

# Experiências de aprendizagens em matemática no espírito de Bolonha

António Ribeiro  
Escola Superior de Educação de Viseu  
antonioribeiro@esev.ipv.pt

Isabel Cabrita  
Universidade de Aveiro  
icabrita@dte.ua.pt

## Resumo

Uma das principais linhas de força do processo de Bolonha e que se encontra plasmada no anteprojecto de decreto-lei que regulamenta a sua implementação consiste na “transição de um sistema de ensino baseado na ideia da transmissão de conhecimentos para um sistema baseado no desenvolvimento de competências” (1). Trata-se de uma mudança de paradigma que, valorizando o ‘saber em acção’, relativiza o ‘saber inerte’, com implicações ao nível da formação de professores, por muitas razões difícil de implementar.

Nesta comunicação procurar-se-á descrever uma experiência de aprendizagem em matemática, por recurso ao Cabri-Géomètre e desenvolvida numa lógica de trabalho autónomo e de interdisciplinaridade, acreditando-se que tenha contribuído para a evolução preconizada.

## 0. Introdução

Uma das principais linhas de força do processo de Bolonha e que se encontra plasmada no anteprojecto de decreto-lei que regulamenta a sua implementação (disponível a 16/02/2006 em <http://www.mctes.pt/docs/ficheiros/pdlgd.pdf>) consiste na “transição de um sistema de ensino baseado na ideia da transmissão de conhecimentos para um sistema baseado no desenvolvimento de competências”(1). Não quer isto dizer que os conhecimentos a adquirir ao longo da formação não sejam considerados importantes. Pelo contrário, a sua aquisição é considerada fundamental sendo mesmo objecto de atenção particular quando se trata de ponderar os parâmetros indicadores do sucesso da formação frequentada (Artº 14º, alínea d)). Mesmo assim, e na linha do que é defendido, por exemplo, por Ball e Bass (2003), o que verdadeiramente parece relevante para a formação de bons profissionais – no caso, professores de matemática – é a sua capacidade para compreender e ser sensível a terminologias e processos que, de acordo com a opinião destes investigadores, o levam ao desenvolvimento de abordagens

compreensíveis aos destinatários sem perder de vista, por um lado a precisão dos conceitos em causa mas, por outro lado, a atenção devida ao contexto em que esses conceitos são tratados, à oportunidade e à utilidade do momento. É neste ‘empacotar’ e ‘desempacotar’ (*pack and unpack*) do conhecimento, na procura de conexões entre vários conteúdos e na antecipação de ideias que parecem residir as competências do professor de matemática e que, por essa razão, devem merecer um especial cuidado quando se trata de formar professores para níveis de escolaridade mais baixos.

### **1. Enquadramento teórico**

A mudança de paradigma reflectida no anteprojecto do decreto-lei já referido, não representa qualquer surpresa em termos de orientações para o processo de ensino e da aprendizagem da matemática uma vez que tais recomendações foram já protagonizadas por diversas organizações profissionais (e.g. NCTM,1980; 1989/1991; 1994; APM (s/d); 1988; 1996; 1998) e por numerosos investigadores (e.g. Ball e Bass, 2001; Ball e Bass, 2003; Loureiro, 2004; Ma, 1999; Ma e Kessel, 2001; Martins et al., 2004; Monteiro et al., 2004; Oliveira, 2002; Ribeiro e Cabrita, 2004). No entanto, tal mudança continua a colocar algumas questões, a levantar muitas dúvidas e a promover a reflexão entre todos aqueles que procuram e indicam caminhos sobre o modo como deve ser (con)seguida. Por exemplo, Ponte et al. (2002) na introdução a uma compilação de comunicações apresentadas no *XI Encontro de Investigação em Educação Matemática*, que teve lugar em 2002 e que, segundo eles, gravitam em torno de questões como: “Qual o papel que as actividades de investigação podem assumir no ensino e na aprendizagem da Matemática? Os alunos conseguem investigar questões matemática? Os professores são capazes de promover este tipo de trabalho nas suas aulas? Que condições são necessárias para que isso aconteça?” (1) afirmam que, apesar de se reconhecer que “o trabalho investigativo constitui uma poderosa forma de construir conhecimento” (1), o modo como se pode implementar essa ideia ainda coloca muitas questões como, por exemplo:

- Como promover nos alunos as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigação?

