



**Jorge Manuel  
Matos Rodrigues**

**Estudo de Algoritmos de Localização em Redes de  
Sensores Sem Fios**



**Jorge Manuel  
Matos Rodrigues**

## **Estudo de Algoritmos de Localização em Redes de Sensores Sem Fios**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Dr. Nuno Borges de Carvalho, Professor Associado com Agregação do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro, e co-orientação do Dr. Paulo Jorge Ferreira, Professor Catedrático do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro.

Dedico este trabalho aos meus pais, irmã, avós e namorada.

## **O júri**

Presidente

**Prof. Dr. José Carlos Esteves Duarte Pedro**  
Professor Catedrático do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro

## **Vogais**

**Prof. Dr. Pedro Renato Tavares de Pinho**  
Professor Adjunto do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa

**Prof. Dr. Nuno Miguel Gonçalves Borges de Carvalho**  
Professor Associado com Agregação do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro (Orientador)

**Prof. Dr. Paulo Jorge Ferreira**  
Professor Catedrático do Departamento de Electrónica, Telecomunicações e Informática da Universidade de Aveiro (Co-Orientador)

## **Agradecimentos**

Agradeço ao Prof. Dr. Nuno Borges de Carvalho e ao Prof. Dr. Paulo Jorge Ferreira, pelo à-vontade, liberdade de movimento, ajuda e conversas motivadoras e recheadas de conhecimento.

Agradeço aos meus pais por tudo o que fizeram ao longo do meu percurso académico e no decorrer da minha vida. O constante apoio e o infindável amor e carinho. À minha irmã pelas conversas e amizade. Aos meus avós pelo carinho, apoio e esperança.

Agradeço à Margarida, minha namorada, pelo incessante apoio, motivação, amizade, amor e paciência.

Agradeço à dona Jesus e ao senhor José por todo o apoio e motivação.

Agradeço aos meus amigos Filipa, Nuno, Marujo, Farinha, Luís, Mafalda e Jorge pelo ambiente de descontração, divertimento e convívio proporcionando, assim, um bom equilíbrio entre trabalho e lazer.

Agradeço aos colegas do laboratório de rádio frequência pelo ambiente descontraído e saudável durante este ano.

*“I believe in intuition and inspiration. Imagination is more important than knowledge. Knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution. It is, strictly speaking, a real factor in scientific research.”*

Albert Einstein

**Palavras-chave**

Localização em WSN, Localização indoor, Localização outdoor, Localização por triangulação, Localização através de RSSI, Localização multihop, localização cooperativa.

**Resumo**

O presente trabalho apresenta um estudo sobre técnicas de localização em redes de sensores sem fios e propõe um algoritmo de localização para estas, tendo por princípio sensores vizinhos (localização cooperativa). O trabalho é composto por uma apresentação às redes de sensores sem fios e aos sistemas de localização. São apresentados ainda os testes realizados ao algoritmo proposto e as respectivas conclusões.

**Keywords**

WSN location, Indoor location, Outdoor location, triangulation location, RSSI location, Multihop location, Cooperative location.

**Abstract**

This work presents a study on location techniques in wireless sensor networks and proposes a location algorithm for it with neighboring sensors principle (cooperative location). This work consists of a presentation to the networks of wireless sensors and positioning systems. It is also presented the algorithm tests and its conclusions.

# Índice

Índice de Figuras .....	V
Índice de Tabelas.....	XI
Índice de Gráficos .....	XIII
Acrónimos .....	XV
1. Introdução .....	1
1.1. Descrição Geral .....	1
1.2. Objectivos .....	3
1.3. Organização.....	3
2. Redes de Sensores Sem Fios .....	5
2.1. Introdução .....	5
2.2. Características .....	6
2.2.1. Tipos de Dispositivos.....	7
2.2.2. Topologias da Norma IEEE 802.15.4 e ZigBee .....	8
2.2.3. MANET.....	9
2.3. Aplicações .....	11
2.4. Standards .....	12
2.5. Algoritmos e Protocolos Associados às Redes Sem Fios.....	16
3. Sistemas de Localização.....	19
3.1. Introdução .....	19
3.2. Requisitos para Fazer Localização em Redes de Sensores .....	19
3.3. Técnicas de Localização em WSN.....	20
3.3.1. Triangulação.....	20
3.3.1.1. Angle of Arrival (AoA).....	21
3.3.1.2. Received Signal Strength Indicator (RSSI).....	21
3.3.1.3. Time Difference of Arrival (TDoA).....	22
3.3.1.4. Time of Arrival (ToA).....	23
3.3.2. Análise de Cenário .....	23

3.3.3.	Proximidade .....	24
3.4.	Características dos Sistemas de Localização das WSN .....	24
3.5.	Sistemas de Localização.....	25
3.5.1.	Active Badge [6] .....	25
3.5.2.	Active bat [54].....	26
3.5.3.	Cricket [5] .....	26
3.5.4.	Easy Living [55].....	27
3.5.5.	GPS [2].....	27
3.5.6.	GPS-free positioning in mobile ad hoc networks [45] .....	28
3.5.7.	Indoor Location and Orientation Determination for Wireless Personal Area Networks [56].....	32
3.5.8.	Localize Vehicles Using Wireless Traffic Sensors [57].....	34
3.5.9.	Projecto LOPES [7] [8] .....	35
3.5.10.	CC2431 Location Engine [14] .....	36
4.	Algoritmo Desenvolvido .....	37
4.1.	Introdução .....	37
4.2.	Pressupostos para a Criação do Algoritmo.....	38
4.3.	Cálculo Proposto para as Coordenadas .....	38
4.3.1.	Três Pontos Fundamentais .....	39
4.3.1.1.	Eixo das abcissas (X) .....	39
4.3.1.2.	Eixo das ordenadas (Y) .....	39
4.3.2.	Outros Pontos do Sistema .....	40
4.3.2.1.	Cálculo com recurso ao ponto referência e aos pontos que ajudam a definir os eixos cartesianos.....	41
4.3.2.2.	Cálculo com recurso ao ponto de referência, ao ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas e a um outro ponto já com coordenadas definidas .....	43
4.3.2.3.	Cálculo com recurso ao ponto de referência, ao ponto que ajuda a definir o eixo das ordenadas e a um outro ponto já com coordenadas definidas .....	53
4.3.2.4.	Cálculo com recurso ao ponto de referência e a outros dois pontos já com coordenadas definidas .....	63
4.4.	Algoritmo Proposto (Diagrama de Blocos).....	96

4.5. Modelo de Funcionamento da Rede de Sensores .....	100
5. Resultados .....	103
5.1. Pressupostos .....	103
5.2. Algoritmo traduzido para M-Código.....	104
5.2.1. Diagrama de Blocos do Código em Teste .....	104
5.2.2. Código .....	104
5.3. Considerações a ter na Construção da WSN Virtual.....	107
5.4. Testes e Resultados .....	108
5.4.1. Distâncias sem erros .....	110
5.4.2. Distâncias com erros .....	114
6. Conclusões e Trabalho Futuro.....	121
Anexo A .....	123
Anexo B .....	125
Anexo C .....	137
Bibliografia .....	139



## Índice de Figuras

Figura 1 – Exemplo de WSN .....	6
Figura 2 – Exemplo de um dispositivo pertencente a uma WSN.....	6
Figura 3 – Posicionamento das WSN relativamente a outras tecnologias de redes sem fios [11] .....	7
Figura 4 – Topologia estrela.....	8
Figura 5 – Topologia <i>peer-to-peer</i> .....	9
Figura 6 – Topologias de rede <i>ZigBee</i> .....	9
Figura 7 – Pilha protocolar do <i>Bluetooth</i> .....	13
Figura 8 – Camadas especificadas pelo IEEE 802.15.4.....	14
Figura 9 – Bandas de frequência usadas pelo <i>ZigBee</i> [32] .....	14
Figura 10 – Arquitectura da <i>stack ZigBee</i> [16].....	15
Figura 11 – Gráfico da relação BER Vs SNR de várias tecnologias [32].....	15
Figura 12 – Categorias dos protocolos de <i>routing</i> em WSN.....	18
Figura 13 – Técnicas de Localização em WSN .....	20
Figura 14 – Triangulação a usar lateração a) e angulação b) .....	21
Figura 15 – Método TDoA.....	22
Figura 16 – Método ToA.....	23
Figura 17 – Características dos sistemas de localização das WSN.....	24
Figura 18 – <i>Active Badge</i> .....	25
Figura 19 – Transmissor móvel do <i>Active Bat</i> [54].....	26
Figura 20 – Módulo Cricket .....	26
Figura 21 – Projecto Easy Living [55] .....	27
Figura 22 – Sistema GPS .....	27
Figura 23 – Distâncias entre nós e construção do sistema de coordenadas relativo [45].....	28
Figura 24 – Exemplo de como é obtida a posição do nó j no sistema de coordenadas do nó i [45]	29
Figura 25 – Exemplo das duas situações possíveis de correcção do sistema de coordenadas do nó k [45] .....	30
Figura 26 – Cálculo das novas coordenadas dos pontos [45].....	31
Figura 27 – <i>Location Reference Group</i> [45] .....	32
Figura 28 – Mapa com a possível localização dos sensores fixos e dos móveis [53] .....	33
Figura 29 – Componentes principais do sistema [53] .....	34
Figura 30 – a) Sensys usado no controlo de semáforos [59]; b) Sensys usado no controlo de tráfego [59].....	34
Figura 31 – a) Funcionamento por proximidade [8]; b) funcionamento com redes neuronais [8]... 36	36
Figura 32 – CC2431 <i>location engine</i> [14].....	36
Figura 33 – três pontos de um sistema .....	39
Figura 34 – Eixo virtual das abcissas .....	39
Figura 35 – Ponto sobre o eixo virtual das abcissas (1) .....	40
Figura 36 – Ponto sobre o eixo virtual das abcissas (2) .....	40
Figura 37 – Distâncias respectivas ao ponto C.....	40
Figura 38 – Eixo virtual das ordenadas .....	40
Figura 39 – Cálculo do ponto D através dos pontos eixo (1) .....	42
Figura 40 – Cálculo do ponto D através dos pontos eixo (2) .....	42
Figura 41 – Cálculo do ponto D através dos pontos eixo (3) .....	43

Figura 42 – Cálculo do ponto C através dos pontos eixo (4) .....	43
Figura 43 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (1) .....	44
Figura 44 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (2) .....	44
Figura 45 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (3) .....	44
Figura 46 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (4) .....	44
Figura 47 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (5) .....	45
Figura 48 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (6) .....	45
Figura 49 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (7) .....	45
Figura 50 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (8) .....	45
Figura 51 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (9) .....	46
Figura 52 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (10) .....	46
Figura 53 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (11) .....	46
Figura 54 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (12) .....	46
Figura 55 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (13) .....	47
Figura 56 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (14) .....	47
Figura 57 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (15) .....	47
Figura 58 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (16) .....	47
Figura 59 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (17) .....	48
Figura 60 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (18) .....	48
Figura 61 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (19) .....	48
Figura 62 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (20) .....	48
Figura 63 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (21) .....	49
Figura 64 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (22) .....	49
Figura 65 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (23) .....	49
Figura 66 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (24) .....	49
Figura 67 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (1) .....	53
Figura 68 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (2) .....	54
Figura 69 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (3) .....	54
Figura 70 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (4) .....	54
Figura 71 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (5) .....	54
Figura 72 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (6) .....	55
Figura 73 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (7) .....	55
Figura 74 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (8) .....	55
Figura 75 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (9) .....	55
Figura 76 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (10) .....	56
Figura 77 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (11) .....	56
Figura 78 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (12) .....	56
Figura 79 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (13) .....	56
Figura 80 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (14) .....	57
Figura 81 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (15) .....	57
Figura 82 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (16) .....	57
Figura 83 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (17) .....	57
Figura 84 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (18) .....	58
Figura 85 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (19) .....	58
Figura 86 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (20) .....	58
Figura 87 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (21) .....	59





Figura 180 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (90).....	86
Figura 181 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (91).....	87
Figura 182 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (92).....	87
Figura 183 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (93).....	87
Figura 184 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (94).....	87
Figura 185 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (95).....	88
Figura 186 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (96).....	88
Figura 187 – Diagrama de blocos do algoritmo proposto para a estimação da coordenada dos sensores .....	97
Figura 188 – Posicionamento arbitrário de 20 sensores numa WSN .....	99
Figura 189 – Exemplo de funcionamento proposto .....	102
Figura 190 – Diagrama de blocos do algoritmo geral proposto .....	104
Figura 191 – Estrutura considerada para a conversão da base de dados .....	105
Figura 192 – Exemplo de uma WSN virtual usada para os testes.....	109
Figura 193 – Posicionamento do sistema da Figura 184 após a execução do algoritmo .....	110
Figura 194 – Dispersão dos sensores para 5% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a abcissa; b) Distribuição dos sensores pelo erro da abcissa estimado .....	118
Figura 195 – Dispersão dos sensores para 5% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a ordenada; b) Distribuição dos sensores pelo erro da ordenada estimado .....	118
Figura 196 – Dispersão dos sensores para 10% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a abcissa; b) Distribuição dos sensores pelo erro da abcissa estimado .....	119
Figura 197 – Dispersão dos sensores para 10% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a ordenada; b) Distribuição dos sensores pelo erro da ordenada estimado .....	119



## Índice de Tabelas

Tabela 1 – Comparação técnica entre vários standards de comunicação RF [33] .....	16
Tabela 2 – Aspectos a ter em consideração na construção de um protocolo para WSN.....	17
Tabela 3 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (1).....	44
Tabela 4 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (2).....	45
Tabela 5 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (3).....	47
Tabela 6 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (4).....	48
Tabela 7 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (1).....	53
Tabela 8 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (2).....	55
Tabela 9 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (3).....	56
Tabela 10 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (4).....	58
Tabela 11 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (1) .....	64
Tabela 12 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (2) .....	66
Tabela 13 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (3) .....	68
Tabela 14 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (4) .....	70
Tabela 15 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (5) .....	72
Tabela 16 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (6) .....	74
Tabela 17 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (7) .....	76
Tabela 18 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (8) .....	78
Tabela 19 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (9) .....	80
Tabela 20 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (10) .....	82
Tabela 21 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (11) .....	84
Tabela 22 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (12) .....	86
Tabela 23 – Algumas relações de vizinhança e distâncias para o caso de 20 sensores numa WSN .....	100
Tabela 24 – Estrutura da base de dados lida pelo programa .....	105



## Índice de Gráficos

Gráfico 1 – Distribuição dos vários sensores pelas várias fases do algoritmo .....	111
Gráfico 2 – Distribuição dos sensores e resultados das estimativas consoante a fase.....	111
Gráfico 3 – Número sensores errados com a variação do intervalo do ângulo (para erro zero) ....	113
Gráfico 4 – Número de sensores correctos com a variação do intervalo do ângulo (para erro menor ou igual a 1/10000000 metros).....	113
Gráfico 5 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 1/10000000 metros, para vários intervalos de erro nas distâncias .....	114
Gráfico 6 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 1/1000 metros, para vários intervalos de erro nas distâncias .....	115
Gráfico 7 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 1 metro, para vários intervalos de erro nas distâncias .....	115
Gráfico 8 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 2 metros, para vários intervalos de erro nas distâncias .....	116



## Acrónimos

ADC	<i>Analog to Digital Converter</i>
A-GPS	<i>Assisted Global Positioning System</i>
AoA	<i>Angle of Arrival</i>
BAN	<i>Body Area Network</i>
Cell-ID	<i>Cell identification</i>
FFD	<i>Full Function Device</i>
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
ISM	<i>Industrial, Scientific and Medical</i>
LOS	<i>Line Of Sight</i>
LPS	<i>Local Positioning Systems</i>
LQI	<i>Link Quality Indicator</i>
MAC	<i>Medium Access Control</i>
MANET	<i>Mobile Ad hoc NETwork</i>
MEMS	<i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i>
NLOS	<i>Non Line Of Sight</i>
PHY	<i>Physical Layer</i>
PPS	<i>Precise Positioning Service</i>
RF	<i>Rádio frequência</i>
RFD	<i>Reduced Function Device</i>
RFID	<i>Radio-Frequency Identification</i>
RS-232	<i>Recommended Standard 232</i>
RSSI	<i>Received Signal Strength Indicator</i>
RTF	<i>Roundtrip Time of Flight</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise</i>
SPS	<i>Standard Positioning Service</i>
S-UMTS	<i>Mobile Terminal Positioning over Satellite UMTS</i>
TDoA	<i>Time Difference of Arrival</i>
ToA	<i>Time of Arrival</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunication System</i>
USB	<i>Universal Serial Bus</i>

UWB	<i>Ultra-Wide Band</i>
VANET	<i>Vehicular Ad hoc NETwork</i>
Wi-Fi	<i>Wireless Fidelity</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
WPAN	<i>Wireless Personal Area Network</i>
WSN	<i>Wireless Sensor Network</i>

# Capítulo 1

## Introdução

---

### 1.1. Descrição Geral

As perguntas, “Onde estou?”, “Onde estás?”, “Estou longe ou perto?”, entre outras, são frequentes nas relações inter-pessoais da sociedade, servem para se ter uma perspectiva de posição, deslocamento e distância. O ser humano, com a experiência, adquire destreza sensorial que, em muitos casos, ajuda a responder a estas questões, mas cada vez mais o ser humano está a recorrer à tecnologia para responder a estas questões.

Nos últimos anos, a investigação na área da localização tem sido fortemente estimulada e tem como objectivo tornar a informação espacial exacta, aumentar a autonomia, diminuir os custos inerentes à tecnologia, entre outros.

Um sistema de localização é um conjunto de técnicas, algoritmos, dispositivos e aplicações computacionais que, quando conjugadas, possibilitam a obtenção de coordenadas relativas ou absolutas do elemento a localizar.

Podem ser encontrados sistemas de localização desenvolvidos nas mais diversas tecnologias, tais como: GPS (*Global Positioning System*); RFID (*Radio-Frequency Identification*); UWB (*Ultra-Wide Band*); WLAN (*Wireless Local Area Network*); ZigBee; infravermelhos; ultra-sons; contacto físico; rede celular; *bluetooth*; análise de imagens [1].

O sistema de localização mais conhecido pelo mundo inteiro, que é também a origem dos sistemas de localização, é o GPS [2]. Foi inicialmente criado pelos Estados Unidos para acções militares em ambientes *outdoor*. Este sistema é constituído por cerca de 24 satélites em órbita e por estações terrestres, obtendo-se assim as coordenadas geográficas.

Outro tipo de sistema de localização *outdoor* pode ser encontrado quando são consideradas as infra-estruturas das redes celulares e através de técnicas tais como *Assisted GPS (A-GPS)*, *Mobile Terminal Positioning over Satellite UMTS (S-UMTS)*, *Cell identification (Cell-ID)*, *Direction or Angle of Arrival (AoA)*, *Time of Arrival (ToA)* ou até mesmo a *Time Difference of Arrival (TDoA)* [3].

Existem também inúmeros sistemas de localização *indoor*, tais como o *smart floor* [4], que usa sensores em placas no chão para estimar uma posição, o *cricket* [5], que usa ultra-sons para estimação da localização, o *active badge* [6], que recorre a sinais de infra-vermelhos, o projecto

LOPES [7] [8], que permite localizar pessoas, recorrendo a sinais de radiofrequência (RF), entre outros, que serão referidos mais à frente nesta dissertação.

Os sistemas de localização sem fios, que se encontram no mercado recorrem muitas vezes a uma técnica de localização por proximidade que, por sua vez, recorre à medida de valor de RSSI (*Received Signal Strength Indicator*).

É fundamental fazer uma localização dos sensores em redes de sensores sem fios. Se a localização for suficientemente precisa, pode ser útil para o uso de protocolos de *routing* geográfico (como visto na secção 2.5). É de notar que a localização só por si é uma boa razão para investimento em investigação, uma vez que pode ser usada para cenários, tais como: armazenamento, logística, movimentações militares e civis, entre outros.

Para este tipo de aplicações serem rentáveis, convém que os custos sejam muito reduzidos, não seja necessária uma constante troca das baterias e não seja necessária uma constante intervenção técnica na organização da rede. A inclusão do GPS em cada dispositivo de um sistema de localização, torna os dispositivos mais dispendiosos financeiramente, aumenta significativamente o consumo de energia e limita o uso ao exterior de edifícios.

Os sistemas de posicionamento local (LPS – *Local Positioning System*) [9], dependem de estações base, estrategicamente posicionadas (como, por exemplo, o projecto LOPES [7] [8]), tornando-se uma sobrecarga em certas aplicações, podendo não ser viável a montagem de estações base.

Alternativamente, considere-se a situação em que se tem uma pequena quantidade de dispositivos (nós/dispositivos/sensores de referência), que obtêm a sua própria coordenada (através de GPS por exemplo) e, os restantes dispositivos da rede determinam a sua própria coordenada. A técnica de localização considerada, neste caso, será a localização cooperativa (multi-salto), que usa a informação dos vizinhos para a determinação da posição individual de cada sensor. Este tipo de sistemas de localização é inspirado nas técnicas já propostas para WLAN e para a localização na rede celular.

No âmbito desta dissertação, vai-se propor uma localização cooperativa, onde se pretende o uso de um número mínimo de dispositivos de referência. A proposta baseia-se na situação considerada anteriormente, com a única diferença de que em vez de ser uma localização determinada nos próprios dispositivos, os dados são enviados para uma base de dados e processados num computador.

Vai ser, então, proposto um algoritmo para localização em redes de sensores sem fios, onde a localização dos vários pontos do sistema é relativa a um dado dispositivo e a consulta não é local, mas sim remota.

## 1.2. Objectivos

Com esta dissertação pretende-se estudar convenientemente algoritmos de localização, quando uma rede tem capacidade de processamento limitada e os dados locais de cada dispositivo são muito vagos.

Para esta dissertação é considerada uma rede de sensores sem fios, em que a comunicação fica limitada aos sensores locais e estão posicionados a curta distância.

Assim foi realizado:

- um estudo a sistemas de localização baseados em redes de sensores sem fios;
- um estudo a algoritmos eficientes para localização tendo por princípio sensores vizinhos;
- uma proposta de um algoritmo de localização para redes de sensores sem fios, tendo por princípio sensores vizinhos (localização cooperativa).

## 1.3. Organização

Esta dissertação é composta por seis capítulos e três anexos.

No capítulo 2, é feita uma breve apresentação do que são redes de sensores sem fios, citando algumas das suas características, aplicações, *standards*, algoritmos e protocolos associados.

No capítulo 3, é feita uma apresentação aos sistemas de localização em geral, é proposta uma taxonomia para os sistemas de localização, são explicadas algumas técnicas, características e sinais usados e, por fim, são apresentados alguns exemplos de sistemas de localização e as suas implementações.

No capítulo 4, é descrito o método de obtenção das coordenadas relativas, para os possíveis posicionamentos de um sensor no sistema e é ainda apresentado um algoritmo para a implementação do método proposto em código.

No capítulo 5, são descritos os resultados obtidos no âmbito do algoritmo proposto e são explicados os erros.

No capítulo 6, conclui-se esta dissertação e apresentam-se algumas ideias para, num trabalho futuro, serem desenvolvidas.



# Capítulo 2

## Redes de Sensores Sem Fios

---

### 2.1. Introdução

As redes de sensores sem fios, também conhecidas como *Wireless Sensor Networks* (WSN) são facilmente encontradas nos mais variados cenários e aplicações, tal como vai poder ser visto na secção 2.3.

Redes de sensores sem fios consistem numa rede de dispositivos electrónicos dotados de capacidade de computação, aquisição de dados (provenientes de sensores), capacidade de comunicação sem fios e com uma fonte de energia própria.

O recurso ao uso abundante das WSN foi despontado devido ao grande avanço da indústria dos sensores, que originou que estes ficassem mais baratos e pequenos. Tal avanço é conseguido muito devido à proliferação dos *Micro-Electro-Mechanical Systems* (MEMS) [10].

Os constantes avanços na rádio frequência e no desenho de MEMS possibilitaram a utilização de grandes WSN para uma grande variedade de monitorização e de controlo de aplicações [10]. Por exemplo, com o auxílio das WSN, é possível fazer-se uma agricultura mais precisa, mais económica e com um impacto ambiental menor, em que a rega e a acção de adubar apenas são efectuadas quando necessário. Outros exemplos podem ser: na monitorização de tráfego, monitorização ambiental em tempo real, segurança de edifícios, entre outros.

Como se vai poder verificar uma WSN pode ter inúmeras aplicações e, assim sendo, o desenho de uma WSN vai depender da aplicação que se pretende, mas também não menos importante, do custo do *hardware*, das limitações do sistema, do meio em que vai ser aplicado e dos objectivos.

Na Figura 1 é apresentado um exemplo de WSN, em que os sensores estão espalhados numa dada área e é criada uma rede garantindo a comunicação entre todos os dispositivos.

Na Figura 2 é apresentado um exemplo do que um dispositivo pode conter. Na figura não está presente a fonte de energia, mas é intrínseco a cada dispositivo. Estão representados três módulos distintos, mas não autónomos, sendo eles: o módulo de comunicação, o módulo de processamento e o módulo de aquisição de dados e actuação.

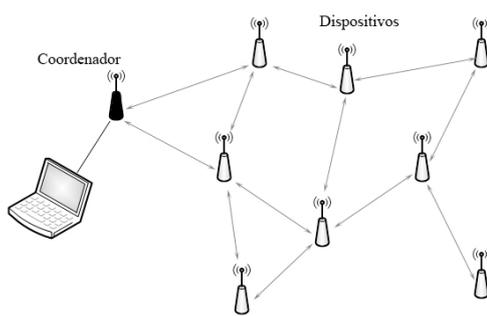


Figura 1 – Exemplo de WSN

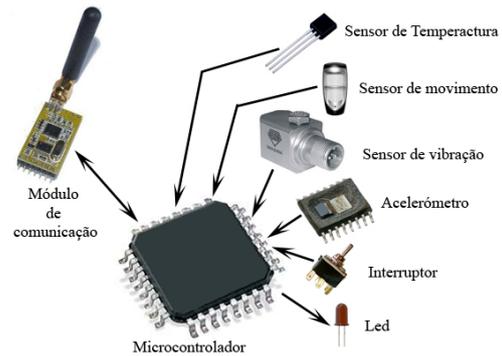


Figura 2 – Exemplo de um dispositivo pertencente a uma WSN

## 2.2. Características

Tal como já foi introduzido em 2.1, uma WSN é uma rede constituída por sensores sem fios, que comunicam entre si através de um sinal de rádio frequência (RF), e podem transmitir para os outros sensores (ou para uma estação base de monitorização), dados adquiridos por sensores de monitorização. Pode ter também como função a execução de uma dada acção no local, dependendo das aplicações pretendidas para a WSN.

Uma WSN tem inerentes algumas características muito peculiares tais como:

- funcionamento autónomo;
- fonte e ou armazenamento de energia limitada e baixo consumo (como é possível ver na Figura 3);
- mobilidade dos nós da rede e rápida reestruturação da rede caso falhe um nó da rede;
- baixa velocidade de transmissão (como é possível ver na Figura 3) e baixo alcance de comunicação;
- pouca largura de banda e Restrições de potência de sinal;
- ruído e interferência;
- sensibilidade de recepção;
- baixo custo monetário (como é possível ver na Figura 3), bem como tamanho reduzido; entre outras...

Os objectivos para os quais uma WSN é projectada, vão influenciar o tamanho da rede (número de sensores pertencentes), a topologia da rede, o posicionamento dos sensores sem fios e o custo do projecto [10].

As WSN podem ter diversas aplicações e as mais variadas formas de funcionamento, consoante a disposição dos sensores estarem ou não em ambientes austeros para a comunicação, ou mesmo para os sensores serem usadas em ambientes *indoor* ou *outdoor*, etc. Por exemplo, quando os sensores se encontram fixos [10] [12] [13], a WSN tem um dado comportamento previsto e é

possível ter uma rede bem definida; enquanto que se houver mobilidade dos sensores [10] [14], faz com que a rede necessite de uma constante actualização na sua configuração.

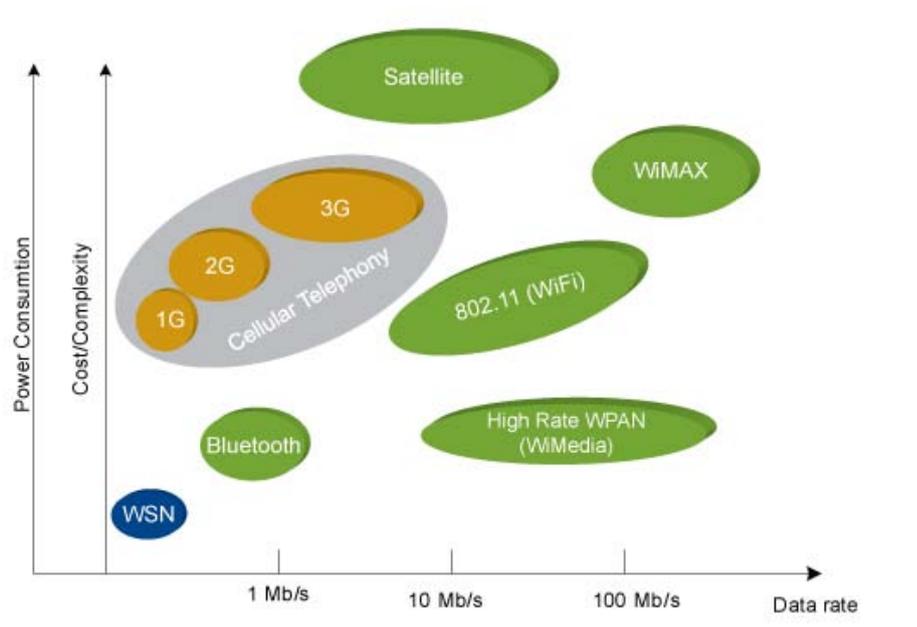


Figura 3 – Posicionamento das WSN relativamente a outras tecnologias de redes sem fios [11]

### 2.2.1. Tipos de Dispositivos

Dependendo do *standard* (que são apresentados alguns na secção 2.4), os elementos de rede têm diferentes tipos de funcionalidades que vão ser introduzidas já de seguida. Como um dos objectivos desta dissertação é propor um algoritmo de localização para sistemas de baixo consumo e curta distância, o *standard* pensado para uma futura implementação foi o *ZigBee* (baseado na norma IEEE 802.15.4). Vão então ser apresentados os dois tipos de funcionalidades que a norma IEEE 802.15.4 define para cada dispositivo, sendo também ser apresentadas as topologias de rede que a norma possibilita e, por fim, as topologias de rede do *ZigBee*.

Os dispositivos de rede, na norma IEEE 802.15.4, podem ter a função de RFD (*Reduced Function Device* – dispositivo com funcionalidades limitadas) ou de FFD (*Full Function Device* – dispositivo com todas as funcionalidades) [15].

- RFD – são dispositivos que detêm funcionalidades da norma reduzidas e são também conhecidos como *end device*. Este tipo de dispositivos, apenas pode comunicar para um FFD e não para outros RFDs. Requerem pouca memória, pouco processamento e poucos recursos para operarem [15].
- FFD – são dispositivos munidos com todas as funcionalidades que a norma disponibiliza. Assim, estes dispositivos podem actuar como coordenador de rede, como encaminhador de pacotes (*router*) ou como *end device*. Podem comunicar com

outros FFDs e RFDs. Requerem memória extra, mais processamento e consomem mais energia quando comparados com os RFDs [15].

### 2.2.2. Topologias da Norma IEEE 802.15.4 e ZigBee

As topologias de rede associadas à norma IEEE 802.15.4 são duas: a topologia em estrela (*star*) e a topologia *peer-to-peer* [15]. Nas topologias apresentadas vai ser introduzido o conceito de coordenador PAN (*Personal Area Network*).

Um coordenador PAN é um dispositivo com funções FFD, mas as principais diferenças deste para os outros FFDs da rede é que este pode ser usado para iniciar, terminar, ou fazer o *routing* da comunicação na rede.

- Estrela (*Star*) – Os vários dispositivos estão interligados na forma de estrela. Na Figura 4 está representada esta topologia, em que há um dispositivo central (coordenador) e todos os restantes dispositivos (FFDs e RFDs) comunicam apenas com o coordenador. O *routing* de dados é possível, mas apenas através do coordenador. A área de cobertura está limitada aos dispositivos à distância de um salto do coordenador [15].

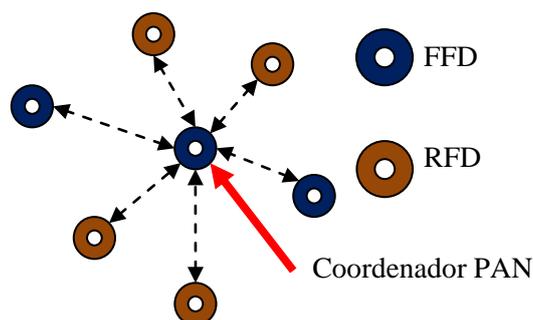


Figura 4 – Topologia estrela

- *Peer-to-peer* – Nesta topologia um dispositivo FFD pode comunicar com todos os dispositivos ao seu alcance, já os RFD apenas comunicam com o FFD associado. Uma rede com esta topologia pode cobrir uma vasta área espacial (com muitos dispositivos) e uma *frame* com dados pode percorrer vários dispositivos até alcançar o seu destino. Como tal, é necessário um protocolo de encaminhamento de pacotes [15]. Na Figura 5 está representada esta topologia.

A *ZigBee Alliance*, para o *standard ZigBee*, especificou características baseadas na norma IEEE 802.15.4 (o *standard ZigBee* é baseado na norma IEEE 802.15.4, como se vai poder ver na secção 2.4).

Os dispositivos *ZigBee* podem ser: *ZigBee coordinator* (coordenador), *ZigBee router* (*router*) ou *ZigBee end device* (*end device*). O *ZigBee coordinator* tem funcionalidades semelhantes ao coordenador PAN da norma IEEE 802.15.4, então é inerente que seja do tipo FFD; o *ZigBee router*

também é do tipo FFD, mas apenas desempenha as funções normais de um coordenador (da norma IEEE 802.15.4); por fim, os *end device*, podem ser do tipo FFD ou RFD [16].

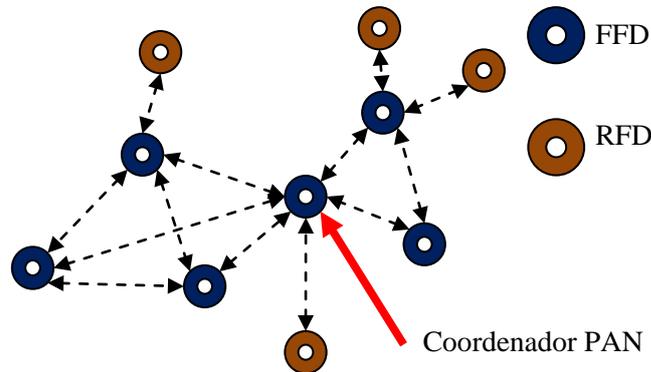


Figura 5 – Topologia *peer-to-peer*

Já para as topologias de rede, o *ZigBee* suporta as topologias em estrela (*Star*), árvore (*Tree*) e malha (*Mesh*). Na topologia em estrela (igual à da norma IEEE 802.15.4), a rede é controlada apenas por um dispositivo (coordenador) e os restantes dispositivos apenas comunicam com esse coordenador. As topologias em malha e em árvore, por sua vez, são topologias *peer-to-peer*, já explicada anteriormente. A diferença entre as topologias em malha e em árvore reside no protocolo de *routing*. Na topologia em árvore a comunicação *peer-to-peer* é feita por um algoritmo hierárquico e apresenta apenas uma rota de comunicação, já em malha, o protocolo de *routing* fornece uma panóplia de rotas para que a informação chegue ao destino. Uma representação das três topologias pode ser vista na Figura 6.

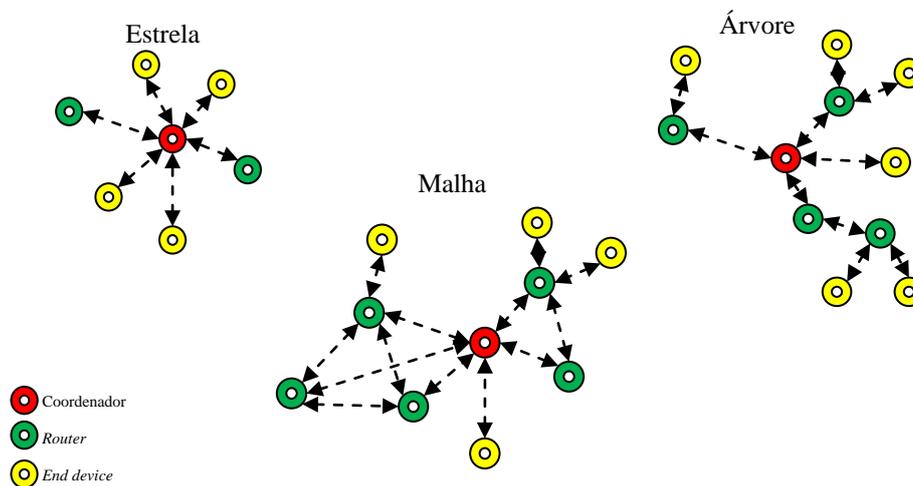


Figura 6 – Topologias de rede *ZigBee*

### 2.2.3. MANET

Nas redes de sensores com fios a distribuição dos vários dispositivos é calculada, bem definida e com uma infra-estrutura, mas nas WSN, apesar de também se poder fazer esta distribuição, tem a mais-valia de se poderem distribuir os vários sensores num local, sem a necessidade de fazer um

planeamento prévio, onde a única limitação é a garantia de que os dispositivos estejam no raio de alcance de pelo menos um outro dispositivo. Outra vantagem é a mobilidade que os dispositivos podem ter, o que torna, assim, a rede mais versátil e dinâmica.

A distribuição dos vários nós de comunicação (dispositivos) num local amplo, pode originar que um nó esteja fora do alcance do coordenador, por isso e, caso seja possível, a comunicação entre o nó e o coordenador é feita *hop-by-hop* (salto a salto entre vários nós até chegar ao coordenador). Esta estrutura resultante é uma WSN.

As WSN têm várias vantagens inerentes (relativamente a uma rede em que o posicionamento é pré-destinado), tais como: um maior número de dados adquiridos, devido ao maior número de sensores; uma vez que há mais sensores numa dada área, o sistema apresenta maior tolerância a falhas; como os dispositivos têm capacidade de processamento e de *sensing*, a WSN possibilita um pré-processamento dos dados recolhidos concomitantemente com o *sensing* e com o *routing*.

Do ponto de vista da rede, a WSN, não tem infra-estrutura disponível (nem todos os dispositivos conseguem comunicar com o coordenador e, ou, com outros dispositivos da WSN. Sendo assim os vários nós da rede participam no *routing* dos pacotes), a arquitectura de *routing* não pode ser preestabelecida (devido ao posicionamento aleatório) e a rede tem de ser auto-configurável.

Pelas características do ponto de vista de rede, vistas anteriormente, é possível equiparar uma WSN a uma rede sem fios *ad hoc*. Mas há a salientar algumas diferenças muito importantes: um nó na WSN, apresenta uma capacidade de processamento e de comunicação muito mais reduzida que numa rede *ad hoc*; outra grande diferença é o problema dos recursos energéticos, que numa WSN são muito limitados, o que provoca uma necessidade de contemplar este problema nos protocolos de *routing*. Outra diferença entre as WSN e as redes *ad hoc*, é a singularidade de cada nó, ou seja, nas redes *ad hoc*, cada nó tem um MAC *address* único, que é a identificação do nó em camadas de rede mais altas. Já nas WSN (principalmente nas que são formadas por dispositivos de baixo custo monetário), os dispositivos não apresentam uma identificação única pré-destinada, sendo esta, apenas atribuída aquando da construção e ou entrada na rede. Estes e outros factores, tais como: o grande número de dispositivos na rede (em WSN); a grande taxa de falhas de comunicação (em WSN) e o *broadcasting* frequente das WSN contrariamente ao típico *unicast* das redes *ad hoc* [10], exige novos tipos de MAC [17] [18] e protocolos de *routing* (que serão vistos em detalhe na secção 2.5) direccionados para os requisitos das WSN.

O avanço tecnológico exponencial na área das comunicações sem fios e a crescente popularidade dos dispositivos sem fios, fazem com que as redes sem fios e *ad hoc* desempenhem um papel muito importante no futuro civil e militar. Cada vez mais os acessos por fios a um *backbone* ou *access point* é limitado e a pretensão de tornar todos os dispositivos móveis e

susceptíveis à utilização em condições imprevistas e extremas, fez com que a investigação em protocolos de comunicação fosse intensificada.

Uma rede *ad hoc*, muito sucintamente, é uma rede que não apresenta uma topologia de rede preestabelecida e não têm controlo centralizado, ou seja, não necessita de um *Access point* ou um *backbone* previamente configurados. Algumas das características deste tipo de redes é a não necessidade de uma infra-estrutura, o *routing* é multi-salto, o modo de operação é distribuída ponto a ponto e, possivelmente (dependendo das exigências da rede), a mais importante, a rápida e eficiente auto-configuração da rede, caso um dispositivo saia ou entre.

Nas redes *ad hoc* o controlo de rede, bem como a responsabilidade pela organização é distribuída por todos os dispositivos a ela pertencentes.

Uma rede *ad hoc* móvel (*Mobile Ad hoc Network* - MANET), é constituída por dispositivos móveis, com capacidade de comunicação sem fios, o que faz com que a topologia da rede sofra mudanças rápidas e inesperadas. Nas redes móveis, quando se pretende trocar dados entre diferentes dispositivos da rede, que não estejam em ligação directa, vai ser necessário efectuar um *routing* multi-salto. Assim sendo, cada dispositivo actua tanto como router como *host* e, assim, todos os dispositivos têm uma participação activa na manutenção e descoberta de rotas.

Alguns cenários em que é possível encontrar redes *ad hoc* são por exemplo: situações de partilha de informação durante uma conferência, situações de catástrofe e emergência, táticas militares no campo de batalha, entre outras.

As MANETs podem ser encontradas em diversos tipos de rede, como por exemplo, na *body area network* (BAN) [19] [20], *vehicular ad hoc network* (VANET) [21] [22] [23], redes sem fios (wi-fi) e em redes de sensores sem fios (WSN).

Dentro das comunicações sem fios, as MANET podem ser encontradas mais frequentemente quando em comunicações como *Bluetooth*, IEEE 802.11 e *Ultra-Wide Band* (UWB). Contudo, cada uma destas redes combinadas com o tipo de comunicação, impõe vários desafios na construção de algoritmos/protocolos.

