

Modelos numéricos com malhas tetraédricas de 4 e 10 nós do fémur distal e da tíbia proximal para o estudo de próteses do joelho

A. COMPLETO¹, J. A. SIMÕES¹, F. FONSECA²

¹Departamento de Engenharia Mecânica,
Universidade de Aveiro, 3810-193 Aveiro, Portugal.

²Serviço de Ortopedia - Hospitais da Universidade de Coimbra,
Faculdade de Ciências da Saúde da Beira Interior, Covilhã, Portugal

Resumo

Existe alguma controvérsia sobre a adequabilidade dos elementos finitos tetraédricos lineares de 4 nós e quadráticos de 10 nós para simulações de estruturas ósseas presentes em determinados problemas da biomecânica. Neste artigo analisa-se o desempenho destes dois tipos de elementos na modelação numérica do fémur distal e da tíbia proximal, necessárias para estudos sobre a prótese do joelho. Faz-se também estudo complementar experimental com uso de extensometria para comparação das extensões obtidas com as deformações numéricas. Os resultados mostram que se obtém excelente correlação numérica-experimental para malhas tetraédricas de 4 nós, com 6 graus de liberdade por nó, com um número de graus de liberdade superiores a 125000 para a tíbia e superiores a 160000 para o fémur.

Palavras-chave: tíbia, fémur, elementos finitos, tetraédrico, extensão-deformação, extensómetro.

Introdução

O método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica numérica computacional, desenvolvida originalmente para a obtenção do estado de tensão em problemas complexos de estruturas diversas. Para estruturas contínuas, mesmo com pouca complexidade geométrica, não é geralmente possível encontrar uma solução que satisfaça o conjunto de equações diferenciais utilizando os métodos da matemática clássica. No MEF, a estrutura complexa é dividida numa malha de elementos interligados onde cada qual assume um campo de deslocamentos. A solução aproximada para um problema, originalmente complexo, é então encontrada numa combinação de soluções de problemas elementares.

Desde a sua primeira aplicação em 1972 [1], na biomecânica ortopédica, que os elementos finitos

têm sido largamente utilizados para avaliação do comportamento mecânico de tecidos biológicos, em particular ossos, músculos e cartilagem articular. O método permite determinar o estado de tensão e ou deformação dos tecidos, relacionando-o com processos biológicos de crescimento ósseo, remodelação e tratamento de fracturas e possibilitam, ainda, testar e otimizar o desempenho a curto e longo prazo de dispositivos ortopédicos, tais como próteses para articulações, fixadores internos e externos de fracturas, etc. [2]. Mais recentemente, modelos de elementos finitos, gerados a partir de imagens obtidas a partir de tomografia axial computadorizada do esqueleto do paciente, são usados na prática clínica, em combinação com sistemas de cirurgia assistida por computador [3], ou para a previsão do risco de fractura em pacientes com osteoporose [4]. O fémur e a tíbia são duas das partes do esqueleto mais frequentemente analisadas pelo MEF [2].

Apesar de os modelos de elementos finitos serem uma ferramenta adequada para a análise de tensões em estruturas complexas ao nível da geometria, de sistemas de forças e do comportamento dos materiais, deve-se estar

Correspondência:

José António de Oliveira Simões; simoes@mec.ua.pt
Grupo de Investigação em Biomecânica
Departamento de Engenharia Mecânica
Universidade de Aveiro
3810-193 Aveiro, Portugal

consciente de que a precisão dos resultados calculados é dependente do tipo malha e elemento utilizado e do nível de refinamento da malha [5].

Quando a estrutura modelada é geometricamente complexa, é previsível que as cargas aplicadas resultem em complexas distribuições e gradientes de tensão. Com o objectivo de alcançar a solução mais precisa, mesmo onde existam variações acentuadas do campo de tensão, uma refinação suficiente da malha, assim como um campo de deslocamentos mais complexo no interior do elemento, pode ser necessário.

Do ponto de vista teórico, à medida que o número de elementos e o número de graus de liberdade aumentam, os resultados calculados convergem para uma solução mais correcta assintoticamente. Em contrapartida, utilizando uma malha grosseira podem gerar-se erros grosseiros. Para além de um determinado nível de refinamento da malha ou número de graus de liberdade, o aumento da exactidão do resultado pode ser mínimo, incrementando-se o tempo de processamento para a obtenção da solução do problema.

A criação de elementos finitos tridimensionais de ossos humanos, tais como o fémur ou a tibia, não é propriamente uma tarefa simples. Partindo de imagens de tomografia computadorizada dos ossos específicos do paciente ou de geometrias tridimensionais de réplicas humanas de fémures e tíbias (Sawbones, Pacific Research Laboratories, Inc., Vashon, WA) já disponíveis na Internet na *International Society of Biomechanics Finite Element Repository*, gerida pelo Instituto Ortopédico Rizzoli, de Bolonha, em Itália, vários métodos podem ser adoptados para a geração da malha. A geração manual da malha pode produzir modelos com soluções muito exactas, mas requer um tempo de manuseamento elevado para a obtenção de uma malha simples. Por esta razão, a refinação da malha e os testes de convergência raramente são realizados recorrendo à geração manual de malha, principalmente em geometrias complexas. Actualmente existem várias aplicações que permitem a geração automática de malha, com base em algoritmos concebidos para o efeito. Estas aplicações podem gerar a malha de elementos finitos de um objecto a partir das suas formas geométricas automaticamente, tendo o utilizador a possibilidade de controlar os parâmetros de discretização tais como a densidade ou o comprimento da aresta do elemento e, após geração automática, verificar o comprimento mínimo e

máximo do lado do elemento, assim como a sua distorção, etc.

Existem diferentes métodos de geração automática para a geração de malhas tetraédricas, hexaédricas e voxel. Merz et al. [6] apresentaram uma comparação desses métodos quando usados para a geração de malha no fémur humano. Viceconti et al. [7] investigaram, igualmente, os aspectos da geração automática de malha no fémur humano com cinco métodos diferentes e compararam-nos com resultados *in vitro*. Utilizando o *Standardized Femur* [8] como geometria de referência, demonstraram que os elementos tetraédricos de 10 nós, gerados automaticamente, permitem um nível aceitável de exactidão e um bom rácio de convergência. Ao contrário, estudos comparativos de geração automática de malha na tibia são raros. Au et al. [9] relatam, num estudo numérico sobre a haste do prato tibial na ATJ, uma comparação entre vários tipos de elementos tetraédricos e hexaédricos com o mesmo tamanho.

A validação dos resultados numéricos só é possível recorrendo a simulações *in vitro*, onde normalmente são medidas as extensões na superfície dos modelos. Para muitas das aplicações clínicas dos elementos finitos é praticamente impossível validar os modelos. Por vezes, mesmo um simples teste de convergência é difícil de realizar. Assim sendo, é importante conhecer a inerente exactidão dos modelos em particular da tibia e do fémur.

Tendo em consideração a complexidade geométrica do fémur na sua zona distal (côndilos medial e lateral, assim como a presença da fossa intercondilar) e na tibia na sua zona proximal (côndilos medial e lateral, zona intercondilar, zona da epífise e tuberosidade anterior) ao que se adiciona a complexidade geométrica dos componentes tibial e femoral da prótese do joelho, torna-se impraticável a geração de malha de forma manual. Por outro lado, a utilização de aplicações de CAD tridimensional na geração das geometrias da tibia e fémur, assim como dos componentes dos implantes, tornam a adopção de geradores automáticos de malha uma opção razoável. Alguns algoritmos altamente sofisticados podem gerar malhas hexaédricas automaticamente [7], mas a maior parte dos algoritmos comerciais gera malhas de elementos tetraédricos.

Os elementos tetraédricos mais comuns, disponíveis nas aplicações de elementos finitos, existem na sua formulação linear de 4 nós ou quadrática de 10 nós. Os elementos tetraédricos, de 4 nós e 3 graus de liberdades por nó, são

conhecidos pela sua baixa prestação sobre acção de esforços de corte [10]. Além disso, o seu simples ponto de integração pode não permitir seguir correctamente gradientes acentuados de tensão. Em certas aplicações, como o utilizado neste estudo, é possível utilizar a formulação com seis graus de liberdade por nó. Esta situação aumenta o desempenho do elemento, colocando-o entre os clássicos elementos tetraédricos lineares de 4 nós e os elementos quadráticos de 10 nós [11]. Na prática, a precisão alcançada com elementos tetraédricos lineares é amplamente dependente do problema em análise. Os elementos tetraédricos de 10 nós alcançam, normalmente, um bom desempenho em termos de precisão, mesmo em problemas complexos [7]. A grande barreira deste tipo de elemento, particularmente relevante no problema em estudo, é a limitação da utilização do mesmo em estudos numéricos que envolvam problemas de contacto não lineares. Este tipo de problema requer a utilização de processos interactivos complexos, o que resulta num incremento bastante significativo do tempo de CPU. Alguns algoritmos de contacto podem trabalhar com elementos de 1ª e 2ª ordem. Neste estudo em particular, o problema de atrito surge na análise de próteses com hastes não cimentadas (*press-fit*).

Além dos próprios ossos, tibia e fémur, deve ter-se também em conta a adição dos componentes da prótese, que vão ainda aumentar a complexidade do problema e o tempo de cálculo necessário. Um dos objectivos principais do desenvolvimento dos modelos de elementos finitos tridimensionais, neste trabalho, consistiu em investigar vários aspectos biomecânicos da artroplastia total do joelho (ATJ). O estudo, aqui descrito, teve fundamentalmente dois objectivos. O primeiro consistiu em determinar que tipo de elemento, assim como o número mínimo de graus de liberdade necessários para o estudo numérico da tibia proximal e do fémur distal, na perspectiva do estudo da biomecânica da artroplastia total do joelho. O segundo objectivo consistiu em determinar até que ponto os resultados obtidos numericamente em determinadas condições de carga e fronteira se aproximam dos valores obtidos nos ensaios com modelos experimentais. O estudo incidiu sobre os elementos tetraédricos de 4 nós e 10 nós com 6 graus de liberdade por nó.

