

PADRÕES NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA: PRESENTE E FUTURO

Isabel Vale, Lina Fonseca, Ana Barbosa, Teresa Pimentel, ESE de Viana do Castelo
António Borralho, Universidade de Évora
Isabel Cabrita, Universidade de Aveiro

Resumo: O projecto “Matemática e padrões no ensino básico: perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores” visa estudar o alcance de uma abordagem curricular centrada no estudo de padrões, no desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes da escolaridade básica (JI-9) e na formação de professores. Nesta comunicação, analisaremos parte da componente teórica que diz respeito às orientações curriculares nacionais e provas de aferição, apresentando-se numa primeira parte as linhas principais que orientaram este projecto.

Abstract: The Project “Mathematics and patterns in elementary schools: perspectives and classroom experiences of students and teachers” intend to analyse the impact of an intervention centred on the study of patterns by preschool and primary students (K-9) in the learning of mathematics basic concepts and in teacher training programmes. In this paper we will analyse part of the theoretical framework that support this project, concerning national curricular recommendations, and national tests, beginning with a short presentation of the main lines that direct this ongoing project.

Apesar da importância que os padrões têm em matemática e nos diferentes temas que lhes estão associados foi sobretudo nas últimas décadas que mais ênfase se deu sobretudo quando os matemáticos, na procura de uma definição mais actual para matemática, chegaram à ideia mais consensual de que a matemática é a ciência dos padrões (Devlin, 2002; Steen, 1988). Nesta perspectiva a actividade matemática caracteriza-se pela análise de padrões diversos que irão dar origem a diferentes temas matemáticos.

A nível da matemática escolar quer investigadores quer documentos programáticos tem recomendado a importância da exploração de padrões diversificados em qualquer nível de ensino. Apesar do papel significativo em matemática, os padrões não têm sido um tema ao qual se tem dado grande relevância nos currículos nacionais da matemática escolar. Neste contexto nasceu um projecto “Matemática e padrões no ensino básico: perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores”¹. Contudo, presentemente estamos a atravessar uma transição a nível do ensino básico dos programas de matemática ainda em vigor que datam do início da década de 90 do séc. XX e o recente programa aprovado em Dezembro de 2007. É neste contexto que vamos fazer a análise do passado/presente e futuro dos padrões no ensino da matemática no ensino básico, cruzando os dados recolhidos com as provas nacionais de aferição/exames.

¹ Projecto coordenado pela professora doutora Isabel Vale e financiado pela FCT (PTDC/CED/69287/2006)

Vale, I., Barbosa, A., Fonseca, L., Pimentel, T., Borralho, A., & Cabrita, I. (2008). Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro. In R. González, B. Alfonso, M. Machín, L. Nieto (Org.), *Investigación en Educación* (pp.477-493). Badajoz: SEIEM, SPCE, APM.

1. O projecto

Vários estudos internacionais (TIMSS, 1996; PISA, 2003) assim como as provas de aferição e exames nacionais revelaram que os estudantes portugueses têm sérias deficiências ao nível das capacidades matemáticas, sobretudo na resolução de problemas, raciocínio e comunicação, assim como se vem assistindo a uma progressiva desmotivação dos alunos em relação à matemática. O objectivo de que todos os alunos aprendam matemática só pode ser alcançado a partir de uma proposta curricular onde sejam definidas tarefas que sirvam de suporte a aprendizagens significativas e para as quais se sintam motivados. Partindo desta constatação estamos grandemente convictos de que a matemática como a ciência dos padrões pode contribuir para uma nova visão da natureza da matemática e proporcionar contextos interessantes de aprendizagem onde algumas das ideias expressas anteriormente possam ser exploradas, contribuindo para que os estudantes aprendam e aprendam melhor matemática.

Os currículos de matemática escolar devem levar os estudantes a procurar e analisar os padrões que podem encontrar no mundo à sua volta, sobretudo descrevê-los matematicamente (NCTM, 2000). De acordo com estas ideias muitos investigadores defendem que os padrões podem ser utilizados para desenvolver e aprofundar conceitos basilares em teoria dos números, pré-álgebra, álgebra, geometria, probabilidades e funções (Arcavi, 2006).

Deste modo o uso de padrões pode ser uma ferramenta que os professores podem recorrer para proporcionar nos alunos a desejável compreensão de vários tópicos matemáticos. De acordo com Orton (1999) os padrões podem permitir que os estudantes: construam uma imagem mais positiva da Matemática, porque apelam fortemente ao seu sentido estético e criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas; promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas; desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação; e compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem.

Acreditamos que através resolução de problemas, onde a procura de padrões seja uma estratégia fundamental, os estudantes possam experienciar a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos, e os professores possam encontrar contextos interessantes para desenvolver o poder matemático dos alunos.

