



Padrões Patterns

Múltiplas Perspectivas e Contextos
em Educação Matemática

Multiple Perspectives and Contexts
in Mathematics Education

Isabel Vale e Ana Barbosa (Org.)

Ficha Técnica

Título: Padrões: Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática | Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education

Organização de: Isabel Vale e Ana Barbosa

Designer: Nelson Dias

Editor: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo - Projecto Padrões

Dezembro 2009

Depósito Legal nº 303665/09

ISBN: 978-989-95980-4-1

Impressão: Gráfica Visão

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia
MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E ENSINO SUPERIOR



Instituto Politécnico
de Viana do Castelo



Escola Superior
de Educação

padrões
matemática e padrões no ensino básico

Índice / Contents

Nota de abertura	5
Preface	6

Capítulo 1 - Introdução | Chapter 1 - Introduction

Mathematics and patterns in elementary schools: perspectives and classroom experiences of students and teachers <i>Isabel Vale</i>	7
Reflections on pattern in the mathematics curriculum <i>Anthony Orton</i>	15

Capítulo 2 - Números e Álgebra | Chapter 2 - Numbers and Algebra

Patterns and relationships in the elementary classroom <i>Elizabeth Warren</i>	29
Improving mathematics learning in numbers and algebra (IMLNA) – a current project <i>Manuel Joaquim Saraiva</i>	49
Exploração de Padrões e Pensamento Algébrico <i>António Borralho, Elsa Barbosa</i>	59
Padrões num Contexto de Formação Inicial de Educadores <i>Isabel Cabrita</i>	69

Capítulo 3 - Geometria | Chapter 3 - Geometry

Pupils' perception of shape, pattern and transformations <i>Jean Orton</i>	81
Wallpaper Patterns in Origami <i>Luís António Teixeira de Oliveira</i>	103
Looking for patterns in geometric transformations with pre-service teachers <i>Lina Fonseca</i>	111

Capítulo 4 - Visualização | Chapter 4 - Visualization

Visuoalphanumeric Mechanisms that support Pattern Generalization <i>Ferdinand D. Rivera</i>	123
Exploring generalization with visual patterns: tasks developed with pre-algebra students <i>Ana Barbosa, Isabel Vale, Pedro Palhares</i>	137
Visual Pattern Tasks with Elementary Teachers and Students: a Didactical Experience <i>Isabel Vale, Teresa Pimentel</i>	151

Capítulo 5 - Painel e Síntese | Chapter 5 - Panel and Synthesis

Discussion Panel: Patterns in Teacher Training <i>Rosa Antónia Tomás Ferreira</i>	163
Uma agenda para investigação sobre padrões e regularidades no ensino-aprendizagem da Matemática e na formação de professores <i>João Pedro da Ponte</i>	169

Padrões num Contexto de Formação Inicial de Educadores

Isabel Cabrita

icabrita@ua.pt, CIDTFF – Universidade de Aveiro

RESUMO

Neste artigo, descreve-se e reflecte-se sobre parte de uma experiência desenvolvida no âmbito da disciplina de Matemática na Educação de Infância de um curso de Licenciatura em Educação de Infância de uma instituição do Ensino Superior.

Mais concretamente, evidencia-se e discute-se o conhecimento que os alunos revelaram sobre padrões – conceito, termos associados, tipos e resolução de problemas - e as perspectivas de abordagem dessa temática. O fraco desempenho que os discentes manifestaram reforça a opção de se ter planeado e implementado a disciplina envolvendo os alunos na concepção e implementação de projectos sobre padrões, envolvendo crianças do pré-escolar, bem como na sua reformulação à luz da reacção e desempenho das crianças.

Palavras-Chave: Formação inicial, Educação de infância, Padrões, Conhecimento, Experiências de aprendizagem

ABSTRACT

In this paper we describe and reflect upon a part of an experience carried out within the scope of the curriculum unit of Matemática na Educação de Infância (Pre-school Maths Education) in a Degree in Pre-school Teacher Education from an institution of Higher Education.

More specifically, we shall highlight and discuss the knowledge revealed by students concerning patterns – concept, associated terms, types and problem solving – as well as the different approaches used to address this issue.

The low performance evidenced by students strengthens our option of having planned and implemented the above-mentioned curriculum unit, in which students were lead to design and implement (directly with preschool children) projects on patterns as well as to reformulate them according to children's task performance.

