

## **Exploração de Problemas Históricos - De uma exposição interactiva à aula de matemática.**

Fátima Regina Jorge<sup>1</sup>, Isabel Cabrita<sup>2</sup>, Fátima Paixão<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup> Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Castelo Branco,

<sup>2</sup> Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa, Universidade de Aveiro

<sup>1</sup> frjorge@mail.es.e.ipcb.pt, <sup>2</sup> icabrita@dte.ua.pt, <sup>3</sup> fatimapaixao@mail.es.e.ipcb.pt

### **Introdução**

No âmbito das mais recentes orientações curriculares para os primeiros anos de escolaridade considera-se que os espaços de educação não formal são espaços por excelência para o desenvolvimento de actividades interactivas no âmbito da Medida e que é possível envolver os alunos na realização de actividades complementares e enriquecedoras das realizadas na sala de aula (e.g. Guisasola et al, 2005; Anderson, Lucas e Ginns, 2003).

Foi neste contexto que, no âmbito da disciplina de História e Metodologia da Matemática da licenciatura em Ensino Básico, variante de Matemática/Ciências da Natureza de uma Escola Superior de Educação, com a finalidade de proporcionar às alunas, futuras professoras, situações e actividades de reflexão sobre Ensino e Aprendizagem em contextos não formais e suas relações com o ensino formal, se propôs às alunas a organização de uma exposição interactiva constituída por vários módulos, centrados em grandezas abordadas no 1º e 2º ciclos do ensino básico, destinada a crianças desses níveis de ensino. Mais tarde, algumas dessas futuras professoras transpuseram para a sala de aula alguns dos problemas da exposição.

Seleccionou-se o tema da Medida que, pela sua riqueza histórica, oferece um contexto natural para a realização de actividades de medição e de resolução de problemas que permitem conhecer aspectos do património cultural, mas, sobretudo, compreender questões centrais da Medida, tais como a impossibilidade de efectuar a medição sem a subdivisão da unidade de medida base, as dificuldades causadas pelo uso de um princípio não decimal e ainda os problemas decorrentes da falta de uniformidade e standardização das unidades.

### **Enquadramento Teórico**

Face à importância crescente atribuída a actividades de ensino não formal na educação *em, para e sobre Ciências/Matemática*, releva-se como determinante que os

programas de formação de professores (inicial e contínua) desenvolvam o interesse pelas fontes de aprendizagem não formal e proporcionem formação que permita aos professores e futuros professores a exploração das potencialidades dessas fontes (e.g. Anderson, Lucas e Ginns, 2003; Guisasola et al, 2005, Rodrigues e Martins, 2005).

No estudo conduzido por Rodrigues e Martins (2005) aponta-se que o contacto dos professores com actividades e recursos didácticos inovadores, bem como com a forma como estes são explorados com as crianças em ambientes de ensino não-formal, tem impacte na formação pessoal e profissional dos professores. Alguns dos professores participantes no estudo admitiram sentir-se mais motivados para a implementação de estratégias inovadoras na sala de aula, isto é, para práticas de ensino inovadoras. No mesmo sentido apontam as conclusões do trabalho desenvolvido por Oliva, Acevedo e Matos (2006). Segundo estes investigadores, a participação de professores em experiências de ensino não formal não só favorece a sua formação e desenvolvimento profissional como também potencia o desenvolvimento de inovações na sala de aula. Para além disso, salientam também uma aproximação dos professores a estratégias didácticas características do construtivismo tais como o ser capaz de conceber a tarefa docente como uma prática que facilita e orienta a aprendizagem dos alunos, proporcionando-lhes oportunidades de trabalho activo e participativo em equipa (Oliva et al, 2006).

Partindo do pressuposto que a participação activa de professores em espaços de educação não formal pode também propiciar um estímulo para práticas de ensino inovadoras em contextos formais como a sala de aula, é fundamental que a formação proporcione aos futuros professores não só a oportunidade de planear, implementar tarefas de ensino em sala de aula e reflectir sobre as práticas, como também de se envolver em experiências de ensino/aprendizagem em espaços de educação não formal. É nesta perspectiva que se enquadra este trabalho.

### **Desenvolvimento de uma exposição interactiva**

A planificação da exposição e a concepção dos módulos como um todo que se desejava coerente e harmonioso foi integrada no currículo escolar da disciplina de História e Metodologia da Matemática. A exposição centrou-se no problema da Medida, sob uma perspectiva histórica e epistemológica, e organizou-se em cinco módulos interactivos, envolvendo tarefas relacionadas com cinco grandezas. A selecção das grandezas a integrar na exposição foi orientada pela importância social, económica e

política que a medição de cada uma delas assumiu ao longo da história da humanidade. Deste modo, a exposição integrou aspectos conceptuais inerentes às grandezas comprimento, volume, capacidade, massa e dinheiro. Refira-se que o reconhecimento destas como atributos dos objectos susceptíveis de medição remonta a civilizações tão antigas como a Egípcia ou a Babilónica.