Assim, este projecto visa estudar o alcance de uma abordagem curricular centrada no estudo de padrões, no desenvolvimento do conhecimento matemático dos estudantes da escolaridade básica (JI-9), assim como estudar aspectos relacionados com a prática dos (futuros) professores na sala de aula. Em particular, procura-se: a) analisar o impacte da aprendizagem, através de tarefas de natureza investigativa, centradas na procura de padrões, de estudantes e (futuros) professores, quer ao nível do desenvolvimento de conceitos (numéricos, pré-algébricos e geométricos), quer ao nível de competências transversais (resolução de problemas, raciocínio, conexões, comunicação e argumentação); b) identificar práticas profissionais e curriculares que favoreçam o desenvolvimento de competências ao nível daqueles conceitos; c) construir materiais curriculares que favoreçam uma atitude mais positiva em relação à matemática e sejam potenciadores do poder matemático dos estudantes.

2. Padrões nas orientações curriculares para a educação pré-escolar e para o ensino básico

Vários investigadores referem que ainda não se conseguiu arranjar uma definição satisfatória para padrão em matemática (e.g. Jean Orton, 1999, Smith, 2003). Contudo, aparentemente, quando trabalhamos, todos parecem entender do que se está a falar. A natureza multifacetada do conceito de padrão, assim como as suas múltiplas utilizações, fazem com que possa ser caracterizado e representado de diferentes formas, o que dificulta também a sua descrição (Alvarenga e Vale, prelo). Neste sentido, para a análise dos documentos teve-se em atenção não o termo padrão, mas outros que com ele poderão estar associados tais como: regularidade, sequência, sucessão, repetição, lei de formação, regra, ordem, generalização, fórmula, variável, invariante, configuração, disposição, ritmo, motivo, friso, pavimentação. Durante a leitura dos diferentes documentos, quando não se encontraram referências explícitas aos termos referidos decidiu-se procurar uma expressão, que pensamos poder suscitar a exploração de padrões, como seja *Descobrir experimentalmente*. É de salientar que estes termos foram pesquisados quer no singular quer no plural.

No Currículo Nacional do Ensino Básico (ME-DEB, 2001) já é defendida a matemática como ciência dos padrões, ideia que atravessa todo o documento “Para isso é preciso destacar a especificidade da matemática nomeadamente como ciência das regularidades e da linguagem dos números, das formas e das relações”. (p.58).

Interessa-nos particularmente averiguar algumas das ideias expressas sobre padrões nos documentos programáticos nacionais ao nível do pré-escolar e ensino básico (JI-9) ainda em vigor. Também se analisa o impacto das recomendações curriculares nas provas de aferição do 4º, 6º e 9º anos.

2.1. Padrões no pré-escolar

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (ME-DEB, 1997) embora não se assumam como um currículo constituem-se como o quadro de referência por excelência para todos os profissionais que lidam com este nível de (pré-)escolaridade e visam a sua qualidade. Consonantes com os fundamentos, princípios e objectivos aí enunciados, definiram-se três Áreas de Conteúdo, nas quais se devem inscrever as experiências de aprendizagem – integrando conhecimentos, atitudes e saber-fazer - a proporcionar a todas as crianças: Área de formação pessoal e social; Área do Conhecimento do Mundo e Área de Expressão e Comunicação. Esta última estrutura-se em três domínios principais: das expressões; da linguagem oral e abordagem à escrita e da matemática. Embora de uma forma mais intensa e explícita no domínio da matemática, tais orientações legitimam um trabalho sério e diversificado com padrões.

A referência a padrões surge, pela primeira vez, no domínio das Expressões e de uma forma implícita “A diversificação de formas de utilizar e de sentir o corpo (...) pode dar lugar a situações de aprendizagem em que há um controlo voluntário desse movimento – iniciar, parar, seguir vários ritmos e várias direcções.” (p. 58) embora se fale expressamente em padrões rítmicos um pouco mais à frente, já no domínio da matemática “A expressão motora e musical podem facilitar a tomada de consciência da posição e orientação no espaço, a construção da noção de tempo e a descoberta de padrões rítmicos” (p. 75).

No âmbito da matemática, associam padrão a uma sequência que tem regras lógicas e, atribuem importância às actividades de criar novos padrões e descobrir a lógica subjacente a um dado padrão. Nesta perspectiva, procurar padrões aparece como um elo natural entre a matemática e outros domínios.

O domínio da linguagem e abordagem à escrita “A linguagem é também um sistema simbólico organizado que tem a sua lógica. A descoberta de padrões que lhe estão subjacentes é um meio de reflectir sobre a linguagem e também de desenvolver o raciocínio lógico.” (p.

78). A área do Conhecimento do Mundo “Como forma de pensar sobre o mundo e de organizar a experiência que implica procurar padrões, raciocinar sobre dados, resolver problemas e comunicar resultados” (p. 69).

No domínio da matemática, consideram uma tipologia particular de padrões quanto à repetição – os *repetitivos* “como a sequência dos dias da semana” (p. 74) e os *não repetitivos* como “a sequência dos números naturais” (p. 74). Relacionados com os padrões não repetitivos, realçam a seriação ou a ordenação de objectos.