### 2.3. Aplicações

As WSN podem ser classificadas em duas categorias diferentes, uma dedicada apenas à monitorização, que foi a área principal para o desenvolvimento das WSN, e a outra dedicada à localização.

Podem ser encontrados muitos trabalhos na área da monitorização ainda em investigação ou mesmo já implementados e variam por diversas áreas de implementação, que podem ser em ambientes militares, empresariais, habitacionais [24] e hostis (vulcões [25] [26] e vida selvagem), locais públicos, investigação académica, entre outros.

Alguns trabalhos realizados na área da monitorização são por exemplo:

- “*Macroscopic of redwoods*” [27], onde que é feita a monitorização à temperatura, à humidade relativa, etc. Os sensores são colocados em diferentes altitudes de uma árvore;
- “*Data Collection, Storage, and Retrieval with an Underwater Sensor Network*” [28], onde se faz uma monitorização a corais;
- “*Deploying a wireless sensor network on an active volcano*” [25], onde são usadas WSN para monitorização de actividade sísmica;
- “*Wireless Sensor Networks for Home Health Care*” [24], onde é feita uma monitorização a pacientes, para prevenir complicações de saúde;
- “*A context aware wireless body area network (BAN)*” [20] e “*A wireless body area network of intelligent motion sensors for computer assisted physical rehabilitation*” [19], onde é feita uma monitorização dos sinais vitais de um ser humano;
- “*Car-to-car communication*” [23], onde pode ser visto que há muitos trabalhos na área das VANETs.

Quanto a trabalhos realizados na área da localização também existem em grande quantidade, é o caso dos:

- ZebraNet [29], em que é feito o *tracking* da migração de animais;
- MAX [30], usado para localização de objectos em locais de trabalho ou públicos;
- Projecto LOPES [7], que consiste na localização de pessoas em ambientes *indoor*.

E muitos outros que vão ser mais aprofundados no capítulo 3, onde se vai falar mais detalhadamente dos métodos de localização.

## 2.4. Standards

Tal como foi visto, as WSN usam sinais RF para comunicar entre os vários elementos da rede. Apesar de existirem muitos *standards* (alguns apresentados na Tabela 1), nesta secção vão ser apresentados apenas os de sinais RF de curto alcance e baixo consumo mais comuns, é o caso do *Bluetooth* (IEEE 802.15.1), IEEE 802.15.4 e do *ZigBee*.

Os *standards* definem quais as funções e protocolos necessários para que os vários nós de uma rede comuniquem entre si.

- *Bluetooth* – Opera na banda dos 2.4GHz. Na Figura 7 é possível ver as camadas especificadas por este *standard* [31].

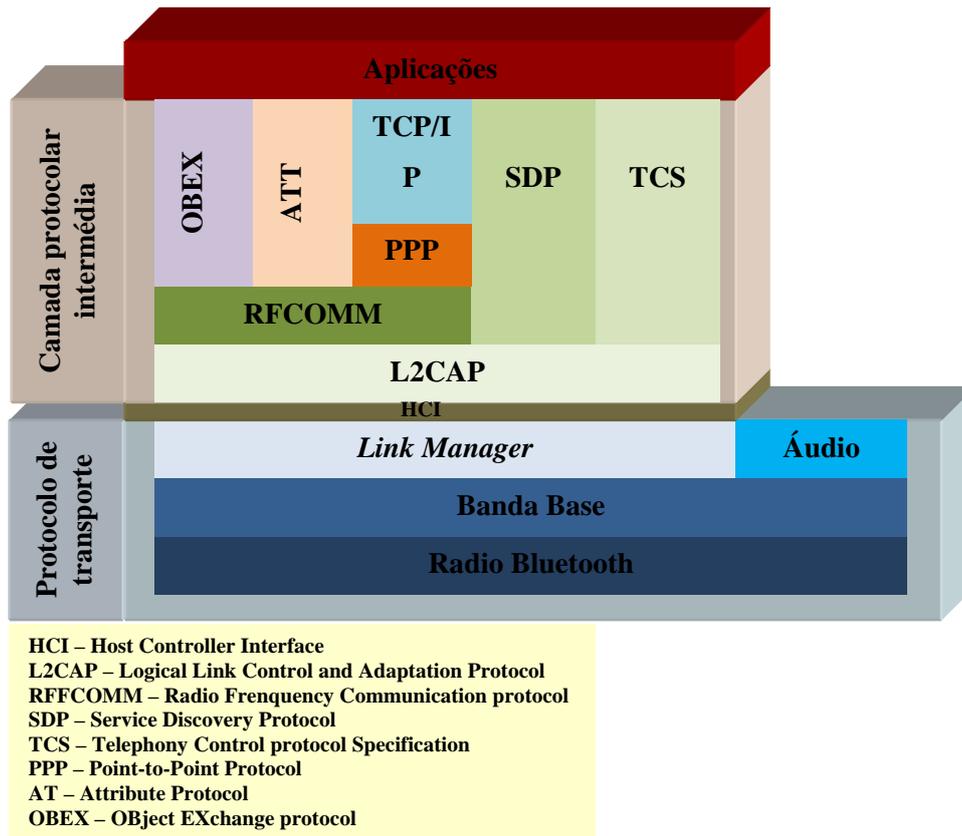
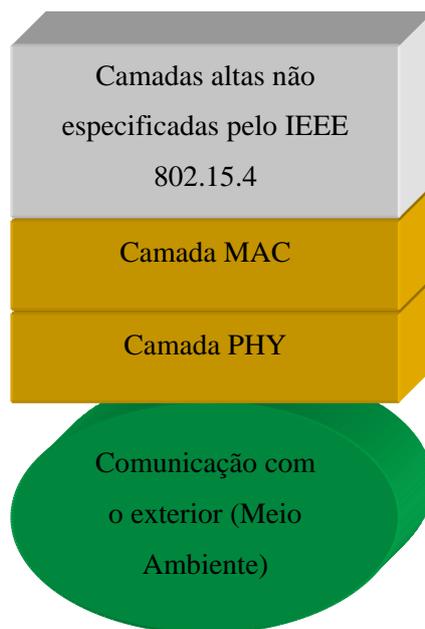


Figura 7 – Pilha protocolar do *Bluetooth*

- IEEE 802.15.4 – Especifica as bandas de frequência em que deve operar (uma das seguintes bandas livres: 868-868.6MHz exemplo da Europa; 902-928MHz exemplo da América do Norte e 2400-2483.5MHz em todo o mundo) e as camadas mais baixas de comunicação, a camada PHY (*Physical Layer*) e a MAC (*Medium Access Control*) (Figura 8) [15].
  - PHY – Camada responsável pela codificação e modulação do sinal, pela correcção do erro e pela estimação da potência do sinal recebido (RSSI e LQI) [15].
  - MAC – Camada responsável pela comunicação directa entre dois nós da rede, que engloba os frames da mensagem e a validação dos mesmos, o endereçamento e o acesso ao canal [15].

Como vai ser possível verificar as camadas mais altas são deixadas ao critério de consórcios (caso da *ZigBee Alliance* que definiram as especificações para o *ZigBee*) ou até mesmo de empresas que pretendam usar a norma.



**Figura 8 – Camadas especificadas pelo IEEE 802.15.4**

- *ZigBee* – Tecnologia baseada na norma IEEE 802.15.4 [16], como tal opera nas mesmas bandas de frequência (Figura 9).

Frequency Band	License Required?	Geographic Region	Data Rate	Channel Number(s)
868.3 MHz	No	Europe	20kbps	0
902-928 MHz	No	Americas	40kbps	1-10
2405-2480 MHz	No	Worldwide	250kbps	11-26

**Figura 9 – Bandas de frequência usadas pelo ZigBee [32]**

A *ZigBee Alliance* define apenas as camadas de rede, segurança e aplicação, enquanto, as camadas PHY e MAC são definidas pela norma IEEE 802.15.4, tal como pode ser visto na Figura 10 [16].

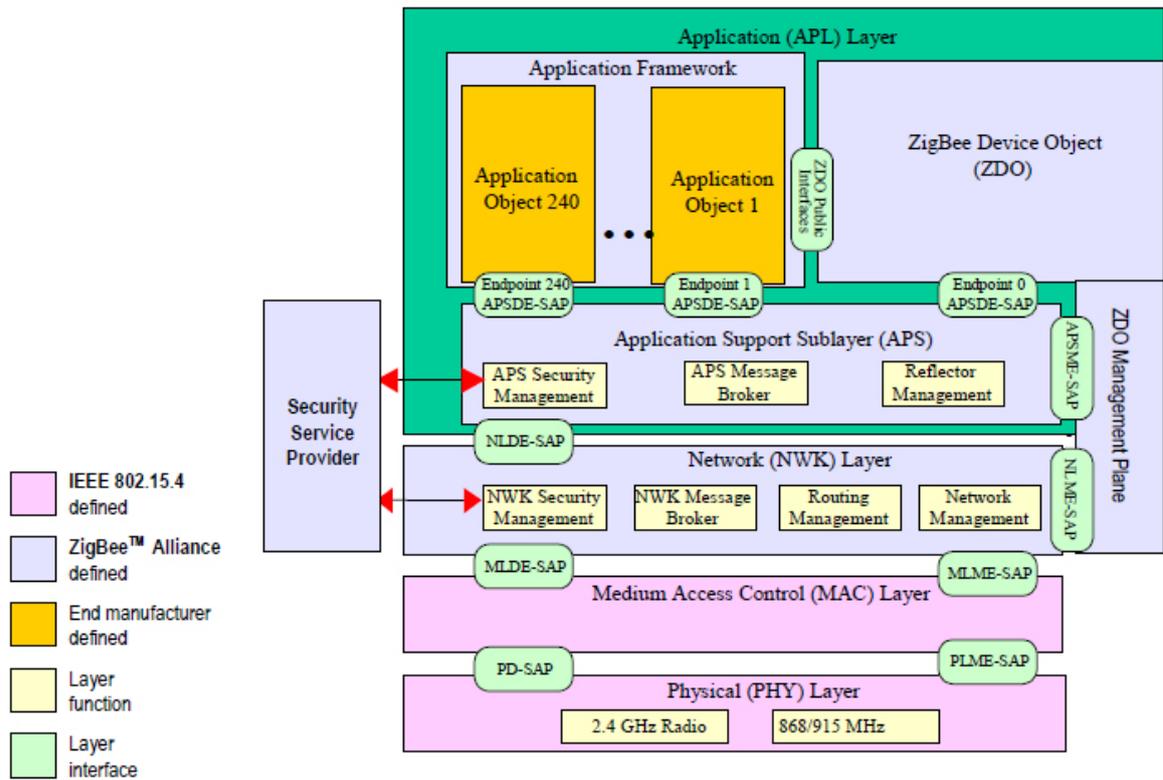


Figura 10 – Arquitectura da stack ZigBee [16]

Em comparação com o *Bluetooth*, o *ZigBee* apresenta um bom desempenho em ambientes com um SNR (*Signal-to-Noise*) baixo (como é possível verificar na Figura 11) [32], taxas de transmissão de dados baixas e um consumo energético também baixo.

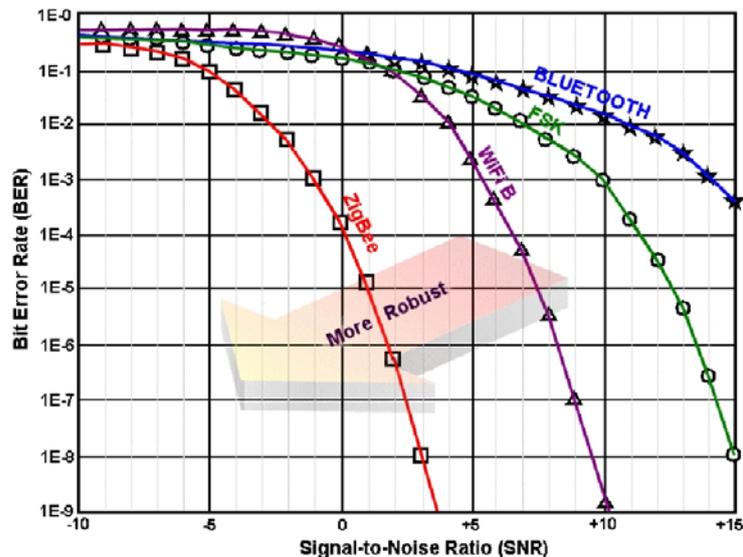


Figura 11 – Gráfico da relação BER Vs SNR de várias tecnologias [32]

Na Tabela 1 está-se a fazer uma comparação técnica entre vários *standards*, entre eles o *ZigBee* e o *Bluetooth* (aprofundados atrás).

Tabela 1 – Comparação técnica entre vários standards de comunicação RF [33]

		ZigBee	Bluetooth	802.11b	802.11g	802.11a	802.11n	UWB
Throughput	Mbps	0.03	1-3	11	54	54	200	200
Max range	ft	75	30	200	200	150	150	30
Sweet spot	Mbps-ft	.03@75	1-3@10	2@200	2@200	36@100	100@100	200@10
Service	bps-ft <sup>2</sup>	530	314M	251G	251G	1.13T	3.14T	62G
Power	mW	30	100	750	1000	1500	2000	400
BW	MHz	0.6	1	22	20	20	40	500
Spectral efficiency	b/Hz	0.05	1	0.5	2.7	2.7	5	0.4
Power efficiency1	mW/Mbps	1000	100	68	19	27	10	2
Power efficiency2	mAh/GB	2211	67	46	12	18	7	1.3
TTGB	Time	3.1 day	2.2 hr	12 min	2.5 min	2.5 min	40 sec	40 sec
Price	US\$	\$2	\$3	\$5	\$9	\$12	\$20	\$7

## 2.5. Algoritmos e Protocolos Associados às Redes Sem Fios

Como já foi referido, o aumento do uso de redes sem fios e de aparelhos móveis, originou uma intensificação na investigação de algoritmos e protocolos, direccionados para as MANETs e WSN.

Devido à mobilidade dos dispositivos, a constante alteração da topologia de rede é um dos maiores problemas para se fazer o *routing* de mensagens entre dispositivos. Este, em conjunto com a capacidade limitada das estações base para o controlo de mensagens e, com a limitação de consumo de energia, forma os três grandes motivos para o crescente aparecimento de protocolos e algoritmos de comunicação e *routing*.

Nas comunicações sem fios é necessário ter em consideração, várias características imprevisíveis: a força do sinal e a propagação pode variar com o meio físico e com o decorrer do tempo; pode coincidir que a transmissão de vários dispositivos ocorra ao mesmo tempo, bem como a recepção; a largura de banda disponível é limitada; é necessário ter em consideração que são dispositivos com pouca capacidade de energia e processamento.

Como se pode ver, a criação de protocolos para este tipo de redes é complicado e com inúmeras variáveis. Nesta secção vão ser apresentados alguns protocolos que têm em consideração todas ou algumas das características vistas.

Com o objectivo de maximizar o tempo de vida de uma rede sem fios é necessário que um protocolo seja idealizado desde o início com o objectivo de uma gestão eficiente de recursos energéticos [10].

Como já foi visto e se pode verificar na Tabela 2, os recursos energéticos são apenas um dos vários aspectos que é necessário ter em consideração na criação de um protocolo.

Tabela 2 – Aspectos a ter em consideração na construção de um protocolo para WSN

	Causas	Exemplo	O protocolo deve:
<b>Recursos energéticos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tamanho dos dispositivos limita o tamanho das baterias.</li> <li><i>Hardware e software</i> precisam de ter em consideração a eficiência energética</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>A compressão de dados reduz a energia gasta na transmissão, mas aumenta o consumo devido ao processamento da informação.</li> <li>Em certas aplicações um dispositivo pode “acordar” apenas para efectuar algumas funções e por um curto espaço de tempo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fazer uma boa gestão dos recursos energéticos disponíveis, com atenção nos casos apresentados nos exemplos.</li> </ul>
<b>Tolerância/Falhas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muitas vezes são usados em ambientes rígidos.</li> <li>São vulneráveis.</li> <li>Falhas de hardware</li> <li>Falha de recursos energéticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Caso um dispositivo falhe, é necessário que seja rapidamente encontrado um caminho alternativo para o <i>routing</i> das mensagens.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Detectar as falhas o mais cedo possível.</li> <li>Ser robusto para aguentar um número significativo de falhas.</li> <li>Manter a funcionalidade da rede.</li> <li>Mais relevante para protocolos de <i>routing</i>.</li> </ul>
<b>Transmissão</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vários tipos de comunicação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>A comunicação tradicionalmente é feita na banda ISM (<i>Industrial, Scientific and Medical</i>).</li> <li>Comunicação óptica ou por infravermelhos (virtualmente não sofrem de interferências).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>O protocolo deve ter em conta o tipo de transmissão a usar.</li> </ul>
<b>Escalabilidade</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Uma rede pode conter uma grande quantidade de dispositivos (grande densidade de dispositivos numa dada área).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Para se ter uma grande resolução nos dados obtidos pelos sensores, num curto espaço podem-se ter vários sensores, o que vai reduzir o erro.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ser escalável e manter o desempenho adequado, para redes grandes.</li> </ul>
<b>Limitação de hardware</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>O acréscimo de unidades extra além das unidades base, tem custos monetários e de energia extra.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>No mínimo cada sensor necessita de uma unidade de <i>sensing</i>, uma de alimentação, uma de processamento e uma de comunicação.</li> <li>Pode conter mais unidades de <i>sensing</i>, unidades de localização, etc.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>O protocolo deve ter em conta o <i>hardware</i> em uso.</li> </ul>

Um dos maiores desafios na construção de algoritmos e protocolos é o facto da topologia de rede ser dinâmica, o que vai afectar a disponibilidade de caminhos por onde a mensagem possa circular.

O *routing*, nas WSN, tem uma grande importância na conservação de energia, mas pode também ser direccionado para estratégias de endereçamento de mensagens baseadas no seu conteúdo, bem como na localização de cada nó.

Como é possível ver na Figura 12, pode-se agrupar os vários protocolos de *routing* por categorias, sendo mencionados alguns trabalhos realizados no âmbito de cada uma. As categorias são baseadas na função em que a rede vai ser usada.

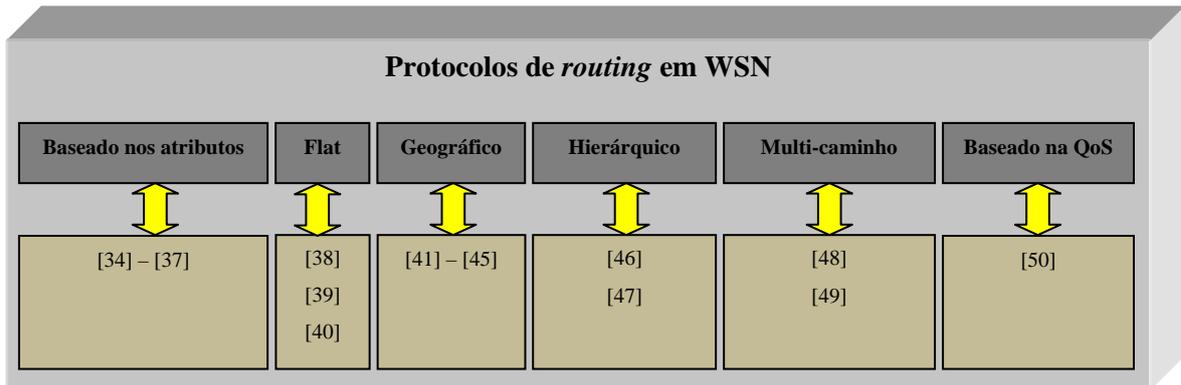


Figura 12 – Categorias dos protocolos de *routing* em WSN

# Capítulo 3

## Sistemas de Localização

---

### 3.1. Introdução

Como foi visto em 2.3, as WSN têm uma vasta gama de aplicações e, entre elas, estão os sistemas de localização sem fios, mas um sistema de localização não necessita obrigatoriamente de ser sem fios. Nesta secção vai-se falar dos sistemas de localização de um modo geral. Vão ser apresentados vários sistemas de localização e, posteriormente, serão examinadas ao pormenor algumas das características e técnicas mais importantes, para o caso da localização em WSN.

### 3.2. Requisitos para Fazer Localização em Redes de Sensores

A natureza das aplicações e as limitações impostas pelo *hardware* e pela infra-estrutura (quando tem), são quem dita o resultado final do sistema de localização, então para se projectar um sistema de localização é necessário ter em consideração vários requisitos.

São eles:

- localização remota ou local – uma localização remota é quando a localização é efectuada por uma estação remota (*Access point* ou computador pessoal), enquanto uma localização local é efectuada pelos próprios sensores. Uma localização remota apresenta desvantagens como escalabilidade e custo de comunicação já a localização local pode exigir que cada dispositivo esteja munido de mais capacidade de processamento e de armazenamento de dados;
- localização absoluta ou relativa – sistemas de localização como o GPS, usam uma localização absoluta, uma vez que dá a posição em latitude, longitude e altitude com respeito às coordenadas terrestres. Mas, como alternativa é também possível fazer-se uma localização estimada relativamente a uma referência, como uma estação base, por exemplo. Em quase todas as aplicações de redes de sensores, apenas se encontra localização relativa, usada principalmente para monitorização, processamento e comunicação. É de notar que uma localização relativa pode ser convertida para localização absoluta, bastando conhecer um ponto com localização absoluta;
- exactidão e precisão – a precisão descreve a consistência da localização estimada, para se ter uma ideia, um aparelho de GPS dos carros, apresenta um erro menor a 10

m, com uma precisão de 95%. A exactidão exprime a proximidade do valor estimado com o valor real. A exactidão depende de uma série de factores e, um deles, é a granularidade, que descreve a menor distância mensurável do dispositivo. A granularidade depende da tecnologia e do método usado;

- dinamismo dos nós – um sistema de localização necessita estar continuamente a executar a estimação da localização, caso os nós da rede estejam em constante movimento. A taxa de repetição vai depender da dinâmica da rede e está limitada à carga que o processo de estimação tem sobre a unidade de processamento;
- requisitos de comunicação – um sistema quando está apenas a realizar localização, apenas precisa de comunicar os valores estritamente necessários, mas um sistema pode usufruir da troca de outras informações entre os nós da rede. Um receptor de GPS não transmite a localização, mas estima-a ao receber dos satélites sinais RF. Esta é uma comunicação unidireccional. Por outro lado, na maioria da localização efectuada pelos telemóveis, recorre-se às estações base para fazer a estimativa da localização. Neste caso, a comunicação já é bidireccional. A comunicação bidireccional tem vantagens, tais como: proporcionar sincronização de tempo e melhorar exactidão e precisão, mas, nas WSN, a minimização das comunicações é essencial, uma vez que a fonte de energia é limitada.

### 3.3. Técnicas de Localização em WSN

Esta secção apresenta os conceitos fundamentais usados nos sistemas de localização actuais. Como vai ser possível verificar mais à frente neste capítulo podem-se diferenciar vários sistemas de localização em relação à técnica de localização usada. As técnicas de localização estão divididas como apresentado na Figura 13.

Todas as técnicas referidas apenas fazem uma estimativa aproximada da localização, tendo todas as suas benesses e limitações individuais. Nesta secção vai-se falar e explicar cada uma delas.



Figura 13 – Técnicas de Localização em WSN

#### 3.3.1. Triangulação

A triangulação é o processo que, com o uso de distâncias ou ângulos de três pontos de referência até um ponto desconhecido, calcula a posição do ponto desconhecido, isto para o espaço a duas dimensões, para três dimensões é necessário um ponto referência adicional.

Como tal, esta técnica pode ser dividida em duas que se diferenciam na forma da determinação da localização, se através de ângulos, angulação, se por distâncias, lateração.

Qualquer uma das técnicas necessita de métodos para a medição das distâncias (RSSI, ToA e TDoA) ou dos ângulos (AoA), que é o que se vai ver de seguida.

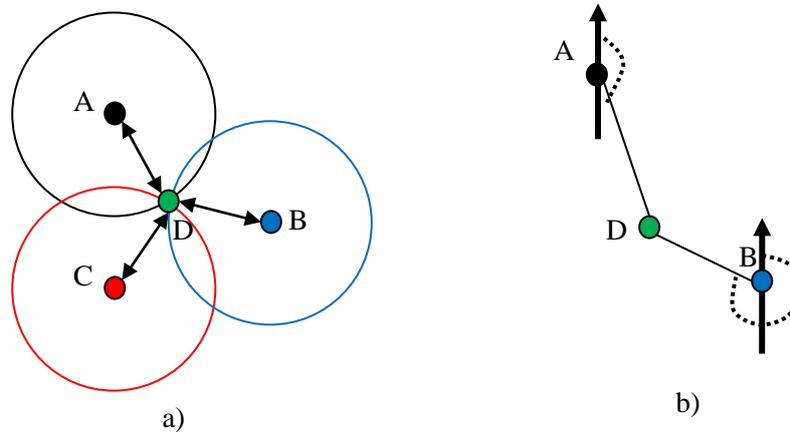


Figura 14 – Triangulação a usar lateração a) e angulação b)

Na Figura 14, estão exemplificados dois casos de triangulação: um a exemplificar a lateração, ao usar a intersecção de três círculos; e o outro a angulação.

#### 3.3.1.1. Angle of Arrival (AoA)

O método do ângulo de chegada (AoA) [51] [52], pode ser usado com o fim de implementação em sistemas de localização. Este ângulo pode ser visto relativamente ao próprio nó, em relação a uma bússola electrónica ou em relação a um segundo sinal recebido pelo nó. A estimativa do ângulo de chegada é feita com recurso a antenas directivas, ou a um *array* de antenas devidamente posicionado.

Um dos problemas deste método é o efeito de propagação *multipath*, em que o sinal recebido não é o pretendido, mas sim o resultante de reflexões, o que implica informação errada.

A necessidade de *hardware* extra e a necessidade de uma distância mínima entre os dispositivos, resultam também em desvantagens em termos de custo e tamanho.

Há também a possibilidade de se fazer uma localização híbrida, ao juntar o AoA com o ToA ou com o TDoA.

#### 3.3.1.2. Received Signal Strength Indicator (RSSI)

Este método explora uma das características da propagação dos sinais sem fios, que é a potência do sinal ficar mais fraca em função da distância. O RSSI tem como unidade o dBm, ou o *Watt*.

Se é sabida a potência do sinal quando foi transmitido, o receptor pode estimar a distância do transmissor, através da medição da potência do sinal recebido, tendo em conta o modelo de perdas e sabendo que a potência de sinal decresce com o inverso do quadrado da distância.

Existem vários modelos de perdas de propagação do sinal que podem ser divididos em dois grupos: os estatísticos (baseiam-se em medições efectuadas) e os determinísticos (baseiam-se nos fundamentos de propagação) [53].

Quando se usa este tipo de sinais, é necessário ter em consideração outros factores para além das perdas, como, por exemplo, o tipo da antena, o aparecimento de obstáculos, ruído, etc.

Este método tal como os outros, tem algumas vantagens e desvantagens. A principal vantagem é o baixo custo para a implementação deste método, uma vez que quase todos os dispositivos medem o valor de RSSI dos sinais recebidos. A desvantagem deste método é a sua susceptibilidade para ruídos, interferências e propagação *multipath*, o que provoca grandes variações nos resultados.

### 3.3.1.3. Time Difference of Arrival (TDoA)

O método TDoA, baseia-se na diferença de tempos de chegada de um ou mais sinais. Este método pode ser implementado de duas maneiras diferentes, a primeira (técnica a)), é baseada na diferença de tempo que um sinal demora entre o nó transmissor e três ou mais nós receptores; a segunda (técnica b)), baseia-se na diferença de tempo que dois sinais de natureza diferente demoram a percorrer a distância entre o nó emissor e o nó receptor.

A técnica a), é mais comum em redes celulares e necessita que os nós receptores (estações base) estejam sincronizados. A técnica b), é mais comum e indicada para WSN. Para esta técnica os nós precisam de estar equipados com *hardware* extra, possibilitando, assim, o nó a enviar dois sinais em simultâneo. Os sinais têm de ser de natureza diferente, ou seja para o caso de uma WSN, em que a comunicação seja toda em RF, uma escolha para o segundo tipo de sinal seria, por exemplo, um sinal de ultra-sons.

Na Figura 15, está exemplificada a técnica b), em que são usados dois tipos de sinal. Neste caso o emissor envia dois sinais (A e B), em que as velocidades de propagação são diferentes, como consequência, um sinal atinge o nó receptor antes que o outro e é esta diferença que é importante neste método. A distância neste caso é estimada pela expressão:  $d = (v_A - v_B)(t_2 - t_1)$ , em que  $v_A$  e  $v_B$  são as velocidades de propagação dos sinais A e B respectivamente.

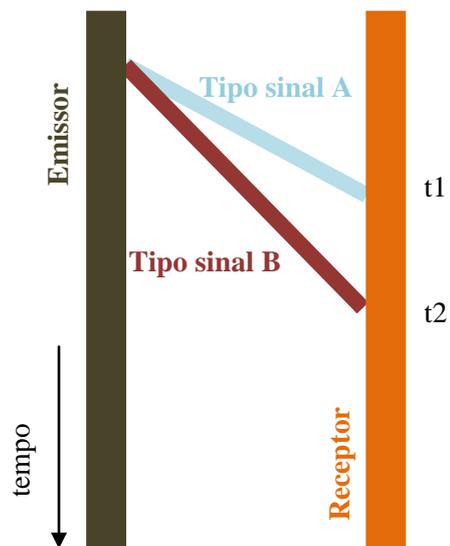


Figura 15 – Método TDoA

### 3.3.1.4. Time of Arrival (ToA)

Este método usa o tempo que um sinal demora a percorrer a distância entre o transmissor e o receptor. Este tempo por sua vez é multiplicado pela velocidade de propagação do sinal, o que vai resultar na distância percorrida.

Na Figura 16 está ilustrado um exemplo, em que o sinal é enviado pelo transmissor no instante de tempo  $t_1$ , e chega ao receptor em  $t_2$ . A distância percorrida pelo sinal neste caso é dada por:  $d = v(t_2 - t_1)$ , em que  $v$  é a velocidade de propagação do sinal.

Como é perceptível, o tempo de chegada é o parâmetro mais importante neste método. Os dispositivos necessitam de o medir com grande precisão, uma vez que, para pequenas diferenças no tempo, dá grandes erros no valor da distância. Para

que este tempo seja estimado com precisão é necessário que o transmissor e o receptor estejam sincronizados, o que torna este método de muito difícil implementação.

Tal como os métodos por RSSI e TDoA, este é prejudicado pelo ruído de sinal e pela propagação *multipath*.

Uma técnica baseada neste método é a *roundtrip time of flight* (RTOF), em que o funcionamento é similar ao de um radar. O dispositivo envia um sinal e inicia a contagem do tempo, entretanto espera pela resposta, quando esta chega, pára a contagem do tempo, depois o método do cálculo da distância é o mesmo. Neste caso, o resultado do cálculo é a distância de ida e volta.

### 3.3.2. Análise de Cenário

Esta técnica pode ser usada por dois métodos distintos, um que recorre ao processamento de imagem e o outro que recorre à medição de RSSI.

Pode-se dividir esta técnica em duas fases. Na primeira (fase *offline*), em que se efectua uma calibração, faz-se um mapa em que se podem verificar os diferentes valores de RSSI (*fingerprints*), ou uma aquisição prévia de imagens. Na segunda fase (fase *online*), é quando é estimada a localização. Para o caso de se estar a tratar de valores de RSSI, é efectuado o processamento dos valores de RSSI recebidos e, com base nos *fingerprints*, é estimada a localização. Para o caso das imagens, é corrido um algoritmo de processamento à procura de alterações na imagem antes e depois.

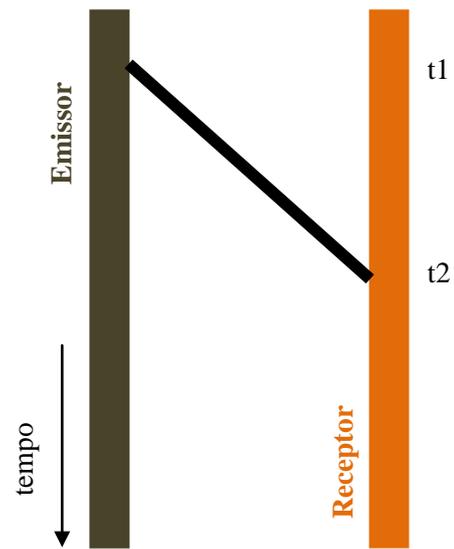


Figura 16 – Método ToA

Esta técnica apresenta como grande desvantagem, a necessidade de uma calibração do sistema. A maior vantagem em relação às outras técnicas é apresentar baixos erros devido às variações de RSSI, uma vez que o sistema é calibrado para um cenário em específico e não há muitas alterações.

### 3.3.3. Proximidade

A técnica da proximidade, tal como o próprio nome indica, devolve a localização do dispositivo devido à sua proximidade do dispositivo de referência. Ou seja, se um dado dispositivo desconhecido é detectado perto de um dispositivo de referência, sabe-se que se encontra nas redondezas do dispositivo de referência, ficando confinado ao raio de alcance da comunicação entre os dois dispositivos. Quando o dispositivo lê ou é lido por dois ou mais dispositivos referência, a localização é dada pelo que tem sinal mais elevado.

Esta técnica é comumente encontrada em sistemas que usam comunicação por infravermelhos, RFID ou até mesmo ultra-sons.

A desvantagem que esta técnica apresenta é a incerteza da localização estimada, uma vez que o dispositivo desconhecido pode estar em algum ponto dentro de um raio. A maior vantagem é o baixo custo monetário.

## 3.4. Características dos Sistemas de Localização das WSN

Todos os sistemas têm características próprias e os sistemas de localização não são excepção. Algumas das características mais importantes nos sistemas de localização estão representadas na Figura 17.

São elas:

- ambiente de operação – pode ser *indoor* ou *outdoor*. Os ambientes de operação *outdoor* são, muitas vezes, constituídos por infra-estruturas dispendiosas, mas geralmente apresentam uma área de cobertura bastante extensa. Quando *indoor*, os sistemas fazem uma cobertura bastante mais reduzida (comparativamente aos *outdoor*) e estão constantemente sujeitos a falhas de sinal RF, devido às variadas interferências e obstáculos presentes no local;
- entidade de localização – nos dispositivos de GPS para auxílio de navegação, quem efectua o cálculo e a apresentação da estimativa da posição é o próprio dispositivo, ou seja a entidade de localização é o cliente. Noutros sistemas a entidade

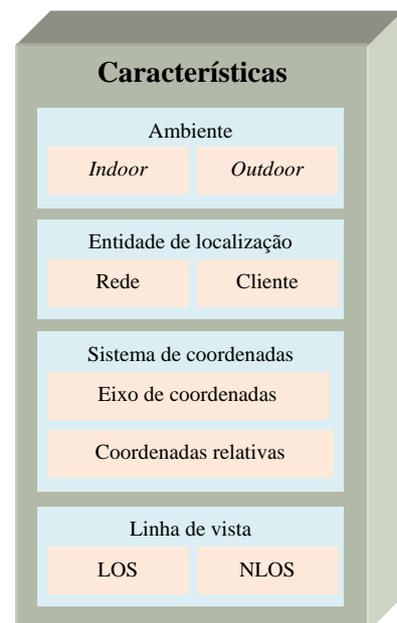


Figura 17 – Características dos sistemas de localização das WSN

responsável pode ser a rede, ou seja, a rede responsabiliza-se pela estimativa da localização. Quando a entidade de localização é o cliente, comparativamente a quando a entidade de localização é a rede, os dispositivos a localizar, necessitam de mais capacidade de processamento, consomem mais energia e são mais dispendiosos;

- sistema de coordenadas – nos sistemas de localização o sistema de coordenadas é a característica mais importante, uma vez que, todo o processo de localização é relativo a um eixo. As coordenadas nos sistemas de localização podem ser obtidas recorrendo a um eixo de coordenadas fixo ou a coordenadas relativas. Um eixo de coordenadas fixo, é quando o sistema de coordenada está definido e é sempre o mesmo, não sendo necessariamente os dispositivos a definir os eixos. Quando a localização é feita em função do sistema de coordenadas definido por outros sensores, diz-se que são coordenadas relativas;
- linha de vista – esta característica é muito importante para sistemas de localização que necessitem que a comunicação seja feita segundo uma linha recta e sem interferências, nestas condições tem-se a LOS (*line of sight*). Caso esta condição não se verifique tem-se a NLOS (*non line of sight*). A precisão de uma localização é sensível aos fenómenos de propagação RF, como: obstrução, reflexão e espalhamento. As técnicas baseadas em distâncias (ToA, TDoA e RSSI) são as mais sacrificadas e limitadas por este tipo de fenómenos.

### 3.5. Sistemas de Localização

Nesta secção vão ser apresentados vários sistemas de localização. Como vai ser possível verificar, é possível dividir os sistemas de localização em três grupos, consoante o tipo de sinal. São eles: contacto físico, imagem e sem fios.

#### 3.5.1. Active Badge [6]

O *Active Badge* é composto por crachás electrónicos, em que a informação (a sua identificação) é enviada periodicamente para uma rede de sensores. Há uma necessidade de haver uma pré-instalação da rede de sensores.

Este é um sistema que recorre à tecnologia de infravermelhos (emissores e receptores) para fazer a comunicação entre os crachás e a rede de sensores.

O crachá ao emitir o sinal é detectado por um dos sensores na rede e, assim, como todos os



Figura 18 – Active Badge

sensores da rede têm uma posição fixa e conhecida, é possível estimar a posição do crachá, baseando-se na proximidade.

Este é um sistema que apresenta um alcance reduzido (5 metros), apresenta limitações quanto ao desempenho, devido à luminosidade e quanto à área de cobertura da rede de sensores fixos.

### 3.5.2. Active bat [54]

O *Active bat*, consiste numa rede de sensores referência (espalhados no local onde é pretendida a localização), que comunicam com um controlador central, onde é calculada a posição do dispositivo móvel (*bat*), através do processamento dos vários tempos que o sinal leva a chegar a vários sensores referência.

Este é um sistema baseado no tempo de chegada (ToA) entre sinais RF e Ultra-sons.

O *bat* (Figura 19), é constituído por um vector hemisférico com cinco transdutores de ultra-sons, uma FPGA (*Field Programmable Gate Array*), um rádio de 418MHz e um microprocessador.

O método de funcionamento deste sistema é simples. Uma estação base inicia o processo de localização ao enviar um sinal RF tanto para os sensores da rede, como para o sensor móvel (*bat*). O *bat*, ao receber o sinal emite um sinal de ultra-sons para a rede de sensores. Os sensores da rede que receberam o sinal da estação base e do *bat*, medem a diferença temporal entre os dois sinais e enviam esta informação para um controlador central onde vai ser estimada a localização do *bat*.

### 3.5.3. Cricket [5]

O *cricket*, baseia-se na diferença temporal de chegada (TDoA) de vários sinais de ultra-sons e RF, para calcular a localização do sensor móvel.

Neste sistema, os dispositivos móveis (*listeners*) calculam a própria localização, enquanto os nós de referência (*beacons*), enviam um impulso ultra-sónico e simultaneamente mensagens RF informando a sua identificação e posição. Uma vez que a velocidade do sinal RF é muito superior à do som, vai haver um desfasamento temporal entre os dois sinais, desfasamento este medido pelo *listener*.



Figura 19 – Transmissor móvel do Active Bat [54]



Figura 20 – Módulo Cricket

Com o valor do desfasamento, os *listeners* têm duas alternativas para a estimação da sua posição, por triangulação, quando têm informação de vários *beacons*, ou por proximidade, quando apenas obtêm informação de um *beacon*.

#### 3.5.4. Easy Living [55]

O *easy living* é um sistema constituído por duas câmaras *stéreo* (permite uma visão binocular), ligadas directamente a dois computadores, que por sua vez estão ligados a um terceiro (*person tracker*).

As câmaras obtêm previamente imagens de uma dada região e enviam para os respectivos computadores, onde está a ser executado um programa de processamento de imagem. Esta calibração inicial serve para posteriormente o programa de processamento de imagem identificar alterações no local. As alterações detectadas, traduzidas em cores (chamadas pelos autores de *blobs*), têm várias cores e formas. Quando a alteração é proporcionada pelo corpo de uma pessoa, são agrupados os vários *blobs* da pessoa. Estes computadores ao adquirirem estas informações, por sua vez, enviam-nas para o *person tracker* que, através da informação recebida pelas câmaras/computadores, identifica e estima a posição das pessoas.

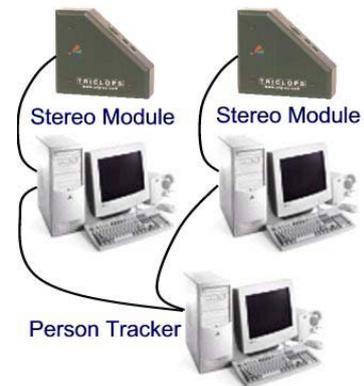


Figura 21 – Projecto Easy Living [55]

Este sistema apresenta várias desvantagens e problemas. Uma das desvantagens é a necessidade de se fazer uma calibração inicial antes de ser usado. Outro é que o sistema pode apresentar conflitos de identidades, visto que, como uma pessoa é identificada com *blobs*, apenas é necessário ter dois indivíduos a usarem vestuário igual, que o sistema apresenta erros.

#### 3.5.5. GPS [2]

O GPS é o sistema de localização mais conhecido e usado no mundo inteiro, constituído por 24 satélites. Tem como objectivo obter a localização num determinado local, em qualquer parte do mundo. Este sistema foi massificado com a adaptação para a navegação.

O GPS disponibiliza dois serviços: um destinado principalmente para as forças militares dos Estados Unidos, que dá um posicionamento preciso (*precise positioning service* - PPS); o outro está acessível para os civis e é o serviço *standard* (*standard positioning service* - SPS)

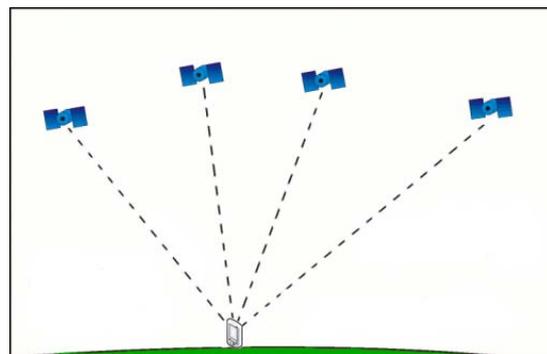


Figura 22 – Sistema GPS

Este sistema usa o método da triangulação para estimar a posição dos receptores. Os satélites enviam a sua posição, bem como um sinal de portadora. Por sua vez o receptor, estima

a sua posição por triangulação, usando as posições dos satélites e os tempos de chegada (ToA) dos sinais. Para que o receptor possa estimar a sua localização, necessita que, pelo menos, quatro satélites lhe forneçam os dados.