Key words: Teacher training; Kindergarten; Patterns; Knowledge; Teaching experiments

Introdução

A importância da abordagem da matemática, designadamente centrada nos padrões, desde o pré-escolar está referida em literatura vária incluindo as orientações curriculares para esse nível em Portugal (ver, por exemplo; Barody, 2002; Cabrita e Moderno, 2003; Castro e Rodrigues, 2008; Clements, Sarama e DiBiaise, 2004; Clements, Sarama, 2007; Curcio & Schwartz, 1997; Greenes, Ginsburg e Balfanz, 2004; ME-DEB, 1997; Moreira e Oliveira, 2003; NCTM, 2007; Palhares e Mamede, 2002; Vale et al, 2009).

Para que os Educadores a possam fazer e da melhor forma, é fundamental que comecem a vivenciar tais experiências desde a Formação Inicial.

Neste contexto, decidiu-se dar um lugar de destaque ao estudo dos padrões, enquanto contexto de abordagem de qualquer outro tópico matemático e do desenvolvimento de capacidades como a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação (Arcavi, 2006; Devlin, 2002; NCTM, 2000; Steen, 1988; Vale et al, 2009), na disciplina de Matemática na Educação de Infância (MEI) do curso de Licenciatura em Educação de Infância. Era uma disciplina obrigatória, semestral e com uma carga horária de 2h Teóricas e 2 Teórico-Práticas semanais e constituía-se a única oportunidade, formal, dos futuros Educadores lidarem com questões da matemática e da educação em matemática ao longo do curso. Essa disciplina foi palco de uma experiência que se descreve a seguir.

Questões de Investigação e objectivos

A questão de investigação que norteou a experiência a desenvolver é Qual o impacto da disciplina MEI numa abordagem da matemática centrada nos padrões?

Como principais objectivos, definiram-se:

- reestruturar o programa da disciplina em função
 - das mais recentes orientações para a Matemática
 - do conhecimento que os alunos revelam sobre padrões e da forma como perspectivam a abordagem do tema
- implementá-lo proporcionando que os futuros educadores se envolvam activamente na construção de conhecimento e na concepção, implementação, avaliação e reformulação de experiências de aprendizagens matemáticas centradas nos padrões
- avaliar
 - as aprendizagens construídas
 - a importância que atribuem a essa disciplina imediatamente após o seu término e após a conclusão da PP
 - se proporcionaram (ou não), a crianças do pré-escolar no âmbito da PP, experiências de aprendizagens baseadas nos padrões, porquê e, em caso afirmativo
 - com que impacto (ao nível dos orientadores, das crianças, dos próprios e dos colegas de estágio).

Este artigo incide, principalmente, sobre o conhecimento que os alunos revelaram e sobre perspectivas de abordagem da temática dos padrões, com base nos quais se reformulou e se implementou o plano inicialmente pensado.

Desafios à formação inicial e padrões na Educação Pré-Escolar

O trabalho com e sobre padrões, por apelar mas, numa perspectiva dinâmica, também desenvolver o pensamento algebrico e geométrico, e estar intimamente relacionado com a resolução de problemas e a comunicação, incluindo formas diversificadas de representação (Blanton & Kaput, 2005; Jacobs et al., 2007; Lubinski & Otto, 2002; Orton, 1999; Vale et al. 2009; Warren & Cooper, 2005), assume um lugar de destaque nos currículos dos mais diversos países. Até porque, segundo diversos autores, atraem as crianças, apelam ao seu sentido estético e permitem desenvolver a criatividade (Hardy, 2002; McGettrick, 2008).

Também em Portugal, as instituições ministeriais estão consicentes da importância da abordagem desta temática desde o pré-escolar.

Consequentemente, os Educadores devem dominar o tema padrões bem como formas de o abordar com as crianças.

A Formação Inicial, entendida como uma de várias etapas do desenvolvimento profissional (Marcelo, 1999; Nóvoa,

1992; Pacheco, 1995), desempenha um papel crucial na consecução de tais objectivos. Mas tal formação não se pode desenvolver há luz de uma matriz tradicional/artesanal, condutista ou mesmo personalista ou, se quisermos, seguindo uma orientação académica, tecnológica ou prática. Antes, deve inscrever-se num paradigma orientado para a indagação e num quadro reconstrucionista social tal como preconizado por Zeichner (1983) e Feiman-Nemser (1990). Também se deve desenrolar no pressuposto de que, a par de muitas certezas, as ciências desvendam, todos os dias, muitas incertezas, como defende Morin (2000). De facto, nunca como agora se viveram momentos de contemporaneidade tão marcadamente caracterizados pela complexidade e pela imprevisibilidade.

É neste cenário que se devem entender as ‘actuais’ orientações para a Educação Pré-escolar.