Ainda relativamente à apropriação da noção do tempo e introduzindo outro termo relacionado com padrão – *sucessão* -, refere-se, por exemplo, a explicitação de diversas sucessões de acontecimentos ao longo do dia, da semana, do mês ou mesmo anuais e consideram a narração de histórias um seu contexto privilegiado.

2.2. Padrões no 1º ciclo do ensino básico

O programa de matemática do 1º ciclo do Ensino Básico (ME-DGEBS, 1990) encontra-se organizado em três grandes blocos: Números e Operações, Forma e Espaço, Grandezas e Medidas. Para além dos blocos, o programa refere suportes de aprendizagem, com indicações a material, actividades recorrentes e linguagem e representação. Na busca de referências a palavras relacionadas com os padrões foi possível detectá-las em todos os blocos do programa, com maior ou menor incidência.

No bloco dos Números e Operações faz-se referência explícita aos padrões, às regularidades, às sequências e a regras a partir do 2.º ano. Por exemplo, pode ler-se que os alunos devem: no 2º ano “explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção”, “descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, 10 em 10”, explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção”, “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,1 e por 10”; no 3º ano “explorar e usar regularidades e padrões na adição, na subtracção e multiplicação”, “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 100 e por 1000”; no 4º ano “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para obter o quociente de um número por 100 e por 1000”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,01 e 0,001” (pp.174-177).

No bloco Forma e Espaço é feita referência a padrão, a frisos e ao seguimento de regras. Por exemplo, pode ler-se que os alunos devem: no 1º ano “seguindo regras simples (nº de quadrícula)” (p.181); no 2º ano “fazer desenhos decorativos frisos em papel quadriculado”; no 3º e 4º anos “desenhar frisos e rosáceas” e “fazer uma composição a partir de um padrão dado” (p.183).

No bloco Grandezas e Medidas surgem as palavras repetição e disposição, sem que esta última se relacione com o tema dos padrões. Refere-se à disposição que vários objectos podem ter quando se aprecia uma das suas propriedades, por exemplo, o comprimento “experiências que conduzam à noção de invariância das seguintes grandezas: comprimento, independente da disposição dos objectos, da matéria” (p.185). No 4º ano a palavra repetição refere-se à repetição dos prefixos dos múltiplos e submúltiplos em todos os sistemas.

No âmbito dos suportes de aprendizagem, na referência ao material, o programa dá relevância a jogos que favoreçam “a capacidade de aceitar e seguir uma regra” (p.169). Também aqui se utiliza a palavra disposição, mais uma vez se referindo aos materiais colocados à disposição do aluno e não podendo relacionar-se com o tema dos padrões.

2.3. Padrões no 2º ciclo do ensino básico

O Programa de Matemática do 2.º ciclo do ensino básico (ME-DGEBS, 1991a) abrange os temas: Número e Cálculo; Geometria, Estatística e Proporcionalidade Directa. Destaque-se que não há referência explícita a padrões, mas oportunidades diversas para a sua utilização ao longo do programa, contrariamente ao que foi referido para o ciclo anterior. Apresentam-se a título de exemplo algumas dessas oportunidades de exploração.

Fazendo uma análise deste programa constatamos que, nos seus Objectivos Gerais, no domínio capacidades/aptidões pode ser explorado o tema Padrões “Desenvolver a capacidade de resolver problemas - Reconhecer analogias entre situações diferentes ... Escolher uma estratégia adequada à resolução de uma situação” e “Desenvolver o raciocínio - Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, factos conhecidos ... Formular argumentos válidos para justificar a s suas opiniões” (p.10)

Destaque-se que o conceito de variável não é trabalhado de forma clara; contudo a sua utilização é vasta, por exemplo, quando são estudadas fórmulas no tema da Geometria “Descobrir experimentalmente as fórmulas dos volumes do paralelepípedo rectângulo e do cubo” (p.14) e “Descobrir experimentalmente um valor aproximado de π e inferir uma fórmula do perímetro do círculo” (p.29) e “Descobrir experimentalmente as fórmulas das áreas do paralelogramo e do triângulo” (p.30).

Do mesmo modo, quando se pretende inferir propriedades, sejam numéricas ou geométricas, podemos apresentar a situação de modo que a procura de padrão seja a estratégia de resolução para procurar relações entre os elementos em estudo. Por exemplo, temos em Geometria “Classificar triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados, a partir de medidas dadas ou determinadas pelos alunos” (p. 13) e “Descobrir experimentalmente propriedades dos paralelogramos” (p. 29); no Número e Cálculo temos “Operações com números inteiros e números decimais (dividir por 10,100,100; 0,1; 0,01; 0,001; critérios de divisibilidade por 2, 5, 10, 100, 1000)” (p. 14) e “Adição e subtração de números racionais” (p. 15) e “Descobrir experimentalmente as regras da adição de números relativos (p.30); na Estatística no 6º ano “Fazer conjecturas a partir da interpretação da informação” (p.31) e no tema da Proporcionalidade directa no 6º ano temos que “através da exploração de actividades lúdicas, analisando situações diversificadas da vida real, descobrindo analogias, procurando e discutindo exemplos e contra exemplos” (p.31).