Materias e métodos

Modelo numérico

As geometrias de referência neste estudo foram o fémur e tibia compósitos, disponíveis

comercialmente (Sawbones, Pacific Research Labs, Vashon Island, WA). Estes ossos artificiais são estruturas compósitas compostas por fibra de vidro curta embebida em resina de epóxico, na sua camada exterior (osso cortical), e interiormente são preenchidos com espuma de poliuretano, que assume desta forma a função do osso esponjoso. Estes modelos são, normalmente, usados em estudos de biomecânica *in vitro*. As geometrias tridimensionais do fémur e da tibia normalizada foram obtidas em site da internet [8].

Geraram-se os elementos finitos tetraédricos, baseados na geometria tridimensional do fémur e da tibia. Cada malha de elementos finitos tridimensionais foi criada a partir da geração, nas diversas superfícies do modelo de malha de superfície, de elementos triangulares de 3 nós. À medida que as diversas malhas se foram desenvolvendo, foi decrescendo o tamanho médio dos elementos de superfície. Estes elementos foram criados recorrendo ao gerador automático de malha triangular de superfície, disponível no software utilizado (Altair HyperWorks v6.0, Troy, Michigan, USA). Após a formação da malha em cada superfície, entre outros parâmetros, verificou-se o comprimento dos elementos, jacobiano, rácio de aspecto, *skew*, desvio cordal e ângulos internos. Em todas as malhas geradas foi assegurado que estes elementos se encontravam dentro dos limites especificados pela aplicação.

As dimensões médias dos lados dos elementos de superfície dos tetraedros de 4 nós gerados para a tibia foram de 7; 5; 3.5; 3; 2.75; 2.5; 2.35; 2.2; 2; 1.8; 1.5; 1.2 e 1mm e, para o fémur foram de 5; 3.5; 3; 2.75; 2.5; 2.35; 2.2; 2; 1.5, 1.2 e 1mm. Foram geradas as malhas de superfície para o osso cortical e, também, para o osso esponjoso, sendo o limite deste definido com base nos dados bibliográficos da anatomia do fémur e da tibia. As superfícies da tibia consideradas estendem-se até à sua zona mais distal, antes do início do maléolo medial, já que a geração de malha nesta extremidade não revela nenhum interesse para o estudo em questão. Para o fémur foram suprimidas as superfícies relativas à sua parte proximal, isto é, cabeça e trocânter maior.

Para o osso cortical da tibia proximal e fémur distal foram criadas malhas para as superfícies internas e externas, gerando-se um volume de malha completamente fechado. Para o osso esponjoso criou-se uma malha exterior delimitada por uma malha que corresponde ao fim anatómico do osso esponjoso, dando igualmente origem a um volume de malha superficial completamente fechado. Na

zona de interface osso cortical/osso esponjoso garantiu-se que todos os nós dos elementos desta interface eram coincidentes e partilhados, de modo a criar uma fronteira rígida entre os dois.

Após a geração de cada malha de superfície, na tíbia e no fémur, criou-se de forma automática a malha tridimensional utilizando o algoritmo *Tetramesh* da aplicação HyperWorks® disponível para o efeito de geração de malha tetraédrica de 4 nós. Estes elementos tridimensionais resultam da propagação realizada a partir das superfícies com malha de superfície triangular interior e exterior para o volume cortical e apenas exterior para o volume correspondente ao osso esponjoso. A propagação destes elementos foi realizada utilizando a opção disponível de optimização da qualidade do elemento e de propagação *standard*, ocupando esta opção mais tempo de CPU, já que procura otimizar o rácio volumétrico *skew* durante a geração dos elementos de volume.

Constatou-se, durante a geração da malha tridimensional, que a qualidade do resultado da mesma é claramente dependente da qualidade da malha de superfície que lhe deu origem. Os elementos inicialmente gerados foram de 4 nós de primeira ordem com funções de deslocamento linear, mas com seis graus de liberdade por nó com três deslocamentos e três rotações.

Num passo posterior, estes elementos de 4 nós foram convertidos em elementos tetraédricos de 10 nós. Este elemento de segunda ordem é tetraédrico com quatro pontos de integração de Gauss, o que permite, teoricamente, uma representação mais exacta do campo de tensões, no elemento. Esta conversão de elementos de 4 nós para elementos de 10 nós garante que o nó intermédio dos elementos de segunda ordem se mantém sobre a aresta do elemento de primeira ordem, não existindo a adaptação deste nó intermédio à geometria do modelo, permitindo introduzir apenas uma função de deslocamento quadrática. Este procedimento permite separar o efeito de adaptação à geometria que os elementos parabólicos iriam, eventualmente, admitir, do efeito de aumentar o grau das funções de deslocamento no elemento. A qualidade dos resultados para ambos os elementos, numa análise linear elástica, é difícil de avaliar, contudo a qualidade geométrica dos elementos gerados foi verificada, sendo esta qualidade uma primeira indicação para a condição dos resultados obtidos. Deu-se especial atenção ao rácio de aspecto (quociente entre a dimensão maior e menor do elemento). Posteriormente, os

resultados numéricos aqui descritos, foram validados experimentalmente.

Durante as actividades normais, os ossos da tíbia e do fémur estão sujeitos a cargas de compressão, flexão e torção. Apesar de todos estes tipos de carga estarem presentes ao nível do joelho, isto é, na zona da tíbia proximal e do fémur distal, o esforço mais importante observado nesta articulação é o esforço de compressão existente entre a tíbia e o fémur, ao nível do prato tibial. O tipo de carga utilizado para a tíbia e para o fémur é representativo de um joelho em total extensão, na fase de apoio do pé, durante um ciclo de caminhada normal de uma pessoa de aproximadamente 80 Kg, onde as forças registadas na interface tíbia-fémur são cerca de 3 vezes o peso do corpo [12,13]. Esta carga de 2.2 kN foi distribuída entre os dois côndilos medial e lateral da tíbia e do fémur, de uma forma não uniforme. A carga nos côndilos mediais representa 60% da carga total e os côndilos laterais recebem os restantes 40% [12]. Esta distribuição assimétrica da carga, entre os côndilos, permite aumentar o efeito de flexão sobre a tíbia e o fémur. As cargas foram aplicadas distribuídas sobre os nós dos elementos numa área delimitada por um diâmetro de 16mm na zona central dos côndilos, representando a superfície de contacto entre a tíbia e o fémur.

A direcção das cargas, nos côndilos medial e lateral, seguiu os eixos mecânicos da tíbia e do fémur. Manteve-se, para todos os modelos gerados, a mesma posição da zona de carregamento nos côndilos, assim como a mesma carga já que a avaliação do desempenho entre os elementos tetraédricos de 4 e 10 nós pressupõe as mesmas condições de fronteira para ambos.

O encastramento da tíbia foi feito na zona distal no início do maléolo medial e, no caso do fémur, na sua zona proximal no início do trocânter maior (figura 1), sendo os nós fixos sem qualquer deslocamento ou rotação.

O osso cortical foi modelado como um material homogéneo, isotrópico, linear elástico, com um módulo de elasticidade de 14 200 MPa e um coeficiente de Poisson de 0.3. O osso esponjoso foi igualmente assumido como homogéneo, isotrópico e linear elástico com um módulo de elasticidade de 104 MPa e coeficiente de Poisson de 0.3. Estas propriedades de rigidez, citadas na bibliografia [14], não influenciam qualitativamente a análise realizada, devido à natureza comparativa do estudo.

No total foram analisados 40 modelos de elementos finitos, correspondendo 13 modelos à tíbia

e 11 modelos ao fémur, compostos por elementos tetraédricos de 4 nós. Para os modelos de elementos finitos tetraédricos de 10 nós o número de modelos utilizado foi inferior, 10 modelos para a tíbia e 6 modelos para o fémur. Estes últimos foram explorados em menor quantidade, já que o número de graus de liberdade para elementos de 10 nós gerados por malhas de pequena dimensão implicaria tempos de CPU muito para além do razoável. O número limite de graus de liberdade considerado foi de cerca de 860 000, já com um tempo de CPU de 1260s, o que é considerável para uma análise linear elástica.

Não se fixou um tempo limite para a resolução do problema, apenas se procurou uma escolha do número de graus de liberdade e do tipo de elemento para obter uma exactidão suficiente, procurando que tal fosse conseguido com o menor tempo de cálculo possível.

Para os elementos tetraédricos de 10 nós consideraram-se, apenas, as seguintes dimensões de aresta do elemento para a tíbia: 7, 5, 3.5, 3, 2.75, 2.5, 2.35, 2.2, 2 e 1.8mm. Para o fémur seleccionaram-se as dimensões seguintes: 7, 5, 3.5, 3, 2.75 e 2.5. Todos estes elementos foram criados a partir dos modelos tetraédricos de 4 nós com a mesma dimensão, aumentando simplesmente a ordem dos elementos, conseguiu-se, ainda assim,

um número idêntico de graus de liberdade entre os elementos tetraédricos de 4 e 10 nós.

Na tabela 1 podemos observar o número de graus de liberdade gerados para cada dimensão de elemento da tíbia e fémur.

Todas as análises se realizaram num computador DELL Xeon, a 2,66GHz e 1GB de RAM utilizando o software de análise e optimização estrutural OptiStruct v6.0 (Altair Engineering Inc.), tendo todas elas sido realizadas com sucesso.