- Como evitar o risco de propostas de trabalho investigativo degenerarem na simples aplicação de um conjunto de procedimentos rotineiros?
- Como articular a realização de investigações com outros tipos de actividades que necessariamente terão de existir num currículo de Matemática ou num programa de formação? (1-2)

Sendo certo que “as competências dos professores de matemática à saída da formação inicial [...] têm evidentemente a ver com o plano de estudos e com o modo como é implementado” (Monteiro, et al., 2004) e que a interiorização do processo investigativo deve constituir uma componente fundamental da formação inicial do professor (Serrazina et al., 2002) estes investigadores, à semelhança de muitos outros (Ball, 2003; Baroody, 1993; Bennet, 2003; Bloor, 1998; Boavida, 1993; Borralho, 2001), consideram que a formação de professores deve contemplar também oportunidades e experiências que permitam o “‘desempacotamento’ de ideias matemáticas familiares, procedimentos e princípios” (Ball et al, 2003: 13). Trata-se de reconhecer que a robustez da qualidade do professor, enquanto profissional competente, poderá resultar da sua capacidade para compreender o modo como funciona, na prática, a relação funcional entre a matemática e a pedagogia (Monteiro et. al, 2004).

Sendo a formação inicial uma das etapas importantes da formação de professores, que deve perseguir finalidades culturais, sociais, éticas e formativas (Rico, 1997), por outras palavras, uma formação compatível com o exercício de uma cidadania activa, consciente e responsável sustentada em conhecimentos sólidos, essa formação não poderá ser entendida e exercida, nomeadamente, de forma estanque, fechada dentro de cada disciplina no seio da qual se debita informação como se de produtos acabados se tratasse e que sempre foram entendidos da mesma maneira por todas as sociedades e culturas. Antes, tal formação deve assentar em princípios pedagógicos coerentes com os mais recentes resultados a que, designadamente, a Psicologia Cognitiva tem permitido chegar, promovendo a ligação entre aquilo que se sabe e aquilo que se faz, a passagem do ‘saber inerte’ para o ‘saber em acção’ (Perrenoud, 2003).

A ideia de que a aprendizagem é uma construção pessoal que se processa na interacção com o saber e com os outros, de preferência mediada pelas tecnologia, é o pilar fundamental das vertentes sociais do ‘paradigma construtivista’ (eg. Cobb, 1996; Glasersfeld, 1996; Mucha & Cruz, 2004), este paradigma tem subjacente o princípio de que o conhecimento é construído activamente pelo aluno mediante, designadamente, a

experimentação, a pesquisa ou investigação em grupo, o estímulo à dúvida e o desenvolvimento do raciocínio, pelo que se defende a necessidade de colocar o indivíduo perante situações complexas, desafiantes e que o conduzam, entre outros, a processos de descoberta, exploração de possibilidades, formulação de conjecturas, estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática, elaboração de conclusões e à argumentação de pontos de vista.

Mas se por um lado, esta ideia parece ter ganho adeptos em todo o mundo, por outro lado veio colocar desafios ao professor que, mesmo detentor de sólidos conhecimentos científicos e didáticos, muitas das vezes tem dificuldade em desencadear, nas suas aulas, oportunidades dessa natureza.

