



**Rui Manuel Dias
Morais**

Desenho Topológico de Redes Ópticas



**Rui Manuel Dias
Morais**

Desenho Topológico de Redes Ópticas

dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações, realizada sob a orientação científica da Dra. Cristina Requejo Agra, Professora Auxiliar do Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro e do Dr. Armando Nolasco Pinto, Professor Auxiliar do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro.

Aos meus pais...

"A mathematician, like a painter or a poet,
is a maker of patterns.
If his patterns are more permanent than theirs,
it is because they are made with ideas."

Godfrey Harold Hardy

o júri

presidente

Professor Doutor Domingos Moreira Cardoso

professor catedrático da Universidade de Aveiro

vogais

Professor Doutor Luís Eduardo Neves Gouveia

professor associado com agregação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Professora Doutora Cristina Requejo Agra

professora auxiliar da Universidade de Aveiro

Professor Doutor Armando Humberto Moreira Nolasco Pinto

professor auxiliar da Universidade de Aveiro

agradecimentos

A orientação conjunta desta dissertação - concretizada num sólido mas independente apoio - prestada pela Professora Cristina Agra e pelo Professor Armando Pinto, foi uma mais valia para mim enquanto mestrando. Por esse motivo, gostaria de agradecer a ambos pela capacidade de incentivo e pelo excelente apoio prestado no trabalho.

Os meus agradecimentos ao M.Sc. Claunir Pavan pela ajuda prestada na aquisição de conhecimentos de C++ bem como no desenvolvimento do algoritmo genético.

A gratidão ao Instituto de Telecomunicações enquanto instituição acolhedora para a realização do presente trabalho fica aqui também expressa. Aos meus colegas e amigos do IT, e a todos os que de uma forma geral contribuíram para a execução do presente trabalho, uma saudação calorosa.

palavras-chave

desenho topológico de redes, redes ópticas, programação linear inteira, algoritmos genéticos

resumo

A massificação do acesso à Internet e o surgimento de novos serviços de telecomunicações tem originado um crescimento continuado do tráfego. As modernas redes de telecomunicações são suportadas por sistemas ópticos baseados em múltiplos comprimentos de onda e dotadas de mecanismos de sobrevivência contra falhas.

Nesta dissertação estudamos o problema do desenho topológico de uma rede óptica sobrevivente. O problema do desenho topológico consiste em determinar a topologia de menor custo para uma dada localização de nós e modelo de tráfego. No âmbito desta dissertação assumimos que o mecanismo de sobrevivência deve ser capaz de recuperar de uma falha em qualquer ligação.

Neste trabalho são apresentados modelos em programação linear inteira para a minimização dos custos de instalação de uma rede óptica sobrevivente, segundo um esquema de protecção dedicada e partilhada. É também apresentado um algoritmo genético para aproximação da solução óptima do problema para os esquemas de protecção considerados. No âmbito da análise do algoritmo genético são comparados dois métodos de cruzamento e dois métodos de selecção.

Utilizando os modelos em programação linear inteira e o algoritmo genético foram determinadas aproximações para a topologia óptima de redes de telecomunicações reais.

keywords

network topological design, optical networks, integer linear programming, genetic algorithms

abstract

The massification of Internet access and the appearance of new telecommunications services are originating a continuum traffic growth. Modern telecommunication networks are supported by optical systems based on multiple wavelengths and endow of survivability mechanisms against fails.

In this dissertation, the survivable network topological design problem is studied. The topological design problem consists in determining the least cost network topology, given the nodes location and traffic model. In this dissertation, it is assumed that the survivability mechanism can recover from fails in any link.

In this work, integer linear programming models to minimize the installation costs of a survivable optical network are presented. The considered protection schemes are dedicated protection and shared protection. A genetic algorithm to approximate the problem optimal solution for the considered protection schemes is also presented. Two crossover methods and two selection methods are compared within the genetic algorithm.

Using the integer linear programming model and the genetic algorithm, approximations to optimal topologies, for real telecommunications networks are determined.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Redes Ópticas de Transporte	3
2.1	Introdução	3
2.2	Sobrevivência	4
2.3	Arquitectura da Rede	6
2.3.1	Nós	6
2.3.2	Ligações	7
2.4	Exemplo de uma Rede Óptica	8
3	Modelos em Programação Linear Inteira	11
3.1	Definição do Problema	11
3.2	Modelo com Encaminhamento sem Protecção	16
3.3	Modelos com Encaminhamento com Protecção Dedicada	21
3.3.1	Modelo 1	21
3.3.2	Modelo 2	24
3.3.3	Disjunção nos Vértices	28
3.4	Modelo com Encaminhamento com Protecção Partilhada	29
4	Algoritmo Genético	33
4.1	Descrição do Algoritmo	33
4.2	População Inicial	35
4.3	Codificação e Decodificação	35
4.4	Avaliação	36
4.4.1	Encaminhamento com Protecção Dedicada	37
4.4.2	Encaminhamento com Protecção Partilhada	38
4.5	Seleção	41
4.5.1	Método da Roleta	41
4.5.2	Método do Torneio	42
4.6	Cruzamento	42
4.6.1	Método do Ponto Único	43

4.6.2	Método Uniforme	43
4.7	Mutação	44
4.8	Especificação do Algoritmo	45
5	Resultados Computacionais	47
5.1	Resultados Obtidos Usando os Modelos em PLI	48
5.2	Resultados Obtidos Usando o Algoritmo Genético	50
5.2.1	Encaminhamento com Protecção Dedicada	50
5.2.2	Encaminhamento com Protecção Partilhada	53
5.3	Análise de Resultados	56
6	Conclusões	61
	Bibliografia	63
	Anexos	66

Lista de Acrónimos

Acrónimo	Designação em Português	Designação em Inglês
DEMUX	desmultiplexador óptico	optical demultiplexer
EXC	equipamento eléctrico de cruzamento de canais	electrical cross connect
PLI	programação linear inteira	integer linear programming
MUX	multiplexador óptico	optical multiplexer
NP	tempo polinomial não determinístico	non-deterministic polynomial time
OA	amplificador óptico	optical amplifier
OLT	equipamento terminal	optical line terminal
OTN	rede de transporte óptica	optical transport network
OXC	equipamento óptico de cruzamento de canais	optical cross connect
SDH	hierarquia digital síncrona	synchronous digital hierarchy
STM-N	módulo N de transporte síncrono	synchronous transport module N
VC	contentor virtual	virtual container
WDM	multiplexagem por divisão no comprimento de onda	wavelength-division multiplexing

Lista de Notações

Notação	Significado
A	conjunto dos arcos
B_{od}	número de unidades de fluxo do pedido $[o, d]$
c_f	custo da fibra óptica por km
C_{ij}	custo associado à aresta $\{i, j\}$
c_{md}	custo de um multiplexador/desmultiplexador
c_{oa}	custo de um amplificador óptico
c_t	custo de um transponder
d	vértice destino do pedido
E	conjunto das arestas
F	conjunto das falhas
F_{ij}	custos dependentes da fibra
G	grafo
gap	diferença relativa entre limite superior e limite inferior
K_{ij}	capacidade da aresta $\{i, j\}$ em unidades de fluxo
l_i	limite inferior
l_s	limite superior
L_{ij}	capacidade necessária na ligação $\{i, j\}$
L_{ij}^f	capacidade necessária na ligação $\{i, j\}$ com protecção partilhada
L_{ij}^p	capacidade necessária na ligação $\{i, j\}$ quando falha a ligação p
M	número de indivíduos da população
o	vértice origem do pedido
O_{od}	custos dependentes dos canais ópticos
P	conjunto dos pedidos
q	percentagem máxima de indivíduos da geração anterior
$span$	espaçamento entre amplificadores
V	conjunto dos vértices

Variável	Tipo	Significado
$W_{ij\{f_1, f_2\}}^{od}$	binária	indica se o caminho alternativo entre os vértices o e d é encaminhado pelo arco (i, j) quando falha a aresta $\{f_1, f_2\}$
X_{ij}	inteira	número de arestas entre o vértice i e o vértice j
Y_{ij}^{od}	binária	indica se o pedido $[o, d]$ é encaminhado pelo arco (i, j)
Z_{ij}^{od}	binária	indica se o pedido $[o, d]$ é encaminhado pelo arco (i, j)

Lista de Figuras

2.1	Exemplo de uma rede óptica.	4
2.2	Topologias de redes: a) Barramento, b) Estrela, c) Árvore, d) Anel, e) Malha.	4
2.3	Diferentes esquemas para sobrevivência [10].	5
2.4	a) Sobrevivência por caminho, b) Sobrevivência por ligação.	6
2.5	Arquitectura do nó da rede.	6
2.6	Arquitectura do sistema de transmissão.	7
2.7	Rede encaminhada com protecção dedicada.	9
2.8	Rede encaminhada com protecção partilhada.	10
3.1	Localização de oito vértices definidos em Portugal.	12
3.2	Exemplo de um fluxo numa rede.	17
3.3	Solução óptima determinada pelo modelo com encaminhamento sem protecção e matriz de pedidos uniforme e unitária. O custo é de 872.33 u.m.	19
3.4	Solução óptima determinada pelo modelo com encaminhamento sem protecção e matriz de pedidos não uniforme. O custo é de 2041.69 u.m..	21
3.5	Solução óptima obtida usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada e matriz de pedidos uniforme e unitária. O custo é de 1489.67 u.m.	23
3.6	a) Crescimento do número de variáveis com aumento do número de vértices da rede, b) Crescimento do número de restrições com o aumento do número de vértices da rede.	26
3.7	Solução óptima determinada usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada e matriz de pedidos não uniforme. O custo é de 4040.07 u.m..	27
3.8	Solução óptima obtida usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada com disjunção nos vértices e matriz de pedidos uniforme. O custo é de 1510.35 u.m..	29
4.1	Fluxograma de um algoritmo genético.	34
4.2	Determinação da população inicial.	35

4.3	Encaminhamento com protecção dedicada para as soluções <i>B</i> e <i>C</i> . A verde está representado o caminho principal, assinalado a vermelho encontra-se o caminho alternativo.	37
4.4	Exemplo da determinação da capacidade adicional com protecção partilhada e <i>primary backup multiplexing</i>	39
4.5	Exemplo de selecção pelo método do torneio.	42
4.6	Soluções após operação de mutação.	44
4.7	Fluxograma do algoritmo genético proposto.	45
5.1	Resultados obtidos através do algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.	51
5.2	Rank dos métodos utilizados para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.	53
5.3	Resultados obtidos para as redes de referência através do algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção partilhada.	54
5.4	Rank dos métodos utilizados para encaminhamento com protecção partilhada.	56
5.5	Limites encontrados para as redes de referência com encaminhamento com protecção dedicada.	57
5.6	Topologias obtidas em Itália utilizando: a) Modelo em PLI, b) Algoritmo Genético.	58
5.7	Limites encontrados para as redes de referência com protecção partilhada.	59
1	Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede vBNS utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.	69
2	Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede NSFNET utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.	70
3	Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede EON utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.	71
4	Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede PORTUGAL utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.	72
5	Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede NEWNET utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.	73
6	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede vBNS utilizando o algoritmo genético.	74
7	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede ITÁLIA utilizando o algoritmo genético.	74
8	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede NSFNET utilizando o algoritmo genético.	75
9	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede EON utilizando o algoritmo genético.	75
10	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede PORTUGAL utilizando o algoritmo genético.	76

Lista de Figuras

11	Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede NEWNET utilizando o algoritmo genético.	76
----	---	----

Lista de Tabelas

3.1	Custos com sistema de transmissão [17].	14
3.2	Capacidade das arestas para a matriz de pedidos não uniforme.	20
3.3	Capacidade das arestas para a matriz de pedidos não uniforme.	24
4.1	Capacidade requerida nas ligações quando falha a ligação {2,3}.	40
4.2	Exemplo de determinação da probabilidade de cruzamento pelo método da roleta.	42
5.1	Localização dos nós das redes de referência.	47
5.2	Resultados obtidos usando os modelos em programação linear inteira.	49
5.3	Resultados obtidos pelo algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.	52
5.4	Resultados obtidos pelo algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção partilhada.	55
5.5	<i>gaps</i> dos métodos utilizados para protecção dedicada.	57

NOS últimos anos as redes de telecomunicações sofreram alterações significativas. Ano após ano o volume de tráfego tem vindo a crescer, em grande parte, devido ao aumento da chamada "comunidade global". Vivemos numa era onde equipamentos com aplicações multimédia são utilizados diariamente por milhões de pessoas para obter e trocar informação. Este tipo de interacção é suportada pelas modernas redes de telecomunicações. Determinar quais as ligações e recursos necessários pelos processos e serviços, requisitados por milhões de utilizadores, é um problema complexo. Todos os anos empresas e governos despendem enormes quantias de dinheiro na instalação e manutenção das suas redes de telecomunicações e esperam garantias de continuidade e qualidade de serviço. As grandes capacidades suportadas pelas fibras ópticas tornaram-nas na primeira escolha para a construção das modernas redes de telecomunicações. As consequências da falha de uma simples fibra podem ser catastróficas, podendo afectar desde o número de emergência médica até operações de bancos, seguradoras, empresas entre muitos outros serviços. Por estes motivos, o desenho, dimensionamento e planeamento das redes ópticas é uma área com grande impacto no estudo actual das telecomunicações.

Os operadores de redes de telecomunicações desejam implementar redes sobreviventes minimizando os custos de instalação e operação. A localização dos nós da rede é, usualmente, conhecida e depende sobretudo da densidade populacional e do número de pontos de acesso. Obter o modo de conectar os nós que minimiza os custos de instalação é habitualmente designado por problema do desenho topológico.

O objectivo da presente dissertação é o de estudar o problema do desenho topológico em redes ópticas. Considerando a arquitectura de uma rede óptica de transporte e esquemas de protecção dedicada e partilhada, são estudados e apresentados modelos em programação linear inteira e utilizado um método heurístico com características evolutivas. São comparados os diversos modelos apresentados quanto à qualidade do limite obtido e quanto ao tempo de execução computacional. É usado como heurística um algoritmo genético para o qual vários tipos de operadores são estudados. Finalmente, as diversas estratégias usadas no método heurístico, considerando diferentes formas de seleccionar e cruzar as soluções, são também comparadas.

Esta dissertação está organizada em seis capítulos. No Capítulo 2 efectuamos uma descrição da estrutura e modo de funcionamento das redes ópticas de transporte assim como dos esquemas de protecção da rede. No Capítulo 3 são apresentados modelos em programação linear inteira para o problema do desenho de uma rede óptica sobrevivente. No Capítulo 4 descreveremos um método heurístico com características evolutivas para ambos os esquemas de protecção considerados. Resultados computacionais obtidos com

os modelos em programação linear inteira e com o método heurístico, aplicados a redes de referência, são apresentados no Capítulo 5. Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões deste trabalho.

Capítulo 2

Redes Ópticas de Transporte

NESTE capítulo será efectuada uma descrição da estrutura de uma rede óptica, assim como dos elementos que a constituem. Os vários esquemas de protecção da rede contra falhas serão também resumidamente apresentados.

2.1 Introdução

As redes de telecomunicações têm grande importância e impacto tanto na vida social como económica da comunidade. A explosão de aplicações e a evolução do formato da informação levou a uma evolução da tecnologia utilizada pelas redes de transporte. Os rápidos avanços tecnológicos na área das comunicações ópticas, assim como os melhoramentos em termos de performance e custos, foram o grande catalisador para a escolha de redes de transporte ópticas (OTN - *Optical Transport Network*) para a nova geração de redes de transporte [1]. As OTNs caracterizam-se pela elevada largura de banda que permitem, atingindo valores da ordem dos terabits por segundo (Tb/s) por fibra [2], assim como pelo encaminhamento e protecção ao nível da camada óptica. A agregação em redes ópticas é efectuada utilizando multiplexagem por divisão no comprimento de onda (WDM - *Wavelength-Division Multiplexing*) e o encaminhamento por equipamentos ópticos de cruzamento de canais (OXC - *Optical Cross Connect*). A tecnologia WDM divide a largura de banda disponível na fibra em canais ópticos com capacidades na ordem dos gibabits por segundo (Gb/s). O número de canais ópticos em cada fibra é limitado pelos equipamentos terminais e estágios de regeneração da rede. Actualmente, uma fibra pode operar com 160 canais ópticos cada um a 10 ou 40 Gb/s [2]. Isto permite que as redes ópticas tenham uma boa escalabilidade e sejam economicamente eficientes pois serão necessários menos equipamentos terminais, além de que todos os canais podem partilhar o mesmo amplificador.

Uma rede óptica é composta por um conjunto de nós e um conjunto de ligações. A gestão de largura de banda é efectuada nos nós da rede e as ligações são compostas por sistemas de transmissão WDM. As redes cliente solicitam à rede de transporte o estabelecimento de circuitos entre pares de nós. Estes pedidos são satisfeitos pela rede de transporte que disponibiliza capacidade nas ligações que conectam o nó de origem ao nó de destino. Na Figura 2.1 está representada uma rede óptica com quatro pedidos encaminhados. De referir que os vários pedidos que atravessam uma ligação são transportados pela mesma fibra.

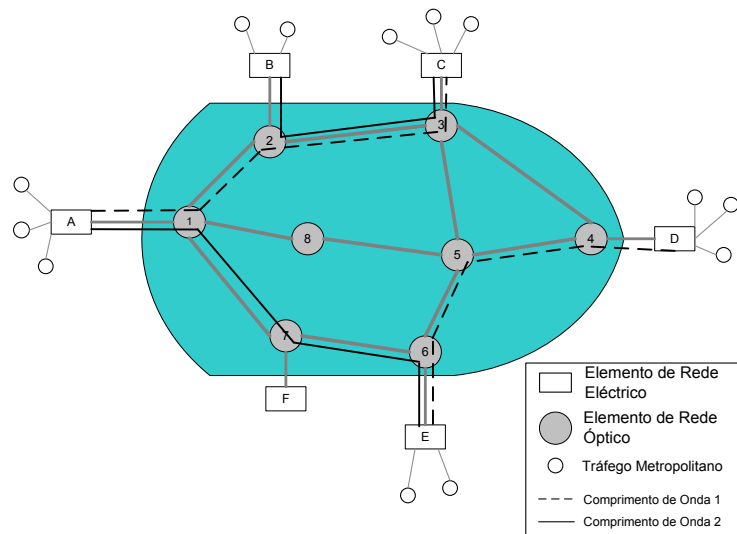


Figura 2.1: Exemplo de uma rede óptica.

2.2 Sobrevivência

Nas redes de telecomunicações encontra-se uma grande variedade de topologias. As topologias mais usuais são as topologias em barramento, estrela, árvore, anel e malha. Exemplos destes tipos de topologias estão representadas na Figura 2.2.

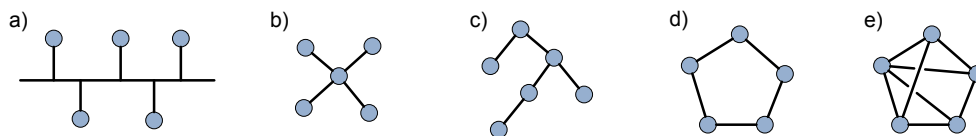


Figura 2.2: Topologias de redes: a) Barramento, b) Estrela, c) Árvore, d) Anel, e) Malha.

Para a rede ser sobrevivente sob falha de uma ligação, terão que existir no mínimo dois caminhos disjuntos entre cada par de nós origem e destino. Deste modo, caso ocorra uma falha numa das ligações do caminho, o pedido pode ser reencaminhado por um caminho alternativo. As duas topologias com propriedades de sobrevivência usualmente utilizadas são anel, ver Figura 2.2 d), e malha, desde que existam dois caminhos entre cada par de nós, ver Figura 2.2 e). A topologia em anel é tipicamente utilizada em redes metropolitanas, enquanto que as redes em malha são utilizadas em redes de área alargada.

A sobrevivência da rede, sob falha de qualquer ligação, é tema de estudo de muitos investigadores [3–7]. As duas grandes técnicas que podem ser utilizadas para assegurar a sobrevivência da rede são protecção [8] e restauro [9]. Protecção é uma técnica pró-activa, os mecanismos de sobrevivência contra falhas são especificados a priori. Por outro lado, restauro é uma técnica reactiva, apenas após a falha ter ocorrido é que a rede activa os mecanismos de sobrevivência, utilizando a capacidade existente. O restauro é a solução que faz a melhor utilização dos recursos, embora possa não garantir a sobrevivência da

totalidade dos pedidos. Esta técnica introduz uma probabilidade de bloqueio, que é a probabilidade de um pedido não poder ser restaurado. Na Figura 2.3 está representado um esquema onde é possível visualizar as técnicas de sobrevivência [2, 10].

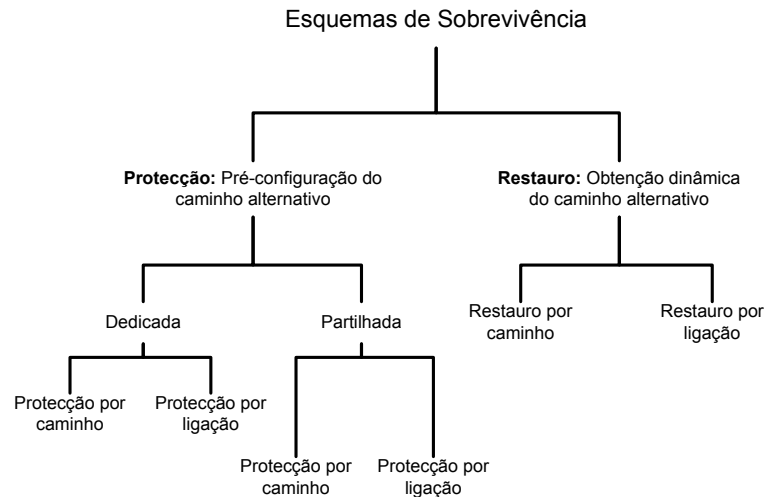


Figura 2.3: Diferentes esquemas para sobrevivência [10].

Quando a técnica pretendida é a protecção, dois esquemas podem ser utilizados: protecção dedicada ou protecção partilhada. Na protecção dedicada cada pedido tem um caminho alternativo previamente conhecido. Este caminho alternativo não pode ser partilhado por nenhum outro pedido. Esta técnica pode utilizar duas soluções: *dual-feeding*¹ [2] (o tráfego é simultaneamente enviado para ambos os caminhos) e *dual-homing*² [2] (o tráfego é enviado no caminho principal e apenas em caso de falha o caminho alternativo é activado).

Na protecção partilhada cada pedido tem um caminho alternativo contudo este caminho pode ser partilhado por caminhos alternativos de outros pedidos. Pode ainda utilizar duas soluções: *backup multiplexing* [2] (os recursos são partilhados entre dois ou mais pedidos que não necessitem deles simultaneamente) e *primary backup multiplexing* [2] (os recursos são partilhados entre pedidos e a capacidade não utilizada devido à falha é libertada). A última solução permite um maior aproveitamento dos recursos mas tem uma maior complexidade de planificação.

Considerando protecção ou restauro, existem dois modos distintos de garantir a sobrevivência da rede: o pedido poderá ser reencaminhado por um novo caminho ou pode contornar apenas a ligação que falhou [8–10]. As duas técnicas encontram-se ilustradas na Figura 2.4. No âmbito desta dissertação serão considerados esquemas de protecção dedicada e protecção partilhada, ambas por caminho.

¹usualmente chamado 1+1

²usualmente chamado 1:1

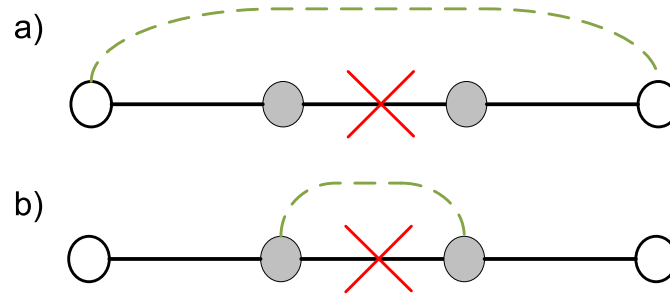


Figura 2.4: a) Sobrevivência por caminho, b) Sobrevivência por ligação.

2.3 Arquitectura da Rede

Nesta secção é apresentada a arquitectura de uma rede óptica de transporte. A gestão de largura de banda é efectuada nos nós da rede. A estrutura base de um nó engloba dois módulos, o equipamento eléctrico de cruzamento de canais (EXC - *Electrical Cross Connect*) e o equipamento óptico de cruzamento de canais (OXC - *Optical Cross Connect*). A transmissão entre nós é efectuada nas ligações da rede. A tecnologia WDM permite que múltiplos sinais ópticos que operam em diferentes comprimentos de onda, sejam multiplexados numa única fibra óptica e transportados em paralelo através da mesma. Existem basicamente três tipos de módulos necessários para o funcionamento dos sistemas de transmissão, a fibra óptica o equipamento terminal (OLT - *Optical Line Terminal*) e o amplificador óptico (OA - *Optical Amplifier*) [1, 11].

2.3.1 Nós

Adoptámos uma arquitectura semelhante para todos os nós da rede, a apresentada na Figura 2.5.

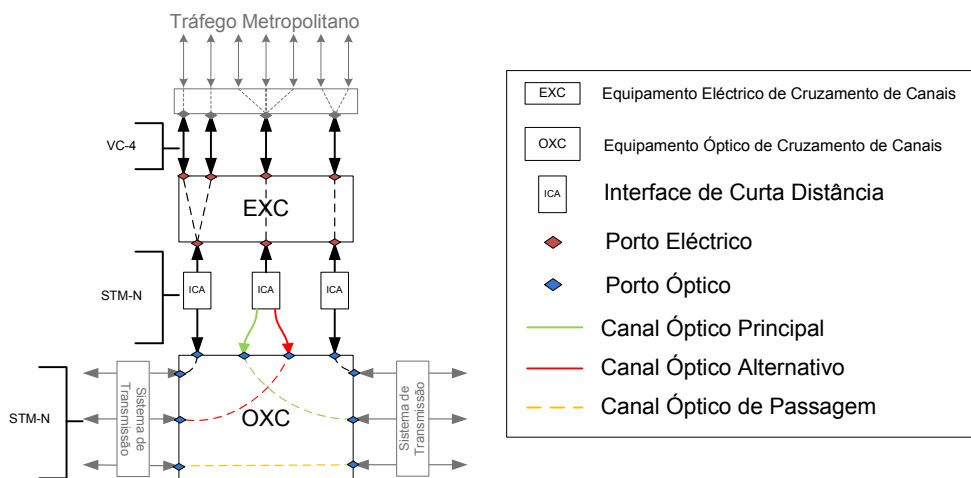


Figura 2.5: Arquitectura do nó da rede.