Inicialmente, calculou-se para cada análise o máximo deslocamento (U_{max}) do modelo e o deslocamento em 8 nós (U_n), pré-seleccionados por cada aspecto, bem como a deformação equivalente de von Mises nos mesmos 8 nós ($\hat{\sigma}_n$), por aspecto, para a tíbia e para o fémur. Na figura 2 pode observar-se a posição dos nós analisados na tíbia e no fémur (pontos a amarelo), sendo estes os mesmos para todos os modelos analisados.

A análise das deformações ou das tensões equivalentes é idêntica, já que o único factor divergente entre os dois resultados é o módulo de elasticidade do material, que no presente caso é constante. Privilegiaram-se as deformações, já que é objectivo deste trabalho ser posteriormente validado experimentalmente recorrendo ao uso de extensómetros em rosetas.

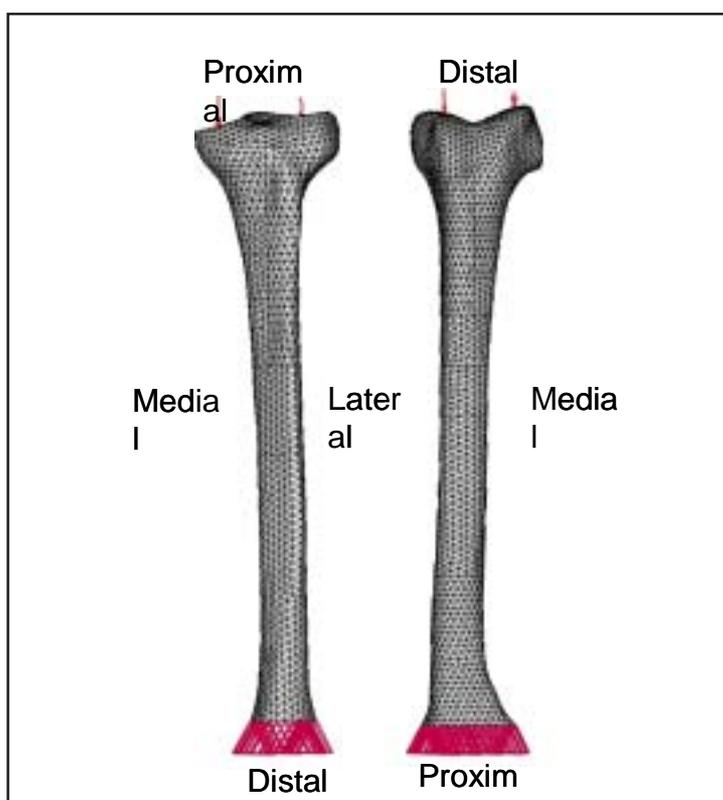


Figura 1. Modelos de elementos finitos da tíbia e do fémur.

Tamanho do elemento (mm)	7	5	3.5	3	2.75	2.5	2.35	2.2	2	1.8	1.5	1.2	1
Nº Elementos	10852	16492	32937	49106	56671	76860	87980	107193	140976	184060	299032	498740	901588
TÍBIA													
T4 - NGL	7932	13029	25170	34971	42549	54825	63534	76302	97221	125055	197865	319140	559929
T10 - NGL	53445	85134	166659	232185	283590	373050	430341	520929	671058	868437	NR	NR	NR
Nº Elementos	9478	22795	55278	82047	107002	136755	158966	189185	246079	NR	429279	674975	1174879
FÉMUR													
T4 - NGL	NR	17328	40020	57270	73509	92826	106662	125781	160953	NR	271356	418683	713721
T10 - NGL	49950	115146	270969	393438	508320	645303	NR						

Tabela 1. Número de elementos e graus de liberdade (NGL) dos modelos de elementos finitos. NR - Malhas não geradas

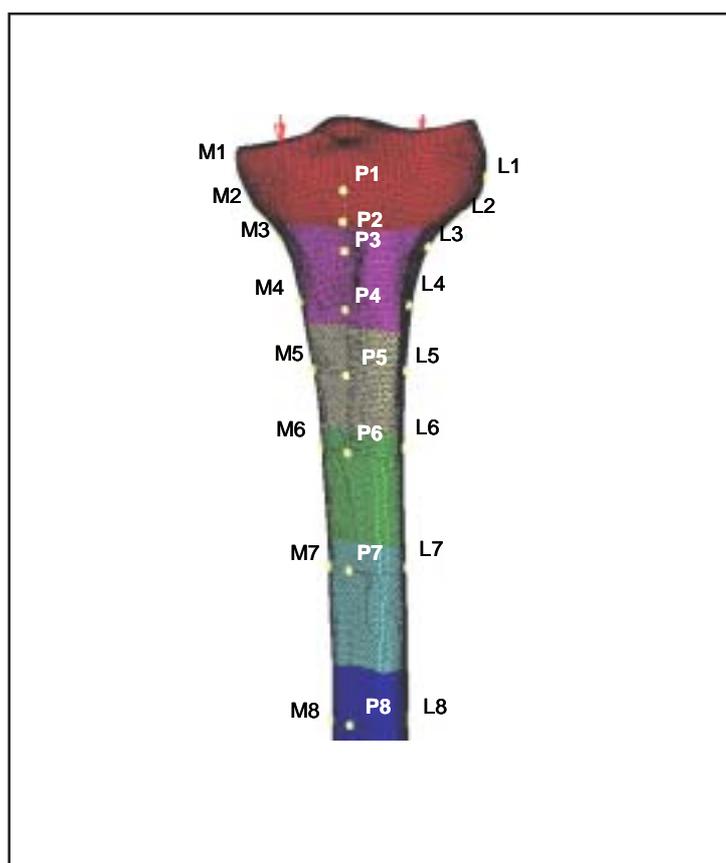


Figura 2. Pontos em amarelo indicam os nós onde foram analisados os deslocamentos e as deformações na tíbia e fêmur.

Na tíbia as deformações equivalentes são máximas na zona da sua diáfise, para todos os aspectos. O aspecto medial é o que apresenta os níveis de deformações mais elevadas em todos os 8 nós observados, quando comparado com os outros aspectos. No fémur as deformações equivalentes são máximas na zona de transição dos côndilos para a diáfise, em todos os aspectos, sendo o aspecto medial o que apresenta os mais elevados níveis de deformações equivalentes.

Calculou-se a convergência para os deslocamentos máximos por nó pré-seleccionado, assim como para as deformações equivalentes nos diversos nós por aspecto. Uma malha pode considerar-se suficientemente refinada quando o deslocamento ou as deformações não se alteram significativamente com um subsequente refinamento de malha.

Calcularam-se os desvios do deslocamento máximo relativamente ao deslocamento observado para a malha mais refinada (1), assim como o desvio relativo à malha anterior (2). Também foi calculado o desvio relativo dos deslocamentos para cada tipo de elemento T4 (3) e T10 (4), relativamente ao deslocamento da malha mais refinada do elemento oposto.

$$Desvio U_{\max} = \frac{(U_{ref} - U_n)}{U_{ref}} \times 100\% \quad (1)$$

(para cada tipo de elemento)

$$Desvio\ relativo\ U_{\max} = \frac{(U_{(n-1)} - U_n)}{U_{(n-1)}} \times 100\% \quad (2)$$

(para cada tipo de elemento)

$$Desvio\ U_{\max\ T10/T4\ NGL} = \frac{(U_{(T4)NGLn} - U_{(T10)NGLn})}{U_{(T4)NGLn}} \times 100\% \quad (3)$$

$$Desvio\ U_{\max\ T10/T4} = \frac{(U_{ref(T4)} - U_{n(T10)})}{U_{ref(T4)}} \times 100\% \quad (4)$$

Determinou-se, para cada malha, o desvio da deformação equivalente em determinados nós pré-seleccionados, relativamente à deformação correspondente à malha mais refinada (5). Foi também calculado o desvio da deformação para cada tipo de elemento T4 (6) e T10 (7), relativamente à deformação da malha mais refinada do elemento oposto.

$$Desvio\ \epsilon_{ni} = \frac{(\epsilon_{ref} - \epsilon_{ni})}{\epsilon_{ref}} \times 100\% \quad (5)$$

(para cada tipo de elemento)

$$Desvio\ \epsilon_{ni\ (T4/T10)} = \frac{(\epsilon_{ref(T10)} - \epsilon_{ni(T4)})}{\epsilon_{ref(T10)}} \times 100\% \quad (6)$$

$$Desvio\ \epsilon_{ni\ (T10/T4)} = \frac{(\epsilon_{ref(T4)} - \epsilon_{ni(T10)})}{\epsilon_{ref(T4)}} \times 100\% \quad (7)$$

Numa fase posterior comparou-se, para um número de graus de liberdade aproximadamente idêntico entre os elementos T4 (8) e T10 (9), o desvio relativo entre os deslocamentos ocorridos entre os dois tipos de elementos.

$$\text{Desvio } U_{\max T4/T10 NGL} = \frac{(U_{(T4)NGLn} - U_{(T10)NGLn})}{U_{(T4)NGLn}} \times 100\% \quad (8)$$

$$\text{Desvio } U_{\max T10/T4 NGL} = \frac{(U_{(T4)NGLn} - U_{(T10)NGLn})}{U_{(T4)NGLn}} \times 100\% \quad (9)$$

U_{ref} = Deslocamento máximo para a malha com o maior número de graus de liberdade para os elementos de cada tipo T4 ou T10

$U_{(n)}$ = Deslocamento máximo para a malha n (n =número de graus de liberdade)

$U_{(n-1)}$ = Deslocamento máximo para a malha anterior à malha n

$\dot{\alpha}_{ref}$ = Deformação para o maior número de graus de liberdade no ponto i

$\dot{\alpha}_{ni}$ = Deformação no ponto i na malha com n graus de liberdade

Como já descrito, para cada malha gerada, foram respeitados os parâmetros de verificação disponíveis na aplicação, tanto para as malhas de superfície assim como para as malhas sólidas.

