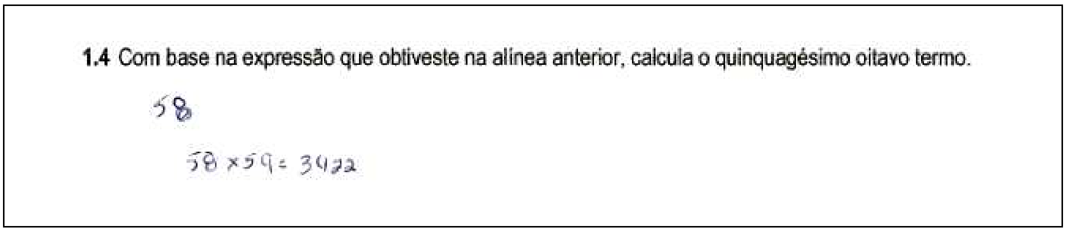


Fig. 324 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.3 da Tarefa 6

A expressão obtida permitiu calcular imediatamente o quinquagésimo oitavo termo, conforme evidenciado na figura seguinte.


1.4 Com base na expressão que obtiveste na alínea anterior, calcula o quinquagésimo oitavo termo.

58

58 × 59 = 3422

Fig. 325 – Resposta do par Margarida e Daniela à questão 1.4 da Tarefa 6

Na segunda questão desta Tarefa, o par indicou uma sequência de desenhos que obedecia às condições do enunciado, conforme ilustrado na figura seguinte.

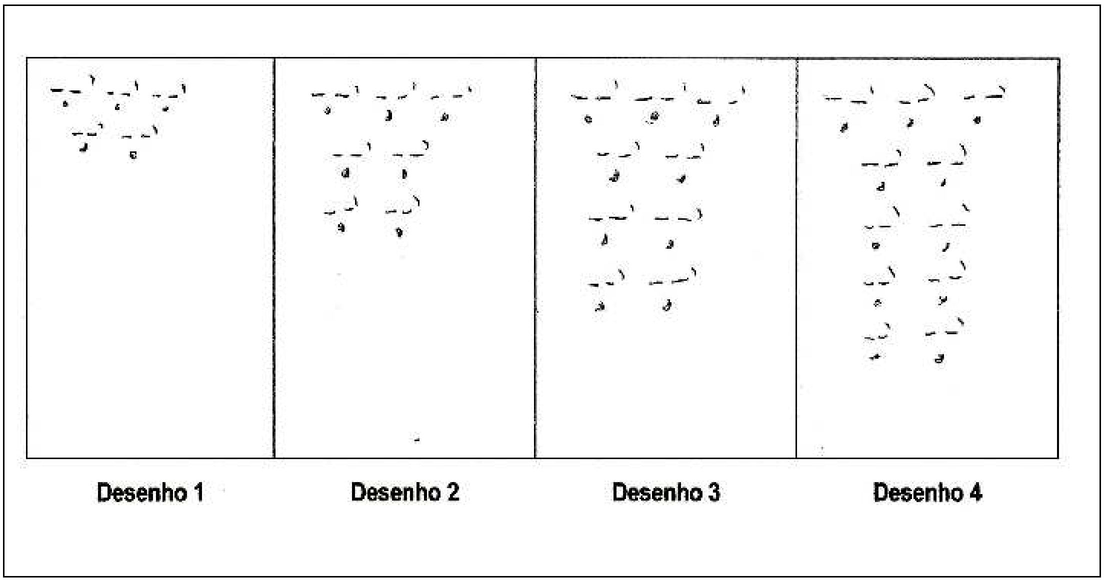


Fig. 326 - Resposta do par Margarida e Daniela à questão 2 da Tarefa 6

A Margarida e a Daniela, tal como todos os outros grupos de alunos, revelaram dificuldades na determinação da expressão algébrica solicitada na sétima Tarefa (anexo 12). Após várias tentativas de completar as imagens com mais triângulos, chegaram à conclusão que um retângulo decomposto em triângulos resolvia o problema (figura 327). Este par conseguiu chegar à expressão algébrica utilizando uma estratégia mista (visual e numérica).

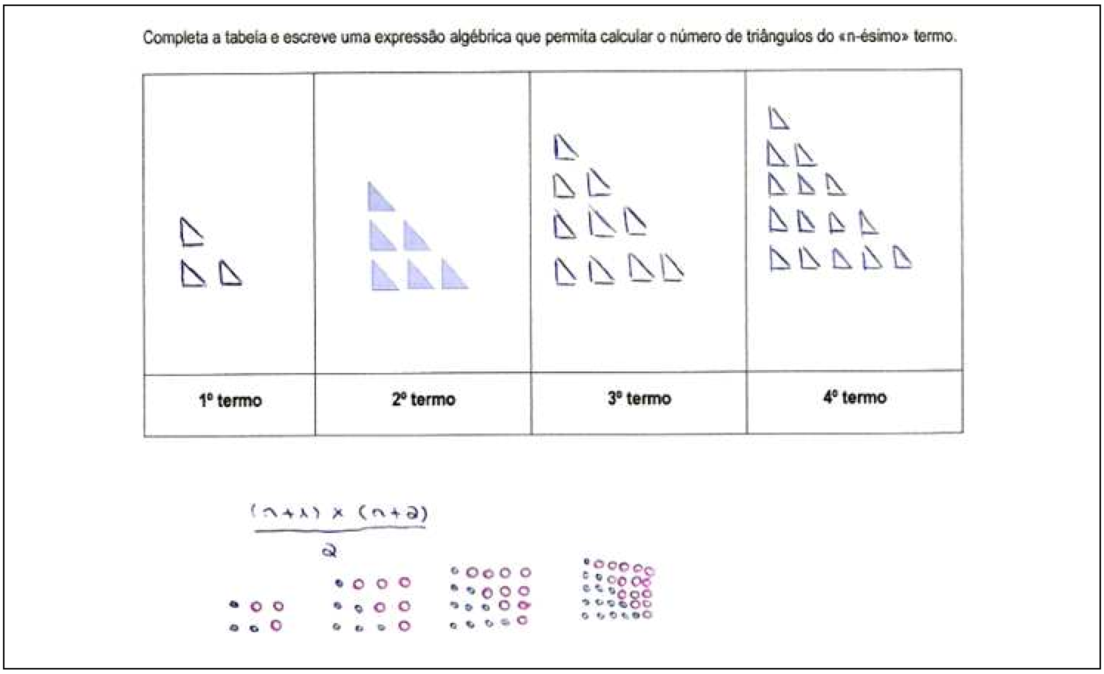


Fig. 327 – Resposta apresentada pelo par Margarida e Daniela na Tarefa 7

Na primeira alínea da primeira questão do Teste (anexo 2), modalidade pós, a Margarida indicou, à semelhança da modalidade pré, um símbolo de libra seguido de um símbolo do euro. Também a Daniela, à semelhança da resposta apresentada na modalidade pré, indicou o símbolo de libra seguido de quatro símbolos do euro e outro símbolo de libra seguido de cinco símbolos do euro.

Relativamente à segunda alínea da mesma questão, cumpre referir que, ao contrário do que sucedeu na modalidade pré, a Margarida desenhou corretamente os dois termos pedidos (figura 328). Recorde-se que a aluna, na modalidade pré, apenas havia desenhado um deles, o quinto.

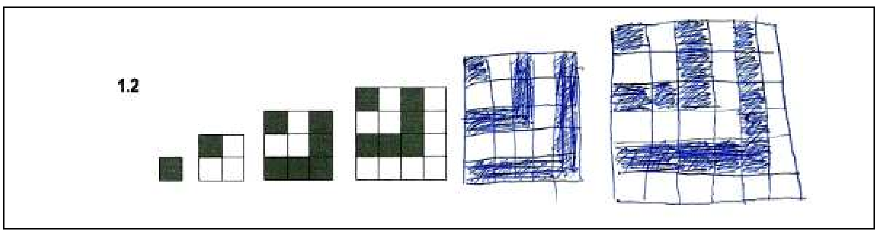


Fig. 328 – Resposta da Margarida à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

Já a Daniela, desenhou incorretamente os dois termos pedidos (figura 329), à semelhança do que havia feito na modalidade pré. A aluna apresentou exatamente os mesmos desenhos nas duas modalidades do Teste.

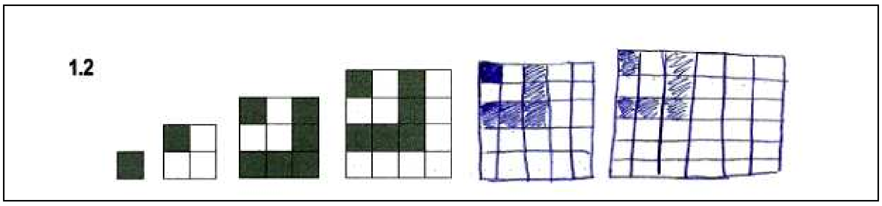


Fig. 329 – Resposta da Daniela à segunda alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

Na terceira alínea, a Margarida respondeu corretamente à questão, tal como na modalidade pré e a Daniela respondeu incorretamente, também à semelhança da modalidade pré, embora tenha apresentado valores diferentes daqueles (figura 330).

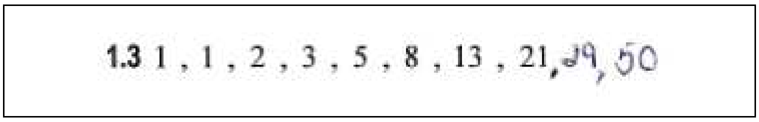


Fig. 330 – Resposta da Daniela à terceira alínea da primeira questão do Teste (modalidade pós)

As respostas destas alunas a todas as alíneas da quarta questão do Teste (modalidade pós) foram iguais às apresentadas na modalidade pré: utilizando raciocínio recursivo e funcional nas mesmas situações e, no caso da Daniela, respondendo $n+5$, ao invés de $5n$, na segunda alínea desta questão.

Na quinta pergunta, a Margarida apresentou, à semelhança da modalidade pré, respostas corretas em todas as alíneas. No caso da Daniela, verificaram-se algumas alterações.

Na primeira alínea desta questão, na modalidade pré, a Daniela havia desenhado incorretamente o robô pedido. Na modalidade pós, respondeu corretamente, conforme evidenciado na figura seguinte.