2.3. Arquitectura da Rede

As interfaces entre o EXC e OXC pertencem à hierarquia digital síncrona (SDH - *Synchronous Digital Hierarchy*), com módulos de transporte síncrono (STM-N - *Synchronous Transport Modules N*) do SDH. A capacidade de cada pedido será determinada pelo número de canais STM-N necessários para estabelecer o pedido. De referir que um STM - 1 tem uma largura de banda de 155.52 Mbit/s [12], sendo a capacidade de um STM-N calculada como sendo N vezes a capacidade de um STM-1.

O EXC tem como função mapear, agregar e encaminhar o tráfego para o domínio óptico. O tráfego metropolitano é mapeado sobre SDH utilizando um VC-4 (VC - *Virtual Container*). Cada VC-4 dará origem a um sinal STM-1. Os sinais ópticos serão depois agregados extremo-a-extremo, daí resultando um sinal STM-N que será encaminhado para o domínio óptico.

Esta arquitectura caracteriza-se pelo facto de apenas o tráfego com origem ou destino no nó ser enviado para o domínio eléctrico e encaminhado para fora da rede. O tráfego que passa pelo nó com destino a outros nós é encaminhado directamente no domínio óptico. O OXC recebe o tráfego proveniente do EXC e realiza o encaminhamento de canais ópticos para o sistema de transmissão. O OXC é opaco, ou seja, existe uma conversão óptica-eléctrica-óptica realizada pelos transponderes WDM em todos os canais ópticos.

2.3.2 Ligações

Nesta secção será descrito o sistema de transmissão adoptado na dissertação. Assumimos que os sistemas de transmissão ópticos são constituídos pelo OLT, pelos estágios de regeneração e pela fibra óptica. A arquitectura do sistema de transmissão de uma rede óptica de transporte é apresentada na Figura 2.6.

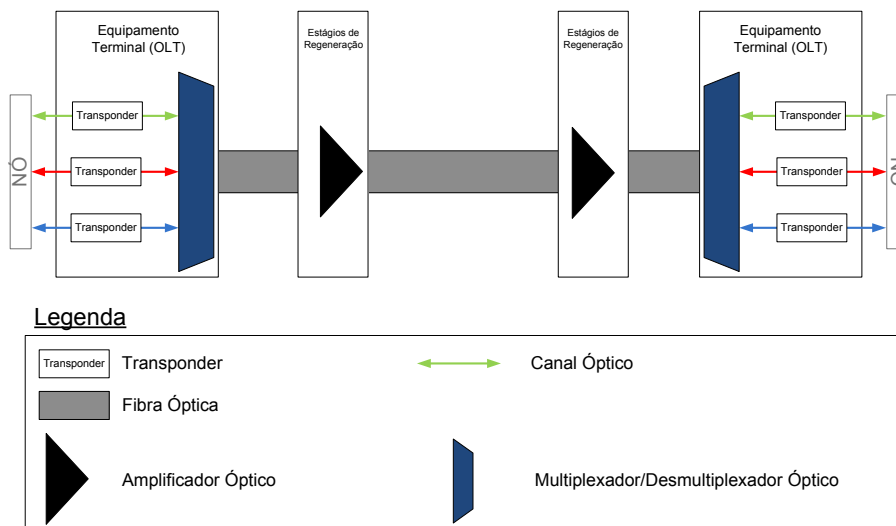


Figura 2.6: Arquitectura do sistema de transmissão.

O sistema de transmissão representado na Figura 2.6 é um sistema bidireccional, ou seja existem n equipamentos bidireccionais que correspondem na realidade a $2n$ equipamentos unidireccionais. Cada sistema de transmissão inicia e termina sempre num OLT. O OLT

é composto por uma estrutura base que poderá englobar um MUX/DEMUX óptico, um pré-amplificador, um pós-amplificador, um par de fibras compensadores de dispersão e transponderes. O pré-amplificador, pós-amplificador e o par de fibras compensadoras de dispersão não estão representados na Figura 2.6 pois não são relevantes no âmbito desta dissertação. A designação de pós-amplificador ou pré-amplificador depende do local onde estes estão localizados. Se colocados imediatamente a seguir ao multiplexador designam-se pós-amplificadores e se colocados antes do multiplexador designam-se de pré-amplificadores. As fibras compensadores de dispersão têm como função compensar a dispersão da fibra óptica.

O MUX é um equipamento que possibilita inserir numa única fibra vários sinais ópticos, centrados em diferentes comprimentos de onda, tipicamente comprimentos de onda da grelha ITU-T (ITU-T - *International Telecommunication Union - Telecommunication Standardization Section*) [13,14]. Na extremidade oposta da fibra, o DEMUX realiza a função inversa, separando os comprimentos de onda da fibra.

Os transponderes são módulos compostos por duas interfaces, uma interface de curta distância e uma interface de longa distância. Os transponderes têm como funções mapear o sinal de entrada num dado comprimento de onda e colocar um cabeçalho e um código corrector de erros. Têm ainda funções de monitorização, controlo de erros e geração de um sinal óptico. Os transponderes têm ainda a capacidade de regenerar o sinal óptico da rede. A regeneração é feita convertendo o sinal óptico de entrada num sinal eléctrico, fazendo a recuperação dos dados e convertendo esse sinal eléctrico novamente para um sinal óptico de saída. Cada canal óptico necessita de dois transponderes, um em cada extremidade da fibra.

Os amplificadores ópticos têm como função a amplificação óptica do sinal, tendo como característica a degradação da relação sinal-ruído. O mesmo amplificador permite amplificar simultaneamente todos os comprimentos de onda da fibra.

2.4 Exemplo de uma Rede Óptica

Para uma melhor compreensão da estrutura de uma rede óptica irão ser apresentados, detalhadamente nesta secção, dois esquemas de protecção (dedicada e partilhada) sobre uma rede óptica. Na referida rede, as ligações entre os nós um e dois, um e três, dois e quatro, três e quatro, têm 500 km e a ligação entre os nós um e quatro têm 707 km. Como dados de entrada considerámos que todos os nós comunicam entre si através de um pedido STM-16 e que o espaçamento necessário entre amplificadores é de 80 km, perfazendo um total de 32 OAs utilizados. Os caminhos percorridos pelos pedidos correspondem aos caminhos mais curtos em número de ligações entre os nós origem e destino.

Na Figura 2.7 é apresentada a arquitectura da rede com os pedidos encaminhados e protegidos segundo um esquema de protecção dedicada. Como a sobrevivência da rede é assegurada por protecção dedicada, cada pedido, terá além da capacidade utilizada pelo caminho principal, capacidade reservada para o caminho alternativo. As linhas a cheio representam o caminho principal de cada um dos pedidos e as linhas a tracejado representam o caminho alternativo.

2.4. Exemplo de uma Rede Óptica

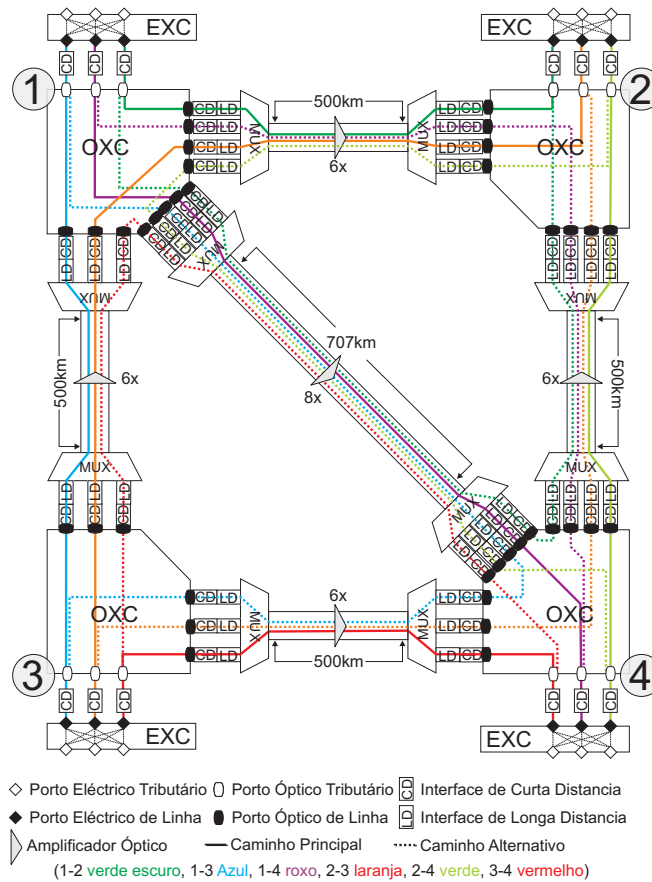


Figura 2.7: Rede encaminhada com protecção dedicada.

A título de exemplo consideremos os pedidos [1,3] (representado a azul) e [2,3] (representado a laranja) na Figura 2.7. Dado que existe uma ligação entre os nós um e três, o pedido [1,3] será encaminhado directamente por essa ligação. Note-se que a mesma ligação transporta também o pedido [2,3] e pertence ao caminho alternativo de [3,4]. Caso a ligação {1, 3} falhe, os pedidos [1,3] e [2,3] serão afectados, sendo necessário um caminho alternativo que não achesse essa ligação.

O pedido [1,3] é encaminhado alternativamente pelas ligações entre os nós um e quatro, e posteriormente entre os nós quatro e três. O pedido [2,3], que era antes transportado pelas ligações entre os nós dois e um e um e três é, caso aconteça uma falha na ligação entre os nós um e três, transportado pelas ligações entre os nós dois e quatro e quatro e três (ver Figura 2.7). São necessários um total de sete canais principais e doze canais para protecção.

Na Figura 2.8 está representada a rede analisada anteriormente, mas com um esquema de protecção partilhada. De referir, que tanto o caminho principal como o alternativo seguem as mesmas ligações que as representadas na Figura 2.7. Analisemos de seguida a capacidade adicional na ligação entre os nós um e quatro. Caso a protecção seja dedicada (ver Figura 2.7), a ligação entre os nós um e quatro reservará quatro canais adicionais para proteger os pedidos [1,2], [1,3], [2,4] e [3,4]. No entanto, se a protecção for partilhada (ver

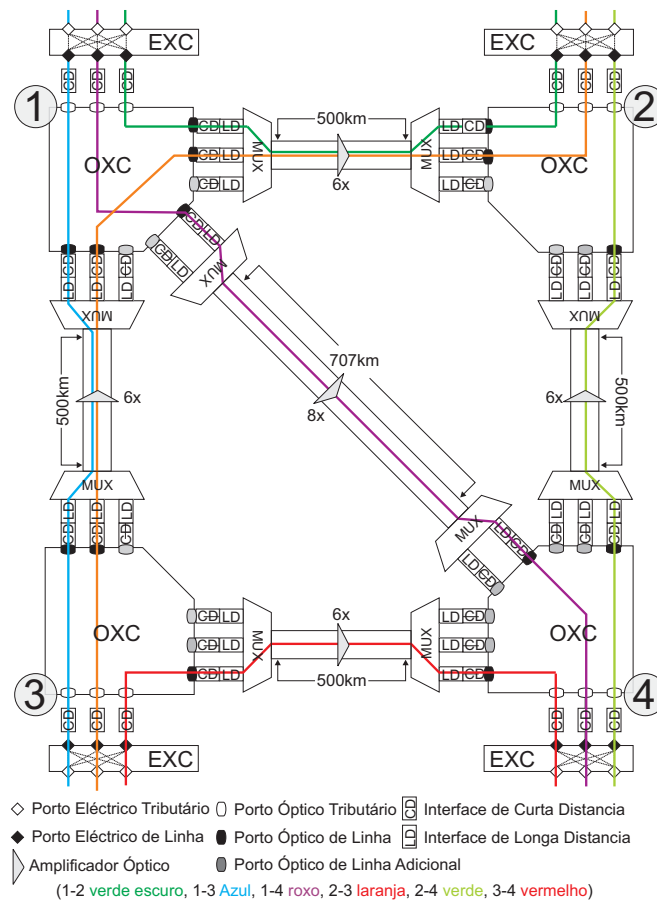


Figura 2.8: Rede encaminhada com protecção partilhada.

Figura 2.8) e como todos os caminhos principais desses pedidos são disjuntos, um único canal permitirá a protecção dos quatro pedidos. De referir que as falhas são assumidas apenas numa ligação. Neste caso, são necessários os mesmos sete canais principais mas apenas sete canais para protecção. É notório que uma protecção partilhada tem um melhor aproveitamento dos recursos, necessitando de menos portos e menos capacidade adicional. Contudo, o planeamento deste tipo de protecção é muito mais complexo do que na protecção dedicada.

Capítulo 3

Modelos em Programação Linear Inteira

NESTE capítulo serão descritos modelos em programação linear inteira (PLI - *Programação Linear Inteira*) para o problema do desenho topológico de uma rede óptica sobrevivente, sob falha de uma ligação. Para mais fácil interpretação dos modelos apresentados, durante este capítulo, será utilizada uma rede com oito vértices definida em Portugal.

3.1 Definição do Problema

Consideramos que uma rede óptica é constituída por um conjunto de nós e um conjunto de ligações e será representada por um grafo, $G = (V, E, A)$. O conjunto de nós serão representados pelos vértices do grafo, $V = \{1, \dots, n\}$, e as ligações bidireccionais da rede pelas arestas, $E = \{\{i, j\} : i, j \in V, i < j\}$. Associado a cada ligação existe um custo proporcional à distância entre os nós extremos da ligação. O comprimento da ligação em quilómetros será considerado como o custo associado à aresta que a representa em G e será denotado por

- $C_{ij} \in \mathbb{R}^+$, indica o custo associado à aresta $\{i, j\}$.

A título de exemplo vamos considerar, em Portugal, uma rede com oito nós que utilizaremos para ilustrar as ideias desenvolvidas e os resultados obtidos com os modelos que irão ser apresentados. As localizações dos oito vértices estão representadas na Figura 3.1.

Os vértices representados correspondem às seguintes cidades: Porto, Bragança, Guarda, Coimbra, Santarém, Lisboa, Portimão e Faro, e foram numerados por esta ordem. A matriz dos custos, $[C_{ij}]$, correspondente às localizações apresentadas na Figura 3.1 é:

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} \infty & 175 & 146 & 98 & 226 & 270 & 440 & 456 \\ 175 & \infty & 142 & 215 & 309 & 376 & 514 & 503 \\ 146 & 142 & \infty & 110 & 169 & 239 & 372 & 365 \\ 98 & 215 & 110 & \infty & 128 & 176 & 343 & 359 \\ 226 & 309 & 169 & 128 & \infty & 72 & 216 & 232 \\ 270 & 376 & 239 & 176 & 72 & \infty & 177 & 217 \\ 440 & 514 & 372 & 343 & 216 & 177 & \infty & 80 \\ 456 & 503 & 365 & 359 & 232 & 217 & 80 & \infty \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

A comunicação entre dois nós da rede é designada por pedido. O conjunto de todos os pedidos será denotado por $P = \{[o, d] : o, d \in V, o < d\}$ e corresponderão a fluxos em G .



Figura 3.1: Localização de oito vértices definidos em Portugal.

Um pedido pode ser transportado por uma ou mais ligações no seu caminho desde a origem até ao destino. Apesar das ligações serem bidireccionais, o pedido percorre um caminho orientado entre a origem e o destino. A orientação pela qual o pedido atravessa a ligação da rede será representada pelos arcos, (i, j) , de G . O conjunto de todos os arcos será denotado por $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$. Nesta dissertação será assumido que o caminho percorrido pelo pedido entre os nós o e d é o mesmo que entre os nós d e o .

Um pedido necessita de uma determinada largura de banda. A largura de banda necessária por um determinado pedido será dividida em canais STM-16 (≈ 2.5 Gb/s). O número de canais STM-16 necessários para transportar o pedido será denotado por B_{od} e corresponderão em G ao número de unidades de fluxo do pedido $[o, d]$,

- $B_{od} \in \mathbb{Z}_0^+$, indica o número de unidades de fluxo do pedido $[o, d]$.

Nesta dissertação a largura de banda do pedido $[o, d]$ é assumida ser igual à do pedido $[d, o]$. Por exemplo, se o pedido $[o, d]$ necessitar de uma largura de banda de 25 Gb/s, isto significa que necessita de 10 canais STM-16 em todas as ligações que percorra, pelo que $B_{od} = 10$.

A rede terá de suportar um determinado modelo de tráfego. O modelo de tráfego será representado pela matriz de pedidos com todos os elementos B_{od} e é determinante para o desenho da topologia óptima. Para estudar a influência do modelo de tráfego na

topologia óptima determinada usando os modelos em PLI, iremos utilizar como exemplo duas matrizes de pedidos para a rede com oito nós. A primeira matriz corresponde a um modelo de tráfego uniforme e unitário

$$[B_{od}^1] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

e a segunda matriz corresponde a um modelo de tráfego não uniforme,

$$[B_{od}^2] = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 5 & 3 & 15 & 10 & 3 & 5 \\ 10 & 0 & 10 & 10 & 5 & 3 & 5 & 5 \\ 5 & 10 & 0 & 5 & 15 & 5 & 3 & 5 \\ 3 & 10 & 5 & 0 & 3 & 10 & 5 & 8 \\ 15 & 5 & 15 & 3 & 0 & 10 & 5 & 10 \\ 10 & 3 & 5 & 10 & 10 & 0 & 5 & 15 \\ 3 & 5 & 3 & 5 & 5 & 5 & 0 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 8 & 10 & 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Os pedidos serão encaminhados na rede e necessitam de capacidade em cada uma das ligações que atravessam no seu caminho. Na mesma fibra óptica podem ser transportados vários pedidos com destinos e origens diferentes, contudo a capacidade da fibra não é ilimitada. A capacidade da fibra em número de canais ópticos será representada pela capacidade da aresta em número de fluxos, e será denotada por,

- $K_{ij} \in \mathbb{N}$, indica a capacidade da aresta $\{i, j\}$ em unidades de fluxo.

Notamos que qualquer uma das ligações pode ser implementada e assumimos que todas as fibras ópticas instaladas suportam o mesmo número de canais ópticos. Nesta dissertação vamos assumir que as fibras ópticas instaladas correspondem a um LH40-WDM, isto significa que cada fibra suporta 40 canais ópticos, $K_{ij} = 40$, $\forall \{i, j\} \in E$, ou seja aproximadamente 100 Gb/s.

Na literatura podem ser encontrados vários modelos em programação linear inteira para o problema do desenho de redes sobreviventes. Nos trabalhos [15] e [16] são apresentados modelos em programação linear para a minimização do número de arestas do grafo. No trabalho [10] são apresentados modelos em programação linear inteira para a minimização da capacidade utilizada nas ligações. Nesta dissertação o objectivo é minimizar os custos de instalação da rede.

Os custos de instalação de uma rede óptica são divididos em dois conjuntos, os custos de gestão de largura de banda e os custos de transmissão. Os custos de gestão de largura de

banda correspondem aos custos associados aos equipamentos necessários nos nós da rede, tais como EXCs, OXCs, portos ou interfaces de curta distância, ver Figura 2.5. Os custos de transmissão correspondem aos custos com equipamentos de transmissão nas ligações, tais como MUX/DEMUX, amplificadores ópticos, fibra óptica e transponderes, ver Figura 2.6.

A localização e número de nós assim como a matriz de pedidos são previamente conhecidas. É necessário um EXC e um OXC por cada nó e duas interfaces de curta distância por pedido, uma em cada um dos nós origem e destino. Contudo, como a matriz de pedidos e o número de nós são dados do problema estes custos são fixos. O número de portos ópticos está relacionado com o número de transponderes de longa distância localizados no sistema de transmissão, sendo assim minimizar os custos de gestão de largura de banda significa minimizar o número de portos ópticos, ver Figura 2.5. No entanto, como o número de portos ópticos está relacionado com o número de transponderes localizados nos sistemas de transmissão, minimizar os custos de transmissão é o grande desafio deste trabalho.

Atendendo à Figura 2.6, os custos de transmissão são constituídos pelos custos com transponderes, MUX/DEMUX, amplificadores ópticos e fibra óptica. Cada fibra óptica necessita de um par MUX/DEMUX em cada extremidade para multiplexar e demultiplexar os canais ópticos. Ao custo, por km, da própria fibra é adicionado o custo de um amplificador óptico por *span* (espaçamento entre amplificadores) necessário para amplificação do sinal. Por fim, cada canal óptico necessitará de dois transponderes em cada fibra que percorra, para conversão óptica-eléctrica-óptica. Os custos relativos destes componentes, assumidos nesta dissertação, estão na Tabela 3.1 [17].

Tabela 3.1: Custos com sistema de transmissão [17].

Equipamento	Notação	Custo	Quantidade
Fibra Óptica	c_f	0.8	por km
Amplificador Óptico	c_{oa}	3.8	por fibra e por <i>span</i>
MUX/DEMUX	c_{md}	9	por fibra
Transponder	c_t	2	por fibra por canal

Os custos de transmissão podem ser então repartidos em custos dependentes apenas da fibra (c_f, c_{oa}, c_{md}) e custos dependentes dos canais ópticos (c_t).

Os custos dependentes da fibra, F_{ij} , correspondem a um amplificador óptico por *span*, um par MUX/DEMUX e o custo da fibra por km, ou seja,

$$F_{ij} = \left[\frac{C_{ij}}{span} - 1 \right] c_{oa} + c_{md} + c_f C_{ij}. \quad (3.4)$$

Os custos dependentes do número de canais ópticos, O_{odr} , correspondem a dois transponderes por canal óptico por fibra,

$$O_{od} = c_t B_{od}. \quad (3.5)$$

Na modelação do problema consideraremos as seguinte variáveis

- X_{ij} , variáveis inteiras não negativas que indicam o número de arestas a colocar entre os vértices i e j e correspondem ao número de pares de fibras na ligação $\{i, j\}$,
- Y_{ij}^{od} , variáveis binárias orientadas que indicam se o fluxo $[o, d]$ é encaminhado pelo arco (i, j) .

De referir que as variáveis Y_{ij}^{od} são orientadas, pois os fluxos podem percorrer a aresta $\{i, j\}$ em ambos os sentidos. Como exemplo, a variável X_{12} indica se a aresta $\{1, 2\}$ é ou não utilizada na solução, contudo pode ser utilizada em ambos os sentidos, daí considerarmos as variáveis Y_{12}^{od} e Y_{21}^{od} que indicam se o fluxo $[o, d]$ percorre a aresta no sentido do vértice 1 para o vértice 2 ou vice-versa.

A função objectivo que se pretende minimizar corresponde aos custos de transmissão e é dada pela soma dos custos dependentes da fibra com os custos dependentes dos canais ópticos. A função objectivo tem a seguinte forma

$$\sum_{\{i,j\} \in E} F_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{[o,d] \in P} O_{od} Y_{ij}^{od}, \quad (3.6)$$

e será usada em todos os modelos que descreveremos.

O modo de conectar todos os vértices ao menor custo é a árvore de suporte de custo mínimo. A árvore de suporte de custo mínimo garante que entre todos os pares de vértices existe pelo menos um caminho, logo a conectividade da rede. O problema de gerar a árvore de suporte de custo mínimo é dos problemas de desenho mais antigos e teve o seu início em 1926 [18]. Um algoritmo eficiente é, por exemplo, o algoritmo de Kruskal [18]. Neste algoritmo a árvore é gerada aresta por aresta, incluindo na árvore arestas com menor peso e não criando ciclos.

Considerando problemas de desenho onde existem restrições de conectividade podem ser encontrados, entre outros, o desenho da árvore de custo mínimo com restrições de grau ou o problema da árvore de Steiner [18]. No problema do desenho da árvore com restrições de grau, pretende-se determinar a árvore de custo mínimo, onde cada vértice tem no máximo um determinado grau. No problema da árvore de Steiner, pretende-se conectar um determinado número de vértices ao menor custo. Os vértices correspondem a pontos terminais que comunicam entre si. A diferença entre a árvore de Steiner e a árvore de custo mínimo reside no facto de na árvore de Steiner poderem ser adicionados novos vértices à solução, diferentes dos pontos terminais, para a minimização do custo da rede. A localização e o número de pontos adicionais não são pré-determinados e correspondem a pontos de passagem do tráfego.

Os problemas descritos anteriormente não têm em consideração restrições de capacidade nas arestas, daí a solução óptima corresponder a uma árvore. Contudo, em muitos

problemas, para além de ser necessário conectar os vértices é necessário considerar restrições adicionais como a limitação da capacidade nas arestas. Quando as arestas têm capacidade limitada a solução da árvore de suporte de custo mínimo pode não ser a solução óptima para o problema. Usualmente, problemas com restrições na capacidade das arestas são modelados como problemas de fluxos. Formulações para fluxos em redes foram introduzidas por Ford e Fulkerson para modelar o problema de enviar um fluxo de um vértice para outro, através de uma rede com limitações de capacidade nos arcos [19].

Na presente dissertação, pretendemos determinar a topologia que minimiza a expressão (3.6), no entanto a rede terá que cumprir com as exigências de uma rede óptica sobrevivente. A falha de uma ligação desconecta a árvore de suporte, logo não garante a sobrevivência da rede. Para garantir sobrevivência da rede são necessários requisitos de conectividade tais como um número pré-especificado de caminhos disjuntos entre pares de vértices. Os caminhos podem ser disjuntos por arestas ou por vértices, dependendo das falhas em análise. Nesta dissertação queremos apenas garantir que a rede seja sobrevivente contra falhas em ligações, daí a disjunção dos caminhos por arestas ser suficiente.

Pelo teorema de Menger [20] sabemos que num grafo $G = (V, E)$, não existe nenhum corte por arestas de cardinalidade menor ou igual a $n - 1$ que desconecte dois vértices o e d , se e apenas se existirem pelo menos n caminhos disjuntos por arestas entre o e d [20]. Como nesta dissertação apenas se pretende proteger a rede contra a falha de uma ligação, $n - 1 = 1$, é necessário que entre cada par de vértices existam dois caminhos disjuntos por arestas.