Investigações recentes (e.g. Guzmán, 2003; Junqueira, 1995; Matos, 2001; Pinheiro & Veloso, 1994; Ponte, 2003; Saraiva, 1992) têm permitido concluir, por um lado, que a geometria é, das áreas da matemática, aquela onde, provavelmente, se pode ter maior sucesso quando se pretende estimular uma abordagem mais criativa, autónoma e rica do ponto de vista da resolução de problemas e de investigações da matemática – uma abordagem enquadrada pelo paradigma construtivista – porque estimula a capacidade do Homem para explorar racionalmente o espaço físico em que habita e porque “a Geometria - como estudo das formas no espaço e das relações espaciais – oferece às crianças uma das melhores oportunidades para relacionar a Matemática como o mundo real [e] constitui um tema unificador na aprendizagem da Matemática” (Guzmán, 2003: 165). E, por outro lado, que o recurso ao computador, em geral, e a ambientes (dinâmicos) de geometria dinâmica, em particular, contribuem para uma abordagem mais experimental, mais centrada na resolução de problemas e investigações onde a exploração de conceitos, a formulação e testagem de conjecturas alicerçadas na comunicação e na argumentação se consideram, de facto, o núcleo fundamental da actividade dos alunos (e.g. Assude, 2003; Cabrita, 1998; Guzmán, 2003; Moreira, 2003; Papert, 1996; Silveira, 2002).

Com efeito, a existência de ambientes capazes de proporcionar a manipulação dos entes matemáticos, a realização de tarefas com um grau de complexidade superior às que eram executadas nos ambientes clássicos (Laborde, 1993) trouxe para a sala de aula um manancial de possibilidades que, até agora, não existiam, na mesma medida em que se alargou a escala dos problemas acessíveis aos estudantes e, ao reduzir o tempo de

execução de tarefas rotineiras, alargou o tempo para a conceptualização e para a modelação (NCTM; 2000).

Trata-se de reconhecer que da articulação entre a geometria e a tecnologia podem resultar contextos extremamente ricos, não apenas do ponto de vista da construção do conhecimento numa dada área da matemática mas, sobretudo, porque com estes recursos “os alunos podem-se envolver em situações que exigem atitudes que caracterizam o «pensar matematicamente»: experimentar, conjecturar, testar hipóteses, desenvolver estratégias, argumentar, deduzir” (Hoffmann, 2003) numa lógica de trabalho autónomo valorizado, também, pelo processo de Bolonha.

## **2. Um episódio**

No âmbito de uma investigação concluída em 2005, regeu-se uma disciplina de opção para futuros professores do 1º Ciclo do Ensino Básico cuja finalidade fundamental foi a criação de oportunidades para que estes aprofundassem os seus conhecimentos matemáticos na área da Geometria, que adquirissem uma postura crítica perante o conhecimento e a forma como se constrói e, finalmente, que utilizassem metodologias inovadoras no ensino desta disciplina (Ribeiro, 2005; Ribeiro e Cabrita, 2002c). A disciplina foi frequentada por cerca de duas dezenas de alunos, decorreu no último ano da sua formação inicial – 4º ano – e em simultâneo com uma disciplina de prática pedagógica. Os alunos tinham frequentado, no ano anterior, um conjunto de 3 sessões – num total de 9 horas – de formação técnica sobre o Cabri-Géomètre e, até à data em que se situa o episódio que se irá descrever, já se tinham envolvido na resolução de outras situações semelhantes à que aqui se explicita.

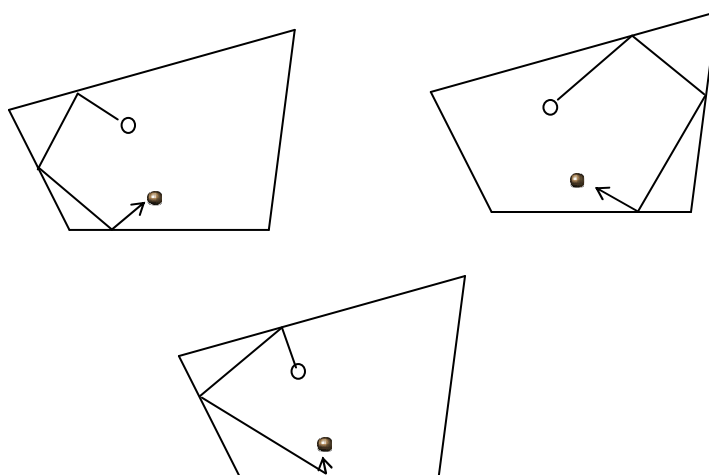
Em regra, no início de cada aula era-lhes apresentada uma situação problemática, pedido que procurassem, em grupo, fazer um esboço do que poderia ser uma linha norteadora de acção e procurassem encontrar uma solução, utilizando aquela ferramenta informática. Para contrariar a ideia de que a resolução de problemas ocorre num espaço e em tempo limitados, os alunos podiam circular pela sala, dialogar entre si e com os elementos de outros grupos e entrar e sair da sala sempre que o desejassem.