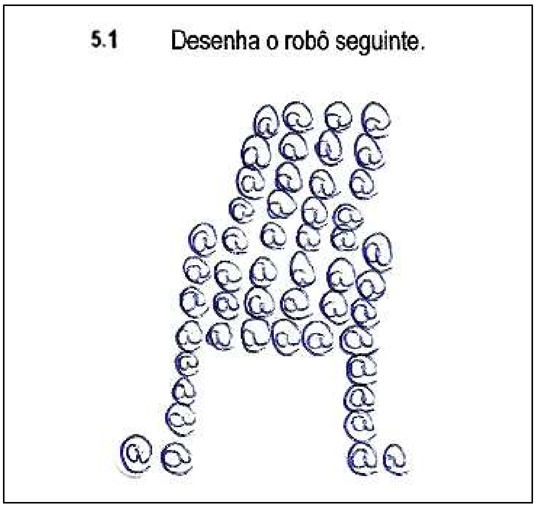


Fig. 331 – Resposta da Daniela à primeira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na segunda alínea da mesma questão, a Daniela respondeu 162 arrobas e apresentou, na justificação, a expressão numérica ilustrada na figura 332. Recorde-se que, na modalidade pré, a aluna não respondeu a esta alínea.

5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

$8 \times 8 + 10 \times 8 + 8 \times 2 + 2 \times 1 = 162$

Fig. 332 – Resposta da Daniela à segunda alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Na terceira alínea, a aluna apresentou uma resposta correta, conforme evidenciado na figura 333. Sublinhe-se que, na modalidade pré, a Daniela havia deixado, igualmente, esta alínea em branco.

5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

$n \times n + 2 + n + n \times 2 + 1 \times n + n \times n$

Fig. 333 – Resposta da Daniela à terceira alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

Apenas na última alínea da quinta questão, a Daniela respondeu incorretamente (figura 334), tal como havia sucedido na modalidade pré.

5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

Será o 13º, porque o 8 terá 162 e ao aumentar o 13º terá 242.

Fig. 334 – Resposta da Daniela à quarta alínea da quinta questão do Teste (modalidade pós)

A Margarida inventou, na sexta questão, uma nova sequência de desenhos que, à semelhança da modalidade pré, obedecia às condições do enunciado e onde eram visíveis as duas componentes já mencionadas, conforme ilustrado na figura seguinte.

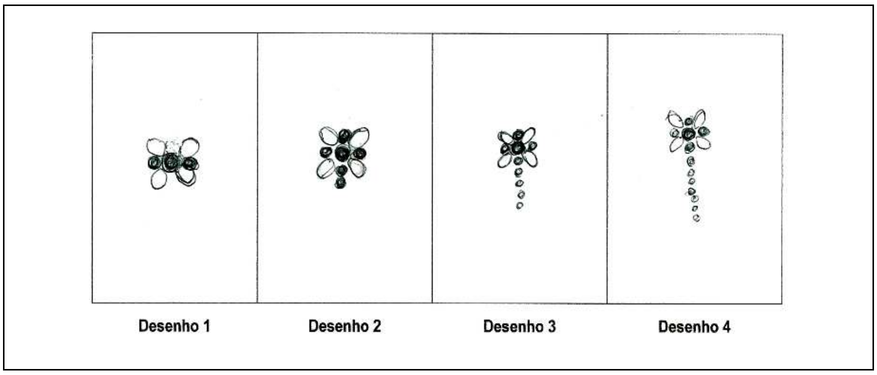


Fig. 335 – Resposta da Margarida à sexta questão do Teste (modalidade pós)

Trata-se de uma configuração visual não geométrica que apresenta simetria.

A sequência de desenhos apresentada pela Daniela no Teste, modalidade pós, foi bastante diferente da apresentada na modalidade pré. Embora não seja percetível a existência das duas componentes já mencionadas, verificou-se que a aluna pintou sete retângulos no desenho 1, dez no desenho 2, treze no desenho 3 e dezasseis no desenho 4. Tal estratégia indicia que terá substituído, na expressão algébrica $3n+4$, o valor de n por 1, 2, 3 e 4 e adequou o número de retângulos pintados, na vertical, ao respetivo resultado obtido (figura 336).

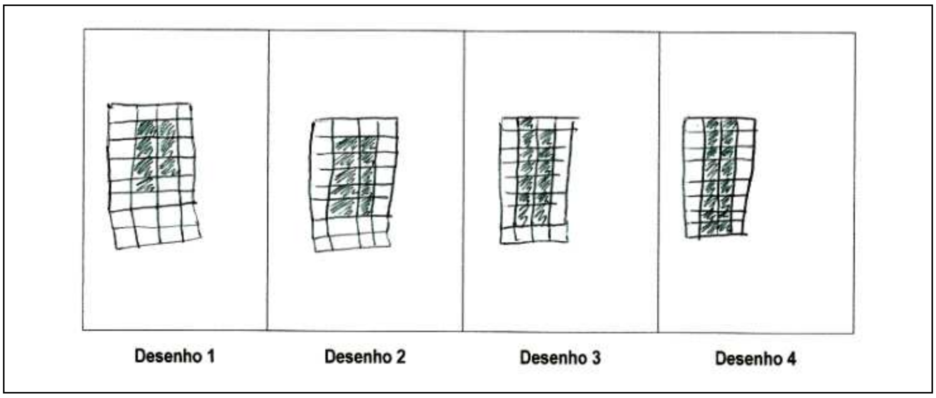


Fig. 336 – Resposta da Daniela à sexta questão do Teste (modalidade pós)

Em termos de raciocínio, a Margarida e a Daniela revelaram algumas melhorias, menos notórias no caso da Daniela.

CAPÍTULO V – CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo organiza-se em duas secções. Na primeira, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho, organizadas de acordo com os objetivos de investigação. Na segunda secção, tecem-se algumas considerações finais e apresentam-se sugestões para futuras investigações.

Recorde-se que, com a realização deste estudo, procurou-se conhecer as representações de alunos do 8º ano de escolaridade sobre criatividade e avaliar o impacto da implementação de uma sequência didática na Unidade "Sequências e regularidades" operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais e envolvendo a sua resolução efetiva pelos alunos e o confronto, discussão e avaliação de várias soluções apresentadas, no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional. Neste sentido, foi analisado o trabalho desenvolvido por uma turma deste nível de ensino e, em particular, por três pares de alunos da referida turma.

O método adotado foi de natureza qualitativa, focado num estudo de caso com uma certa dimensão exploratória, principalmente no que diz respeito à criatividade, e desenvolvido num contexto próximo da lógica de investigação-ação.

Na recolha de dados, foram utilizadas as técnicas de análise documental, inquirição e observação direta.

A intervenção didática envolveu a exploração de uma sequência de tarefas construída tendo por base uma hipotética trajetória de aprendizagem, seguindo a proposta previamente validada e apresentada em Vale et al. (2011). Antes da exploração da sequência de tarefas e cerca de dois meses após a mesma, os alunos realizaram um Teste.

1. Principais conclusões

Nesta secção, são apresentadas as principais conclusões deste trabalho. Para tal, é feita uma síntese dos aspetos mais relevantes identificados nos três pares de alunos caso, focando, sempre que se considerar pertinente, alguns resultados referentes à turma em questão.

Criatividade

As representações dos alunos acerca da criatividade sofreram algumas alterações ao longo do estudo.

Inicialmente, de acordo com as respostas apresentadas no Questionário Inicial (anexo 1), o conceito de criatividade do Gonçalo, da Joana, do António, da Margarida e da Daniela envolvia, principalmente, a criação de algo novo, diferente do normal e original. Tal visão coincide com a que se encontra na literatura (Sternberg & Lubart, 1999; Alencar & Fleith, 2003a; Fleith & Alencar, 2005). Posteriormente, no Questionário Final (anexo 13), além de referirem a criação de algo novo, original e invulgar, estes alunos acrescentaram a ideia de complexidade associada à criatividade, coincidente com o ponto de vista de Meissner (2011), ideia essa que já se havia tornado percetível nas respostas apresentadas nas Escalas de criatividade, provavelmente atendendo às estratégias desconstrutivas (Rivera & Becker, 2008) que se foram apresentando. Incongruentemente, por outro lado, sob o ponto de vista do Manuel, e contrariando a literatura (Meissner, 2011), a simplicidade é uma característica reveladora de maior criatividade. Na sua opinião, a utilização de raciocínios simples era a melhor estratégia na resolução de problemas. Não considerava relevante a utilização de métodos muito elaborados, ou complexos, se um método mais simples resolvesse igualmente o problema.

Também se verificou que, numa fase inicial, apenas o Gonçalo e a Margarida eram da opinião que era possível ser-se criativo em todas as disciplinas. Os restantes quatro pensavam que tal era possível apenas em disciplinas ligadas às artes, o que não será de estranhar visto que, de acordo com Boavida (s/d), a criatividade não é, tradicionalmente, associada à Matemática, embora o seja à Arte ou à Literatura. No final do estudo, o Manuel e a Joana já partilhavam da opinião do Gonçalo e da Margarida considerando que tal era possível em todas as disciplinas; o António apenas excluiu essa hipótese no caso da disciplina de Português e a Daniela incluiu a Matemática no conjunto de disciplinas que havia considerado inicialmente. O facto de todos estes alunos considerarem ser possível ser-se criativo em Matemática vai ao encontro da ideia defendida por Barbeau & Taylor (2005) de que a Matemática é uma disciplina criativa.

Todos estes alunos se consideravam criativos, à exceção do António que revelou não ter opinião, possivelmente devido à sua baixa autoestima, embora, inicialmente, também o

Gonçalo revelasse não ter opinião, e defendiam que tanto o professor de Matemática como o aluno podem ser criativos: o professor, ao utilizar métodos de ensino originais e o aluno, ao apresentar diferentes resoluções para um mesmo problema. Este ponto de vista está em consonância com o de Gontijo (2007: 37) que defende que a "capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema" está relacionada com a criatividade.

De acordo com Levenson (2011), a criatividade pode ser construída coletivamente, o que contribui para o desenvolvimento da mesma a nível individual. Neste estudo, verificou-se que todos os alunos caso concordaram com a afirmação "*A criatividade pode ser construída coletivamente*", o que vai ao encontro da convicção da autora mencionada. Apenas a Joana havia discordado da referida afirmação, no Questionário Inicial.

Os seis alunos reconheceram que a criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola mas que, ainda assim, esta cerceia a criatividade dos mesmos, tal como Robinson & Aronica (2009) haviam já salientado. Sublinhe-se que, no Questionário Final, apenas o Gonçalo discordou da afirmação "*A escola cerceia a criatividade dos alunos*".

A possibilidade de avaliar a criatividade dos alunos não reuniu consenso: o Manuel, a Margarida e a Daniela concordaram e os restantes discordaram. Esta divisão nas opiniões reforça a convicção de Morais (2011) acerca de quão delicada é a questão da avaliação da criatividade.