Apesar de ser um sistema que apresenta bons resultados e uma boa precisão, apenas funciona correctamente em ambientes outdoor e não muito austeros (com poucas estruturas que possam interferir no sinal). Outra desvantagem é o custo monetário e o grande consumo de energia.

### 3.5.6. GPS-free positioning in mobile ad hoc networks [45]

Os autores do trabalho intitulado *GPS-free positioning in mobile ad hoc networks*<sup>[45]</sup>, propõem um algoritmo para estimar o posicionamento que não necessita de uma infra-estrutura e nem recorre ao GPS.

Este trabalho vai ser analisado mais minuciosamente, tendo em conta que esta dissertação é influenciada pelos seus conceitos.

O trabalho apresentado é parte integrante do projecto *Terminode*, um projecto que investiga as redes sem fios móveis *ad hoc*. Os objectivos do projecto passam por possibilitar que os vários nós da rede tenham as funções de rede que, por norma, são os servidores e os *switches/routers* os responsáveis. Ou seja, construir uma rede escalável, descentralizada e auto-organizada. Outro objectivo é a eliminação da necessidade de infra-estrutura.

No trabalho, é descrito um algoritmo, onde cada nó estima a sua posição, recorrendo à sua informação local, sem recurso ao GPS nem a uma infra-estrutura. O algoritmo usa a distância entre os nós para criar um sistema de coordenadas da rede, tal como está exemplificado na Figura 23.

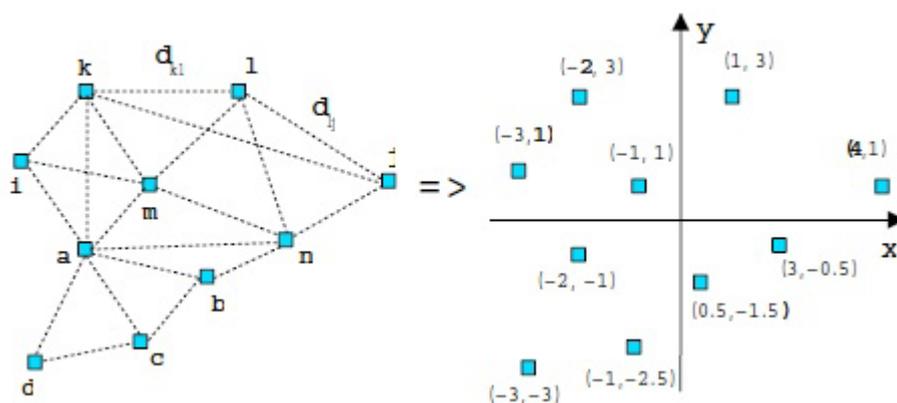


Figura 23 – Distâncias entre nós e construção do sistema de coordenadas relativo [45]

O método usado no trabalho para determinar as distâncias entre os nós da rede é, o tempo de chegada (ToA), que foi visto em detalhe na secção 3.3.

O algoritmo proposto tem como principal objectivo fornecer informação sobre a localização, apresentando uma boa exactidão e capaz de suportar as funções básicas de rede. O

algoritmo foi criado com vista a que seja possível a integração em sistemas onde o encaminhamento dos pacotes é em função da localização (*Location Aided Routing*) e em sistemas em que se faz um encaminhamento de pacotes geodésico (*Geodesic Packet Forwarding*).

Os autores apresentam duas fases de execução para a estimação da posição do nó. A primeira fase, à qual chamam *local coordinate system*, onde cada nó constrói o seu sistema de coordenadas individual; e a segunda que é o *network coordinate system*, onde a rede vai determinar a direcção do sistema de coordenadas (*coordinate system direction*), a posição de cada nó tendo em consideração a nova direcção, o ajuste das coordenadas em função da origem do eixo considerado (*position computing*) e apresenta ainda uma solução para o caso em que existe mobilidade dos nós (*location reference group*).

Na primeira fase (*local coordinate system*), os autores sugerem que cada nó de rede seja o centro do seu sistema de coordenadas, ficando assim com a posição (0,0). As posições dos seus vizinhos são posteriormente calculadas. Cada nó da rede tem de executar três passos obrigatórios nesta fase. São eles:

1. detectar os seus vizinhos de um salto (vizinhos directos);
2. medir as respectivas distâncias até esses vizinhos;
3. enviar  $K^1$  e  $D^2$  para todos os vizinhos de um salto.

Após o terceiro passo, todos os nós da rede têm conhecimento de quem são os seus vizinhos de um e dois saltos, bem como as distâncias envolvidas.

Nesta primeira fase, cada nó escolhe dois nós vizinhos de forma que as três distâncias sejam conhecidas (como no exemplo da Figura 24, em que o nó  $i$  escolhe o nó  $p$  e  $q$ ). O método de escolha dos vizinhos é mostrado em detalhe na subsecção 4.3.1, uma vez que vai ser também considerado para esta dissertação. Uma vez escolhidos os dois nós, o nó  $i$  define assim o seu sistema de coordenadas local, onde o nó  $p$  está no lado positivo do eixo das abcissas (fica com a coordenada  $(d_{ip}, 0)$ ) e o nó  $q$  tem a ordenada positiva (fica com a coordenada  $(d_{iq} \cos \gamma, d_{iq} \sin \gamma)$ ). Os autores recorrem à lei dos cossenos para determinarem o ângulo  $\gamma$ . Definidas as coordenadas destes três pontos, o cálculo das coordenadas dos nós vizinhos em comum a estes (exemplo do nó  $j$ ), passam a ser determinadas recorrendo a conceitos de trigonometria, que também serão explicados, mais em detalhe, na subsecção 4.3.2.1. Para já considere-se que as coordenadas do nó  $j$  são dadas por:

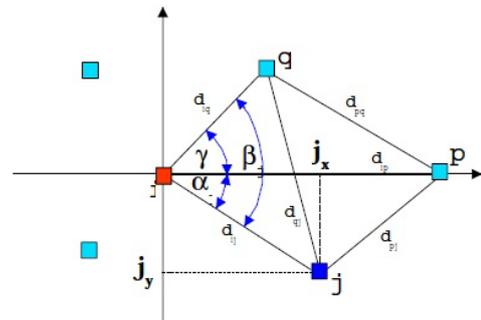


Figura 24 – Exemplo de como é obtida a posição do nó  $j$  no sistema de coordenadas do nó  $i$  [45]

<sup>1</sup>  $K$  é o conjunto de todos os vizinhos de um salto do sensor em questão.

<sup>2</sup>  $D$  é o conjunto de todas as distâncias entre o sensor em questão e os sensores vizinhos de um salto.

$$\begin{cases} j_x = d_{ij} \cos \alpha_j \\ j_y = \begin{cases} d_{ij} \sin \alpha_j & \text{se } \beta_j = |\alpha_j - \gamma| \\ -d_{ij} \sin \alpha_j & \text{se } \beta_j \neq |\alpha_j - \gamma| \end{cases} \end{cases}$$

Tal como para os pontos i, p e q, agora são considerados mais dois ângulos. Os autores realçam que a igualdade  $\beta_j = |\alpha_j - \gamma|$  nunca vai ser possível, visto que existem sempre erros nas distâncias. Esta igualdade, como visto, pode nunca ser verificada, mas é fundamental que exista, uma vez que o propósito é definir se a ordenada é positiva ou negativa. É referida a possibilidade de determinação de coordenadas de nós que não sejam vizinhos de i, p e q, mas não é ilustrado o método.

Na segunda fase (*network coordinate system*), como já foi referido, é feito um ajuste para que todos os nós tenham o mesmo eixo de coordenadas e o mesmo sentido. Após a construção das coordenadas locais pelos nós, todos eles têm como coordenada própria (0,0) e direcções diferentes.

Para esta fase os autores propõem três etapas:

- na primeira, é ajustada a direcção do sistema de coordenadas por forma a que todos os nós apresentem a mesma direcção. Para a correcção da direcção do sistema de coordenadas pode ser necessário rodá-lo e até mesmo invertê-lo, para que fique com a mesma direcção do sistema de coordenadas base. A Figura 25 está a ilustrar as duas situações, em que se pretende ajustar a direcção do sistema de coordenadas de k, para o sistema de coordenadas de j. No primeiro caso apenas se faz uma rotação do eixo de coordenadas, no segundo caso é feita a rotação e depois uma inversão;

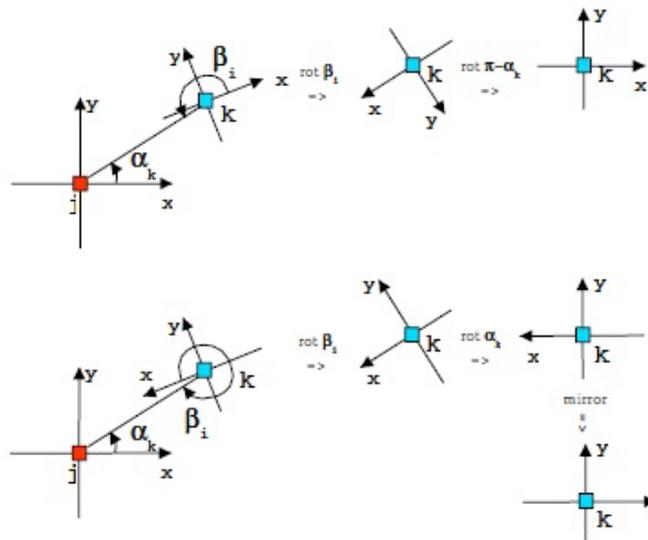


Figura 25 – Exemplo das duas situações possíveis de correcção do sistema de coordenadas do nó k [45]

- na segunda, é a etapa onde são calculadas as novas posições dos nós relativamente a um dos nós (nó referência).

Para efectuar esta etapa é necessário que os sistemas de coordenadas dos nós da rede tenham todos a mesma direcção que o sistema de coordenadas do nó referência (no caso da Figura 26, todos os nós têm de ter a mesma direcção do nó i).

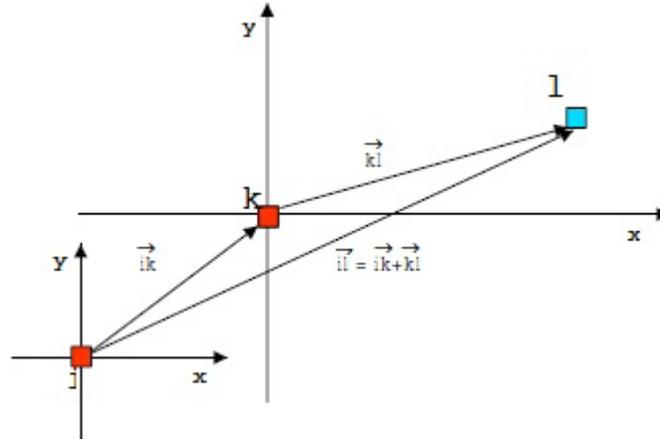


Figura 26 – Cálculo das novas coordenadas dos pontos [45]

Neste caso, todos os vizinhos do nó i, sabem a sua posição no sistema de coordenadas do nó i, visto que, já foi calculada anteriormente (na primeira fase). Mas os vizinhos de dois saltos (no caso da figura o nó l, que é vizinho de um salto do nó k), apenas têm conhecimento da sua posição nos sistemas de coordenadas dos vizinhos de um salto do nó referência. As coordenadas do nó l são, então, obtidas através da soma de dois vectores, como ilustrado na Figura 26.

O mesmo conceito pode ser aplicável para todos os nós da rede, independentemente do número de saltos que estão distanciados do nó referência. Caso um nó não consiga calcular a sua coordenada, recorrendo a este conceito, mas se comunicar com três nós que já tenham as suas coordenadas definidas, o nó em questão pode calcular a coordenada por triangulação;

- na terceira, é considerado que o sistema de coordenadas é definido por um grupo de referência, constituído por nós da rede. Na etapa anterior as coordenadas da rede são definidas pelo sensor de referência, mas sempre que o sensor referência se movimenta na rede, todos os sensores da rede têm de recalculer a sua posição, o que provoca inconsistências entre as posições reais e as calculadas. Os autores propõem, então, que o centro do sistema de coordenadas seja calculado em função da posição dos nós de rede. Ou seja, o centro do sistema de coordenadas da rede será o centro geométrico da rede e a direcção será dada pela média das direcções dos sistemas de coordenadas locais (de cada sensor).

Para este método é usado um grupo de nós (*Location Reference Group – LRG*), que são escolhidos em função da sua densidade, ou seja, na rede são formados

vários LRG e o LRG que apresentar maior densidade de nós é o escolhido para efectuar os cálculos para o sistema de coordenadas da rede. Desta forma, quando um dos nós do grupo se movimenta, as alterações não são tão significativas no LRG, logo também não são tão sentidas na rede em geral. Como é possível deduzir, quanto maior o LRG, mais estável será, mas é exigido maior capacidade de computação. Na Figura 27, está ilustrado um LRG, o seu sistema de coordenadas e a sua direcção.

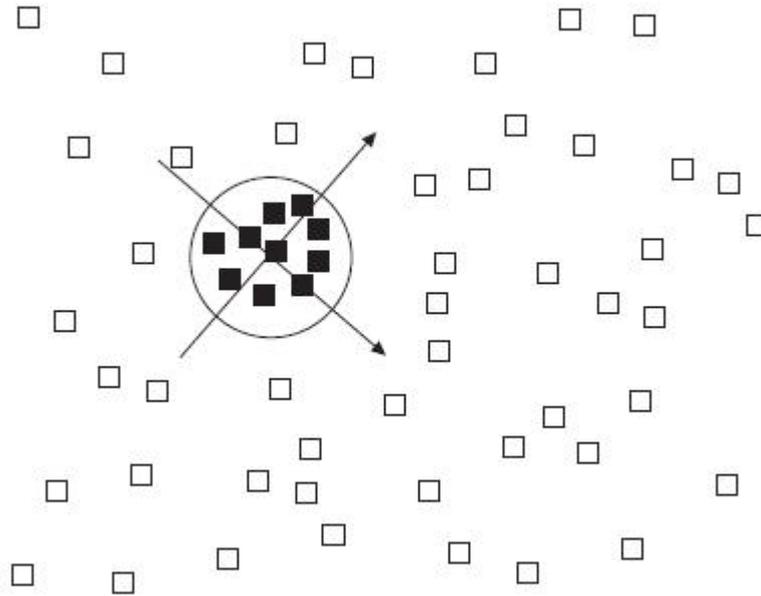


Figura 27 – *Location Reference Group* [45]

O trabalho, como se pode verificar, não é direccionado para sistemas de localização e, como é dito pelos autores, fornece informação suficiente para suportar funções de rede (*Location Aided Routing* e *Geodesic Packet Forwarding*).

### 3.5.7. Indoor Location and Orientation Determination for Wireless Personal Area Networks [56]

No trabalho é apresentado um sistema de localização *indoor* em WPAN (*Wireless Personal Area Network*) que usa a plataforma *Sun Spot*. O sistema recorre às movimentações do corpo humano e às condições físicas de movimento, para estimar a localização e a orientação de movimento do indivíduo a localizar.

A localização é estimada com recurso a valores de RSSI e a medidas obtidas a partir do acelerómetro colocado nos dispositivos móveis.

Os valores de RSSI são medidos entre as estações base fixas sem fios, pontos de referência RSSI fixos sem fios e os dispositivos sem fios móveis, distribuídos pelo compartimento onde se pretende efectuar a localização (na Figura 28 é apresentado um exemplo).

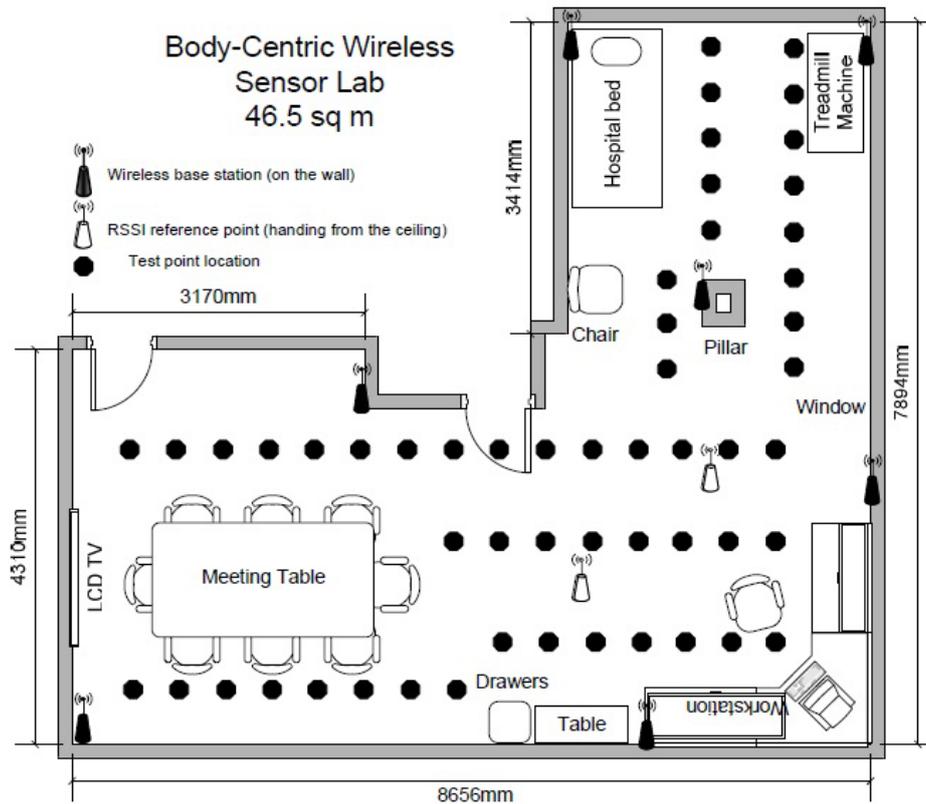


Figura 28 – Mapa com a possível localização dos sensores fixos e dos móveis [53]

O trabalho mostra que o sistema proposto apresenta uma maior eficiência computacional e precisão, comparativamente a sistemas equivalentes.

A Figura 29 mostra o diagrama de fluxo do processamento, bem como os principais componentes do sistema, são eles: o *Radio Maps Manager*; o *Radio Maps*; o *User RSSIs Converter*; e o *Location Estimator*. O sistema apresenta duas fases de funcionamento para o *Radio Map Manager*, uma *online* e outra *offline*. Na fase *offline* são recolhidos valores de RSSI de dispositivos móveis que, por sua vez, são adicionados a uma base de dados (*Radio Maps*). Na fase *online*, dependendo se existe resposta do utilizador ou não, o *Radio Maps*, será actualizado, para melhorar a precisão da estimativa. Nesta fase, ainda, o *User RSSIs Converter*, converte os dados do utilizador e faz a estimativa da localização, recorrendo também ao *Radio Maps Manager*. O recurso ao *Radio Maps Manager*, nesta fase, serve para aumentar a precisão da estimativa por comparação com os valores previamente adquiridos e alojados no *Radio Maps*.

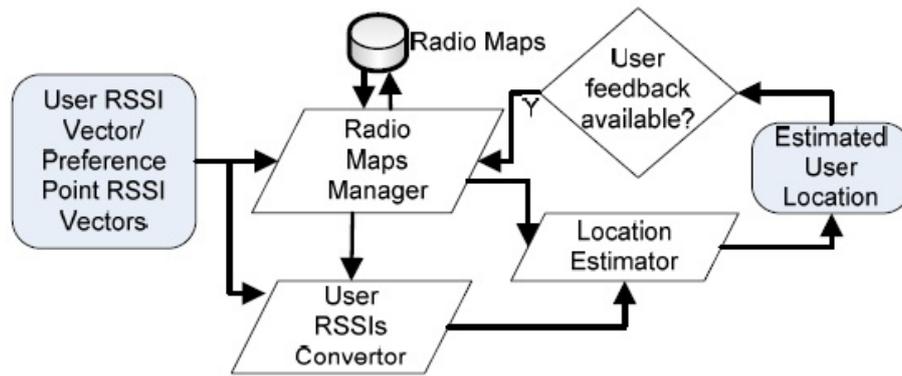


Figura 29 – Componentes principais do sistema [53]

A principal desvantagem deste sistema é a necessidade de se efectuar uma leitura dos níveis de RSSI numa fase *offline* e de ser também necessária uma infra-estrutura.

### 3.5.8. Localize Vehicles Using Wireless Traffic Sensors [57]

Os autores deste trabalho propõem um sistema de localização de veículos, alternativo ao conhecido GPS. Este sistema recorre aos sensores da *Sensys networks* [58] [59].

Estes sensores são direccionados para controlo de tráfego em estradas (Figura 30). São colocados por baixo do pavimento de forma a detectar veículos que passam por cima. Os sensores colocados no pavimento não comunicam entre si, comunicam apenas com os receptores posicionados estrategicamente.

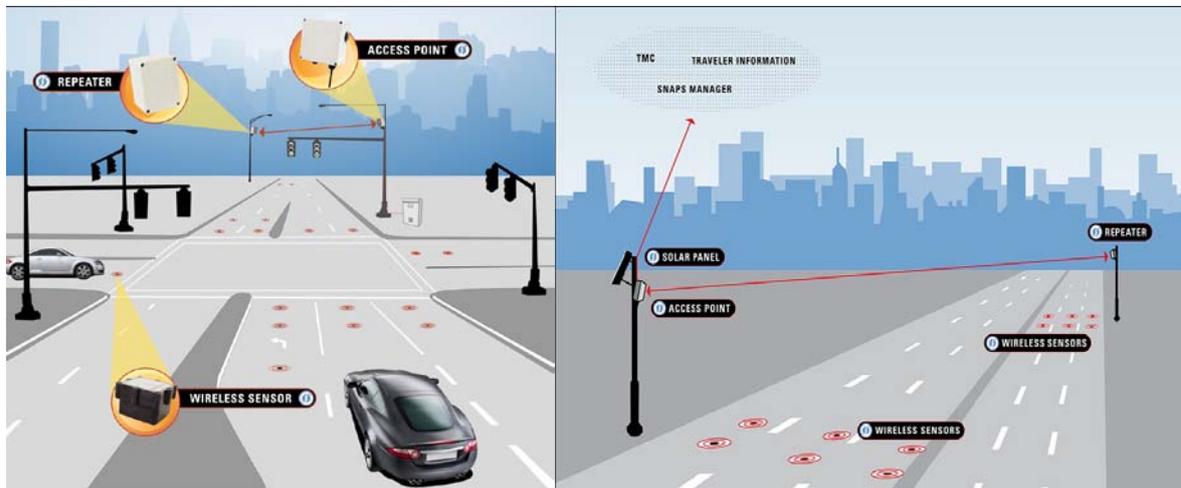


Figura 30 – a) Sensys usado no controlo de semáforos [59]; b) Sensys usado no controlo de tráfego [59].

Os autores deste trabalho propõem, então, que por cada via sejam colocados dois sensores de forma a ser possível estimar a velocidade do veículo. É pressuposto que os sensores colocados no pavimento saibam a sua posição geográfica e emitam um *broadcast* cujo conteúdo são as coordenadas geográficas.

Para se efectuar a localização, cada veículo tem um sistema que está constantemente em escuta, para receber os *broadcasts*.

O sistema de localização presente no veículo apresenta vários meios para a estimação de localização. São eles:

- posição do *beacon* – fornece as coordenadas do sensor presente na via;
- informação no mapa – a informação é apresentada num mapa que contenha as ruas em questão;
- velocidade do veículo – é possível a estimativa de velocidade actual do veículo;
- direcção do veículo – é possível determinar a direcção em que o veículo se desloca;
- RSSI – pode-se usar o valor de RSSI para fazer uma determinação mais precisa da posição;
- GPS – Pode-se recorrer ao sinal de GPS quando em espaço aberto.

Os últimos três pontos não foram discutidos no trabalho em questão, mas são propostos para trabalho futuro.

O sistema apesar de apresentar bons resultados a nível da estimação da localização, apresenta uma grande dependência da existência de infra-estrutura.

### 3.5.9. Projecto LOPES [7] [8]

Este é um projecto resultante de uma parceria académica e industrial. Tem como base a plataforma CC2431ZDK da *Texas Instruments* que permite a localização de pessoas em ambientes *indoor*. Recorre ao uso de redes neuronais para a estimação das coordenadas.

Posteriormente foram propostas melhorias e uma alternativa às redes neuronais como método de localização [8]. Algumas das propostas foram novas antenas e recurso ao método de proximidade para estimação da localização. Na Figura 31 podem ser vistos os sistemas projectados para funcionamento por proximidade e para funcionamento com redes neuronais.

São emitidas mensagens pelos dispositivos móveis (*blind node*), que são detectadas pelos sensores de referência (*ref node*). Por sua vez os sensores *ref node* trocam a mensagem entre si, até chegar ao coordenador. O coordenador por sua vez encaminha as informações que são tratadas por um dos métodos vistos.

O autor de [8] afirma que em 75% das medições efectuadas, foi verificada uma exactidão de 3 metros, com recurso às redes neuronais. Quando é usado o método por proximidade cerca de 85% das medições apresentam melhores resultados.

Este sistema tem duas fases de funcionamento. A primeira a de calibração (*fase offline*), onde se recolhe um conjunto de potências (*fingerprints*) nos *ref nodes*; A segunda é a *online*, onde é efectuada a localização com recurso aos *fingerprints* obtidos na fase *offline* e aos valores obtidos nesta fase.

Como se pode verificar, o sistema está dependente de uma calibração prévia e para que se possa efectuar a localização, necessita de uma infra-estrutura.

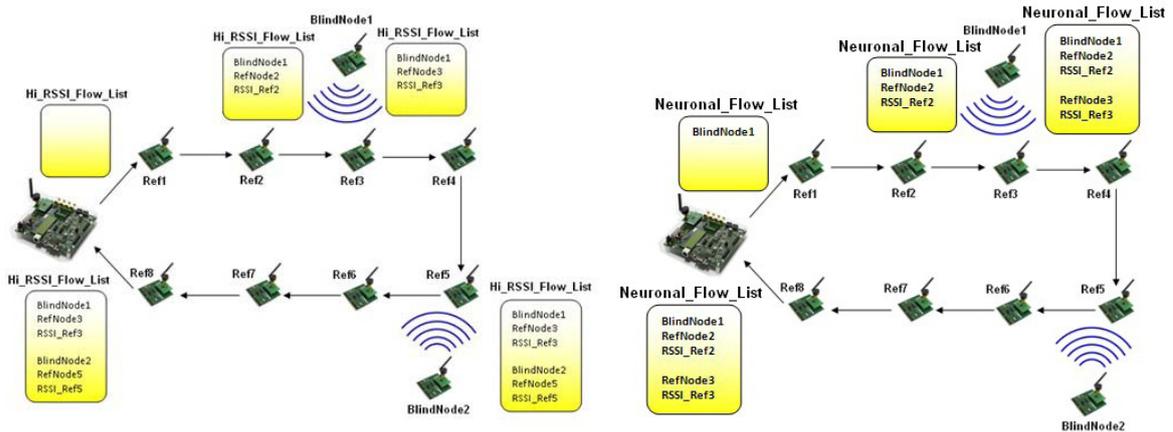


Figura 31 – a) Funcionamento por proximidade [8]; b) funcionamento com redes neurais [8]

### 3.5.10. CC2431 Location Engine [14]

O CC2431 é um chip da *Texas Instruments*, que usa o protocolo *ZigBee* e permite a localização em redes sem fios. O CC2431 inclui um módulo que permite o cálculo da posição, a que chamaram de *location engine*.

A localização nestes dispositivos é feita por três etapas, são elas:

1. é enviado um pedido de localização por um *blind node* (nó com localização desconhecida, calcula a sua localização através do *location engine*), para todos os *reference nodes* (dispositivo fixo com posição conhecida) vizinhos de apenas um salto;
2. os *reference nodes*, por sua vez, respondem ao pedido do *blind node*, com uma mensagem que contém a sua posição e o valor RSSI registado;
3. o *blind node* ao receber as mensagens de todos os seus vizinhos utiliza o *location engine* para calcular a posição por triangulação. Com a posição calculada o *blind node* envia-a para o *location dongle* (dispositivo que interliga a rede de sensores com um computador);
4. a informação é reencaminhada pelo *location dongle* para uma aplicação computacional.

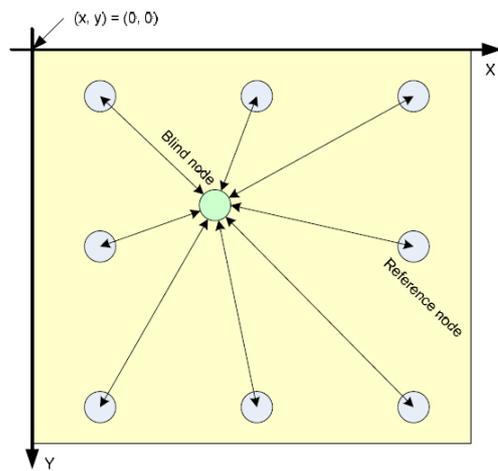


Figura 32 – CC2431 *location engine* [14]

# Capítulo 4

## Algoritmo Desenvolvido

---

### 4.1. Introdução

Tendo em consideração os objectivos desta dissertação, foi iniciado um estudo, tendo como base as várias possibilidades para a criação de um algoritmo de localização, dentro das características finais pretendidas. Chegou-se à conclusão que o melhor caminho seria usar a técnica da triangulação, mais especificamente a lateração, uma vez que esta usa apenas as distâncias entre os vários sensores, sendo assim possível de ser aplicável em qualquer tipo de sistema de localização.

Outra virtude para este algoritmo quando numa WSN, principalmente se estiver a usar uma tecnologia que possibilite a leitura de RSSI, é a de ter um baixo custo monetário.

A leitura dos parâmetro RSSI não é necessariamente exclusiva, como se vai verificar, o que se pretende é a distância entre os vários sensores vizinhos. Como já visto anteriormente, é possível obter a distância através de RSSI, ToA e TDoA.

Como foi visto no capítulo 3, há já muitas propostas de localização para WSN, mas durante o estudo não foi encontrada nenhuma com uma vertente de localização cooperativa (recorre a outros sensores para estimação de localização), aliada à localização relativa (coordenadas estimadas em relação a um sensor), com acesso remoto (monitorização e cálculos efectuados remotamente num computador e não nos dispositivos), direccionado quer para posicionamento *outdoor* e *indoor* e de baixo custo.

Como já foi referido anteriormente, o algoritmo desenvolvido no âmbito desta dissertação, foi baseado no trabalho intitulado *GPS-free positioning in mobile ad hoc networks* [45], apresentado na subsecção 3.5.6. Esta dissertação, apenas vai apresentar em comum alguns dos conceitos introduzidos no trabalho, como as definições apresentadas na subsecção 4.3.1 e os casos na subsecção 4.3.2.1, que foram baseados na fase em que é efectuada a criação do sistema de coordenadas local.

Esta dissertação propõe um algoritmo de localização que, se associado a *hardware* específico, formula uma proposta de um sistema de localização, preenchendo os pressupostos apresentados no capítulo 5 e, em termos de rede, verificando os pressupostos da secção 4.2.

É então apresentada uma solução que pode ser aplicada a uma qualquer rede de sensores, cuja exigência à rede será os sensores saberem a que distâncias se encontram dos seus vizinhos bem como os seus IDs.

Vai ser apresentada uma perspectiva *bottom up* do algoritmo, isto é, vão ser inicialmente propostos os métodos de cálculo das coordenadas (camada mais baixa do algoritmo), posteriormente apresentam-se como os vários cálculos ficam organizados em pseudo-código e, por fim, na secção 4.4, apresenta-se como os vários pseudo-códigos vão ser encaixados, para que o algoritmo esteja completo e em funcionamento.

Na secção 4.5, são apresentados os passos que cada sensor da rede tem de efectuar.

## 4.2. Pressupostos para a Criação do Algoritmo

Nesta secção vai-se apresentar quais as exigências que o cálculo proposto para as coordenadas vai impor ao sistema, para que este possa ser aplicado.

Neste capítulo, a apresentação do algoritmo é ainda teórica, mas ficam desde já inerentes algumas exigências que vão ser impostas ao sistema onde se pretender aplicar.

Os pressupostos são então:

- todos os sensores do sistema são vizinhos directos (vizinho de 1 salto) do sensor referência, segundo o qual vão ser calculadas as coordenadas dos outros sensores;
- todos os sensores precisam de, pelo menos três vizinhos directos (secção 4.3);
- os sensores pelos quais os eixos são definidos são vizinhos directos (subsecção 4.3.1).

## 4.3. Cálculo Proposto para as Coordenadas

Como é pretendida uma localização relativa, em que os únicos parâmetros conhecidos são o ID de cada ponto e a distância entre eles, uma das alternativas é recorrer a relações trigonométricas (podem ser consultadas no Anexo A). Para tal é necessário calcular alguns ângulos. O método usado para o cálculo do ângulo pode ser consultado no Anexo A.

As coordenadas estimadas são relativamente a um ponto em específico e segundo um plano de coordenadas.

Nesta dissertação será considerado o sistema de coordenadas no plano cartesiano, como base para o posicionamento dos pontos a localizar, onde a origem do sistema de coordenadas é o ponto referência e os eixos são definidos como vai ser referido na subsecção 4.3.1.

A coordenada de cada ponto de um sistema é obtida a partir da posição relativa de outros três pontos já localizados (à excepção do ponto referência que, por inerência, já tem como coordenada a origem, e pelos pontos que auxiliam a definição dos eixos, tal como explicado em 4.3.1), recorrendo a relações trigonométricas, como pode ser verificado em 4.3.2.

### 4.3.1. Três Pontos Fundamentais

Como já foi referido, a localização dos pontos vai ser efectuada através de relações trigonométricas e segundo um determinado plano cartesiano.

São escolhidos três pontos distintos uns dos outros. Um dos pontos vai definir a origem do eixo e passa então a ser o ponto de referência do sistema de coordenadas e fica com coordenada (0,0). Um segundo ponto é usado para ajudar a determinar um eixo virtual das abcissas (explicado

em 4.3.1.1) e o terceiro é usado para ajudar a determinar um eixo das ordenadas, também virtual (explicado em 4.3.1.2). Nesta subsecção vai ser considerada como base o sistema da Figura 33, em que o ponto referência pode ser o A.

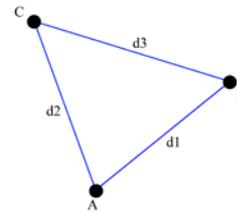


Figura 33 – três pontos de um sistema

#### 4.3.1.1. Eixo das abcissas (X)

Para o ponto que vai auxiliar na definição do eixo das abcissas, pode também ser escolhido um segundo ponto arbitrário, em que a única especificidade a ter em conta é a distância entre o ponto escolhido e o ponto referência, que tem de ser diferente de zero. Para o sistema em causa escolheu-se o ponto B, que tem uma distância ao ponto A de  $d_1$ . Então, o ponto B, tem como coordenada  $(d_1, 0)$  e o eixo virtual das abcissas fica assim definido (Figura 34).

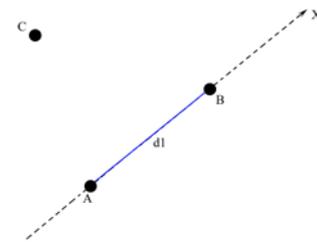


Figura 34 – Eixo virtual das abcissas

#### 4.3.1.2. Eixo das ordenadas (Y)

Tal como para a definição do eixo das abcissas, para as ordenadas vai ser considerado um ponto que pertença ao sistema. As condições para a sua escolha são: não ser o ponto que esteja a auxiliar a definição do eixo das abcissas e que não esteja sobre o eixo das abcissas (basta garantir que  $d_2 \neq d_1 + d_3$  (Figura 35) e que  $d_3 \neq d_1 + d_2$  (Figura 36), onde  $d_1$  é a distância entre o ponto referência e o ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas,  $d_2$  é a distância entre o ponto referência e o novo ponto e  $d_3$  é a distância entre o ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas e o novo ponto).

No sistema em causa a escolha será o ponto C. Pressupõe-se que são conhecidas todas as distâncias necessárias para o cálculo do ângulo  $\psi$ , tal como apresentado na Figura 37.

O ângulo  $\psi$  pode ser definido como o ângulo que o vector  $\overrightarrow{AB}$  (eixo virtual das abcissas) faz com o vector  $\overrightarrow{AC}$  (vector auxiliar ao cálculo do eixo das ordenadas). O ângulo  $\psi$  encontra-se sempre no ponto referência do sistema.

Ao saber-se o valor do ângulo, é possível obter-se a coordenada de C, a partir de relações trigonométricas. A coordenada de C passa a ser conhecida e fica  $(x_c, y_c) = (d_2 \cos \psi, d_2 \sin \psi)$ .

O eixo das ordenadas virtual fica, então, definido indirectamente através da definição do ângulo  $\psi$  (Figura 38).

O valor de  $\psi$  passa a estar sempre relacionado com o ponto C, o que vai ser útil para considerações posteriores nesta dissertação.

Ao longo deste capítulo, os três pontos aqui considerados serão referenciados como os três pontos fundamentais, uma vez que é a partir destes três pontos que todo o posicionamento se vai realizar.

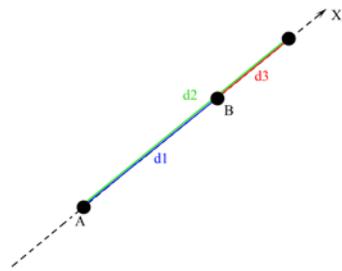


Figura 35 – Ponto sobre o eixo virtual das abcissas (1)

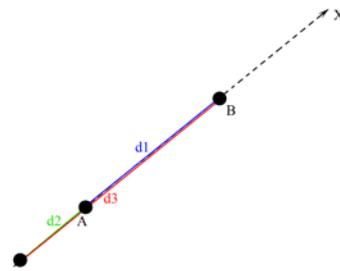


Figura 36 – Ponto sobre o eixo virtual das abcissas (2)

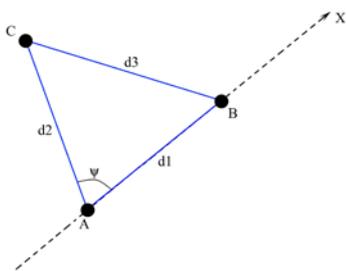


Figura 37 – Distâncias respectivas ao ponto C

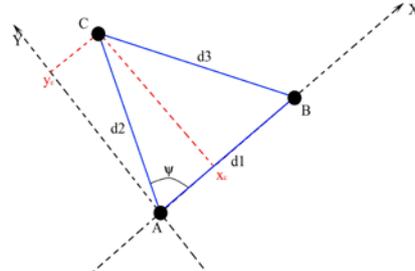


Figura 38 – Eixo virtual das ordenadas

### 4.3.2. Outros Pontos do Sistema

Para ser possível calcular por triangulação as coordenadas relativas de um ponto desconhecido (sem coordenadas), é necessário que este tenha como vizinhos três pontos já conhecidos (com coordenadas). Subentenda-se que vizinhos são pontos que estejam relacionados por uma distância conhecida.

Tal como se vai verificar nas secções 4.3.2.1, 4.3.2.2, 4.3.2.3e 4.3.2.4, o importante para os cálculos não são as coordenadas, mas os ângulos relacionados aos pontos.

Antes de se efectuar qualquer cálculo de coordenadas, é necessário garantir que já existam os três pontos fundamentais para a determinação da posição do ponto, tal como explicado em 4.3.1. Tem-se assim a certeza que se têm três pontos. Através destes três pontos é possível calcular uma nova posição de um ponto, sendo necessário apenas que o novo ponto a localizar seja vizinho desses três pontos.

Para o sistema considerado até aqui, sabe-se que o ponto A tem como coordenada  $(0, 0)$  e sem dados de ângulos relacionados a si. O ponto B ajuda a definir o eixo das abcissas e tem coordenada  $(d_1, 0)$  e, tal como o ponto A, não tem dados de ângulos relacionados a ele. O ponto C, ajuda a definir o eixo das ordenadas, tem coordenada  $(d_2 \cos \psi, d_2 \sin \psi)$  e um ângulo associado a si, que é o ângulo  $\psi$ .

Há quatro possibilidades para efectuar o cálculo das coordenadas. Todas elas usam três pontos vizinhos, já com coordenadas, para determinar a posição de um quarto e, como se vai verificar, apenas a opção apresentada em 4.3.2.1 não depende das restantes.

Todos os pontos calculados nesta subsecção vão ter associados a si dois ângulos, um que informa o ângulo do vector  $\overrightarrow{\text{ReferênciaDesconhecido}}$  em relação ao vector do eixo das abcissas, que se vai chamar  $\alpha$ . O outro ângulo será denominado  $\beta$  e será o ângulo do vector  $\overrightarrow{\text{ReferênciaDesconhecido}}$ , em relação ao vector auxiliar ao cálculo do eixo das ordenadas.

Em 4.3.2.1 vai-se considerar o sistema de três pontos considerado em 4.3.1.2 (onde já estão definidas as coordenadas dos três pontos fundamentais), com um ponto extra ainda sem coordenadas definidas. O cálculo da coordenada do novo ponto será efectuado com o auxílio dos três pontos fundamentais, como tal, uma das características deste ponto é ser vizinho dos três pontos fundamentais.

Para os casos das subsecções 4.3.2.2 e 4.3.2.3, a coordenada do novo ponto vai ser calculada não recorrendo aos três pontos fundamentais, mas apenas a dois deles, ou seja, em qualquer dos dois casos o ponto terá de ser vizinho do ponto referência. Em particular para o caso da subsecção 4.3.2.2, o novo ponto terá de ser vizinho do ponto que auxilia a definição do eixo das abcissas e de um ponto extra já com coordenadas (que não seja nenhum dos três pontos fundamentais). Já para o caso da subsecção 4.3.2.3, a ideia base será a mesma, mas neste caso, o novo ponto não será vizinho do ponto que auxilia a definição do eixo das abcissas, mas sim do ponto que auxilia a definição do eixo das ordenadas.

Por fim, na subsecção 4.3.2.4, vai-se determinar a coordenada de um novo ponto, recorrendo às relações de vizinhança entre o novo ponto e o ponto referência e às relações de vizinhança entre o novo ponto e outros dois pontos já com coordenadas (não sendo nenhum, um dos três pontos fundamentais).