Neste texto procura-se descrever e analisar uma das experiências matemáticas vividas pelos alunos que apelam a competências várias e propiciam o seu desenvolvimento, competências essas entendidas enquanto ‘saber em acção’ distinguindo-o do ‘saber

inerte' pela "capacidade do indivíduo para organizar, adequadamente e em situação, toda uma variedade de saberes, predisposições e capacidades de que dispõe e são requeridas para a situação com que se depara" (Matos, et al., 2005).

Propôs-se aos alunos que discutissem a tarefa que segue em anexo e que apresentassem, justificando, uma solução. À semelhança do que era, também, habitual, para além do espanto inicial face à forma da mesa, a situação proposta não despoletou muita discussão dentro dos grupos. Esta reacção não surpreendeu o professor/investigador e insistiu-se para que dissessem qual era a opinião de cada grupo. Pelo que lhe foi dado perceber, todos (ou quase todos) tinham uma proposta de solução. Havia apenas pequenos desentendimentos sobre se o percurso mais curto seria pelo lado direito ou pelo lado esquerdo mas, a questão central, não nos pareceu que tivesse sido abordada. Ultrapassada a fase inicial da discussão dentro dos grupos, surgiram, para discussão na turma, diversas propostas de resolução que se procura ilustrar com os seguintes exemplos (figura 1).

Ouvidas as justificações apresentadas e que se traduziam numa maior ou menor economia de percurso ("por este lado é mais perto do que por este"), concluiu-se que eram desajustadas e francamente despropositadas porque feriam conceitos básicos da física. Face aos esquemas que tinham apresentado, à ausência de justificações aceitáveis e à determinação do professor em 'não dar respostas' sugeriu-se ainda que, em vez de uma 'mesa' com aquela forma irregular, pensassem numa 'mesa de bilhar' com uma forma mais tradicional, a forma de um rectângulo.

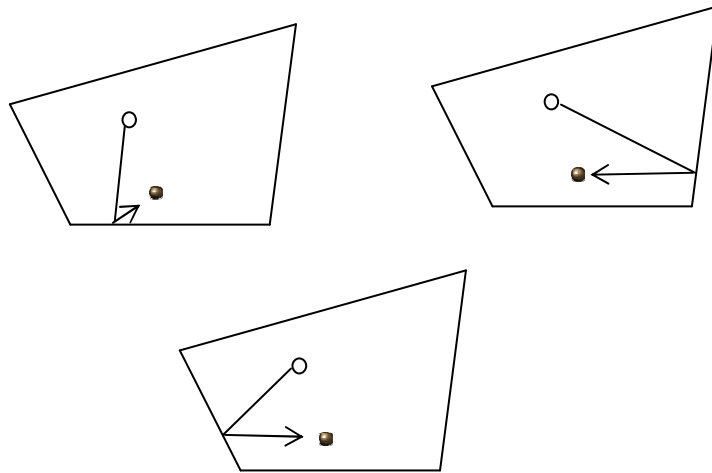


**Figura 1.** Exemplos de propostas de solução para a tarefa X.

Apesar de terem surgido propostas mais aceitáveis, os alunos continuavam com dificuldades em as justificar. Esgotado o diálogo, pareceu oportuno ao docente sugerir que, em vez de pensarem numa mesa com três tabelas, pensassem numa mesa com apenas uma tabela. Os resultados continuavam desajustados à situação, como se procura ilustrar na figura 2.