2.4. Padrões no 3º ciclo do ensino básico

O Programa de Matemática do 3º ciclo do ensino básico (ME-DGEBS, 1991b), abrange três grandes temas: Geometria, Números e Cálculo e Funções e Estatística. A nível dos objectivos gerais propostos para este ciclo de ensino, este programa não apresenta qualquer referência explícita à exploração de padrões, embora surgindo oportunidades para que se possam promover actividades nesta área, tal como acontecia no programa do ciclo anterior.

Vejamus a título de exemplo, algumas dessas situações por ano de escolaridade. No tema Números e Cálculo, do 7º ano, “os alunos irão trabalhar com números naturais, decompondo-os em somas ou produtos, procurando divisores, formando potências, associando-os segundo propriedades comuns” (p. 19). No 8º ano “continuar sequências numéricas” (p. 32) ou “A propósito de sequência de números, poderão colocar-se questões tais como: procurar o termo que vem a seguir; tentar encontrar uma lei de formação” (p. 38). No tema da Geometria, no 9º ano, “decoração de uma região plana utilizando isometrias e semelhanças “ (p.47). De facto, estas referências não destacam o papel dos padrões no

ensino/aprendizagem da matemática e muito menos na abordagem da Álgebra, em particular no desenvolvimento do pensamento algébrico.

3. O programa de matemática e a abordagem dos padrões: perspectivas futuras

Vejamos algumas das ideias expressas no recente programa nacional de matemática (ME, 2007) para o ensino básico, que entrará em vigor no ano lectivo 2009/2010. Em relação à educação pré-escolar ainda nada foi alterado. O programa encontra-se organizado em quatro grandes temas: Números e operações, Álgebra, Geometria (incluindo a medida) e Organização e tratamento de dados.

3.1. Padrões no 1º ciclo do ensino básico

Pesquisando a utilização de palavras relativas ao tema dos padrões foram encontradas nas Finalidades do ensino da matemática, nos Objectivos Gerais, nos Temas Matemáticos e capacidades transversais e em todos os temas, com excepção do tema Álgebra.

Quer nas *Finalidades* quer nos *Objectivos gerais do ensino da matemática* se referem as regularidades e a generalizações. Indica-se, por exemplo, que “a matemática se constituiu como domínio autónomo ao estudo dos números e operações, das formas geométricas, das estruturas e regularidades, da variação, do acaso e da incerteza” (p. 2).

Nos *Objectivos gerais do ensino da matemática* defende-se que os alunos devem ser capazes de raciocinar matematicamente, isto é, entre outros aspectos, devem ser capazes de

Reconhecer e apresentar generalizações matemáticas e exemplos e contra-exemplos de uma afirmação (p.5)

Explorar regularidades e formular e investigar conjecturas matemáticas (p.6)

Nos *Temas matemáticos e capacidades transversais* referem-se as sequências como sendo essenciais ao desenvolvimento das primeiras ideias algébricas dos alunos

No tema *Números e operações* referem-se os termos padrões, regularidades, sequências, regra, lei de formação e sucessões.

Apresentam-se alguns exemplos destas referências. No 1º/2º anos de escolaridade, no item Regularidades – Sequências, é objectivo específico

Elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números (p.17)

e apresenta-se uma tarefa onde explicitamente se solicita um padrão “Numa tabela de números até 100, marcar números de 5 em 5 começando no 3. Qual é o padrão representado pelos algarismos das unidades?” (p.17).

A expressão lei de formação surge apenas uma vez, mas logo no 1º ano no tema Números e Operações, sendo um objectivo específico a desenvolver com os alunos o que acabou de ser referido.

A palavra sucessões é apenas referida nas Indicações Metodológicas deste tema para designar as sequências de números infinitas. Neste nível o programa não tem mais qualquer referência a este termo.

No tema *Geometria* surgem também explicitamente referências a padrão, sequência,

frisos, pavimentações e configurações. Por exemplo, nas Indicações Metodológicas refere-se que “observar trabalhos de arte decorativa (azulejos, bordados e tapetes) pode entusiasmar os alunos a explorarem aspectos relacionados com simetrias e pavimentações e a aperceberem-se da beleza visual que a matemática pode proporcionar” (p. 21) o que pode contribuir para a compreensão dos tópicos a abordar. No 3º/4º anos, no tópico Figuras no Plano e Sólidos Geométricos é indicado o objectivo específico “construir pavimentações com polígonos”, propondo-se a “exploração de pavimentações utilizando polígonos e descobrindo polígonos regulares que pavimentam o plano” (p.23).

Finalmente, na *Organização e tratamento de dados* refere-se a palavra regularidade nas Indicações metodológicas quando são referidos conceitos específicos (p. 27).

A realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluir que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade ao fim de muitas realizações da experiência (p.27).

3.2. Padrões no 2º ciclo do ensino básico

A análise deste programa permitiu que se encontrassem referências aos padrões desde os quatro temas em que o programa está organizado, com especial relevo para o tema da Álgebra e Geometria, até às Capacidades transversais a desenvolver, onde no tópico da Resolução de problemas se recomenda a apresentação de problemas que possam ser resolvidos por diferentes estratégias, em particular a “identificação de regularidades” (p.46).