#### **4.3.2.1. Cálculo com recurso ao ponto referência e aos pontos que ajudam a definir os eixos cartesianos**

Para este caso é considerado um ponto D, adicional ao sistema considerado em 4.3.1.2 e pretende-se determinar a sua localização relativa ao ponto A.

O ponto D no sistema poder-se-á posicionar em várias partes, mas todas as possíveis posições podem-se resumir a apenas quatro, exemplificadas na Figura 39, Figura 40, Figura 41 e Figura 42.

Para o caso da Figura 39 e da Figura 40, o ponto D vai ter como coordenada  $(d_4 \cos \alpha, d_4 \sin \alpha)$ , já nos casos da Figura 41 e da Figura 42 a coordenada toma os valores  $(d_4 \cos \alpha, -d_4 \sin \alpha)$ .

Como se pode verificar a coordenada do ponto D não vai poder ser determinado apenas com o ângulo  $\alpha$  (entre o vector  $\overrightarrow{AD}$  e o eixo das abcissas) e a distância entre A e D.

Para isso, vai-se calcular um novo ângulo que se vai chamar  $\beta$ , que é o ângulo entre o vector  $\overrightarrow{AC}$  e  $\overrightarrow{AD}$ . O ângulo  $\beta$  vai ser usado para determinação de que caso se está a tratar.

Como a Figura 39 e a Figura 40 apresentam uma solução com propriedades iguais, vai-se procurar uma característica comum a estes dois casos e que os distinga dos outros. Ao analisar mais minuciosamente, é possível verificar que para a Figura 39,  $\beta = \psi - \alpha$ , já para a Figura 40,  $\beta = \alpha - \psi$ , para a Figura 41,  $\beta = \psi + \alpha$  e para a Figura 42,  $\beta = 2\pi - \psi - \alpha$ . Para separar os dois primeiros casos dos restantes, é possível afirmar-se que para estes  $\beta = |\alpha - \psi|$ , uma vez que não interessa o resultado individual, mas sim em absoluto. Na Figura 41 a não veracidade da condição é imediata, já na Figura 42, não é tão directa, mas existe. Passa-se a explicar: tendo em conta que  $|\alpha - \psi|$  será sempre menor que  $\pi$  radianos, o que neste caso em específico quer dizer que  $\beta$  terá que ser maior que  $\pi$  radianos. No entanto, nunca acontece uma vez que os ângulos estão limitados a  $\pi$  radianos em qualquer situação.

Sabendo isto, pode-se afirmar que:

$$\begin{cases} (d_4 \cos \alpha, d_4 \sin \alpha) & \text{se } \beta = |\alpha - \psi| \\ (d_4 \cos \alpha, -d_4 \sin \alpha) & \text{se } \beta \neq |\alpha - \psi| \end{cases}$$

Traduzindo estas equações para um pseudo-código, fica:

Se  $\beta = |\alpha - \psi|$

Figura 39 e Figura 40

Se  $\beta \neq |\alpha - \psi|$

Figura 41 e Figura 42

Então fica-se assim a conhecer a coordenada do ponto D e ficam também associado a este os ângulos  $\beta$  e  $\alpha$ . Assim sempre que seja necessário utilizar este ponto como ponto auxiliar para o cálculo da coordenada de um novo ponto, estão disponíveis as características deste ponto.

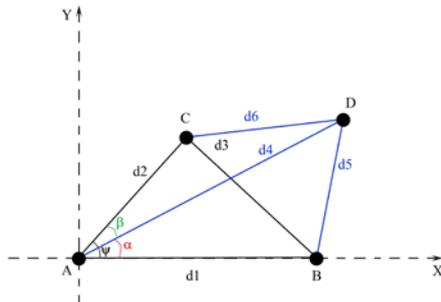


Figura 39 – Cálculo do ponto D através dos pontos eixo (1)

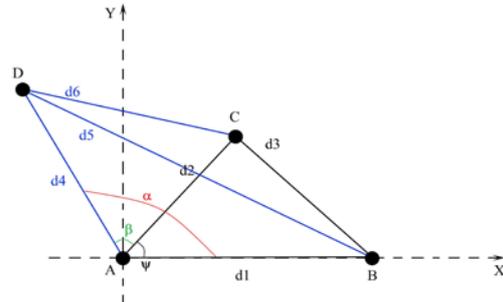


Figura 40 – Cálculo do ponto D através dos pontos eixo (2)

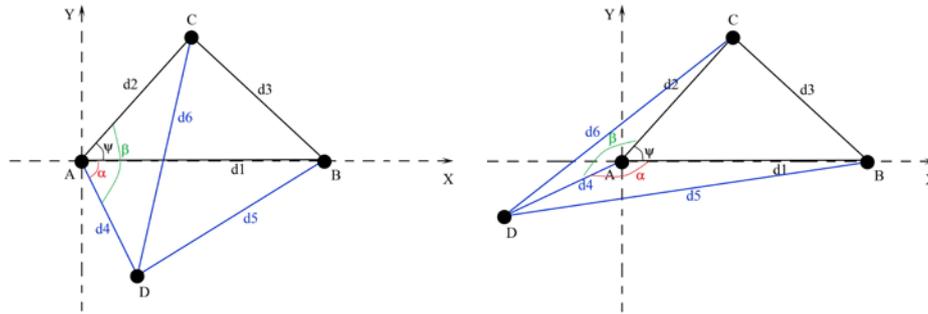


Figura 41 – Cálculo do ponto D através dos pontos A, B e C (3)      Figura 42 – Cálculo do ponto C através dos pontos A, B e D (4)

#### 4.3.2.2. Cálculo com recurso ao ponto de referência, ao ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas e a um outro ponto já com coordenadas definidas

Para este caso em específico, vai-se considerar um novo ponto, cuja relação de vizinhança é apenas com o ponto referência, com o ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas e com um ponto que já contenha coordenadas (que não seja um dos três pontos fundamentais).

Pressupõe-se que é inerente ao sistema todos os dados relativos aos pontos, ou seja, todos os pontos já com coordenadas, têm a si associados um dado ângulo (desde que não sejam o ponto referência nem o ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas):  $\psi$  (caso defina o eixo virtual das ordenadas),  $\alpha$  e  $\beta$  (para os restantes casos), que dão informação da sua posição relativa no plano cartesiano considerado e, assim, fica-se com uma noção de posição.

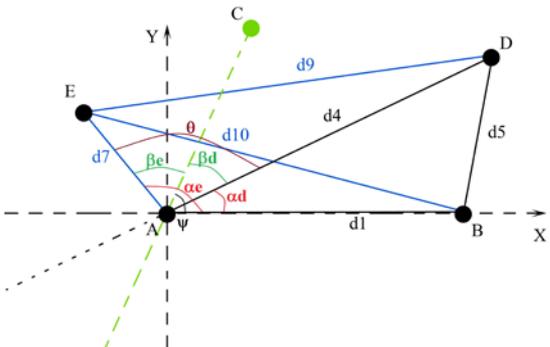
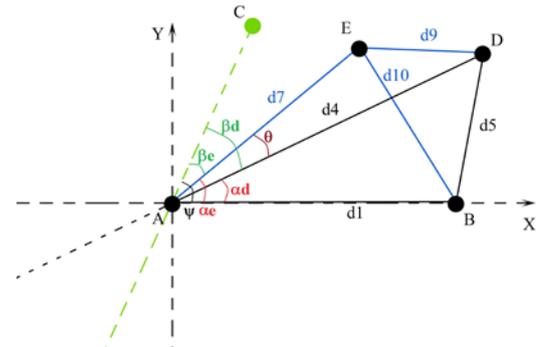
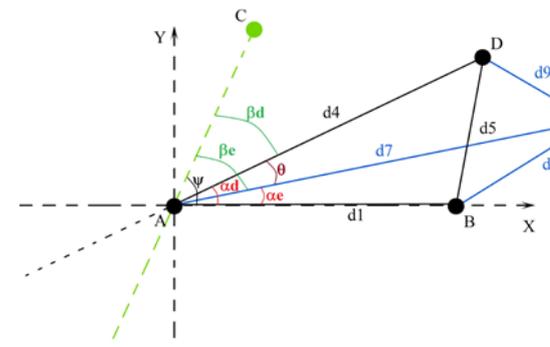
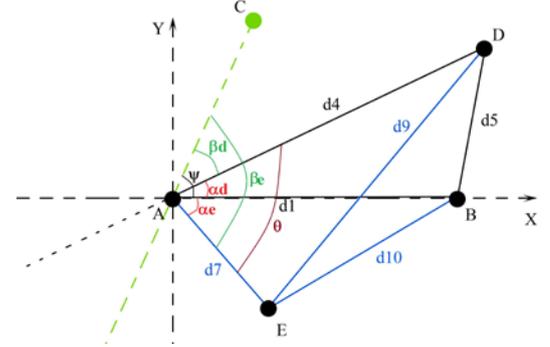
Vai ser considerado o mesmo sistema considerado até aqui, mas com a adicional de ter mais um ponto E, que vai ser apenas vizinho de A, B e D (todos pontos já com coordenadas).

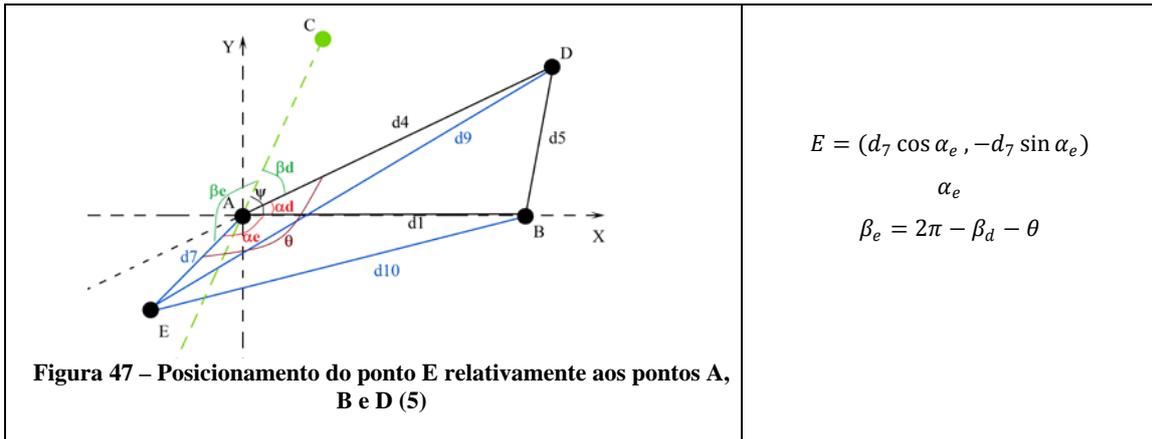
Nas Tabela 3, Tabela 4, Tabela 5 e Tabela 6, estão apresentadas as várias alternativas de posicionamento do ponto E, para as várias alternativas de posicionamento do ponto D. Na segunda coluna das tabelas está apresentada a coordenada com que o ponto fica no caso em específico e os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  associados ao ponto.

É de notar que o ponto D pode ser um ponto genérico qualquer, já com os respectivos dados completos, independentemente da forma como foram obtidos. Isto é, o ponto D pode já ter sido calculado como descrito em 4.3.2.1, como está a ser descrito nesta subsecção ou como vai ser descrito nas subsecções 4.3.2.3 ou 4.3.2.4.

À excepção do ângulo  $\beta_e$ , todos os outros são possíveis de calcular directamente através de distâncias (é o caso dos ângulos  $\alpha_e$ , calculado a partir de  $d_1$ ,  $d_7$  e  $d_{10}$  e  $\theta$ , calculado a partir de  $d_7$ ,  $d_4$  e  $d_6$ ) ou são ângulos que estão directamente relacionados com os pontos já localizados (é o caso de  $\psi$ , relacionado com o ponto C,  $\alpha_d$  e  $\beta_d$ , relacionados com o ponto D). Tal como se vai verificar, todos estes ângulos vão ser necessários para a determinação das coordenadas.

Tabela 3 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (1)

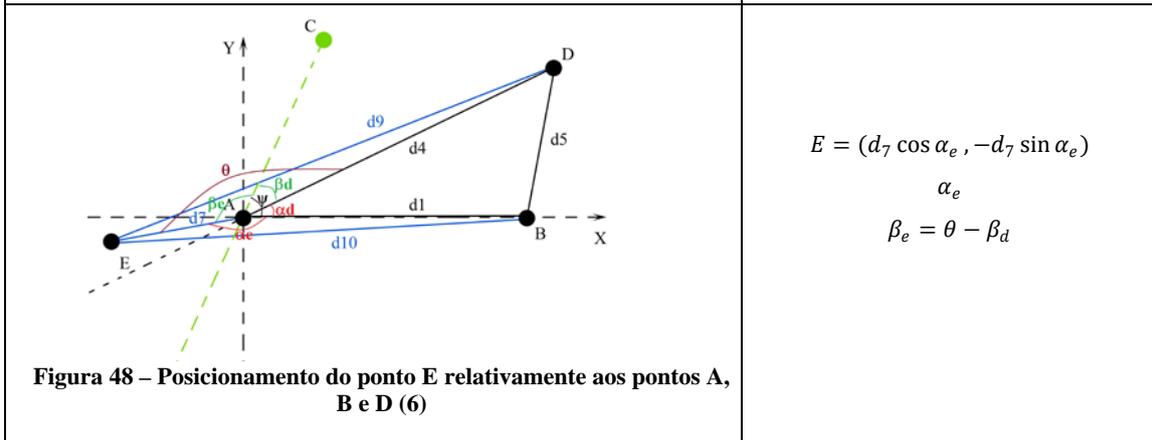
 <p><b>Figura 43 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (1)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta - \beta_d$
 <p><b>Figura 44 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (2)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d - \theta$
 <p><b>Figura 45 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (3)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d + \theta$
 <p><b>Figura 46 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (4)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d + \theta$



$$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$$

$$\alpha_e$$

$$\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$$

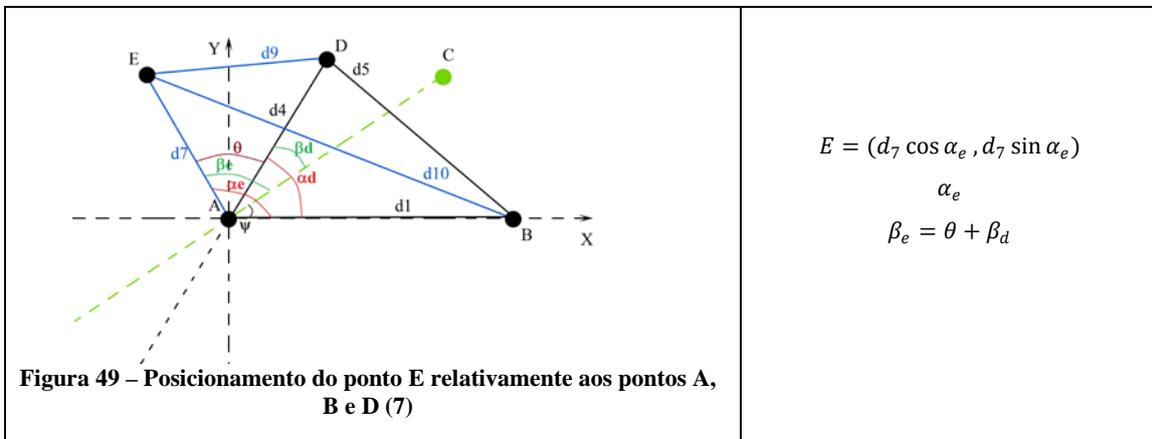


$$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$$

$$\alpha_e$$

$$\beta_e = \theta - \beta_d$$

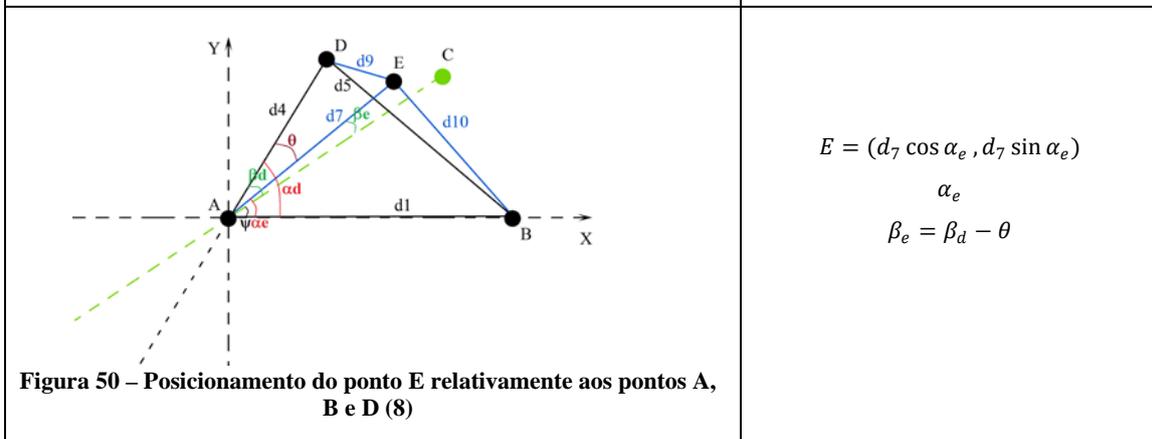
Tabela 4 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (2)



$$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$$

$$\alpha_e$$

$$\beta_e = \theta + \beta_d$$



$$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$$

$$\alpha_e$$

$$\beta_e = \beta_d - \theta$$

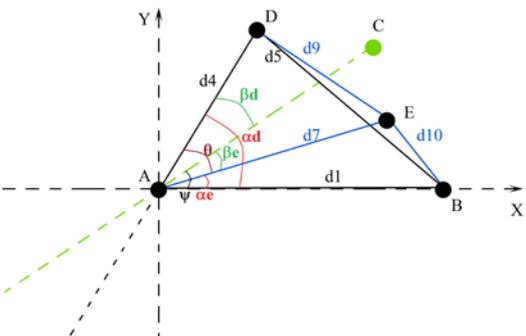
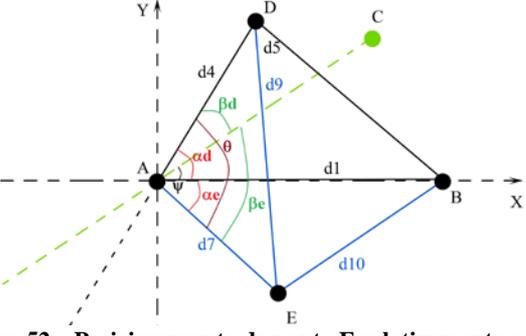
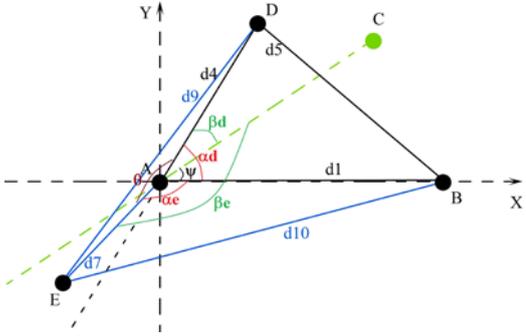
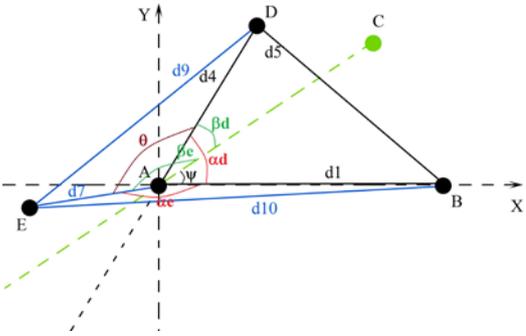
 <p><b>Figura 51 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (9)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta - \beta_d$
 <p><b>Figura 52 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (10)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta - \beta_d$
 <p><b>Figura 53 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (11)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$
 <p><b>Figura 54 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (12)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta + \beta_d$

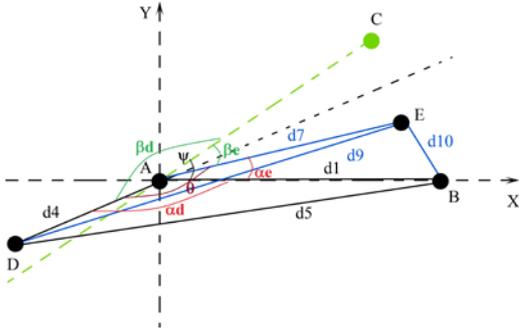
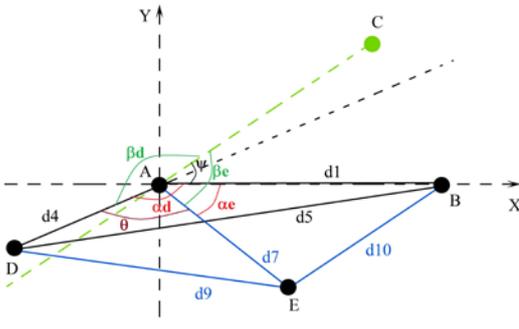
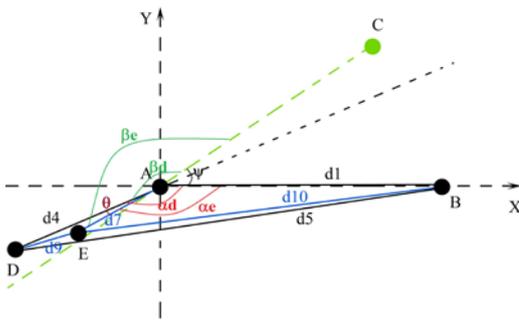
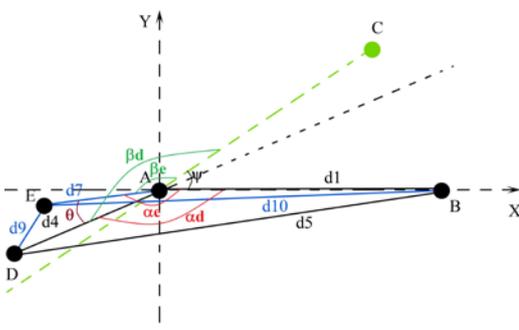
Tabela 5 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (3)

<p><b>Figura 55 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (13)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta - \beta_d$
<p><b>Figura 56 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (14)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d - \theta$
<p><b>Figura 57 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (15)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d - \theta$
<p><b>Figura 58 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (16)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d + \theta$

<p><b>Figura 59 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (17)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$
<p><b>Figura 60 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (18)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$

Tabela 6 – Alternativas de relação entre os pontos A, B, D e E (4)

<p><b>Figura 61 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (19)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d - \theta$
<p><b>Figura 62 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (20)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \theta - \beta_d$

 <p><b>Figura 63 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (21)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$
 <p><b>Figura 64 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (22)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = 2\pi - \beta_d - \theta$
 <p><b>Figura 65 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (23)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d + \theta$
 <p><b>Figura 66 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, B e D (24)</b></p>	$E = (d_7 \cos \alpha_e, -d_7 \sin \alpha_e)$ $\alpha_e$ $\beta_e = \beta_d - \theta$

Ao analisar as tabelas pode-se verificar que é possível chegar-se a um pseudo-código genérico para este caso, tal como se chegou a um pseudo-código genérico para o caso apresentado em 4.3.2.1. Uma das primeiras necessidades para este caso é encontrar as condições que garantam a especificidade de cada tabela. Como tal, o que primeiro salta à vista é o caso do ponto D ter ordenada positiva ou negativa, obtendo assim em duas pré-soluções. Para o caso da ordenada de D ser positiva, tem-se os casos das Tabela 3 e Tabela 4, que podem ainda ser diferenciadas pelo ângulo  $\alpha$  ser maior ou não que o ângulo  $\psi$  (é de notar que ambos os ângulos estão relacionados com o eixo das abcissas).

Para os casos das Tabela 5 e Tabela 6, o ponto D tem ordenada negativa e podem também ser considerados dois casos distintos. Pode-se verificar que para a Tabela 5, a condição  $\beta_d = \alpha_d + \psi$  é sempre verdadeira. Já para o caso da Tabela 6, o mesmo não se verifica.

Nesta fase já é possível fazer-se uma primeira aproximação aos passos a seguir para este caso, em específico, não tendo em conta os casos considerados internamente em cada tabela.

Se  $y_d \geq 0$   
     Se  $\alpha_d \leq \psi$   
         Tabela 3  
     Se  $\alpha_d > \psi$   
         Tabela 4  
 Se  $y_d < 0$   
     Se  $\beta_d = \alpha_d + \psi$   
         Tabela 5  
     Se  $\beta_d \neq \alpha_d + \psi$   
         Tabela 6

Como é possível verificar, cada tabela tem uma série de possibilidades. Tal como já se fez em 4.3.2.1, é necessário chegar a um pseudo-código que diferencie cada caso. Em cada tabela estão presentes seis possibilidades de posicionamento e todas elas impõem propriedades diferentes ao ponto E.

Para a Tabela 3, vai ser efectuada uma análise tal como foi feita em 4.3.2.1, mas para as restantes, vai-se considerar logo a solução final, uma vez que o raciocínio é o mesmo.

Para distinção de cada caso em particular, foram usados ângulos inerentes ao sistema (mais propriamente aos pontos considerados), que já são conhecidos, uma vez que são já propriedades de cada ponto localizado, ou são de cálculo possível.

É possível verificar que as possibilidades presentes na Figura 43 e Figura 44, impõem ao ponto E, uma coordenada com expressões iguais, tal como para o valor de  $\alpha_e$ , já  $\beta_e$  vai ter expressões diferentes, mas de valor igual em módulo, ou seja, pode ser considerado que para estes dois casos em específico nesta tabela que  $\beta_e = |\beta_d - \theta|$ , podendo assim serem os dois casos considerados apenas um. Para se distinguir este caso dos restantes pode-se verificar que

ambos ocorrem quando  $\alpha_e = \theta + \alpha_d$  e que em mais nenhum dos casos se verifica. Esta pode ser a condição que tem de ser satisfeita.

Para as restantes possibilidades, podem-se usar os mesmos ângulos, com vista a encontrar as várias condições. Para a condição  $\theta = \alpha_e + \alpha_d$  vão ocorrer duas alternativas, a presente na Figura 46 e Figura 47, que os únicos parâmetros com expressões iguais são  $\alpha_e$  e a coordenada.  $\beta_e$ , tal como anteriormente vai ter expressões diferentes para os dois casos, mas, nesta situação, ao contrário de na situação anterior não vai ser possível juntar os casos, por isso, vai ser necessário impor outra condição para que seja possível diferenciar as possibilidades. A condição encontrada foi verificar se  $\beta_c + \theta > \pi$ . A condição  $\alpha_d = \alpha_e + \theta$  verifica a possibilidade apresentada na Figura 45, faltando assim a Figura 48, que ocorre apenas quando não se verificam nenhuma das condições anteriores. Assim é possível chegar ao pseudo-código para o caso da Tabela 3:

Se  $\alpha_e = \theta + \alpha_d$   
 Figura 43 e Figura 44

Se  $\theta = \alpha_e + \alpha_d$   
 Se  $\beta_c + \theta > \pi$   
 Figura 47

Se  $\beta_c + \theta \leq \pi$   
 Figura 46

Se  $\alpha_d = \alpha_e + \theta$   
 Figura 45

Se outros  
 Figura 48

A análise às restantes tabelas é feita de forma idêntica e são obtidas condições muito semelhantes às obtidas para a Tabela 3. Ao juntar os vários trechos de pseudo-código, é possível verificar com facilidade que o pseudo-código a utilizar para o caso apresentado nesta subsecção em específico é:

Se  $y_d \geq 0$   
 Se  $\alpha_d \leq \psi$   
 Se  $\alpha_e = \theta + \alpha_d$   
 Figura 43 e Figura 44

Se  $\theta = \alpha_e + \alpha_d$   
 Se  $\beta_c + \theta > \pi$   
 Figura 47

Se  $\beta_c + \theta \leq \pi$   
 Figura 46

$$\text{Se } \alpha_d = \alpha_e + \theta$$

Figura 45

Se outros

Figura 48

$$\text{Se } \alpha_d > \psi$$

$$\text{Se } \alpha_e = \theta + \alpha_d$$

Figura 49

$$\text{Se } \theta = \alpha_e + \alpha_d$$

Figura 52

$$\text{Se } \alpha_d = \alpha_e + \theta$$

Figura 51 e Figura 50

Se outros

$$\text{Se } \beta_c + \theta > \pi$$

Figura 53

$$\text{Se } \beta_c + \theta \leq \pi$$

Figura 54

$$\text{Se } y_d < 0$$

$$\text{Se } \beta_d = \alpha_d + \psi$$

$$\text{Se } \alpha_e = \theta + \alpha_d$$

$$\text{Se } \beta_c + \theta > \pi$$

Figura 59

$$\text{Se } \beta_c + \theta \leq \pi$$

Figura 58

$$\text{Se } \theta = \alpha_e + \alpha_d$$

Figura 55 e Figura 56

$$\text{Se } \alpha_d = \alpha_e + \theta$$

Figura 57

Se outros

Figura 60

$$\text{Se } \beta_d \neq \alpha_d + \psi$$

$$\text{Se } \alpha_e = \theta + \alpha_d$$

Figura 66

$$\text{Se } \theta = \alpha_e + \alpha_d$$

Figura 63

$$\text{Se } \alpha_d = \alpha_e + \theta$$

$$\text{Se } \beta_c + \theta > \pi$$

Figura 64

Se  $\beta_c + \theta \leq \pi$

Figura 65

Se outros

Figura 62 e Figura 61

**4.3.2.3. Cálculo com recurso ao ponto de referência, ao ponto que ajuda a definir o eixo das ordenadas e a um outro ponto já com coordenadas definidas**

Como já foi considerado em 4.3.2.2, é acrescentado um ponto com coordenadas a determinar. Este ponto, tal como no caso anterior, vai ter como vizinhança o ponto de referência, um ponto que já contenha coordenada (que não seja nenhum dos três pontos fundamentais) e agora em vez de ser vizinho do ponto que ajuda a definir o eixo das abcissas, considera-se que é vizinho do ponto que ajuda a definir o eixo das ordenadas.

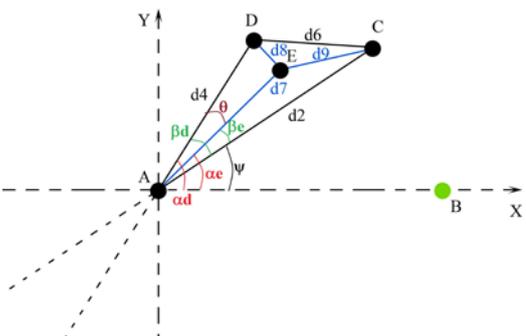
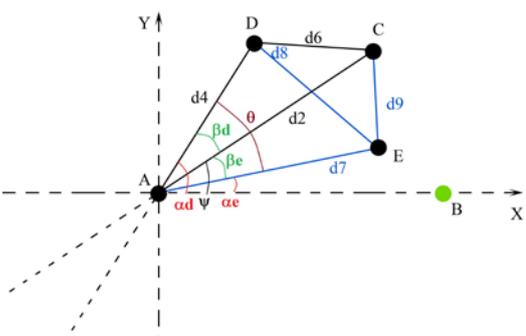
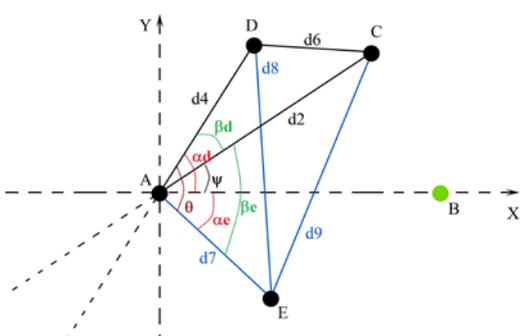
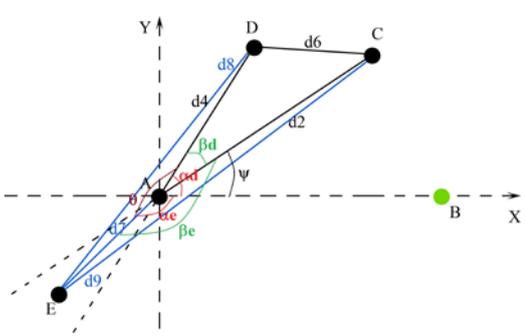
Considerando também os pressupostos apresentados em 4.3.2.2 (que todos os pontos têm os seus dados privados), apresenta-se nas Tabela 7, Tabela 8, Tabela 9 e Tabela 10 as várias alternativas de posicionamento do ponto E (ponto a localizar) para as várias posições possíveis do ponto D.

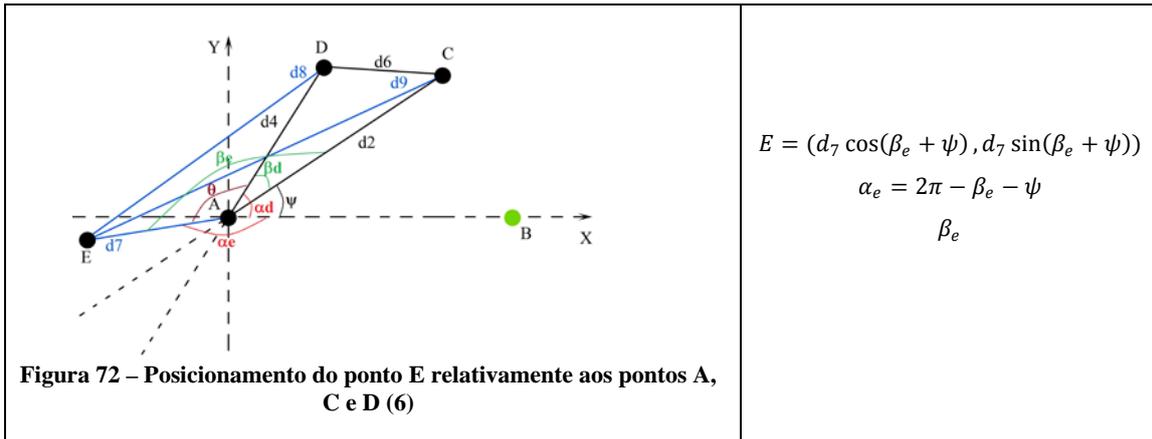
Como visto na subsecção 4.3.2.2, o ponto D é um ponto com coordenada não pertencente aos três pontos fundamentais, que pode ser obtido a partir do método em 4.3.2.1, 4.3.2.2, como está a ser descrito nesta subsecção ou como vai ser descrito na subsecção 4.3.2.4.

À excepção do ângulo  $\alpha_e$ , todos os outros são possíveis de calcular directamente através de distâncias (é o caso dos ângulos  $\beta_e$ , calculado a partir de  $d_2$ ,  $d_7$  e  $d_9$  e  $\theta$ , calculado a partir de  $d_7$ ,  $d_4$  e  $d_8$ ) ou são ângulos que estão directamente relacionados com os pontos já localizados (é o caso de  $\psi$ , relacionado com o ponto C,  $\alpha_d$  e  $\beta_d$ , relacionados com o ponto D).

Tabela 7 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (1)

<p>Figura 67 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (1)</p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = \beta_e + \psi$ $\beta_e$
--	--

 <p><b>Figura 68 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (2)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = \beta_e + \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 69 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (3)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$ $\alpha_e = \psi - \beta_e$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 70 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (4)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 71 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (5)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$

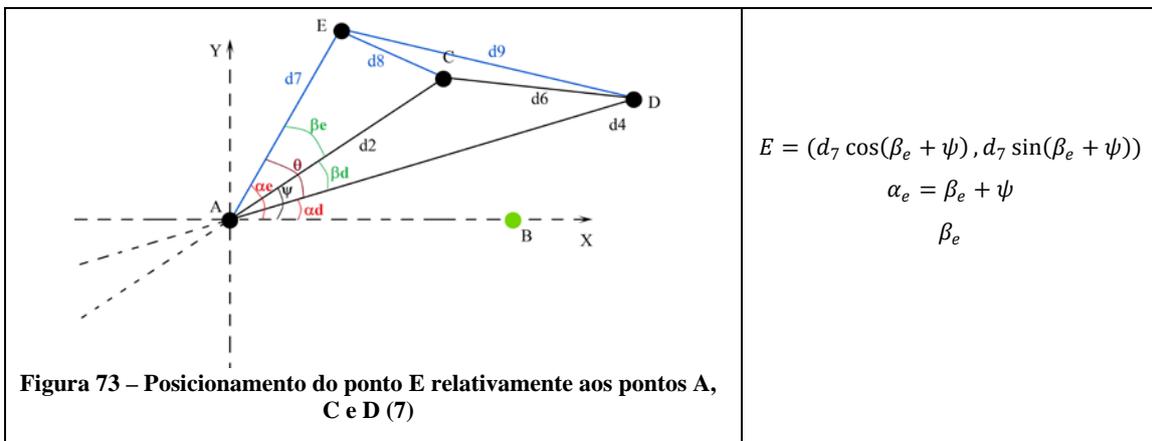


$$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$$

$$\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$$

$$\beta_e$$

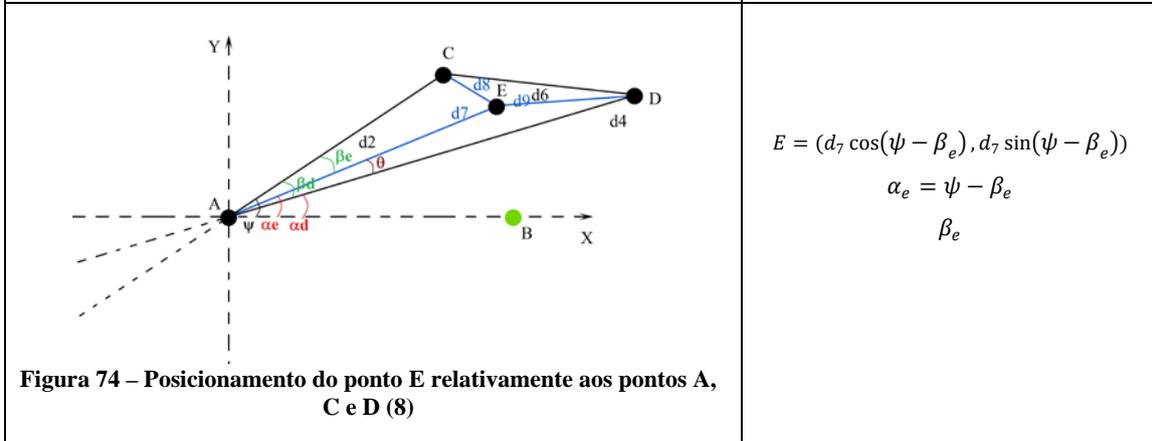
Tabela 8 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (2)



$$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$$

$$\alpha_e = \beta_e + \psi$$

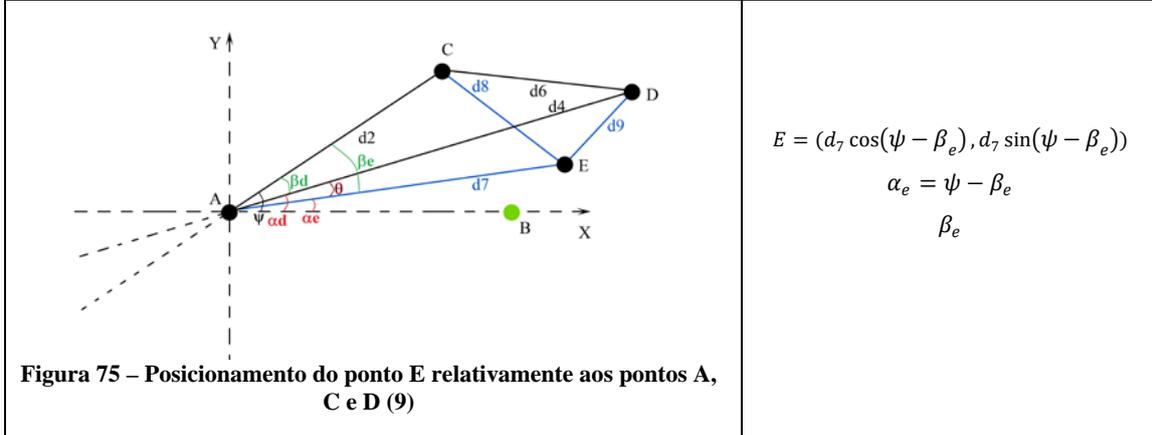
$$\beta_e$$



$$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$$

$$\alpha_e = \psi - \beta_e$$

$$\beta_e$$



$$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$$

$$\alpha_e = \psi - \beta_e$$

$$\beta_e$$

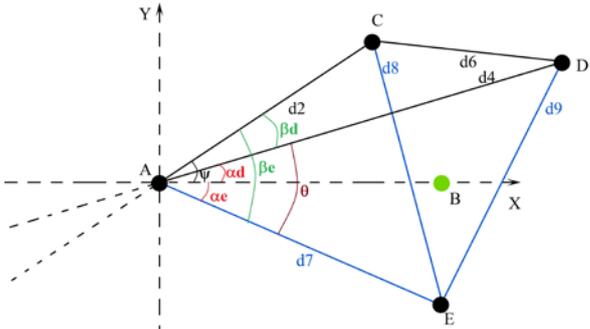
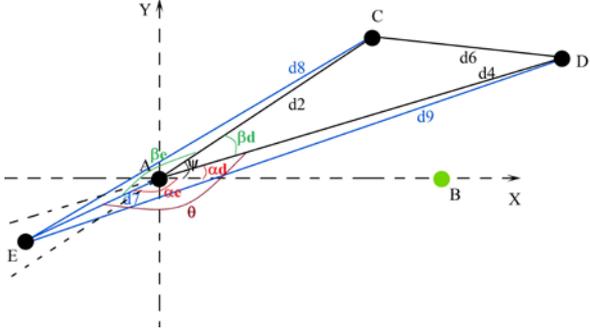
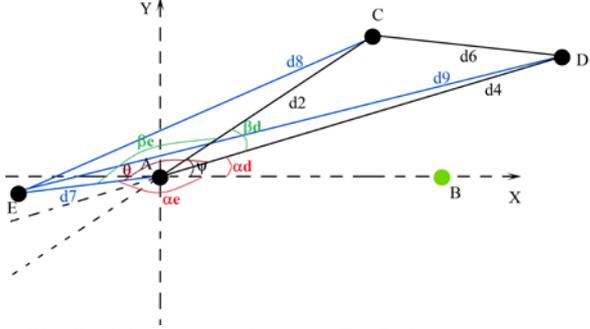
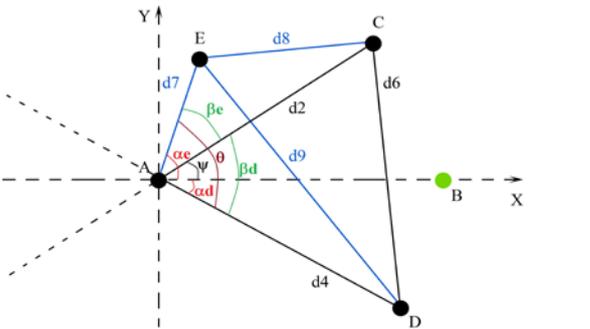
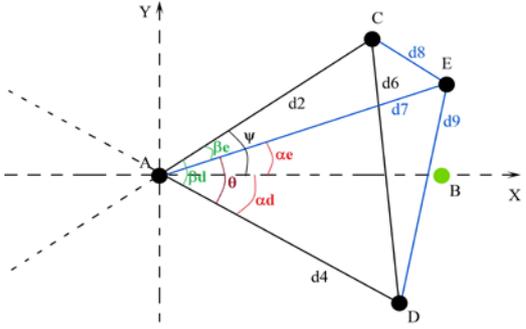
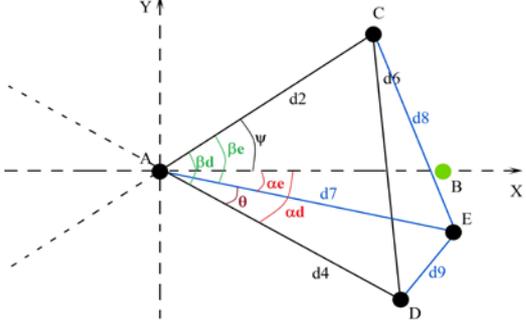
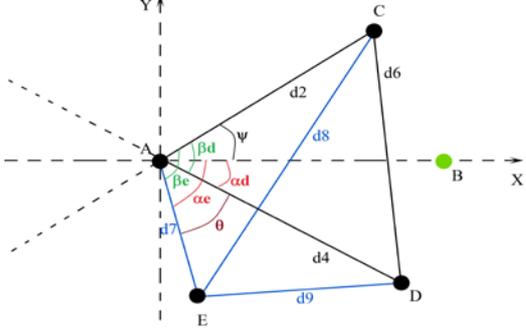
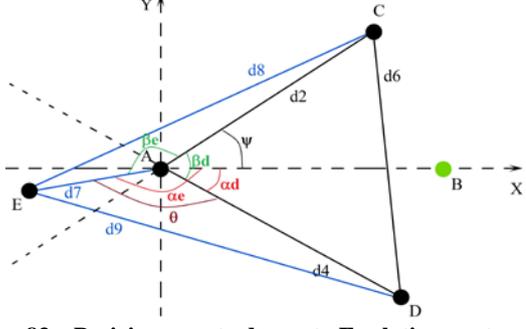
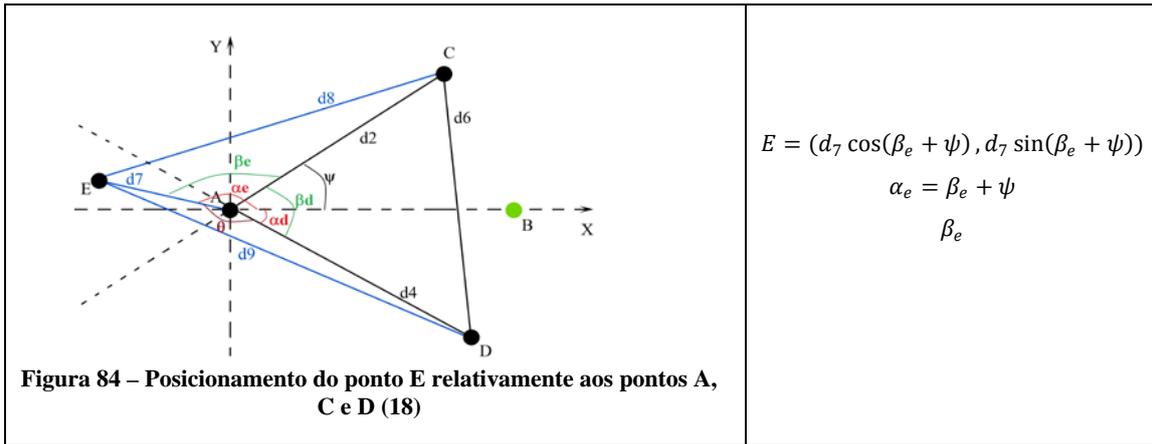
 <p><b>Figura 76 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (10)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 77 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (11)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 78 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (12)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$ $\beta_e$