O mesmo não se verificou com as afirmações *"Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo"*, "*Em Matemática não se pode ser muito criativo, é 'aquilo e aquilo mesmo'*", "*A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes*" e "*Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos*". No Questionário Final, todos os alunos discordaram das duas primeiras e concordaram com as duas últimas. Sublinhe-se que, ao invés do que sucedeu neste Questionário, no Inicial a Joana e o António concordaram com as duas primeiras; a Daniela, tal como os dois alunos já mencionados, concordou com a segunda e apenas o Gonçalo e a Margarida concordaram com a terceira. A última afirmação reuniu consenso em ambos os Questionários.

De acordo com Mann (2005), o interesse dos alunos em Matemática diminui à medida que eles progridem nos diversos ciclos de ensino. Assim, é imperioso que os professores de Matemática ensinem de uma forma criativa, utilizando abordagens imaginativas (Morris,

2006) e tornem o ensino mais motivador e interessante através da exploração de tarefas matematicamente ricas e produtivas (Ponte, 2005), diversificadas e significativas (Doyle, 2007; Stein & Smith, 2009). As opiniões consensuais dos alunos relativamente à afirmação "*Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos*", em ambos os Questionários, tornam evidente que aqueles se apercebem desta necessidade.

A sequência didática implementada permitiu aos alunos utilizar diferentes estratégias de contagem que evoluíram de construtivas para desconstrutivas (Rivera & Becker, 2008); descobrir diferentes modos de 'ver' em sequências e problemas; dar sentido a expressões numéricas relacionando-as com a representação visual e ter sucesso na análise, reconhecimento, representação e generalização de padrões, utilizando estratégias de tipo construtivo e desconstrutivo, em tarefas de natureza exploratória em contextos figurativos, de acordo com a proposta previamente validada e apresentada em Vale et al. (2011). Nas representações visuais apresentadas pelos alunos, foram notórias a simetria (Orton & Orton, 1999), presente na esmagadora maioria daquelas; as configurações geométricas (Devlin, 2002) triangulares, retangulares (propriamente ditas), quadrangulares, trapezoidais, pentagonais e hexagonais não regulares e as leituras horizontais, verticais, oblíquas e mistas.

Em termos de fluência, pode afirmar-se que nos seis alunos se verificou uma melhoria visto que, na segunda questão da modalidade pós do Teste (anexo 2), todos eles indicaram um maior número de modos de contagem diferentes comparativamente com a mesma questão, na modalidade pré. O Manuel indicou, na modalidade pós, vinte e sete modos de contagem diferentes, mais doze do que na modalidade pré; o Gonçalo e a Joana apresentaram trinta e oito, mais vinte e quatro e mais vinte, respetivamente, do que na modalidade pré; o António indicou trinta e um, mais vinte do que na modalidade pré; a Margarida apresentou trinta e nove, mais vinte e quatro do que na modalidade pré e a Daniela indicou vinte e um, mais dez do que na modalidade pré. É de salientar que, nesta questão da modalidade pós, os vinte e cinco alunos da turma apresentaram um total de quarenta e sete modos de contagem diferentes, mais vinte e nove do que na modalidade pré.

Também em questões homólogas das Tarefas 1 e 2 (anexos 3 e 5) se verificou um aumento da fluência. Na primeira questão da Tarefa 1, o par Manuel e Gonçalo indicou um total de nove modos de contagem diferentes; o par Joana e António apresentou onze e o par Margarida e Daniela, sete. Na primeira questão da Tarefa 2, o primeiro par indicou treze modos de contagem diferentes, o segundo par, dezoito e o terceiro, doze. Já na segunda parte da segunda questão da Tarefa 1, os pares Manuel e Gonçalo e Margarida e Daniela indicaram seis modos de 'ver' diferentes e o par Joana e António, nove. É de salientar que, na primeira questão da Tarefa 1, os vinte e cinco alunos da turma apresentaram um total de onze modos de contagem diferentes e, na primeira questão da Tarefa 2, apresentaram dezoito. Já na segunda parte da segunda questão da Tarefa 1, os vinte e cinco alunos indicaram nove modos de 'ver' diferentes e, na questão homóloga da Tarefa 2, vinte e dois.

Quanto à flexibilidade, verificou-se um aumento no número de categorias de respostas apresentadas pelos vinte e cinco alunos da turma. Inicialmente, na segunda questão do Teste (modalidade pré), a maioria das suas resoluções enquadrava-se numa categoria de resposta construtiva: identificação de conjuntos de símbolos disjuntos que, conjugados, formavam a figura inicial. Posteriormente, as resoluções da segunda questão do Teste (modalidade pós), enquadravam-se também numa categoria de resposta desconstrutiva: sobreposição de símbolos e posterior subtração de elementos contados mais do que uma vez e completamento, na figura dada, de eventuais espaços em branco com símbolos iguais aos que a constituíam, para facilitar a contagem do número total de símbolos e subtrair, posteriormente, os símbolos acrescentados. Relativamente aos três pares de alunos caso, verificou-se o seguinte: o Manuel e a Daniela indicaram, em ambas as modalidades, uma categoria de resposta construtiva; o Gonçalo, o António e a Margarida, construtiva, na modalidade pré e construtiva e desconstrutiva, na modalidade pós e a Joana, construtiva e desconstrutiva, em ambas as modalidades.

No que concerne à originalidade, constatou-se que também esta registou um aumento, visto que na modalidade pós do Teste, em questões homólogas às da modalidade pré, houve um aumento no número de respostas apresentadas por um menor número de alunos. Também se verificou que a estratégia do tipo desconstrutivo passou a ser utilizada por um maior número de alunos. Para tal terá contribuído a exploração da sequência didática, sobretudo o confronto das diferentes resoluções das Tarefas apresentadas pelos pares de alunos.

No caso do Manuel, na segunda questão do Teste (modalidade pré), verificou-se que um dos modos de contagem por ele apresentado foi também indicado por apenas outros três alunos e um outro foi indicado por apenas mais dois alunos. Na modalidade pós do Teste e na mesma questão, verificou-se que um dos modos de contagem apresentado pelo Manuel foi indicado por apenas outros quatro alunos. No caso do Gonçalo, verificou-se que, na modalidade pré, um dos modos de contagem por ele apresentado foi também indicado por apenas outros três alunos e, na modalidade pós, um dos modos de contagem por ele indicado o foi também por apenas outros dois alunos, o António e a Joana. Já a Joana apresentou, na modalidade pré, três modos de contagem que mais nenhum aluno indicou. Na modalidade pós, a aluna apresentou um modo de contagem que nenhum outro aluno indicou e outros dois modos de contagem por ela apresentados foram-no também por apenas outros dois alunos, o Gonçalo e o António. Ao António e à Margarida sucedeu algo semelhante. Um dos modos de contagem por ele indicado, na modalidade pós, foi também apresentado por apenas outros dois colegas, o Gonçalo e a Joana. No caso da Margarida, verificou-se a mesma situação mas na modalidade pré, isto é, um dos modos de contagem por ela apresentado foi indicado por apenas outros dois colegas, o Manuel e a Joana. Na modalidade pós, um dos modos de contagem por ela apresentado foi também indicado por apenas mais três dos seus colegas.

Face ao exposto, pode concluir-se que se verificou uma melhoria nas três dimensões de criatividade: fluência, flexibilidade e originalidade (Silver, 1997; Conway, 1999), menos relevante no caso da Daniela.

Destaque-se, no caso do par Manuel e Gonçalo, um pormenor de elaboração (Alencar, 1990; Silver, 1997; Leikin, 2009b; Adams & Hamm, 2010). Na Tarefa 6 (anexo 10), à semelhança dos restantes pares de alunos, este par inventou uma sequência de desenhos que correspondiam a termos consecutivos de um padrão, dada a lei de formação. No entanto, acrescentou um detalhe aos símbolos utilizados nos desenhos. Os símbolos utilizados foram ‘smiles’ tristes no caso dos elementos que se mantinham inalterados e ‘smiles’ contentes na componente que variava. Na última questão do Teste, solicita-se, igualmente, uma sequência de desenhos que correspondam a termos consecutivos de um padrão, dada a lei de formação. Sublinhe-se que apenas o Gonçalo, na modalidade pós, apresentou uma sequência de desenhos com o mesmo pormenor de elaboração.

Raciocínio

De acordo com Warren (2000), Barbosa (2010) e Tanisli (2011), os alunos manifestam muita dificuldade em raciocinar funcionalmente e estes três pares não foram exceção. As resoluções por eles apresentadas na modalidade pré do Teste tornaram evidentes as dificuldades a esse nível. No entanto, a forma como foi explorada a sequência didática e a apresentação e discussão das resoluções das questões propostas nas Tarefas contribuíram para que o raciocínio funcional dos alunos fosse melhorando progressivamente.

Na exploração da terceira Tarefa (anexo 7), verificou-se que os pares Joana e António e Margarida e Daniela utilizaram raciocínio ora recursivo ora funcional, com incidência no recursivo no caso do par Margarida e Daniela. Já na exploração da Tarefa 4 (anexo 8), o raciocínio utilizado pelos três pares de alunos foi funcional.

A análise comparativa das questões do Teste (modalidades pré e pós), sobretudo das quarta, quinta e sexta questões, permitiu concluir que os seis alunos evidenciaram uma melhoria ao nível do raciocínio funcional, mais notória no caso do António e menos relevante no caso da Daniela. Na modalidade pré do Teste, estes alunos deixaram várias alíneas destas questões por responder e erraram a maioria daquelas em que apresentaram resposta. No pós Teste, não deixaram qualquer alínea por responder e, no caso do António, apenas duas foram respondidas de forma incorreta. Sublinhe-se que, na segunda alínea da quinta questão, ambos raciocinaram funcionalmente. É de referir que o conjunto dos vinte e cinco alunos evidenciou uma relevante evolução no desempenho ao nível do raciocínio funcional.

Estes resultados vão ao encontro da convicção de autores (e.g. Blanton & Kaput, 2004; Warren & Cooper, 2008; Vale et al., 2011) de que encontrar formas de *ver* arranjos visuais ajuda a desenvolver o raciocínio funcional.

Assim, pode concluir-se que o impacto da implementação da sequência didática na Unidade “Sequências e regularidades” operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais e envolvendo a sua resolução efetiva pelos alunos e o confronto, discussão e avaliação de várias soluções apresentadas foi muito positivo no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional.