Dependendo do nível de conectividade exigido (número de caminhos disjuntos), os problemas do desenho topológico diferem enquanto problemas de otimização combinatória. Usualmente, o problema de determinar a topologia de rede de menor custo onde existam dois caminhos disjuntos entre todos os pares de vértices é designado de problema do desenho da rede 2-conexa de menor custo [21, 22] que é um problema NP-Difícil [23]. No presente trabalho pretende-se determinar a rede 2-conexa de menor custo pelo que nas próximas secções serão descritos o conjunto de restrições que é necessário considerar. Os modelos que irão ser apresentados usam fluxos em redes para modelar o desenho de redes sobreviventes.

3.2 Modelo com Encaminhamento sem Protecção

O primeiro modelo que irá ser apresentado é um modelo sem protecção, onde apenas se pretende garantir a conexão entre todos os pares de vértices. Neste primeiro modelo a rede não é sobrevivente, entre todos os pares de vértices terá que existir apenas um caminho. Contudo, dada a limitação na capacidade das arestas não existe a garantia de que a árvore de suporte de custo mínimo seja a solução óptima do problema. O modelo sem protecção será apresentado pois servirá como ponto de partida para a construção dos modelos seguintes.

Neste modelo o objectivo é minimizar os custos de transmissão de uma rede óptica onde todos os nós comunicam entre si através de ligações sujeitas a uma determinada capacidade. A protecção dos pedidos não é garantida. As variáveis utilizadas no modelo são as apresentadas e são,

3.2. Modelo com Encaminhamento sem Protecção

- $X_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+$, indicam o número de arestas $\{i, j\}$;
- $Y_{ij}^{od} \in \{0, 1\}$, indicam se o fluxo entre os vértices o e d é encaminhado pelo arco (i, j) .

O modelo em programação linear inteira é o seguinte

$$\min \sum_{\{i,j\} \in E} F_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{[o,d] \in P} O_{od} Y_{ij}^{od}$$

sujeito a

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Y_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Y_{ji}^{od} = \begin{cases} 1, & i = o \\ 0, & i \neq o, d \\ -1, & i = d \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V \quad (3.7)$$

$$\sum_{[o,d] \in P} B_{od} (Y_{ij}^{od} + Y_{ji}^{od}) \leq K_{ij} X_{ij} \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.8)$$

$$X_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.9)$$

$$Y_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall [o, d] \in P, \forall (i, j) \in A \quad (3.10)$$

A função objectivo que se pretende minimizar corresponde ao custos de transmissão, (3.6), e foi já descrita. As restrições (3.7) são as usuais restrições de conservação de fluxo e conjuntamente com as restrições (3.8) garantem a existência de um caminho entre os vértices o e d . Na Figura 3.2 está ilustrado um exemplo de um fluxo entre os vértices o e d .

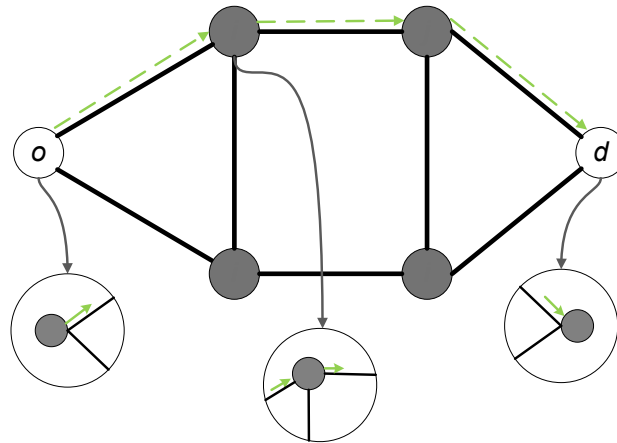


Figura 3.2: Exemplo de um fluxo numa rede.

O vértice origem envia uma unidade de fluxo e o vértice destino recebe uma unidade de fluxo. Os restantes vértices, não sendo nem origem nem destino, terão de enviar todo o fluxo que recebem, restrições (3.7).

As restrições (3.8) são as restrições de ligação entre as variáveis e garantem que o número de fluxos em cada aresta não excede a sua capacidade máxima. Isto é, todos os fluxos

que sejam transportados pela aresta $\{i, j\}$, independentemente da sua capacidade B_{od} , não excedem o limite da capacidade da fibra K_{ij} .

As restrições (3.9) e (3.10) definem o domínio de cada variável. As restrições (3.9) garantem que a variável X_{ij} é inteira não negativa de modo a que possa ser instalado mais do que um par de fibras na mesma ligação. As restrições (3.10) garantem que as variáveis Y_{ij}^{od} são variáveis binárias para que todo o fluxo seja encaminhado pelas mesmas arestas.

No âmbito deste trabalho foi considerada ainda a relaxação linear do problema permitindo-nos obter um limite inferior para o valor óptimo. A relaxação linear consiste na substituição das restrições (3.9) por

$$X_{ij} \geq 0 \quad \forall \{i, j\} \in E, \quad (3.11)$$

e das restrições (3.10) por

$$Y_{ij}^{od} \leq 1 \quad \forall [o, d] \in P, \forall (i, j) \in A. \quad (3.12)$$

O número de variáveis e de restrições aumenta com o crescimento da dimensão do problema. Seguidamente, irá ser analisado o número de variáveis e de restrições deste modelo que é proporcional ao número de vértices.

Existem duas variáveis no modelo, as variáveis X_{ij} e Y_{ij}^{od} . Todas as possíveis arestas poderão pertencer à solução, sendo assim existirão $|V|(|V| - 1)/2$ variáveis X_{ij} , onde $|V|$ denota o número de elementos do conjunto V . Existem fluxos entre todos os pares de vértices, logo $|V|(|V| - 1)/2$ fluxos, que poderão ser encaminhados por qualquer arco, $|V|(|V| - 1)$. Sendo assim, o número de variáveis Y_{ij}^{od} será a multiplicação do número de fluxos pelo número de arcos. Existem $(|V|(|V| - 1))^2/2$ variáveis Y_{ij}^{od} . Somando o número de variáveis X_{ij} com Y_{ij}^{od} obtemos o número total de variáveis do modelo e é dado por

$$\frac{|V|(|V| - 1) + (|V|(|V| - 1))^2}{2}. \quad (3.13)$$

O número de restrições (3.9) e (3.10) é igual ao número de variáveis. O número de restrições (3.7) depende do número de vértices da rede, $|V|$, e do número de fluxos, $|V|(|V| - 1)/2$, logo é igual a $|V|^2(|V| - 1)/2$. Finalmente, existem tantas restrições do tipo (3.8) como variáveis X_{ij} , $|V|(|V| - 1)/2$. O número total de restrições deste modelo pode ser determinado por

$$\frac{|V|^3 + |V|^2 - 2|V| + (|V|(|V| - 1))^2}{2}. \quad (3.14)$$

Considerando a rede exemplo com oito vértices o modelo tem 1596 variáveis e 1848 restrições.

Utilizando o software de optimização Xpress foi determinado para a rede exemplo o valor óptimo para o modelo e para a sua relaxação linear. Para a matriz de pedidos $[B_{od}^1]$ apresentada em (3.2), o valor óptimo obtido pelo modelo, após 28.8 s de processamento, é

3.2. Modelo com Encaminhamento sem Protecção

de 872.33 u.m. e o valor obtido pela relaxação linear é de 210.60 u.m.. Notamos que a solução obtida corresponde à árvore de suporte de custo mínimo. Graficamente podemos observar a topologia óptima na Figura 3.3. Junto às arestas encontram-se os fluxos que atravessam a respectiva aresta, o fluxo sublinhado indica a própria aresta.

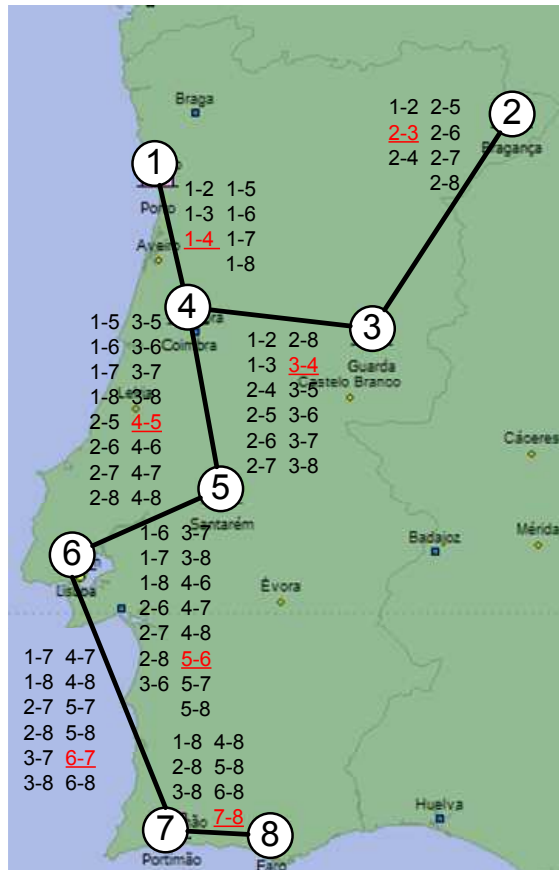


Figura 3.3: Solução óptima determinada pelo modelo com encaminhamento sem protecção e matriz de pedidos uniforme e unitária. O custo desta solução é de 872.33 u.m..

Como exemplo, as variáveis X_{14} e X_{34} têm valor um na solução óptima, daí a existência de uma aresta entre os vértices 1 e 4 e entre os vértices 3 e 4. Adicionalmente, o valor das variáveis Y_{14}^{13} e Y_{43}^{13} é também de 1, ou seja, o caminho do fluxo $[1, 3]$ é efectuado através das arestas $\{1, 4\}$ e $\{3, 4\}$. De referir que o fluxo percorre a aresta $\{3, 4\}$ no sentido do vértice 4 para o vértice 3.

Como existe capacidade excessiva na rede, pois cada aresta suporta 40 unidades de fluxo e esse valor nunca é atingido na solução, a topologia que conecta todos os vértices ao menor custo é a árvore de suporte de custo mínimo. Existem 28 fluxos unitários que correspondem a uma comunicação por cada par de vértices e cada aresta suporta 40, ou seja, se todos os fluxos percorressem a mesma aresta ainda assim existiria capacidade não utilizada. O modo de conectar todos os vértices de uma rede ao menor custo é a árvore de suporte de custo mínimo. Como se pode observar na Figura 3.3 todos os vértices estão conectados aos seus vizinhos mais próximos.

Vejamos agora quais as alterações na topologia óptima com o aumento do tráfego a transportar pela rede. Para isso consideremos a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$ apresentada em (3.3). O valor óptimo do modelo é de 2041.69 u.m. e é atingido após 31.6 s de processamento. Usando a relaxação linear do modelo obtivemos o valor de 1404.92 u.m.. A topologia óptima já não corresponde à árvore de custo mínimo como pode ser observado na Figura 3.4.

Como não existe capacidade suficiente para encaminhar todas as unidades de fluxo numa única aresta, houve necessidade de se adicionarem mais arestas à rede. Comparando ambas as soluções verifica-se que nem todas as arestas foram preservadas na solução óptima, estas foram preferencialmente colocadas no sentido de minimizar o caminho dos fluxos com mais unidades. De referir que, agora, os fluxos não são unitários, logo a capacidade que cada uma das arestas tem que suportar não é apenas o número de fluxos que a atravessam mas o resultado de $\sum_{[o,d] \in P} B_{od}(Y_{ij}^{od} + Y_{ji}^{od})$, ver Tabela 3.2.

Como podemos observar na Tabela 3.2 todas as arestas estão perto ou na sua capacidade máxima. Não existe necessidade de implementar mais do que um par de fibras em cada uma das ligações seleccionadas. A aresta $\{3, 4\}$ que fazia parte da árvore de suporte de custo mínimo é a única aresta que agora não faz parte da solução óptima. Pelo contrário, as arestas $\{1, 2\}$, $\{1, 6\}$, $\{3, 5\}$ e $\{5, 8\}$ são adicionadas à árvore de suporte na solução óptima. A não inclusão da aresta $\{3, 4\}$ deve-se à reduzida capacidade requerida pelo pedido $[3,4]$, $B_{34} = 5$. Pelo mesmo motivo, a inserção das restantes arestas deve-se à grande capacidade requerida pelos pedidos $[1,2]$, $[1,6]$, $[3,5]$ e $[5,8]$, B_{12} , B_{16} , $B_{58} = 10$ e $B_{35} = 15$.

Devido à reduzida capacidade requerida pelo pedido $[3,7]$, $B_{37} = 3$, este não é encaminhado pelo menor caminho em número de arestas. Como pode ser observado na Figura 3.4, o fluxo $[3, 7]$ é encaminhado pelas arestas $\{2, 3\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 6\}$ e $\{6, 7\}$. Tal acontece porque a aresta $\{3, 5\}$ se encontra na sua capacidade máxima e pertence ao menor caminho em número de arestas entre os vértice 3 e o vértice 7.

Tabela 3.2: Capacidade das arestas para a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$.

Aresta	Fluxo	Unidades de Fluxo	Total
$\{1, 2\}$	$[1,2] [1,3] [2,4] [2,6] [2,7] [3,7]$	$10+5+10+3+5+3$	36
$\{1, 4\}$	$[1,4] [1,5] [2,4] [4,6]$	$3+15+10+10$	38
$\{1, 6\}$	$[1,6] [1,7] [1,8] [2,6] [2,7] [3,7] [4,6]$	$10+3+5+3+5+3+10$	39
$\{2, 3\}$	$[1,3] [2,3] [2,5] [2,8] [3,7]$	$3+10+5+5+3$	26
$\{3, 5\}$	$[2,5] [2,8] [3,4] [3,5] [3,6] [3,8]$	$5+5+5+15+5+5$	40
$\{4, 5\}$	$[1,5] [3,4] [4,5] [4,7] [4,8]$	$15+5+3+5+8$	31
$\{5, 6\}$	$[1,8] [3,6] [5,6] [5,7]$	$5+5+10+5$	25
$\{5, 8\}$	$[1,8] [2,8] [3,8] [4,7] [4,8] [5,8]$	$5+5+5+5+8+10$	38
$\{6, 7\}$	$[1,7] [2,7] [3,7] [5,7] [6,7] [6,8]$	$3+5+3+5+5+15$	36
$\{7, 8\}$	$[4,7] [6,8] [7,8]$	$5+15+5$	25

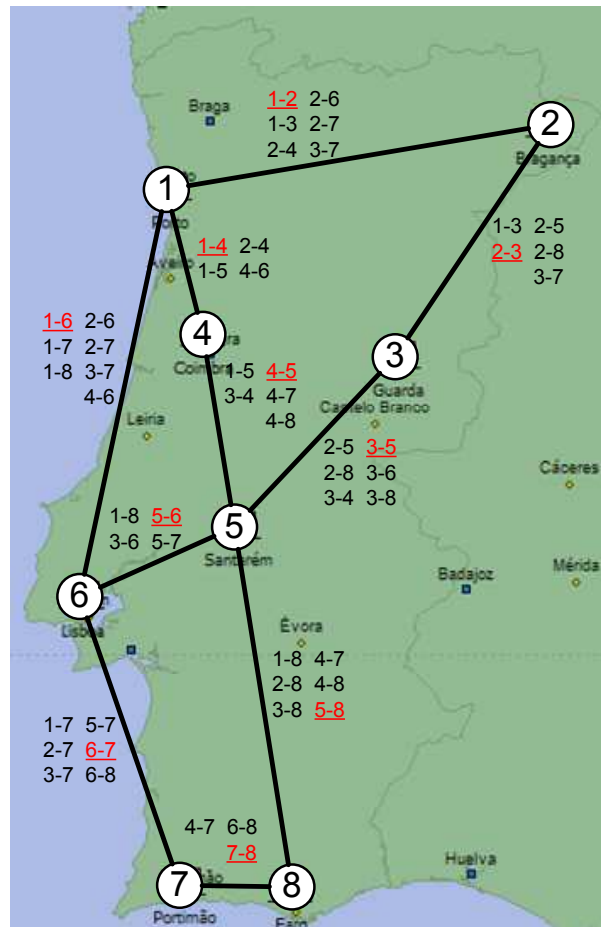


Figura 3.4: Solução óptima determinada pelo modelo com encaminhamento sem protecção e matriz de pedidos não uniforme. O custo desta solução é de 2041.69 u.m..

3.3 Modelos com Encaminhamento com Protecção Dedicada

Nesta secção são apresentados dois modelos em programação linear inteira para a minimização dos custos de transmissão de uma rede óptica sobrevivente sob um esquema de protecção dedicada.

3.3.1 Modelo 1

O modelo que irá ser descrito é baseado nas formulações apresentadas em [15] e [16]. Em ambos os trabalhos são apresentados modelos em programação linear inteira para a minimização do número de arestas numa rede. Os modelos apresentados utilizam fluxos em redes e em ambas as formulações cada fluxo tem requisitos de conectividade distintos. Ou seja, o pedido pode ser protegido por dois ou mais caminhos disjuntos ou não necessitar de protecção. Adicionalmente, em ambos os trabalhos os fluxos são unitários. As restrições de fluxo dos modelos apresentados em [15] e [16] foram adaptadas ao problema estudado nesta dissertação.

O modelo 1 que iremos apresentar é uma extensão do modelo apresentado na Secção 3.2. O modelo em PLI para o desenho da rede 2-conexa de menor custo é:

$$\min \sum_{\{i,j\} \in E} F_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{[o,d] \in P} O_{od} Y_{ij}^{od}$$

sujeito a

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Y_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Y_{ji}^{od} = \begin{cases} 2, & i = o \\ 0, & i \neq o, d \\ -2, & i = d \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V \quad (3.15)$$

$$\sum_{[o,d] \in P} B_{od} (Y_{ij}^{od} + Y_{ji}^{od}) \leq K_{ij} X_{ij} \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.16)$$

$$X_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.17)$$

$$Y_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall [o, d] \in P, \forall (i, j) \in A \quad (3.18)$$

As restrições (3.16), (3.17) e (3.18) são semelhantes às restrições (3.8), (3.9) e (3.10) do modelo apresentado na secção anterior. O conjunto de restrições (3.15) juntamente com as restrições (3.18) garantem a existência de dois caminhos disjuntos para cada pedido. Entre cada par de vértices existem agora dois fluxos, restrições (3.15). Do vértice origem do pedido irão ser enviados dois fluxos cujos percursos serão definidos pelas variáveis Y_{ij}^{od} . No entanto, as variáveis Y_{ij}^{od} são binárias, o que implica que os dois fluxos não poderão percorrer as mesmas arestas no seu caminho desde o vértice origem até ao vértice destino. Deste modo garante-se que os dois fluxos seguem caminhos disjuntos por arestas.

O número de variáveis e de restrições deste modelo é igual ao número de variáveis e restrições do modelo com encaminhamento sem protecção. A relaxação linear considerada para este modelo consiste na substituição das restrições (3.17) pelas restrições (3.11) e das restrições (3.18) por (3.12).

Utilizando o Xpress e considerando a rede exemplo e a matriz de pedidos $[B_{od}^1]$, encontrámos o valor óptimo da função objectivo que é de 1489.67 u.m. atingido após um tempo de processamento de 13.3 s. O valor da relaxação linear do problema é de 517.98 u.m..

Na Figura 3.5 pode ser encontrada a topologia que corresponde à solução óptima. Os fluxos assinalados a verde correspondem ao caminho mais curto em número de arestas entre os dois vértices, logo ao caminho principal. A vermelho encontram-se assinalados os caminhos alternativos, que correspondem aos segundos caminhos mais curtos em número de arestas.

A título de exemplo vamos considerar na Figura 3.5 o fluxo $[1, 4]$. As arestas $\{1, 2\}$, $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{3, 5\}$ e $\{4, 5\}$ estão na solução óptima, uma vez que as variáveis X_{12} , X_{14} , X_{23} , X_{35} e X_{45} têm valor um na solução óptima. Como podemos verificar o caminho principal do fluxo $[1, 4]$ é encaminhado directamente pela aresta $\{1, 4\}$, logo Y_{14}^{14} tem valor um na solução óptima. O caminho alternativo deste fluxo, assinalado a vermelho, é encaminhado pelas arestas $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{3, 5\}$ e $\{4, 5\}$ uma vez que as variáveis

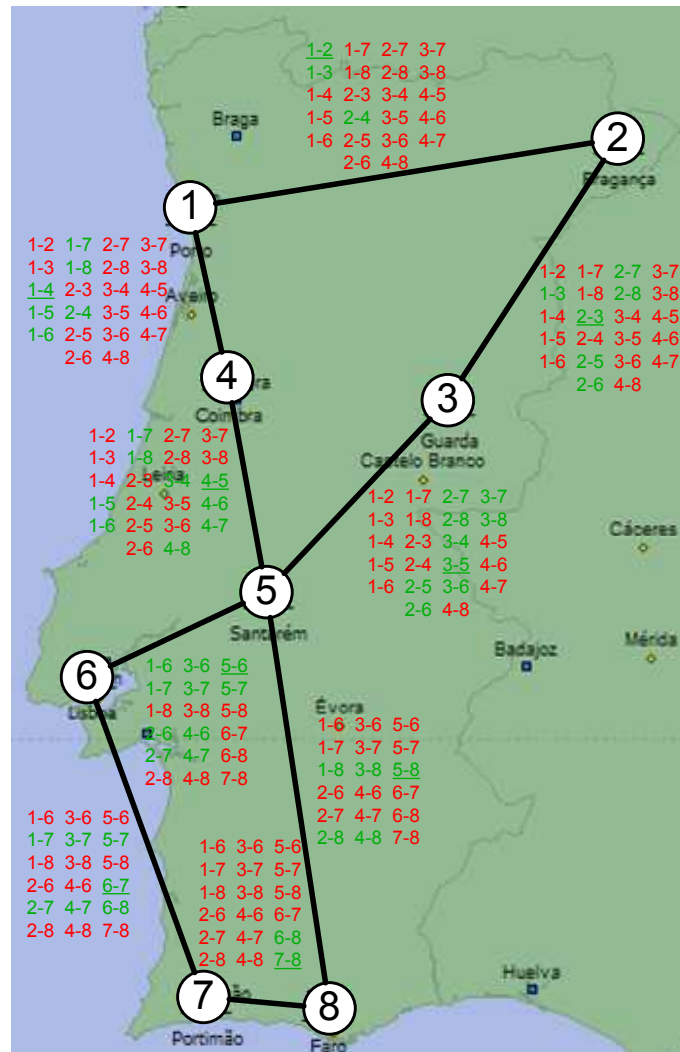


Figura 3.5: Solução óptima obtida usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada e matriz de pedidos uniforme e unitária. O custo é de 1489.67 u.m.

Y_{12}^{14} , Y_{23}^{14} , Y_{35}^{14} e Y_{54}^{14} têm também valor um na solução óptima. De referir que o fluxo percorre a aresta $\{4, 5\}$ no sentido do vértice 5 para o vértice 4.

Tal como no modelo sem protecção, considerando a matriz $[B_{od}^1]$, o total dos pedidos é inferior à capacidade de uma fibra, existe então muita capacidade excedentária. Contudo a obrigatoriedade de existência de dois caminhos disjuntos impedem a árvore de suporte de custo mínimo de ser solução óptima do problema. Na topologia óptima determinada, cada vértice tem, no mínimo, duas arestas incidentes para garantia de protecção mas continuam a estar conectados aos vértices mais próximos. A topologia consiste em dois anéis conectados através do vértice 5. Esta topologia não permite protecção sobre falha de um vértice. Como podemos observar na Figura 3.5, se existir uma falha no vértice 5 a rede fica desconectada.

Para a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$ o valor óptimo da função objectivo é de 4040.07 u.m. e da relaxação linear do modelo de 3496.31 u.m.. A solução óptima foi atingida após 174.3 s

de processamento e a topologia correspondente possui 17 arestas. Existiu um aumento substancial do número de arestas necessárias ao encaminhamento da matriz de pedidos $[B_{od}^2]$. A capacidade necessária em cada aresta pode ser encontrada na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Capacidade das arestas para a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$.

Aresta	Fluxo	Unidades de Fluxo	Total
{1, 2}	[1,2] [1,4] [2,3] [2,4] [2,5]	10+3+10+10+5	38
{1, 3}	[1,3] [1,5] [1,6] [2,3]	5+15+10+10	40
{1, 4}	[1,2] [1,3] [1,4] [1,7] [1,8] [2,4]	10+5+3+3+5+10	36
{1, 5}	[1,5] [1,6] [1,7] [1,8] [2,5]	15+10+3+5+5	38
{2, 3}	[1,4] [2,3] [2,5] [2,6] [2,7] [2,8] [3,4]	3+10+5+3+5+5+5	36
{2, 4}	[1,2] [2,4] [2,6] [2,7] [2,8] [3,4]	10+10+3+5+5+5	38
{3, 4}	[1,3] [1,4] [3,4] [3,5] [3,7] [3,8]	5+3+5+15+3+5	36
{3, 5}	[1,5] [2,8] [3,5] [3,6]	15+5+15+5	40
{3, 6}	[1,6] [2,6] [2,7] [2,5] [3,6] [3,7] [3,8]	10+3+5+5+5+3+5	36
{4, 5}	[3,5] [4,5] [4,6] [5,6]	15+3+10+10	38
{4, 6}	[2,6] [4,5] [4,6] [4,7] [4,8] [5,6]	3+3+10+5+8+10	39
{4, 8}	[1,7] [1,8] [2,7] [2,8] [3,7] [3,8] [4,7] [4,8]	3+5+5+5+3+5+5+8	39
{5, 6}	[1,6] [1,7] [2,5] [3,6] [4,5] [4,6] [5,6] [5,7] [5,8] [6,8]	10+3+5+5+3+10+10+5+10+15	76
{5, 8}	[1,8] [2,8] [5,7] [5,8] [6,8]	5+5+5+10+15	40
{6, 7}	[1,7] [2,7] [3,7] [4,7] [4,8] [5,7] [6,7] [7,8]	3+5+3+5+8+5+5+5	39
{6, 8}	[3,8] [5,8] [6,7] [6,8] [7,8]	5+10+5+15+5	40
{7, 8}	[1,7] [2,7] [3,7] [4,7] [4,8] [5,7] [6,7] [7,8]	3+5+3+5+8+5+5+5	39

É notório o aumento da capacidade utilizada nas arestas pois neste modelo existem muito mais unidades de fluxo a ser encaminhadas. Os pedidos terão que ser protegidos, terão dois caminhos na solução, ocupando assim capacidade num maior número de arestas. A capacidade necessária na aresta $\{5, 6\}$ é de 76 unidades de fluxo logo $X_{56} = 2$, ou seja, é necessário instalar dois pares de fibras nessa ligação. A representação gráfica da topologia pode ser encontrada na Figura 3.7.