Até esta fase, o papel do professor/investigador consistiu fundamentalmente em colocar questões do tipo:

- *Achas que se a bola branca bate neste ponto da mesa pode virar para este lado?*
- *Com o trajecto que marcaste até à tabela e se não existisse a bola castanha, que trajecto seguiria a bola branca?*
- *Se a posição da tabela fosse diferente mantinhas o mesmo trajecto?*
- *Por que razão é que a bola branca bate neste ponto da tabela e não é noutra qualquer?*

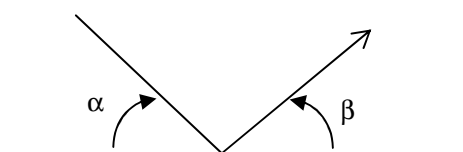


**Fig. 2.** Exemplos de propostas de solução para a tarefa, considerando apenas uma tabela.

Dado que as questões não produziam o efeito desejado sugeriu-se, então, que procurassem nas tarefas que tinham resolvido em sessões anteriores alguma que pudesse ajudar, que abstraíssem da existência de uma mesa, que pensassem que tinham uma bola na mão e que pretendiam enviá-la para um colega fazendo tabela no chão. Como não se dispunha de bolas e o impasse se mantinha, informou-se, então, que, em causa, estava um princípio básico da física e sugeriu-se que pedissem ajuda a uma docente da área

científica de Ciências da Natureza. Alguns aproveitaram para abandonar a sala e fazer um intervalo, enquanto outros, aceitando a sugestão, procuraram junto de uma docente daquela área científica, qual era o ‘tal princípio básico da física que estava a ser ferido’. Não se assistiu às explicações que a docente lhes deu. No entanto, presumiu-se que, devido ao facto de não terem podido utilizar bolas, aquela professora tenha recorrido a outra estratégia. Os alunos regressaram com uma explicação baseada na óptica e diziam que “o ângulo de incidência deveria ser igual ao ângulo de reflexão”. Pela forma como explicavam, percebeu-se que, para o efeito, aquela colega teria recorrido a uma lanterna que fazia incidir um feixe de luz sobre um espelho que a projectava. Um destes alunos trazia consigo uma anotação que procuramos reproduzir (figura 3).

Na posse deste princípio e sem que se tenha feito qualquer sugestão, alguns alunos reuniram-se, novamente, em grupo e conseguiram elaborar esquemas para o trajecto da bola. Outros, porém, já não podiam regressar pelo que lhes foi sugerido que pensassem sobre o assunto extra-aula porque, na aula seguinte, se retomaria a tarefa.



**Fig. 3.** Esquema ilustrativo do trajecto percorrido pela luz numa reflexão.

Com efeito, nalgumas situações, os alunos não chegaram à solução no decorrer das sessões. A opção tomada nalguns destes casos, foi a de deixar que os alunos pensassem em casa e retomar a situação na aula seguinte. Regra geral, passados um ou dois dias, alguns alunos, os mais persistentes, encontrando o professor no bar ou no corredor da Escola e, com algum entusiasmo e o orgulho legítimo de quem vence, por si, uma dificuldade, davam a(s) resposta(s). De registar que a maioria dos alunos tinha computador em casa e desde o início que tinham instalada a aplicação.

Neste caso, assim aconteceu. Porque estas aulas decorreram às sextas-feiras, só na semana seguinte – segunda-feira – um dos alunos mostrou, impressa, a sua proposta de resolução. Tal como referiu, neste caso “há muitas soluções” mas optou por aquela em que lhe pareceu que o trajecto seria mais curto. Ter-se-ia que esperar até à aula seguinte para verificar se os restantes alunos se tinha (ou não) debruçado sobre o problema.



Verificou-se que um grande número de alunos o fez, já conheciam a proposta de resolução elaborada pelo aluno que tinha abordado o professor/investigador e que havia outros alunos que tinham imaginado mesas de bilhar com configurações muito diversas. Só uma pequena parte destes alunos não tinha pensado mais no assunto porque achavam que, na opinião de alguns, “isto não tinha solução” ou “era muito difícil”.

### **3. Conclusão**

Episódios como o descrito não foram, de facto, a regra. Nalgumas situações não se conseguiu motivar os alunos para o trabalho proposto, noutras não se conseguiu evitar que determinadas propostas degenerassem na aplicação de procedimentos rotineiros. Acredita-se, contudo, que este episódio, à semelhança de muitos outros, foi bem sucedidos.