Tal como já sintetizamos noutro momento (Vale et al., 2008), em Portugal, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar, consignadas no Despacho nº 5220/97 (2ª série), publicado a 4 de Agosto de 1997, no Diário da República nº 178, II série, não constituem um currículo – “por incluírem a possibilidade de fundamentar diversas opções educativas, portanto, vários currículos” (ME, 1997: 13) - nem um programa – “pois adoptam uma perspectiva mais centrada em indicações para o educador do que na previsão da aprendizagem a realizar pelas crianças” (id: ib). Antes, assumem-se como um importante referente para todos os profissionais do nível pré-escolar.

Contemplam três Áreas de Conteúdo - Área de formação pessoal e social; Área do Conhecimento do Mundo e Área de Expressão e Comunicação – em torno das quais se devem desenvolver experiências de aprendizagem ricas e significantes. Os domínios das expressões motora, dramática, plástica e musical; da linguagem oral e abordagem à escrita e da matemática estruturam a última Área referida.

Embora de uma forma mais intensa e explícita no domínio da matemática, tais Orientações legitimam um trabalho sério e diversificado com padrões perpassando os restantes domínios, vertentes e Áreas conteúdais.

Por exemplo, no domínio das Expressões fala-se, explicitamente, num trabalho com padrões rítmicos.

Relativamente à matemática, surge o termo padrão, no contexto da medida, mas com acepções diferentes daquelas que interessam explorar no âmbito deste artigo - “(...) comparação entre as alturas das crianças, organização do espaço da sala, medições dos espaços com um padrão não convencional (pau, fita, corda, etc) ou com referência ao metro como medida padrão (fitas métricas, réguas graduadas)” (77). Mas é também considerado como uma sequência que tem regras lógicas que importa descobrir, actividade facilitadora da criação de novos padrões e do desenvolvimento do raciocínio lógico.

Nesta perspectiva, procurar padrões aparece como um elo natural entre a matemática e:

- O domínio da Linguagem e abordagem à escrita - “A linguagem é também um sistema simbólico organizado que tem a sua lógica. A descoberta de padrões que lhe estão subjacentes é um meio de reflectir sobre a linguagem e também de desenvolver o raciocínio lógico” (id: 78). No mesmo sentido, vão afirmações apresentadas anteriormente, que sublinham a descoberta de relações e introduzem o termo norma – “Esta aprendizagem (da linguagem) baseia-se na exploração do carácter lúdico da linguagem, prazer em lidar com as palavras, inventar sons, e descobrir relações” (id: 67) e “Começando a perceber as

normas da codificação escrita, a criança vai desejar reproduzir algumas palavras. Por exemplo, aprender a escrever o seu nome, que tem sentido afectivo para a criança e lhe permite fazer comparações entre letras que se repetem noutras palavras, o nome dos companheiros, o que o educador escreve” (id: 69);

- A área do Conhecimento do Mundo – “Como forma de pensar sobre o mundo e de organizar a experiência que implica procurar padrões, raciocinar sobre dados, resolver problemas e comunicar resultados, a Matemática está directamente relacionada com a área do Conhecimento do Mundo.” (id: ib).

No domínio da matemática, privilegiam a exploração de padrões repetitivos e de padrões não repetitivos e, dentro destes, os crescentes. Estabelece-se, assim, conexões com a seriação ou a ordenação de objectos de acordo com as diferentes gradações que determinada qualidade – como a altura, tamanho, espessura, luminosidade, velocidade, altura ou intensidade do som, duração - pode admitir. Falam ainda na ordenação de materiais a usar no âmbito da Expressão Plástica (id: 62) e na ordenação de dados na parte consignada à Área do Conhecimento do Mundo e, mais concretamente, a propósito do método científico que se deve ir introduzindo desde a mais tenra idade – “A organização (de) dados levará provavelmente à necessidade de usar formas de registo que permitam classificá-los e ordená-los – desenhos, gráficos, descrição escrita do processo” (id: 83).

Refere-se, ainda, nas Orientações Curriculares, a vivência e/ou explicitação de diversas sucessões temporais, privilegiando a narração de histórias como um contexto para a sua abordagem – “A narração de histórias é um meio de se apropriar da noção do tempo, pois corresponde a uma sucessão temporal marcada por ligações de continuidade traduzidas habitualmente pela expressão ‘e depois’. Recontar a história oralmente ou através de uma série de desenhos, seriar imagens, tendo como suporte uma pequena história, relaciona-se com a construção da noção do tempo e também com a linguagem” (id: 77).

Aspectos metodológicos

A experiência assumiu contornos de um estudo qualitativo e desenvolveu-se num contexto de investigação-acção.

Envolveram-se 26 alunos que frequentavam a disciplina em causa, que estiveram presentes na primeira sessão da disciplina e que responderam ao questionário e a um mini-teste aplicado.