No tema Números e operações são referidos termos relacionados com os padrões, como por exemplo, regularidades e sequências, neste caso as numéricas. Estas referências surgem tanto nas Indicações metodológicas, onde se sustenta que

O trabalho com sequências numéricas em que se pede ao aluno que continue ou invente sequências de números estabelece uma ponte conceptual importante entre os três ciclos de ensino básico (p.32)

e ainda que

a calculadora e o computador (por exemplo através da folha de cálculo e *applets*) permitem experiências com números e regularidades numéricas (p.33)

como nos Tópicos e objectivos específicos onde no tópico Potências de base e expoente naturais, se sugere o estudo de

regularidades com potências, por exemplo, regularidades do algarismo das unidades de potências com a mesma base e expoentes diferentes (p.33)

No tema Geometria foram detectadas referências aos padrões, por exemplo, através dos termos padrões geométricos e frisos. A referência aos padrões geométricos surge pela primeira vez apesar de, na Articulação com o 1º ciclo, se referir este tipo de padrão como sendo um meio de desenvolver nos alunos, já desde o ciclo anterior, o pensamento algébrico. Espera-se que este ciclo possa contribuir para que os alunos ampliem e aprofundem esse trabalho

explorando padrões, determinando termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos (p.40)

e ainda que

as isometrias, que começam a ser abordadas no 1º ciclo e utilizadas no estudo dos frisos, são aprofundadas no 2º ciclo, especialmente a reflexão e rotação (p.36)

Nos objectivos gerais de aprendizagem refere-se que os alunos devem “ser capazes de analisar padrões geométricos e desenvolver o conceito de simetria” (p.36)

e também nos objectivos específicos do tópico Reflexão, rotação e translação se refere a importância de “identificar as simetrias de frisos e rosáceas ... construir frisos e rosáceas” (p.38)

No tema Álgebra referem-se padrões geométricos, sequências, regularidades e lei de formação. Ao longo de todo o tema são feitas referências explícitas aos padrões, como se exemplifica no tópico Sequências e regularidades.

Identificar e dar exemplos de sequências e regularidades numéricas e não numéricas.

Determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo e ampliar uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação.

Determinar termos de ordens variadas de uma sequência, sendo conhecida a sua lei de formação.

Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando linguagem natural ou simbólica (p.41)

No tema da Organização e tratamento de dados também são feitas referências aos padrões pela necessidade de explorar regularidades de diferentes fenómenos. Por exemplo, é referido que “Os alunos devem realizar experiências aleatórias em que se explora a regularidade a longo termo” (p.43).

3.3. Padrões no 3º ciclo do ensino básico

Neste programa de Matemática é notória a ênfase nos padrões onde as actividades à volta deste tema assumem um carácter transversal. Além disso, a nível do 3º ciclo, nota-se que existe uma grande articulação com os ciclos anteriores onde os padrões e as regularidades assumem um papel preponderante a nível do estudo dos Números e Operações e da Álgebra.

Fazendo uma análise deste programa constatamos que, nos seus objectivos gerais, existem várias referências a esta temática. Por exemplo

Os alunos devem desenvolver uma *compreensão* da Matemática. Isto é, devem ser capazes de:

- reconhecer regularidades e compreender relações (p. 4)

Os alunos devem ser capazes de *fazer* Matemática de modo autónomo. Isto é, devem ser capazes de:

- explorar regularidades e formular e investigar conjecturas matemáticas.

Espera-se, isso sim, que sejam capazes de realizar actividades matemáticas com autonomia, tanto na resolução de problemas como na exploração de regularidades (nosso sublinhado), formulando e testando conjecturas, sendo capazes de as analisar e sustentar (p. 6)

Tratam-se de objectivos gerais a desenvolver em todo o Ensino Básico o que, do ponto de vista de um programa, é um claro reconhecimento da importância da abordagem dos padrões. Neste nível podemos constatar também que a abordagem dos padrões é enfatizada no

tema Números e Operações em particular no estudo dos Números Reais onde um dos objectivos específicos é “Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais” (p. 50). As indicações metodológicas apontadas para este tema também são explícitas sobre a importância da investigação de regularidades numéricas.

Outro tema, deste ciclo, que destaca o papel da abordagem dos padrões é a Álgebra. Nas indicações metodológicas podemos verificar não só este aspecto como a importância deste trabalho em ciclos de escolaridade anteriores

Neste ciclo retoma-se a investigação de sequências e regularidades, já realizada nos ciclos anteriores, com vista a aprofundar o estudo de relações algébricas e sua simbolização, fundamental para o desenvolvimento da noção de variável e para a compreensão da linguagem algébrica (p. 55).

A nível do Raciocínio Matemático e da Comunicação Matemática o programa é explícito na importância da exploração de padrões para promover capacidades transversais. Por exemplo, a nível do Raciocínio Matemático o programa refere que o professor deve

Proporcionar situações em que os alunos raciocinem indutivamente (formulando conjecturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e dedutivamente (demonstrando essas conjecturas) (p. 64)

e a nível da comunicação matemática aponta para a necessidade de

Descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (por exemplo, de um colega, de um texto, do próprio professor) (p. 63).