Modelo experimental

Nesta componente do trabalho foram utilizados duas tíbias em material compósito (modelos 3302 esquerdos, Pacific Research Labs, Vashon Island, WA, USA, fabricados em fibra de vidro curta, reforçados com resina de epóxico e espuma de com a forma côncava de cada cômulo no lado inferior e um apoio para a esfera de carregamento do lado superior. Este adaptador foi colado com adesivo epóxico a cada cômulo do componente de polietileno (figura 3).

Após estas operações os modelos intactos e com implante foram levados a uma máquina de medida por coordenadas, para medir a posição exacta das rosetas e da posição dos acessórios para carregamento, assim como da posição angular da relativamente à base dos sistemas de fixação, de modo que toda esta informação pudesse ser utilizada posteriormente no modelo numérico.

Os sistemas de fixação das extremidades distal da tibia foram montados, à vez, sobre a máquina de ensaios (concepção própria do Laboratório de Biomecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro) na sua parte inferior, ficando livres para a aplicação das cargas às zonas proximal da tibia. Esta máquina está ligada a um computador pessoal e através da aplicação Dbase é possível controlar a força e a frequência da carga aplicada, assim como a posição e a velocidade do carregamento.

A carga foi transmitida aos adaptadores de carregamento dos modelos através de uma esfera com deslocamento exclusivamente vertical, já que esta se encontra encaixada num orifício de uma placa que está rigidamente ligada à guia móvel da

máquina de ensaio, onde se encontra instalada uma célula de carga (AEP TC4 1T Modena Itália) que, por sua vez, está solidária à haste do cilindro pneumático que fornece a força ao sistema.

Os modelos que sofreram a cirurgia virtual para colocação dos implantes foram todos sujeitos ao mesmo tipo de carregamento na situação de modelo intacto, antes da colocação dos implantes. Este procedimento permite o registo das extensões no mesmo modelo no estado de intacto e após colocação dos implantes. Estes valores serão utilizados para comparação das extensões experimentais, eliminando o erro associado ao posicionamento das rosetas tri-axiais, já que estas são colocadas no modelo ainda no estado intacto como já descrito e mantêm-se na mesma posição após a cirurgia virtual.

Para cada tipo de modelo foram realizados carregamentos independentes sobre os cômilos mediais e, posteriormente, sobre os cômilos laterais. Os níveis de carregamento utilizados em cada cômulo foram de 580N, 870N, 1160N e 1450N. Estes níveis de força estão dentro do campo fisiológico de esforço sobre o joelho, que pode variar entre três e oito vezes o peso do corpo, segundo Morrisson [12] e Harrington [13], em função da actividade desenvolvida.

O registo das extensões, após descarregamento, serviu para garantir a inexistência de deformação permanente no modelo. A temperatura a que se realizaram os ensaios foi controlada, situando-se entre 20°C e 22°C.

A sequência descrita foi repetida cinco vezes para cada nível de carga aplicado a cada cômulo de cada modelo. Para cada registo efectuado, das

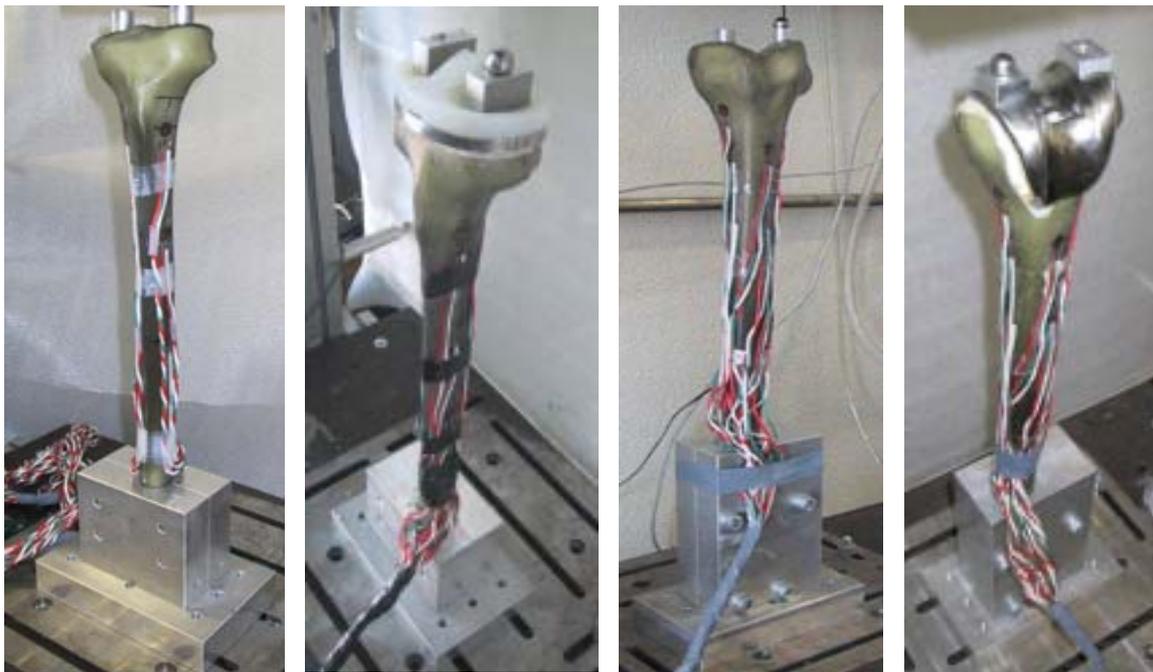


Figura 3. Modelos *in vitro* da tíbia e do fêmur compósitos.

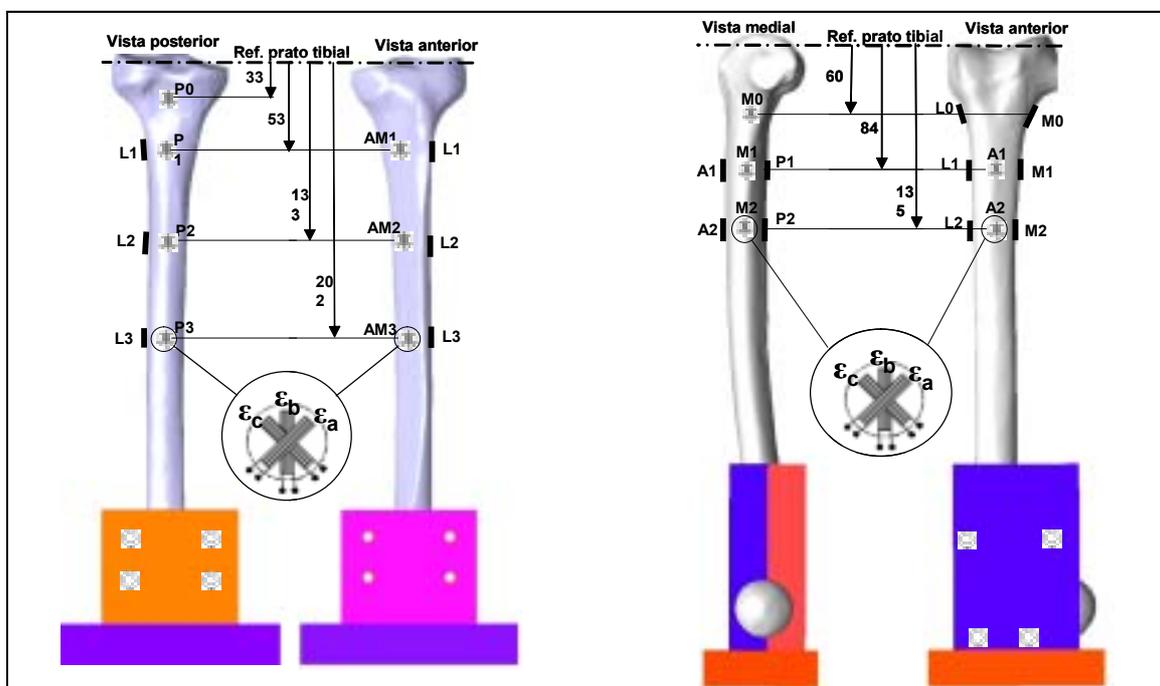


Figura 4. Posição e orientação das rosetas tri-axiais na tíbia.

3 extensões a 45° ($\hat{\alpha}_a$, $\hat{\alpha}_b$ e $\hat{\alpha}_c$) de cada extensômetro da roseta, foram calculados os valores das extensões principais de acordo com as seguintes expressões:

$$E1 = 0,5x(\epsilon a + \epsilon c) + 0,5x\sqrt{(\epsilon a - \epsilon c)^2 + (2x\epsilon b - \epsilon c - \epsilon a)^2} \quad (10)$$

$$E2 = 0,5x(\epsilon a + \epsilon c) - 0,5x\sqrt{(\epsilon a - \epsilon c)^2 + (2x\epsilon b - \epsilon c - \epsilon a)^2} \quad (11)$$

O ângulo entre o extensômetro $\hat{\alpha}_c$ da roseta a 45° e o eixo vertical da tíbia e do fêmur e a extensão principal de compressão foi determinado através da seguinte expressão:

$$\theta = \frac{\arctan\left\{\frac{2x\epsilon b - \epsilon a - \epsilon c}{(\epsilon a - \epsilon c)}\right\}}{2} \quad (12)$$

O ângulo θ é positivo no sentido dos ponteiros do relógio (sentido directo).

Após o cálculo das extensões principais, para cada uma das cinco medições realizadas, determinaram-se os valores médios dos 5 valores calculados, assim como o desvio padrão para cada roseta, cõndilo, carga e modelo. Realizou-se o mesmo cálculo para o ângulo θ , com observação da média e do desvio padrão.