Atendendo às questões às quais se pretendia dar resposta, inquiriram-se os alunos sobre: o que entendiam por padrão; que termos lhe estavam associados e que tipos de padrões se podem considerar. Numa outra parte, pedia-se que descrevessem uma situação de aprendizagem a proporcionar a crianças do pré-escolar e que envolvesse padrões. Finalmente, propôs-se a resolução de problemas.

A informação recolhida foi alvo de uma análise de conteúdo, orientada por categorias definidas à priori, reformuladas à luz das produções dos alunos. Os dados são apresentados preferencialmente de forma descritiva, evidenciando-se as afirmações com digitalizações ou transcrições de respostas dos alunos. Quando possível, ainda se sintetizam e apresentam alguns dados sobre a forma de tabela.

Resultados e discussão

Este ponto estrutura-se em 3 pontos principais, de acordo com as opiniões e produções dos alunos – conceitos associados a padrão; experiências de aprendizagem e resolução de problemas.

Conceitos associados a padrão

Para tentarem uma aproximação à definição de padrão, seis alunos recorreram só a texto e 20 alunos serviram-se de uma representação mista - texto e imagem.

Dois alunos deram respostas muito imprecisas, vagas ou confusas, como se evidencia na figura seguinte.

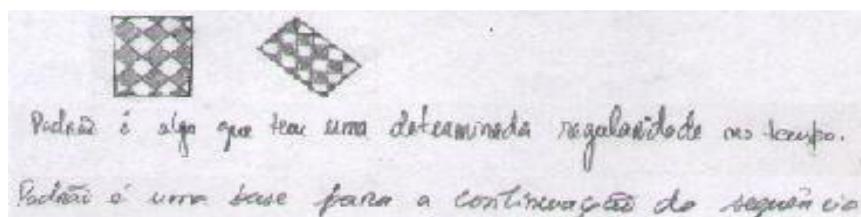


Fig. 1 Tentativa de definição de padrão apresentada por um aluno

Só 1 aluno associou padrão a módulo, considerando que “Padrão é a base de uma série de imagens, por exemplo, que podem ser criadas a partir dele. Este repete-se sempre podendo variar e que é depois criado a partir dele”.

No que respeita ao contexto que enquadrava a tentativa de delimitação do conceito de padrão, distinguem-se respostas que remetem para um contexto cultural, focalizadas no dia-a-dia e do âmbito da matemática.

Transcreve-se uma das duas respostas que se enquadra no primeiro parâmetro – “O conceito de padrão associa-se a várias áreas, tanto sociais como económicas e até religiosas. A padronização de vários sistemas sociais, ou até de comportamento humano e/ou social pode ser definido como o elo de ligação entre os vários cenários analisados”.

A contextualização no dia-a-dia remete para – “camisola às riscas”; “tapetes de Arraiolos”; “azulejos”; “calçada portuguesa”; “cestos africanos”; “padrões musicais”; “lengalengas”.

Relativamente ao contexto matemático:

- um aluno refere-se ao numérico;
- dois discentes consideraram qualquer área – “para mim padrão significa imagem, objecto ou algarismo que se repete formando um todo” ;
- a maioria (18 alunos) reporta-se ao contexto geométrico.

Mas a ideia geral de padrão que prevalece está associada a repetição. Um aluno refere – “É um acontecimento que se repete regularmente. Por exemplo 5/10/15/20 ... (ou seja soma-se sempre 5 neste caso)”. Na figura seguinte apresenta-se a resposta de outro aluno, mais centrada no tema da geometria.

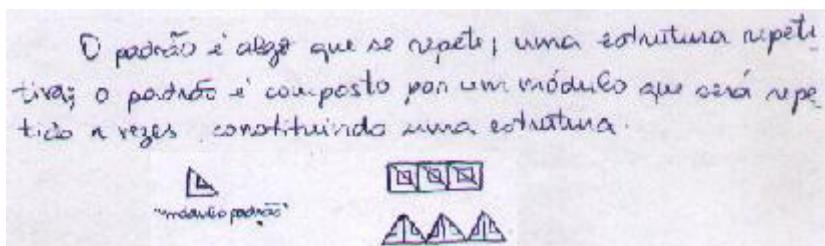


Fig. 2 Definição de padrão associada a regularidade apresentada por um aluno

Em resposta à solicitação de que explicitassem termos associados a padrão, cinco alunos não responderam. Dos restantes alunos, nove reportaram-se a regularidade e a sequência; quatro a desvio-padrão e dois a simetria (ver figura seguinte). Para além de termos mais vastos como cultura, música e tonalidade, pode formar-se outra família de constelações com os termos lógica, base, módulo, ordem e irregularidade. Ainda se considerou outro grupo do âmbito das transformações geométricas – rotação e translacção. De uma forma mais lata, ainda indicaram imagem e figura.