Estes exemplos são um reconhecimento inequívoco do papel das tarefas com padrões no desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática.

4. Os padrões nas provas de aferição

Foi importante para nós analisar o conteúdos das provas nacionais, pois todos sabemos que grande parte as vezes, para além dos objectivos específicos que pretendem avaliar, constituem-se como agentes reguladores de mudança das práticas. Por outro lado, também será um modo mais fácil e indirecto de enviar recomendações curriculares aos docentes dos diferentes níveis, sobretudo em períodos de mudança. Neste caso concreto sobretudo nos programas que não há referência.

As provas de aferição a nível nacional para os três níveis de ensino, iniciaram-se entre 2001 e 2007 para os 1º e 2º ciclos e entre 2002 e 2004 para o 3º ciclo, respectivamente 4º, 6º e 9º anos de escolaridade. Para este nível de ensino a partir de 2005 passaram a realizar-se exames nacionais, seguindo as provas a mesma filosofia.

Da análise das provas reunidas constatamos que, apesar do que foi referido nos pontos anteriores, no que diz respeito aos programas ainda em vigor, conseguimos enquadrar em qualquer dos níveis, questões que consideramos no âmbito da temática dos padrões (anexo1, anexo2, anexo3).

A figura 1 indica quais os anos em que as provas apresentaram questões que poderemos considerar no âmbito desta temática.

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
1º ciclo	~	√	√	√	√	√	√
2º ciclo	~	√	~	√	√	√	√
3º ciclo		√	√	√	~	~	~

Figura 1. Provas com questões sobre padrões

A análise da figura permite ver que no 1º ciclo, exceptuando o ano das primeiras provas, em todos os outros anos foi valorizada esta temática como área contemplada nas recomendações curriculares. No 2º ciclo, nos últimos anos, há uma tendência em incluir questões típicas deste tema, indo além das recomendações programáticas e seguindo as indicações do currículo nacional. Em relação ao 3º ciclo é interessante ver que nos exames nacionais os padrões não são considerados uma área a privilegiar, enquanto acontece precisamente o contrário com as provas de aferição. Outra análise efectuada foi sobre os termos usados explicitamente nas questões: padrão, sequência, friso e regra. Há outras questões que subentendem uma lei de formação. Em itálico colocámos as questões que, apesar de não incluírem os termos referidos, podem incluir-se nalgumas categorias. A figura 2 resume este levantamento.

	Padrão	Sequência	Friso	Regra/lei de formação
1º ciclo	2001-Q20	2006- Q10 2005- Q8	2002- Q14	<i>2005- Q3.3.</i> <i>2003-Q2</i>
2º ciclo	<i>2004- Q5</i>	2007- Q20 2005-Q5	<i>2002- Q11</i>	<i>2006-Q18</i> <i>2004-Q22</i>
3º ciclo	2003- Q13	2003-Q4		<i>2002-Q2</i>

Figura2. Termos usados nas questões das provas com padrões

Refinando um pouco mais os dados anteriores se as categorias anteriores, podemos enquadrar as questões no contexto numérico-N ou figurativo-F (figuras, desenhos,...) que podemos resumir na figura 3.

	Padrão		Sequência		Friso		Regra/lei de formação	
	N	F	N	F	N	F	N	F
1º ciclo		2001-Q20	2006- Q10	2005- Q8 2003-Q2		2002- Q14		2005- Q3.3
2º ciclo		<i>2004- Q5</i>		2007- Q20 2005-Q5		2002- Q11	2006-Q18 2004-Q22	
3º ciclo		2003- Q13		2003-Q4			2002-Q2	

Figura 3. Questões em contexto numérico ou figurativo

Uma primeira análise mostra que as questões privilegiam o contexto figurativo. Algumas destas exigem tratamento posterior de natureza numérica (exceptuam-se 2002-Q14; 2001-Q20; 2004-Q5; 2002-Q11).

Se fizermos uma leitura com base no novo programa de matemática do ensino básico, todas as questões se enquadram nos objectivos e conteúdos de cada ciclo. Contudo como foi referido ao nível do 3º ciclo, a partir do momento em que foram implementados os exames nacionais este tipo de tarefas deixaram de estar presentes nos exames. Uma vez que este programa enfatiza, de forma tão evidente e explícita, o papel dos padrões no ensino e aprendizagem da matemática espera-se que, a existirem, os exames nacionais do 9º ano possam integrar tarefas deste tema e, desta forma, regular as práticas lectivas dos professores.

5. Conclusão

Podemos constatar pelas ideias expressas que os padrões no ensino básico são um tema transversal a vários níveis de escolaridade e servem propósitos imediatos de diferentes conteúdos. Apesar de ser um tema que não aparece de forma expressa em todas as orientações programáticas nacionais, ainda em vigor, e que são da década de 90, apresentam várias oportunidades para serem explorados em qualquer tema matemático desde o JI-9.