Resultados e discussão

O tempo de CPU necessário para a resolução do sistema de equações aumenta rapidamente e de forma exponencial com a diminuição do tamanho do elemento e consequentemente com o aumento do número de graus de liberdade. Para os elementos tetraédricos de 4 nós (T4) e para a malha da tíbia, com o elemento de dimensão média de 2.5mm (54825 NGL), foram necessários 18s, enquanto que para o elemento de dimensão de 1mm (559929 NGL) necessitou-se de 1860s, cerca de 100 vezes mais tempo para 10 vezes maior número de graus de liberdade. Nos elementos tetraédricos de 10 nós (T10), para um número idêntico de graus de liberdade aos dos elementos T4 atrás descritos, o elemento de dimensão 7mm (53445 NGL) demorou 25s enquanto para o elemento com a dimensão de 2,2mm (520929 NGL) demorou 2040s.

Conclui-se, assim, que o tempo de CPU necessário, em média, para a resolução dos sistemas de equações para um número idêntico de graus de liberdade é superior nos elementos tetraédricos de 10 nós, variando essa diferença entre 10% a 30%.

Os deslocamentos máximos dos modelos na tíbia e no fêmur situaram-se sempre na mesma região, para todas as dimensões de malhas analisadas, sejam elas de 4 ou de 10 nós. Assume-se que a

convergência ocorre para o máximo de refinamento de malha, para cada tipo de elemento T4 e T10. A figura 5 mostra a evolução do valor de deslocamento máximo à medida que se aumenta o refinamento da malha para a tíbia e para o fêmur.

Na tíbia, a região de deslocamento máximo encontra-se na zona intercondilar, enquanto para o fêmur a zona onde ocorre o deslocamento máximo é o epicôndilo medial. Estas regiões de deslocamento máximo estão de acordo com o tipo de carregamento realizado.

Com o aumento do número de graus de liberdade, o deslocamento máximo converge para ambos os tipos de elementos, apesar de o valor de convergência não ser aparentemente o mesmo para ambos os elementos. A diferença de deslocamento máximo, na tíbia, para a malha mais refinada entre os 2 elementos foi de 0.099 mm, representando este valor cerca de 1.2% do deslocamento máximo da tíbia para o elemento T10.

Para o fêmur verifica-se, igualmente, uma convergência ao nível do deslocamento máximo à medida que se aumenta o número de graus de liberdade para ambos os tipos de elementos, não se observando uma convergência de valor entre os dois elementos para o número de graus de liberdade analisados, podendo isto ocorrer somente para um número demasiado elevado de graus de liberdade.

A diminuição do desvio de deslocamento máximo, relativamente ao valor da malha mais refinada para cada tipo de elemento para a tíbia e para o fémur é apresentada na figura 6. A convergência do deslocamento máximo é bastante mais rápida nos elementos de 4 nós (T4), enquanto que para os elementos de 10 nós essa convergência surge para um número bastante superior de graus de liberdade. Para a tíbia e para os elementos T4, é possível observar-se um desvio inferior a 0.5%, relativo à malha mais refinada, a partir de 125000 graus de liberdade, enquanto para o elemento T10 esse nível de desvio só é possível a partir dos 430000 graus de liberdade. No fémur o comportamento é

idêntico ao descrito para a tíbia, sendo a convergência do deslocamento máximo atingido mais tardiamente para os elementos tetraédricos de 10 nós.

A zona assimpótica das curvas de desvio de deslocamento máximo é atingida a partir dos 125000 graus de liberdade para a tíbia, e dos 165000 para o fémur, nos elementos de 4 nós. A mesma zona, nos elementos de 10 nós, é menos evidente, mas para a tíbia poderá considerar-se que esta zona é atingida a partir de 430000 graus de liberdade e de 300000 para o fémur.

Os elementos de 10 nós, para qualquer número de graus de liberdade, revelam alguma instabilidade

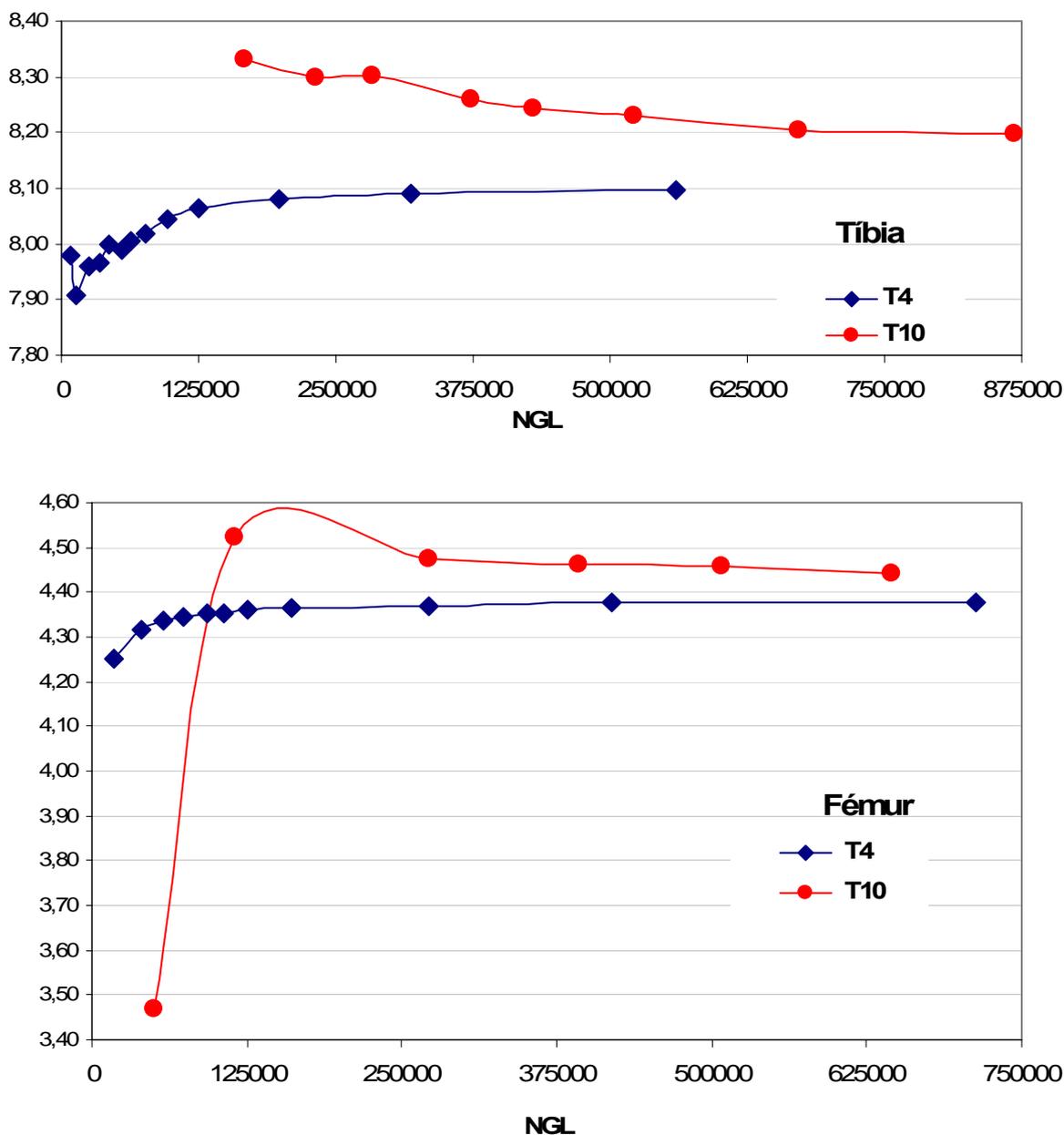


Figura 5. Deslocamento máximo da zona proximal da tíbia e da zona distal do fémur, em função do número de graus de liberdade e do tipo de elemento.

com aumento e decréscimo do desvio relativo, ao contrário dos elementos tetraédricos de 4 nós onde essa instabilidade na convergência ocorreu, somente, para as malhas com um número de graus de liberdade inferior a 76000 graus de liberdade. Para o fémur o comportamento dos elementos, em termos de estabilidade, foi idêntico ao da tibia.

Apesar da diferença de deslocamento máximo encontrada para as malhas mais refinadas entre os 2 tipos de elementos ser de 1.2% na tibia e 1.4% no caso do fémur, é necessário averiguar qual dos valores dos deslocamentos máximos apresentados por ambos os elementos é o deslocamento real. Todavia é extremamente difícil responder a esta questão sem a realização de ensaios *in vitro*,

simulando os materiais, geometria e condições de carregamento aplicados nestes modelos numéricos.

Foi analisado, para a tibia e para o fémur, o desvio relativo entre os deslocamentos máximos dos dois tipos elementos para um número de graus de liberdade equivalente (figura 7). No caso da tibia o desvio relativo entre os dois tipos de elementos é inferior a 3% a partir dos 125000 graus de liberdade. Para o fémur um nível de desvio idêntico ao da tibia necessita de um número de graus de liberdade acima dos 150000.