3.3.2 Modelo 2

Nesta secção será apresentado um segundo modelo para um encaminhamento com protecção dedicada. Neste modelo cada um dos dois caminhos disjuntos é definido usando variáveis diferentes. Existe então a necessidade de introduzir uma nova variável,

- $Z_{ij}^{od} \in \{0, 1\}$, indicam se o fluxo entre os vértices o e d é encaminhado pelo arco (i, j) .

A diferença deste modelo para o modelo 1, apresentado anteriormente, é a de que os dois caminhos disjuntos estão associados a variáveis diferentes. O modelo 2 é então:

$$\min \sum_{\{i,j\} \in E} F_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{[o,d] \in P} O_{od} (Y_{ij}^{od} + Z_{ij}^{od}) \quad (3.19)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Y_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Y_{ji}^{od} = \begin{cases} 1, & i = o \\ 0, & i \neq o, d \\ -1, & i = d \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V \quad (3.20)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Z_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Z_{ji}^{od} = \begin{cases} 1, & i = d \\ 0, & i \neq o, d \\ -1, & i = o \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V \quad (3.21)$$

$$\sum_{[o,d] \in P} B_{od} (Y_{ij}^{od} + Y_{ji}^{od} + Z_{ij}^{od} + Z_{ji}^{od}) \leq K_{ij} X_{ij} \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.22)$$

$$Y_{ij}^{od} + Z_{ij}^{od} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.23)$$

$$X_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall \{i, j\} \in E \quad (3.24)$$

$$Y_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.25)$$

$$Z_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.26)$$

Este modelo é muito semelhante ao modelo 1 apresentado anteriormente. Por esse motivo apenas irá ser dado ênfase às diferenças entre ambos. A primeira diferença reside na função objectivo (3.19), onde é necessário introduzir as variáveis Z_{ij}^{od} juntamente com as variáveis Y_{ij}^{od} para a determinação dos custos dependentes dos canais ópticos.

As restrições (3.15) são neste modelo substituídas pelas restrições (3.20) e (3.21) que definem os caminhos percorridos pelo fluxo $[o, d]$ através das variáveis Y_{ij}^{od} e Z_{ij}^{od} , respectivamente. Às restrições de ligação (3.16) do modelo anterior, são adicionadas agora as variáveis Z_{ij}^{od} em ambos os sentidos, restrições (3.22). As restrições (3.23) garantem que os caminhos definidos pelas variáveis Y_{ij}^{od} são disjuntos dos definidos pelas variáveis Z_{ij}^{od} . Finalmente, as restrições (3.26) definem as variáveis Z_{ij}^{od} como binárias.

Com a inserção destas novas variáveis, o número de restrições e de variáveis do problema aumenta quando comparado com o modelo 1. O número de variáveis é agora igual à soma do número de variáveis X_{ij} , Y_{ij}^{od} e Z_{ij}^{od} . O número de variáveis X_{ij} e Y_{ij}^{od} mantém-se e é dado por (3.13). O número de variáveis Z_{ij}^{od} é igual ao número de variáveis Y_{ij}^{od} , ou seja, $(|V|(|V| - 1))^2/2$. Adicionando o número de variáveis Z_{ij}^{od} a (3.13) obtemos

$$\frac{|V|(|V| - 1) + 2(|V|(|V| - 1))^2}{2}. \quad (3.27)$$

O número de restrições deste modelo é o expresso por (3.14) adicionado ao número de restrições (3.21), (3.23) e (3.26). As restrições (3.21) são dependentes do número de vértices da rede e do número de fluxos, logo existem $|V|^2(|V| - 1)/2$ restrições deste tipo. O número

de restrições (3.23) depende do número de arcos da rede, $|V|(|V| - 1)$, e do número de pedidos, $(|V|(|V| - 1))/2$, logo o total de restrições deste tipo é $(|V|(|V| - 1))^2/2$. O número de restrições (3.26) é igual ao número de variáveis Z_{ij}^{od} , ou seja, $(|V|(|V| - 1))^2/2$. Adicionando o número de novas restrições a (3.14) obtemos

$$\frac{3|V|^3 - 2|V|^2 + 3(|V|(|V| - 1))^2}{2}. \quad (3.28)$$

Considerando as expressões (3.13), (3.14), (3.27) e (3.28) o número de variáveis e de restrições cresce cubicamente com o número de vértices da rede, ver Figura 3.6 a) e b).

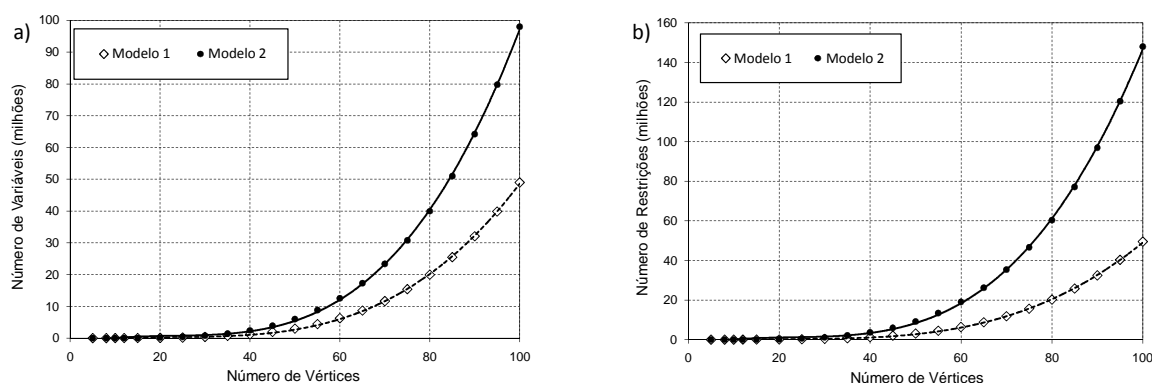


Figura 3.6: a) Crescimento do número de variáveis com aumento do número de vértices da rede, b) Crescimento do número de restrições com o aumento do número de vértices da rede.

É notório que com o aumento da dimensão do problema o número de variáveis e restrições no modelo 2 é muito maior que no modelo 1. Para $|V| = 100$ tanto o número de restrições como de variáveis no modelo 2 atinge praticamente o dobro do modelo 1. Considerando a rede exemplo com oito vértices existem 3164 variáveis e 5208 restrições no modelo 2.

A relaxação linear deste modelo, considerada nesta dissertação, consiste na substituição das restrições (3.24) pelas restrições (3.11), das restrições (3.25) pelas restrições (3.12) e das restrições (3.26) por

$$Z_{ij}^{od} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P. \quad (3.29)$$

Utilizando o Xpress foi determinado o valor ótimo do modelo 2 e da sua relaxação linear para a rede exemplo. O valor ótimo da função objectivo para a matriz de pedidos $[B_{od}^1]$, considerando o modelo 2, é o mesmo que o obtido com o modelo 1, assim como o valor da relaxação linear e a topologia ótima. O número de variáveis e de restrições aumenta neste modelo, este resultado necessitou de 17.0 s de processamento enquanto que com o modelo 1 foi atingido após 13.3 s.

Para a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$ o valor ótimo da função objectivo é de 4040.07 u.m., como no modelo 1. O tempo de processamento foi muito superior ao da matriz $[B_{od}^1]$ e foi de 32179.2 s. Como o número de restrições e de variáveis do modelo aumenta, a diferença de

tempos de processamento entre os dois modelos aumenta também. De notar que o modelo 1 necessitou apenas de 174.3 s para determinar a solução óptima. A topologia óptima pode ser encontrada na Figura 3.7.

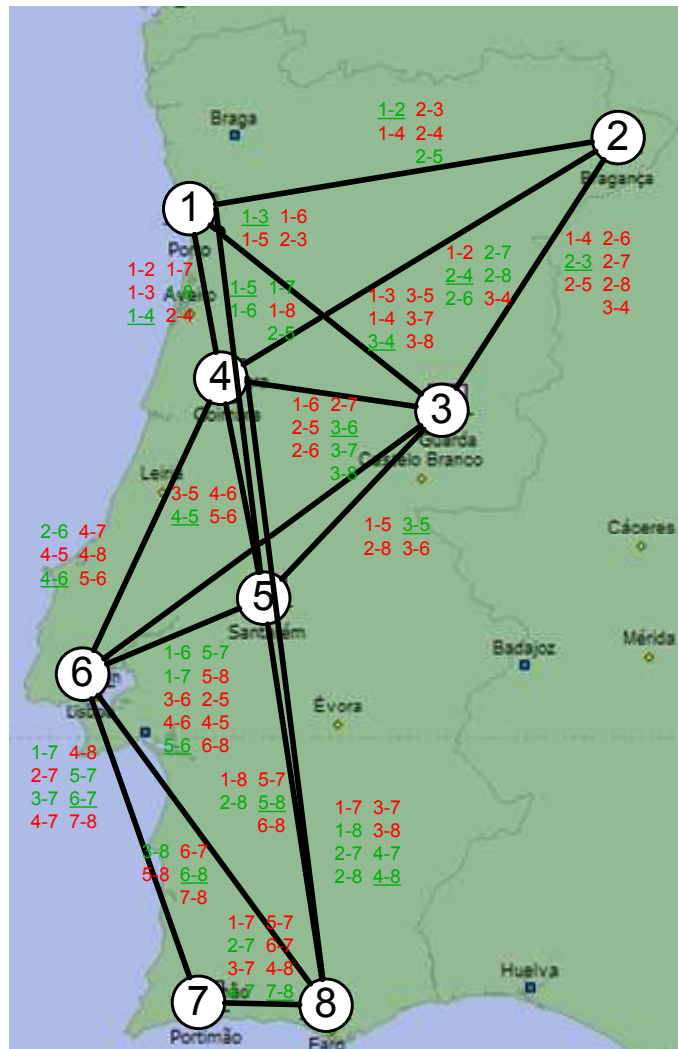


Figura 3.7: Solução óptima determinada usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada e matriz de pedidos não uniforme. O custo é de 4040.07 u.m..

O caminho principal está associado ao caminho mais curto em número de arestas e está assinalado a verde na Figura 3.7. O caminho alternativo está associado ao segundo caminho mais curto entre os vértices e está assinalado a vermelho na Figura 3.7. Podemos observar que apesar dos dois caminhos disjuntos serem definidos por variáveis diferentes, não existe garantia que as variáveis Y_{ij}^{od} definem o caminho mais curto. Não existe qualquer relação entre os caminhos definidos pelas variáveis Y_{ij}^{od} e Z_{ij}^{od} e os caminhos principais ou alternativos. Estes podem ser definidos por qualquer uma das variáveis.

Utilizando como exemplos os fluxos [1,2] e [4,6] o caminho principal (mais curto) para o fluxo [1,2] é definido pelas variáveis Z_{ij}^{od} , pois $Z_{12}^{12} = 1$, pelo contrário o caminho principal

do fluxo [4,6] é definido pelas variáveis Y_{ij}^{od} , pois $Y_{46}^{46} = 1$. Em ambos os casos o caminho alternativo é definido pelas outras variáveis. De referir que nem sempre os caminhos alternativos correspondem aos segundos caminhos mais curtos. Quando a capacidade requerida pelo pedido é reduzida, este pode ser acomodado em ligações com alguma capacidade livre. Como exemplo consideremos o fluxo [1,4] cujo caminho principal percorre a aresta {1,4}. Apesar de existirem caminhos mais curtos, o caminho alternativo do fluxo [1,4] é efectuado pelas arestas {1,2}, {2,3} e {3,4} pois $B_{14} = 3$.

3.3.3 Disjunção nos Vértices

Os modelos em programação linear inteira apresentados anteriormente, têm a vantagem de poderem ser facilmente adaptados a novos tipos de restrições. No caso considerado nesta dissertação, a disjunção dos caminhos por aresta é suficiente para que a rede seja sobrevivente sob falha de uma ligação individual. Contudo, é relativamente simples inserir em ambos os modelos novas restrições para que os caminhos sejam também disjuntos por vértices. Para garantir disjunção nos vértices no modelo 1 basta adicionar ao modelo as restrições,

$$\sum_{j \in V \setminus \{d\}} Y_{ij}^{od} \leq 1 \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V, i \neq o. \quad (3.30)$$

Com estas restrições garantimos que cada vértice $j \in V$, excepto o vértice origem e destino, apenas está presente, no máximo, em um dos caminhos percorrido pelo pedido.

Para o modelo 2 a restrição é em tudo semelhante, apenas com a diferença de que temos que ter em consideração a existência de dois caminhos definidos por variáveis diferentes,

$$\sum_{j \in V \setminus \{d\}} (Y_{ij}^{od} + Z_{ij}^{od}) \leq 1 \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in V, i \neq o. \quad (3.31)$$

Considerando a topologia óptima para a matriz de pedidos $[B_{od}^1]$, ver Figura 3.5, podemos observar que os caminhos não são disjuntos por vértices, apenas por arestas. Como exemplo e observando os dois caminhos percorridos pelo fluxo [3,6], facilmente se verifica que ambos passam pelo vértice 5. Adicionando as restrições (3.30) ao modelo 1, obtemos uma solução óptima com valor 1510.35 u.m., em 15.8 s. O valor da relaxação linear do modelo é de 517.98 u.m.. Na Figura 3.8 está representada a topologia correspondente à solução óptima. O mesmo resultado é obtido quando adicionadas as restrições (3.31) ao modelo 2. Verificamos que esta topologia tem já todos os caminhos disjuntos não só por arestas mas também por vértices. Comparando ambas as soluções houve uma troca da aresta {4,5} pela aresta {4,6} na solução óptima, ver Figura 3.5 e Figura 3.8.

Considerando a matriz de pedidos $[B_{od}^2]$ os dois caminhos são já disjuntos por vértices. O resultado obtido foi o mesmo do que quando a disjunção por vértices não era necessária.

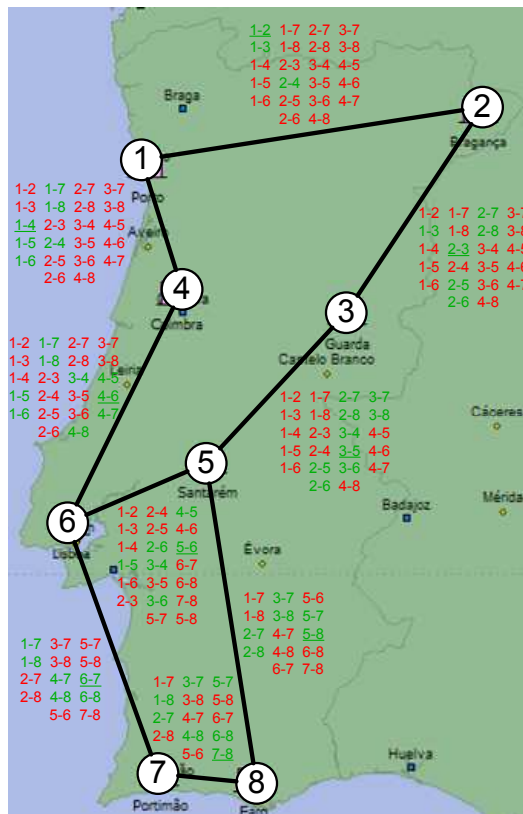


Figura 3.8: Solução óptima obtida usando o modelo com encaminhamento com protecção dedicada com disjunção nos vértices e matriz de pedidos uniforme. O custo é de 1510.35 u.m..

3.4 Modelo com Encaminhamento com Protecção Partilhada

Nesta secção será apresentado um modelo em PLI para a minimização dos custos de transmissão de uma óptica sobrevivente segundo um esquema de protecção partilhada. Quando se pretende assegurar a sobrevivência da rede por protecção partilhada, existe um melhor aproveitamento dos recursos mas a complexidade no desenho e planeamento da rede aumenta substancialmente. Nos trabalhos [3, 11, 24] são apresentados modelos em programação linear inteira para a minimização dos custos de uma rede óptica sobrevivente por protecção partilhada. Nos modelos apresentados um dos parâmetros de entrada é um determinado número de caminhos candidatos, já previamente definidos sobre uma determinada topologia. Para obter percursos candidatos é necessário um pré-processamento e um conhecimento mais profundo da topologia que se pretende obter. No caso da rede exemplo, existiria a necessidade de se obterem previamente todos os possíveis caminhos entre todos os pares de vértices para qualquer uma das possíveis topologias sobreviventes que se podem obter com oito vértices.

Um modelo em PLI baseado em formulações de fluxos para redes sobreviventes sob protecção partilhada pode ser encontrado em [25]. Nesta dissertação vamos usar o modelo proposto em [25] para obter um modelo para o nosso problema.

Em [25] é apresentado um modelo em programação linear inteira para encaminhamento com protecção partilhada onde cada pedido tem um nível diferente de protecção. As restrições apresentadas foram adaptadas ao problema em questão e este será analisado. Como apenas pretendemos redes sobreviventes em caso de falha de uma única ligação, o conjunto de falhas será representado por $F = \{\{f_1, f_2\} : \{f_1, f_2\} \in E\}$. Será também necessário introduzir uma nova variável no modelo,

- $W_{ij\{f_1f_2\}}^{od} \in \{0, 1\}$, indica se o caminho alternativo entre os vértices o e d é encaminhado pelo arco (i, j) quando falha a aresta $\{f_1, f_2\}$.

O modelo em programação linear inteira para protecção partilhada é,

$$\min \sum_{\{i,j\} \in E} F_{ij} X_{ij} + \sum_{(i,j) \in A} \sum_{[o,d] \in P} O_{od} (Y_{ij}^{od} + W_{ji\{f_1f_2\}}^{od}) \quad (3.32)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Y_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Y_{ji}^{od} = \begin{cases} 1, & i = o \\ 0, & i \neq o, d \\ -1, & i = d \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in A \quad (3.33)$$

$$\sum_{j \in V \setminus \{o\}} Z_{ij}^{od} - \sum_{j \in V \setminus \{d\}} Z_{ji}^{od} = \begin{cases} 1, & i = o \\ 0, & i \neq o, d \\ -1, & i = d \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall i \in A \quad (3.34)$$

$$\sum_{\substack{j \in V: \\ (i,j) \neq \{f_1, f_2\}}} W_{ij\{f_1f_2\}}^{od} - \sum_{\substack{j \in V: \\ (i,j) \neq \{f_1, f_2\}}} W_{ji\{f_1f_2\}}^{od} = \begin{cases} Y_{f_1f_2}^{od}, & i = o, i \neq f_1 \\ 0, & i \neq o, d \\ -Y_{f_1f_2}^{od}, & i = d, i \neq f_2 \end{cases} \quad \forall [o, d] \in P, \forall \{f_1, f_2\} \in F \quad (3.35)$$

$$W_{ij\{f_1f_2\}}^{od} \leq Z_{ij}^{od} \quad \forall [o, d] \in P, \{f_1, f_2\} \in F, (i, j) \in A \quad (3.36)$$

$$\sum_{[o,d] \in P} B_{od} (Y_{ij}^{od} + W_{ij\{f_1f_2\}}^{od}) \leq K_{ij} X_{ij} \quad \forall (i, j) \in A, \forall \{f_1, f_2\} \in F \quad (3.37)$$

$$Y_{ij}^{od} + Z_{ij}^{od} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.38)$$

$$X_{ij} \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.39)$$

$$Y_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.40)$$

$$Z_{ij}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall [o, d] \in P \quad (3.41)$$

$$W_{ij\{f_1f_2\}}^{od} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, [o, d] \in P, \{f_1, f_2\} \in F \quad (3.42)$$

O modelo para protecção partilhada é uma extensão do modelo 2 para protecção dedicada. Pretende-se que existam dois caminhos disjuntos entre todos os pares de vértices. Contudo, o caminho alternativo não é dedicado a um determinado fluxo este é partilhado por fluxos que não necessitem dele em simultâneo.

Supondo que no caminho definido pelas variáveis Y existe uma falha na aresta $\{f_1, f_2\}$, $Y_{f_1f_2}^{od}$ tem valor 1 e $[o, d]$ é afectado pela falha. As restrições (3.35) definem o caminho alternativo para os pedidos afectados pela falha na aresta $\{f_1, f_2\}$ através das variáveis $W_{ij\{f_1f_2\}}^{od}$. As restrições (3.36) garantem que o caminho alternativo percorrido pelo pedido afectado pela falha é sempre o verificado pelas variáveis Z_{ij}^{od} . Finalmente as restrições de ligação das variáveis (3.37) asseguram que o total das unidades de fluxo transportados na aresta $\{i, j\}$, tanto caminhos principais como capacidade adicionada para partilha, não excede o máximo da capacidade. Todas as outras restrições são semelhantes aos modelos já apresentados.

Analisando o modelo encontramos dois impedimentos à obtenção do resultado pretendido. Em primeiro lugar foi já verificado no modelo 2 que nem sempre o caminho

principal (caminho mais curto) é definido pelas variáveis Y_{ij}^{od} . Quando se assegura a protecção da rede com um esquema de protecção partilhada, o caminho alternativo (que se pretende partilhar) é o segundo menor caminho. Segundo este modelo poderemos estar a utilizar o caminho mais longo como caminho principal, utilizando como caminho alternativo o caminho mais curto, como verificamos na restrição (3.35). Para garantir que o caminho definido pelas variáveis Y_{ij}^{od} corresponde ao menor caminho, a este modelo já muito complexo, teriam que se adicionar as novas restrições,

$$\sum_{(i,j) \in A} Y_{ij}^{od} \leq \sum_{(i,j) \in A} Z_{ij}^{od} \quad \forall [o, d] \in P. \quad (3.43)$$

Com as restrições (3.43) garante-se, para todos os fluxos, que o caminho definido pelas variáveis Y_{ij}^{od} é menor ou igual, em número de arestas, ao definido pelas variáveis Z_{ij}^{od} . Com a adição das restrições (3.43) garantimos que o caminho principal é sempre o caminho mais curto e o caminho que partilhamos o segundo caminho mais curto.

O segundo problema encontrado verifica-se na restrição (3.37) e na função objectivo. Ao adicionar todos os pedidos que passam numa determinada aresta, sob todas as falhas, não estaremos a realizar partilha de recursos. A cada falha será sempre adicionada capacidade nas arestas que serão no final todas somadas e não partilhadas. Para se realizar partilha de recursos, a capacidade adicionada aquando uma determinada falha poderá ser utilizada por um outro pedido, sem necessidade de se adicionar mais capacidade. O resultado seria então o obtido com os modelos para protecção dedicada.

Para o segundo problema não foi encontrado qualquer tipo de solução, pois não foi possível definir uma variável que pudesse introduzir no modelo a noção de partilha de recursos. A construção do modelo em programação linear inteira baseado em formulações de fluxos para o desenho da topologia sobrevivente sob um esquema de protecção partilhada é deixado para trabalho futuro.

O problema do desenho topológico de um rede sobrevivente é NP-Difícil [23], por isso, para muitas instâncias do problema não se espera que seja possível a obtenção de resultados exactos em tempo útil, principalmente para problemas de grandes dimensões. Com o objectivo de obter um limite superior que será utilizado como uma aproximação para o valor óptimo da função objectivo, foi implementada uma heurística com características evolutivas que será descrita neste capítulo. Para explicação e exemplificação do modo de funcionamento do algoritmo, durante este capítulo, será considerada uma rede com quatro vértices e uma matriz de pedidos uniforme e unitária.

4.1 Descrição do Algoritmo

Algoritmos com características evolutivas são técnicas de procura, de uma solução admissível do problema, baseados na evolução natural das espécies de C. Darwin e foram inicialmente propostos por Frazer [26]. Os algoritmos genéticos foram pela primeira vez apresentados em 1975 por J. H. Holland, mas só após a publicação do livro *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning* de D. Goldberg se tornaram técnicas extremamente populares e são actualmente utilizadas num vasto número de problemas de optimização [26].

A ideia destes algoritmos é a da sobrevivência do mais apto. Na natureza, os indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de sobreviverem e acasalarem, originando assim descendentes. Os descendentes prevêm-se tão ou mais aptos que os progenitores, uma vez que herdaram os bons genes dos pais. Pelo contrário, indivíduos que não estejam bem adaptados ao ambiente têm uma menor probabilidade de se reproduzirem. Deste modo as gerações futuras serão, na sua globalidade, mais aptas que as gerações anteriores.

A mesma ideia é aplicada nos algoritmos genéticos. Nestes, primeiro constroem-se algumas soluções admissíveis, depois combinam-se para obter uma nova geração de soluções admissíveis. Cada solução será representada por um indivíduo na população, sendo a sua aptidão correspondente ao valor da função objectivo. Um indivíduo entende-se mais apto que outro se o valor da função objectivo estiver mais próximo do óptimo. Deste modo o objectivo é encontrar melhores soluções de geração para geração.

Um algoritmo genético engloba as seguintes fases: Codificação, Avaliação, Selecção, Cruzamento, Mutação e Descodificação. A primeira fase consiste na *codificação* da solução do problema, para que cada solução seja única. Uma solução admissível corresponde a um indivíduo na população, que tem um determinado e único código genético. O código genético terá que preservar informação acerca da solução à qual diz respeito, assim como

garantir que essa informação possa ser transferida para outros indivíduos. Depois da população inicial ser gerada, normalmente de modo aleatório embora também se possam utilizar outros processos, ela é codificada. Na segunda fase a aptidão de cada elemento da população é *avaliada*, ou seja, é determinado o valor da função objectivo para as soluções admissíveis da população inicial. Em problemas de minimização, quanto menor for o valor da solução, mais apto estará o indivíduo que a representa. Após os indivíduos serem avaliados é necessário seleccionar quais deles se vão reproduzir. Passamos então à terceira fase que é a *selecção*. O processo de *selecção* consiste em determinar quais os indivíduos que serão os progenitores da próxima geração. Usualmente este processo tem em consideração a aptidão do indivíduo, que é utilizada para determinar a probabilidade de cruzamento. Assim é assegurado que a próxima geração será mais apta (leia-se mais próxima do óptimo) que a geração anterior. Após os progenitores terem sido seleccionados, estes irão combinar-se para originar novos indivíduos, que irão formar a próxima geração. Esta operação é designada de *cruzamento*. É nesta altura que acontece a *mutação* dos descendentes. Isto significa que pontos do código genético de alguns indivíduos são alterados. Depois a nova geração é formada e o processo repete-se até que algum critério de paragem seja atingido. Quando alcançado, o indivíduo mais próximo da solução óptima é *descodificado* e o processo termina. Na Figura 4.1 apresentamos as diferentes fases do algoritmo genético e a sua sequência.