Em nosso entendimento, o novo programa, de 2007, vem colmatar esta falta de forma explícita. No entanto, uma vez que nele é notória a ênfase nos padrões e regularidades, e onde as actividades à volta deste tema assumem um carácter transversal, será interessante esclarecer o entendimento destes termos.

Importa referir que as provas de aferição do 4º, 6º e 9º anos apresentam questões típicas de quem trabalha com padrões e que em nosso entendimento já vinham fazendo a ponte entre os dois programas, ou seja o presente e o futuro dos padrões no ensino básico. Este será um trabalho grande a desenvolver. Estamos conscientes de que há um longo percurso a fazer junto dos alunos e professores, sobre as potencialidades dos padrões no desenvolvimento do conhecimento matemático. Estas vão muito mais além do que a exploração de padrões de repetição e além do campo da Geometria. A sua riqueza reside na sua transversalidade, tanto ao nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível, e também na forte ligação que tem com a resolução de problemas, como uma estratégia riquíssima que é a procura de padrões.

6. Bibliografia

- Alvarenga, D. e Vale, I. (prelo). *A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico*, Quadrante.
- Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los números. Em Vale, I. et al. (org.), *Números e álgebra* (pp.29-48). Lisboa: SPCE.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- ME-DGEBS (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário.
- ME-DGEBS (1991a). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (2.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário.
- ME-DGEBS (1991b). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (3.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário.

ME-DEB (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação, Direção-Geral do Ensino Básico.

ME-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

Orton, A. (1999) (ed). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell

Orton, J. (1999). Children's Perceptio of Pattern in Relation to Shape. Em A. Orton (Ed.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 149-167). Londres: Cassel.

Smith, E. (2003). *Stasis and change: Integrating paternsm functions and algebra throughout the K-12 curriculum*. Reston: NCTM

Steen, L. A. (1988) The Science of Patterns, *Science*, 240, 611-616.

Anexo 1 - Questões das Provas de aferição do 1º ciclo do e.b.

10. Observa a seguinte sequência de números.

5 11 9 15 13 _____ ...

Quais são os dois números que vêm a seguir ao 13?
Explica, por palavras tuas, como os descobriste.

Prova de aferição 1º ciclo 2006

3.3. Observa o esquema da planta da sala onde os meninos representaram a peça de teatro.

Quantas pessoas, das que assistiram à peça, não tiveram lugar nas cadeiras?
Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras e contas.

8. Observa com atenção a seguinte sequência.

Escreve o número que corresponde a \square e o que corresponde a \bullet .

\square = _____

\bullet = _____

Prova de aferição 1º ciclo 2005

14. O Daniel dobrou ao meio uma folha de papel com a forma de um retângulo e depois voltou a dobrar a folha ao meio, como se vê na figura.

Indica, nas linhas abaixo, as medidas da largura e da altura da folha, antes de ser dobrada.

largura: _____ cm

altura: _____ cm

Prova de aferição 1º ciclo 2004

2. O Manuel e os seus colegas estão a organizar um almoço para os pais. Começaram por colocar na sala as mesas para os pais se sentarem. Sabiam que podiam sentar 4 pessoas numa mesa, como se mostra na figura.

Se juntassem 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas, como se mostra na figura.

Seguindo a mesma regra, quantas pessoas poderiam sentar se juntassem 4 mesas em fila?
Explica como encontraste a resposta. Para o fazeres, podes usar palavras, esquemas e contas.

Prova de aferição 1º ciclo 2003

14. Completa o friso.

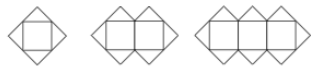
20. A Marta está a fazer uma pulseira e já colocou no fio as peças que tu vês na figura. Continuando o padrão, desenha as três peças seguintes no fio da pulseira.

12

Prova de aferição 1º ciclo 2001

Anexo 2 - Questões das Provas de aferição do 2º ciclo do e.b.

20. Observa a seguinte sequência de figuras.

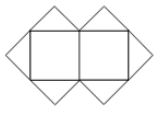


1ª figura 2ª figura 3ª figura ...

20.1. Quantos triângulos terá a 5ª figura da sequência?

Resposta: _____

20.2. Desenha, utilizando o lápis e a régua, os eixos de simetria da figura representada a seguir.



18. Observa as igualdades seguintes.

$$1^2 = 1$$

$$11^2 = 121$$

$$111^2 = 12321$$

$$1111^2 = 1234321$$

Indica o valor de 111111^2 .

Prova de aferição 2º ciclo 2006

5. A seguir estão representadas as três primeiras figuras de uma sequência.

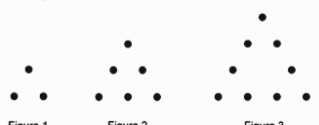


Figura 1 Figura 2 Figura 3

A tabela seguinte refere-se a figuras da mesma sequência. Completa a tabela.