Quantificou-se o desvio induzido pela opção de um tipo de elemento em detrimento do elemento oposto, isto é, determinou-se o desvio de deslocamento máximo para cada tipo de elemento,

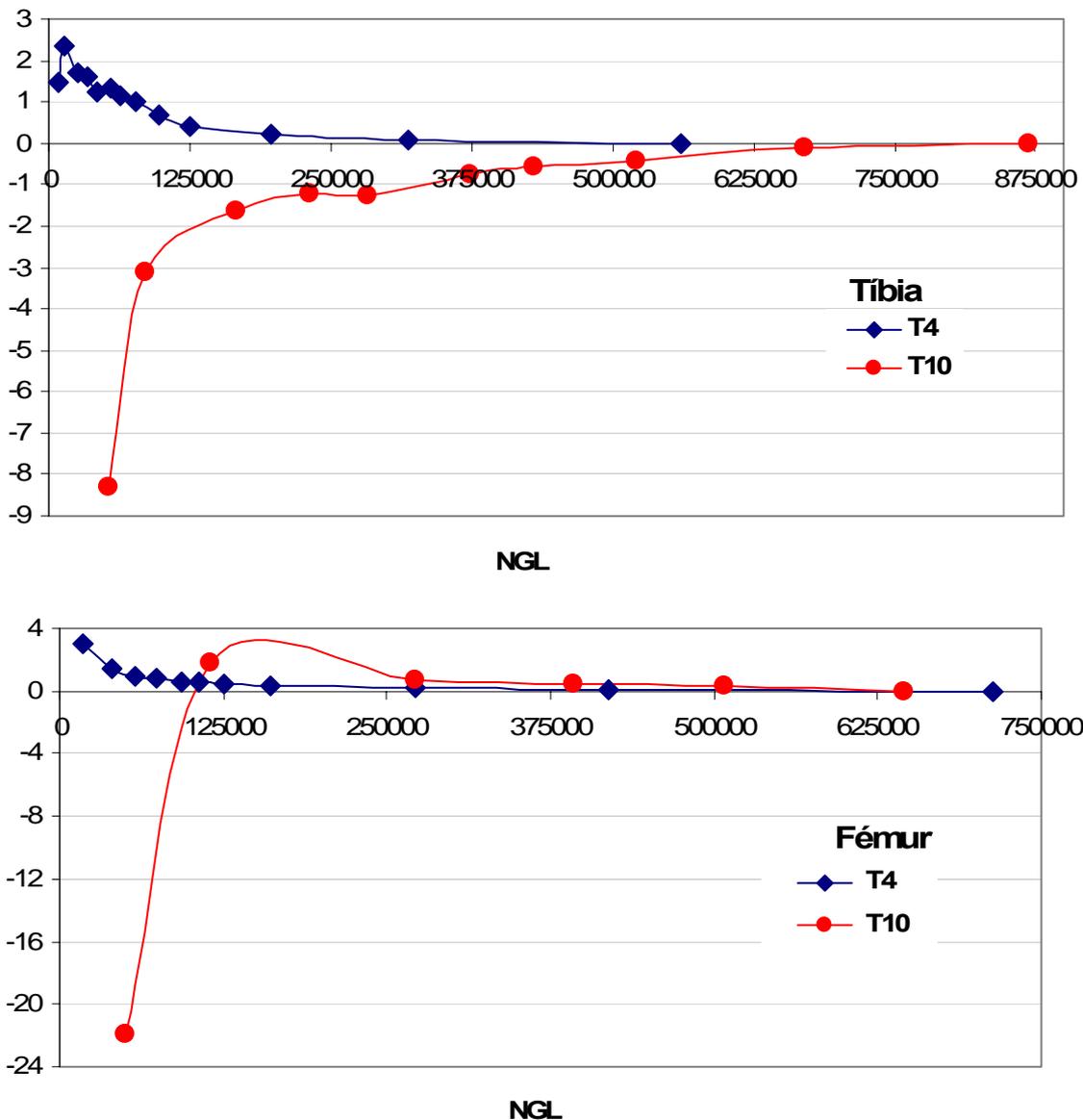


Figura 6. Desvio do deslocamento máximo da zona proximal da tibia e da zona distal do fémur, relativamente à malha mais refinada para cada tipo de elemento.

assumindo que o deslocamento real é o deslocamento da malha mais refinada do elemento oposto (figura 7). Assim, na tíbia, a opção pelo elemento tetraédrico de 10 nós, sendo o deslocamento assumido como teórico o do elemento tetraédrico de 4 nós para a malha de maior grau de liberdade, revela desvios da ordem de 3 a 4% para NGL em torno dos 125000; enquanto a opção dos

elementos tetraédricos de 4 nós provoca um desvio inferior a 2% para um número de graus de liberdade superior a 100000. Assim sendo, a opção que menos desvio pode gerar entre os dois elementos é a opção pelo elemento tetraédrico de 4 nós.

Para o fémur, foi realizada uma análise equivalente que demonstrou resultados idênticos aos da tíbia. A opção pelo elemento tetraédrico de

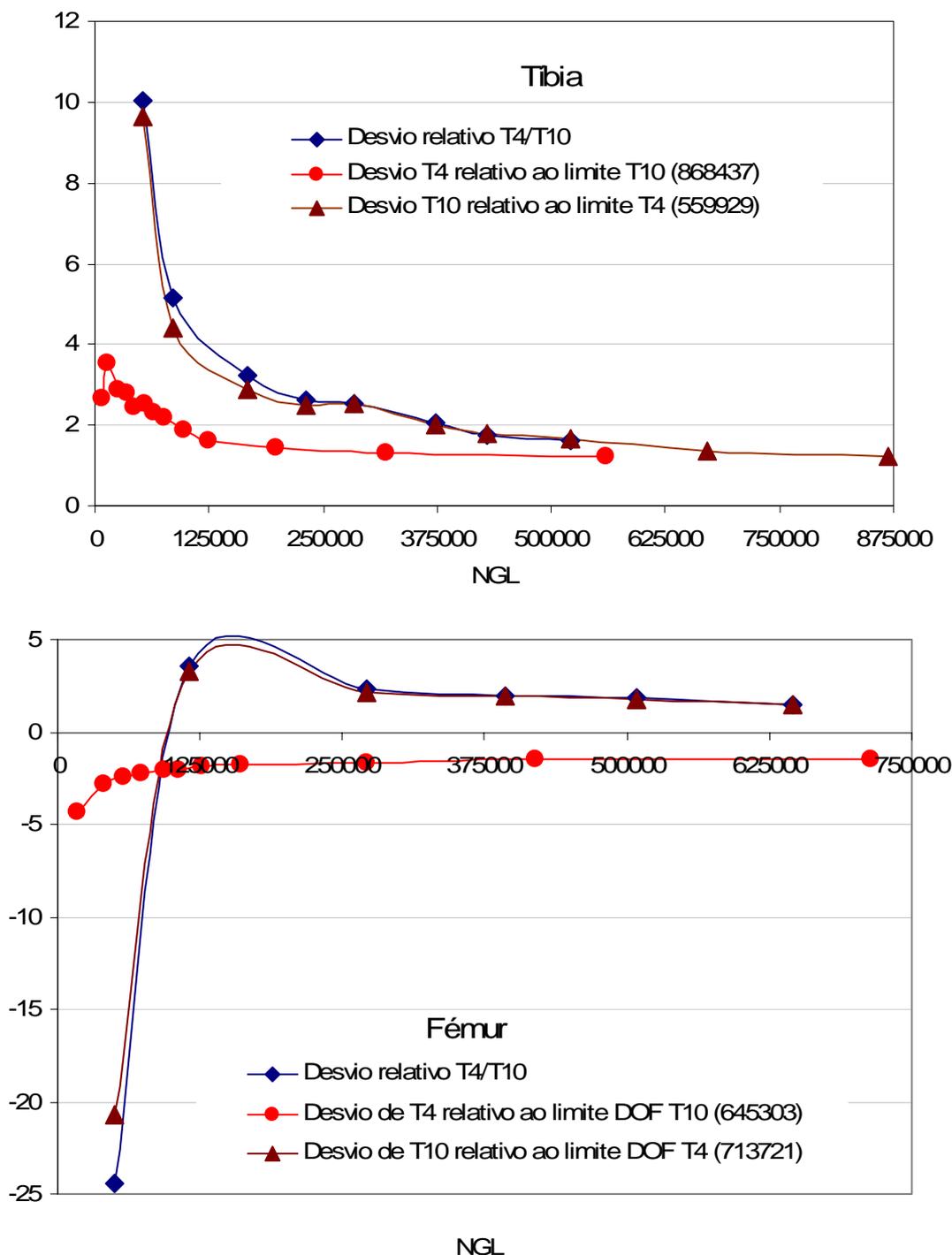


Figura 7. Desvio relativo do deslocamento máximo entre os elementos tetraédricos de 4 e 10 nós, para um número aproximado de graus de liberdade. Desvio de cada elemento relativamente à malha mais refinada do elemento oposto, para as diversas malhas analisadas.

10 nós é aquela que pode revelar maior desvio no caso de o deslocamento teórico ser o indicado pelo elemento de 4 nós. Este desvio é de cerca de 4% para cerca de 125000 graus de liberdade. A opção pelo elemento tetraédrico de 4 nós revela um desvio inferior a 2% a partir dos 125000 graus de liberdade.

Foram analisados, igualmente, os deslocamentos em 8 nós de cada aspecto (medial, lateral, anterior e posterior), na tíbia e no fémur para todas as malhas analisadas. Todos os resultados observados nestes nós seguiram o comportamento do deslocamento máximo em termos de convergência, instabilidade e desvios relativos para ambos os tipos de elementos. Além dos deslocamentos analisaram-se as deformações equivalentes de von Mises nos 8 nós de cada aspecto, para todas as malhas nos dois tipos de elementos. As deformações revelaram uma maior instabilidade na convergência em relação aos deslocamentos para ambos os tipos de elemento.

O valor de deformação encontrado para a malha mais refinada de cada tipo de elemento é ligeiramente diferente entre estes, sendo essa diferença influenciada pelo nó analisado. O nó M3, na tíbia (figura 2), foi o nó com a diferença mais significativa, com cerca de 10% entre os dois tipos de elementos. O elemento de 2ª ordem revelou-se particularmente instável neste nó. A zona onde este nó se localiza coincide com uma zona de grande transição geométrica, podendo ser esta a causa para uma maior instabilidade. A zona M8 da diáfise é aquela que apresenta menor desvio entre os dois tipos de elementos. No fémur existe uma maior estabilidade do desvio relativo de deformação entre os dois elementos. A explicação para este facto pode advir de uma maior uniformidade da geometria do fémur nos nós analisados.