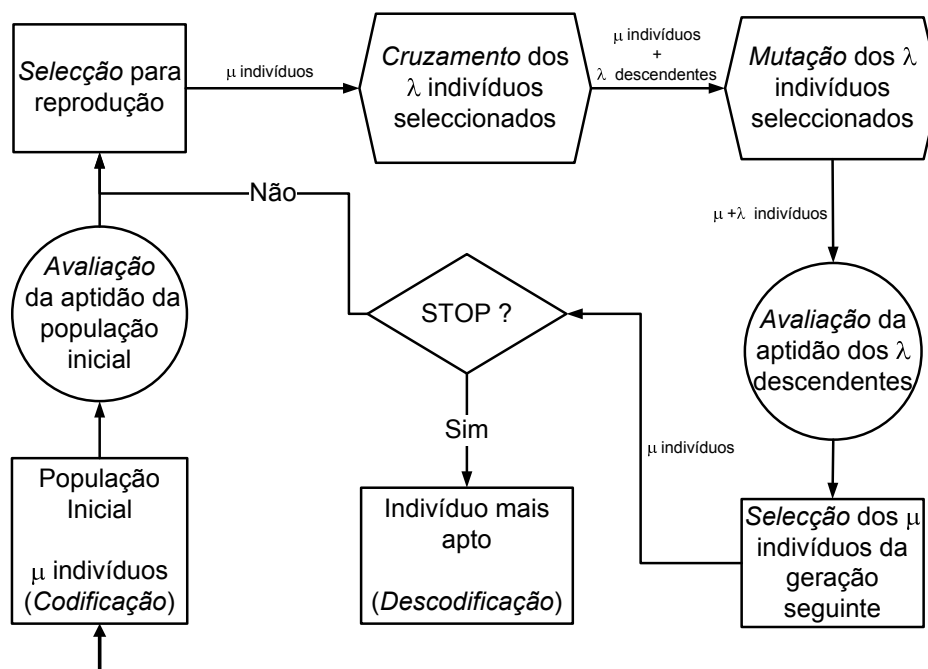


Figura 4.1: Fluxograma de um algoritmo genético.

Nas próximas secções será descrito o algoritmo genético desenvolvido e implementado nesta dissertação.

4.2 População Inicial

O primeiro passo do algoritmo genético consiste na construção da população inicial. Uma solução admissível para este problema corresponde a uma topologia de uma rede sobrevivente. Uma solução é admissível se existirem dois caminhos disjuntos entre todos os pares de vértices. Para que esta propriedade se verifique em todas as soluções da população inicial, são geradas soluções com uma topologia em anel, à qual são adicionadas um número aleatório de arestas. A topologia em anel é gerada conectando o vértice i aos vértices $i - 1$ e $i + 1$ sendo que o vértice $|V|$ está conectado ao vértice $|V| - 1$ e 1. Deste modo garante-se que todos os indivíduos da população inicial possuem, no mínimo, dois caminhos disjuntos entre qualquer par de vértices ou seja, garantimos a geração de soluções admissíveis.

Utilizando como exemplo a rede com quatro vértices, todas as soluções da população inicial terão as arestas $\{1, 2\}$, $\{2, 3\}$, $\{3, 4\}$ e $\{4, 1\}$ que formam o anel, assinaladas a preto na Figura 4.2. Depois é determinado aleatoriamente um número inteiro, t , com valores entre 0 e $(|V|^2 - 3|V|)/2$ que corresponderá ao número de arestas a incluir na solução, assinaladas a cinzento tracejado na Figura 4.2. Estas t arestas são depois incluídas aleatoriamente na solução.

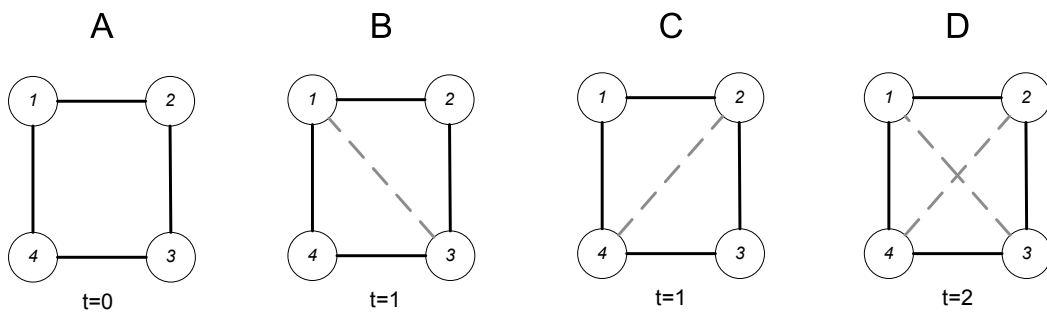


Figura 4.2: Determinação da população inicial.

Assumimos que a topologia em anel e o grafo completo são sempre duas das soluções que compõem a população inicial.

4.3 Codificação e Decodificação

A fase de codificação consiste em determinar um modo de codificar as soluções admissíveis do problema que, neste caso, correspondem a uma topologia de rede sobrevivente. Considerando a matriz de adjacência do grafo correspondente a uma solução, a codificação da solução consiste num vector de dimensão $|V|(|V| - 1)/2$ com elementos binários que irão representar a existência ou não das arestas na solução. O processo de decodificação será o processo inverso.

Consideremos as soluções A, B, C e D indicadas na Figura 4.2. A matriz de adjacência para a solução A é,

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

para solução B

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

para a solução C

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

e para a solução D

$$[D] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Os respectivos códigos genéticos dos indivíduos serão vectores de dimensão seis, que correspondem a todas as possíveis arestas nas soluções. Cada elemento da parte triangular superior das matrizes irá corresponder a um ponto no código genético do indivíduo. Como exemplo e concatenando os elementos da parte triangular superior das matrizes $[A]$, $[B]$, $[C]$ e $[D]$, os indivíduos A, B, C e B possuem, respectivamente, os códigos genéticos

$$ind_A : 101|10|1, \quad ind_B : 111|10|1, \quad ind_C : 101|11|1, \quad \text{e} \quad ind_D : 111|11|1.$$

O processo de descodificação consiste na operação inversa, dado o código genético este corresponde à parte triangular superior da matriz de adjacência da solução.

4.4 Avaliação

O terceiro passo do algoritmo consiste na avaliação dos indivíduos da população. A avaliação do indivíduo é a determinação do valor da função objectivo da solução que representa. Como a matriz dos custos, $[C_{ij}]$, e a matriz de pedidos, $[B_{od}]$, são dados, para avaliar o custo da solução teremos que determinar a capacidade necessária em cada ligação, com protecção. Assumimos que os pedidos são sempre encaminhados pelo menor número de ligações.

4.4.1 Encaminhamento com Protecção Dedicada

O método de avaliação do indivíduo quando o esquema de protecção é dedicada consiste na determinação dos dois caminhos mais curtos entre todos os pares de vértices. Nesta dissertação implementámos o algoritmo de Dijkstra [27] para determinação dos dois caminhos mais curtos, em número de ligações, entre todos os pares de vértices. Caso não seja possível encontrar dois caminhos entre todos os pares de vértices, o indivíduo é removido da população pois não corresponde a uma solução admissível.

Na Figura 4.3 podem ser encontrados os encaminhamentos das soluções *B* e *C*. Os pares junto das ligações correspondem aos caminhos que percorrem a aresta correspondente. Por exemplo, na aresta {1, 2} passam os caminhos entre os vértices 1 e 2, 1 e 3, 2 e 3 e 2 e 4.

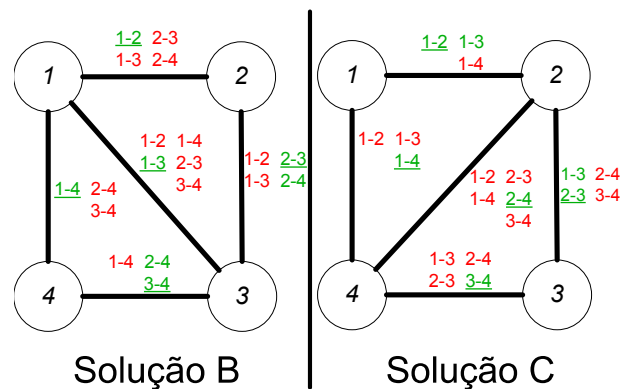


Figura 4.3: Encaminhamento com protecção dedicada para as soluções *B* e *C*. A verde está representado o caminho principal, assinalado a vermelho encontra-se o caminho alternativo.

Neste momento, e para aferir o custo da rede, necessitamos determinar quantos canais são necessários em cada ligação. Para esse efeito irá ser construída a matriz $[L_{ij}]$, onde os seus elementos L_{ij} correspondem à capacidade necessária na ligação $\{i, j\}$. Para mais fácil interpretação, os caminhos $[o, d]$ que passam nas arestas $\{i, j\}$ serão representados pelas variáveis Y_{ij}^{od} pois têm o mesmo significado no problema. Os elementos L_{ij} são obtidos por

$$L_{ij} = \sum_{[o,d] \in P} (Y_{ij}^{od} + Y_{ji}^{od}) B_{od}. \quad (4.5)$$

Para as soluções *B* e *C*, ver Figura 4.3, e considerando uma matriz de pedidos uniforme e unitária, obtemos para a solução *B*

$$[L_B] = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

e para a solução *C*

$$[L_C] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 0 & 4 \\ 3 & 5 & 4 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

O número de pares de fibras necessários em cada ligação será designado por X_{ij} . Foi utilizada a mesma designação do que nos modelos em PLI para facilitar a compreensão, pois têm o mesmo significado no problema. O número de pares de fibras em cada ligação pode agora ser facilmente obtido como,

$$X_{ij} = \left\lfloor \frac{L_{ij}}{K_{ij}} \right\rfloor. \quad (4.8)$$

Para o caso considerado é necessário apenas um par de fibras em cada ligação, logo a matriz $[X_{ij}]$ será semelhante à matriz de adjacência dos grafos. Neste momento podemos aferir o valor da função objectivo para cada solução,

$$\sum_{\{i,j\} \in E} (F_{ij}X_{ij} + c_t L_{ij}), \quad (4.9)$$

onde F_{ij} corresponde aos custos dependentes da fibra, obtidos por (3.4) e c_t representa o custo com transponderes (dependentes do número de canais).

Considerando os custos da Tabela 3.1 e a matriz dos custos

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} \infty & 500 & 707 & 500 \\ 500 & \infty & 500 & 707 \\ 707 & 500 & \infty & 500 \\ 500 & 707 & 500 & \infty \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

as soluções B e C têm ambas um custo de 2358.18 u.m..

4.4.2 Encaminhamento com Protecção Partilhada

Para o modelo com protecção partilhada a avaliação do indivíduo é em tudo semelhante à descrita anteriormente. A única diferença consiste no preenchimento da matriz $[L_{ij}]$. Neste caso são geradas várias matrizes, $[L_{ij}^p]$, $p = \{0, \dots, |E|\}$. Os elementos L_{ij}^p corresponderão à capacidade necessária na ligação $\{i, j\}$ caso falhe a ligação p .

O primeiro passo é verificar quantos canais são necessários no caso de não existirem falhas, construindo-se a matriz $[L_{ij}^0]$. Para a solução B , ver Figura 4.4 a), a matriz é

$$[L_{ij}^0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Para podermos determinar a capacidade extra necessária para possibilitar o reencaminhamento de todos os pedidos, são removidas todas as ligações da rede uma a uma, ver Figura 4.4 b) a f), e os pedidos afectados reencaminhados.

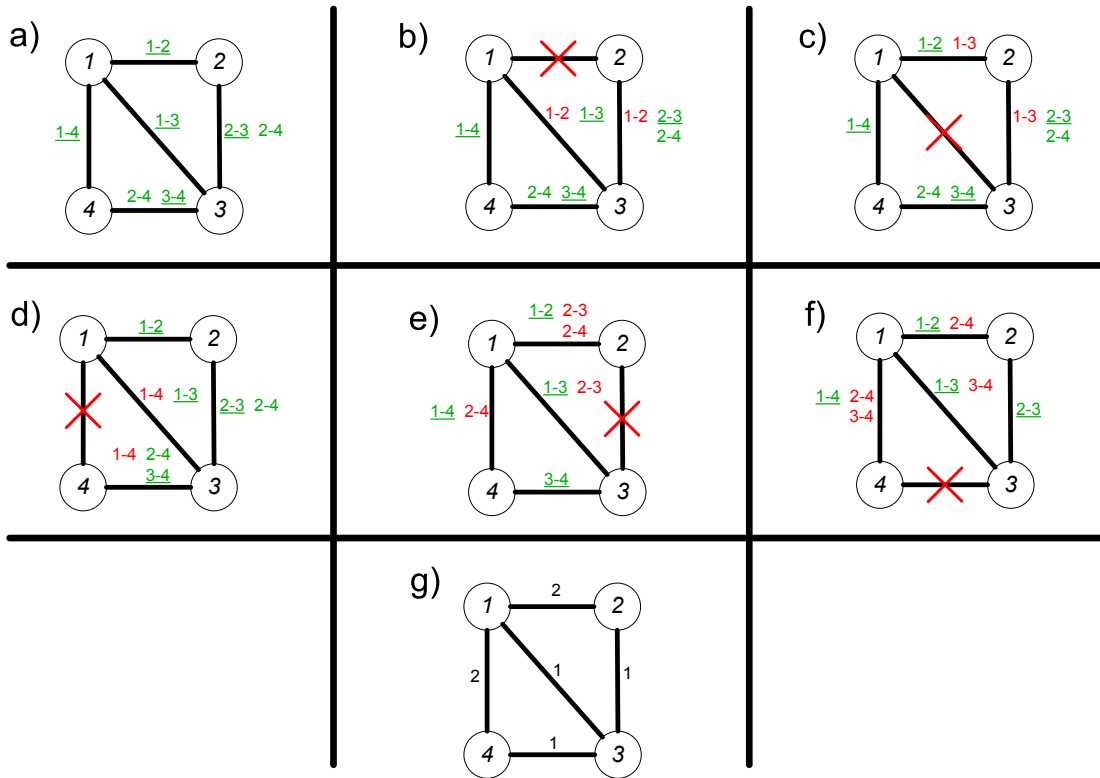


Figura 4.4: Exemplo da determinação da capacidade adicional com protecção partilhada e *primary backup multiplexing*.

Para cada simulação de falha é criada uma nova matriz $[L_{ij}^p]$ onde p indica a ligação onde ocorreu a falha. Para gerar esta matriz são identificados os pedidos afectados pela falha e estes são reencaminhados pelo menor caminho disponível. A técnica escolhida para protecção partilhada foi a *primary backup multiplexing*, ver Secção 2.2, sendo assim a capacidade não utilizada devido à falha é libertada. A capacidade necessária na ligação, em cada uma das falhas, é então a capacidade adicionada menos a capacidade libertada. Atendendo à Figura 4.4 e), quando falha a ligação $\{2, 3\}$, os pedidos $[2, 3]$ e $[2, 4]$ são afectados, ver Figura 4.4 a). A capacidade reservada na ligação $\{3, 4\}$ para o pedido $[2, 4]$, ver Figura 4.4 a), é libertada e se necessário, utilizada pelo caminho alternativo de um outro pedido. Na Tabela 4.1 pode ser encontrada a determinação da capacidade requerida em cada ligação quando falha a ligação $\{2, 3\}$. O número negativo na ligação $\{3, 4\}$ significa que foi libertada capacidade que não foi reutilizada.

Tabela 4.1: Capacidade requerida nas ligações quando falha a ligação {2, 3}.

Ligação	Pedidos Adicionados	Pedidos Libertados	Adicionada - Libertada
{1, 2}	[2, 3] [2, 4]		2
{1, 3}	[2, 3]		1
{1, 4}	[2, 4]		1
{2, 3}	×	×	×
{3, 4}		[2, 4]	-1

A matriz $[L_{ij}^A]$ que corresponde à capacidade adicionada quando falha a ligação {2, 3} é

$$[L_{ij}^A] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

No final de todas as simulações estão criadas as $|E| + 1$ matrizes $[L_{ij}^p]$. Com o auxílio destas matrizes podemos finalmente construir uma nova matriz que identifica a capacidade necessária em cada ligação para possibilitar sobrevivência da rede sob protecção partilhada. Os elementos L_{ij}^f da matriz final, $[L_{ij}^f]$, corresponderão ao máximo de capacidade necessária em cada ligação, considerando todos os cenários de falha. Ou seja,

$$L_{ij}^f = \max_p \{L_{ij}^p\}, \quad \forall \{i, j\}, p \in E. \quad (4.13)$$

Observando a Figura 4.4 facilmente determinamos a matriz $[L_{ij}^f]$ que corresponde ao máximo de capacidade adicionada em cada ligação, assinalada a vermelho, na simulação de cada uma das falhas, ver Figura 4.4 g), e é

$$[L_{ij}^f] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Finalmente, a matriz $[L_{ij}]$ que será utilizada para determinar o custo da solução, é a soma da capacidade necessária na rede sem falhas, $[L_{ij}^0]$, com a capacidade extra para sobrevivência, $[L_{ij}^f]$. Para o caso considerado,

$$[L_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

O valor da função objectivo da solução B com protecção partilhada é de 2348.18 u.m. que é menor que o custo da mesma topologia com protecção dedicada.

4.5 Selecção

Na fase de selecção é necessário efectuar a escolha dos indivíduos para cruzamento. A selecção dos indivíduos é uma operação importante num algoritmo genético, pois dela depende a boa ou má convergência do algoritmo. Habitualmente os indivíduos são seleccionados de acordo com a sua aptidão [28]. Num problema de minimização, quanto menor for o custo do indivíduo maior probabilidade este terá de ser seleccionado para cruzamento. No entanto, nem sempre métodos de selecção centrados na aptidão do indivíduo garantem uma boa convergência do algoritmo, pois existe o risco de convergência precoce para um mínimo local [28].

Nesta dissertação foram adoptados dois métodos de selecção. Um baseado na aptidão do indivíduo e outro baseado numa selecção aleatória, independente do grau de aptidão do indivíduo.

4.5.1 Método da Roleta

O método da roleta selecciona os indivíduos tendo em consideração a sua aptidão [26,29,30]. Espera-se com isto que o algoritmo tenha uma convergência mais rápida para a solução óptima. Indivíduos mais aptos terão maior probabilidade de serem seleccionados do que outros com pior aptidão. O método implementado consiste nos seguintes passos,

- i) Somar os valores da função objectivo de todos os indivíduos que compõem a população;
- ii) A aptidão de cada indivíduo será a diferença entre aquela soma e o valor da função objectivo do indivíduo;
- iii) Somar as aptidões de todos os indivíduos da população;
- iv) A probabilidade de cruzamento será a divisão da aptidão do indivíduo sobre o total das aptidões.

Desta forma soluções com um custo menor, correspondendo a uma maior aptidão, terão sempre maior probabilidade de serem seleccionadas para cruzamento, contudo soluções com um custo elevado não são totalmente descartadas. Tentamos com isto evitar uma convergência prematura para um mínimo local, assim como aumentar a diversidade de soluções.

Na Tabela 4.2 podemos encontrar um exemplo de determinação da probabilidade de cruzamento pelo método da roleta. Após ser conhecido o valor da função objectivo de cada uma das soluções, podemos encontrar o total desses valores. A aptidão é então determinada no passo ii) e, por último, a probabilidade de selecção, passo iv). Como pode ser observado, a solução A que tem o menor valor da função objectivo tem uma maior probabilidade para ser

Tabela 4.2: Exemplo de determinação da probabilidade de cruzamento pelo método da roleta.

Indivíduo	Código Genético	Custo	Aptidão	Probabilidade
A	1 0 1 1 0 1	1763.80	7676.93	0.27
B	1 1 1 1 0 1	2358.18	7082.55	0.25
C	1 0 1 1 1 1	2358.18	7082.54	0.25
D	1 1 1 1 1 1	2960.56	6480.17	0.23
TOTAL	————	9440.73	28322.19	1.00

seleccionada para cruzamento. Após a probabilidade de cruzamento ter sido determinada para os M indivíduos da população é gerada uma roleta dividida em M fracções. O tamanho de cada uma das fracções será proporcional à probabilidade de cruzamento do indivíduo nela representado. Finalmente, a roleta servirá para seleccionar $M/2$ pares de indivíduos para cruzamento.

4.5.2 Método do Torneio

O método do torneio implementado nesta dissertação não tem em consideração a aptidão dos indivíduos para selecção. Quatro indivíduos são seleccionados aleatoriamente entre a população e estes são divididos em grupos de dois. São determinados dois números aleatórios, k_1 e k_2 , com valores entre 0 e 1, um para cada par de indivíduos. Se $k_i < 0.5$ o primeiro indivíduo do par é seleccionado para ser progenitor, em caso contrário é seleccionado o segundo indivíduo do par. Os dois indivíduos vencedores do torneio são seleccionados para cruzamento, ver Figura 4.5.

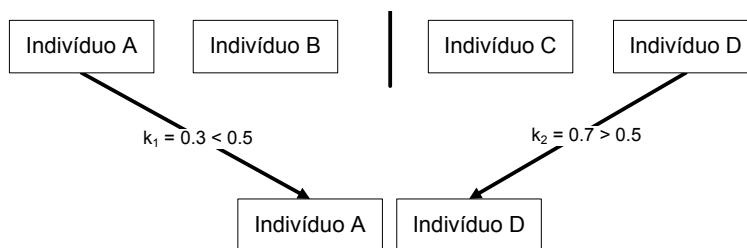


Figura 4.5: Exemplo de selecção pelo método do torneio.

4.6 Cruzamento

O cruzamento é a operação que a partir de dois indivíduos, seleccionados no passo anterior, gera um novo par de indivíduos [26]. Geralmente as operações de cruzamento respeitam as seguintes propriedades,

- O cruzamento de dois indivíduos iguais irá originar um novo indivíduo semelhante a eles,
- Por extensão, o cruzamento de dois indivíduos que estejam muito próximos no espaço de procura irão gerar um indivíduo muito próximo deles.

Não existe garantia de que o cruzamento de dois indivíduos com alta qualidade gerem um indivíduo de alta qualidade também. Um cruzamento é chamado letal se produzir indivíduos com baixa aptidão e este provir de dois indivíduos altamente adaptados. Nesta dissertação foram implementados dois operadores de cruzamento distintos que descreveremos seguidamente.

4.6.1 Método do Ponto Único

Um dos operadores de cruzamento mais utilizados em algoritmos genéticos é o método do ponto único [26]. Neste método é seleccionado um local entre dois pontos do código genético, o ponto de cruzamento. Os códigos genéticos de ambos os indivíduos são cortados no ponto de cruzamento e os dois fragmentos da direita são trocados. Em cada cruzamento o ponto de cruzamento será determinado aleatoriamente, para assim aumentar a diversidade de soluções. Para o código genético das soluções B e C , ver Figura 4.2, seleccionando como ponto de cruzamento o quarto elemento do código genético e trocando os dois fragmentos da direita, ou seja,

$$\begin{array}{l} ind_B : 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ | \ 0 \ 1 \\ \\ \updownarrow \ \updownarrow \\ ind_C : 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ | \ 1 \ 1 \end{array}$$

obtemos os seguintes indivíduos,

$$ind_D : 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1, \quad ind_A : 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1,$$

que correspondem às soluções D e A apresentadas na Figura 4.2. O valor da função objectivo das soluções A e D são 7676.93 u.m. e 6480.17 u.m. respectivamente, e estão apresentados na Tabela 4.2.

4.6.2 Método Uniforme

O segundo método de cruzamento implementado foi o método de cruzamento uniforme [26,31]. O método do ponto único preserva grandes blocos de solução, no método uniforme tal não acontece. Para evitar que grandes blocos de solução passem de uma geração para outra, é determinado um vector com elementos binários e com a mesma dimensão que o código genético dos indivíduos, que iremos designar de máscara.

De dois indivíduos irão resultar um novo par de indivíduos. O cruzamento no método uniforme é realizado do seguinte modo, se a posição i do vector máscara for 1, o descendente 1 terá o ponto i do código genético do progenitor 1, e o descendente 2 o ponto i do código

genético do progenitor 2. No caso da posição i do vector máscara ser 0, o inverso acontece. O descendente 1 recebe o ponto i do código genético do progenitor 2 e o descendente 2 do progenitor 1. Utilizando os indivíduos B e C como progenitor 1 e 2, respectivamente, obtemos,

<i>Progenitor 1</i> :	1	1	1	1	0	1
<i>Progenitor 2</i> :	1	0	1	1	1	1
Máscara :	0	0	1	0	1	1
<i>Descendente 1</i> :	1	0	1	1	0	1
<i>Descendente 2</i> :	1	1	1	1	1	1

Os descendentes resultantes são os indivíduos A e D respectivamente, apresentados na Figura 4.2.

4.7 Mutação

A operação de mutação consiste numa simples mudança do código genético de um indivíduo. Esta operação é efectuada com o objectivo de aumentar a diversidade da população. No caso considerado, serão determinados um número de indivíduos que depois sofrerão a mutação, em locais e em número aleatórios.

A mutação implementada foi uma simples troca de 0 para 1 ou vice-versa e corresponde, na solução, à inserção ou remoção de uma ligação. É determinado um número de pontos do código genético a modificar e depois quais modificar. Utilizando como exemplo os indivíduos A e D com códigos genéticos,

$$ind_A : 1 \underline{0} 1 1 0 1, \quad ind_D : \underline{1} 1 1 \underline{1} 1 1,$$

e alterando o segundo ponto do código genético do indivíduo A e o primeiro e quarto do indivíduo D , obtemos os seguintes indivíduos,

$$ind_{A'} : 1 \underline{1} 1 1 0 1, \quad ind_{B'} : \underline{0} 1 1 \underline{0} 1 1,$$

que correspondem às soluções da Figura 4.6.