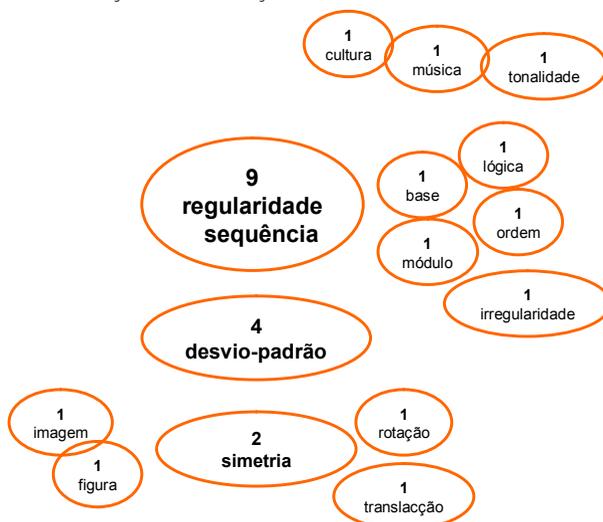


Fig. 3 Termos associados a padrão referidos pelos inquiridos

No que concerne aos tipos de padrões, nove alunos não explicitaram qualquer um. Dez inquiridos referiram-se a padrões geométricos, como se representa na figura seguinte. Curiosamente, três alunos referiram-se a círculo, quadrado e rectângulo como tipos de padrão. Seis alunos indicaram padrões numéricos, tendo um aluno escrito 'conjunto'. Três alunos nomearam padrões estatísticos. Com uma única ocorrência ainda surgiram como tipos de padrões: matemático; desvio-padrão; sinais e elementos.

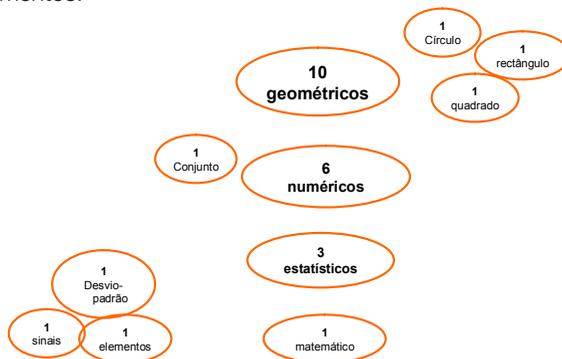


Fig. 4 Tipos de padrões referidos pelos inquiridos

Experiências de aprendizagem

Relativamente à descrição de uma situação de aprendizagem envolvendo padrões, passível de ser tratada a nível do pré-escolar, sete inquiridos não apresentaram qualquer sugestão e cinco alunos apresentaram ideias consideradas sem sentido como a ilustrada a seguir e:

- “desenhar por exemplo uma casa, ou até mesmo uma flor” (um aluno);
- “aprender numerais” (dois alunos);
- “com um carimbo pode fazer uma imagem e assim já usa a noção de padrão” (um aluno).

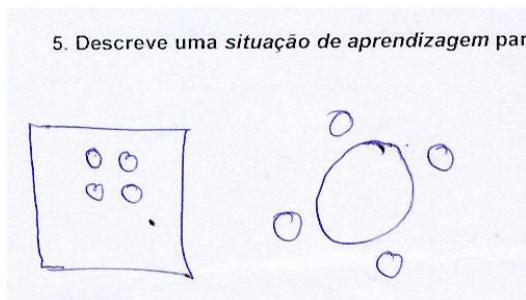


Fig. 5 Situação de aprendizagem envolvendo padrões apresentada por um aluno

Três alunos apresentaram ideias muito vagas. Nesta categoria englobou-se:

- “visita à fábrica azulejos” ;
- “desenhar formas geométricas e pintar”;
- “cortar quadrados e formar conjuntos diferentes”.

Quatro inquiridos focaram-se mais directamente na temática, mas revelaram ideias muito gerais: “mostrar diferentes padrões”; “identificar, discutir e criar diferentes padrões”; “explicar como construir a partir do módulo”; “construir padrões com carimbos ... ou módulos”.

Dois alunos referiram-se à “visualização do caleidoscópio” e outros três explicitaram padrões do tipo ababab.... Um dos alunos referiu-se à carimbagem, actividade tão do agrado das crianças – “Utilizando carimbos com a forma de animais (por exemplo: um gato e um cão), pedir à criança que carimbe numa folha branca um gato e um cão, alternadamente. Desta forma, formaram um padrão através do divertimento”.