As tarefas foram adaptadas a partir de problemas incluídos em Aritméticas Portuguesas dos séculos XVI e XVII e, na sua selecção, teve-se em conta o currículo actual de matemática da escolaridade básica. Isto é, as tarefas foram intencionalmente seleccionadas de modo a permitirem a interligação entre as actividades realizadas na exposição e os conteúdos abordados na sala de aula não só no âmbito da Medida como de outros conteúdos curriculares.

As dez alunas futuras professoras, inscritas na disciplina de História e Metodologia da Matemática no ano lectivo 2005/2006, foram desafiadas, em grupo de duas, a explorar, do ponto de vista didáctico para um ambiente de aprendizagem não formal e interactivo, um conjunto de problemas históricos envolvendo antigas unidades. Esse trabalho incluía explicitamente a planificação e construção de recursos didácticos que pudessem ser manipulados e usados pelas crianças na resolução dos problemas e tarefas propostas e ainda a função de orientar as crianças visitantes da exposição. Todos os aspectos operacionais relativos à exploração didáctica dos problemas, à concepção e à construção de recursos didácticos foi da responsabilidade das futuras professoras e decorreu em horário extracurricular.

### **A exposição “Problemas com Conta, Peso e Medida”**

A exposição denominada “Problemas com Conta, Peso e Medida”, esteve montada no hall de entrada da Escola Superior de Educação entre 30 de Janeiro e 1 de Fevereiro de 2006 e foi visitada por mais de 300 alunos de turmas de 3º, 4º, 5º e 6º anos de escolaridade, acompanhadas por professores das respectivas escolas. Cada turma percorreu a exposição durante cerca de 90 minutos. Se bem que o período de abertura ao público da exposição fosse curto, a iniciativa mereceu destaque em vários órgãos de comunicação regionais (rádio e jornais), como se pode observar na figura 1.



Figura 1 – A exposição na imprensa regional

As crianças foram recebidas junto a um painel de apresentação da exposição (figura 2) onde lhe era oferecida uma panorâmica geral da visita, com especial ênfase na natureza problemática das tarefas que lhes iam ser propostas na exposição e com referência ao desenvolvimento histórico das unidades de medida. As turmas eram então divididas em pequenos grupos que, rotativamente, percorriam os cinco módulos (nas figuras 3 a 7 observa-se o aspecto geral de cada um). Salienta-se que em todos os módulos foram usados materiais familiares e de baixo custo e que o painel de cada módulo incluía uma imagem a carvão sobre papel de cenário alusiva à respectiva grandeza e o enunciado dos problemas e tarefas propostas.



Figura 2 - Cartaz de apresentação da exposição



Figura 3 - Módulo “Comprimento”



Figura 4 - Módulo “Massa”

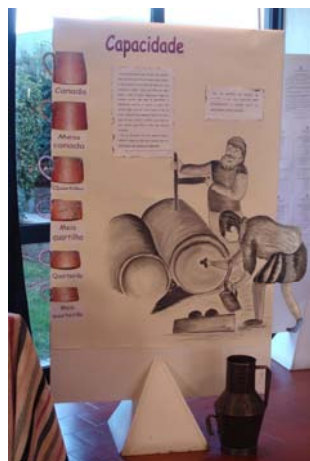


Figura 5 - Módulo “Capacidade”



Figura 6 - Módulo “Volume”

Figura 7 - Módulo “Dinheiro”

### O módulo da grandeza Volume

Cada módulo incluía duas tarefas. À exceção da grandeza dinheiro, a primeira consistia num problema que exigia a comparação entre diferentes unidades da mesma grandeza e o estabelecimento das relações entre as unidades referidas. A segunda tarefa consistia também num problema que só nalguns casos requeria o conhecimento da relação estabelecida na tarefa 1.

A título ilustrativo apresentam-se, com algum detalhe, as tarefas do módulo “Volume”. Na primeira tarefa propunha-se o cálculo da soma de duas quantidades de milho expressas em unidades de volume de espécies diferentes, muito comuns na Beira-Baixa: o alqueire, a quarta e o selamim.