2. Considerações finais

Este estudo trouxe mais valias, designadamente, no que diz respeito ao conhecimento sobre as representações dos alunos acerca da criatividade, permitindo verificar que estas nem sempre estão de acordo com a literatura. No entanto, torna-se importante efetuar mais estudos e mais aprofundados sobre as representações dos alunos para que a escola, na posse dessa informação, quer por via da formação inicial, quer contínua quer pós-graduada, possa agir em conformidade.

É importante destacar o facto de a sequência didática implementada ter promovido o desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional. Pode considerar-se, assim, um referente no processo de ensino e de aprendizagem da álgebra e, por isso, tal sequência deveria passar a integrar programas de formação inicial, contínua e/ou pós-graduada. De acordo com Ponte (2009), quando se trata de trabalho com padrões e regularidades no ensino da Matemática, é incontornável pensar na formação de professores cujo objetivo deverá ser proporcionar ao professor um crescimento nos seus conhecimentos, compreensões, capacidades e modos de atuar, atendendo às características dos seus alunos.

O presente estudo foi realizado no contexto algébrico, na Unidade didática "Sequências e regularidades". No que diz respeito à criatividade, seria importante proceder a uma abordagem semelhante mas noutras áreas temáticas, por exemplo, Geometria. E verificar até que ponto o confronto de resoluções das várias tarefas propostas nessas áreas/tópicos poderá, por um lado, provocar um acréscimo de fluência e de flexibilidade mas, por outro, comprometer a originalidade.

Por outro lado, os alunos que foram alvo de estudo eram de nacionalidade portuguesa e nenhum deles apresentava necessidades educativas especiais. Seria interessante verificar em que medida haveria diferenças, sobretudo nas representações acerca da criatividade, se o estudo fosse desenvolvido com alunos de etnia cigana; alunos de países de leste europeu; chineses; de países africanos de língua oficial portuguesa ou, ainda, com alunos com necessidades educativas especiais que, cada vez mais, convivem os espaços formativos em Portugal.

BIBLIOGRAFIA

Adams, D. & Hamm, M. (2010). *Demistify Math, Science and Technology: Creativity, Innovation, and Problem Solving*. UK: Rowman & Littlefield Education.

Alencar, E. (1990). *Como desenvolver o potencial criador: um guia para a liberação da criatividade em sala de aula*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1990.

Alencar, E. (2007). Criatividade no contexto educacional: três décadas de pesquisa. *Psicologia: Teoria e Pesquisa,* 23 (n. especial), 45-49.

Alencar, E. & Fleith, D. (2003a). *Criatividade: múltiplas perspetivas (2ª ed.)*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.

Alencar, E. & Fleith, D. (2003b). Contribuições teóricas recentes ao estudo da criatividade. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 19(1), 1-8.

Alencar, E. & Fleith, D. (2008). Barreiras à promoção da criatividade no ensino fundamental. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 24(1), 59-66.

Almeida, M. (2010). *Web 2.0 e Padrões na aprendizagem da matemática*. Dissertação de mestrado: Universidade de Aveiro.

Amabile, T. (1989). *Growing up Creative: nurturing a lifetime of creativity*. New York: Crown Publishers.

Amabile, T. (1995). Attributions of creativity: What are the consequences? *Creativity Research Journal*, 8, 423-426.

Amabile, T. (1996). *Creativity in context*. Boulder, Colorado: Westview Press.

Amit, M. & Neria, D. (2008). "Rising the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 111-129.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 215-241.

Arcavi, A. (2006). El desarrolo y el uso del sentido de los símbolos. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 29-48). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Arends, R. (1995). *Aprender a Ensinar*. Lisboa: McGraw-Hill.

Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD). (2009). *21st century skills [Videorecording]: Promoting creativity and innovation in the classroom*. Alexandria, VA: ASCD.

Azevedo, I., Morais, M. F. & Braga, A. (2008). *Criatividade em alunos do ensino básico: que confronto com a percepção dos seus professores?* (Disponível em https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/19379/1/2.3_comunicacao_criatividade2008.pdf. Acesso em: 19 de julho de 2012.)

Barbeau, E. & Taylor, P. (2005). Challenging mathematics in and beyond the classroom. Discussion document of the ICMI Study 16. (Disponível em http://www.amt.edu.au/icmis16.html. Acesso em: 11 de janeiro de 2012.)

Barbosa, A. (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico*. Tese de doutoramento. Braga: Universidade do Minho.

Barbosa, A. (2011). Developing students' flexibility on pattern generalization. Em M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramana, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*, 1, 18-24.

Barbosa, E. (2007). *A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade*. Dissertação de mestrado: Universidade de Évora. Colecção Teses: Associação de Professores de Matemática.

Barbosa, L., Borralho, A., Cabrita, I., Fonseca, L., Pimentel, T. & Vale, I. (2008). Padrões no Currículo de Matemática: Presente e Futuro. Em R. Luengo, B. Alfonso, M. Camalho e B. Nieto (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* (pp. 477-493). Badajoz: SEEM e SEIEM.

Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Bassey, M. (1999). *Case Study Research in Educational Settings*. Buckingham: Open University Press.

Billings, E., Tiedt, T. & Slater, L. (2007). Algebraic thinking and pictorial growth patterns. *Teaching Children Mathematics, 14*(5), 302-308.

Blanton, M. & Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M. Jonsen Hoines & A. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the *28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, pp. 135-142). Oslo: PME.

Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.

Boavida, A. (s/d). Ensinar a raciocinar, aprender a criar: Duas faces da mesma moeda. (Documento policopiado apresentado no evento *Matemática e criatividade no pré-escolar e no 1º CEB: práticas de referência*, realizado na Universidade de Aveiro, nos dias 29 e 30 de junho de 2012.)

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Borralho, A. & Barbosa, E. (2009). Exploração de Padrões e Pensamento Algébrico. Em I. Vale & A. Barbosa (Orgs), *Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática* (pp. 59 – 68). Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Projecto Padrões.

Branco, M. (2009). *A criatividade e sua influência na educação física expressa através da construção de brinquedos*. (Disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1925-8.pdf. Acesso em: 4 de janeiro de 2012.)

Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Tese de mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I. e Serrazina, L. (2006). Números e álgebra: desenvolvimento curricular. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 65-92). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Brunkalla, K. (2009). How to increase mathematical creativity – an experiment. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Vol. 6, nos. 1 & 2, 257-266.

Cabrita, I., Pinheiro, L., Pinheiro, J. e Sousa, O. (2008). *Novas trajectórias em matemática*. Aveiro: Universidade de Aveiro.

Clement, L. (2004). A model for understanding, using and connecting representations. *Teaching Children Mathematics, 11, 97-102.*

Conway, K. (1999). Assessing open-ended problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *4*, 8, 510-514.

Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.

Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. & Vieira, S. (2009). Investigação-acção: metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia, Educação e Cultura*, Vol. XIII, Nº 2, 455-479.

Cropley, A. (2003). *Creativity in education and learning: A guide for teachers and educators*. London: Kogan Page.

Csikszentmihalyi, M. (1996). *Creativity*. New York: HarperCollins.

Csikszentmihalyi, M. (1999). Implications of a systems perspective for the study of creativity. Em Robert J. Sternberg (Org.), *Handbook of creativity* (pp. 313-335). New York: Cambridge University Press.

Davis, P. & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA:SAGE Publications, Inc.

Devlin, K. (1998). *Life by the numbers*. NY: Jonh Wiley & Sons, Inc.

Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.

Dorfler, W. (2008). En route from patterns to algebra: comments and reflections. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40, 143-160.

Doyle, K. (2007). The teacher, the tasks: Their role in students' mathematical literacy. Em J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Research Group of Australasia*, 1, 246-254.

English, L. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217.

English, L. & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21st century. Em B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education: seeking new frontiers* (pp. 263-285). Advances in Mathematics Education, Series: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

English, L. & Warren, E. (1995). General reasoning processes and elementary algebraic understanding: Implications for instruction. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 17(4), 1-19.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. Em D. Tall (Eds.), *Advanced mathematical thinking* (pp.42-53). Dordrecht: Kluwer.

Fleith, D. & Alencar, E. (2005). Escala sobre o clima para criatividade em sala de aula. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 21(1), 85-91.

Fonseca, L. (2009). Comunicação matemática na sala de aula. *Educação e Matemática, 103*, 2-6.

Gontijo, C. H. (2007). *Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio*. Tese de doutoramento. Brasília: Universidade de Brasília. (Disponível em http://repositorio.bce.unb.br/handle/10482/2528. Acesso em: 03 de novembro de 2011.)

Guerra, I. (2006). *Pesquisa qualitativa e Análise de Conteúdo: sentidos e formas de uso*. Cascais: Princípia.

Guilford, J.P. (1967). *The nature of human intelligence*. McGraw-Hill: New York.

Guilford, J. P. (1968). *Intelligence, creativity and their educational implications*. R. R. Knapp: San Diego, California.

Harel, G. & Showder, L. (2005). Advanced mathematical-thinking at any age: Its nature and development. *Mathematical Thinking and Learning*, 7, 27-50.

Hashimoto, Y. (1997). The methods of fostering creativity through mathematical problem solving. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 3*, 86-87.

Haylock, D. (1997). Recognizing mathematical creativity in school children. *International Reviews on Mathematical Education*, 29(3), 68-74.

Herbert, K. & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, February, 1997, 340-345.

Hiebert, J., Morris, A., Berk, D. & Jansen, A. (2007). Preparing Teachers to Learn from Teaching. *Journal of Teaching Education*, 58, 1, 47-61.

Holton, D., Cheung, K., Kesianye, S., Losada, M., Leikin, R., Makrides, G., Meissner, H., Sheffield, L. & Yeap, B. (2009). Teacher development and mathematical challenge. Em Edward J. Barbeau and Peter J. Taylor (Eds.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study* (pp. 205-242). New York: Springer.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. Em E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? Em J.J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates/Taylor & Francis Group.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D. & Christou, C. (in press). Does mathematical creativity differentiate mathematical ability? *Proceedings of CERME 7, February 2011*. University of Rzesków, Poland.

Kwon, O., Park, J. & Park, J. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review, 7(1), 51-61.*

Krutetskii, V. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press.

Lannin, J. (2004). Developing mathematical power by using explicit and recursive reasoning. *Mathematics teacher*, 98(4), 216-223.

Lannin, J. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231-258.

Lannin, J., Barker, D. & Townsend, B. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 299-317.

Lee, L. & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(9), 428-433.

Leikin, R. (2009a). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. Em R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*. (pp. 129-145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Leikin, R. (2009b). Multiple proof tasks: Teacher practice and teacher education. In the *Proceedings of ICMI Study-19: Proofs and proving*.