Tabela 9 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (3)

 <p><b>Figura 79 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (13)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = \beta_e + \psi$ $\beta_e$
--	--

 <p><b>Figura 80 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (14)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$ $\alpha_e = \psi - \beta_e$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 81 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (15)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 82 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (16)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$
 <p><b>Figura 83 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (17)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$ $\beta_e$

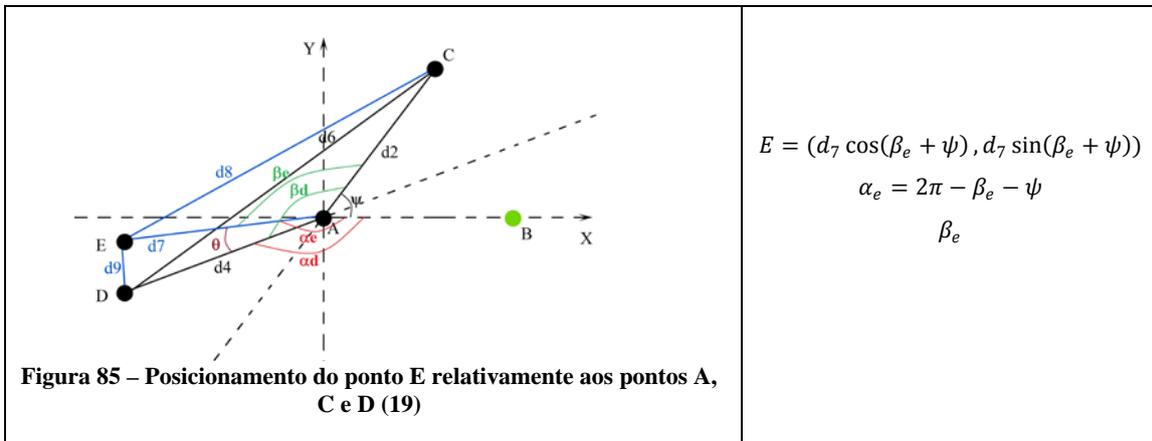


$$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$$

$$\alpha_e = \beta_e + \psi$$

$$\beta_e$$

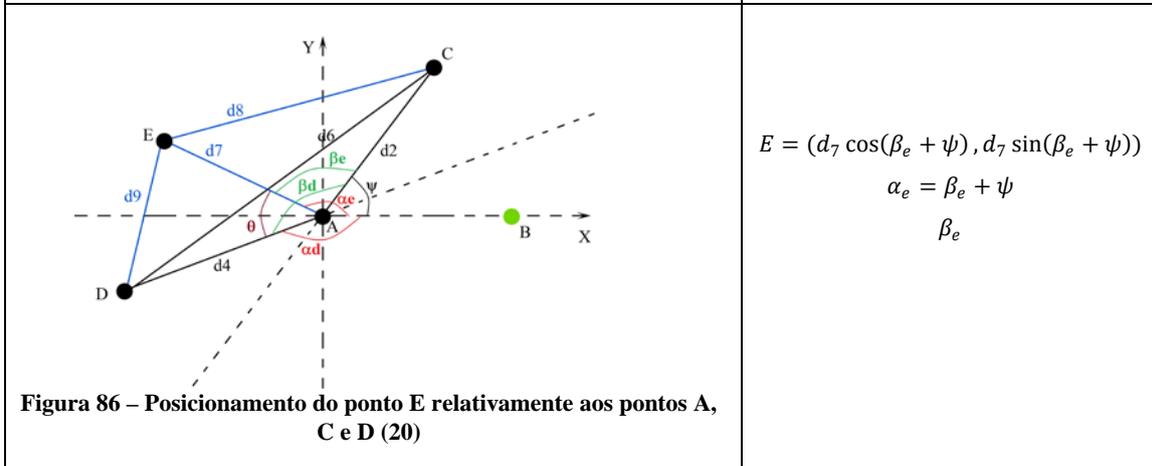
Tabela 10 – Alternativas de relação entre os pontos A, C, D e E (4)



$$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$$

$$\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$$

$$\beta_e$$



$$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$$

$$\alpha_e = \beta_e + \psi$$

$$\beta_e$$

<p><b>Figura 87 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (21)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$ $\alpha_e = \psi - \beta_e$ $\beta_e$
<p><b>Figura 88 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (22)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\psi - \beta_e), d_7 \sin(\psi - \beta_e))$ $\alpha_e = \psi - \beta_e$ $\beta_e$
<p><b>Figura 89 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (23)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e - \psi), -d_7 \sin(\beta_e - \psi))$ $\alpha_e = \beta_e - \psi$ $\beta_e$
<p><b>Figura 90 – Posicionamento do ponto E relativamente aos pontos A, C e D (24)</b></p>	$E = (d_7 \cos(\beta_e + \psi), d_7 \sin(\beta_e + \psi))$ $\alpha_e = 2\pi - \beta_e - \psi$ $\beta_e$

Como para as subsecções 4.3.2.1 e 4.3.2.2, para esta subsecção é possível obter um pseudo-código genérico, capaz de traduzir todas as possibilidades de posicionamento de um ponto genérico E.

Em semelhança ao que já foi feito em 4.3.2.2, é necessário encontrar as condições que garantam a especificidade de cada tabela. Em semelhança ao efectuado na secção anterior, obtém-se duas pré-soluções. Para o caso da ordenada de D ser positiva, têm-se os casos das Tabela 7 e Tabela 8, que podem ainda ser diferenciadas pelo ângulo  $\alpha$  ser maior ou não do que o ângulo  $\psi$ .

Para os casos das Tabela 9 e Tabela 10, o ponto D tem ordenada negativa e a condição  $\beta_d = \alpha_d + \psi$  é sempre verdadeira para a Tabela 9, já para o caso da Tabela 6, o mesmo não se verifica.

O seguinte excerto do pseudo-código mostra uma pré-solução ainda muito minimalista e globalizante às tabelas.

```

Se  $y_d \geq 0$ 
    Se  $\alpha_d \leq \psi$ 
        Tabela 8
    Se  $\alpha_d > \psi$ 
        Tabela 7
Se  $y_d < 0$ 
    Se  $\beta_d = \alpha_d + \psi$ 
        Tabela 9
    Se  $\beta_d \neq \alpha_d + \psi$ 
        Tabela 10

```

Tal como foi feito em 4.3.2.2, vai ser feita uma explicação detalhada apenas para uma das quatro alternativas (neste caso vai ser a da Tabela 7), para as outras, o método usado é semelhante.

Se a condição inicial a considerar for  $\theta = \beta_e + \beta_d$  estão-se a verificar as situações da Figura 69 e Figura 70, em que o posicionamento do ponto E em qualquer dos casos impõe expressões iguais para  $\beta_e$  e para a abcissa, já para a ordenada e para  $\alpha_e$  vai ter expressões diferentes. Para o caso em que a expressão de  $\alpha_e$  é diferente, pode-se verificar que pode ser considerado o valor em módulo, não sendo necessário fazer distinção para esta situação, então  $\alpha_e = |\alpha_d - \psi|$ . Para o caso da expressão da ordenada já vai ser necessário considerar outra condição, como tal, vão-se verificar relações entre ângulos. Pela análise das figuras pode-se chegar à conclusão que dentro das condições anteriores já vistas, é necessário que  $\theta \leq \alpha_d$  para se verificar a situação da Figura 69, e  $\theta \leq \alpha_d$ , para a Figura 70.

Já para o caso em que a condição inicial ser  $\beta_e = \theta + \beta_d$ , verificam-se os casos presentes na Figura 67 e Figura 72, que apresentam expressões iguais para a coordenada e para  $\beta_e$ , mas

para  $\alpha_e$  são diferentes, por isso, é necessário encontrar uma condição complementar para distinção dos casos. Para este caso é possível verificar que a situação da Figura 72 ocorre quando  $\beta_e + \psi > \pi$ , e quando  $\beta_e + \psi \leq \pi$  verifica-se a condição da Figura 67.

Caso a condição inicial seja  $\beta_d = \theta + \beta_e$ , tem-se a situação da Figura 68. Para os casos em que nenhuma das três condições iniciais se verifique é porque se tem o caso da Figura 71.

Em resumo, pode-se concluir que o pseudo-código para o caso da Tabela 7 é:

$$\text{Se } \theta = \beta_e + \beta_d$$

$$\text{Se } \theta \leq \alpha_d$$

Figura 69

$$\text{Se } \theta > \alpha_d$$

Figura 70

$$\text{Se } \beta_e = \theta + \beta_d$$

$$\text{Se } \beta_e + \psi > \pi$$

Figura 72

$$\text{Se } \beta_e + \psi \leq \pi$$

Figura 67

$$\text{Se } \beta_d = \beta_e + \theta$$

Figura 68

Se outros

Figura 71

A análise às restantes tabelas é feita de forma idêntica e são obtidas condições muito semelhantes às obtidas para a Tabela 3. Ao juntar os vários trechos de pseudo-código, é possível verificar com facilidade que o pseudo-código a utilizar para o caso apresentado nesta subsecção em específico é:

$$\text{Se } \gamma_d \geq 0$$

$$\text{Se } \alpha_d \leq \psi$$

$$\text{Se } \theta = \beta_e + \beta_d$$

$$\text{Se } \beta_e + \psi > \pi$$

Figura 78

$$\text{Se } \beta_e + \psi \leq \pi$$

Figura 73

$$\text{Se } \beta_e = \theta + \beta_d$$

$$\text{Se } \beta_e \leq \psi$$

Figura 75

$$\text{Se } \beta_e > \psi$$

Figura 76

$$\text{Se } \beta_d = \beta_e + \theta$$

Figura 74

Se outros

Figura 77

$$\text{Se } \alpha_d > \psi$$

$$\text{Se } \theta = \beta_e + \beta_d$$

$$\text{Se } \theta \leq \alpha_d$$

Figura 69

$$\text{Se } \theta > \alpha_d$$

Figura 70

$$\text{Se } \beta_e = \theta + \beta_d$$

$$\text{Se } \beta_e + \psi > \pi$$

Figura 72

$$\text{Se } \beta_e + \psi \leq \pi$$

Figura 67

$$\text{Se } \beta_d = \beta_e + \theta$$

Figura 68

Se outros

Figura 71

$$\text{Se } y_d < 0$$

$$\text{Se } \beta_d = \alpha_d + \psi$$

$$\text{Se } \theta = \beta_e + \beta_d$$

Figura 79

$$\text{Se } \beta_e = \theta + \beta_d$$

Figura 82

$$\text{Se } \beta_d = \beta_e + \theta$$

$$\text{Se } \beta_e \leq \psi$$

Figura 80

$$\text{Se } \beta_e > \psi$$

Figura 81

Se outros

$$\text{Se } \beta_e + \psi > \pi$$

Figura 83

$$\text{Se } \beta_e + \psi \leq \pi$$

Figura 84

$$\text{Se } \beta_d \neq \alpha_d + \psi$$

$$\text{Se } \theta = \beta_e + \beta_d$$

Figura 87

$$\text{Se } \beta_e = \theta + \beta_d$$

Figura 90

$$\text{Se } \beta_d = \beta_e + \theta$$

$$\text{Se } \beta_e + \psi > \pi$$

Figura 85

$$\text{Se } \beta_e + \psi \leq \pi$$

Figura 86

Se outros

$$\text{Se } \beta_e \leq \psi$$

Figura 88

$$\text{Se } \beta_e > \psi$$

Figura 89

#### **4.3.2.4. Cálculo com recurso ao ponto de referência e a outros dois pontos já com coordenadas definidas**

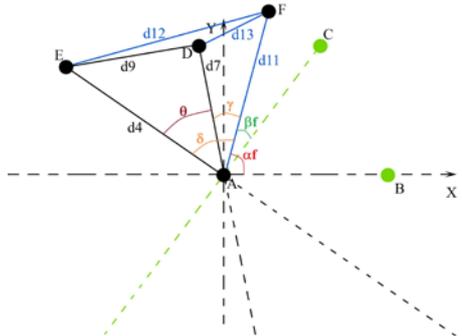
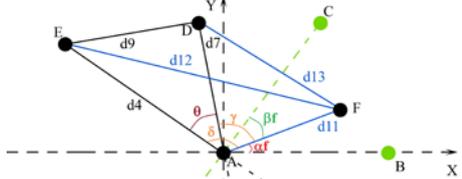
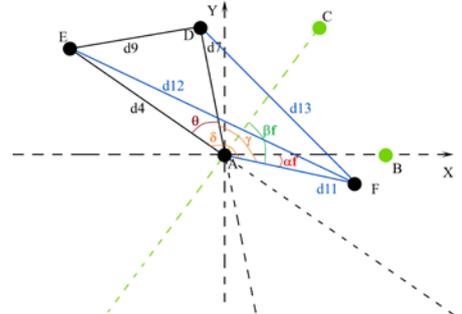
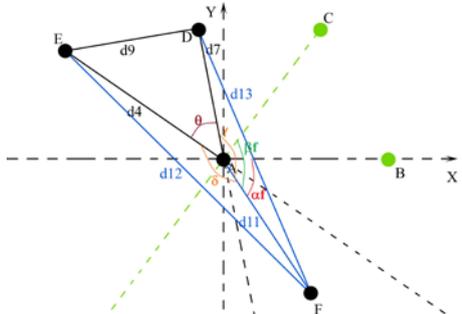
Nesta subsecção, o cálculo da coordenada do novo ponto a considerar é efectuado com recurso ao ponto de referência e a dois outros pontos com coordenadas, que não sejam os três pontos fundamentais. Estes dois pontos podem ser obtidos de qualquer uma das três formas explicadas nas subsecções 4.3.2.1, 4.3.2.2 ou 4.3.2.3.

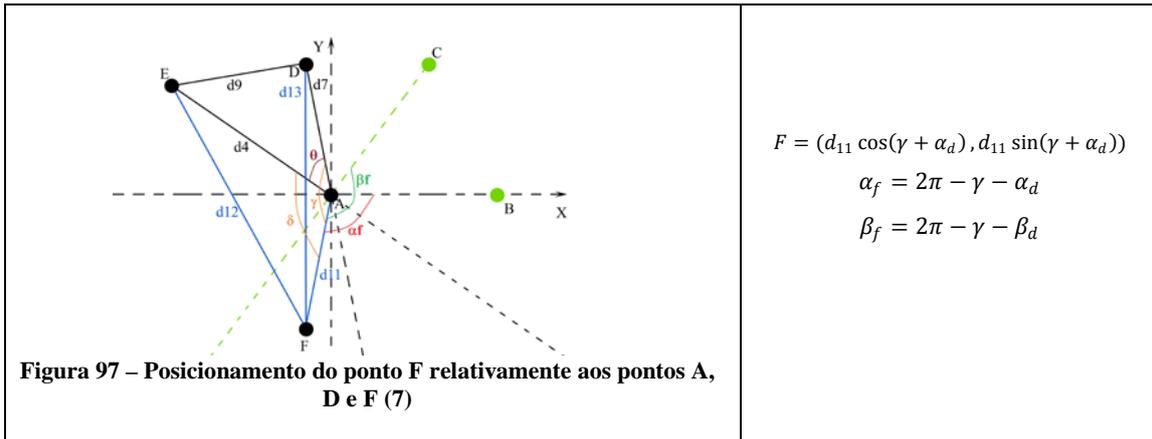
Para este caso em específico, as alternativas de posicionamento do novo ponto relativamente aos seus vizinhos, além de variarem consoante a sua localização como em 4.3.2.1, ou até consoante a localização de um dos seus vizinhos como em 4.3.2.2 e 4.3.2.3, vai variar consoante a localização de dois dos seus vizinhos, o que faz com que o número de alternativas seja muito superior ao do das subsecções anteriores.

Para esta subsecção o ponto em que se pretende conhecer a coordenada é denominado por ponto F, é considerado o ponto referência como ponto A (como tem sido considerado até aqui) e os outros dois vizinhos de F são dois pontos genéricos com dados conhecidos, que se vão designar por D e E. Nas tabelas consideradas posteriormente as posições de D e E podem ser trocadas, isto é, por exemplo para o caso da Figura 91, o ponto E pode ser considerado na posição de D e vice-versa.

Tal como vai ser possível verificar, o ângulo  $\psi$  vai estar associado ao cálculo da posição do novo ponto (mais concretamente vai ajudar a decidir qual a tabela que o caso representa) e como já foi referido este é acessível, uma vez que está associado ao sistema. Os ângulos associados aos pontos D ( $\alpha_d$  e  $\beta_d$ ) e E ( $\alpha_e$  e  $\beta_e$ ), como se vai poder verificar, também vão ser necessários e, como tal, têm de ser conhecidos previamente. Nesta fase vão ser considerados cinco novos ângulos, três deles são calculados ( $\delta$  a partir de  $d_4$ ,  $d_{11}$  e  $d_{12}$ ,  $\gamma$  a partir de  $d_{11}$ ,  $d_7$  e  $d_{13}$  e  $\theta$  a partir



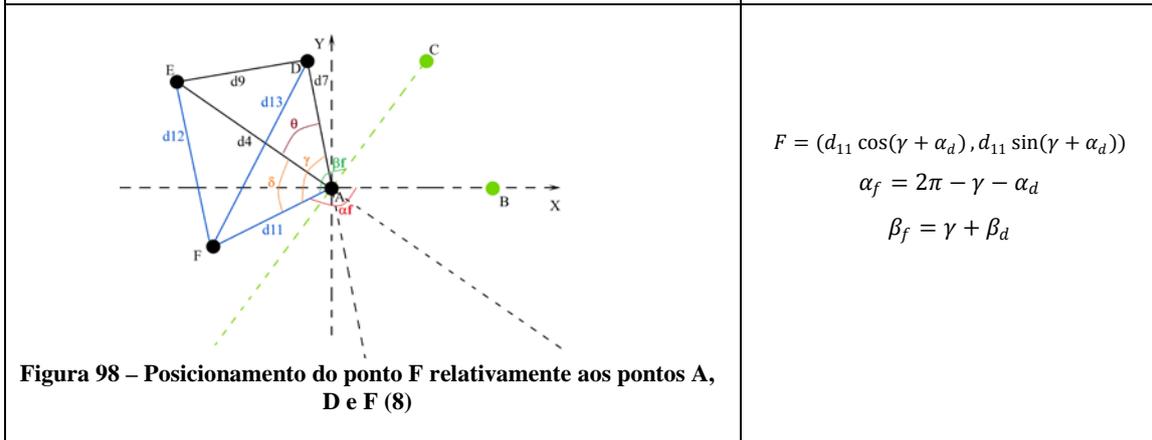
 <p><b>Figura 93 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (3)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 94 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (4)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 95 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (5)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 96 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (6)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

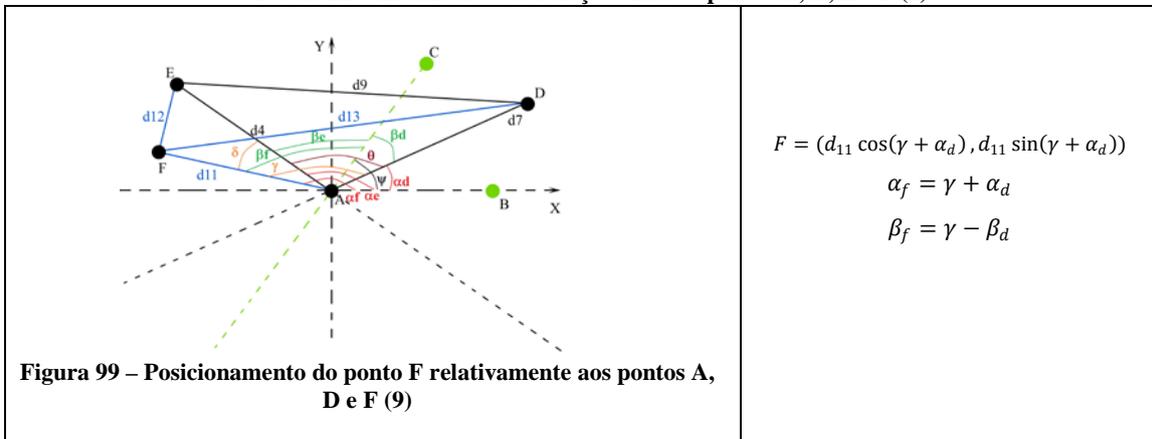


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

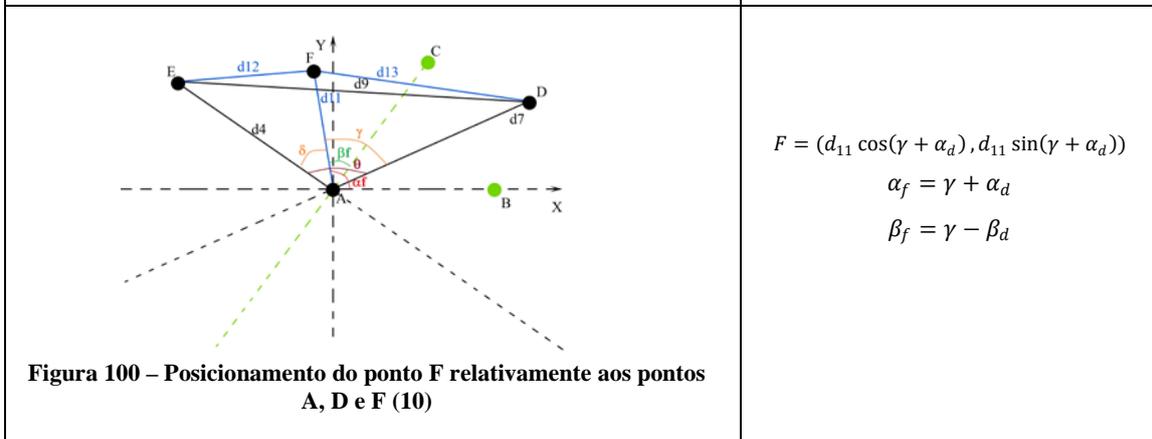
**Tabela 12 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (2)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

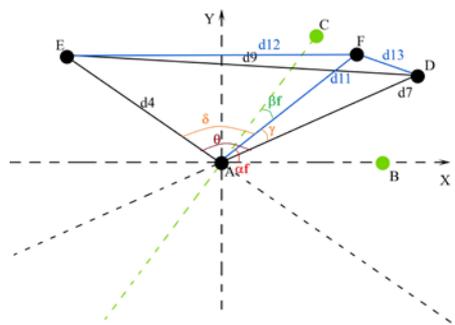
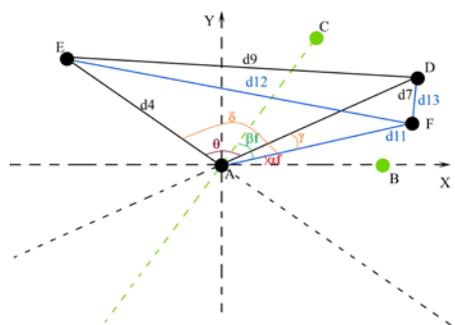
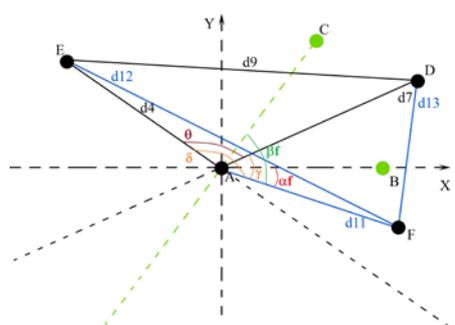
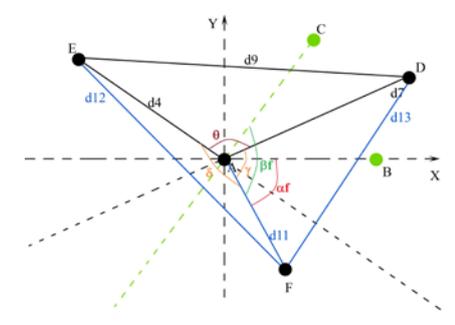
$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

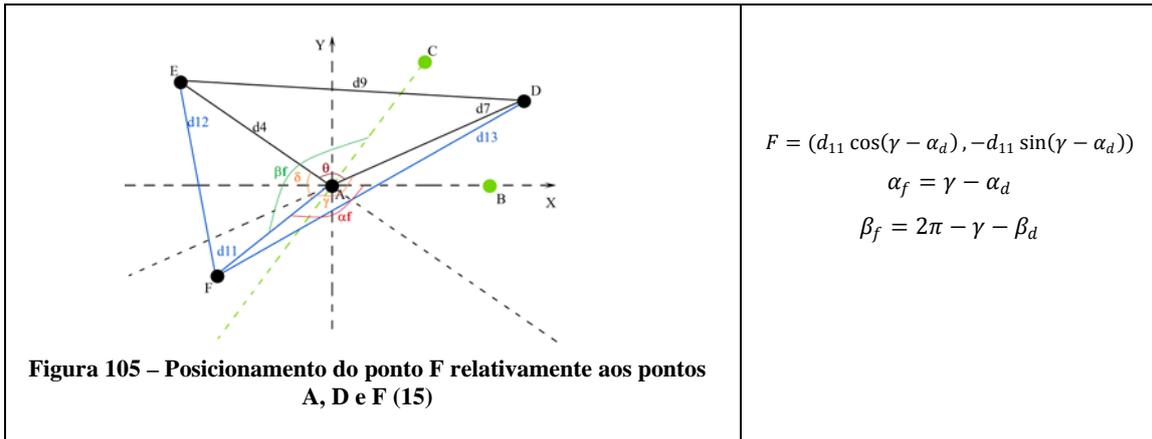


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

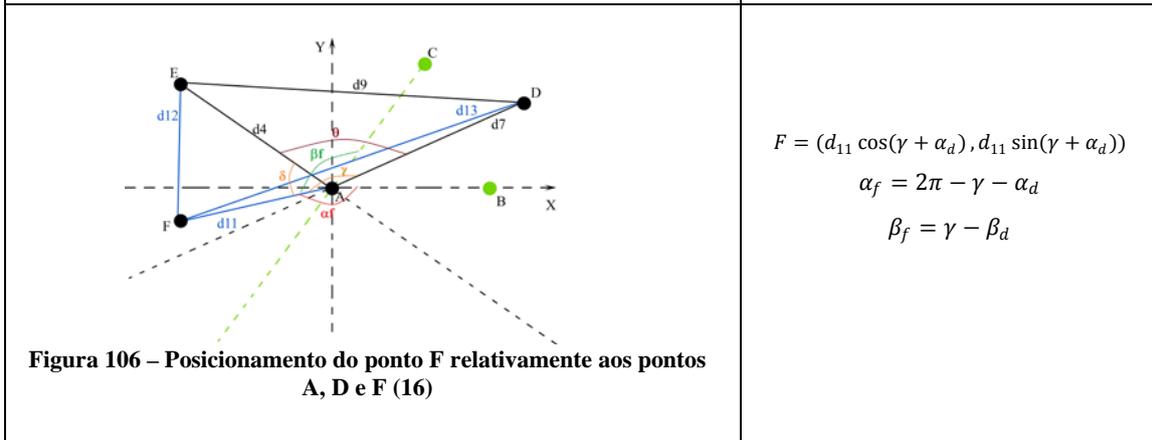
 <p><b>Figura 101 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (11)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma + \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 102 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (12)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$
 <p><b>Figura 103 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (13)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$
 <p><b>Figura 104 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (14)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

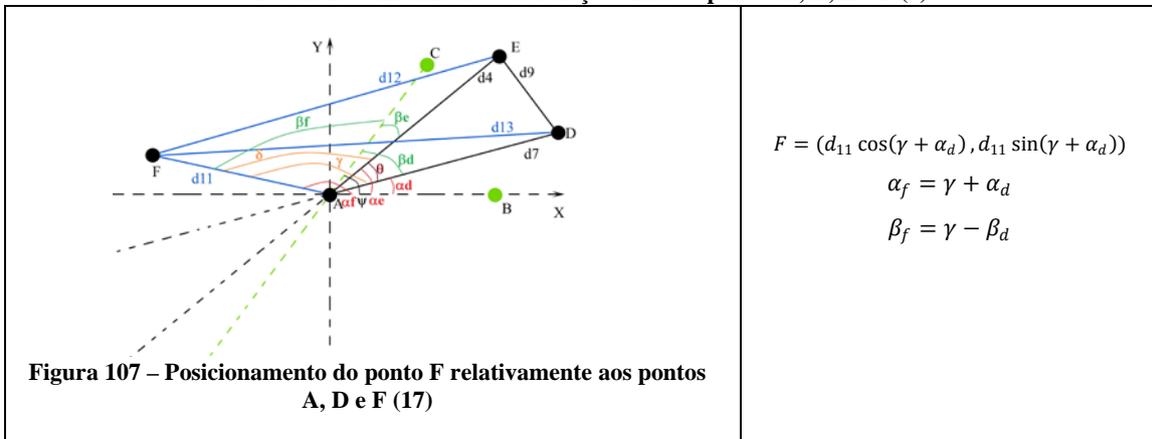


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

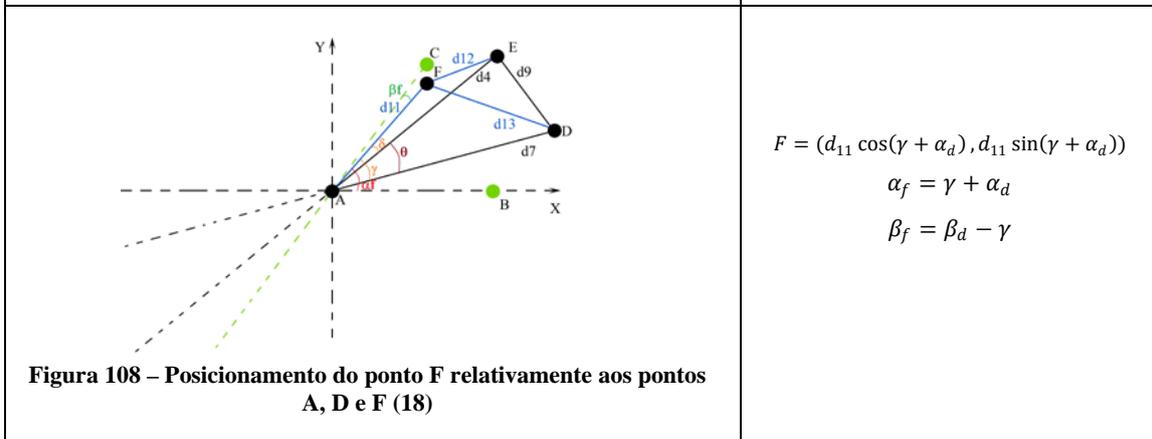
**Tabela 13 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (3)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

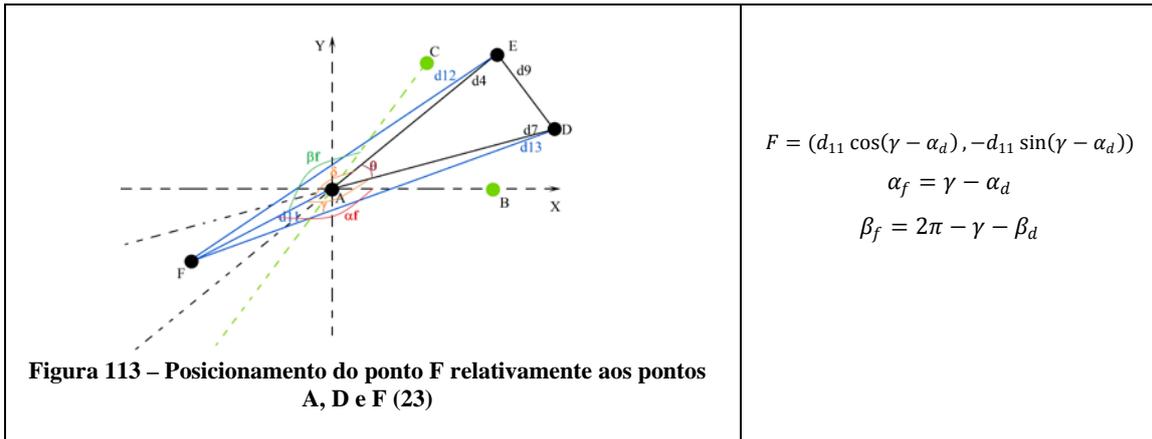


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \beta_d - \gamma$$

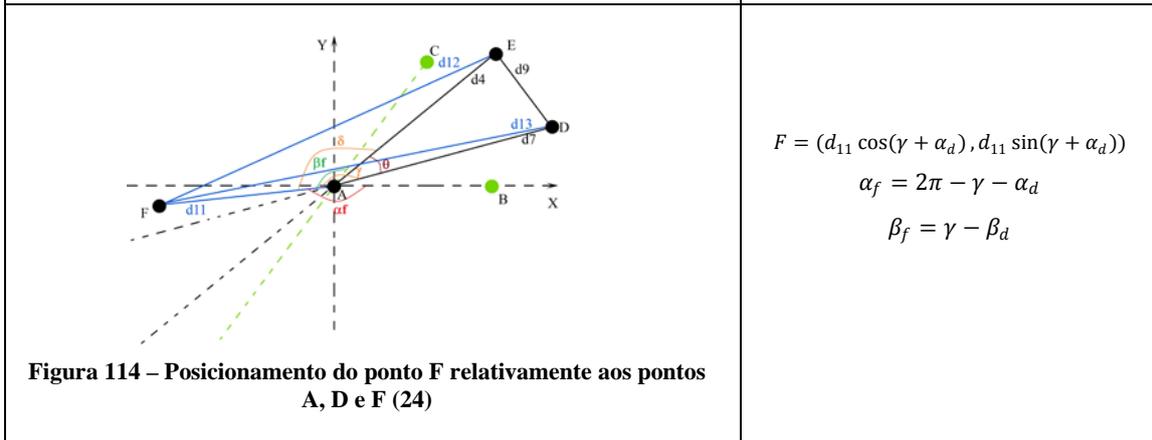
<p><b>Figura 109 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (19)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma + \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
<p><b>Figura 110 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (20)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$
<p><b>Figura 111 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (21)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$
<p><b>Figura 112 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (22)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

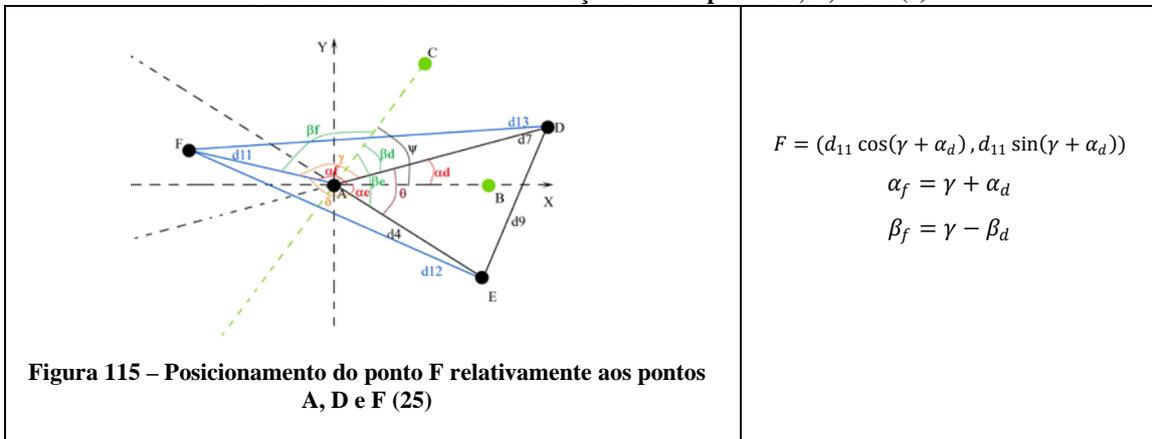


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

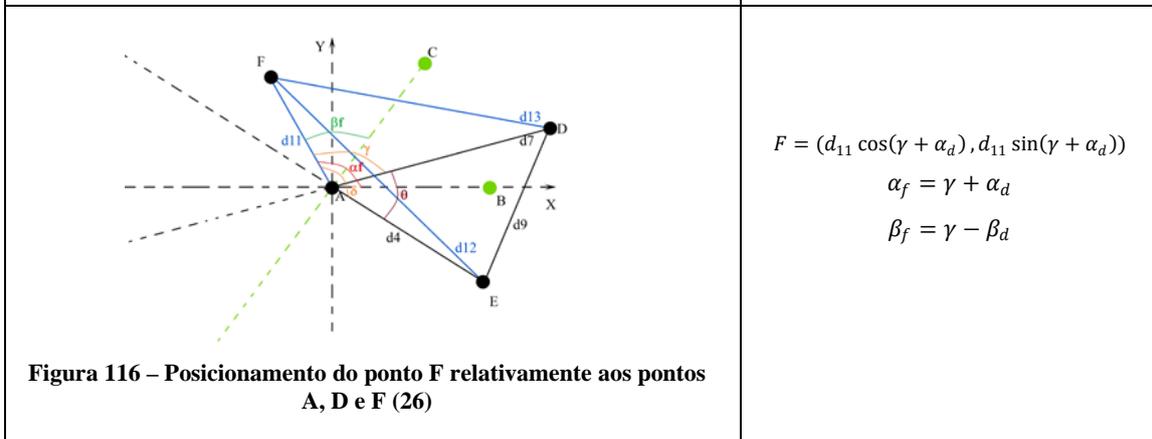
**Tabela 14 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (4)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