*Tarefa 1 – Tenho necessidade de somar 2 alqueires, 3 quartas e 6 selamins de milho com 1 alqueires, 2 quartas e 7 selamins de milho. Pergunto: quanto é a soma?*<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Adaptado de Guiral e Pacheco, Flor da Arismética Necessária, 1624 (Almeida, 1994, p. 210)

O grupo de duas futuras professoras, Sílvia e Isabel<sup>2</sup>, a quem coube explorar o módulo, optou por construir em cartão padrões das unidades<sup>3</sup>. Dado que, à partida, as unidades referidas no problema eram desconhecidas dos alunos, a estratégia adoptada passou por proporcionar aos alunos a medição de volumes de milho e a descoberta, através do enchimento dos padrões, das relações entre as três unidades.

*Nós vamos fazer os selamins e eles vão ter de colocar os selamins nas quartas e ver quantos selamins é que cabem dentro da quarta e vão chegar a esta conclusão<sup>4</sup> (...)* (Isabel, ST, 13/12/05).

Na figura 8 podemos observar grupos de crianças a medir volumes e a estabelecer a relação entre as várias unidades referidas no enunciado.



Figura 8 - Resolução manipulativa da tarefa 1 do módulo “Volume”

Uma vez estabelecida e registada a relação entre o alqueire e a quarta<sup>5</sup> e entre a quarta e o selamin<sup>6</sup>, os alunos eram incentivados a calcular a soma pedida (figura 9):

*Nós estávamos a pensar ... a primeira coisa era eles fazerem com o material, depois têm de fazer o cálculo e depois nós vamos fazer um painel onde está o cálculo e eles vão ter de introduzir os números correctos. Se introduzirem os números bem, vai acender uma luz* (Isabel, ST, 13/12/05).

A figura 10 mostra o dispositivo electrónico criado por Sílvia e Isabel que se iluminava quando as crianças registavam correctamente o valor da soma.

<sup>2</sup> Todos os nomes das futuras professoras referidos neste texto são fictícios.

<sup>3</sup> Tomaram-se como referência as dimensões referidas no Catálogo da Exposição “Bicentenário do Sistema Métrico Decimal – Uma revolução silenciosa”. Guimarães, 14 de Dezembro de 1999 a 16 de Janeiro de 2000.

<sup>4</sup> Isabel refere-se à relação 1 quarta = 4 selamins.

<sup>5</sup> A relação é quatro, porque são necessárias 4 quartas para perfazer um alqueire.

<sup>6</sup> Também 4, porque são necessários 4 selamins para perfazer uma quarta.



Figura 9 - Cálculo da soma (tarefa1)



Figura 10 - Painel electrónico para registo e confirmação da soma

A segunda tarefa do módulo “Volume” consistia na resolução de um problema que expõe uma situação real respeitante à variabilidade existente entre as antigas unidades de medida de volumes (quer de produtos secos, quer de líquidos) e do aproveitamento dessa situação pelos mercadores. Como podemos comprovar, após a leitura do enunciado reproduzido abaixo, o volume de um alqueire de trigo dependia do local onde se efectuava medição.

*Tarefa 2 – Um mercador empregou 30 réis em 30 alqueires de trigo. Ora este mercador quer vender o trigo. Tomou 15 alqueires dele, que é a metade de 30 alqueires, e levou-os a vender a um mercado, onde o alqueire era igual a três quartas do dele; nesse mercado vendeu cada alqueire pequeno a 10 réis. E, depois, levou os outros 15 alqueires a outro mercado, onde o alqueire era de cinco quartas (alqueire grande) e vendeu cada cinco quartas por dez réis. Pergunto se ganhou este mercador ou se perdeu na venda deste trigo<sup>7</sup>.*

Três volumes diferentes de trigo são designados no texto por “alqueire”. O alqueire, antiga unidade de volume, representava, em diferentes localidades, volumes bem distintos. A curiosidade do problema reside precisamente em saber se o mercador ganha ou perde dinheiro, com a falta de uniformidade das unidades de volume.

Como auxiliar à resolução manipulativa do problema Sílvia e Isabel decidiram construir dois painéis tridimensionais que evidenciassem a diferença de volume entre os alqueires dos dois mercados, mas que simultaneamente os referenciasse a uma unidade comum, a quarta (figura 11<sup>8</sup>). Deste modo, consideraram que poderiam começar por orientar os alunos no sentido de converterem os 30 alqueires iniciais em quartas, fazendo assim uso da relação estabelecida na tarefa anterior. Nessa altura, recorrendo a

<sup>7</sup> Adaptado de Bento Fernandes, Tratado da Arte de Aritmética, 1555 (Almeida, 1994, p. 173).