Lenchner, G. (2005). *Creative Problem Solving in School Mathematics*. A Handbook for Teachers, Parents, Students, And Other Interested People (2nd Edition). NY 11710: Mathematical Olympiads for Elementary and Middle Schools, Inc.

Leung, S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 3,* 81-85.

Levenson, E. (2011). Mathematical creativity in elementary school: is it individual or collective? *Proceedings of CERME 7*, Feb. 2011. University of Rzesków, Poland.

Liljedahl, P. (2004). Repeating pattern or number pattern: The distinction is blurred. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(3), 24-42.

Liljedahl, P. & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For The Learning of Mathematics*, 26(1), 17-19.

Lithner, J. (2006). *A framework for analyzing creative and imitative mathematical reasoning*. (Disponível em http://snovit.math.umu.se/forskning/Didaktik/Rapportserien/060705B4D2.pdf. Acesso em: 30 de junho de 2012.)

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.

Magro, M. F.; Fidalgo, F. & Louçano, P. (2010). *Pi (Volume 1)*. Porto: ASA.

Makiewicz, M. (2004). *The role of photography in developing mathematical creativity in students at elementary and practical levels*. University of Szczecin, Institute of Mathematics, Szczecin, Poland. (Disponível em www.icme-organisers.dk/tsg15/Makiewicz.pdf. Acesso em: 03 de novembro de 2011.)

Mann, E. (2005). *Mathematical creativity and school Mathematics: Indicators of mathematical creativity in middle schools students*. Tese de doutoramento. Connecticut, USA: University of Connecticut.

Mann, E. (2006). Creativity: The Essence of Mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), 236-260.

Mann, E. (2010). *The Creative Side of Mathematics: Beyond Rules, Rhymes, and 'Rithmetic*. Understanding Our Gifted, Winter 2010.

Matos, A. (2007). *Explorando relações funcionais no 8º ano: Um estudo sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico*. Tese de mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.

Matos, J. (2004). *Investigação-acção*. (Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/mestrados/ucp/investigacao%20accao.ppt. Acesso em: 18 de dezembro de 2011.)

Matos, J. F. & Carreira, S. P. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática – Problemas actuais. *Quadrante, 3*(1), 19-53.

Martins, V. (2000). *Para uma pedagogia da criatividade*. Propostas de trabalho. Porto: ASA

Martínez, A. (2006). Criatividade no trabalho pedagógico e criatividade na aprendizagem: uma relação necessária? Em Maria Carmen V. R. Tacca (Org.), *Aprendizagem e trabalho pedagógico* (pp. 69-94). Campinas: Alínea.

Martinez, M. & Brizuela, B. (2006). A third grader's way of thinking about linear function tables. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 285-298.

Matsko, V. (2011). On mathematical creativity. Em M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramana, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*, 1, 139-142.

Meissner, H. (2011). Challenges to further creativity in mathematics learning. Em M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramana, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*, 1, 143-148.

Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Lisboa: ME/DEB.

Morais, M. F. (2011). *Criatividade: desafios ao conceito*. (Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/15332/1/congresso%20inova%c3%a7%c3%a3o2011.pdf. Acesso em: 19 de julho de 2012.)

Morais, M. F. & Azevedo, I. (2011). *What is a creative teacher and what is a creative pupil? Perceptions of teachers.* (Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/14863/1/elsevier%202011.pdf. Acesso em: 19 de julho de 2012.)

Morris, W. (2006). *Creativity – its place in education.* (Disponível em http://jpb.com/creative/Creativity_in_Education.pdf. Acesso em: 30 de dezembro de 2011.)

Moyer-Packenham, P. (2005). Using virtual manipulatives to investigate patterns and generate rules in algebra. *Teaching Children Mathematics*, 11(8), 437-444.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston: NCTM. [Tradução portuguesa: Normas Profissionais para o Ensino da Matemática. Lisboa, APM, 1998.]

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principals and Standards for School Mathematics. Reston: NCTM. [Tradução portuguesa: Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa, APM, 2007.]

Neri de Souza, F., Costa, A. P. & Moreira, A. (2011). *Análise de Dados Qualitativos Suportada pelo Software WebQDA.* Comunicação apresentada na VII Conferência Internacional de TIC na Educação: Perspetivas de Inovação (CHALLANGES2011), Universidade do Minho.

Oliveira, Z. (2010). Alguns instrumentos para se medir a criatividade. *Avaliação Psicológica*, 9(3), 495-497.

Orton, A. (1999). *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. London: Cassel.

Orton, A. & Orton, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. Em A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-124). Londres: Cassel.

Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico.* Lisboa: Lidel.

Pehkonen, E. (1997). The State-of-Art in Mathematical Creativity, *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 29,* 3, 63-67.

Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Polya, G. (1994). *A arte de resolver problemas: um novo aspeto do método matemático*. Tradução e adaptação Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2006a). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.

Ponte, J. P. (2006b). Números e álgebra no currículo escolar. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem* *da matemática e na formação de professores* (pp. 5-27). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos. *Educação e Matemática*, *100*, 89-96.

Ponte, J. P., Branco, N., e Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC.

Ponte, J. P. (2009). Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores. Em I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education* (pp. 169-175). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação.

Powell, A., Borge, I., Fioriti, G., Kondratieva, M., Koublanova, E. & Sukthankar, N. (2009). Challenging Tasks and Mathematical Learning. In Edward J. Barbeau and Peter J. Taylor (Eds.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study* (pp. 133-170). New York: Springer.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. Em S. Alatorre, J. Cortina, M. Sáiz & A. Mendez (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 83-96.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica da la Matemática*, 4(2), 37-62.

Rivera, F. (2007). Visualizing as a mathematical way of knowing: understanding figural generalization. *Mathematics Teacher*, 101(1), 69-75.

Rivera, F. (2008). On the pitfalls of abduction: complicities and complexities in patterning activity. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 17-25.

Rivera, F. (2009). Visuoalphanumeric mechanisms that support pattern generalization. Em I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education* (pp. 123-136). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação.

Rivera, F. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 297-328.

Rivera, F. & Becker, J. (2005). Teacher to teacher: figural and numerical modes of generalizing in algebra. *Mathematics Teaching in the Middle School, 11(4)*, 198-203.

Rivera, F. & Becker, J. (2007). Abduction-induction (generalization) processes of elementary majors on figural patterns in algebra. *Journal of Mathematical Behaviour*, 26(2), 140-155.

Rivera, F. & Becker, J. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear and figural patterns. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40(1), 65-82.

Rivera, F. & Becker, J. (2009a). Algebraic Reasoning Through Patterns. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(4), 212-221.

Rivera, F. & Becker, J. (2009b). Formation of generalization in patterning activity. Em J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Advances in mathematics education*. Netherlands: Springer. In press.

Robinson, K. (2011). *Out of Our Minds: Learning to be Creative*. UK: Capstone/Wiley.

Robinson, K. & Aronica, L. (2009). *The element: How finding your passion changes everything*. New York, NY: Penguin.

Runco, M. (2008). Creativity and education. *New Horizons in Education*, 56(1), 96-104.

Santos, E.; Morais, C. & Paiva, J. (2004). *Formação de Professores para a Integração das TIC no Ensino da Matemática – Um Estudo na Região Autónoma da Madeira*. 6º Simpósio Internacional de Informática Educativa, Cáceres.

Sheffield, L. (2005). *Using creativity techniques to add depth and complexity to the mathematics curricula*. (Disponível em http://euler.math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym1/EARCOME3_Sheffield_Linda_Sym1.doc. Acesso em: 31 de julho de 2012.)

Sheffield, L. (2009). Developing mathematical creativity – Questions may be the answer. Em R. Leikin, A. Berman and B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and the education of gifted students* (pp. 87-100). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Silver, E. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14(1)*, 19-28.

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 3*, 75-80.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(2), 114-145.

Smith, M. & Stein, M. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 344-350.

Smith, M., Hughes, E., Engle, R. & Stein, M. K. (2009). Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(9), 548-556.

Sousa, M. A. (1998). *Projectos na vida de um professor*. Porto: Porto Editora.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator*, 14(1), 19-34.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 20-36.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.

Stake, R. (2007). *A arte da investigação com Estudos de Caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Steele, D. (2008). Seventh-grade students' representations for pictorial growth and change problems. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40, 97-110.

Steen, L. (1988). The Science of Patterns. *Science*, 240, 611-616.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (2009). Tarefas Matemáticas como quadro para reflexão. *Educação e Matemática*, *105,* 22-28.

Sternberg, R. (1988). A three-facet model of creativity. Em R. J. Sternberg (Org.), *The nature of creativity. Contemporary psychological perspectives* (pp. 125-147). Cambridge: Cambridge University Press.

Sternberg, R. (1999). *Handbook of Creativity*. New York: Cambridge University Press.

Sternberg, R. (2003). The development of creativity as a decision-making process. Em R. K. Sawyer, V. John-Steiner, S. Moran, R. J. Sternberg, D. H. Feldman, J. Nakamura & M. Csikszentmihalyi (Orgs.), *Creativity and development* (pp. 91-138). New York: Oxford University Press.

Sternberg, R. (2007). *Wisdom, intelligence and creativity synthesized*. New York: Cambridge University Press.

Sternberg, R. & Lubart, T. (1996). Investing in creativity. *American Psychologist*, 51, 677-688.

Sternberg, R. & Lubart, T. (1999). The concept of creativity: Prospects and paradigms. Em R. J. Sternberg (Org.), *Handbook of Creativity* (pp. 3-15). New York: Cambridge University Press.

Sternberg, R. & Williams, W. (1999). *Como desenvolver a criatividade do aluno*. Cadernos do CRIAP. ASA Editores.

Strauss, A. & Corbin, J. (2008). *Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada*. Porto Alegre: Artmed.

Tanisli, D. (2011). Functional thinking ways in relation to linear function tables of elementar school students. *Journal of Mathematical Behavior*, 30, 206-223.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. Em A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassel.

Torrance, E. P. (1974). *Torrance tests of creative thinking*. Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.

Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. Em Robert J. Sternberg, *The nature of creativity: contemporary psychological perspectives* (pp. 43-75). Cambridge: Cambridge University Press.

Torre, S. de la (2005). *Dialogando com criatividade: da identificação à criatividade paradoxal*. São Paulo: Madras.

Treffinger, D., Young, G., Shelby, E. & Shepardson, C. (2002). *Assessing Creativity: A Guide for Educators*. Storrs: The National Research Center on the Gifted and Talented.