Tal como o realizado para os deslocamentos máximos determinou-se o desvio cometido pela opção de determinada malha do elemento

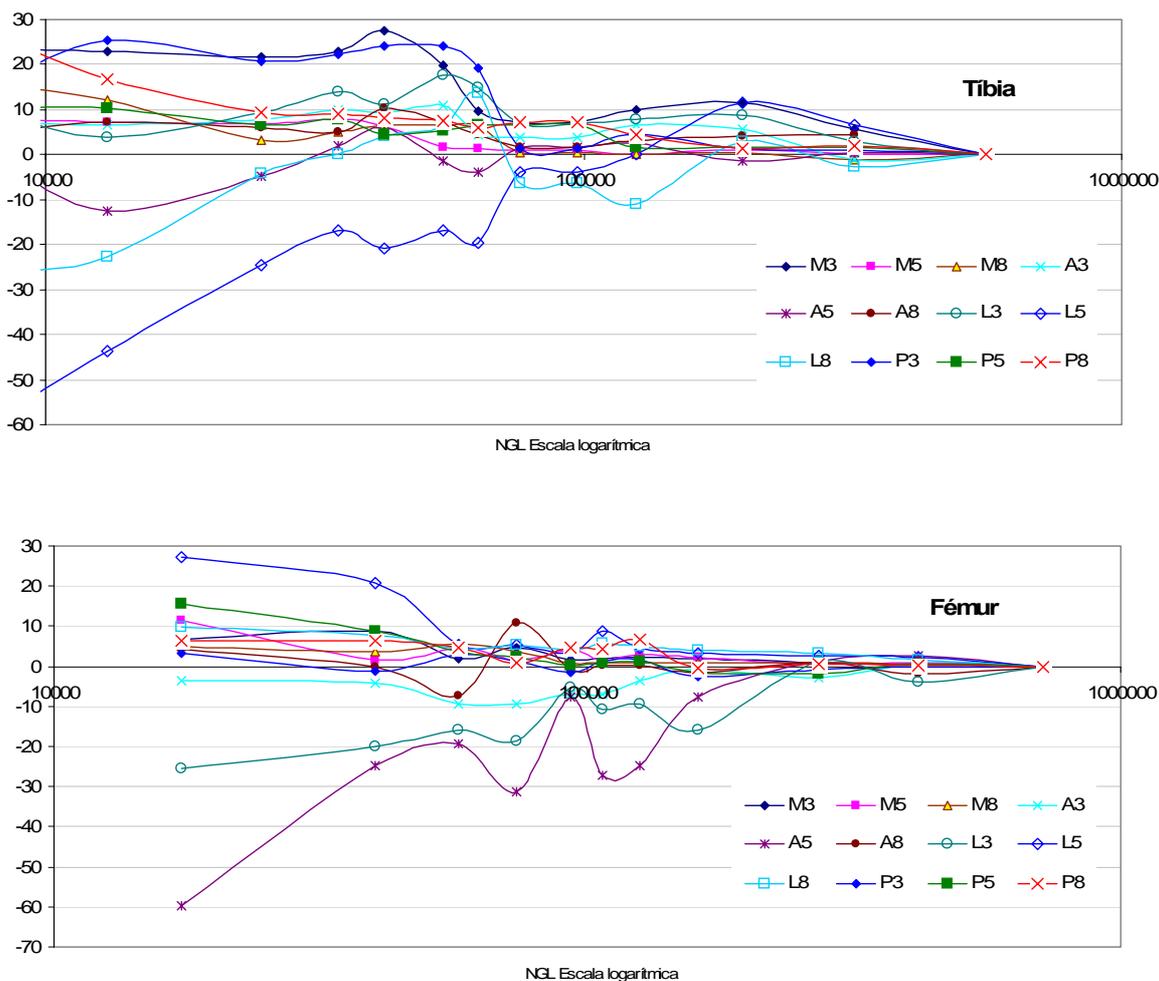


Figura 8. Desvio da deformação equivalente de von Mises para os elementos T4, relativamente à malha mais refinada nos quatro aspectos da tíbia e fémur.

tetraédrico de 4 nós, relativamente à malha mais refinada do elemento tetraédrico de 10 nós (2ª ordem). No caso da tíbia, a opção pelo elemento tetraédrico de 4 nós, para uma malha de 125000 graus de liberdade, gera um desvio inferior a 1.5% relativamente à malha de elementos tetraédricos de 10 nós, com 868437 graus de liberdade. Para o fémur a opção pelo elemento tetraédrico de 4 nós, com 160000 graus de liberdade, gera um desvio inferior a 2%, relativamente ao elemento tetraédrico de 10 nós, com 645000 graus de liberdade.

Determinou-se, também, para os elementos tetraédricos de 4 nós, o desvio da deformação equivalente relativamente à deformação obtida da malha mais refinada no mesmo tipo de elemento (figura 8), para os 3 nós dos 4 aspectos medial, lateral, anterior e posterior do fémur e da tíbia. Na tíbia o desvio relativo da deformação diminui, claramente, a partir do 76000 graus de liberdade para a generalidade das posições dos nós e dos aspectos, tornando-se mais evidente devido à utilização da escala logarítmica para os graus de liberdade. O comportamento, nos diversos nós e aspectos, é relativamente idêntico, apresentando um comportamento relativamente homogêneo do modelo numérico ao nível das deformações equivalentes. O desvio relativamente à malha mais refinada é da ordem dos 10% para as malhas com um número de graus de liberdade superior a 125000.

Para o fémur o comportamento das deformações é semelhante ao da tíbia, existindo para a generalidade das posições e aspectos um comportamento idêntico. Ocorre uma redução significativa do desvio da deformação relativa a partir dos 160000 graus de liberdade, sendo o valor do desvio inferior a 10% relativamente ao valor da malha mais refinada. Verifica-se que determinadas posições nos aspectos lateral e anterior são mais instáveis em termos de convergência. Estes aspectos coincidem com os aspectos de menor valor de deformação.

Um significativo número de estudos apresenta as suas conclusões, tendo por base os resultados das análises realizadas por elementos finitos. É igualmente reconhecido por todos os investigadores que utilizam estes métodos, que a qualidade dos resultados obtidos é claramente dependente do tamanho e do tipo de elemento utilizado. Existem alguns estudos publicados que contêm referências aos desvios resultantes do refinamento do modelo e ao tipo de elemento [6, 7, 16] ou à sensibilidade às condições de fronteira [16] e às propriedades mecânicas, tais como o coeficiente de Poisson [17].

No caso do estudo realizado, a opção consiste em utilizar modelos com um número de graus de liberdade superiores a 125000 para a tíbia e superiores a 160000 para o fémur. As figuras 9 e 10 ilustram as extensões principais experimentais e deformações principais dos modelos numéricos da tíbia e do fémur intacto e com prótese para uma carga de medial de 1160 N. Como se pode observar, obteve-se boa concordância entre resultados quer para a situação das estruturas ósseas intactas quer para a situação com a prótese. Nesta última situação, os resultados também foram bons quer simulado a interface colada ou com atrito. Deste modo, constata-se que os elementos tetraédricos de 4 nós com 6 graus de liberdade por nó permitem simular convenientemente o comportamento *in vitro* da tíbia proximal e do fémur distal em situação intacta e implantada.

Verificou-se para a generalidade dos modelos da tíbia e do fémur analisados, que os valores de correlação das extensões-deformações principais de compressão são bastante superiores aos valores de correlação das extensões-deformações principais de tracção. Estes resultados parecem ser explicados pelas amplitudes de um e outro tipo de extensão. Como se pode constatar nos modelos analisados, os valores absolutos das extensões principais de tracção são várias vezes inferiores aos valores absolutos obtidos para as extensões de compressão. Devemos ter em conta os efeitos da viscoelasticidade e da anisotropia do material dos modelos experimentais, situação em que valores baixos de extensão podem dificultar a obtenção de uma melhor correlação com os experimentais, tendo em conta que os materiais foram tratados como materiais com um comportamento linear elástico nos modelos numéricos.

Tendo em conta os resultados obtidos com este estudo considera-se, para os futuros trabalhos a desenvolver no âmbito do estudo numérico da tíbia proximal e do fémur distal que as considerações para os modelos numéricos aqui descritos apresentam um desvio aceitável entre os resultados da simulação numérica e os resultados experimentais.