Considera-se que a) os alunos se envolveram numa actividade investigativa muito rica e adequada ao seu nível etário e às suas capacidades de trabalho; b) se promoveu mais uma situação onde o trabalho autónomo resultou valorizado; c) ao serem estabelecidas conexões com outras áreas do saber se contribuiu para uma visão holística do conhecimento e uma forma de o construir alicerçada na interdisciplinaridade, na experiência e na resolução de problemas e, finalmente, d) se sublinhou a importância do ‘saber fazer’ e do ‘saber em acção’ ou, por outras palavras, se promoveram algumas das competências necessárias tanto ao nível do exercício da cidadania como ao do exercício profissional.

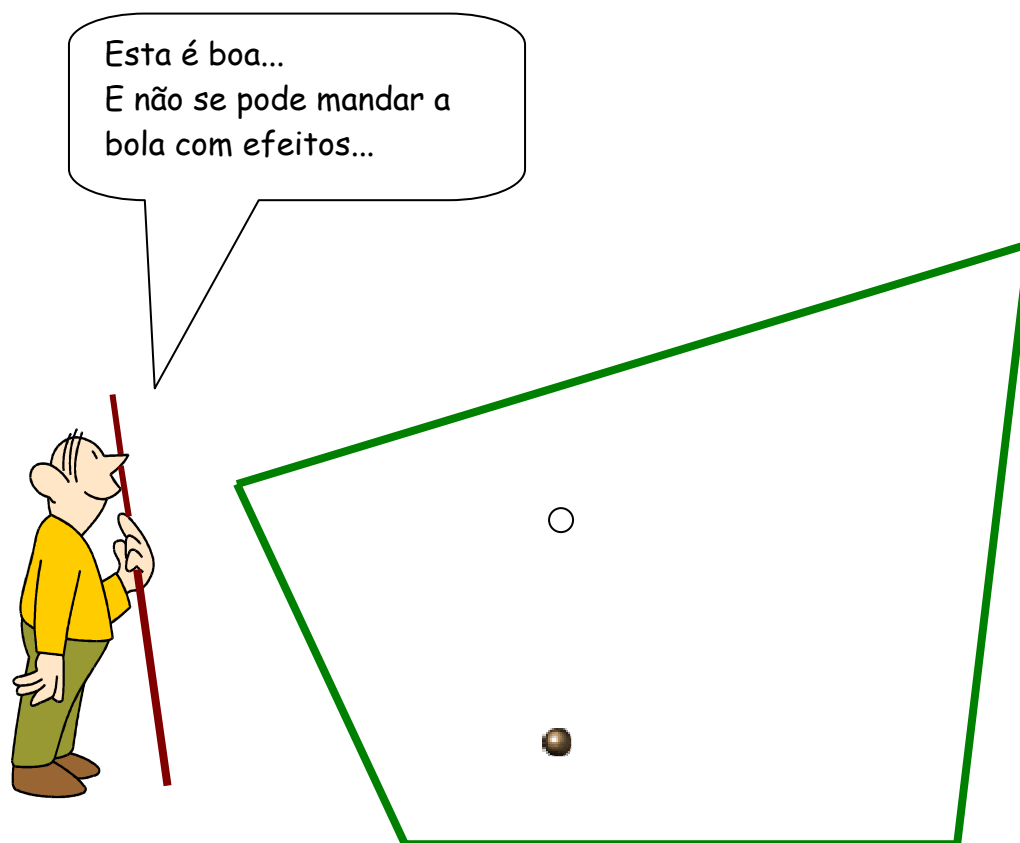
#### 4. Bibliografia

- APM (s/d). *Reflexão Crítica sobre o Programa de Matemática do 1º Ciclo*. (Parecer enviado, pela Associação de Professores de Matemática ao Ministério da Educação). Recuperado em 2002, Outubro 10, de [http://www.apm.pt/apm/pareceres\\_posicoes/posicoes.htm](http://www.apm.pt/apm/pareceres_posicoes/posicoes.htm).
- APM (1988). *A Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- APM (1996). A Natureza e Organização das Actividades de Aprendizagem e o Novo Papel do Professor. In Abrantes, P. et al. (Org.), *Investigar para Aprender Matemática*, 51-60, Lisboa: APM.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Assude, T. (2003). Factores de integração de Cabri-géomètre em classes do ensino primário. *Actas do ProfMat2003*, 67-75. Lisboa: APM.
- Ball, D. L. e Bass, H. (2001). Knowledge of Fundamental Mathematics for Teaching. In Ball, D e Bass, H. (eds.). *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 27-34). Washington, DC: National Academy Press.
- Ball, D. L. e Bass, H. (2003). Toward a practice-based Theory of mathematical Knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds). *Proceeding of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group*, (pp 3-14). Edmonton, AB: CMSG/GCEDM.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating*, K-8. New York: Macmillan Publishing Company.
- Bennet, D. (2003). *A Geometria Dinâmica renova o interesse num velho problema. Geometria Dinâmica*. Lisboa: APM.
- Bloor, D. (1998). *Uma Abordagem Naturalista da Matemática. Cadernos de Educação Matemática*, 3, 33-52. Lisboa: APM.
- Boavida, A. M. D. (1993). *Resolução de problemas em Matemática*. Lisboa: APM.
- Borrvalho, (2001). *Didáctica da Matemática e Formação Inicial* (Tese de doutoramento). Évora: Universidade de Évora.
- Cabrita, I. (1998). *Resolução de Problemas: Aquisição do Modelo de Proporcionalidade Directa num Documento Hipermedia* (Tese de Doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Cobb, P.; Perlwitz, M., Underwood, D. (1996). Construtivism & Activity Theory. In Mansfield, H., Pateman, N. A., Bednarz, N. (Eds.) *Mathematics for Tomorrow's Young Children – International Perspectives on Curriculum*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Glaserfeld, E. V. (1996). Introdução: Aspectos do Construtivismo. In Fosnot C. T. (Ed.). *Construtivismo e Educação: Teoria, perspectivas e Prática*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos/Instituto Piaget.