Dois alunos explicitaram a construção de uma grelha. Na figura seguinte, exemplifica-se uma dessas respostas. Note-se o facto do aluno ter generalizado a construção da grelha (com uma configuração muito habitual nestes níveis de escolaridade - 4x4) recorrendo a f1 e f2 para representar dois elementos diferentes a usar como módulo (situação também muito comum) pelas crianças. Também é interessante verificar o pormenor da sugestão para que tal construção se aproveite para fazer uma capa, provavelmente para as crianças guardarem as suas produções.

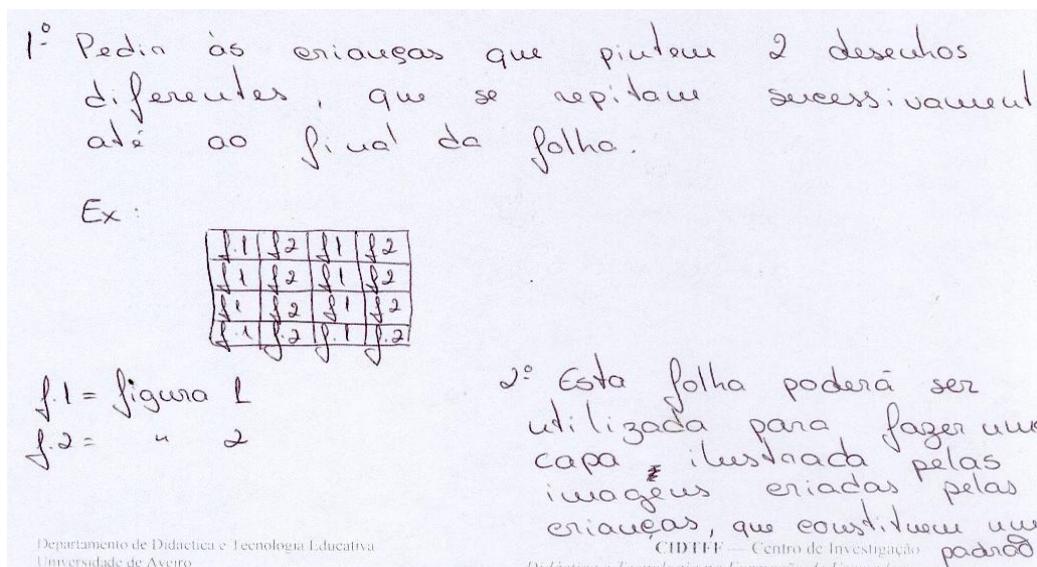


Fig. 6 Situação de aprendizagem envolvendo padrões do tipo ababab....

Resolução de problemas

Foi ainda proposta a resolução de problemas. A seguir, sintetiza-se o desempenho dos alunos a duas dessas tarefas.

O enunciado do primeiro problema apresenta-se a seguir:

Continua a sequência

2 5 10 17 26 ...

Indica a lei de generalização.

Como se verifica pela análise do quadro seguinte, a esmagadora maioria dos alunos não continua a sucessão.

	Nº de respostas		
	certas	erradas	Não responde
continua	7	1	18
lei gen.		18	8

Tabela 1 Número de respostas certas ou erradas ao primeiro problema apresentado

Um aluno apresentou uma resposta considerada errada (ver figura seguinte) e sete respondentes apresentaram a resposta correcta.

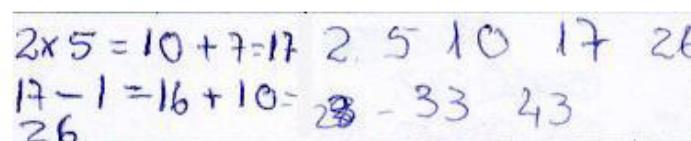


Fig. 7 Resposta de um aluno à questão da continuação do termo seguinte de uma sucessão

No que respeita à generalização, não se considerou qualquer resposta correcta. Dois alunos apresentaram como solução “quadrados perfeitos” e um aluno registou “x + 3”.

Quinze alunos tentaram uma generalização por recursividade, mas ficaram muito aquém de uma lei de generalização aceitável, como se ilustra a seguir. Apesar de terem percebido que os números ímpares desempenhavam um papel importante na evolução dos termos da sucessão, note-se a dificuldade que os alunos manifestaram em comunicar as suas ideias, quer matematicamente quer mesmo ao nível da língua materna.