Nº da figura	1	2	3	4	10
Nº de pontos da figura	3	6			

Prova de aferição 2º ciclo 2006

22. Observa os algarismos das unidades das primeiras nove potências de base 7.

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

$$7^5 = 16807$$

$$7^6 = 117649$$

$$7^7 = 823543$$

$$7^8 = 5764801$$

$$7^9 = 40353607$$

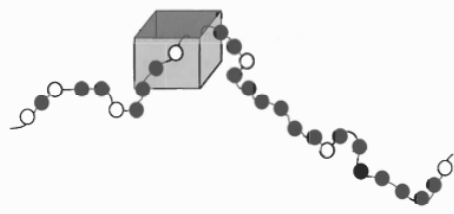
...

Qual é o algarismo das unidades do número representado por 7^{18} ?

Explica como chegaste à tua resposta.

Prova de aferição 2º ciclo 2007

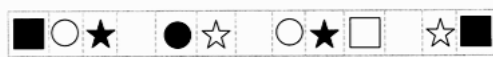
5. A Elisa está a fazer um colar com contas brancas e contas pretas, seguindo sempre um esquema inventado por ela. Uma parte do colar está dentro da caixa da figura.



Desenha ou descreve a parte do colar que está dentro da caixa.

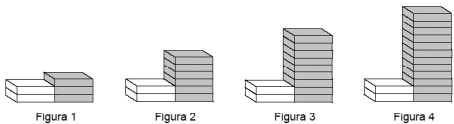

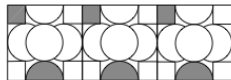
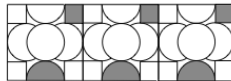
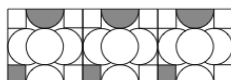
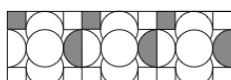
Prova de aferição 2º ciclo 2004

11. A Vera tem uma fita com autocolantes pretos e brancos, dispostos segundo um padrão que se repete, pela mesma ordem. A figura mostra essa fita, da qual a Vera já retirou três autocolantes. Desenha os autocolantes que a Vera retirou, no respectivo local.



Prova de aferição 2º ciclo 2002

Anexo 3 - Questões das Provas de aferição do 3º ciclo do e.b.

<p>12. A seguir está representada uma sequência de dízimas finitas, que segue uma determinada lei ou regra de formação.</p> <table border="1" data-bbox="351 425 794 474"> <thead> <tr> <th>1º termo</th> <th>2º termo</th> <th>3º termo</th> <th>4º termo</th> <th>...</th> <th>15º termo</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,0909</td> <td>0,1818</td> <td>0,2727</td> <td>0,3636</td> <td>...</td> <td>1,3635</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table> <p>12.1. Indica, sob a forma de fracção, um número compreendido entre o 2º e o 3º termo da sequência.</p> <p>Resposta: _____</p> <p>12.2. Indica o 5º termo da sequência.</p> <p>Resposta: _____</p> <p>12.3. Indica o primeiro termo da sequência que é maior do que 1 (um). Explica como chegaste à tua resposta.</p> <p>Resposta: _____</p> <p>Prova de aferição 3º Ciclo 2004</p>	1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	...	15º termo	...	0,0909	0,1818	0,2727	0,3636	...	1,3635	...	<p>4. Observa a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, segundo uma determinada regra.</p>  <p>4.1. Indica, a seguir, o número de azulejos de cada cor necessários para construir a figura número 5.</p> <p>4.1.1. Número de azulejos brancos: _____</p> <p>4.1.2. Número de azulejos cinzentos: _____</p> <p>4.2. Na sequência a cima representada, existirá alguma figura com um total de 66 azulejos? Explica a tua resposta.</p> <p>Resposta: _____</p> <p>4.3. Tendo em conta o número de cada figura (1, 2, 3, ..., n, ...), escreve uma fórmula que permita calcular o número de azulejos cinzentos utilizados em cada uma das figuras.</p> <p>Resposta: _____</p>
1º termo	2º termo	3º termo	4º termo	...	15º termo	...									
0,0909	0,1818	0,2727	0,3636	...	1,3635	...									
<p>6. Observa o seguinte triângulo formado por números.</p> <pre> Linha 1 1 Linha 2 1 2 1 Linha 3 1 2 3 2 1 Linha 4 1 2 3 4 3 2 1 Linha 5 1 2 3 4 5 4 3 2 1 </pre> <p>Na 3ª linha deste triângulo numérico há 5 números e na 4ª linha números.</p> <p>Quantos números há na 112ª linha?</p> <p>Explica como chegaste à tua resposta.</p> <p>Prova de aferição 3º Ciclo 2002</p>	<p>13. O padrão do azulejo a seguir representado foi inspirado num desenho de uma tábuas babilónica de argila, do segundo milénio a.C.</p>  <p>Assinala com X o friso que não pode ser construído com 3 desses azulejos.</p> <p><input type="checkbox"/> Friso A </p> <p><input type="checkbox"/> Friso B </p> <p><input type="checkbox"/> Friso C </p> <p><input type="checkbox"/> Friso D </p> <p>Prova de aferição 3º Ciclo 2003</p>														