Tuckman, B. (2005). *Manual de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vale, I. (s/d). Criatividade: a essência da matemática e da aula de matemática. (Documento policopiado apresentado no evento *Matemática e criatividade no pré-escolar e no 1º CEB: práticas de referência*, realizado na Universidade de Aveiro, nos dias 29 e 30 de junho de 2012.)

Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. Em J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Eds.), *Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática (APM).

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos, *Interacções*, 8 (20), 181-207. (Disponível em http://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493. Acesso em: 16 de agosto de 2012.)

Vale, I. & Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática, 85*, 14-20.

Vale, I. & Pimentel, T. (2009). Visual pattern tasks with elementary teachers and students: a didactical experience. Em I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education (pp. 151-162).* Viana do Castelo: Escola Superior de Educação.

Vale, I. & Pimentel, T. (2011). Mathematical challenging tasks in the elementar grades. Em M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda, *Proceedings of the Seventh Congresso f the European Society for Research in Mahematics Education*, pp. 1154-1164. Rzeszow: ERME.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I. & Borralho, A. (2006). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra* (pp. 193-211). Lisboa: SEM – SPCE.

Vale, I., Barbosa, A., Barbosa, E., Borralho, A., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática: propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESEVC.

Vale, I., Barbosa, A., Barbosa, E., Borralho, A., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2011). *Padrões em Matemática: uma proposta didática no âmbito do Novo Programa para o Ensino Básico*. Lisboa: Texto Editores.

Warren, E. (2000). Visualisation and development of early understanding in algebra. In T. Nakahara, M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 273-280). Hiroshima, Japan.

Warren, E. (2005). Young children's ability to generalize the pattern rule for growing patterns. Em H.L. Chick & J. L. Vicent (Eds.), *Proceedings of the 29th PME International Conference*, 4, 305-312.

Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.

Warren, E. & Cooper, T. (2008). Patterns That Support Early Algebraic Thinking in the Elementary School. In Carole Greenes & Rheta Rubinstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics – Seventieth Yearbook* (pp. 113-126). Reston: NCTM.

Warren, E., Cooper, T. & Lamb, J. (2006). Investigating functional thinking in the elementary classroom: foundations of early algebraic reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 208-223.

Yackel, E. & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. Em J. Kilpatrick, W. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 227-236). Reston, VA: NCTM. (Disponível em http://www.ms.uky.edu/~lee/ma310sp09/Standards_for_School_Mathematics_Reasoning and_Proof.pdf. Acesso em: 08 de julho de 2012.)

Yap, W. (2011). An exploratory study on the interrelationships among mathematical creativity, mathematical attainment and students' perception of their creative potential in mathematics. Em M. Avotina, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramana, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students*, 1, 227-236.

Yin, R. (2010). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.

Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49(3)*, 379-402.

Zazkis, R., Liljedahl, P. & Chernoff, E. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 40, 131-141.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Introduction: What is Mathematical Visualization? In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 1-7). Washington: MAA.

Zuber-Skerritt, O. (1992). *Action Research in Higher Education: examples and reflections*. London: Kogan Page.

ANEXOS

Anexo 1 – Questionário Inicial

QUESTIONÁRIO

Nome: ____

I. Caracterização

1. Idade: ______ anos

2. Nível atingido na disciplina de Matemática no 3º período do passado ano letivo:

   1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

II. Representações acerca da criatividade em Matemática

1. O que significa, para ti, ser criativo?

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

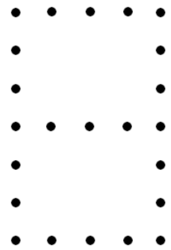
4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

5. Para cada afirmação, marca com um **X** a opção que consideras mais adequada. Não há respostas certas nem respostas erradas.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.					
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.					
A criatividade varia consoante a idade.					
A criatividade é uma característica individual.					
A criatividade pode ser construída coletivamente.					
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.					
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.					
A escola cerceia a criatividade dos alunos.					
É possível avaliar a criatividade dos alunos.					
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.					
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.					
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é “aquilo e aquilo mesmo”.					
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.					

6. A professora da Matemática do 8ºY apresentou a seguinte questão aos seus alunos.

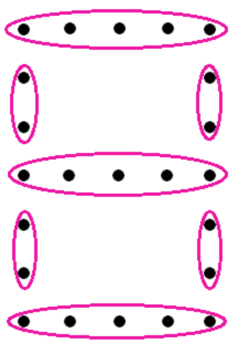
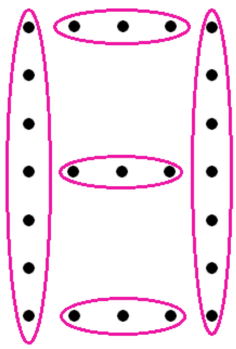
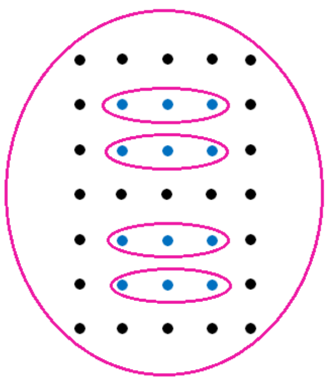
Observa a seguinte figura.



Quantos pontos tem a figura?

Descobre diferentes modos de contagem. Escreve as expressões numéricas respetivas.

Alguns dos modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelos alunos daquela turma foram os seguintes:

MARIA	JOÃO	BEATRIZ
		

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

O questionário terminou! 

Anexo 2 – Teste

Instruções para a realização do teste:

- Lê atentamente cada uma das questões e responde na própria folha, no espaço reservado para o efeito.
- O teste deve ser realizado a tinta azul ou preta.
- A duração do teste é de 90 minutos.

ESCOLA: ____

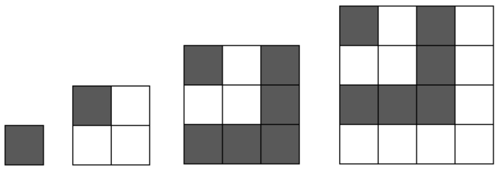
NOME: ____

DATA: ____

1. Continua as sequências indicando os dois termos seguintes:

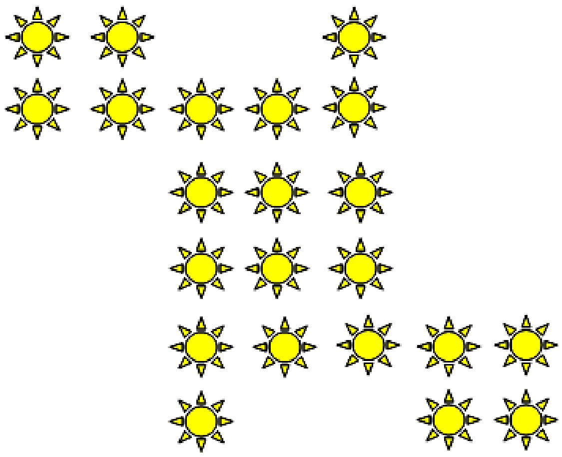
1.1 £ € £ € € £ € € €

1.2



1.3 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21

2. Observa a seguinte figura.



Por quantos sóis é constituída a figura?

Descobre diferentes modos de contagem e escreve as expressões numéricas respetivas.

3. Que modo de 'ver' pode ser traduzido pela expressão numérica $4 \times 3 + 2 \times 4$?

4. A Mariana aproveitou a interrupção letiva do Carnaval para passar uns dias na neve, com os pais. Com os acessórios que ia levar na bagagem, construiu a seguinte sequência:

4.1 Se a Mariana continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo acessório? Justifica.

4.2 Escreve uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que as luvas ocupem.

4.3 Qual é o acessório que ocupa a 76ª posição? Explica o teu raciocínio.

5. Observa a sequência de robôs da figura.

Robô 1 Robô 2 Robô 3

5.1 Desenha o robô seguinte.

5.2 Sem desenhar, diz, **justificando**, quantos arrobas tem o oitavo robô.

5.3 Escreve uma expressão que permita calcular o número de arrobas do robô de ordem n.

5.4 Qual o robô que é composto por 242 arrobas? Mostra como chegaste à resposta.

6. Inventa uma sequência de desenhos que correspondam a termos consecutivos de um padrão e cuja lei de formação seja $3n + 4$.

Desenho 1	**Desenho 2**	**Desenho 3**	**Desenho 4**

Anexo 3 – Tarefa 1

TAREFA 1

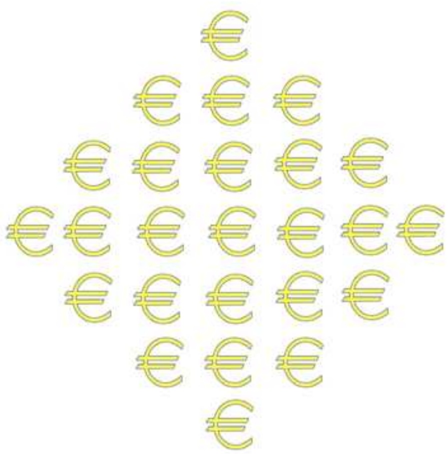
1. Em tempo de crise, todos os "eurinhos" são bem vindos…

Quantos símbolos do euro tem a figura?

Descobre diferentes modos de contagem.

Escreve as expressões numéricas respetivas. Que concluis?

2. Observa a figura.



Que modo de 'ver' pode ser traduzido pela expressão numérica $4\times4+3\times3$?

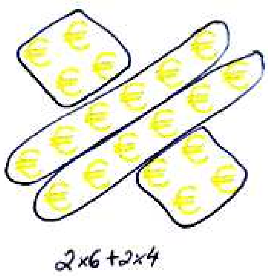
Descobre outros modos de ver.

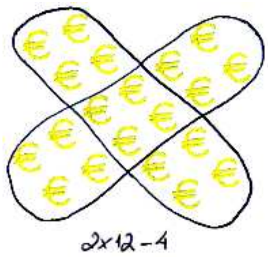
Anexo 4 – Escala de criatividade I

NOME: ____ **8º**___

Observa alguns modos de ‘ver’, e respetivas expressões numéricas, apresentados por colegas da tua turma na tarefa dos “eurinhos”.

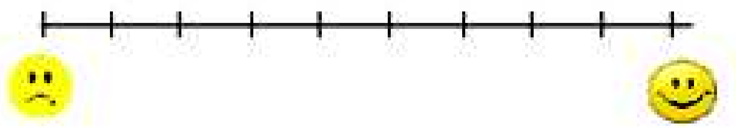
1.