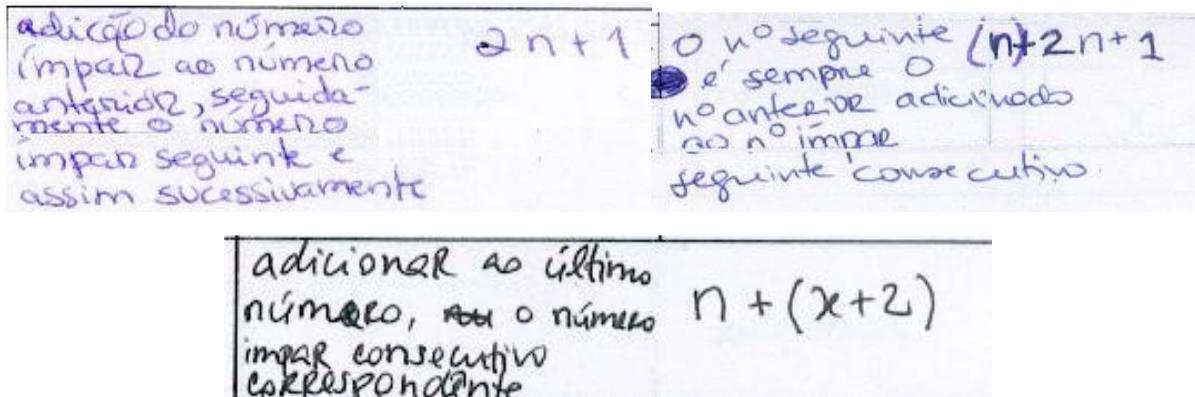


Fig. 8 Resposta de alunos à questão da lei da generalização da sucessão

Outra das tarefas propostas foi o 'problema das tendas':

Quantos caminhos são necessários para ligar, entre si, 3 tendas (não alinhadas)? E 4? E n tendas?

Pela análise da tabela seguinte, pode verificar-se que a maior parte dos alunos respondeu correctamente à primeira questão da tarefa, sobre o número de caminhos necessários para ligar entre si 3 tendas não alinhadas.

nº de tendas	Nº de respostas		
	certas	erradas	Não responde
3	21	4	8
4	6	16	4
n		18	8

Tabela 2 Número de respostas certas ou erradas ao problema das tendas

Os três alunos que erraram essa questão deram como resposta dois ou quatro caminhos. Curiosamente, oito alunos não deram qualquer resposta.

Relativamente à questão seguinte, a maior parte dos alunos (16) responde que são necessários três ou quatro caminhos para ligar entre si 4 tendas. Só seis alunos é que deram a resposta correcta.

Relativamente à generalização para n caminhos, oito alunos não deu qualquer resposta e a maior parte dos restantes referiu " n " ou " $n-1$ " caminhos. A seguir, ilustra-se a resposta de um aluno que evidencia o que foi dito.

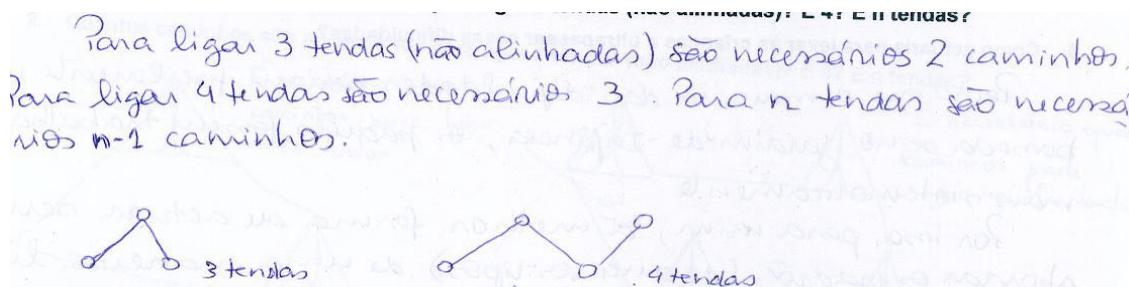


Fig. 9 Resposta de um aluno às duas primeiras questões do problema das tendas

Só um aluno é que tentou uma generalização um pouco mais elaborada, como se ilustra a seguir. Mais uma vez, veja-se a dificuldade do aluno em expressar, correctamente, o raciocínio.

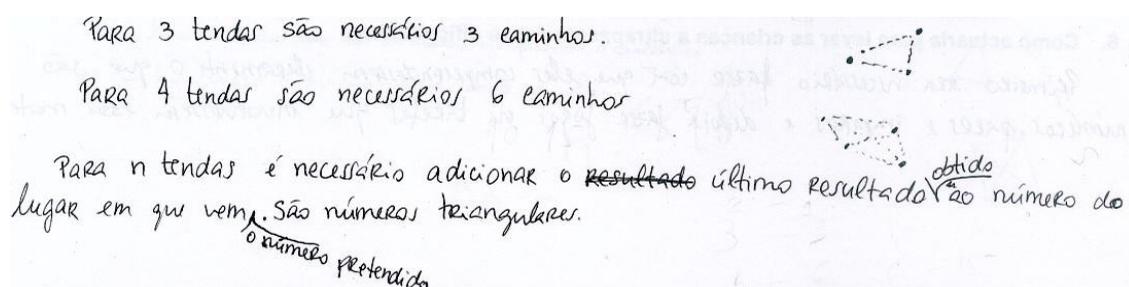


Fig. 10 Resposta de um aluno ao problema das tendas

Conclusões

Os alunos envolvidos na experiência apresentaram muitas lacunas no conhecimento sobre padrões e em formas de abordar o tema.