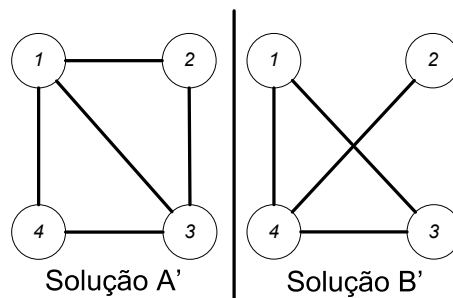


Figura 4.6: Soluções após operação de mutação.

De referir que a solução B' corresponde a uma solução não admissível do problema e será retirada da população.

4.8 Especificação do Algoritmo

Nesta secção será descrito o algoritmo adoptado e implementado nesta dissertação. O algoritmo necessita de oito parâmetros de entrada, são eles,

- Número de vértices da rede, $|V|$;
- Matriz de custos, $[C_{ij}]$;
- Capacidades das ligações, K_{ij} ;
- Número de indivíduos de cada geração, M ;
- Percentagem máxima de indivíduos da geração anterior, q ;
- Critério de paragem;
- Método de selecção;
- Método de cruzamento.

O fluxograma do algoritmo implementado pode ser visto na Figura 4.7.

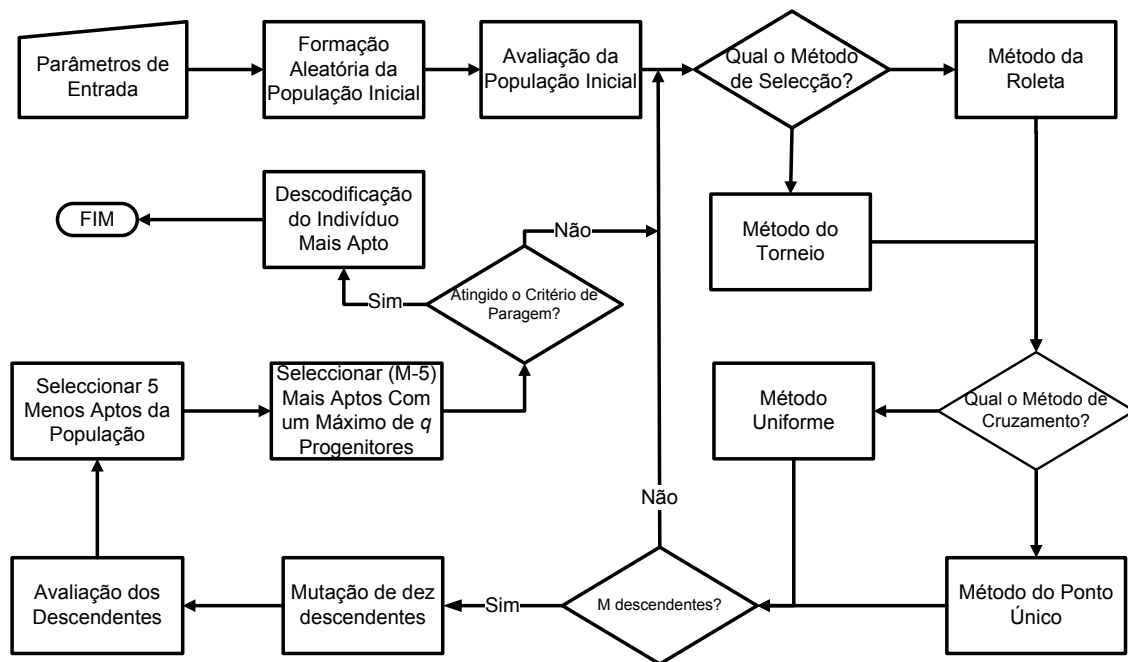


Figura 4.7: Fluxograma do algoritmo genético proposto.

O primeiro passo do algoritmo consiste em gerar M indivíduos que irão formar a população inicial. O modo de geração dos indivíduos é o descrito na Secção 4.2. Os indivíduos que compõem a população inicial são depois avaliados. Seguidamente são seleccionados $M/2$ pares de indivíduos, que serão os progenitores da nova geração. Esta selecção é efectuada com base no método de selecção usado, ver Secção 4.5. Os $M/2$ pares de progenitores serão então cruzados, originando M descendentes. O método de cruzamento será o método do ponto único ou o método uniforme, ver Secção 4.6. No passo seguinte do algoritmo, são seleccionados aleatoriamente dez dos descendentes para mutação. Os descendentes são depois avaliados. Neste momento a população é composta por $2M$ indivíduos (geração anterior + descendentes).

Com vista a evitar convergência precoce e garantir que exista sempre um grande número de ligações diferentes nas populações, os cinco piores indivíduos são seleccionadas para a próxima geração. Os novos $M - 5$ indivíduos, que irão formar a próxima geração, serão os mais aptos de toda a população, com a restrição de que, no máximo, $q\%$ de indivíduos pertenciam à geração anterior. Este processo repete-se até que o critério de paragem tenha sido satisfeito. Nessa altura o indivíduo mais apto é descodificado e corresponde à melhor solução encontrada.

Capítulo 5

Resultados Computacionais

NESTE capítulo são apresentados alguns resultados computacionais obtidos usando o modelo em programação linear inteira e o algoritmo genético. Foi assumido que entre todos os pares de vértices existe um pedido de uma unidade. Como localização dos vértices foram utilizadas as de seis redes reais.

O problema do desenho da rede 2-conexa de menor custo é NP-Difícil. Com o aumento do número de vértices do grafo e para algumas instâncias do problema, resultados exactos são impossíveis de obter em tempo útil. No sentido de avaliarmos a qualidade das soluções obtidas iremos utilizar a diferença relativa entre o limite superior, l_s , e o limite inferior, l_i , determinado. Este será denotado por gap e calculado da seguinte forma

$$gap = \frac{100(l_s - l_i)}{l_s}. \quad (5.1)$$

Foram utilizadas seis redes reais, três são situadas nos Estados Unidos da América: *Very-high-performance Backbone Network Service* (vBNS) [32] com 12 vértices, *National Science Foundation network* (NSFNET) [33] com 14 vértices e NewNet [34] com 26 vértices. As restantes localizam-se na Europa: Itália [35] com 14 vértices, Portugal [36] com 24 vértices e a rede óptica europeia, *European Optical Network* (EON) [37], com 20 vértices.

Na Tabela 5.1 podem ser encontradas as localizações dos vértices das redes. Para as matrizes de custos foram consideradas as distâncias em km entre as cidades consideradas.

Tabela 5.1: Localização dos nós das redes de referência.

Rede	Dimensão	Localizações
vBNS	12	Seattle, San Francisco, Los Angeles, Denver, Chicago, Houston, Cleveland, Atlanta, New York, Boston, Washington, Perryman
NSFNET	14	Palo Alto, Seattle, San Diego, Salt Lake City, Boulder, Houston, Lincoln, Champaign, Pittsburgh, Atalanta, Ann Arbor, Ithaca, College Pk, Princeton

ITÁLIA	14	Palermo, Calabria, Bari, Nápoles, Pescara, Florença, Roma, Cagliari, Génova, Turim, Milão, Trento, Veneza, Bolonha
EON	20	Lisboa, Madrid, Dublin, Paris, Londres, Roma, Praga, Atenas, Bruxelas, Amesterdão, Luxemburgo, Milão, Zurique, Copenhaga, Oslo, Berlim, Viena, Zagreb, Estocolmo, Moscovo
PORTUGAL	24	Alcácer do Sal, Aveiro, Beja, Braga, Bragança, Caldas da Rainha, Castelo Branco, Coimbra, Elvas, Faro, Funchal, Guarda, Leiria, Lisboa, Évora, Ponta Delgada, Portimão, Porto, Santarém, Viseu, Setúbal, Viana do Castelo, Vila Real, S. João da Madeira
NEWNET	26	Seattle, Portland, Boise, Salt Lake City, Los Angeles, San Diego, El Paso, Albuquerque, Denver, Kansas City, Houston, Jacksonville, Atlanta, Nashville, Indianapolis, Chicago, Cleveland, Pittsburgh, Raleigh, Washington, Philadelphia, New York, Boston, Sunnyvale, Tulsa, B. Rouge

5.1 Resultados Obtidos Usando os Modelos em PLI

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos utilizando o modelo em programação linear inteira e sua relaxação. O modelo utilizado foi o modelo 1 para encaminhamento com protecção dedicada. Os limites foram obtidos usando o software de optimização Xpress-IVE 1.18. O método utilizado pelo software Xpress para obtenção dos limites inferiores e superiores foi o método de *branch & bound*. A relaxação linear do modelo consiste na substituição das restrições (3.17) pelas restrições (3.11) e das restrições (3.18) por (3.12) e será considerada como um limite inferior do problema. O valor da relaxação linear foi determinado utilizando o Xpress, que usou o algoritmo dual simplex. Todos os testes foram efectuados num computador com processador Intel Core 2 a 1.83 GHz e 1 Gb de memória RAM e com o sistema operativo Windows XP. O tempo máximo de processamento estabelecido foi de aproximadamente 7000 s.

Os resultados obtidos podem ser encontrados na Tabela 5.2. Com o método de *branch & bound*, e após os aproximadamente 7000 s, foi obtida a melhor solução determinada que será considerada como um limite superior, l_s , e o melhor limite inferior determinado, l_i . A diferença relativa entre o l_s e o melhor limite inferior, determinado após 7000 s de processamento, será designado por gap_1 . O *gap* entre o limite superior e o valor da relaxação linear do modelo será denotado por gap_2 .

Tabela 5.2: Resultados obtidos usando os modelos em programação linear inteira.

Rede	Dimensão	Branch & Bound				Relaxação Linear			
		Valor - (l_s)	Valor - (l_i)	Tempo	gap_1	Valor - (l_i)	Iterações	Tempo	gap_2
vBNS	12	11847.3	11847.3	321 s	0.00 %	6607.7	3620	0.4 s	44.23 %
NSFNET	14	13984.5	13598.8	7000 s	2.76 %	8365.9	5171	0.8 s	40.18 %
ITÁLIA	14	5188.4	4782.1	7324 s	7.83 %	2632.0	4216	0.8 s	49.27 %
EON	20	25299.7	18383.8	7923 s	27.34 %	12082.2	21599	6.8 s	52.24 %
PORTUGAL	24	11593.0	7410.9	7283 s	36.07 %	6404.0	23752	13.2 s	44.76 %
NEWNET	26	75272.2	32225.5	7241 s	57.19 %	29170.0	91438	67.4 s	61.25 %

A única rede para a qual o valor óptimo foi atingido antes dos 7000 s considerados foi a rede vBNS de 12 vértices. Nesta rede o resultado exacto foi obtido após 321 s de processamento. Para as restantes redes o valor óptimo do modelo não foi determinado nos 7000 s estabelecidos. Como esperado, o *gap* entre o limite superior e o melhor limite inferior encontrado aumenta com o aumento do número de vértices, ver coluna gap_1 da Tabela 5.2. Para a rede NEWNET, de 26 vértices, a diferença encontra-se já acima dos 50 % e com o aumento do número de vértices prevê-se que essa diferença irá aumentar.

O *gap* entre a melhor solução encontrada e o valor da relaxação linear do modelo em PLI pode ser encontrado na coluna gap_2 da Tabela 5.2. Neste caso não é tão visível o aumento do *gap* com o aumento da dimensão do problema. Excluindo a maior das redes considerada, o *gap* encontra-se sempre entre os 40 e os 52 %. O tempo de processamento necessário para a determinação do valor óptimo da relaxação linear do problema é muito reduzido. Para redes com menos do que 20 vértices o valor da relaxação linear é determinado quase instantaneamente. Com o aumento da dimensão do problema este tempo aumenta consideravelmente, atingindo um máximo de 67.4 s para a rede com 26 vértices.

5.2 Resultados Obtidos Usando o Algoritmo Genético

Nesta secção são apresentados os resultados computacionais obtidos utilizando o algoritmo genético. O algoritmo genético apresentado no Capítulo 4 desta dissertação foi implementado em C++. O algoritmo será utilizado para determinar soluções admissíveis e que por isso serão limites superiores para o problema. O melhor limite inferior determinado utilizando o modelo em PLI, assim como o valor da relaxação linear do modelo serão considerados como limites inferiores. Os testes foram realizados num computador com processador Intel Pentium 4 a 2.00 GHz e 512 Mb de memória RAM e com o sistema operativo LINUX.

Como parâmetros de entrada, assumimos que a população de cada geração é formada por 50 indivíduos, $M = 50$, onde no máximo 20 % pertenciam à geração anterior, $q = 20$. Foram utilizados dois critérios de paragem, o algoritmo interrompia a sua execução se a melhor solução obtida fosse igual ao melhor limite inferior determinado através do modelo em programação linear inteira ou após 300 gerações. Para cada rede e combinação possível de métodos de selecção e cruzamento efectuaram-se cinco execuções do algoritmo. Os melhores resultados obtidos, de entre as cinco execuções, serão os apresentados e analisados nas secções seguintes.

5.2.1 Encaminhamento com Protecção Dedicada

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos com o algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção dedicada. O valor da melhor solução obtida a cada iteração do algoritmo genético, para cada rede e par de métodos, pode ser observada na Figura 5.1 a) a f).

Como pode ser observado existe um decréscimo acentuado no valor da melhor solução

5.2. Resultados Obtidos Usando o Algoritmo Genético

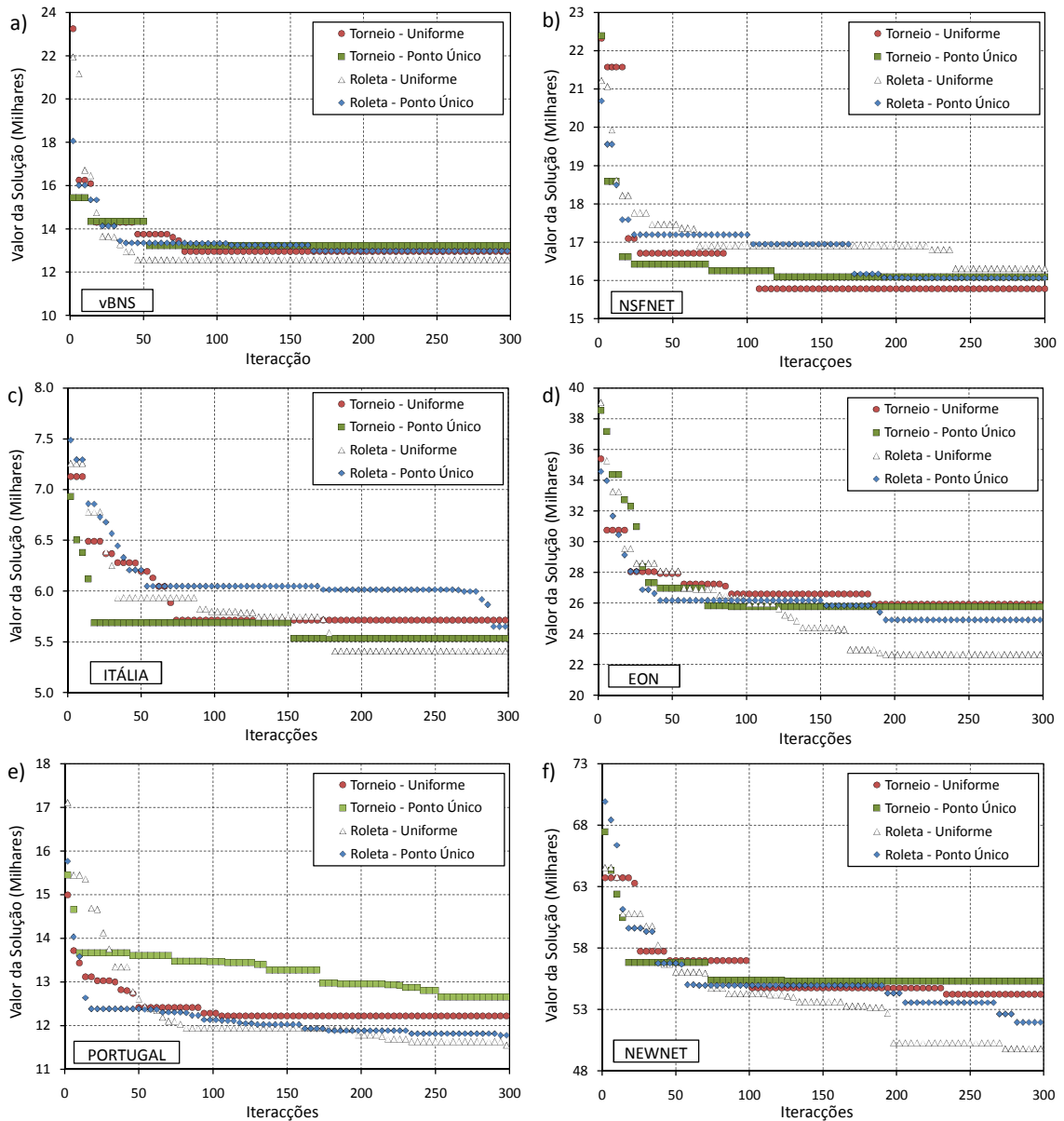


Figura 5.1: Resultados obtidos através do algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.

da população nas primeiras iterações, que depois vai diminuindo até convergir para uma solução. Na rede vBNS (ver Figura 5.1 a) essa convergência acontece nas primeiras iterações do algoritmo. Com o aumento do número de vértices a convergência acontece cada vez mais próxima das últimas iterações e para as redes de maiores dimensões acaba por não acontecer no limite estabelecido. Na rede de 26 vértices o valor da melhor solução encontrada continua num movimento decrescente mesmo acima das 250 iterações, dando a ideia de que uma melhor solução que a encontrada poderia ainda surgir, caso o número de iterações considerado fosse maior, ver Figura 5.1 f).

O aumento do número de iterações não penaliza acentuadamente o tempo de processamento do algoritmo. Para realizar 300 gerações onde cada população tem 50 indivíduos, o que perfaz uma avaliação de 15000 topologias, o algoritmo genético necessita de 435 s de processamento para uma rede com 26 vértices.

Na Tabela 5.3 podem ser encontrados os valores das melhores soluções obtidas utilizando o algoritmo genético, que constituirão limites superiores do problema. O *gap* entre a melhor solução obtida usando o algoritmo genético e o valor da relaxação linear do modelo 1 será denotado por gap_3 e está apresentado na Tabela 5.3. O *gap* entre a melhor solução determinada pelo algoritmo genético e o melhor limite inferior obtido após 7000 s de processamento utilizando o modelo em PLI será denotado por gap_4 , ver Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Resultados obtidos pelo algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.

Rede	Dimensão	Melhor Solução	Tempo	gap_3	gap_4
vBNS	12	12565.6	28 s	47.41 %	5.72 %
NSFNET	14	15778.7	48 s	46.98 %	13.82 %
ITÁLIA	14	5405.3	51 s	51.31 %	11.53 %
EON	20	22651.0	136 s	46.66 %	18.84 %
PORTUGAL	24	11549.0	377 s	44.55 %	35.83 %
NEWNET	26	49780.2	435 s	41.40 %	35.26 %

Tal como nos modelos em PLI o *gap* para o melhor limite inferior aumenta com o número de vértices da rede, porém o *gap* para o valor da relaxação linear mantém-se também na ordem dos 45 %. O tempo de processamento aumenta com o número de vértices da rede, embora esse incremento não seja preocupante dados os baixos tempos de processamento obtidos.

Como é notório na Figura 5.1 em praticamente todas as redes, a melhor solução é encontrada pelo método da roleta para selecção combinada com o método uniforme para cruzamento. Tal facto não é de todo surpreendente, apenas reafirma que métodos de selecção baseados na aptidão dos indivíduos aumentam a rapidez de convergência para a solução óptima, assim como a não preservação de grandes blocos de solução aumenta a diversidade da população e com isso a probabilidade de encontrar boas soluções.

Foram utilizados dois métodos de selecção, o método da roleta e o método do torneio. O método da roleta selecciona os indivíduos com base na sua aptidão, por outro lado o método do torneio selecciona os progenitores aleatoriamente, sem ter em consideração a aptidão do indivíduo. Como métodos de cruzamento foram considerados também dois métodos, o método do ponto único e o método uniforme. No método do ponto único são preservados grandes blocos de solução dos indivíduos, no método uniforme cada ponto do código genético é determinado aleatoriamente entre os dois progenitores. Estes quatro métodos

resultam em quatro combinações possíveis, roleta e ponto único, roleta e uniforme, torneio e ponto único e torneio e uniforme. As melhores soluções obtidas por cada combinação de métodos foram ordenadas por ordem crescente. A posição do valor da solução na ordenação dos valores será designada de rank. Isto é, se a combinação de métodos determinou a melhor solução, o rank dessa combinação será um. Se determinou a segunda melhor solução, o rank da combinação de métodos é dois e assim sucessivamente até quatro. Na Figura 5.2 está representado o rank da solução (1 a 4) em cada uma das redes para cada um dos pares de métodos.

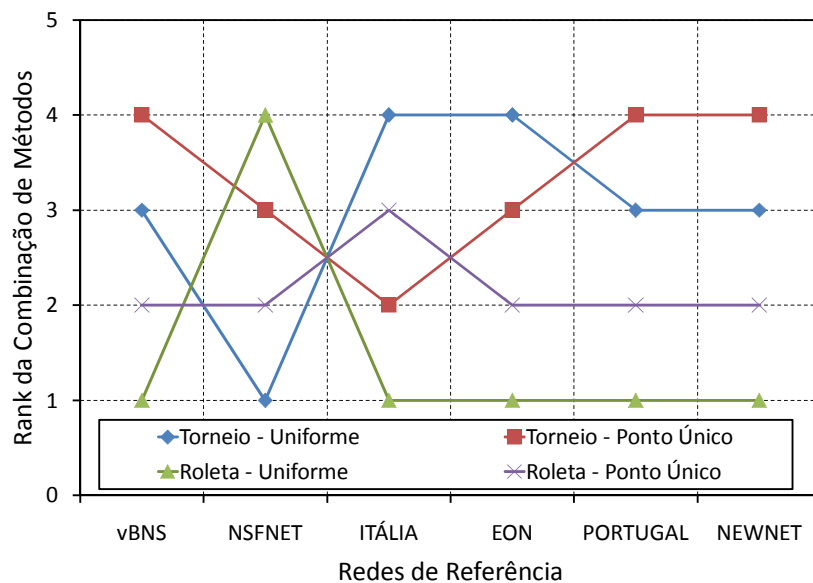


Figura 5.2: Rank dos métodos utilizados para o problema com encaminhamento com protecção dedicada.

Como podemos observar na Figura 5.2, com o aumento do tamanho do problema o rank entre os métodos estabiliza. O método da roleta ocupa a primeira e segunda posição do rank, indicando que métodos de selecção baseados na aptidão do indivíduo são sempre favoráveis qualquer que seja o método de cruzamento utilizado. Por outro lado podemos observar também, que fixando o método de selecção o método uniforme consegue melhores resultados que o método do ponto único. A diversidade da população aumenta com o método uniforme, dando mais chances ao algoritmo de encontrar diferentes e melhores soluções que o método do ponto único, onde grandes blocos do código genético se mantêm dos progenitores para os descendentes.

5.2.2 Encaminhamento com Protecção Partilhada

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos com o algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção partilhada. A primeira ilação retirada destes testes computacionais foi o aumento substancial do tempo de processamento.

Na Figura 5.3 a) a f) podem ser encontrados os valores das melhores soluções obtidas

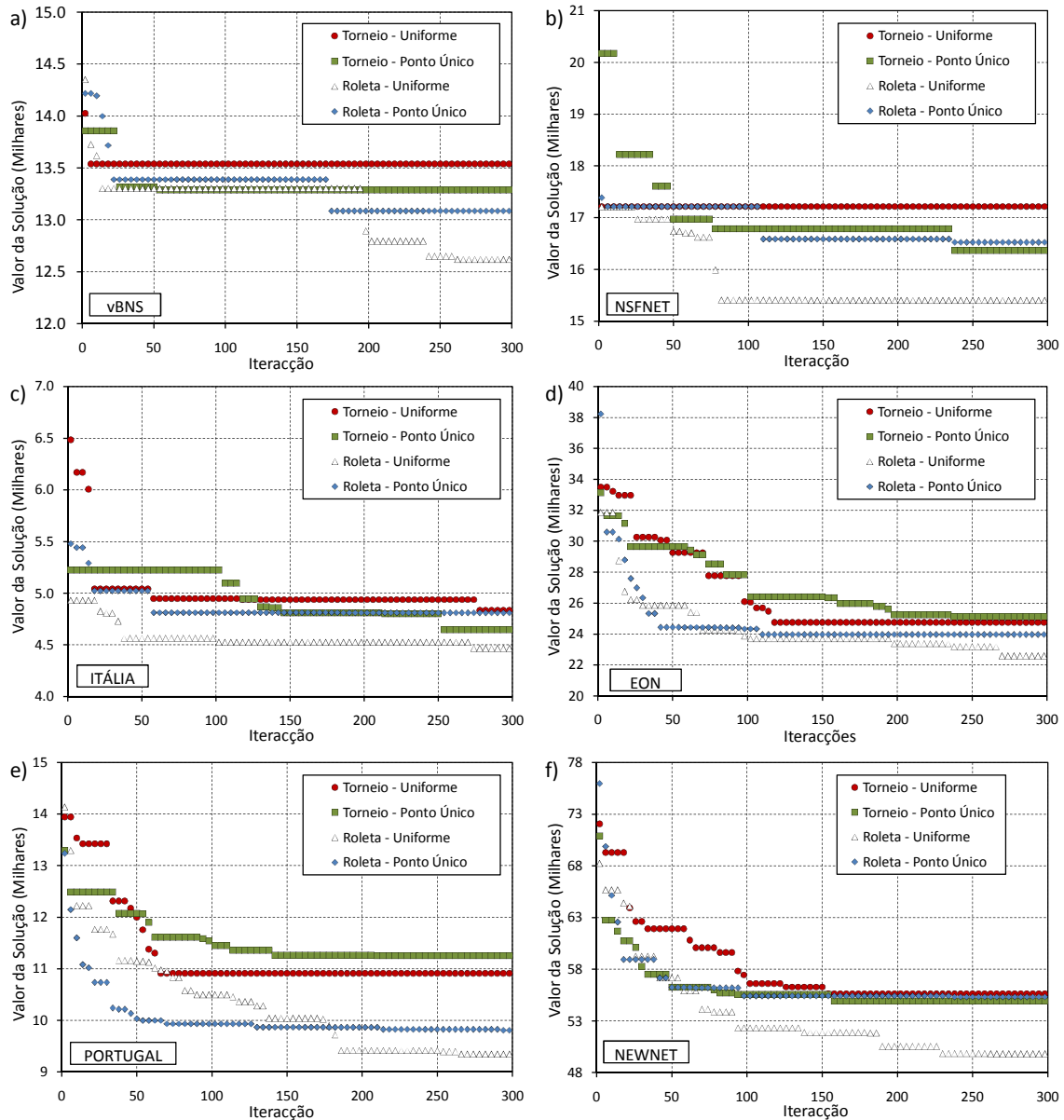


Figura 5.3: Resultados obtidos para as redes de referência através do algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção partilhada.

pelo algoritmo genético a cada iteração. A convergência da solução é muito mais lenta, em número de iterações, do que no caso onde o esquema de protecção é dedicado. Observando a Figura 5.1 a) e a Figura 5.3 a), correspondente à rede com 12 vértices, verificamos que quando o esquema de protecção é partilhada ainda existe um decréscimo do valor da solução perto da 300^a geração.