- Guzmán, M. (2003). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Recuperado em 2003, Janeiro 6, de <http://bve.cibec.inep.gov.br/pesquisa/pesquisa.htm>.
- Junqueira, M. M. (1995). *Aprendizagem da Geometria em Ambientes Computacionais Dinâmicos* (Tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Laborde, C. (1993). Do the pupils learn and what do they learn in a computer based environment? The case of Cabri-géomètre. In Jaworski, B. (Ed.). *Proceedings of the conference technology in mathematics teaching*, 93, 39-52. Birmingham: University of Birmingham.
- Loureiro, C. (2004). Que formação Matemática para os Professores do 1º Ciclo e para os Educadores de Infância? In Borrallho et al (Org.). *A Matemática na Formação do Professor*. Lisboa: SPCE.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and in the United States*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Ma, L. e Kessel, C. (2001) Knowledge of Fundamental Mathematics for Teaching. In Mathematical Sciences Education Board (Ed.). *Knowing and Learning Mathematics for Teaching*. Washington, DC: National Academy Press.
- Martins, C.; Menino, E.M.G.; Rocha, I., Pires, M. V. (2002). O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. In Ponte, J. P. et al. (Org.). *Actividades de Investigação*. Lisboa: SPCE.
- Matos, J. M. (2001). *Visualização, veículo para a educação em geometria*. Recuperado em 2001, Abril 20, de <http://www.paginas.teleweb.pt/~tongio/ENCONTROS/IXEIEM/VISUAL.RTF>.
- Matos, J. F. e Mestre, R. (2005). *As actividades de investigação na formação de alunos matematicamente competentes*. Texto recuperado a 31/03/2006 de <http://fordis.ese.ips.pt/siem/actas.asp>.
- Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (2005). Anteprojecto de Decreto-Lei (Processo de Bolonha). disponível a 16/02/2006 em <http://www.mctes.pt/docs/ficheiros/pdlgd.pdf>.
- Monteiro, C.; Costa, Cristolinda e Costa, Cecília (2004). Competências Matemáticas à Saída da Formação Inicial. In Borrallho et al (Org.). *A Matemática na Formação do Professor*. Lisboa: SPCE.
- Moreira, D. (2003). A Matemática na educação familiar: Memórias escolares, ideias sobre a Matemática e relação educativa em grupos domésticos de baixa escolaridade. *Quadrante*, XII (2), 3-23. Lisboa: APM.
- Mucha, M. & Cruz, P. (2004). *Crescer (S)em Solidão: Estudo sobre o Passado, o Presente e o Futuro de Crianças Institucionalizadas*. Recuperado em 2004, Abril 4, de <http://www.aps.pt/ivcong-actas/Acta176.PDF> (Comunicação apresentada no IV Congresso Português de Sociologia).
- N.C.T.M. (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for Schools Mathematics of 1980's*. Reston: NCTM.