<sup>8</sup> Na fotografia não é bem perceptível a tridimensionalidade. Tratava-se de caixas paralelepípedicas, semelhantes aos padrões usados na medição de volumes, coladas sobre uma placa de esferovite.

um tabuleiro rectangular decomposto em 120 rectângulos (cada uma deles representando uma quarta), os alunos poderiam determinar de forma manipulativa, usando elásticos, quantos agrupamentos de 3 quartas o mercador podia fazer com metade dos alqueires iniciais e, de igual modo, o número de alqueires de 5 quartas. Na figura 12, podemos observar os materiais desenvolvido por Sílvia e Isabel e um grupo de crianças a seguir a estratégia descrita, isto é a fazer agrupamentos de 3 e 5 quartas e contando, de seguida, quantos agrupamentos de 3 quartas era possível fazer com 15 alqueires e quantos agrupamentos de 5 quartas era possível fazer com os restantes 15 alqueires.



Figura 11 – Desigualdade dos alqueires nos mercados A e B



Figura 12 - Resolução manipulativa da tarefa 2

### **Da exposição a práticas inovadoras na aula de matemática**

Algum tempo após a exposição, a tarefa 2 do módulo volume foi proposta, por duas futuras professoras, Joana e Inês, a duas turmas de 6º ano de escolaridade, inserindo-a no tópico programático «Divisão de Números Racionais». Importa dizer que as duas turmas tinham visitado a exposição e resolvido de forma manipulativa o problema.

Na aula de 6º ano de escolaridade, o problema surge como uma aplicação da divisão de números racionais e, portanto, o problema, que tinha sido adaptado para a exposição de modo a poder ser resolvido por alunos que desconhecêssem o conceito de fracção, foi apresentado próximo da formulação original de Bento Fernandes, isto é, indicando a relação fraccionária entre os alqueires. Para além disso, a questão “Pergunto



se ganhou este mercador ou se perdeu na venda deste trigo” foi desdobrada em 3 itens de modo a facilitar a interpretação e a resolução do problema na sala de aula<sup>9</sup>.

Apesar de os alunos de ambas as turmas se recordarem do problema e de que o mercador tinha ganho com a transacção, pode afirmar-se que os alunos o encararam com muito interesse e se envolveram activamente na sua resolução.

O excerto seguinte evidencia a dificuldade inicial sentida pelos alunos de Inês em reconhecerem estar presente uma situação de divisão e em delinearem uma estratégia de resolução.

*Mandei-os ler o problema. Ao início tiveram um bocado de dificuldade na alínea (a), porque era a primeira, não é? Eles percebiam o que é que eu queria, mas não sabiam o que é que haviam de fazer. Porque era estranho. Então é 5/4 daquele, é 3/4 daquele? (...) Não sabiam ... acho que era o português. A interpretação. Eles não conseguiram interpretar muito bem, porque nós tínhamos que ver ... Eu tive que lhes explicar que tínhamos que ver quantas vezes é que o 3/4 cabia naqueles 15, porque eles não conseguiram perceber isso. (Inês, ST, 23/02/06).*

Referindo-se à aula em que Inês propôs a resolução desta tarefa, o Professor Cooperante<sup>10</sup> afirmou:

*O problema foi bem explorado, ela apelou à motivação remota dos alunos, eles conseguiram repor a situação, recordaram-se da mesa de trabalho, da forma como compararam as medidas... explorou a relatividade das unidades ao longo do tempo (Manuel, NC, 23/02/06).*

Referindo-se, em particular, ao aluno que foi ao quadro resolver o problema, Manuel ressaltou a compreensão do problema, o uso de uma linguagem adequada e a capacidade em expor o raciocínio seguido:

*O aluno usou os termos correctamente, referiu-se correctamente ao alqueire pequeno e ao alqueire grande e conseguiu explicar o seu raciocínio e a forma como resolveu o problema. Partiu das mesmas quantidades e percebeu, e conseguiu explicar o que se tinha passado, a essência do problema (Manuel, NC, 23/02/06).*

Curiosamente, tratando-se de uma turma com algumas dificuldade de concentração e um comportamento instável foi destacado como aspecto particularmente positivo o interesse e o envolvimento que o problema despertou nos alunos, apesar de

---

<sup>9</sup> **a)** Com os 15 alqueires de trigo que levou para o primeiro mercado, quantos alqueires pequenos conseguiu fazer o mercador?