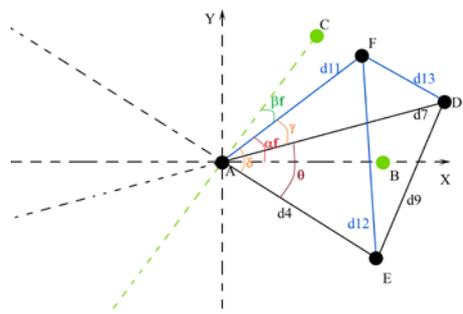
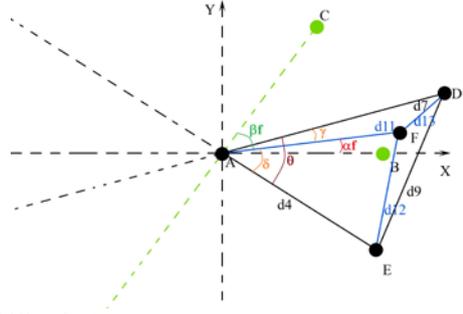
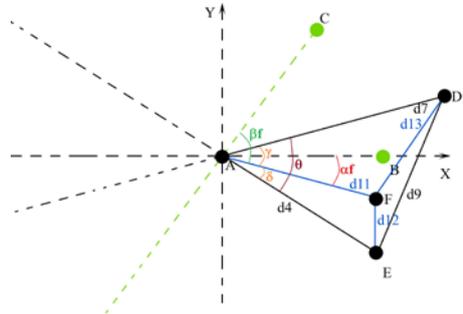
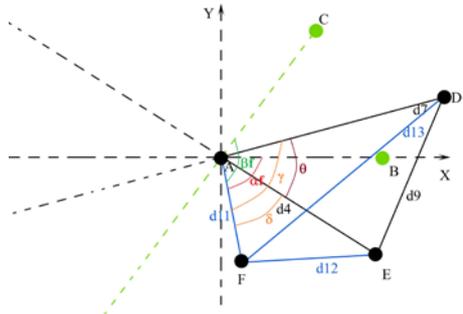
$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

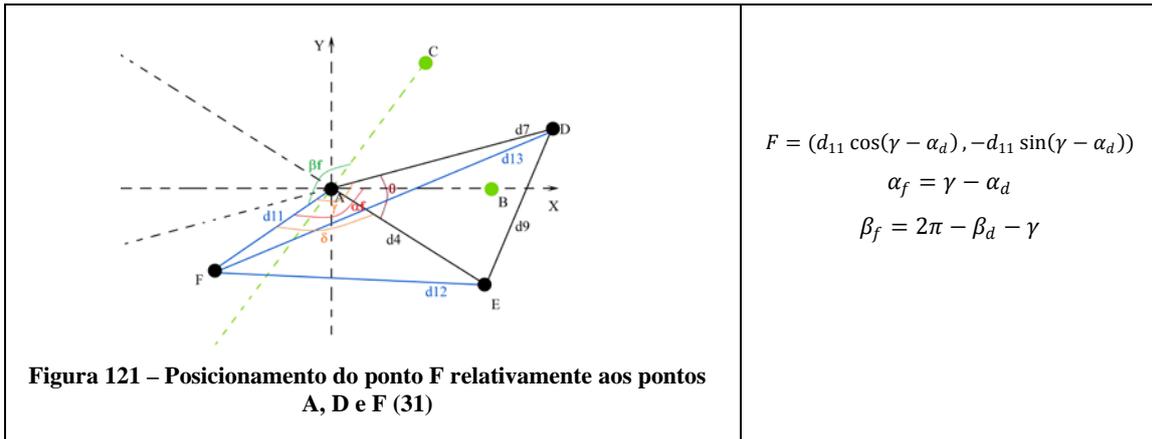


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

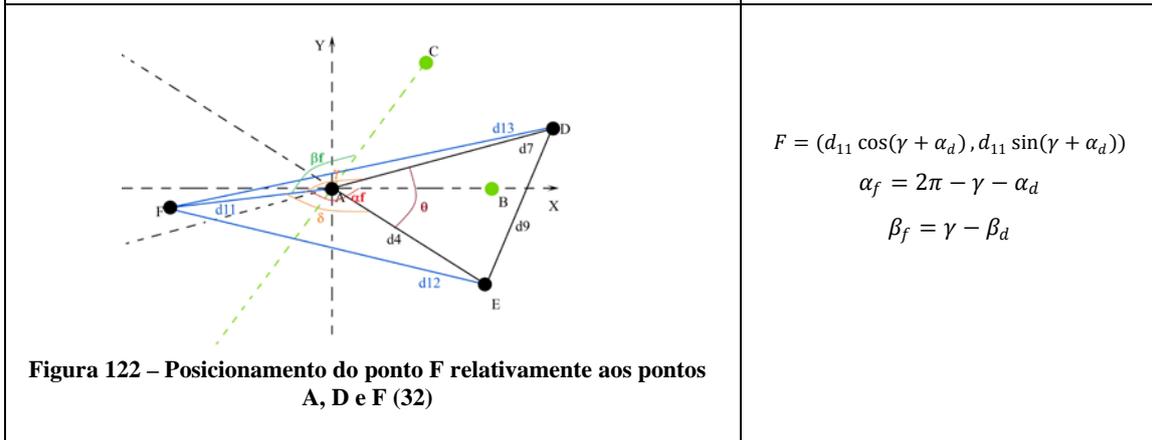
 <p><b>Figura 117 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (27)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma + \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 118 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (28)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$
 <p><b>Figura 119 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (29)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 120 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (30)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \beta_d - \gamma$$

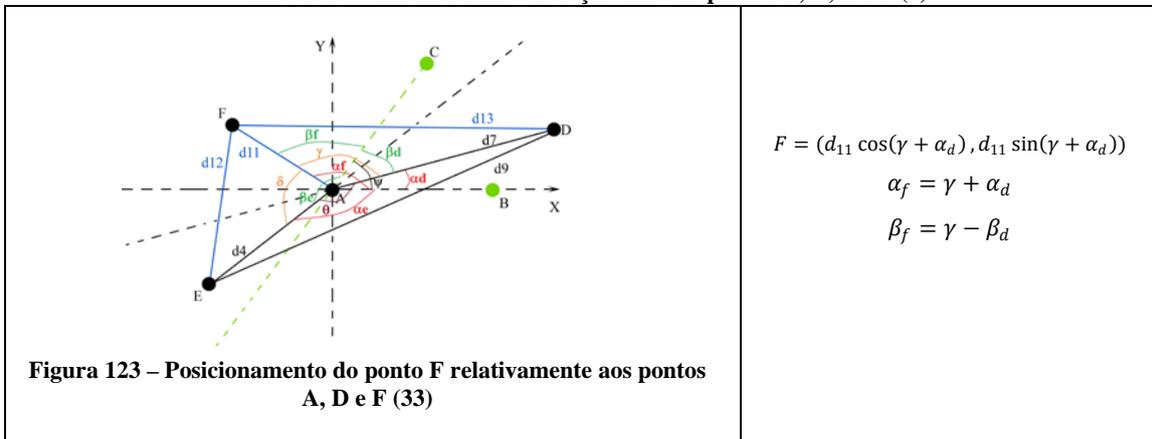


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

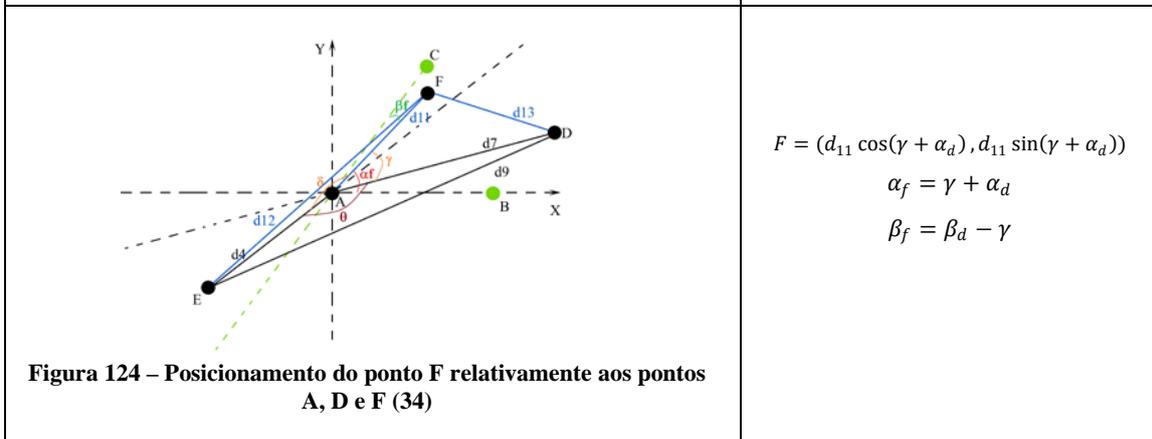
**Tabela 15 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (5)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

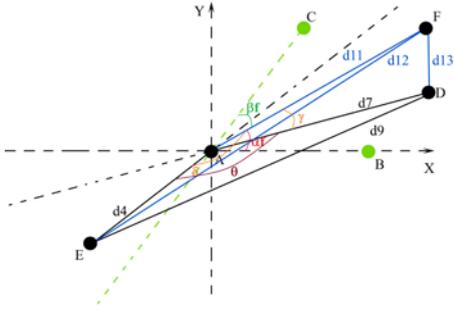
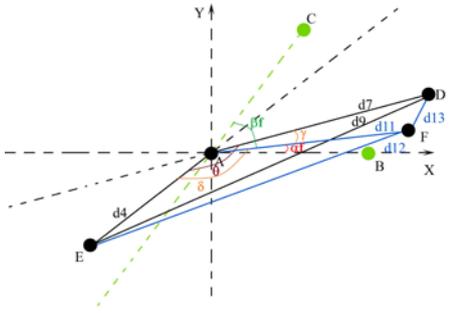
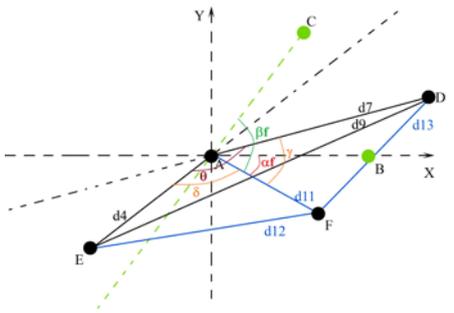
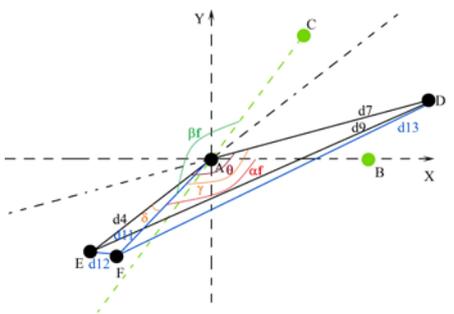
$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$



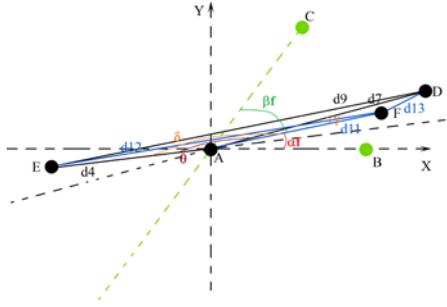
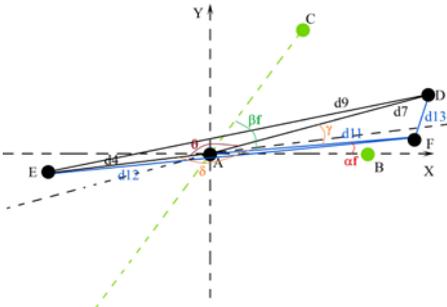
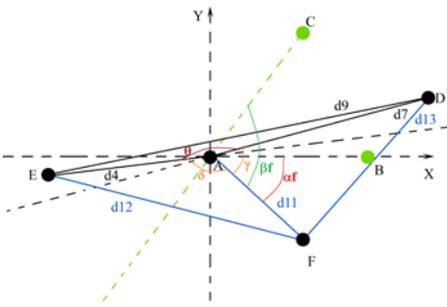
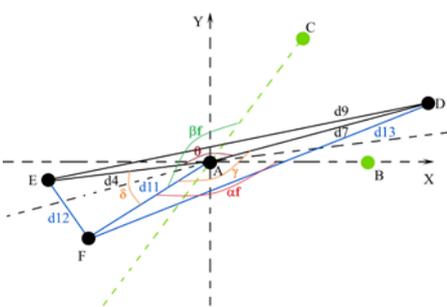
$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

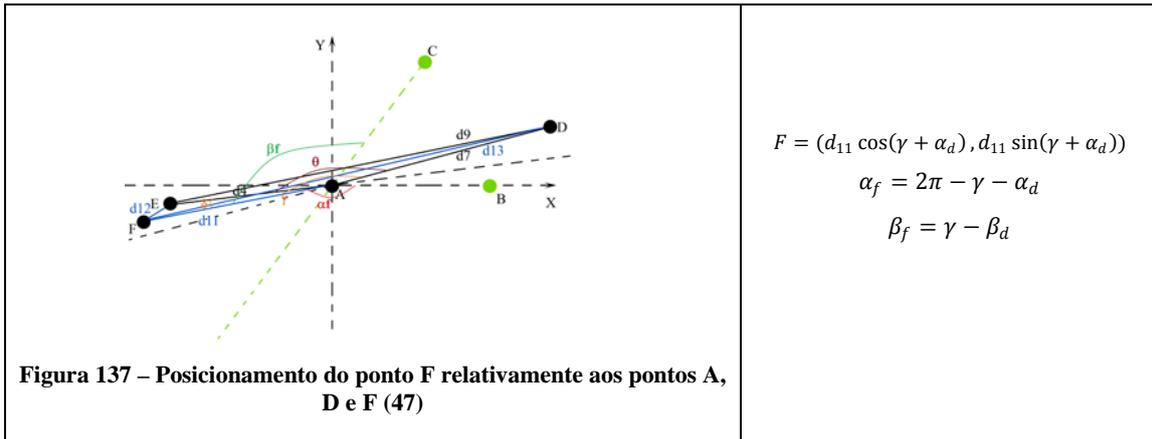
$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \beta_d - \gamma$$

 <p><b>Figura 125 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (35)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma + \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 126 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (36)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 127 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (37)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 128 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (38)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \beta_d - \gamma$



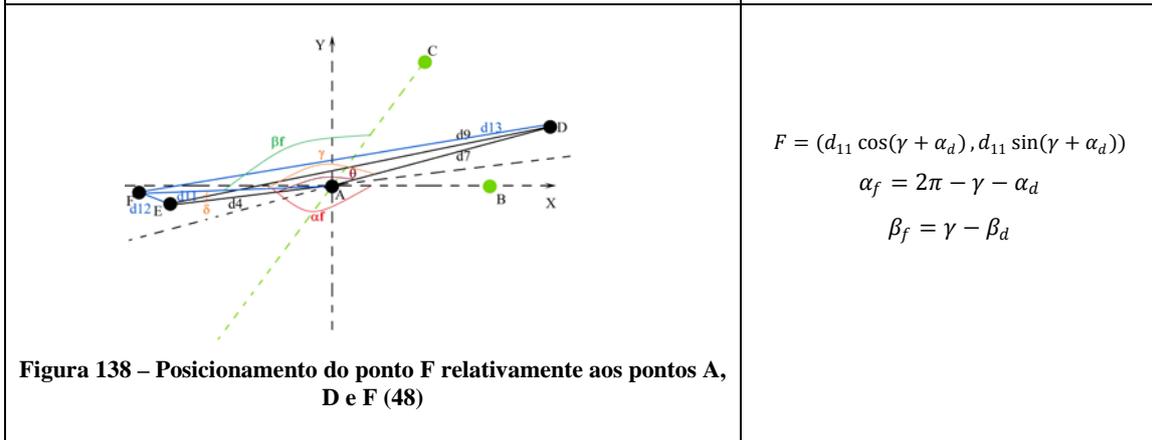
 <p><b>Figura 133 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (43)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 134 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (44)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 135 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (45)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$
 <p><b>Figura 136 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (46)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \beta_d - \gamma$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

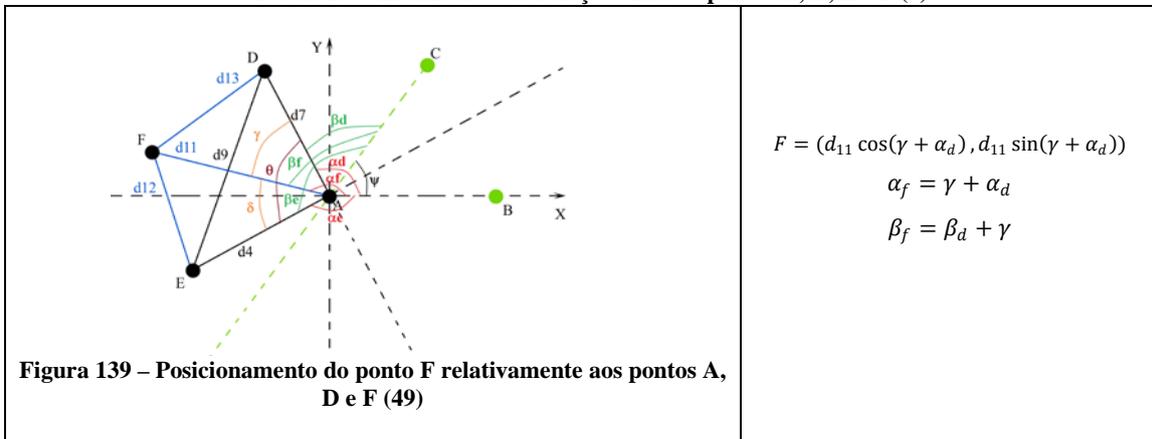


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

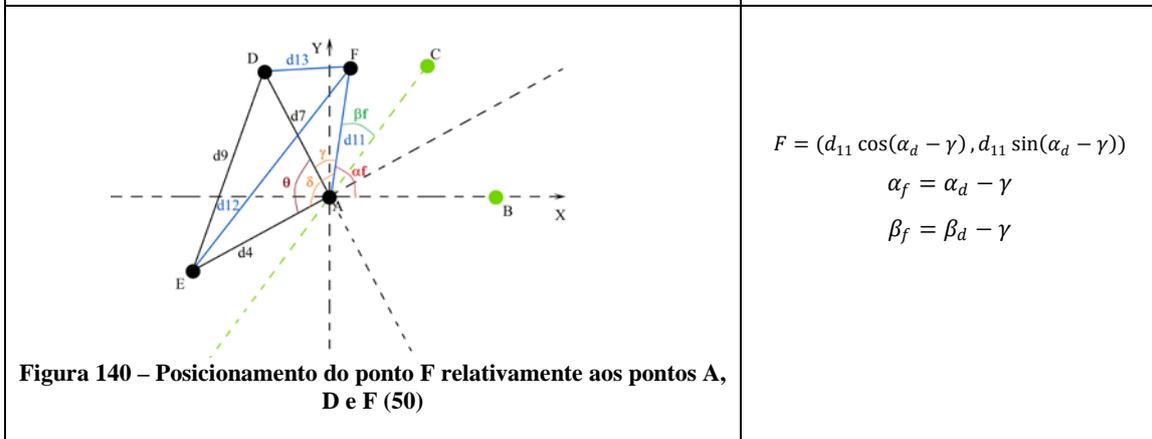
**Tabela 17 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (7)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

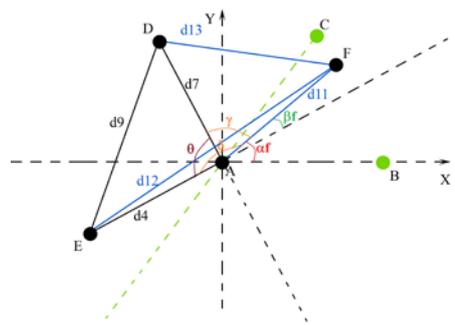
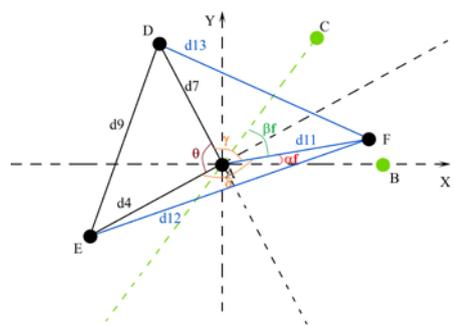
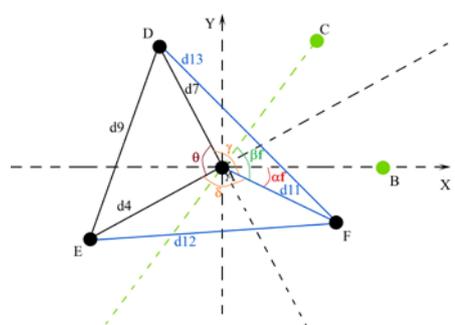
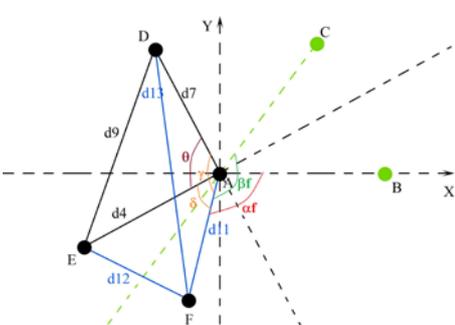
$$\beta_f = \beta_d + \gamma$$

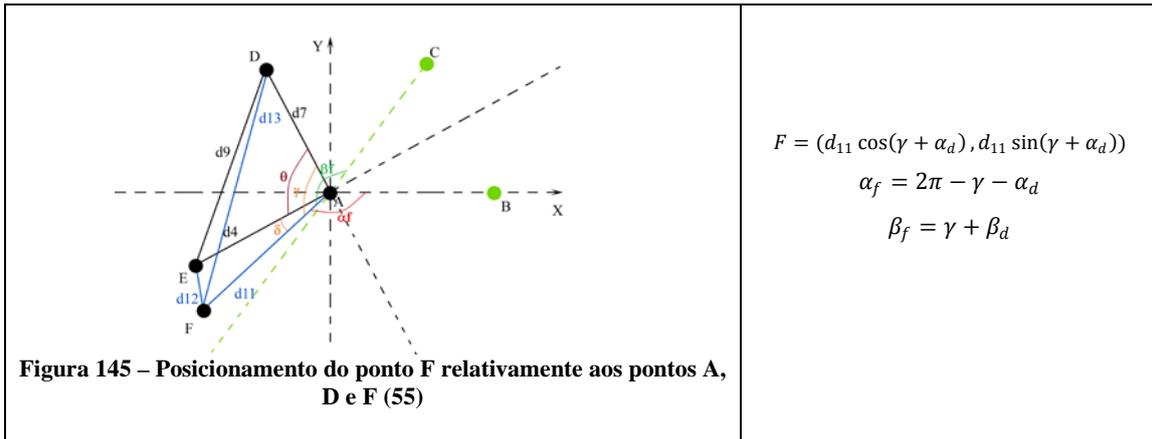


$$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$$

$$\alpha_f = \alpha_d - \gamma$$

$$\beta_f = \beta_d - \gamma$$

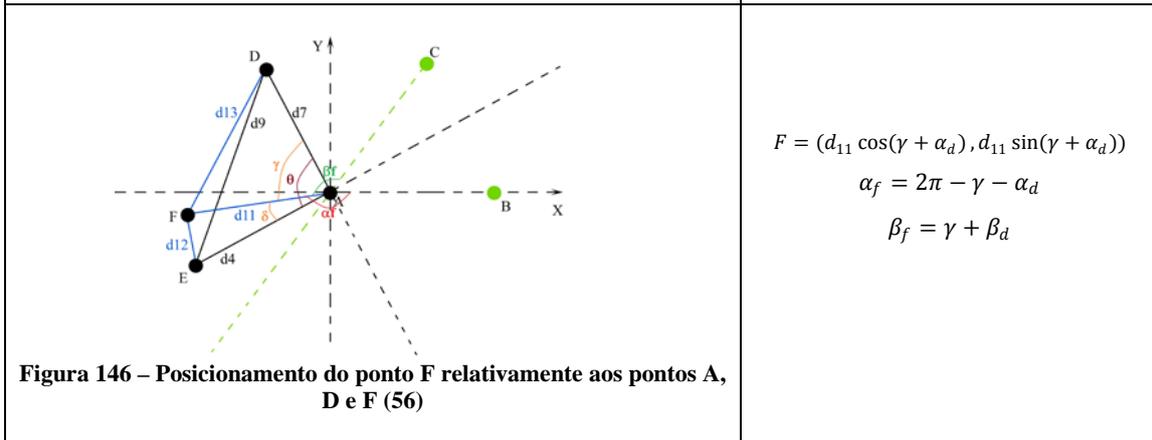
 <p><b>Figura 141 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (51)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 142 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (52)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 143 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (52)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 144 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (54)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

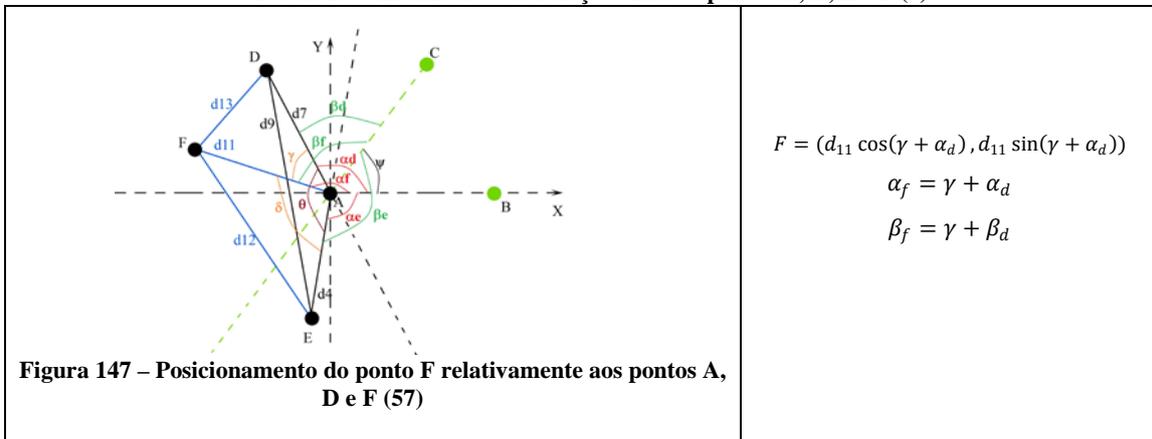


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

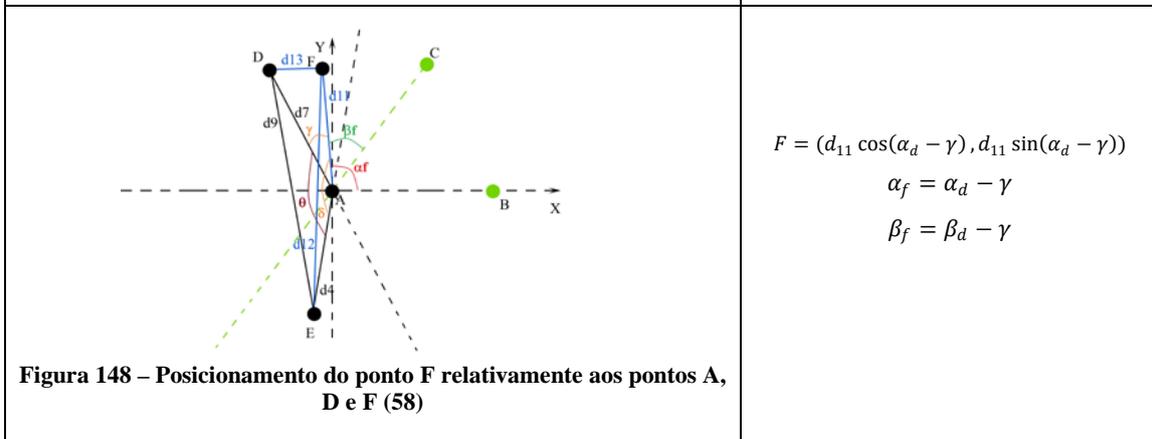
**Tabela 18 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (8)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

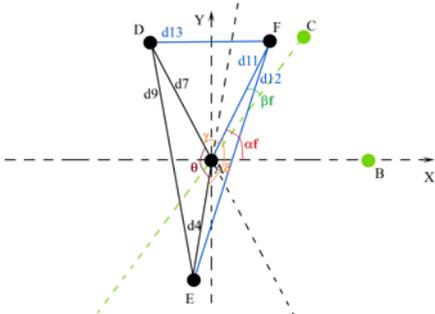
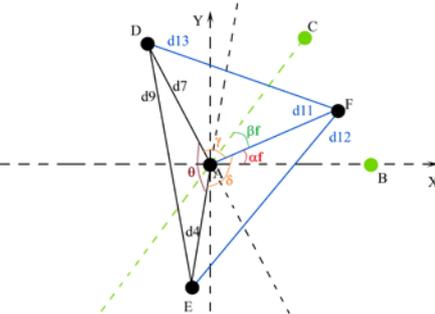
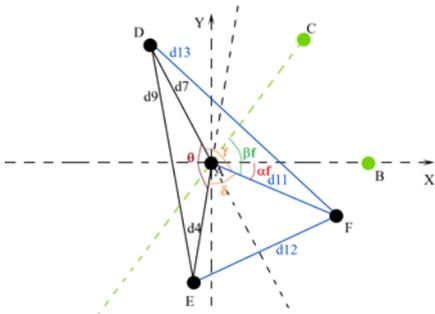
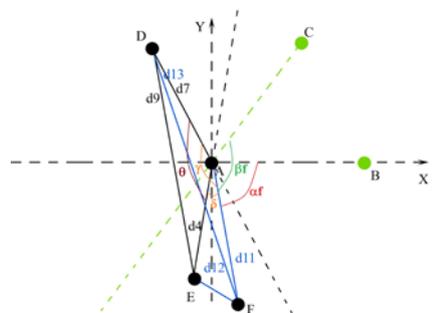
$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

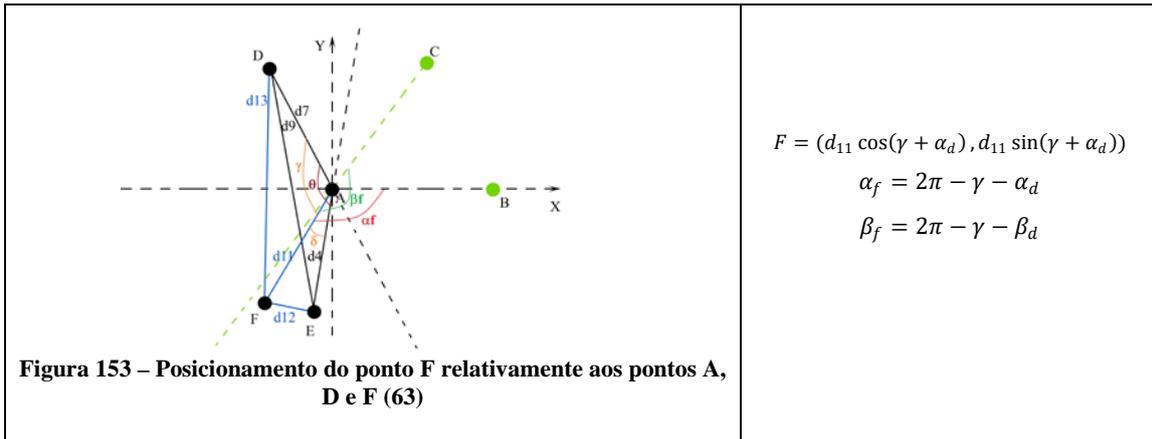


$$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$$

$$\alpha_f = \alpha_d - \gamma$$

$$\beta_f = \beta_d - \gamma$$

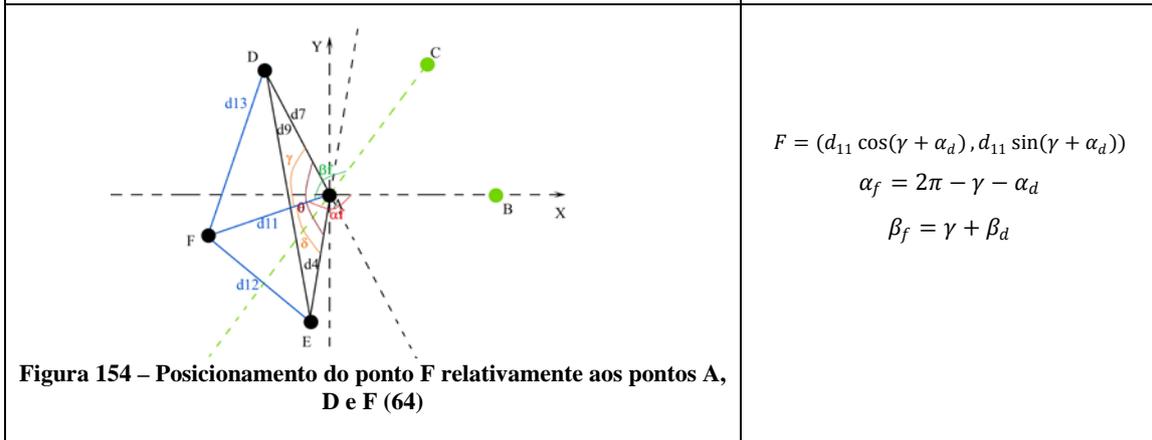
 <p><b>Figura 149 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (59)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 150 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (60)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 151 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (61)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 152 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (62)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

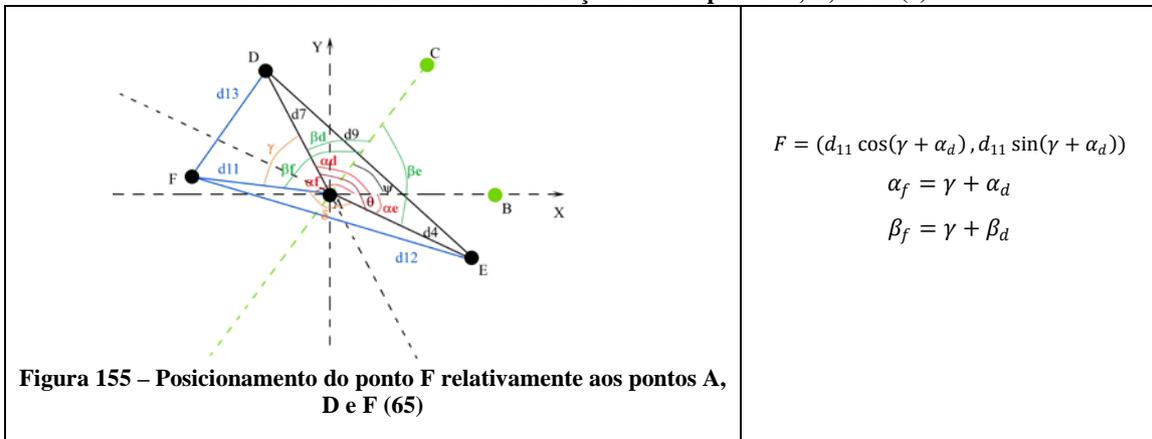


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

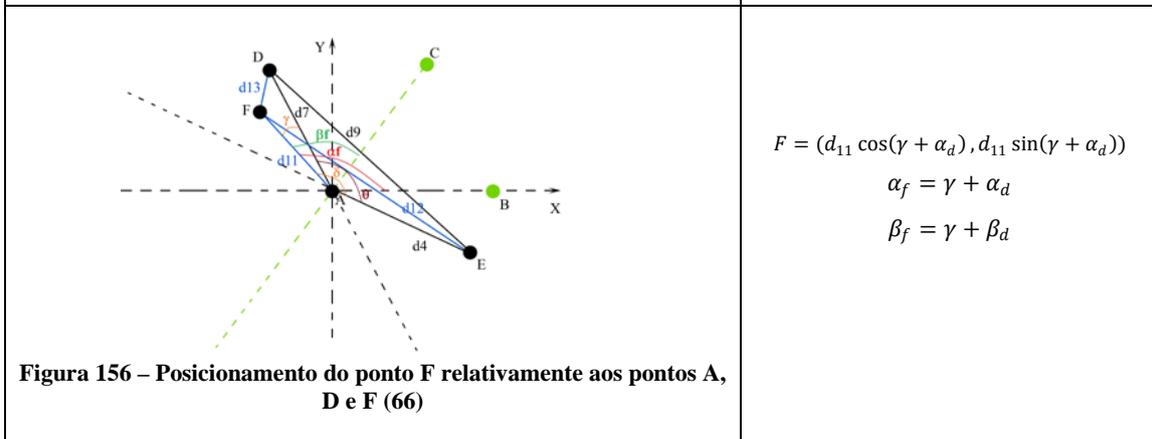
**Tabela 19 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (9)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

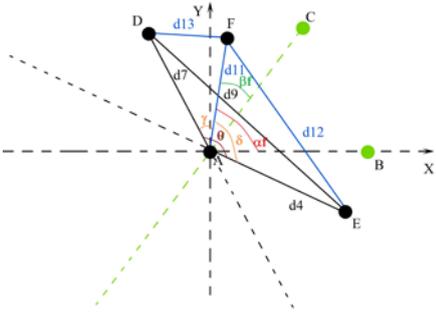
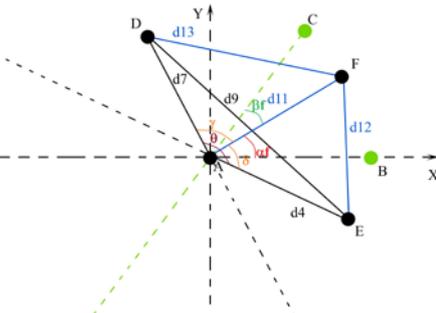
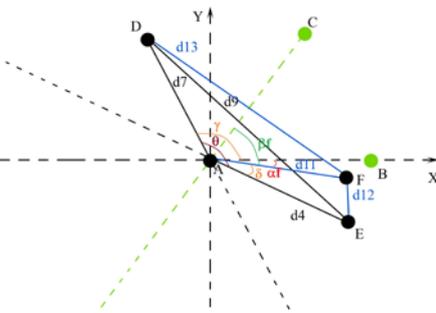
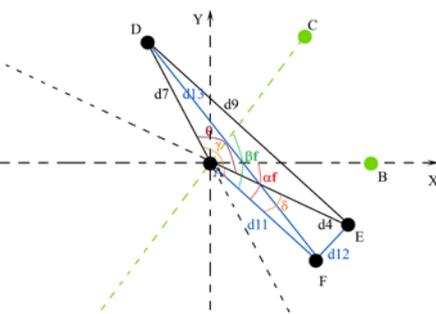
$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

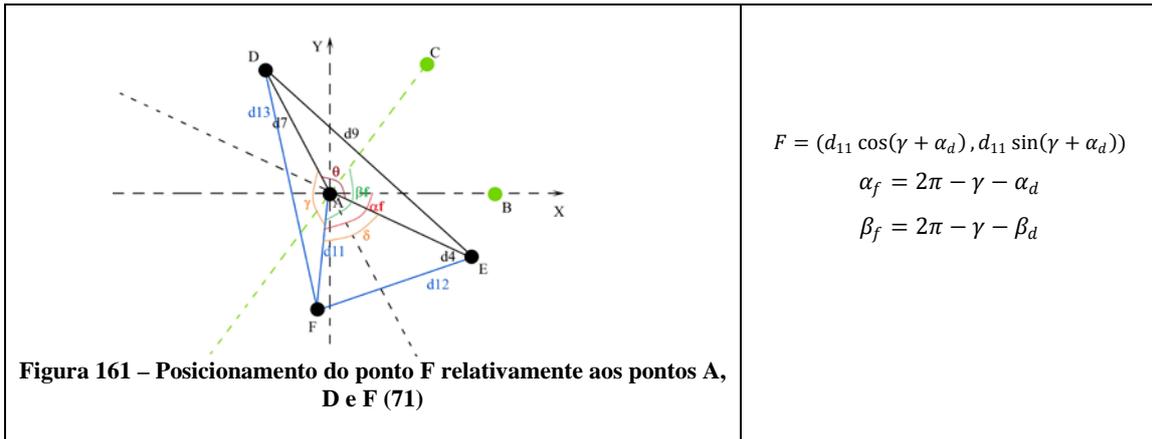


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

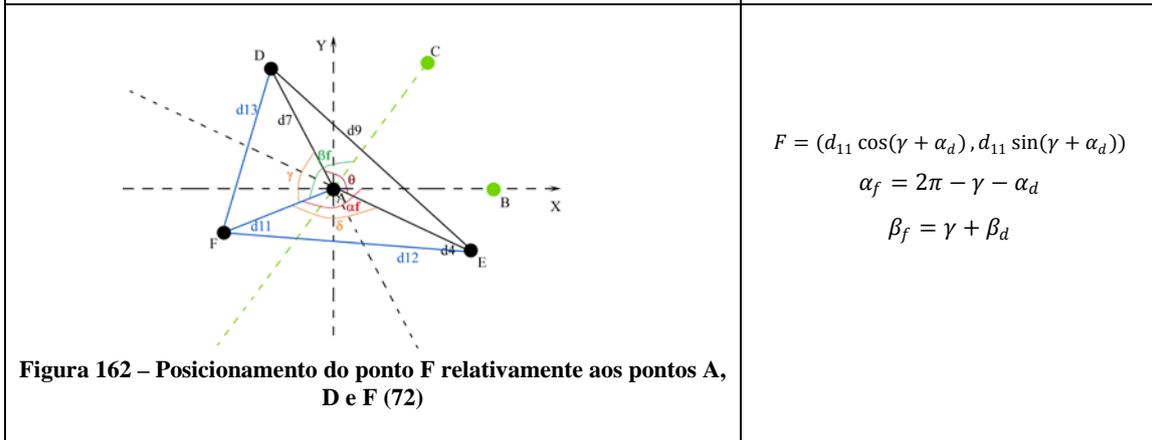
 <p><b>Figura 157 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (67)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 158 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (68)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 159 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (69)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 160 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (70)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