Na Tabela 5.4 estão apresentados os valores da melhor solução encontrada utilizando o algoritmo genético. Comparando os valores das melhores soluções obtidas utilizando o algoritmo genético nos casos de protecção partilhada e protecção dedicada, ver Tabela 5.3 e

Tabela 5.4, observamos que os valores são maiores para protecção partilhada apenas nas redes vBNS e NEWNET. Em todas as outras redes, como esperado, o valor da melhor solução obtida com encaminhamento com protecção partilhada é menor que o valor da solução obtida com encaminhamento com protecção dedicada. Os tempos de processamento desta heurística são também muito superiores, ver Tabela 5.4, devido ao maior número de operações que o algoritmo tem que realizar. A rede de menores dimensões necessitou de mais tempo de processamento do que a maior das redes com encaminhamento com protecção dedicada. A rede NEWNET, de 26 vértices, necessitou de mais de 4 horas de processamento para efectuar 300 iterações.

Tabela 5.4: Resultados obtidos pelo algoritmo genético para o problema com encaminhamento com protecção partilhada.

Rede	Dimensão	Melhor Solução	Tempo	gap_5
vBNS	12	12618.5	540 s	47.63 %
NSFNET	14	15400.3	818 s	45.68 %
ITÁLIA	14	4464.9	1055 s	41.05 %
EON	20	22584.6	5180 s	46.50 %
PORTUGAL	24	9343.1	11553 s	31.46 %
NEWNET	26	49809.7	16805 s	41.44 %

Devido à inexistência de um modelo em programação linear inteira para obter um limite inferior da solução, foi determinado o gap entre a melhor solução obtida utilizando o algoritmo genético e o valor da relaxação linear do modelo 1 com encaminhamento com protecção dedicada, uma vez que constituirá um limite inferior para o problema. A diferença relativa entre o valor da melhor solução obtida utilizando o algoritmo genético e o valor da relaxação linear do modelo 1 será denotada por gap_5 e pode ser encontrada na Tabela 5.4. O modelo em PLI para encaminhamento com protecção partilhada seria obtido com a adição de restrições ao modelo em PLI com encaminhamento com protecção dedicada. Seja $\vartheta(M_D)$ o valor da relaxação linear do modelo em PLI com encaminhamento com protecção dedicada e $\vartheta(M_P)$ o valor da relaxação linear do modelo em PLI com encaminhamento com protecção partilhada, como M_P é obtido por adição de restrições a M_D então

$$\vartheta(M_D) \leq \vartheta(M_P). \quad (5.2)$$

Os $gaps$ encontrados diminuiram ligeiramente em relação aos encontrados com encaminhamento com protecção dedicada, sendo agora da ordem dos 40 %. Com o aumento do número de iterações melhores soluções seriam encontradas, contudo os tempos de processamento são já demasiado elevados.

Na Figura 5.4 está representado o rank dos métodos para as várias redes de referência. A melhor solução encontrada foi sempre obtida com o método da roleta para selecção e método

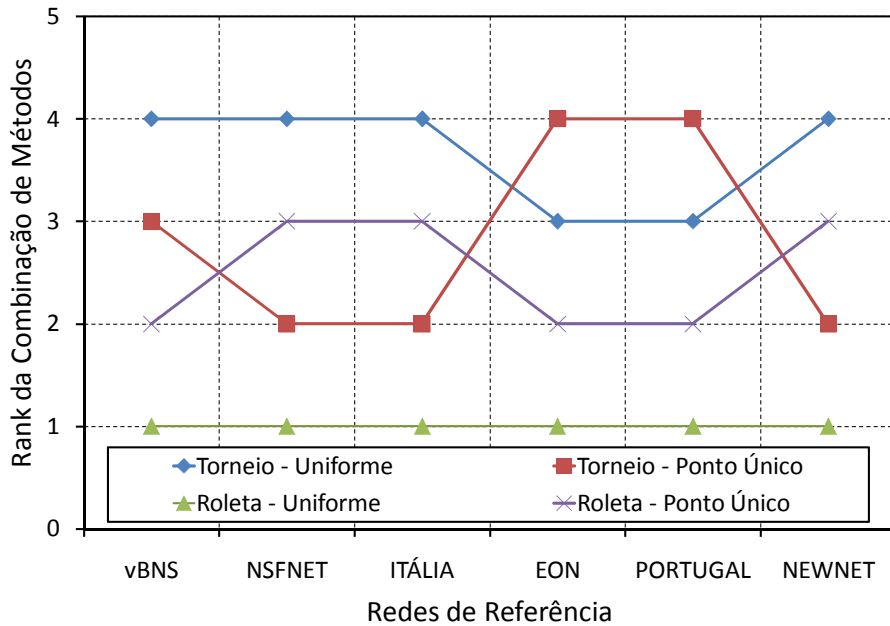


Figura 5.4: Rank dos métodos utilizados para encaminhamento com protecção partilhada.

uniforme para cruzamento. Neste caso não existe uma convergência tão evidente como na protecção dedicada entre as restantes três combinações de métodos. Contudo acreditamos que com o aumento do número de iterações tal convergência seria identificável.

5.3 Análise de Resultados

Nesta secção são comparados os resultados obtidos por ambos os métodos utilizados nesta dissertação, nomeadamente o método de *branch & bound* e o algoritmo genético. Considerando os resultados para esquemas de protecção dedicada, na Figura 5.5 estão representados o valor da relaxação linear do modelo 1, o valor da melhor solução e do melhor limite inferior obtido utilizando o método de *branch & bound* e o valor da melhor solução obtida utilizando o algoritmo genético.

Para redes de pequenas dimensões, o método de *branch & bound* apesar de lento continua a obter melhores resultados. Mesmo quando a solução óptima não é encontrada os *gaps* não vão além dos 10 %. Com o aumento da dimensão do problema o tempo de processamento dos modelos em PLI tornam-se inoportáveis. Por outro lado o algoritmo genético tem vantagens quanto maior for a dimensão do problema, pois a relação entre o *gap* obtido e o tempo de processamento é bastante mais satisfatória. Mesmo para redes em que é possível obter a solução óptima em tempo reduzido através do modelo em PLI, o algoritmo genético encontra um bom limite superior com um *gap* de cerca de 5 %, mas com um tempo de processamento muito menor, ver rede vBNS na Tabela 5.5. Na Tabela 5.5 podem ainda ser encontrados todos os *gaps* calculados entre os vários métodos utilizados com encaminhamento com protecção dedicada. A negrito estão assinalados os menores de entre

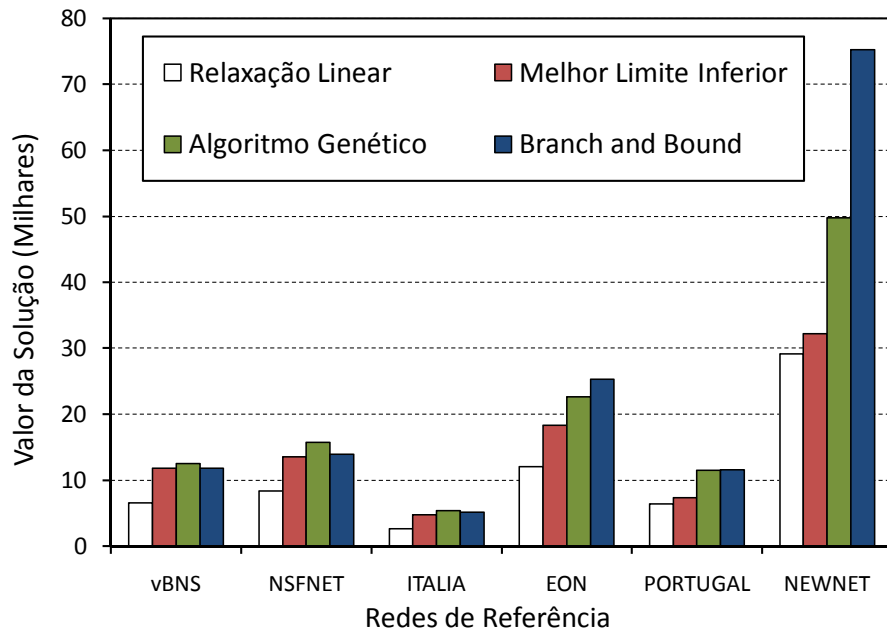


Figura 5.5: Limites encontrados para as redes de referência com encaminhamento com protecção dedicada.

todos os considerados para cada rede.

Tabela 5.5: *gaps* dos métodos utilizados para protecção dedicada.

Rede	Dimensão	<i>gap</i> ₁	<i>gap</i> ₂	<i>gap</i> ₃	<i>gap</i> ₄
vBNS	12	44.23 %	0.00 %	47.41 %	5.72 %
NSFNET	14	40.18 %	2.76 %	46.98 %	13.82 %
ITÁLIA	14	49.27 %	7.83 %	51.31 %	11.53 %
EON	20	52.24 %	27.34 %	46.66 %	18.84 %
PORTUGAL	24	44.76 %	36.07 %	44.55 %	35.83 %
NEWNET	26	61.25 %	57.19 %	41.40 %	35.26 %

Na Figura 5.6 a) está representada a topologia em Itália determinada utilizando o modelo em PLI e na Figura 5.6 b) pode ser encontrada a topologia em Itália obtida pelo algoritmo genético. A tracejado estão assinaladas as arestas que diferem em ambas as soluções. Como podemos observar na Tabela 5.5 nenhuma das topologias corresponde à topologia óptima, contudo grande parte da solução é já comum a ambas. As restantes topologias obtidas no decurso desta dissertação podem ser encontradas em anexo - pág. 67.

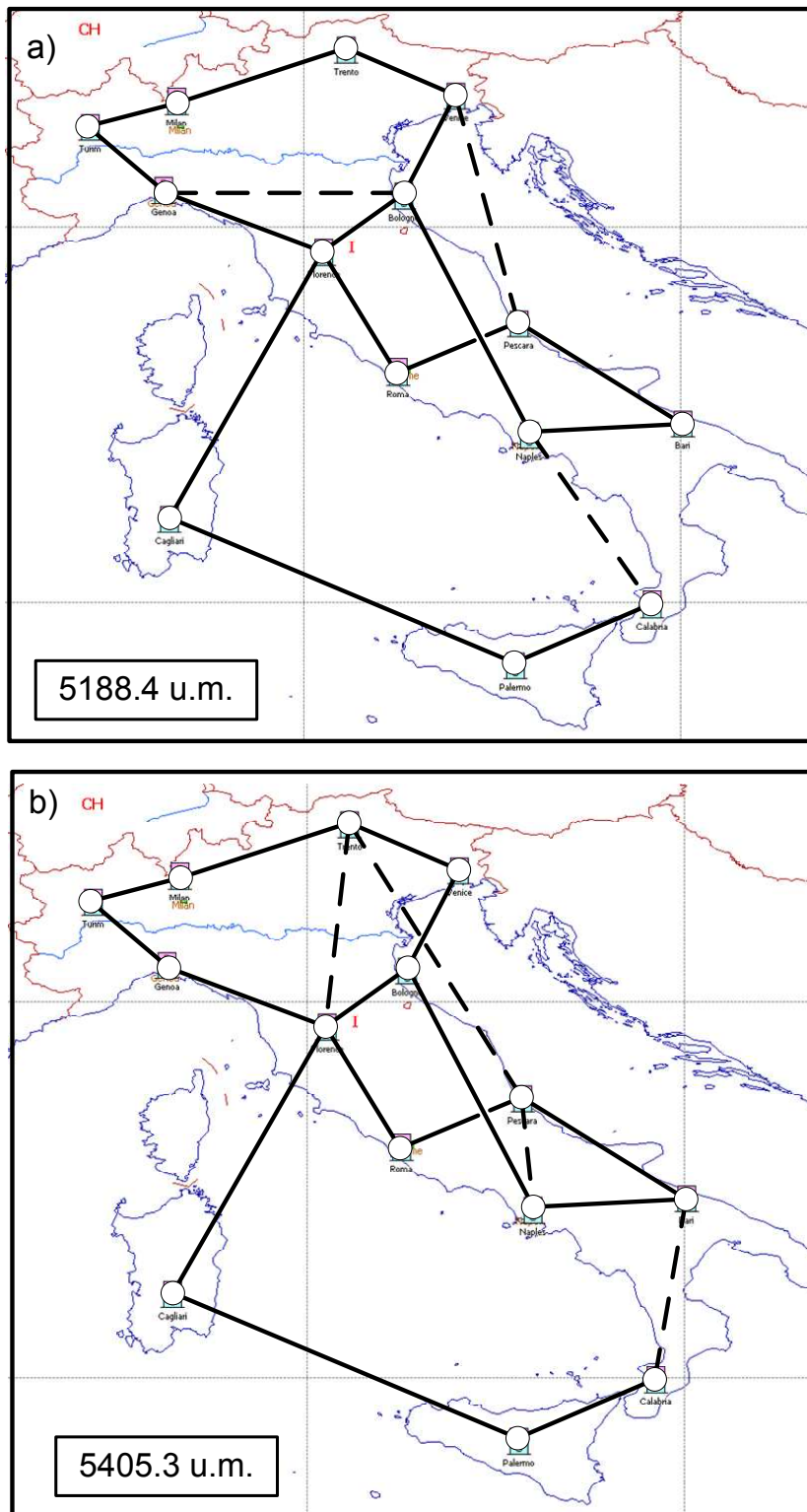


Figura 5.6: Topologias obtidas em Itália utilizando: a) Modelo em PLI, b) Algoritmo Genético.

Para o problema com encaminhamento com protecção partilhada não foi possível formular um modelo em PLI que permitisse comparar os resultados obtidos pela heurística utilizada. A relação entre o *gap* determinado e o tempo de processamento é menos satisfatória para este problema, mas tal será ainda mais agravado nos métodos exactos. O método de avaliação é o principal responsável pelos tempos de processamento pois para cada rede terá que ser simulada a falha de cada uma das ligações individualmente e todos os pedidos afectados reencaminhados. Alguns melhoramentos terão que ser efectuados no sentido de encontrar métodos de avaliação mais rápidos. No entanto, para ficarmos com uma ideia da diferença entre o limite superior e o limite inferior determinado para este problema, na Figura 5.7 estão representados o valor obtido pelo algoritmo genético para o problema com protecção partilhada e o valor da relaxação linear do modelo 1 para protecção dedicada.

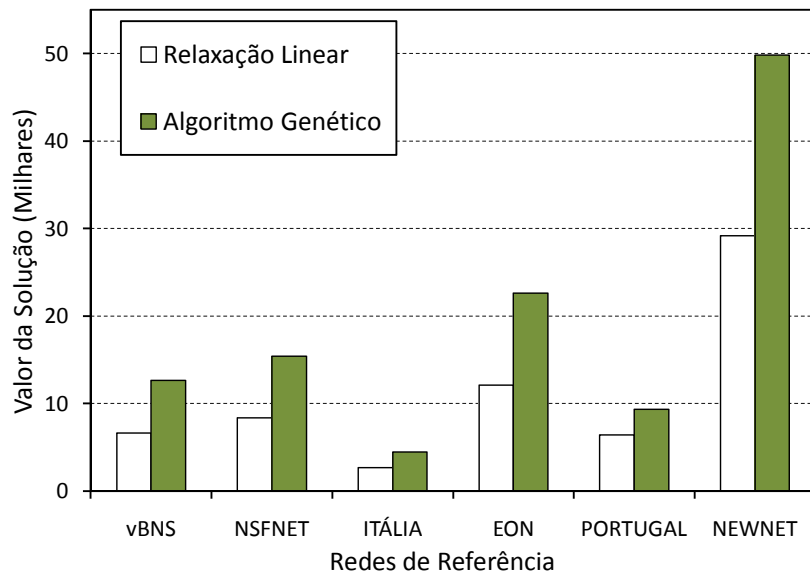


Figura 5.7: Limites encontrados para as redes de referência com protecção partilhada.

NESTE trabalho foi estudado o problema do desenho de uma rede óptica, sobrevivente para a falha de uma única ligação. O problema foi abordado considerando dois esquemas de protecção: dedicada e partilhada. A economia de recursos sob protecção partilhada é evidente, quando comparada com protecção dedicada, contudo a complexidade do problema aumenta substancialmente. Para uma rede ser sobrevivente, entre todos os pares de vértices terão que existir dois caminhos disjuntos por arestas, ou seja, a rede terá que ser 2-conexa. O desenho da rede 2-conexa de custo mínimo é NP-Difícil, por esse motivo foram utilizados métodos exactos e heurísticos.

Os modelos em programação linear inteira com encaminhamento com protecção dedicada têm a vantagem de serem modelos fáceis de interpretar e modificar, consoante as necessidades do operador e do modelo de tráfego. Para redes de pequenas dimensões e utilizando os modelos em PLI podem ser obtidos resultados exactos em tempo reduzido. Contudo, os tempos de processamento para redes de grandes dimensões são demasiado elevados. Modelos em PLI com encaminhamento com protecção partilhada são demasiado complexos, tornando-os menos adaptáveis a diferentes tipos de restrições.

O algoritmo genético apresentado nesta dissertação tem um tempo de processamento reduzido, considerando protecção dedicada, mas com o aumento do número de vértices necessita de grandes capacidades de memória RAM. A relação entre o *gap* e o tempo de processamento obtida usando o algoritmo genético para protecção dedicada é muito atractiva. Tal não acontece quando a protecção é partilhada, onde a avaliação do indivíduo é uma tarefa demasiado árdua. Foram estudados dois métodos de selecção e dois métodos de cruzamento no algoritmo genético. Métodos de selecção baseados na aptidão dos indivíduos são melhores, contudo é sempre necessário introduzir alguma menor aptidão na população, para evitar convergência precoce para um mínimo local. Métodos de cruzamento que não preservem blocos de solução, aumentam a diversidade da população e com isso a probabilidade de surgirem indivíduos mais aptos.

Dada a complexidade do problema, *gaps* na ordem dos 40% parecem ser encorajadores para a utilização de algoritmos genéticos na aproximação a este tipo de problemas. Uma grande percentagem do *gap* encontrado, entre a melhor solução obtida e o valor da relaxação linear do modelo 1, é devido ao facto do valor da relaxação linear do modelo ser um limite inferior bastante distante do óptimo. Todas as soluções da população inicial possuíam as arestas correspondentes ao anel e a operação de cruzamento preserva as características semelhantes a ambos os progenitores. Por esses motivos observamos que praticamente todas as soluções do algoritmo genético são a topologia em anel, gerada na população inicial, com ligações no seu interior.

Como trabalho futuro propomos o estudo de novas formas de geração da população inicial, por exemplo onde a inserção de cada ligação é dependente da distância euclidiana entre os vértices [38], assim como a tentativa de melhorar o método de avaliação do indivíduo quando o esquema de protecção é partilhada. Uma tentativa de formular um modelo em PLI baseado em formulações de fluxos com encaminhamento com protecção partilhada é também deixada para trabalho futuro.

Bibliografia

- [1] E. Bouillet, G. Ellinas, J. Labourdette, R. Ramamurthy, *Path Routing in Mesh Optical Networks*, Wiley, 2007.
 - [2] K. M. Sivalingam and S. Subramaniam, *Emerging Optical Network Technologies: Architectures, Protocols and Performance*, Springer, 2004.
 - [3] J. Doucette, *Advances on Design and Analysis of Mesh-Restorable Networks*, Ph.D. Dissertation, University of Alberta, 2005.
 - [4] S. K. Korotky, "Network Global Expectation Model: A Statistical Formalism for Quickly Quantifying Network Needs and Costs", *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, no. 3, pp. 703-22, March 2004.
 - [5] J. F. Labourdette, E. Bouillet, R. Ramamurthy, A. A. Akyamaç, "Fast Approximate Dimensioning and Performance Analysis of Mesh Optical Networks", *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 3, issue 4, pp: 906 - 917, IEEE Press Piscataway, NJ, USA, August 2005.
 - [6] C. Pavan, R. M. Morais, A. Correia, A. N. Pinto, "Dimensioning of Optical Networks with Incomplete Information", *Proc Advanced International Conf. on Telecommunications*, Athens, Greece, pp. 261-264, IEEE, June 2008.
 - [7] C. Pavan, R. M. Morais, A. Correia, A. N. Pinto, "Impact of the Mean Nodal Degree on Optical Networks", *Proc Photonics North 2008*, Montreal, Canada, vol. 7099, SPIE, June 2008.
 - [8] S. Ramamurthy and B. Mukherjee, "Survivable WDM Mesh Networks, Part I - Protection", *Proc. IEEE Conference on Computer Communications (INFOCOM99)*, New York, USA, pp. 744-751, March 1999.
 - [9] S. Ramamurthy and B. Mukherjee, "Survivable WDM Mesh Networks, Part II - Restoration", *Proc. IEEE International Conference on Communications (ICC99)*, Vancouver, British Columbia, Canada, pp. 2023-2030, June 1999.
 - [10] S. Ramamurthy, L. Sahasrabuddhe and B. Mukherjee, "Survivable WDM Mesh Networks", *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, issue 4, pp. 870-883, April 2003.
 - [11] N. Correia, *Survivable WDM Optical Networks*, Ph.D. Dissertation, University of Algarve, 2004.
 - [12] ITU-T recommendation G.703: Physical/electrical characteristics of hierarchical digital interfaces, November 2001.
 - [13] ITU-T recommendation G.694.2: Spectral grids for WDM applications: CWDM wavelength grid, 2002.
-

-
- [14] ITU-T recommendation G.694.1: Spectral grids for WDM applications: DWDM wavelength grid, 2002.
- [15] T. L. Magnanti and S. Raghavan, "Strong Formulations for Network Design Problems with Connectivity Requirements", *Networks*, vol. 45, issue 2, pp. 61-79, Wiley InterScience, 2005.
- [16] S. Soni and H. Pirkul, "Design of Survivable Networks with Connectivity Requirements", *Telecommunication Systems*, vol. 20, issue 1, pp. 133-149, Springer, 2002.
- [17] M. Gunkel et al., "A Cost Model for the WDM Layer", *Proc International Conference on Photonics in Switching (PS06)*, pp. 1-6, October 2006.
- [18] D. Cieslik, "Network Design Problems", *Encyclopedia of Optimization - 2nd Edition*, Springer, 2009.
- [19] L.R. Ford and D. R. Fulkerson, *Flows in Networks*, Princeton University Press, 1962.
- [20] D. Jungnickel, *Graphs, Networks and Algorithms: Algorithms and Computation in Mathematics*, Volume 5, Springer, 2008.
- [21] H. Kerivin and A. R. Mahjoub, "Design of Survivable Networks: A Survey", *Networks*, vol. 46, issue 1, pp. 1-21, Wiley InterScience, 2005.
- [22] S. Soni, R. Gupta and H. Pirkul, "Survivable Network Design: The State of the Art", *Information Systems Frontiers*, vol. 1, issue 3, pp. 303-315, Springer, 1999.
- [23] M. R. Garey and D. S. Johnson, *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*, 1979.
- [24] B. Caenegem, W. Parys, F. De Tuck, P. Demeester, "Dimensioning of Survivable WDM Networks", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 16, issue 7, pp. 1146-1157, IEEE, September 1998.
- [25] B. T. Doshi, S. Dravida, P. Harshavardhana, O. Hauser and Y. Wang, "Optical Network Design and Restoration", *Bell Labs Technical Journal*, vol. 4, issue 1, pp. 58-84, 1999.
- [26] J. Dréo, A. Pétrowski, P. Siarry and E. Taillard, *Metaheuristics for Hard Optimization, Methods and Case Studies*, Springer, 2006.
- [27] E. W. Dijkstra, "A Note on Two Problems in Conjunction with Graphs", *Numerische Math*, vol. 1, pp. 269-271, 1959.
- [28] B. L. Miller and D. E. Goldberg, "Genetic Algorithms, Selection Schemes, and the Varying Effects of Noise", *Evolutionary Computation*, vol. 4, pp. 113-131, 1996.
- [29] D. E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [30] M. Mitchell, *An Introduction to Genetic Algorithms*, MIT Press, 1998.
- [31] L. He, C. P. Botham and C. D. O'Shea, "An Evolutionary Design Algorithm for Ring-based SDH Optical Core Networks", *BT Technology Journal*, vol. 22, issue 1, pp. 135-144, 2004.
- [32] *The very-high-performance Backbone Network Service - vBNS* (2008, 17 November) [On-line] Available: <http://www.cs.cmu.edu/hzhang/HFSC/TALK/sld048.htm>.
- [33] R. Hülsermann, et al., "A Set of Typical Transport Network Scenarios for Network Modelling", *Proc ITG Workshop on Photonic Networks (ITC'04)*, pp. 64-72, Leipzig, Germany, May 2004.
- [34] *NewNet USA Topology*. (2008, 17 November) [Online] Available: <https://wiki.internet2.edu/confluence/display/I2RevDoc/Architecture>.
-

BIBLIOGRAFIA

- [35] D. Colle, "Data-Centric Optical Networks and Their Survivability", *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 2, issue 1, January 2002.
- [36] J. Pedro, A. Teixeira, P. Monteiro, J. Pires, "On a Portuguese Backbone Network of Reference", *Proc. Symposium on Enabling Optical Networks*, Porto, Portugal, June 2005.
- [37] *European Optical Network*. (2008, 17 November) [On-line] Available: <http://www.optical-network.com/topology.php>.
- [38] B. M. Waxman, "Routing of Multipoint Connections,"*IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 0, pp. 1617-1622, 1988.