Conclusões

Este trabalho teve como objectivo a construção de modelos numéricos da tíbia proximal e do fémur distal. Os resultados experimentais, sob a forma de extensões, são idênticos aos numéricos, sob a forma de deformações. Estes resultados não teriam sido alcançados sem o trabalho realizado ao nível

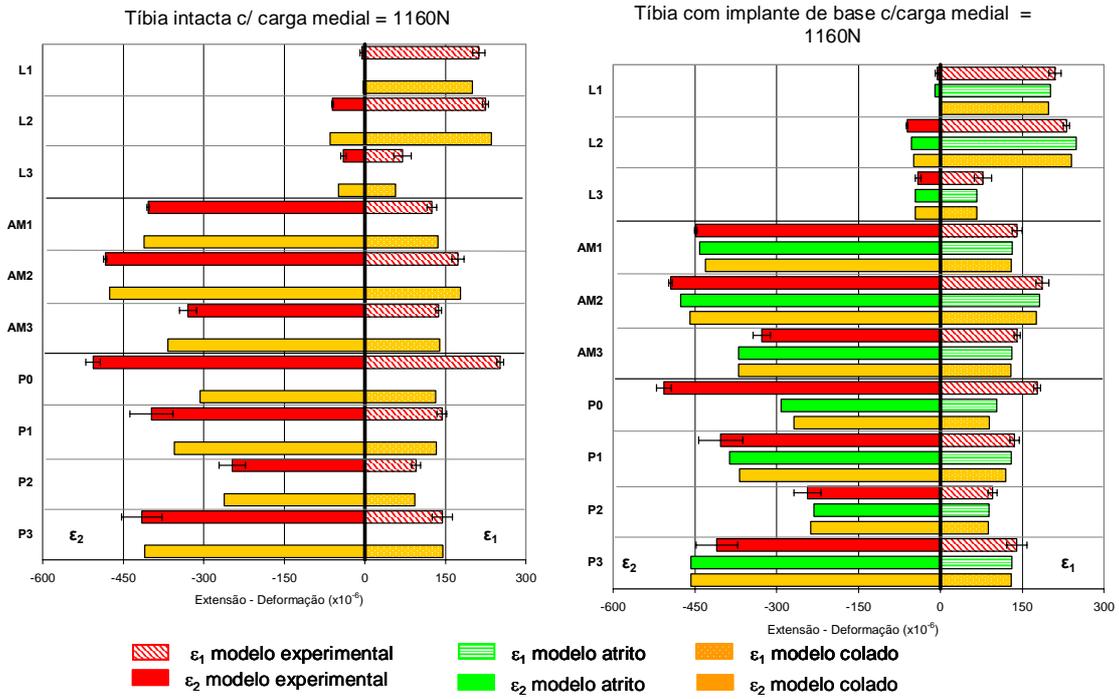


Figura 9. Extensões principais experimentais e deformações principais dos modelos numéricos da tíbia, para os modelos de tíbia intacta e com implante de base.

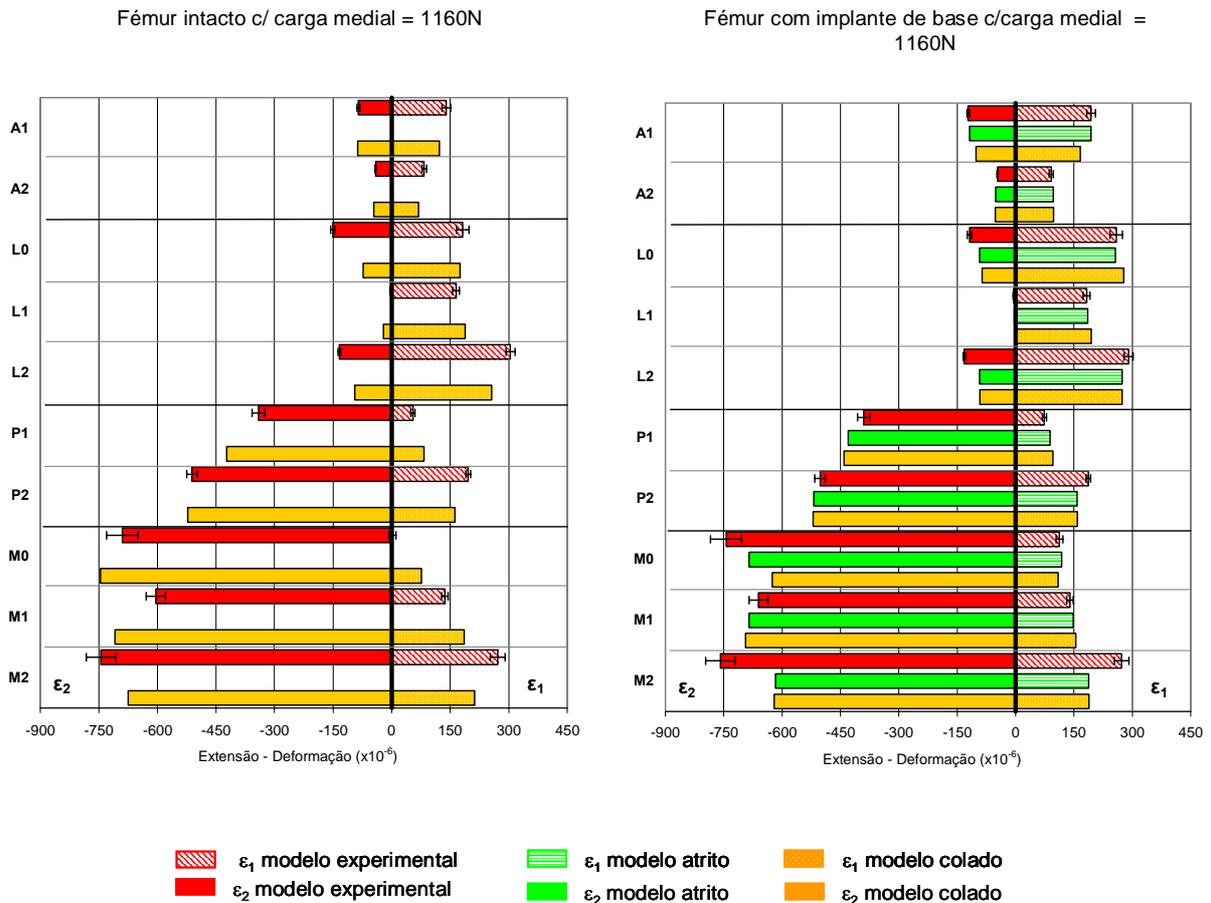


Figura 10. Extensões principais experimentais e deformações principais dos modelos numéricos do fêmur para os modelos intacto e com implante de base.

da convergência da malha dos modelos numéricos da tíbia proximal e do fémur distal, de onde se seleccionaram o tipo de elemento e o número de graus de liberdade que serviram de base aos modelos numéricos, para a comparação com os resultados experimentais. Existem vários estudos de validação numérica e experimental que comparam as extensões obtidas na superfície dos modelos experimentais em material compósito com as deformações obtidas nos modelos numéricos para o fémur na sua zona proximal, normalmente relacionados com a artroplastia da anca, mas até ao momento nenhum estudo tinha sido realizado com o objectivo de comparar modelos experimentais em material compósito para a zona proximal da tíbia ou distal do fémur com e sem implantes.

Este estudo mostra que se obtém excelente correlação numérica-experimental para malhas tetraédricas de 4 nós, com 6 graus de liberdade por nó, com um número de graus de liberdade superiores a 125000 para a tíbia e superiores a 160000 para o fémur.

Agradecimentos

Agradece-se o financiamento da bolsa de doutoramento do aluno António Completo (SFRH/BD/18717/2004) por parte da Fundação para a Ciência e a Tecnologia. Agradecimentos são também extensivos à empresa Johnson&Johnson (portuguesa) por todo o apoio dado a este trabalho.

Referências

1. **Brekelmans WAM, Poort H W Slooff TJJH.** A new method to analyse the mechanical behaviour of skeletal parts. *Acta Orthop Scand* 1972; 43: 301-317.
2. **Huiskes R Chao EYS.** A survey of finite element analysis in orthopaedic biomechanics: The first decade. *J Biomech* 1983; 16: 385-409.
3. **O'Toole RV, Jaramaz AM, Visnic CD, Reid RH.** Biomechanics for preoperative planning and surgical simulations in orthopaedics. *Comput Biol Med* 1995; 25: 83-91.

4. **Keyak JH, Rossi SA, Jones KA, Skinner HB.** Prediction of femoral fracture load using automated finite element modelling. *J Biomech* 1998; 31: 125-133.
5. **Marks L.** Mesh density problems and solutions, 1999, pp. 21-27 (Nafems Limited, Glasgow).
6. **Merz B, Lengsfeld M, Muller R, Kaminsky J, Ruegsegger P, Niederer P.** Automated generation of 3D FE-Models of the human femur – comparison of the methods and results. In *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* (Eds J. Middleton, M. L. Jones and G. N. Pande), 1996, pp. 125-134 (Gordon and Breach, Amsterdam).
7. **Viceconti M, Luisella B, Cristofolini L, Toni A.** A comparative study on different methods of automatic mesh generation of human femurs, *Med Eng Phys* 1998; 20: 1–10.
8. **ISB, 2001:** International Society of Biomechanics website: <http://www.isbweb.org/>.
9. **Au AG, Liggins AB, Rasob VJ, Amirfazlia A.** Medical A parametric analysis of fixation post shape in tibial knee prostheses, *Biomed Eng Phys* 2005; 27:123-134.
10. **Cifuentes AO, Kalbag A.** A performance study of tetrahedral and exahedral elements in 3-D finite element structural analysis. *Finite Elem Anal Des* 1992; 12: 313-318.
11. **Cook RD, Malkus DS, Plesha ME,** Concepts and applications of finite element analysis, John Wiley and Sons, New York 1989.
12. **Morrison JB.** The mechanics of the knee joint in relation to normal walking. *J Biomech* 1970; 3: 51-61.
13. **Harrington IJ.** A bioengineering analysis of force actions at the knee in normal and pathological gait. *Biomed Eng* 1976; 11: 167–72.
14. **Rho JY.** Mechanical properties of cortical and cancellous bone. Ph.D. Dissertation, University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA, 1992.
15. **Keyak JH, Skinner HB.** Three-dimensional finite element modelling of bone: effects of element size. *J Biomed Engng* 1992; 14: 483-489.
16. **Duda GN, Heller M, Albinger J, Schulz O, Schneider E, Claes L.** Influence of muscle forces on femoral strain distribution. *J Biomech* 1998; 31: 841-846.
17. **Ladd AJC, Kinney JH.** Numerical errors and uncertainties in finite-element modelling of trabecular bone. *J Biomech* 1998; 31: 941-945.