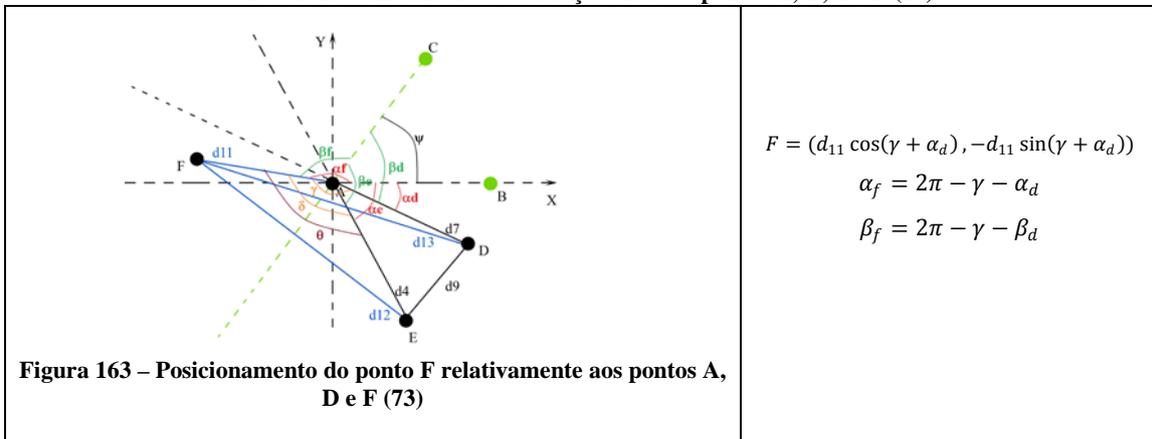


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

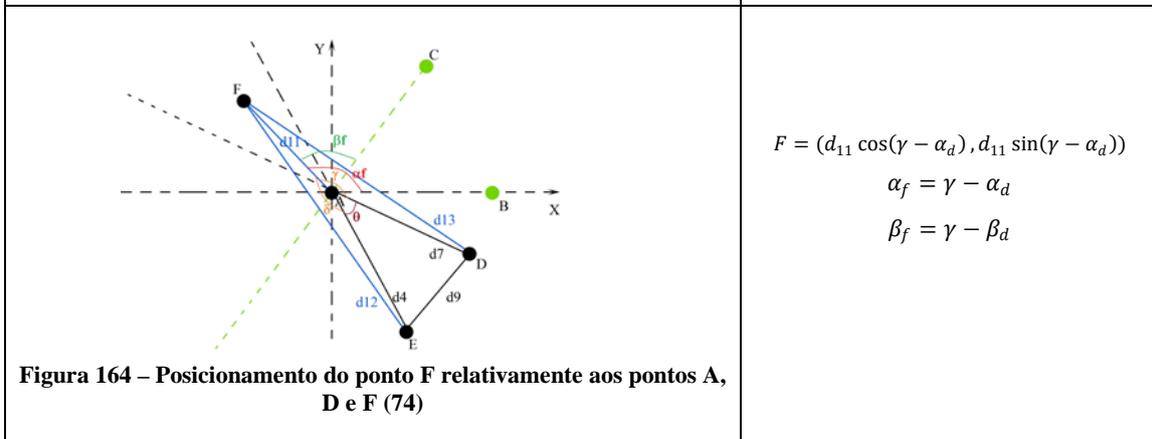
**Tabela 20 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (10)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

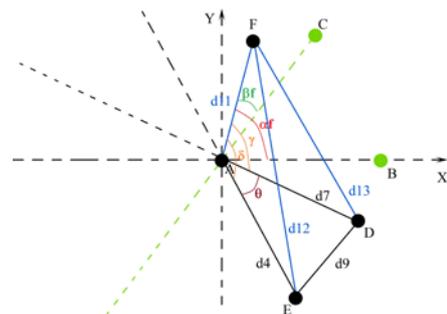
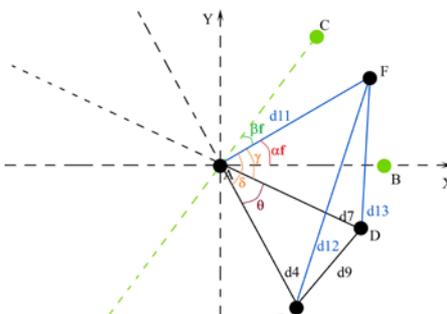
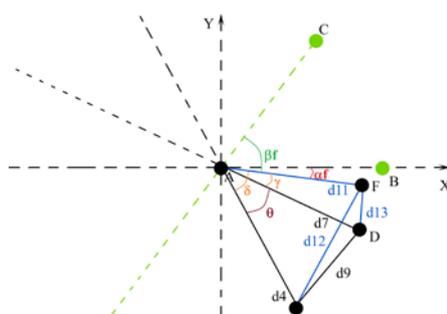
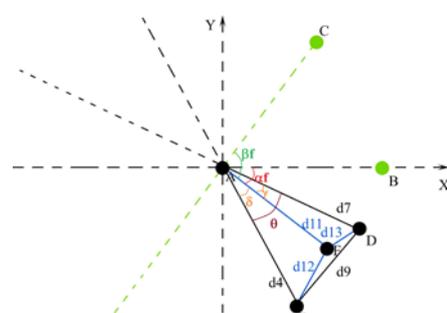
$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

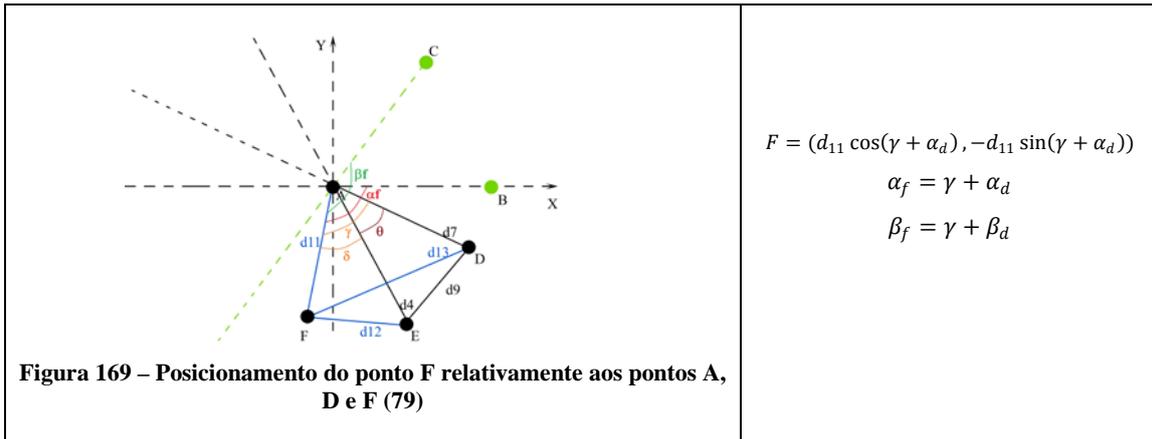


$$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

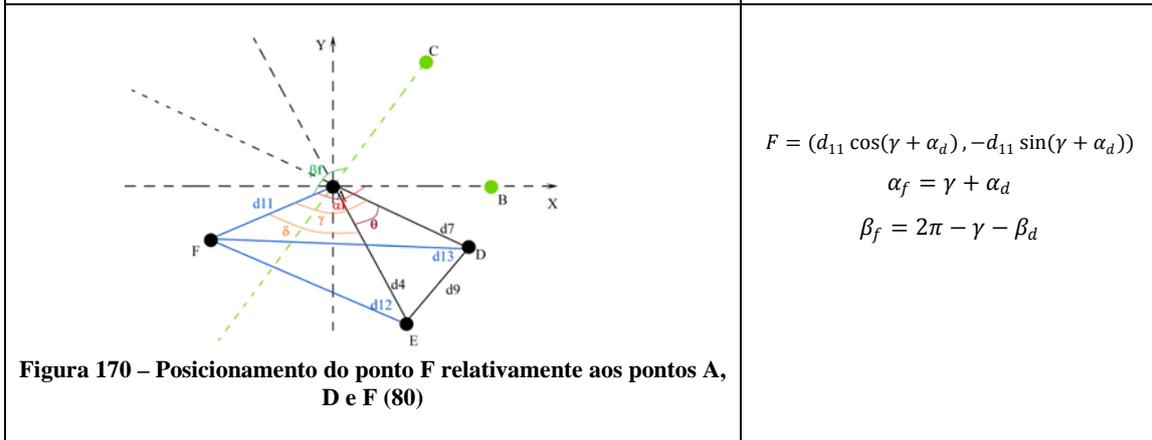
 <p><b>Figura 165 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (75)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 166 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (76)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 167 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (77)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 168 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (78)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d + \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d + \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d + \gamma$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma + \beta_d$$

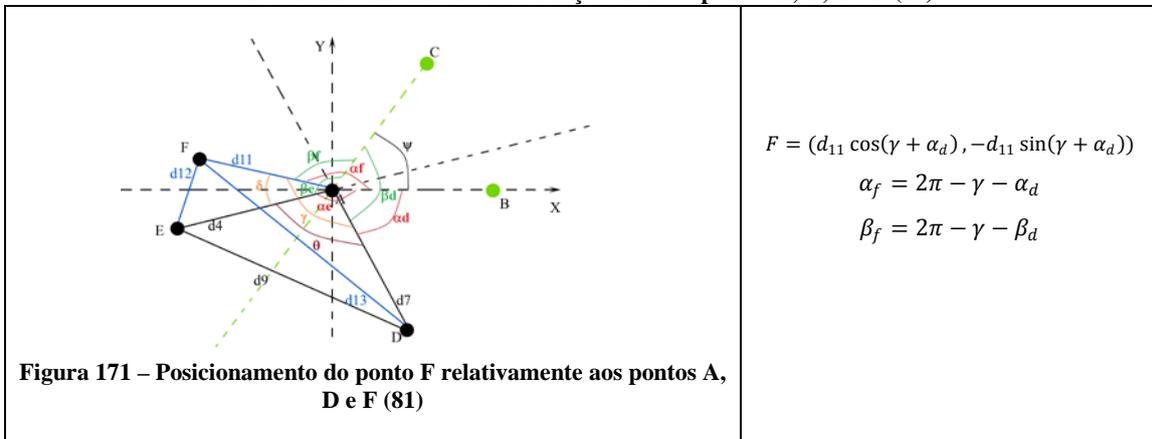


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

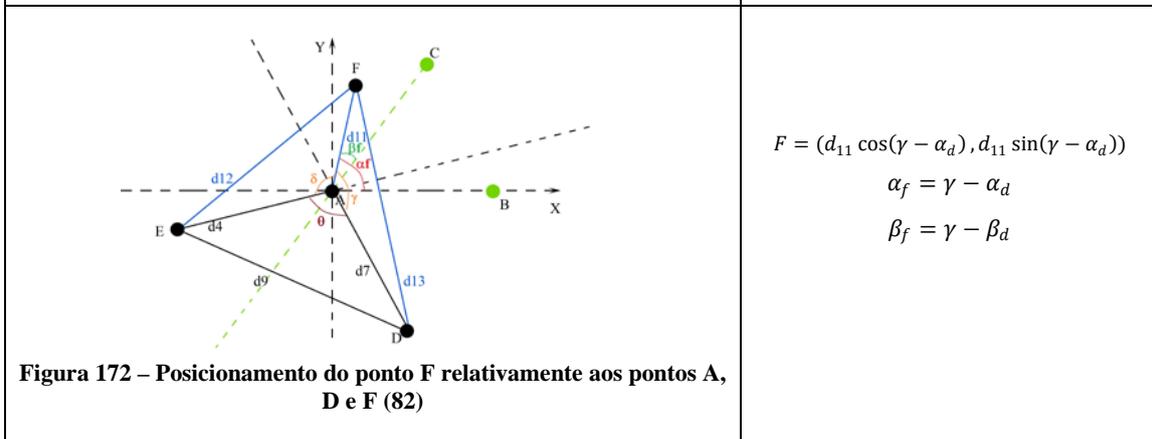
**Tabela 21 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (11)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

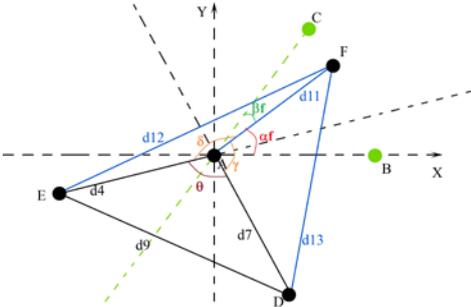
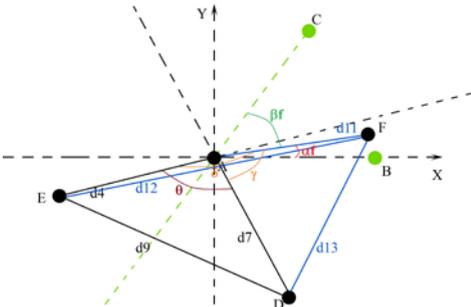
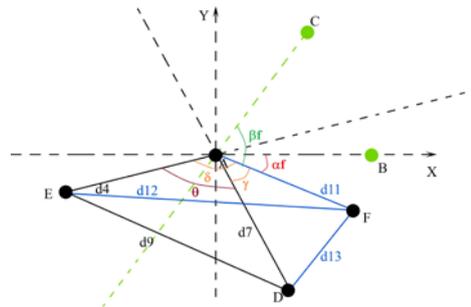
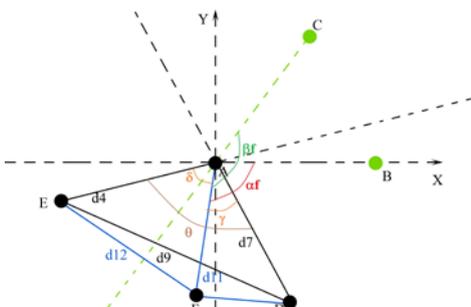
$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

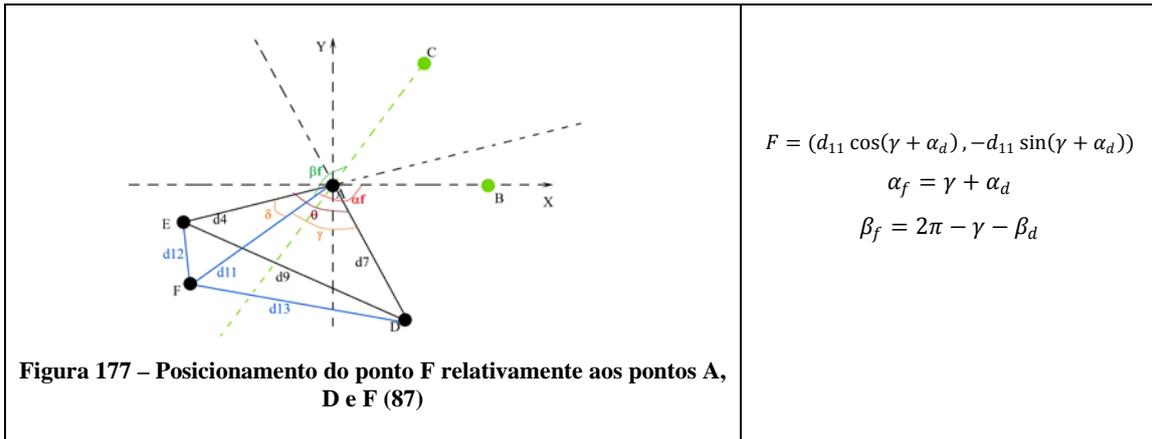


$$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

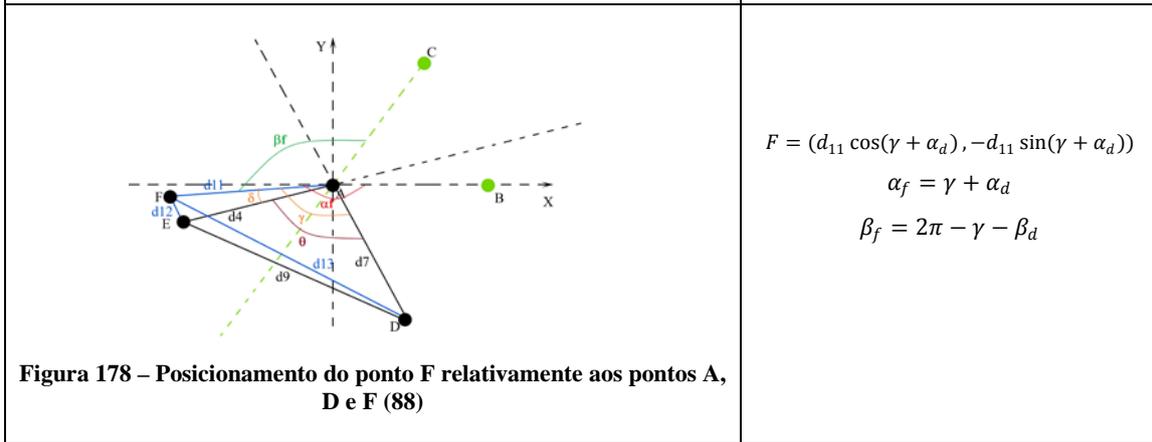
 <p><b>Figura 173 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (83)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 174 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (84)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 175 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (85)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 176 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (86)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma + \alpha_d$ $\beta_f = \gamma + \beta_d$



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

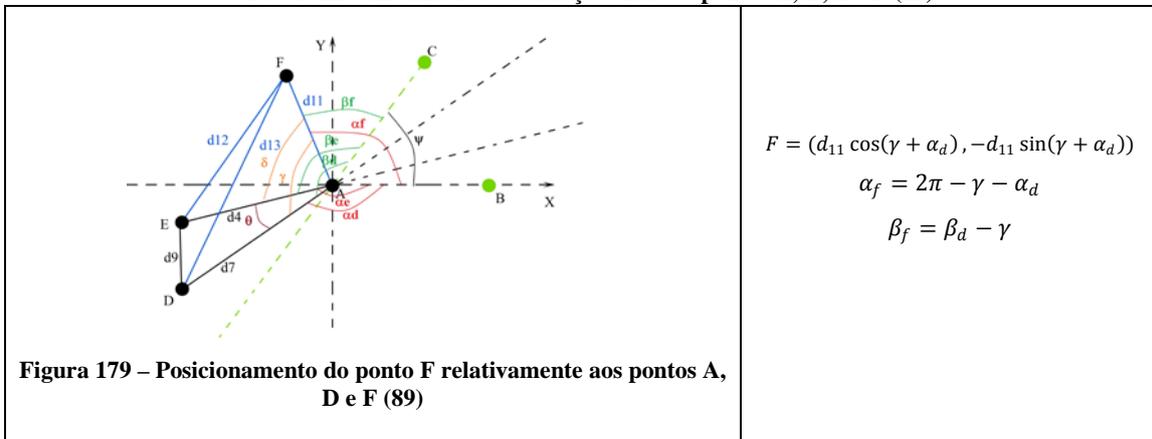


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = \gamma + \alpha_d$$

$$\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$$

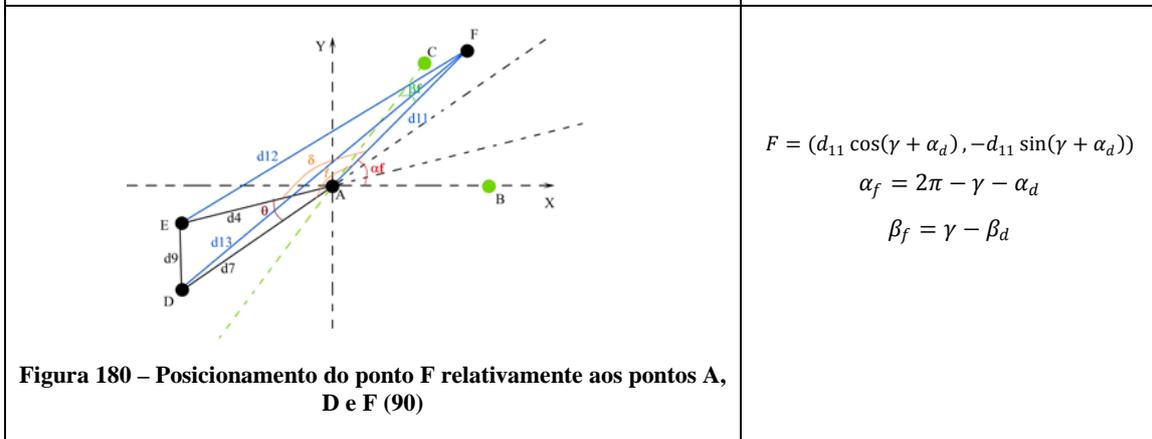
**Tabela 22 – Alternativas de relação entre os pontos A, D, E e F (12)**



$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

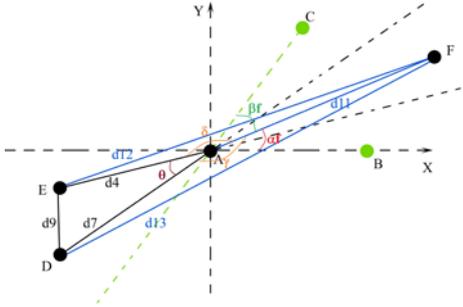
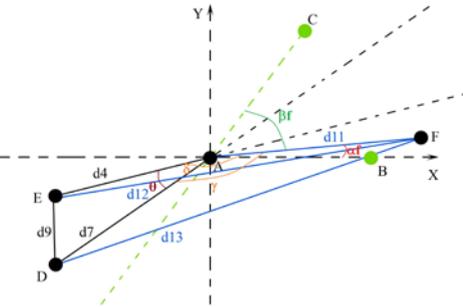
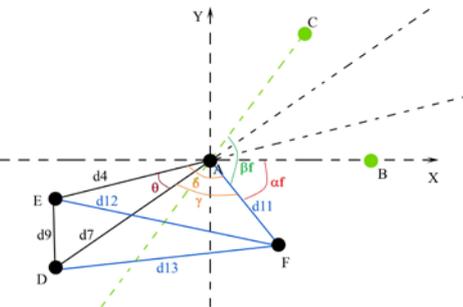
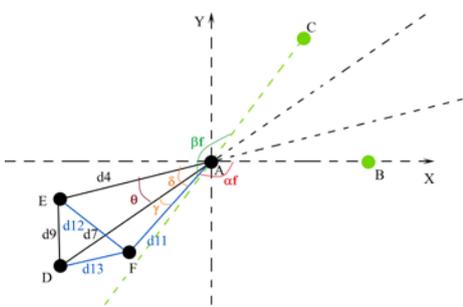
$$\beta_f = \beta_d - \gamma$$

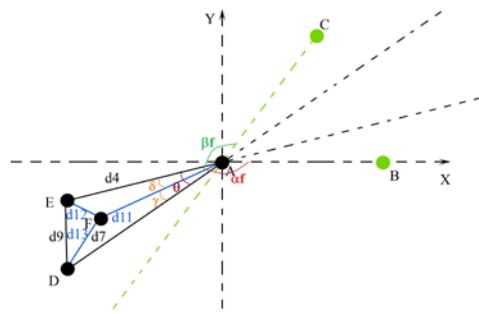
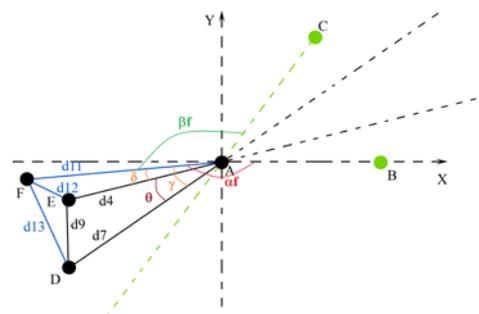


$$F = (d_{11} \cos(\gamma + \alpha_d), -d_{11} \sin(\gamma + \alpha_d))$$

$$\alpha_f = 2\pi - \gamma - \alpha_d$$

$$\beta_f = \gamma - \beta_d$$

 <p><b>Figura 181 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (91)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 182 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (92)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\gamma - \alpha_d), d_{11} \sin(\gamma - \alpha_d))$ $\alpha_f = \gamma - \alpha_d$ $\beta_f = 2\pi - \gamma - \beta_d$
 <p><b>Figura 183 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (93)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = 2\pi - \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 184 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (94)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d - \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d - \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d - \gamma$ $\beta_f = \beta_d + \gamma$

 <p><b>Figura 185 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (95)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d + \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d + \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d + \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$
 <p><b>Figura 186 – Posicionamento do ponto F relativamente aos pontos A, D e F (96)</b></p>	$F = (d_{11} \cos(\alpha_d + \gamma), -d_{11} \sin(\alpha_d + \gamma))$ $\alpha_f = \alpha_d + \gamma$ $\beta_f = \beta_d - \gamma$

Tal como foi feito em 4.3.2.2 e 4.3.2.3, vai-se procurar uma pré-solução para o problema, em que as várias tabelas são traduzidas por condições lógicas.

Como já foi referido anteriormente, é possível fazer uma divisão das várias tabelas por grupos e, dentro desses grupos, é possível diferenciar cada tabela recorrendo ao posicionamento dos pontos D e E.

A seguinte pré-solução apresentada mostra as várias condições que fazem com que as várias tabelas sejam diferenciadas.

Como é possível verificar, para o grupo em que os pontos D e E têm ordenada positiva, as três tabelas são diferenciadas pela posição do ponto D e E relativamente ao ponto C, ou seja, vai ser verificado se o ângulo  $\psi$  (entre o vector  $\overrightarrow{AC}$  e o eixo das abcissas) é maior ou menor que o ângulo  $\alpha$  do ponto D e E.

Já para o caso em que um dos pontos D ou E tem ordenada positiva e o outro negativa, as várias tabelas vão ser diferenciadas por duas fases, numa primeira fase é verificada a posição do ponto que tem ordenada positiva (neste caso é considerado o ponto D), relativamente ao ponto C e, numa segunda fase, é verificada a posição do outro ponto (neste caso é considerado o ponto E) relativamente à recta virtual que contém os pontos A e C e relativamente à recta virtual que contém os pontos A e D para este caso em específico. Passa-se a explicar: o objectivo é fazer uma análise como a que foi feita para o caso das ordenadas positivas, mas como o ponto C tem

sempre ordenada positiva, e neste caso o ponto E apresenta uma ordenada negativa, é necessário “criar” uma recta virtual que vai auxiliar a visualização. O ângulo associado à componente negativa da recta será dado por  $\pi - \psi$ . Para o caso do ponto D a situação é a mesma, vai ser necessário verificar se o ponto E está por “cima” ou por “baixo” da recta virtual do ponto D.

Para o caso em que os pontos D e E têm ordenada negativa, é feita uma análise semelhante à do caso em que os pontos têm ordenada positiva, mas para este caso considera-se a recta virtual dada pelo ponto C, tal como explicado anteriormente.

A pré-solução do pseudo-código é então:

Se  $y_d \geq 0$  e  $y_e \geq 0$

Se  $\alpha_d \geq \psi$  e  $\alpha_e \geq \psi$

Tabela 11

Se  $\alpha_d < \psi$  e  $\alpha_e \geq \psi$

Tabela 12

Se  $\alpha_d < \psi$  e  $\alpha_e < \psi$

Tabela 13

Se  $y_d \geq 0$  e  $y_e < 0$

Se  $\alpha_d < \psi$

Se  $\alpha_e \leq \pi - \psi$

Tabela 14

Se  $\alpha_e > \pi - \psi$  e  $\alpha_e \leq \pi - \alpha_d$

Tabela 15

Se  $\alpha_e > \pi - \alpha_d$

Tabela 16

Se  $\alpha_d \geq \psi$

Se  $\alpha_e \geq \pi - \psi$

Tabela 17

Se  $\alpha_e < \pi - \psi$  e  $\alpha_e > \pi - \alpha_d$

Tabela 18

Se  $\alpha_e < \pi - \alpha_d$

Tabela 19

Se  $y_d < 0$  e  $y_e < 0$

Se  $\alpha_d \geq \pi - \psi$  e  $\alpha_e \geq \pi - \psi$

Tabela 22

Se  $\alpha_d < \pi - \psi$  e  $\alpha_e \geq \pi - \psi$

Tabela 21

Se  $\alpha_d < \pi - \psi$  e  $\alpha_e < \pi - \psi$

Tabela 20

Para esta subsecção não vai ser explicado em pormenor o pseudo-código para cada tabela em específico, uma vez que os passos a seguir são muito semelhantes aos seguidos em 4.3.2.2 e em 4.3.2.3, quando se explica como é encontrado o pseudo-código para uma das tabelas.

O pseudo-código, apresentado de seguida, é o encontrado para o caso presente nesta subsecção.

Se  $y_d \geq 0$  e  $y_e \geq 0$

Se  $\alpha_d \geq \psi$  e  $\alpha_e \geq \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Figura 92

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 91

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi + \psi$

Figura 98

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi + \psi$

Figura 97

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Figura 93 e Figura 94

Se  $\alpha_d < \gamma$

Figura 95

Se outros

Figura 96

Se  $\alpha_d < \psi$  e  $\alpha_e \geq \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Figura 100 e Figura 101

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 99

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Figura 106

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Figura 102

Se  $\alpha_d < \gamma$

Figura 103

Se outros

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 104

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 105

Se  $\alpha_d < \psi$  e  $\alpha_e < \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Figura 109

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 107 e Figura 108

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Figura 114

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Figura 110

Se  $\alpha_d < \gamma$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 111

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 112

Se outros

Figura 113

Se  $y_d \geq 0$  e  $y_e < 0$

Se  $\alpha_d < \psi$

Se  $\alpha_e \leq \pi - \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Se  $\alpha_d \leq \gamma$

Figura 119

Se  $\alpha_d > \gamma$

Figura 118

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 120

$$\text{Se } \beta_d + \gamma > \pi$$

Figura 121

$$\text{Se } \delta = \gamma + \theta$$

Figura 116 e Figura 117

Se outros

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma \leq \pi$$

Figura 115

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma > \pi$$

Figura 122

$$\text{Se } \alpha_e > \pi - \psi \text{ e } \alpha_e \leq \pi - \alpha_d$$

$$\text{Se } \theta = \delta + \gamma$$

$$\text{Se } \alpha_d \leq \gamma$$

$$\text{Se } \beta_d + \gamma \leq \pi$$

Figura 127

$$\text{Se } \beta_d + \gamma > \pi$$

Figura 128

$$\text{Se } \alpha_d > \gamma$$

Figura 126

$$\text{Se } \gamma = \theta + \delta$$

Figura 129

$$\text{Se } \delta = \gamma + \theta$$

Figura 125

Se outros

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma \leq \pi$$

Figura 123 e Figura 124

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma > \pi$$

Figura 130

$$\text{Se } \alpha_e > \pi - \alpha_d$$

$$\text{Se } \theta = \delta + \gamma$$

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma \leq \pi$$

Figura 131 e Figura 132

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma > \pi$$

Figura 138

$$\text{Se } \gamma = \theta + \delta$$

Figura 137

$$\text{Se } \delta = \gamma + \theta$$

Figura 133

Se outros

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Figura 134

Se  $\alpha_d < \gamma$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 135

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 136

Se  $\alpha_d \geq \psi$

Se  $\alpha_e \geq \pi - \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 139

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Figura 146

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 145

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 144

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Figura 140 e Figura 141

Se outros

Se  $\alpha_d \leq \gamma$

Figura 143

Se  $\alpha_d > \gamma$

Figura 142

Se  $\alpha_e < \pi - \psi$  e  $\alpha_e \geq \pi - \alpha_d$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 147

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 154

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 153

Se  $\gamma = \theta + \delta$ 

Figura 152

Se  $\delta = \gamma + \theta$ 

Figura 148

Se outros

Se  $\alpha_d \geq \gamma$ 

Figura 149 e Figura 150

Se  $\alpha_d < \gamma$ 

Figura 151

Se  $\alpha_e < \pi - \alpha_d$ Se  $\theta = \delta + \gamma$ Se  $\alpha_d \geq \gamma$ 

Figura 157 e Figura 158

Se  $\alpha_d < \gamma$ 

Figura 159

Se  $\gamma = \theta + \delta$ 

Figura 160

Se  $\delta = \gamma + \theta$ 

Figura 156

Se outros

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$ 

Figura 155

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$ Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$ 

Figura 162

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$ 

Figura 161

Se  $y_d < 0$  e  $y_e < 0$ Se  $\alpha_d \geq \pi - \psi$  e  $\alpha_e \geq \pi - \psi$ Se  $\theta = \delta + \gamma$ 

Figura 185

Se  $\gamma = \theta + \delta$ Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$ 

Figura 186

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Figura 179 e Figura 180

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 184

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 183

Se  $\alpha_d < \gamma$

Figura 182

Se outros

Figura 181

Se  $\alpha_d < \pi - \psi$  e  $\alpha_e \geq \pi - \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 176

Se  $\beta_d + \gamma > \pi$

Figura 177

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Figura 178

Se  $\alpha_d + \gamma > \pi$

Figura 171

Se  $\delta = \gamma + \theta$

Se  $\alpha_d \geq \gamma$

Figura 175

Se  $\alpha_d < \gamma$

Figura 174

Se outros

Figura 172 e Figura 173

Se  $\alpha_d < \pi - \psi$  e  $\alpha_e < \pi - \psi$

Se  $\theta = \delta + \gamma$

Figura 168

Se  $\gamma = \theta + \delta$

Se  $\alpha_d + \gamma \leq \pi$

Se  $\beta_d + \gamma \leq \pi$

Figura 169

$$\text{Se } \beta_d + \gamma > \pi$$

Figura 170

$$\text{Se } \alpha_d + \gamma > \pi$$

Figura 163

$$\text{Se } \delta = \gamma + \theta$$

$$\text{Se } \alpha_d \geq \gamma$$

Figura 167

$$\text{Se } \alpha_d < \gamma$$

Figura 165 e Figura 166

Se outros

Figura 164

#### 4.4. Algoritmo Proposto (Diagrama de Blocos)

Até agora foram introduzidos os conceitos teóricos e as ferramentas para a estimação das coordenadas que foram traduzidas para um pseudo-código, mas é necessário que os vários trechos de pseudo-código sejam executados segundo uma certa ordem. Nesta secção vai ser apresentada a ordem pela qual esta dissertação propõe a execução dos vários trechos de pseudo-código.

Como já foi referido, está a ser dada uma perspectiva *bottom up* do algoritmo, na secção anterior. Foram apresentados os vários cálculos aritméticos e os pseudo-códigos onde vão ser inseridos. Nesta secção, vai ser apresentado e explicado o diagrama de bloco (Figura 187) que descreve o algoritmo que esta dissertação propõe para o cálculo das coordenadas.

O algoritmo que esta dissertação propõe é o apresentado na Figura 187.

Na Figura 187 é apresentado o diagrama de blocos, que traduz a ordem de execução dos vários trechos de pseudo-código propostos na secção 4.2. A figura está dividida em cinco blocos, identificados de A a E, para se poder fazer uma explicação mais detalhada e simples do algoritmo.

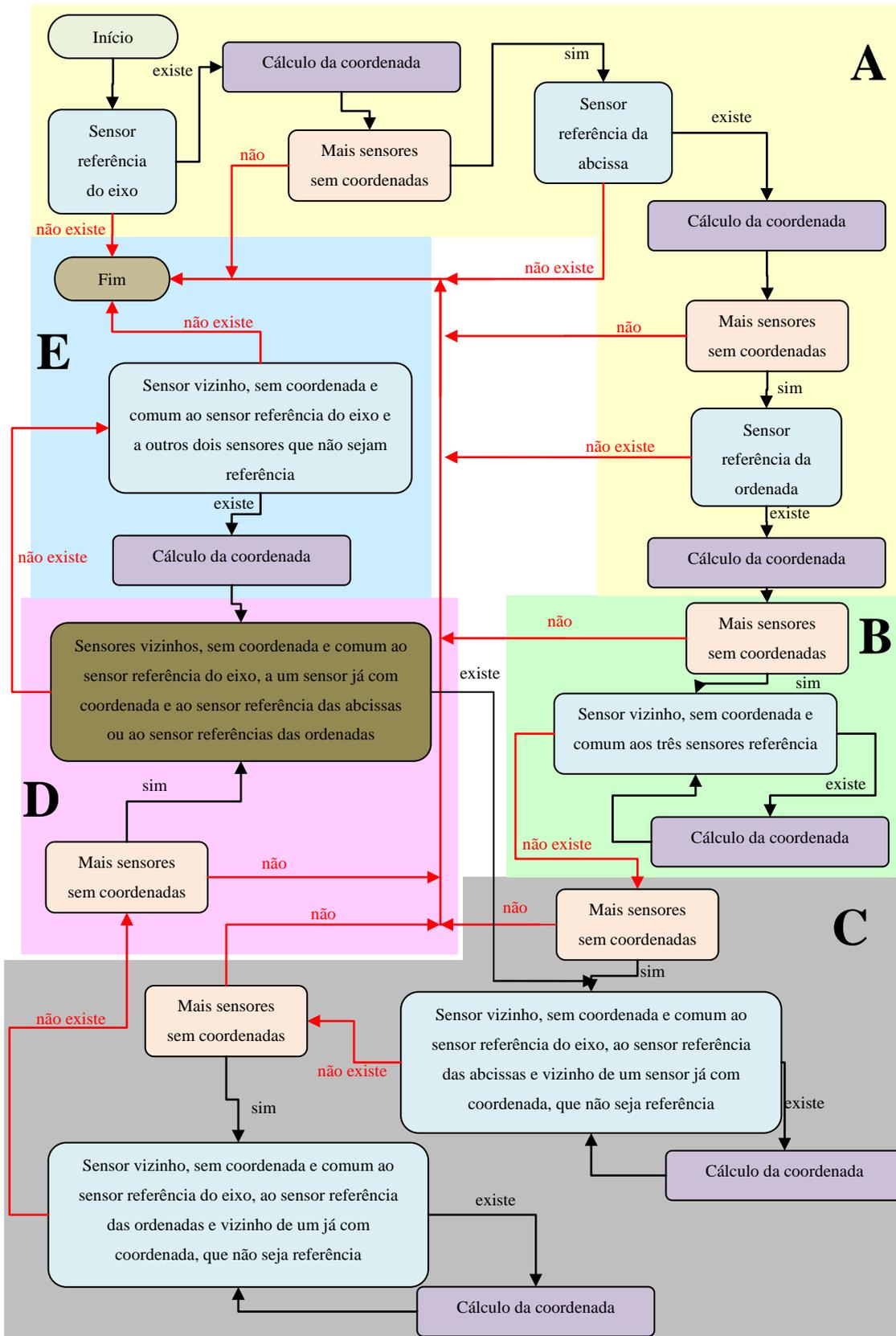


Figura 187 – Diagrama de blocos do algoritmo proposto para a estimação da coordenada dos sensores

O bloco A (amarelo) é onde se vai definir as coordenadas dos três sensores fundamentais, tal como visto na subsecção 4.3.1. O único cuidado a ter é garantir que existe sensor referência

do eixo (sensor ao qual todos os outros se vão referenciar) e que existem sensores que reúnam as condições necessárias, um para ser o sensor referência das abcissas e outro para ser o sensor referência do eixo das ordenadas. É de notar que se não for possível definir um dos três pontos fundamentais, a execução termina por falta de referências.

O bloco B (verde) é o local onde se vão estimar as coordenadas de todos sensores vizinhos aos três sensores fundamentais. A execução não sai deste bloco enquanto que não efectuar o cálculo das coordenadas de todos os sensores vizinhos directos dos três sensores fundamentais. Este bloco tem inerentes os conceitos e pseudo-código apresentado na subsecção 4.3.2.1.

O bloco C (cinzento) delimita o local onde são estimadas as coordenadas dos sensores com vizinhança comum ao sensor referência (origem do sistema de eixos) e ao sensor referência das abcissas ou das ordenadas. O terceiro sensor, que vai servir para a estimação, é um sensor qualquer já com coordenadas e que não seja um dos três sensores fundamentais. Este terceiro sensor pode ter sido obtido através do bloco B, através deste mesmo bloco ou através do bloco E. Está a ser proposto que se estimem as coordenadas, primeiro recorrendo ao sensor referência das abcissas e só depois ao das ordenadas, mas é indiferente a ordem pela qual são executados, daí estarem estes dois passos no mesmo bloco. Este bloco contempla os casos apresentados nas subsecções 4.3.2.2 e 4.3.2.3.

O bloco D (rosa), é um bloco de decisão, isto é, não é um bloco onde é feita uma estimação das coordenadas, mas decide se o programa avança/mantém-se para/no bloco E. Neste caso, o bloco E, apenas vai ser executado caso existam sensores cujas coordenadas não seja possível estimar através de, pelo menos, dois dos três sensores fundamentais. Sempre que a coordenada de um sensor é estimada neste bloco, verifica-se então se já é possível voltar ao bloco C.

O bloco E (azul), é a última hipótese de cálculo de coordenadas para o sistema, ou seja, se no sistema, após os quatro blocos prévios ainda existirem sensores sem coordenadas, é neste bloco que as coordenadas vão ser calculadas. Este bloco implementa os conceitos e pseudo-código apresentado na subsecção 4.3.2.4.

Até agora foi apresentado o funcionamento idealizado e virtual; Agora vai-se explicar qual o comportamento pretendido para o algoritmo num sistema.

Para melhor compreensão e explicação, foi considerado um sistema constituído por vinte sensores, arbitrariamente posicionados numa área como está apresentado na Figura 188. Na Tabela 23 estão apresentadas as relações entre os vinte sensores (apenas as relações mais importantes, pelas quais as coordenadas são calculadas), bem como as distâncias que os separam. A escolha dos sensores vizinhos foi arbitrária e apenas para ser considerado neste exemplo em específico.

O sensor referência para o exemplo será o sensor com identificador (ID) 1.

Como o sensor referência é o sensor com ID 1, todas as coordenadas são estimadas relativamente a este, como tal, é esperado que todos os sensores do sistema lhe estejam

directamente relacionados como vizinhos de um salto. Sabendo isto, o próximo passo é procurar um sensor que possa servir de sensor referência das abcissas. Tendo como base o pressuposto da subsecção 4.3.1.1, pode ser escolhido qualquer sensor do sistema, para o exemplo escolheu-se o sensor com ID 2 e obteve-se a coordenada da forma explicada também na subsecção 4.3.1.1.

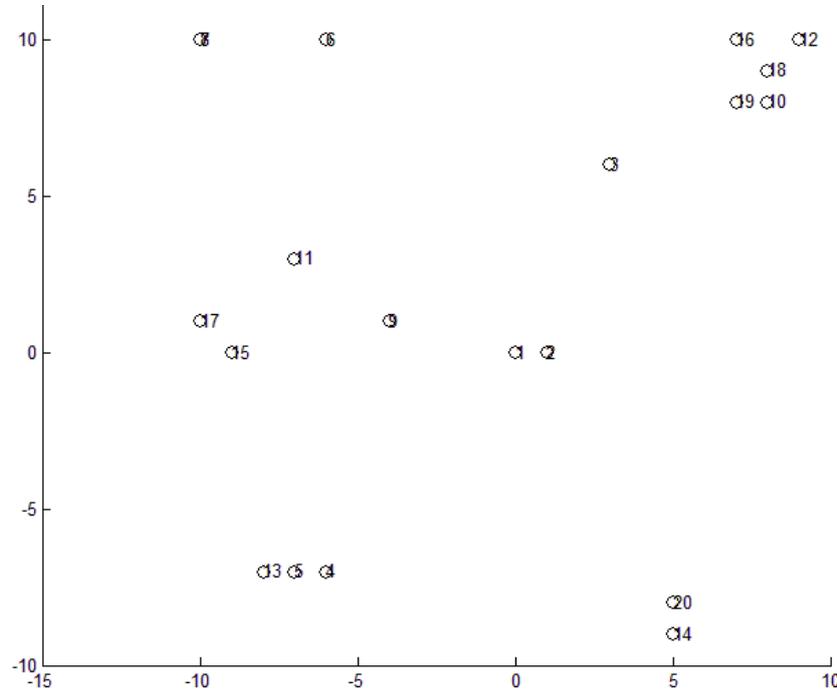


Figura 188 – Posicionamento arbitrário de 20 sensores numa WSN

A escolha do sensor referência das ordenadas já não é tão pacífica. Para este caso é necessário que o sensor tenha também como vizinho de um salto o sensor referência das abcissas, tal como visto na subsecção 4.3.1.2. Pela análise da tabela, é possível verificar que o sensor que reúne as especificações é o sensor com ID 3, como tal é calculada a coordenada do ponto como explicada anteriormente na subsecção 4.3.1.2.