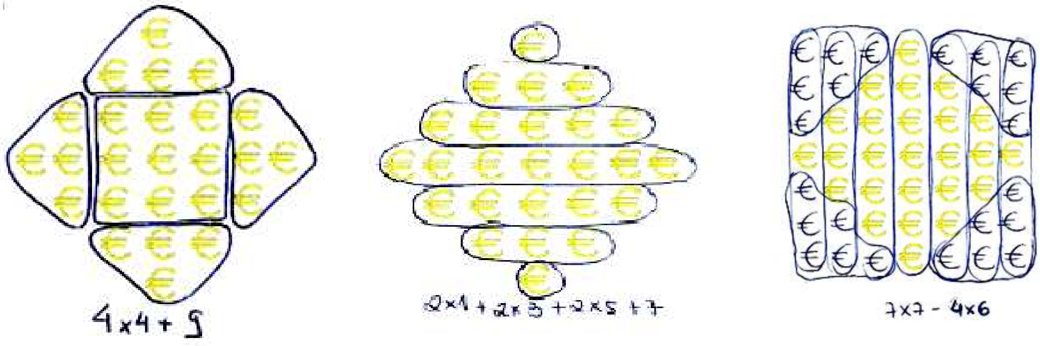


A **B** **C**

Escreve as letras **A**, **B** e **C** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

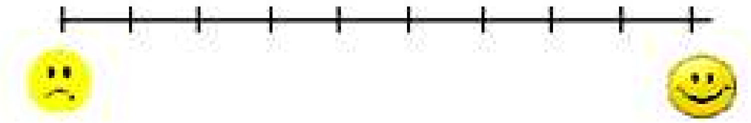


2.



D **E** **F**

Escreve as letras **D**, **E** e **F** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.

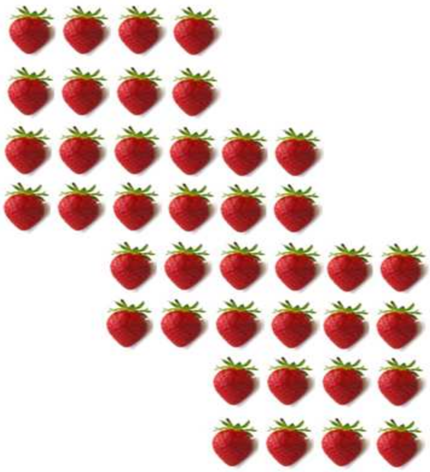


Anexo 5 – Tarefa 2

TAREFA 2

1. A figura mostra como a Beatriz organizou alguns dos morangos que apanhou com a avó.

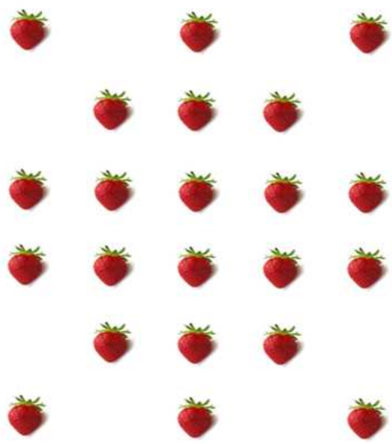
Quantos morangos tem a figura?



Descobre diferentes modos de contagem.

Escreve as expressões numéricas respetivas.

2. Observa a figura.



Que modo de 'ver' pode ser traduzido pela expressão numérica $2\times 7+2\times 4$?

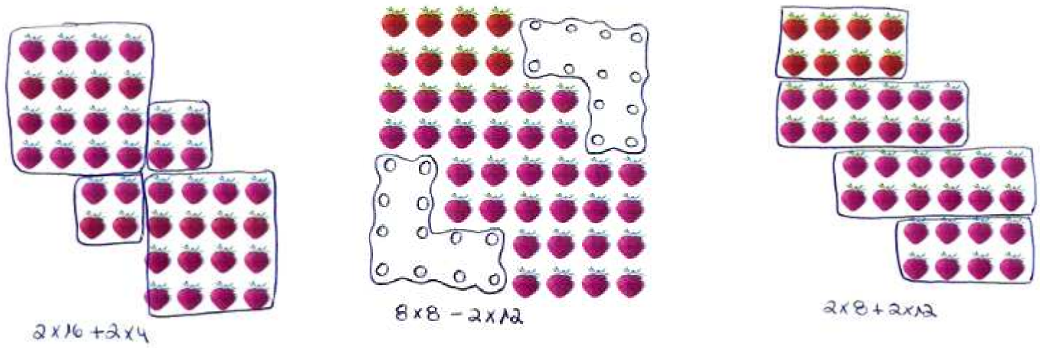
Descobre outros modos de ver.

Anexo 6 – Escala de criatividade II

NOME: ____ **8º**___

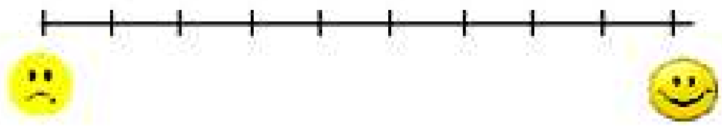
Observa alguns modos de 'ver', e respetivas expressões numéricas, apresentados por colegas da tua turma na tarefa dos morangos.

1.

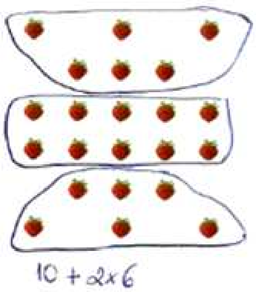


G **H** **I**

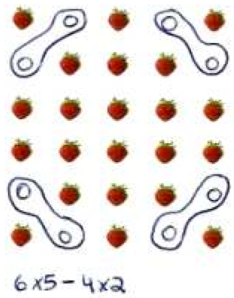
Escreve as letras **G**, **H** e **I** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.



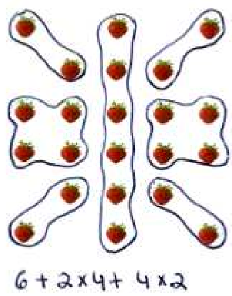
2.



J

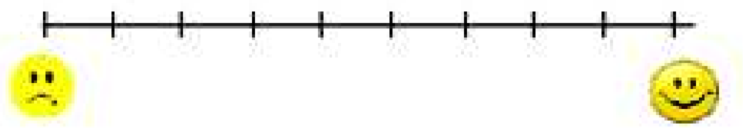


K



L

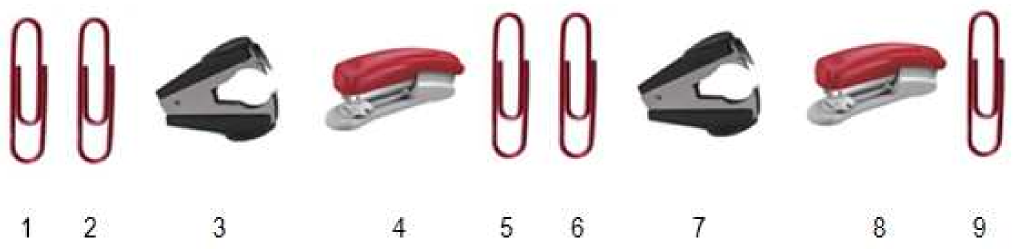
Escreve as letras **J**, **K** e **L** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.



Anexo 7 – Tarefa 3

TAREFA 3

1. A Margarida, utilizando material do seu escritório, construiu a seguinte sequência.



a. Se a Margarida continuar a sequência, mantendo o mesmo padrão, qual será o próximo objeto? Justifica.

b. Que posições ocupa o agrafador? Arranja uma expressão algébrica que permita conhecer qualquer posição que o agrafador ocupa.

c. Qual é o objeto que ocupa a 25ª posição? Explica o teu raciocínio.

d. Existirá algum objeto que ocupe sempre uma posição ímpar? Explica o teu raciocínio.

2. O Manuel é canalizador e utiliza diariamente algumas das ferramentas abaixo representadas. Repara que uma delas está tapada…

a. Encontras algum padrão na sequência de ferramentas do Manuel? Em caso afirmativo, qual?

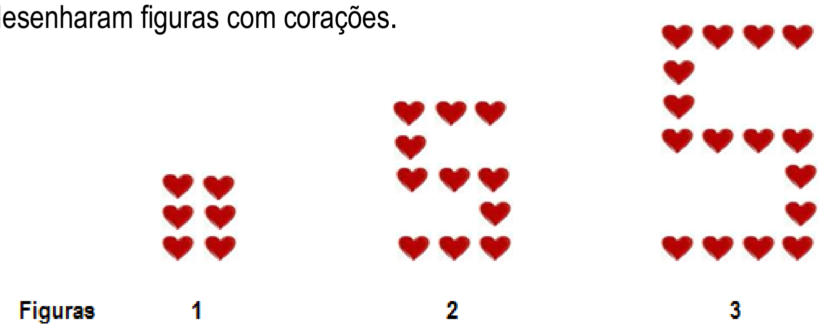
b. Que ferramenta esconde o retângulo azul? Justifica.

c. Se a sequência continuasse, que ferramenta ocuparia a 99ª posição? Explica o teu raciocínio.

Anexo 8 – Tarefa 4

TAREFA 4

O Francisco e a Madalena conheceram-se há cinco anos e … foi amor à primeira vista. No Dia dos Namorados, desenharam figuras com corações.



1. Desenha a figura seguinte.
2. Descreve o padrão que vês.
3. Desenha, nas figuras 2 e 3, diferentes formas de as 'ver'.
4. Explica como poderás obter o número de corações da 7ª figura, sem a desenhar, usando essas formas de 'ver'.
5. Escolhe uma das expressões para determinar o número de corações da figura de ordem n. Utiliza a tabela para fazer o registo e organizar os dados.

Figuras	Expressão de uma forma de 'ver'	Nº de corações
1		
2		
3		
4		
…	…	…
20		
…	…	…
49		
…	…	…
n		

Anexo 9 – Tarefa 5

TAREFA 5

Considera a sequência seguinte.

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5
				
1	6			45

1. Seguindo os exemplos, completa a tabela.

2. Desenha, em cada uma das figuras 2, 3 e 4, uma forma diferente de as 'ver'.

3. Quantos ovos de Páscoa terá a figura 15? Justifica.

4. Escreve uma expressão algébrica que permita determinar o número de ovos de Páscoa da figura de ordem n. Explica o teu raciocínio.

5. Haverá alguma figura que tenha 114 ovos? Porquê?

Anexo 10 – Tarefa 6

TAREFA 6

1. Observa a seguinte sequência: 2, 6, 12, 20, ...

1.1 Arranja duas formas diferentes de representar visualmente a sequência dada.

1.2 Descobre o sexto termo.

1.3 Descobre o «n-ésimo» termo. Explica o teu raciocínio.

1.4 Com base na expressão que obtiveste na alínea anterior, calcula o quinquagésimo oitavo termo.

2. Inventa uma sequência de desenhos que correspondam a termos consecutivos de um padrão e cuja lei de formação seja $2n+3$.