- N. C. T. M. (1989/1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM / IIE.
- N.C.T.M. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM/IIE.
- N.C.T.M. (2000). *E-Standards*. Recuperado em 2003, Fevereiro 1, de <http://standards.nctm.org/document/chapter1/index.htm>.
- Oliveira, P. (2002) A aula de matemática como espaço epistemológico forte. In Ponte, J. P. et al. (Org.). *Actividades de Investigação*. Lisboa: SPCE.
- Papert, S. (1996). *A família em rede*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Perrenoud, P. (2003); *Porquê construir competências a partir da escola? – Desenvolvimento da autonomia e luta contra as desigualdades* (2ªed.). Colecção CRIAP. Porto: Edições ASA
- Pinheiro, A. & Veloso. E. (1994). Renovação do Ensino da Geometria. *Educação Matemática*, 32, 7-11. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2003). *O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas*, 21-59. Lisboa: CNE. (Conferência realizada num Seminário promovido pelo Conselho Nacional de Educação em 2002, Novembro 28).
- Ponte, J. P.; Costa, C; Rosendo, A. I. Maia, E.; Figueiredo, N.; Dionísio, A. F. (2002). Introdução. In Ponte, J. P.; Costa, C; Rosendo, A. I. Maia, E.; Figueiredo, N.; Dionísio, A. F. (Org.). *Actividades de Investigação*. Lisboa: SPCE.
- Ribeiro, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática*. (Tese de Doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Ribeiro, A. & Cabrita, I. (2002). O Cabri-Géomètre e a Construção de uma Nova Cultura Matemática – Os Problemas da Investigação. *Actas do XIII SIEM2002*, 135-147. Lisboa: APM.
- Ribeiro, A. & Cabrita, I. (2004). A geometria e a informática na formação do professor do 1º Ciclo do Ensino Básico. In A. Borralho; C. Monteiro; R. Espadeiro. *A Matemática na Formação do Professor*, 137-153. Porto: SPCE-Secção de Educação e Matemática.
- Rico, L., (1997). Finalidades de Educação Matemática. *Quadrante*, 6 (1), 1-28. Lisboa: APM.
- Saraiva, M. J. (1992). Raciocínio Visual - Parente Pobre do Raciocínio Matemático?. *Educação Matemática*, 21, 3-5. Lisboa: APM.
- Serrazina, L.; Vale, I.; Fonseca, H.; Pimentel, T. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In Ponte, J. P.; Costa, C; Rosendo, A. I. Maia, E.; Figueiredo, N.; Dionísio, A. F. (Org.). *Actividades de Investigação*. Lisboa: SPCE.
- Silveira, B. (2002). Cabri-géomètre. *Educação e Matemática*, 68, 35-37: Lisboa: APM.

## O BILHAR ESQUISITO!



Nesta mesa pouco vulgar, a bola preta deve bater em três tabelas e bater na bola branca. Qual poderá ser o seu trajecto?

Imagina uma proposta de tarefa semelhante mas adequada a alunos do 1º  
Ciclo do Ensino Básico