Anexos

Topologias obtidas utilizando o modelo em programação linear inteira e o algoritmo genético.

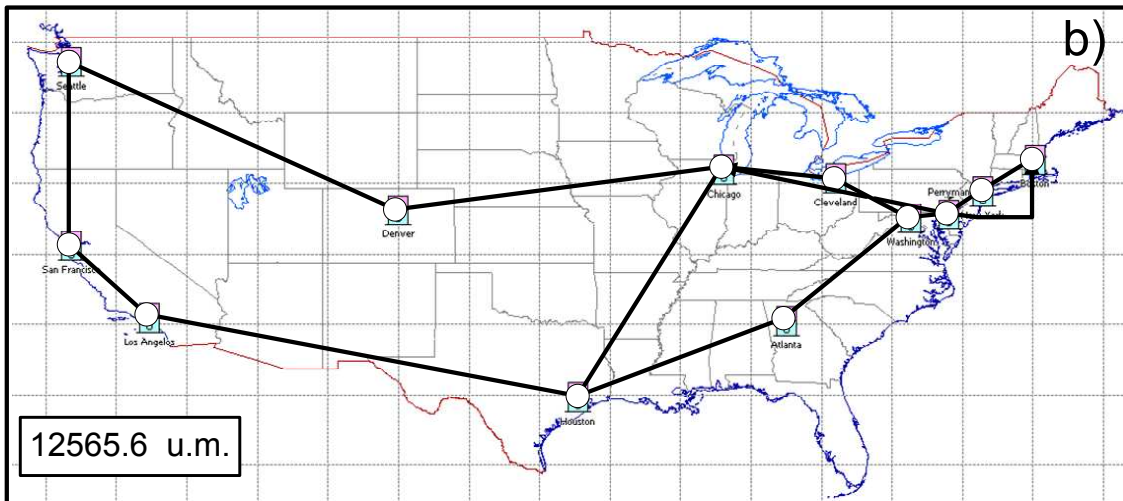
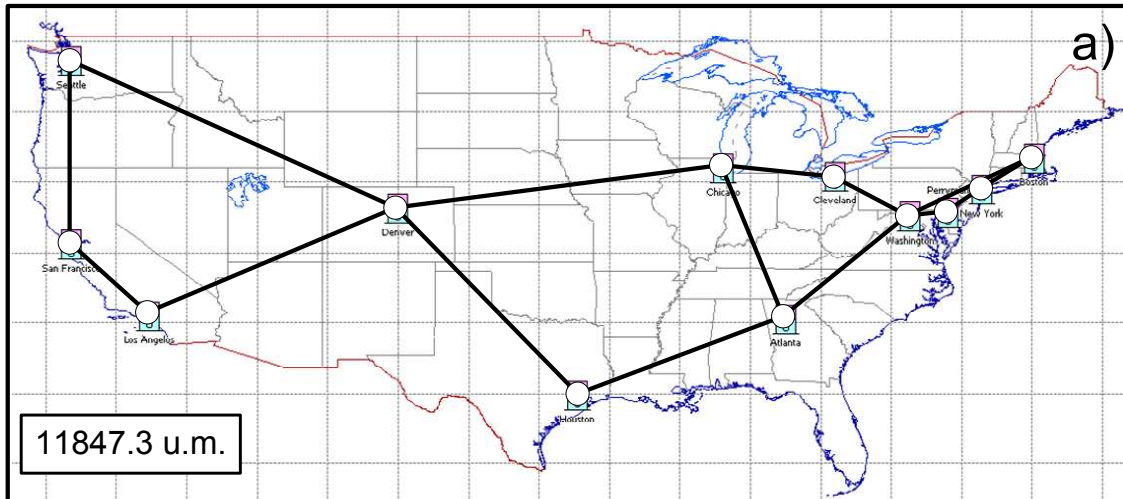


Figura 1: Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede vBNS utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.

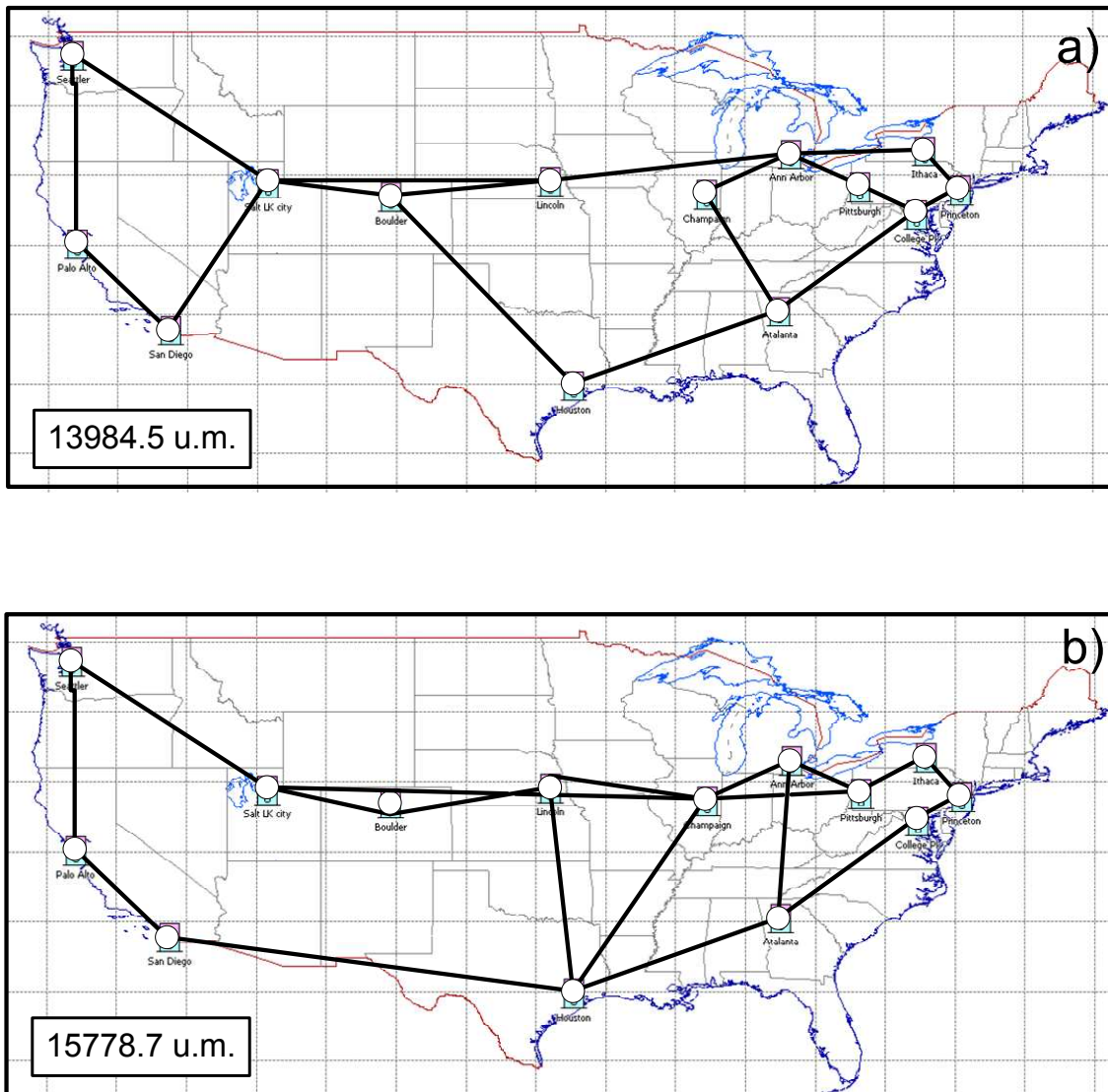


Figura 2: Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede NSFNET utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.

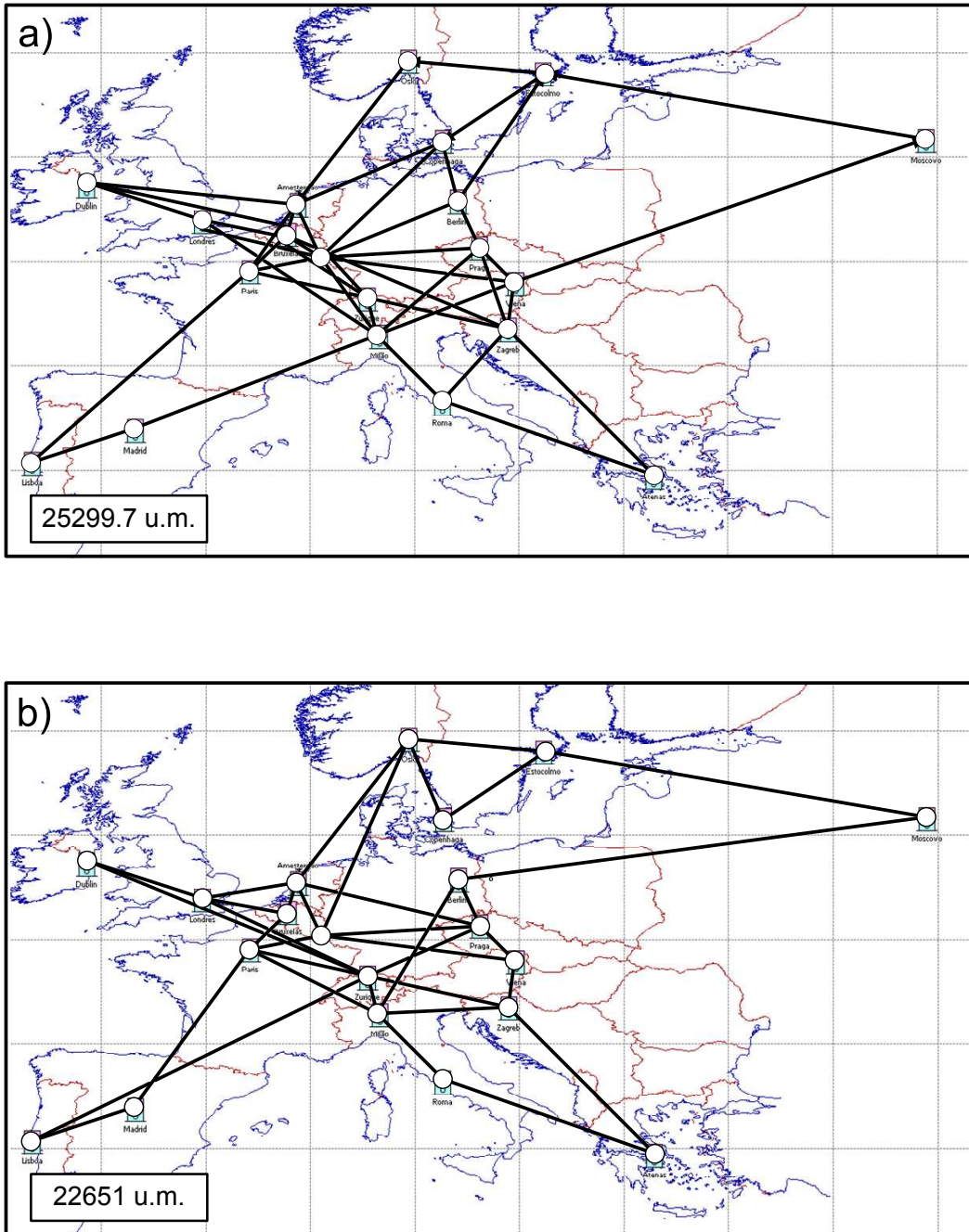


Figura 3: Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede EON utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.

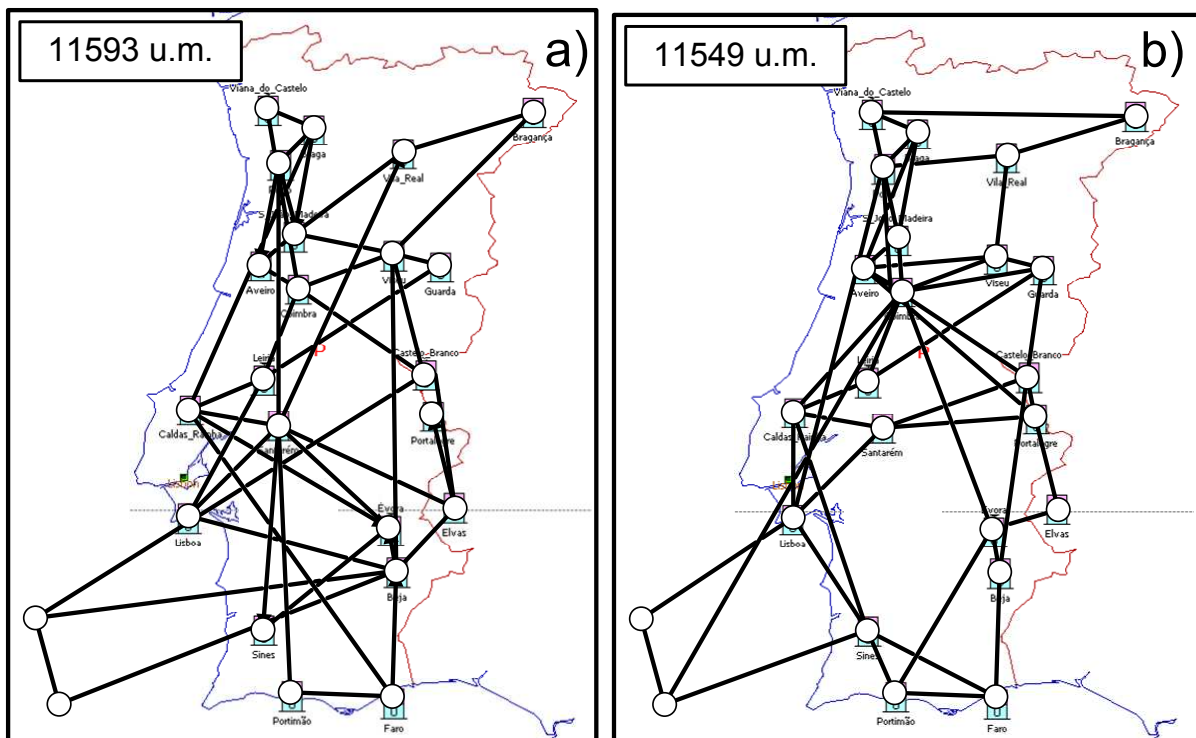


Figura 4: Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede PORTUGAL utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.

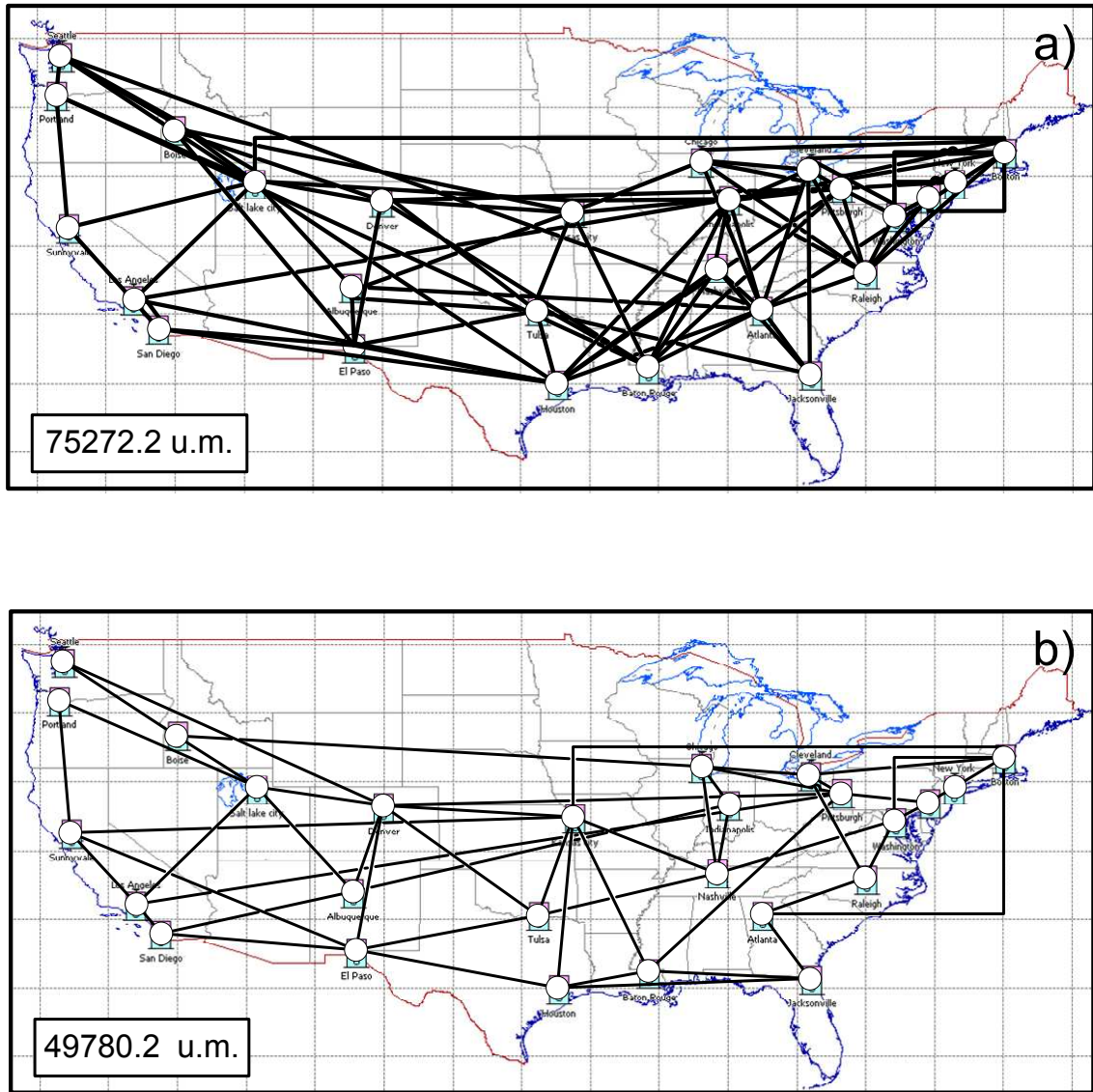


Figura 5: Topologias determinadas com encaminhamento com protecção dedicada para a rede NEWNET utilizando a) Modelo em PLI, b) Algoritmo genético.

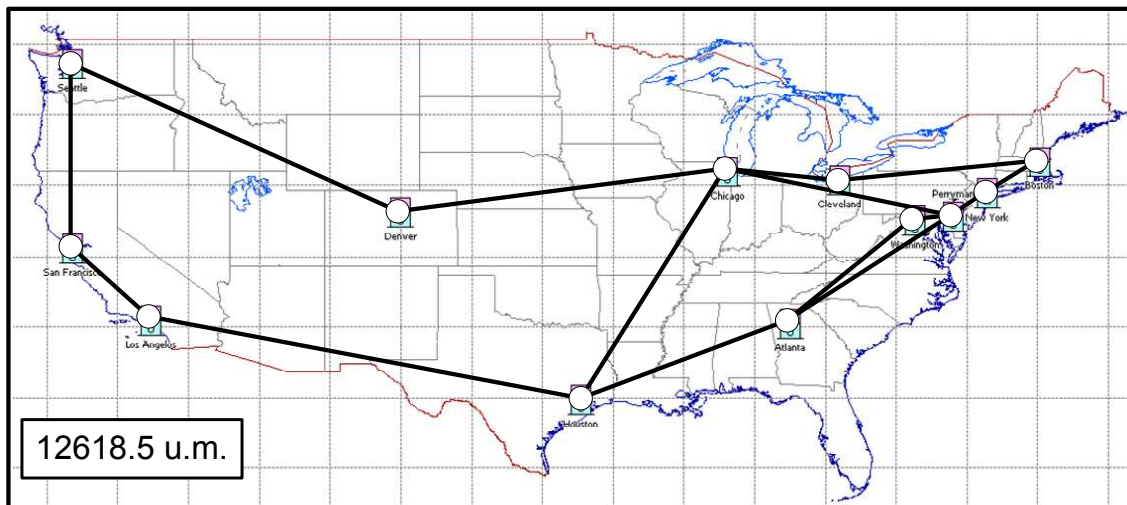


Figura 6: Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede vBNS utilizando o algoritmo genético.

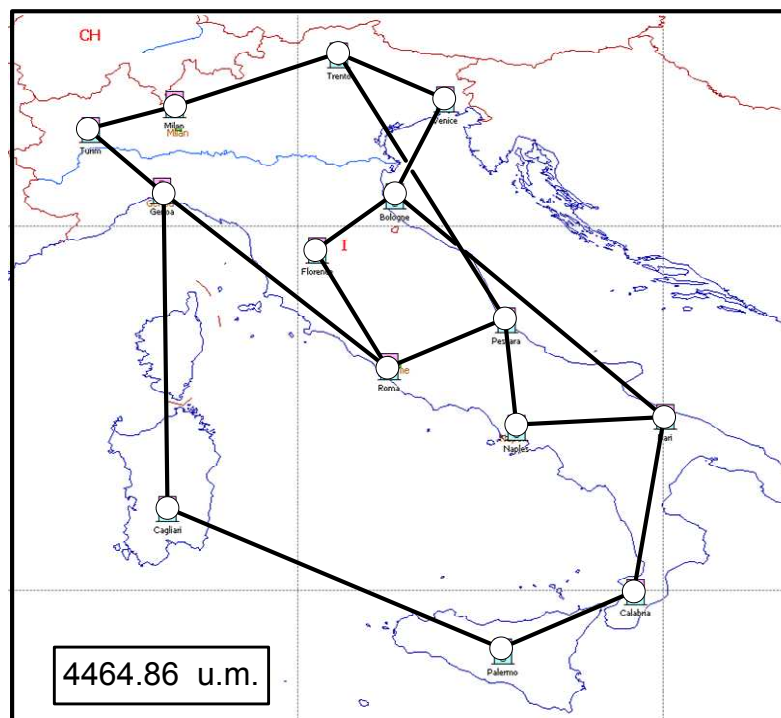


Figura 7: Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede ITÁLIA utilizando o algoritmo genético.

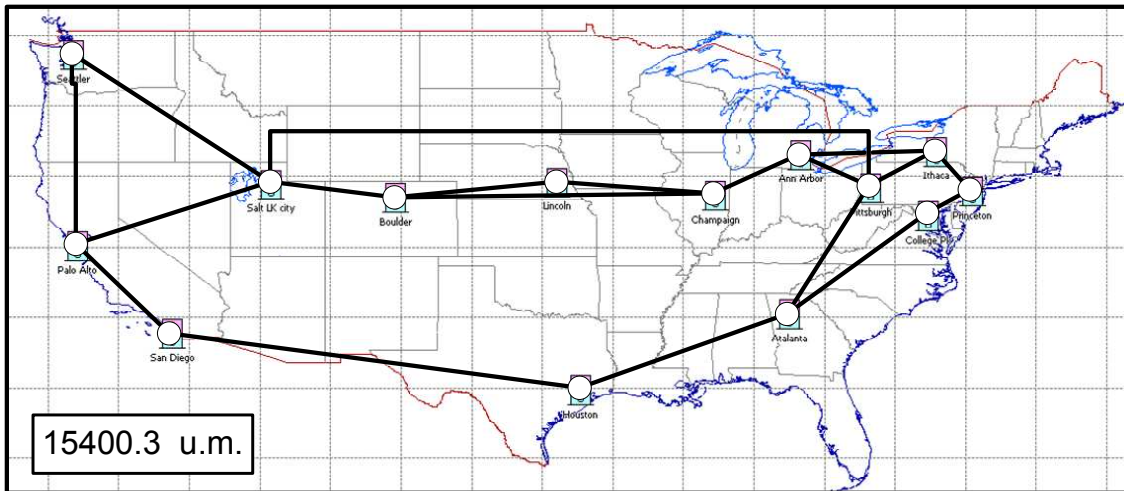


Figura 8: Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede NSFNET utilizando o algoritmo genético.

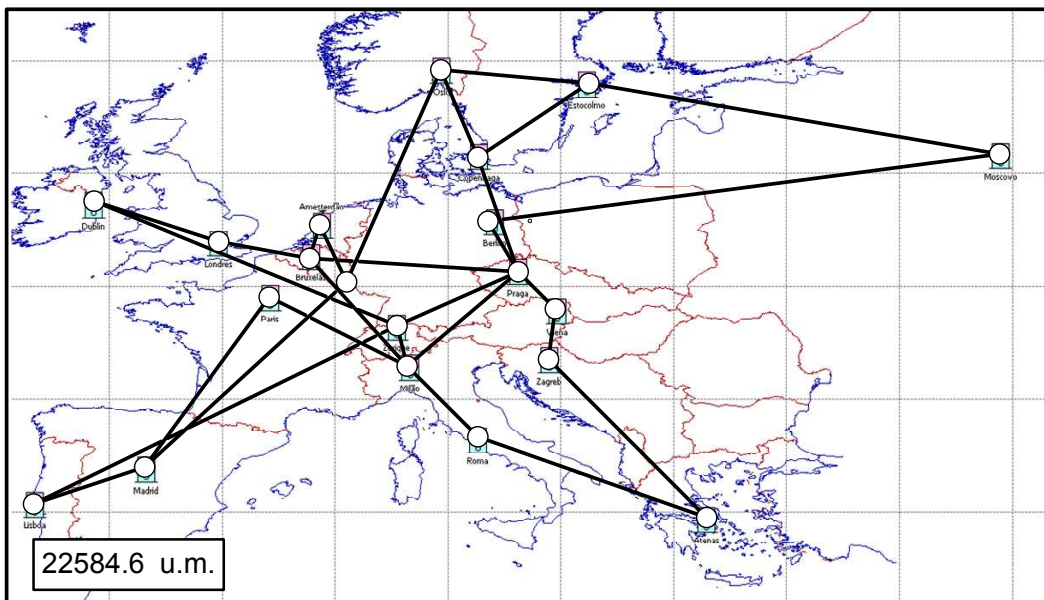


Figura 9: Topologia determinada com encaminhamento com protecção partilhada para a rede EON utilizando o algoritmo genético.