Desenho 1	**Desenho 2**	**Desenho 3**	**Desenho 4**

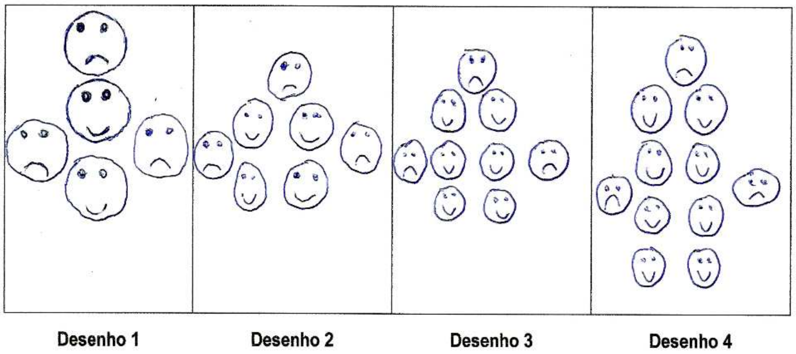
Anexo 11 – Escala de criatividade III

NOME: ____ **8º** ____

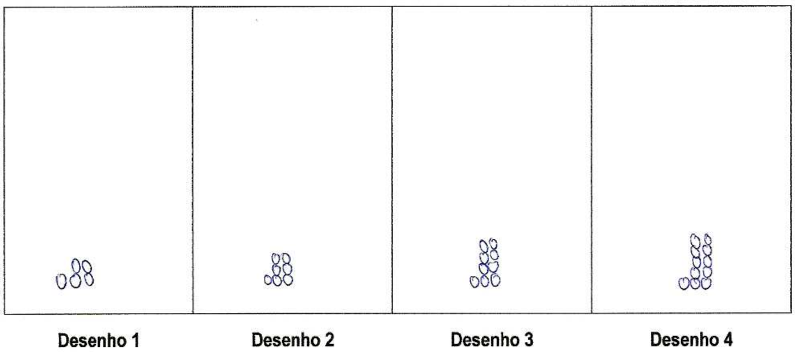
Observa algumas sequências de desenhos apresentadas por colegas da tua turma na 2ª questão da tarefa 6.

"Inventa uma sequência de desenhos que correspondam a termos consecutivos de um padrão e cuja lei de formação seja 2n+3."

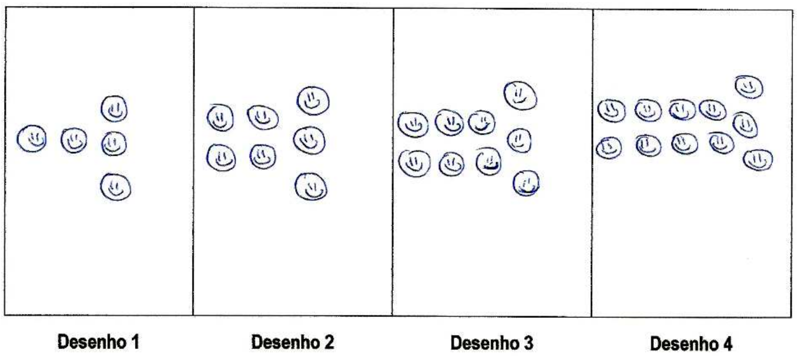
A



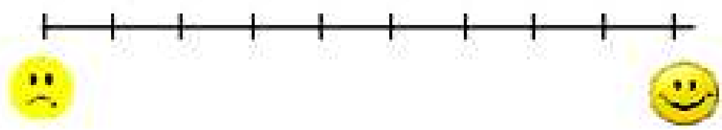
B



C



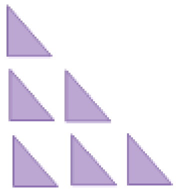
Escreve as letras **A**, **B** e **C** onde te parecer mais adequado, na escala de criatividade (de 1 a 10) abaixo representada. Justifica.



Anexo 12 – Tarefa 7

TAREFA 7

Completa a tabela e escreve uma expressão algébrica que permita calcular o número de triângulos do «n-ésimo» termo.

			
1º termo	**2º termo**	**3º termo**	**4º termo**

Anexo 13 – Questionário Final

QUESTIONÁRIO

Nome: ____

Representações acerca da criatividade em Matemática

1. O que significa, para ti, ser criativo?

2. Em que disciplinas é que pensas que é possível ser-se criativo?

3. É possível o professor ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o professor é criativo.

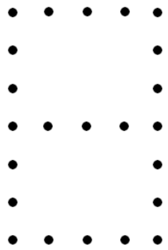
4. É possível o aluno ser criativo em Matemática? Em caso afirmativo, de que forma? Dá exemplo de um episódio da sala de aula que evidencie que o aluno é criativo.

5. Para cada afirmação, marca com um **X** a opção que consideras mais adequada. Não há respostas certas nem respostas erradas.

AFIRMAÇÕES	Concordo fortemente	Concordo	Discordo	Discordo fortemente	Não tenho opinião
Eu considero-me criativo.					
Criatividade é um dom raro que só algumas pessoas possuem.					
A criatividade varia consoante a idade.					
A criatividade é uma característica individual.					
A criatividade pode ser construída coletivamente.					
A criatividade pode ser desenvolvida na maioria das pessoas se lhes for dada essa oportunidade.					
A criatividade é uma capacidade fundamental a ser desenvolvida na escola.					
A escola cerceia a criatividade dos alunos.					
É possível avaliar a criatividade dos alunos.					
Em Matemática, está tudo criado, não se cria nada de novo.					
A Matemática é uma disciplina criativa como a Música e outras artes.					
Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".					
Aulas de Matemática criativas são essenciais para melhorar as aprendizagens dos alunos.					

6. A professora da Matemática do 8ºY apresentou a seguinte questão aos seus alunos.

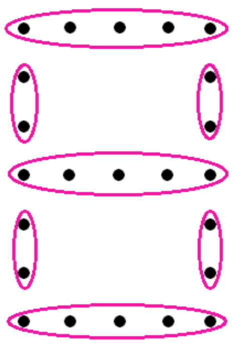
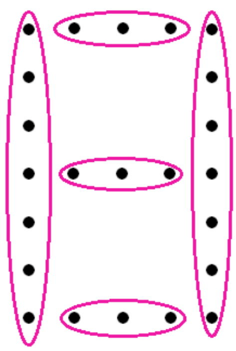
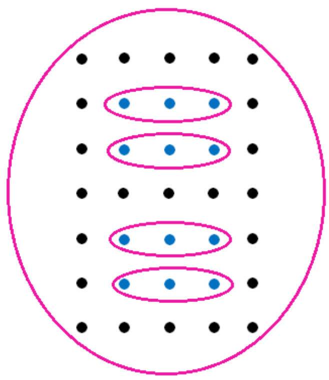
Observa a seguinte figura.



Quantos pontos tem a figura?

Descobre diferentes modos de contagem. Escreve as expressões numéricas respetivas.

Alguns dos modos de contagem e respetivas expressões numéricas apresentados pelos alunos daquela turma foram os seguintes:

MARIA	JOÃO	BEATRIZ
		

Na tua opinião, qual dos três alunos apresentou uma resposta mais criativa? Porquê?

O questionário terminou!

Anexo 14 – Pedido de autorização à Direção da Escola

Exmo. Senhor Diretor

____

Eu, Débora Dina Amaral Rodrigues Simões Tavares, venho, por este meio, solicitar a sua autorização para desenvolver, com a turma ___ do 8º ano de escolaridade, um projeto de ensino e aprendizagem do tópico “Sequências e regularidades”.

Mais especificamente e de um modo muito sucinto, com este projeto pretendo estudar qual o impacto da implementação de uma sequência didática na Unidade “Sequências e regularidades” operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional.

O projeto respeita a uma investigação individual que estou a desenvolver no âmbito do Curso de Mestrado em Didática: Área de especialização – Matemática para Professores do 3º Ciclo do Ensino Básico/Secundário, da Universidade de Aveiro e que culminará com a minha Dissertação de Mestrado.

Comprometo-me a solicitar autorização aos Encarregados de Educação para que os seus educandos participem no estudo e, quer no processo de recolha de dados quer no relatório da investigação, a garantir o anonimato em relação à identidade dos alunos e da escola.

Fico à inteira disposição de V. Ex.ª para complementar toda a informação que julgue oportuna.

Agradecendo desde já a sua colaboração, subscrevo-me com os melhores cumprimentos.

_______, 3 de janeiro de 2012

Pede deferimento

____

(Débora Tavares)

Anexo 15 – Pedido de autorização aos Encarregados de Educação

Exmo(a). Sr(a). Encarregado(a) de Educação:

No âmbito do Curso de Mestrado em Didática: Área de especialização – Matemática para Professores do 3º Ciclo do Ensino Básico/Secundário, da Universidade de Aveiro, estou a desenvolver um projeto de ensino e aprendizagem do tópico "Sequências e regularidades".

Mais especificamente e de um modo muito sucinto, com este projeto pretendo estudar qual o impacto da implementação de uma sequência didática na Unidade "Sequências e regularidades" operacionalizada através de tarefas focadas em padrões visuais no desenvolvimento da criatividade e do raciocínio funcional.

Para o efeito, necessito de recolher dados sobre o trabalho dos alunos durante as aulas do tema "Sequências e regularidades" que decorrerão no 2º período (março). A recolha de dados basear-se-á num questionário, na observação das aulas (das quais registaria, fotograficamente e em áudio, alguns momentos), nas tarefas realizadas pelos alunos, em dois testes e em entrevistas individuais.

Face ao exposto, solicito autorização para proceder à recolha de dados junto do(a) seu(sua) educando(a) comprometendo-me, desde já, a garantir o anonimato dos alunos e a confidencialidade dos dados obtidos. Acrescento, ainda, que este estudo não irá interferir no cumprimento do programa estabelecido para o 8º ano de escolaridade.

Agradecendo desde já a atenção dispensada, apresento os meus melhores cumprimentos.

_____________, 10 de janeiro de 2012

A professora de Matemática

____

(Débora Tavares)

✂ -

Autorizo que o meu(inha) educando(a) ____, nº ____ da turma ___ do 8º ano, participe na recolha de dados dirigida pela professora Débora Tavares, no âmbito da sua Dissertação de Mestrado.

Data: ___________________________

Assinatura:____