Estes resultados só reforçam a necessidade e pertinência de se ter perspectivado e implementado a disciplina de forma a se envolver, activa e colaborativamente, os futuros Educadores de Infância na: construção de conhecimento e na concepção, implementação, avaliação e reformulação de experiências de aprendizagens matemáticas centradas nos padrões. Tal reformulação foi justificada com base nos desempenhos efectivos das crianças a quem as futuras Educadoras implementaram os projectos concebidos.

Esperemos que o forte envolvimento e de qualidade que os alunos manifestaram na disciplina de Matemática na Educação de Infância venha a ter repercussões positivas ao nível da Prática Pedagógica, que se espera acompanhar no ano lectivo 2009/10.

Referências

- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los números. Em Vale, I. et al. (org.), Números e álgebra. Lisboa: SPCE (29-48).
- Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática das crianças. In B. Spodek (Org). Manual de Investigação em Educação de Infância. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. (333-390).

- Blanto, M. and Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal For Research In Mathematics Education*, vol 36, nº 5, 412-446.
- Cabrita, I. & Moderno, A. (Coord) (2003). *Imagens da interculturalidade na educação de infância - Nós e os outros*. Lisboa: ME/DEB
- Castro, J. P., & Rodrigues, M. (2008). *Sentido do número e organização de dados. Textos de apoio para educadores de infância*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.
- Clements D.; Sarama, J. & DiBiaise, A.(Eds.) (2004). *Engaging Young Children in Mathematics - standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In Frank K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing (461-556).
- Curcio, Frances R.; Schwartz, Syndey L. (1997). What does algebraic thinking look like and sound like with preprimary children? *Teaching Children Mathematics*, February 1,
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Feiman-Nemser, S. (1990). Teacher preparation: structural and conceptual alternatives. In W. Houston (ed.), *Handbook os research on teacher education*. New York: MacMillan (212-233).
- Greenes, C., Ginsburg, H., & Balfanz, R. (2004). Big Math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, (159-166).
- Jacobs, V.; Franke, M.; Levi, T and Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research In Mathematics Educations*, vol 38, nº 3, 258-288.
- Lubinski, C and Otto, A. (2002). Meaningful mathematical representations and early algebraic reasoning, *Teaching Children Mathematics*, October, 76-80.
- Marcelo, C. (1999). *Formação de professores. Para uma mudança qualitativa*. Porto: Porto Editora.
- McGettrick, Bart (2008). *Creativity and Enjoyment in Education*. Comunicação apresentada no ETEN 2008.
- ME-DEB (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral do Ensino Básico.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância*. Lisboa: Universidade Aberta
- Morin, E. (2000). *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. São Paulo: Cortez Editora.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston:NCTM.
- Nóvoa, A. (1992). *Os professores e a sua formação*. Lisboa: D. Quixote.
- Orton, A. (1999) (ed). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell.
- Pacheco, J. (1995). *Formação de professores. Teoria e praxis*. Braga: Universidade do Minho
- Palhares, P. e Mamede. E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar. *Educare/Educere*, 11, 115-131
- Vale, I.; Barbosa, A.; Borralho, A.; Barbosa, E.; Cabrita, I.; Fonseca, L. e Pimentel, T. (2009). *Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática - Propostas Curriculares para o Ensino Básico*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. ISBN: 978-989-95980-2-7
- Vale, I.; Fonseca, L.; Barbosa, A.; Pimentel, T.; Borralho, A. E Cabrita, I. (2008). *Padrões no Currículo de Matemática: Presente e Futuro*. *Actas dos XII SEIEM – XIX SIEM – XVIII EIEM*, Badajoz, 3 al 6 de septiembre 2008
- Warren, E. and Cooper, T. (2005). Introducing functional Thinking in Year 2: a case study of early algebra teaching, *Contemporary Issues in Early Childhood*, Volume 6, Number 2, 2005, 150-162
- Zeichner, K. (1983). Alternative paradigms of teacher education. *Journal of Teacher Education*, 34(3), 3-9.