**b)** No segundo mercado, quantos alqueires grandes vendeu o mercador?

**c)** O mercador ganhou ou perdeu dinheiro na venda do trigo?

<sup>10</sup> Professor titular da turma em que Inês e Mariana desenvolveram a sua prática pedagógica no 2º CEB e que desempenha a função de professor cooperante da ESE na formação dos futuros professores.

ter sido proposto após outros problemas e já num período de habitual turbulência. Manuel, o Professor Cooperante, na reflexão sobre a aula, afirmou a este propósito:

*Havendo 3 ou 4 problemas mais fáceis, os miúdos empenharam-se muito menos nesses problemas do que no da exposição (NC, 23/02/06).*

Sílvia, que observou a aula de Inês, também reconheceu o aspecto motivacional do problema e a relação desse aspecto com a actividade desenvolvida na exposição:

*Acho até que foi interessante. Pelo menos conseguiu motivá-los até ao final da aula (...) Como era um problema que tinham visto e alguns resolveram, teve aquela motivação de tentar resolver e aí prolongou até ao final (Sílvia, ST, 06/03/06).*

Na reflexão que fez sobre a aula, Inês admitiu que se sentiu bem a explorar o problema e valorizou como algo particularmente positivo o facto do problema traduzir uma situação real e não algo que se inventou para aplicação de conceitos:

*Tinha uma coisa boa, que era uma ... não era uma situação forçada. Era uma situação real, (...) não era um problema que se inventou por um livro. Pronto, acho que isso também ajuda um bocado, porque eles se lêem um problema e dizem «isto é uma treta», o problema foi para se resolver e mais nada (Inês, ST, 23/02/06).*

Noutra turma de 6º ano, Joana propôs também o problema aos seus alunos. É curioso reproduzir o comentário de um aluno ao ouvir o toque da campainha, no final do primeiro segmento do bloco de 90 minutos, dirigindo-se a outras estagiárias:

*Toque da 2ª hora. Passou tão rápido! Quando se gosta de uma coisa passa tão rápido! (NC, 21/03/06).*

Alguns momentos antes esse mesmo aluno tinha também comentado sorridente e entusiasticamente:

*Ganhou! Fez mais 20 réis (NC,21/03/06).*

### **Conclusão**

Para compreender o impacto das actividades desenvolvidas pelas futuras professoras no desenvolvimento do seu conhecimento didáctico e na implementação de práticas de ensino inovadoras, foram recolhidos dados procedentes de sessões de trabalho em horário extra-curricular e em que foram discutidos aspectos relativos à exploração didáctica dos problemas para a exposição e/ou para a prática de ensino, de sessões de reflexão sobre as práticas e de entrevistas realizadas ao longo do ano lectivo 2005/2006. Todas elas foram audiogravadas e integralmente transcritas de modo a poderem ser sujeitas a uma análise de conteúdo por um processo de categorização.

Embora os resultados da avaliação não sejam objecto deste trabalho, os dados já trabalhados permitem salientar que o trabalho desenvolvido na exposição ultrapassou em muito as expectativas iniciais das futuras professoras e que o envolvimento no desenvolvimento da exposição “Problemas com Conta, Peso e Medida” lhes proporcionou a oportunidade de ensaiar práticas inovadoras e de articular as aprendizagens construídas em diferentes ambientes de formação.

### **Referências Bibliográficas**

- Anderson, D., Lucas, K. B. e Ginns, I. S. (2003). Theoretical perspectives on learning in an informal setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 40(2), 177-199.
- Guisasola, J., Azcona, R., Etxaniz, M., Mujika, E. e Morentin, M. (2005). Diseño de estratégias centradas en el aprendizaje para las visitas escolares a los museos de ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, Vol. 2, N<sup>o</sup>, pp. 19-32. Em [www.apac-eureka.org/revista/index.htm](http://www.apac-eureka.org/revista/index.htm), consultado em Setembro de 2006.
- Marques de Almeida, A. A. (1994). *Aritmética como Descrição do Real (1519-1679)*. Imprensa Nacional, Casa da Moeda, Vol. II.
- Oliva, J. M., Acevedo, J. A., Matos, J. (2006). Alguns contributos das exposições científicas escolares para os alunos e os professores participantes. *Educare, Educere*, 18, 51-71.
- Rodrigues, A., Martins, I. P. (2005). Ambientes de ensino não formal de ciências: impacte nas práticas de professores de 1<sup>o</sup> ciclo do ensino básico. *Enseñanza de las Ciencias*, numero extra. Em [www.blues.uab.es/~sice23/congres2005/material/comuni\\_orales/1\\_2/Rodrigues\\_261.pdf](http://www.blues.uab.es/~sice23/congres2005/material/comuni_orales/1_2/Rodrigues_261.pdf), consultado em Setembro de 2006.