Até ao momento foi exemplificado o comportamento do algoritmo dentro do bloco A, em que estão a ser definidos os três sensores fundamentais.

Neste segundo bloco (bloco B), são procurados os sensores que têm vizinhança directa com os três sensores fundamentais em simultâneo. Ao fazer-se uma análise à tabela, pode-se verificar que os sensores em caso são o 12, 18 e 19; todos eles vão ter as coordenadas calculadas como explicado na subsecção 4.3.2.1 (pela análise da Figura 188 é possível ver que os três casos em questão, estão de acordo com o caso da Figura 39).

Nesta fase, o algoritmo está a entrar no bloco C. Inicialmente, procura os sensores que sejam comuns aos sensores referência e das abcissas e que contenham um sensor já com coordenadas calculadas. No exemplo proposto é o caso dos sensores 9, 13 e 15, em que as coordenadas são calculadas conforme descrito na subsecção 4.3.2.2. Após estes sensores, é efectuado o segundo passo deste bloco, onde se procuram os sensores comuns aos sensores referência do eixo e das ordenadas e que contenham um sensor já com coordenadas calculadas.

Neste caso os sensores são: o 5 e o 7. As coordenadas para estes dois sensores são calculadas como descrito na subsecção 4.3.2.3.

**Tabela 23 – Algumas relações de vizinhança e distâncias para o caso de 20 sensores numa WSN**

ID do sensor	ID dos vizinhos	Distância	ID do sensor	ID dos vizinhos	Distância
2	1	1,00	12	1	13,45
	3	6,33		2	12,81
3	1	6,71		3	7,21
	2	6,33	13	1	10,63
4	1	9,22		2	11,40
	11	10,05	12	24,04	
	13	2,00	14	1	10,30
5	1	9,90		3	15,13
	3	16,40		5	12,17
	12	23,35	15	1	9,00
6	1	11,66		2	10,00
	12	15,00		12	20,59
	13	17,12	16	1	12,21
7	1	14,14		3	5,66
	3	13,60		5	22,02
	12	19,00	17	1	10,05
8	1	14,14		8	9,00
	11	7,62		12	21,02
	13	17,12	18	1	12,04
9	1	4,12		2	11,40
	2	5,10		3	5,83
	12	15,81	19	1	10,63
10	1	11,31		2	10,00
	2	10,63		3	4,47
	13	21,93	20	1	9,43
11	1	7,62		7	23,43
	2	8,54		18	17,26
	13	10,05			

Uma vez terminado, a execução do algoritmo prossegue para o bloco D, que vai fazer com que se volte para o bloco C, uma vez que os sensores 10 e 11 já se encontram nas condições de execução do primeiro passo do bloco, e os sensores 14 e 16 nas condições do segundo passo.

Após este segundo ciclo pelo bloco C, o teste do bloco D vai voltar a ser executado. Pela análise da tabela é possível verificar que os restantes sensores se encontram nas condições do bloco E. Os sensores são verificados um a um, e sempre que se calcula a coordenada de um deles, volta-se ao bloco D para testar se vai para o bloco C ou volta para o bloco E.

#### 4.5. Modelo de Funcionamento da Rede de Sensores

Na secção anterior foi apresentado um algoritmo de localização baseado apenas em IDs e em distâncias, que está a ser executado num computador externo à rede. Mas para o algoritmo poder ser executado, é necessário que a rede forneça os dados exigidos.

Nesta subsecção vai ser então proposto um algoritmo que traduza o modelo de funcionamento da rede de sensores para funcionar em paralelo com o algoritmo de localização.

É então proposto que cada sensor passe grande parte do tempo em modo recepção (Figura 189 a)) e apenas envie uma mensagem *broadcast* de um salto com a informação de ID (Figura 189 b), c) e d)). Os seus vizinhos ao receber este pedido ficam também a saber a distância entre eles (neste caso um parâmetro através do qual seja possível obter a distância). Consoante os dados chegam aos vários sensores, estes encarregam-se por armazenar num vector o ID do vizinho e a respectiva distância. Uma vez o vector completo (abrange todos os sensores vizinhos) é enviado para o coordenador de rede (Figura 189 e)). O envio do vector para o coordenador é independente de sensor para sensor, ou seja, o sensor mal tenha o vector completo pode enviar logo, não necessitando de esperar que os restantes sensores da rede completem os seus vectores, até, porque, se acontecer esta situação podem existir colisões de pacotes. Este procedimento é repetido sucessivamente durante o tempo de vida do sensor ou da rede.

O procedimento de envio do ID por cada sensor, convém que seja repetido com intervalos de tempo aleatórios, para reduzir a ocorrência de colisões de mensagens.

Como uma WSN pode ter um número de sensores variável e ser dinâmica, não é conhecido o número de vizinhos de cada sensor, como tal, nunca se sabe quando é que o vector está completo. Devido a esta incerteza, propõe-se que cada sensor tenha um tempo de espera, para enviar o vector, de pelo menos duas vezes o intervalo máximo de tempo de repetição disponível, ou seja, se o intervalo máximo de tempo para a repetição do procedimento é de 3ms, então o vector é enviado para o coordenador de 6 em 6 ms.

O coordenador da rede, por sua vez, sempre que receber um vector, de um dos sensores, envia-o para o servidor que o colocará na respectiva posição na base de dados. É de notar que o coordenador de rede é, também, um sensor pertencente à rede e como tal também vai ter o seu próprio vector. O coordenador de rede pode ser o sensor referência. A proposta de funcionamento está exemplificada na Figura 189.

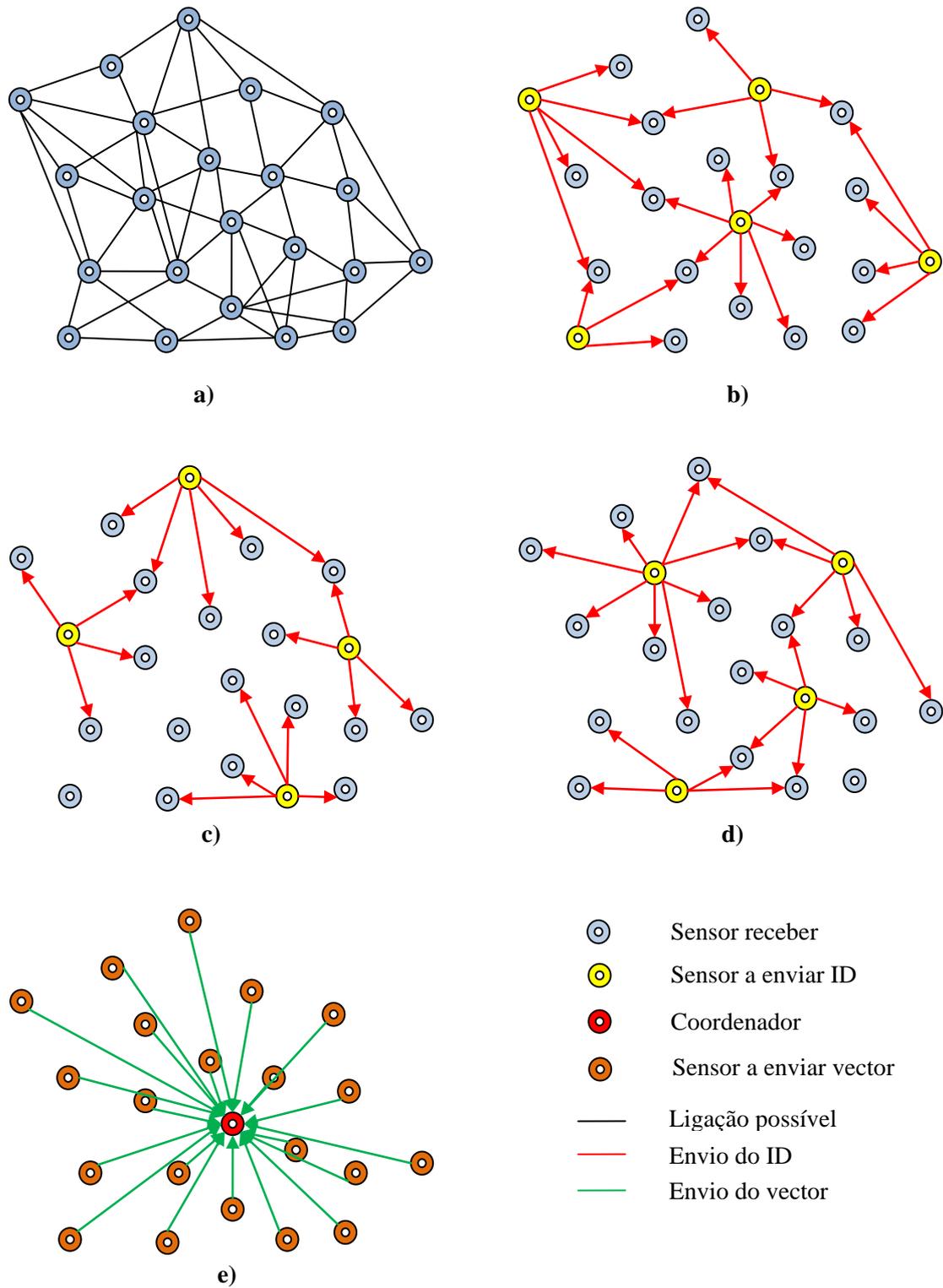


Figura 189 – Exemplo de funcionamento proposto

# Capítulo 5

## Resultados

---

No capítulo 4 foi proposto um algoritmo que possibilita o cálculo das coordenadas dos sensores pertencentes a uma WSN. Neste capítulo vai-se mostrar os resultados dos vários testes efectuados ao algoritmo (secção 5.4).

Para a realização destes testes foi necessária a implementação do algoritmo numa linguagem de programação, para que fosse possível a sua execução num computador. A linguagem de programação escolhida foi a disponibilizada pelo MATLAB<sup>®</sup>, o M-código (secção 5.2), mas o algoritmo pode facilmente ser escrito em qualquer outra linguagem de programação.

Como os testes vão ser efectuados sem um suporte físico (entenda-se suporte físico como, uma WSN real em funcionamento), foi criado um código que gera uma WSN virtual, em que os únicos dados devolvidos são os dados indispensáveis para o cálculo da posição pelo algoritmo proposto (distâncias e IDs). Este código vai ser explicado mais detalhadamente na secção 5.3.

### 5.1. Pressupostos

No capítulo 4, foram apresentados os pressupostos necessários para que o algoritmo pudesse funcionar. Neste capítulo, vão ser apresentados os pressupostos gerais para que os objectivos desta dissertação possam ser atingidos e para que o algoritmo proposto possa ser testado convenientemente.

Os pressupostos são então:

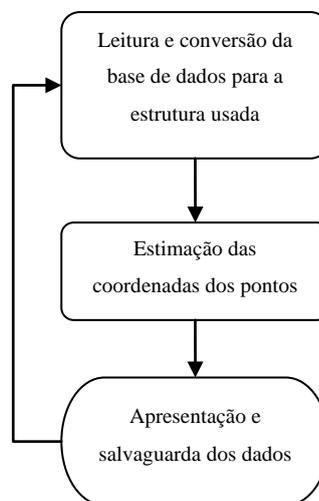
- os pressupostos apresentados no capítulo 4;
- a base de dados que vai ser lida pelo programa em execução, é previamente enviada para um computador/servidor pelo coordenador da rede;
- a estrutura da base de dados tem a forma, e é preenchida, como apresentado na subsecção 5.2.2;
- a base de dados é constituída pelos IDs dos sensores do sistema e por valores de RSSI, que traduzem as distâncias entre os vários sensores e os seus vizinhos;
- o sensor referência do eixo é sempre o sensor com ID 1;
- o sensor referência das abcissas é sempre o sensor com ID 2;
- o sensor referência das ordenadas é sempre o sensor com ID 3;
- os sensores 1, 2 e 3, são sempre vizinhos de um salto uns dos outros.

## 5.2. Algoritmo traduzido para M-Código

### 5.2.1. Diagrama de Blocos do Código em Teste

Na Figura 190, é apresentado o diagrama de blocos dos passos que o algoritmo geral tem de percorrer, ou seja, são apresentados os vários passos que o programa computacional vai seguir para ler, estimar e apresentar os valores.

Como é pressuposto que os dados estejam armazenados numa base de dados, é necessário haver um interface de conversão entre a base de dados e a estrutura que vai ser usada, sendo esta a primeira fase do diagrama de blocos apresentado. Na segunda fase, são estimadas as coordenadas, da forma vista no capítulo 4. Por fim, o diagrama de blocos apresenta um bloco onde é feita a apresentação dos dados num ambiente gráfico. Os dados são guardados num ficheiro e volta-se a executar tudo do início.



**Figura 190 – Diagrama de blocos do algoritmo geral proposto**

O diagrama está apresentado em ciclo infinito, para se ter uma estimativa das coordenadas sempre actualizada.

Todas as particularidades relativas às necessidades da implementação do diagrama de blocos em código, bem como a sua estruturação e detalhes de cada bloco em específico, são apresentadas na próxima subsecção.

### 5.2.2. Código

Como já foi mencionado, o algoritmo foi traduzido para a linguagem base do MATLAB<sup>®</sup> (M-código). Foi usado o MATLAB<sup>®</sup> como ferramenta de testes, devido ao grande poder de cálculo que apresenta e porque a linguagem de programação é simples e intuitiva.

Como já foi referido nos pressupostos, a base de dados que vai ser lida pelo programa em execução é previamente enviada para um computador/servidor, pelo coordenador da rede. É constituída pelos IDs dos vários sensores do sistema e pelos valores de RSSI medidos entre os sensores e os seus vizinhos.

A escolha de ser valores de RSSI para o cálculo da distância e não a utilização dos métodos por TDoA ou ToA, deveu-se à facilidade e rápida implementação, à possibilidade de se adaptar a um sistema físico em funcionamento e às características dos módulos CC2431, que apresentam uma relação para a estimação das distâncias através dos valores de RSSI.

A base de dados lida vai apresentar uma estrutura como a da Tabela 24, em que a coluna ID, tem todos os IDs do sistema considerado e a respectiva linha está completa com os IDs dos vários vizinhos de um salto e os respectivos valores de RSSI.

Tabela 24 – Estrutura da base de dados lida pelo programa

ID	ID Vizinho 1	RSSI 1	ID Vizinho 2	RSSI 2	ID Vizinho 3	RSSI 3	ID Vizinho 4	RSSI 4

Como já foi referido, a base de dados vai ser convertida para uma estrutura. Esta conversão é necessária para que o manuseamento dos vários dados seja mais acessível e de fácil acesso pelo código a criar. Como tal, a estrutura considerada foi a da Figura 191.

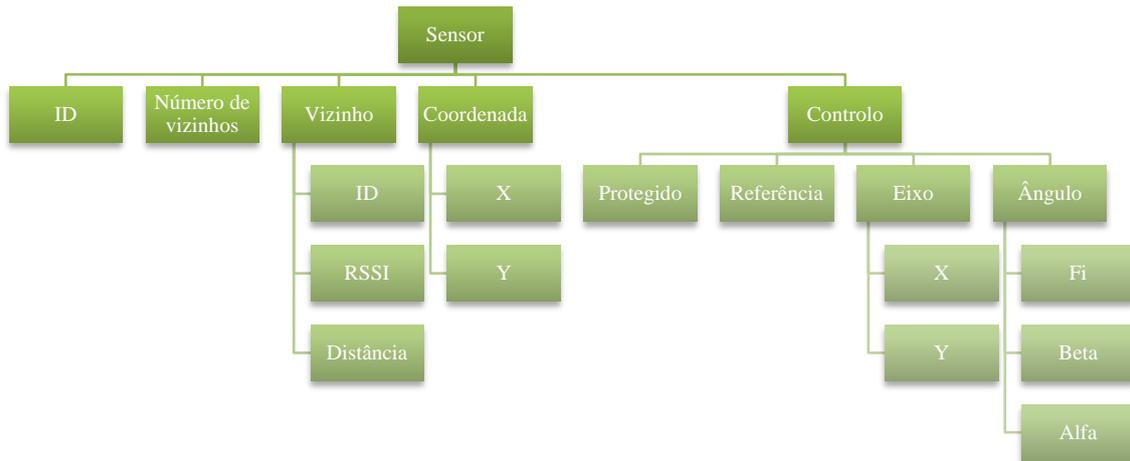


Figura 191 – Estrutura considerada para a conversão da base de dados

A estrutura, vai ser constituída por um *array* com o tamanho do número de sensores do sistema. Cada elemento do *array* sensores tem identificadores próprios e exclusivos para cada sensor.

São eles:

- “ID” – identificador do sensor em causa;
- “Número de vizinhos” – apresenta o número de vizinhos que o sensor tem associados;
- “Vizinho” – é um *array* onde estão guardados os dados dos vizinhos ao sensor em causa. O *array* tem tamanho igual ao número de vizinhos e os seus dados são o “ID”, o “RSSI” e a “Distância”. O ID e o RSSI são obtidos na base de dados, a distância é calculada em função do RSSI (da forma que se vai poder ver mais à frente);
- “Coordenada” – é onde são guardados os valores da coordenada do sensor;
- Controlo – este campo diz respeito a variáveis de controlo e de valores importantes para o desenvolvimento do algoritmo. Os campos: “Protegido”, “Referência”, “Eixo x” e “Eixo Y”, são campos booleanos, que servem para controlo. Já os

campos referentes ao ângulos “Fi”, “Beta” e “Alfa” são campos numéricos e têm os valores dos respectivos ângulos que o sensor tem associado.

Cada um dos campos vai ser detalhadamente explicado, oportunamente, ao longo desta subsecção, consoante a utilização de cada um deles na execução dos vários blocos do diagrama.

O primeiro bloco, presente na Figura 190, é o bloco de leitura e conversão da base de dados para a estrutura usada. Neste bloco, os dados são lidos de uma base de dados estruturada, como na Tabela 24 e convertidos para os respectivos campos da estrutura, apresentada anteriormente. O código implementado para este bloco, lê inicialmente o valor ID da base de dados e copia-o para o campo “ID” da estrutura. Seguidamente são lidos um a um os IDs dos vizinhos e o respectivo valor de RSSI da base de dados, que também são colocados nos respectivos campos na estrutura. O campo “Distância” é também estimado e preenchido para cada um dos vizinhos. Consoante cada vizinho é lido (coluna a coluna da base de dados), o *array* respectivo ao campo “Vizinho” é incrementado de um, bem como o campo “Número de vizinhos”, estando assim sempre actualizado.

Este processo é executado para tantos sensores quantos os presentes na base de dados que são lidos linha a linha.

Para o cálculo da distância através do valor de RSSI, recorreu-se à relação apresentada no documento *CC2431 Location Engine* [14], que apresenta a relação:

$$RSSI = -(10 \times n \times \log_{10}(d) + A),$$

em que  $d$  é a distância entre os dois sensores,  $n$  é o valor da constante de propagação e  $A$  é a potência do sinal à distância de um metro. Os valores para  $n$  e  $A$  foram considerados os mesmo que os usados no documento (3 e 40 respectivamente), uma vez que não foram efectuados testes com os sensores reais.

Nesta fase do algoritmo é, também, onde os três sensores fundamentais são definidos. Os campos “Referência”, “Eixo x” e “Eixo y” são quem os define e quando um deles está a *true*, define o sensor referência, das abcissas e das ordenadas, respectivamente. Ao ser definido como *false*, este campo define o sensor como um sensor simples. Outro parâmetro definido neste bloco é o campo “Protegido”, que é colocado a *true* apenas para o sensor referência. Para os restantes sensores é colocado a *false*. Este campo define a conclusão do processo de estimação para o sensor em causa, isto é, quer dizer que o sensor em causa já tem as coordenadas estimadas e está protegido contra escrita.

Todos os restantes campos são colocados a zero ou a falso; por isso as coordenadas do sensor referência estão já definidas e protegidas.

No segundo bloco do diagrama, o bloco da estimação das coordenadas dos pontos, já não é necessário recorrer à base de dados, esta é liberta. Neste bloco, tal como o próprio nome diz, é efectuada a estimação das coordenadas de cada um dos sensores pertencentes ao *array* da estrutura. Este bloco usa os conceitos apresentados na secção 4.4 para a estimação das

coordenadas. Quando neste bloco a estrutura já está criada, as alterações que surgem são apenas provocadas pela evolução do algoritmo de estimação. Com o decorrer do cálculo, sempre que um sensor é localizado e são definidas as suas coordenadas, são actualizados os campos “coordenada”, “protegido”, “Fi”, “Alfa” e “Beta”. Os últimos três campos referidos são definidos, apenas, consoante as propriedades de cada sensor, ou seja, para o caso do sensor referência e das abcissas, estes campos ficam definidos a zero, uma vez que não têm ângulos associados, já o sensor referência das ordenadas, tem associado o ângulo  $\phi$ . Os restantes sensores têm associados os três ângulos. Estas propriedades já foram vistas no capítulo 4.

O último bloco é apenas executado para visualização e salvaguarda dos resultados finais da estimação das coordenadas. É apresentado uma representação visual da disposição dos vários sensores, criando um mapa onde são colocados os diferentes sensores nas coordenadas respectivas e é apresentado também o respectivo ID.

### 5.3. Considerações a ter na Construção da WSN Virtual

Para se efectuarem os testes ao algoritmo proposto e para se verificar se o algoritmo apresenta resultados favoráveis, é necessário ter, pelo menos, uma base de dados como a apresentada anteriormente.

Para a criação da base de dados foi elaborado um código onde é criada uma WSN virtual e são guardados os dados necessários numa base de dados que, posteriormente, pode ser lida da forma explicada anteriormente.

Para a criação da WSN virtual é necessário ter em consideração algumas condições e limitações que se vão verificar de seguida.

Ao recorrer-se às exigências impostas pelo método proposto no capítulo 4, sabe-se que teoricamente pode ser escolhido um qualquer sensor para as definições dos eixos virtuais. No entanto, como um dos objectivos iniciais é poder-se efectuar uma comparação de coordenadas entre os sensores de uma WSN virtual e as coordenadas obtidas, recorrendo ao algoritmo proposto, vai-se forçar que o sensor identificado com o ID 2, seja o que ajuda a definir o eixo virtual das abcissas e o com ID 3, seja o que ajuda a definir o eixo virtual das ordenadas. Assim, aquando da apresentação das coordenadas dos pontos para comparação, nos dois casos, o eixo cartesiano é referenciado sempre aos mesmos três sensores: 1, 2 e 3. Outra exigência é a necessidade de que os sensores 2 e 3 (neste caso em particular) terem de ser vizinhos de 1 salto um do outro.

Outra limitação a ter em consideração, para que se seja possível fazer um teste rápido e intuitivo, é garantir que o sensor, neste caso identificado com ID 2, tenha sempre com uma abcissa maior que zero e que o sensor 3 também apresente uma ordenada sempre maior que zero, garantindo, assim, sempre a mesma orientação dos eixos cartesianos virtuais da WSN.

Neste ponto, apenas, para os três sensores fundamentais é que é possível calcular as coordenadas. Para o cálculo ser possível para os restantes sensores e, recorrendo ao conhecimento absorvido na subsecção 4.3.2, é necessário que os sensores em falta tenham pelo menos três sensores pertencentes à WSN, que sejam vizinhos e que tenham já as coordenadas conhecidas, ou então que seja possível calcular as coordenadas destes.

Os vários sensores do sistema virtual pretendido, são espalhados por uma área, aleatoriamente em que apenas o sensor com ID 1, 2 e 3, é que têm especificidades restritivas (apresentadas anteriormente), os restantes são espalhados aleatoriamente, da seguinte forma:

```
min = -int8(Numero de Sensores do sistema / 2);
max = int8(Numero de Sensores do sistema / 2);
X = randi([min max],1,1);
Y = randi([min max],1,1);
```

A determinação da relação de vizinhança dos sensores à excepção da particularidade já apresentada do sensor 1, 2 e 3, foi de uma forma aleatória e independente da posição destes, uma vez que esta determinação foi imposta pela definição aleatória do número de vizinhos que cada sensor teria.

Até agora explicou-se como foram definidas as coordenadas dos sensores e as respectivas relações de vizinhança, agora vai-se explicar como se obtiveram os respectivos valores de RSSI. Uma vez que os vários sensores já têm as coordenadas, é possível a obtenção das distâncias entre os vários sensores sabendo que  $distância_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$ .

Uma vez conhecidas a distância, a conversão para RSSI é directa, através da equação  $RSSI = -(10 \times n \times \log_{10}(d) + A)$  vista anteriormente.

Assim, a base de dados pode ser completa com todos os dados pretendidos.

## 5.4. Testes e Resultados

Na secção 4.2 é proposto um método de cálculo dos vários sensores numa WSN, desde que sejam todos detectados pelo sensor referência e, como se pôde verificar, os dados indispensáveis para o cálculo são as distâncias entre alguns dos vários sensores da rede. Para se fazer os testes, não importa como essa distância é adquirida (pode ser obtida pelos métodos RSSI, ToA ou TDoA), mas é necessário ter em mente que um sistema real apresenta sempre erros, como tal, as distâncias envolvidas no sistema virtual terão em consideração erros de distância. Como consequência, o algoritmo proposto foi testado para situações ideais e para situações em que é considerado erro na estimação da distância.

Nesta subsecção são então apresentados os testes efectuados ao algoritmo proposto, com e sem erros nos valores de distância, bem como os resultados obtidos pelos testes.

As condições para a realização dos testes foram:

1. sistema formado por 30 sensores (para percorrer todas as principais fases apresentadas na secção 4.3);

2. todos os sensores são localizáveis;
3. os sensores são colocados aleatoriamente pelo programa de criação da WSN e são guardados os parâmetros importantes na base de dados;
4. esta base de dados é usada em todos os algoritmos e para todas as condições assumidas (introdução de erro e intervalo de correcção de ângulo, que serão vistas mais à frente).

Para se ter uma maior certeza dos resultados, os testes foram realizados para vários sistemas virtuais aleatórios. A Figura 192 exemplifica um dos sistemas usados nos testes. As coordenadas virtuais para cada sensor representado na figura podem ser encontradas no Anexo B, na Tabela B1. A base de dados do sistema pode ser consultada também no Anexo B, na Tabela B2.

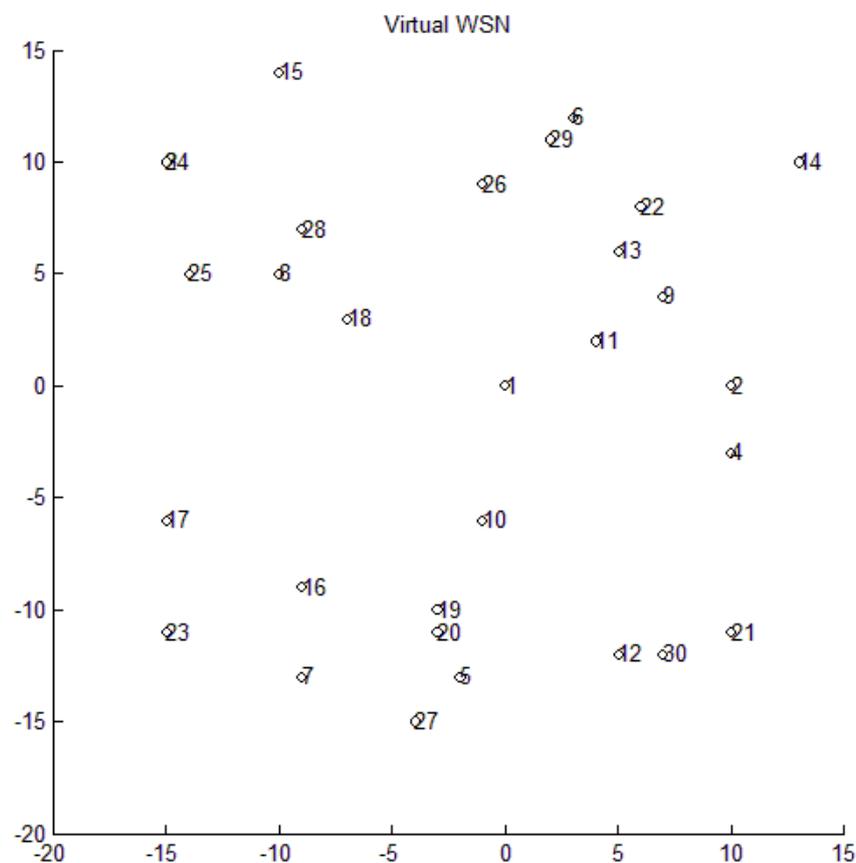


Figura 192 – Exemplo de uma WSN virtual usada para os testes

Ao longo desta secção, apesar de grande parte dos gráficos, das tabelas e das figuras apenas ilustrarem um caso em específico (o da Figura 192), foram realizados vários testes (como já foi mencionado), sempre que se fizer uma análise mais generalista e abrangente, é indicado oportunamente.

### 5.4.1. Distâncias sem erros

Nos primeiros testes realizados considerou-se um sistema ideal, em que não são considerados erros nas distâncias, para se ter uma primeira impressão dos resultados teóricos do algoritmo.

O primeiro obstáculo encontrado foi o erro imposto pelas aproximações consideradas pelo Matlab em todos os cálculos efectuados (desde as conversões de RSSI para distância, até à obtenção dos ângulos). Na Figura 193, é apresentada a resposta do algoritmo ao pedido de posicionamento dos sensores contidos na base de dados relativa à Figura 192. Como se pode verificar, a resposta não é a esperada (o sucedido foi coerente em todas as simulações feitas). Mas esta situação vai ser focada mais à frente nesta secção. Para já, vai-se fazer uma pré-análise dos dados obtidos.

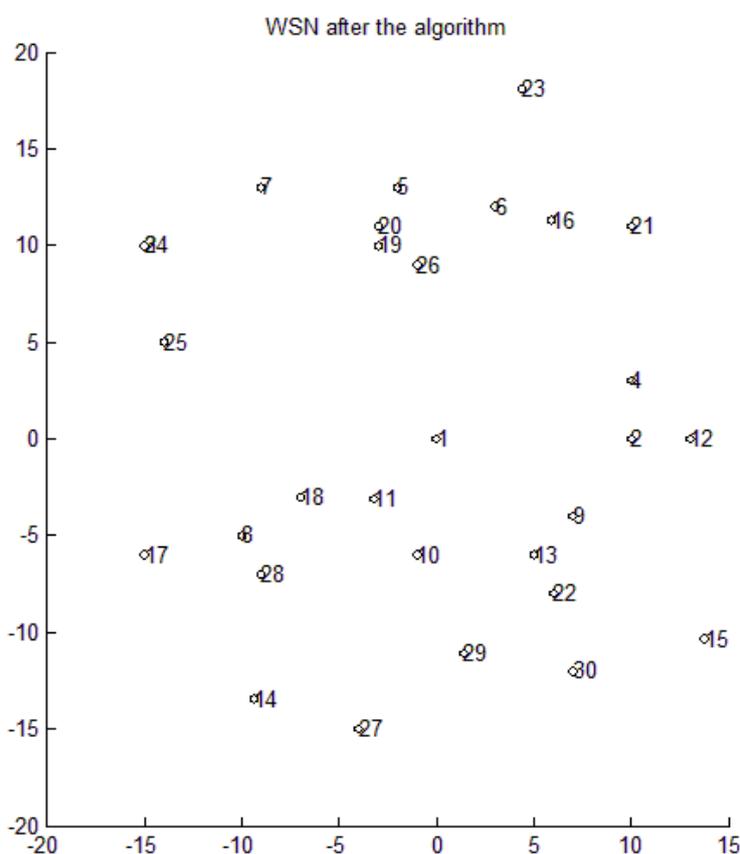


Figura 193 – Posicionamento do sistema da Figura 184 após a execução do algoritmo

Os dados apresentados no Gráfico 1 mostram a distribuição dos vários sensores pelas várias fases do algoritmo. Por análise do gráfico apresentado, é possível verificar que a estimativa da posição dos sensores é obtida recorrendo a todos os blocos descritos na secção 4.4. Para os testes efectuados para outros sistemas, os valores variaram, alterando o número de sensores que são usados por fase, mas o resultado final e as conclusões a retirar são as mesmas.

### Distribuição dos sensores pelas várias fases do algoritmo

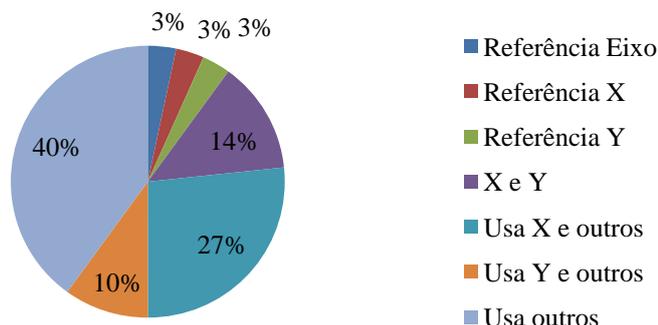


Gráfico 1 – Distribuição dos vários sensores pelas várias fases do algoritmo

Como já foi referido, a resposta apresentada não é a esperada. Grande parte dos sensores não aparece na posição pretendida. No Gráfico 2, pode-se verificar o erro apresentado pelo algoritmo na estimação das coordenadas dos sensores em cada fase. É possível ver que o algoritmo apresenta uma percentagem de coordenadas erradas muito elevada.

Na globalidade dos testes efectuados, a percentagem de sensores com coordenadas erradas é superior a 80%.

### Distribuição dos sensores pelas fases e resultados das estimativas

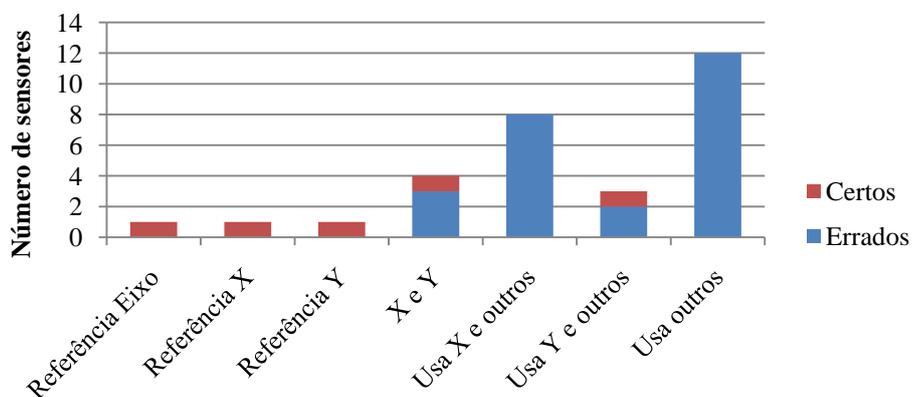


Gráfico 2 – Distribuição dos sensores e resultados das estimativas consoante a fase

Na tabela B3, presente no Anexo B, podem-se verificar os valores das coordenadas esperados, em comparação com os valores obtidos, bem como os respectivos erros e fases de estimação no algoritmo.

Analisando as fases em que ocorrem os erros, é possível verificar que ocorrem sempre quando é questionada uma condição de igualdade entre dois ângulos e entre a igualdade de um ângulo com a soma ou diferença de outros dois. Este resultado era já o esperado, uma vez que os

autores de [45] já se haviam deparado com esta situação. Como sugerido em [45], sempre que seja necessário fazer uma comparação entre um ângulo e a soma de outros dois, vai-se considerar um intervalo, ou seja, nos pseudo-códigos apresentados na secção 4.3, sempre que aparecer uma condição, como por exemplo:

$$\text{“se } \beta = |\alpha - \psi|\text{”}$$

no código tem de alterar-se para

$$\text{“se } ((\beta \leq (|\alpha - \psi| + \text{angint})) \wedge (\beta > (|\alpha - \psi| - \text{angint})))\text{”},$$

em que *angint* é o intervalo dentro do qual se considera que o ângulo cumpre a condição necessária.

Para testar o algoritmo e, com o intuito de verificar o intervalo máximo e mínimo que se pode aplicar às condições do algoritmo, deu-se a *angint* os valores do intervalo [0,000; 0,001; 0,003; 0,005; 0,010; 0,020; 0,050; 0,100; 0,200; 0,400; 1,000; 1,200; 1,400], os valores estão em radianos (para não se efectuarem conversões, que poderia acrescentar mais erro), que correspondem a valores entre 0° e 80°. Limitou-se a gama de valores a 80° (1,4 rad), porque quanto maior o intervalo, maior será a probabilidade de induzir o algoritmo em erro na estimação das coordenadas<sup>3</sup>.

Outro cuidado que se teve na análise dos resultados, foi ter em conta que o erro da estimativa de uma coordenada não é nulo, assim, vão ser consideradas seis situações. São elas:

- erro das coordenadas zero metros;
- erro das coordenadas igual ou inferior a 1/10000000 metros;
- erro das coordenadas igual ou inferior a 1/1000 metros;
- erro das coordenadas igual ou inferior a 1 metro;
- erro das coordenadas maior que 1 metro.

No Gráfico 3, está apresentada o número de sensores que apresentam coordenada errada, em função do intervalo do ângulo. Neste caso, não se verificam melhorias em relação ao apresentado até aqui, mas nesta situação, apenas está a ser considerado para o caso em que as coordenadas estimadas não apresentam erro.

Quando se considera que as coordenadas estimadas com erro igual ou inferior a 1/10000000 da unidade (metro, visto que após a conversão de RSSI para distâncias, o resultado vem em metros), verifica-se que o algoritmo, neste caso, quando considerado o intervalo entre 0,001 e 0,200, estimam para a totalidade dos sensores (Gráfico 4), coordenadas com erro inferior ou igual a 1/10000000 metros. As análises para os outros valores de erros das coordenadas (1/1000 e 1) não são apresentadas, uma vez que o algoritmo apresenta uma boa solução, apresentando uma estimação completa do sistema e com erro muito reduzido.

---

<sup>3</sup> Para verificar a influência de *angint* no resultado final de estimação, consultar Anexo C

## Erro de coordenadas zero metros

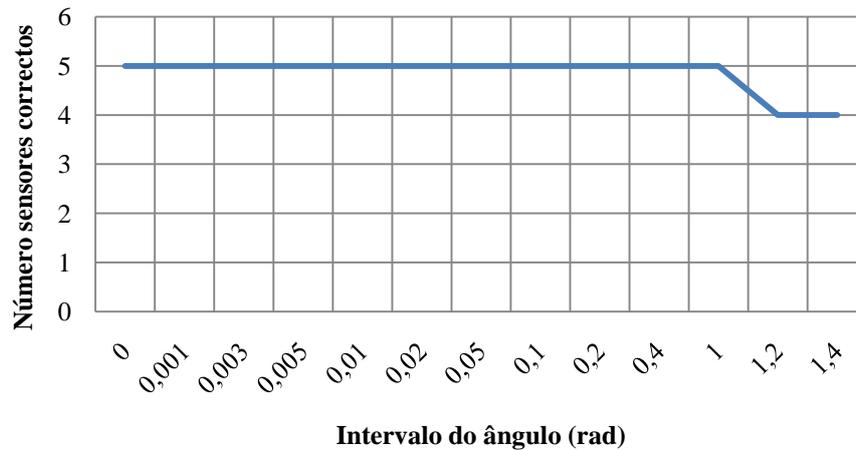


Gráfico 3 – Número sensores errados com a variação do intervalo do ângulo (para erro zero)

## Erro de coordenadas menor ou igual a 1/10000000 metros

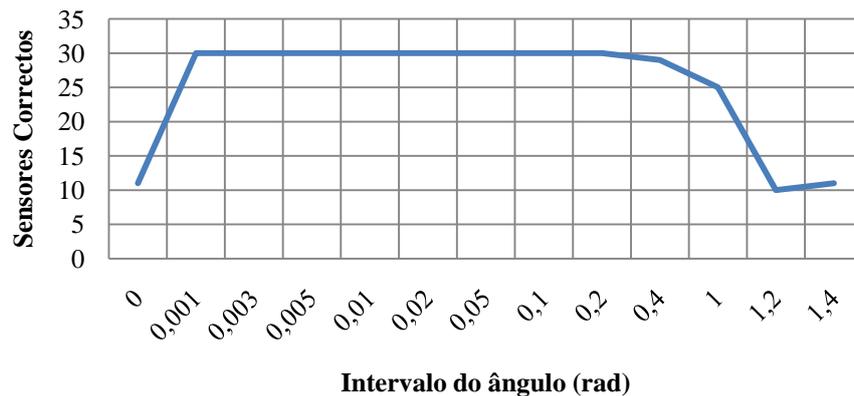


Gráfico 4 – Número de sensores correctos com a variação do intervalo do ângulo (para erro menor ou igual a 1/10000000 metros)

A tabela B4, presente no Anexo B, apresenta os erros das abcissas e das ordenadas dos 30 sensores do exemplo, para o caso em que o intervalo do ângulo é de 0,003 radianos. É possível verificar que o algoritmo apresenta um erro muito reduzido na estimação das coordenadas.

Como já foi referido, foram efectuados os testes para várias WSN virtuais, e foram encontradas algumas divergências e concordâncias. A divergência entre os testes foi a distribuição do número de sensores por fase, mas tirando isso, todos os restantes resultados foram muito uniformes, onde as coordenadas com erro inferior ou igual a 1/10000000 metros foram de 100% para o intervalo do ângulo entre 0,003 e 0,200, o que garante uma boa solução.

### 5.4.2. Distâncias com erros

Nesta subsecção, foram efectuados vários testes, onde foi introduzido um erro aleatório às distâncias estimadas. Optou-se por introduzir um erro aleatório a cada sensor, porque num sistema real, o erro nunca é uniforme e igual para todos os sensores.

O erro foi introduzido apenas depois da conversão de RSSI para distância.

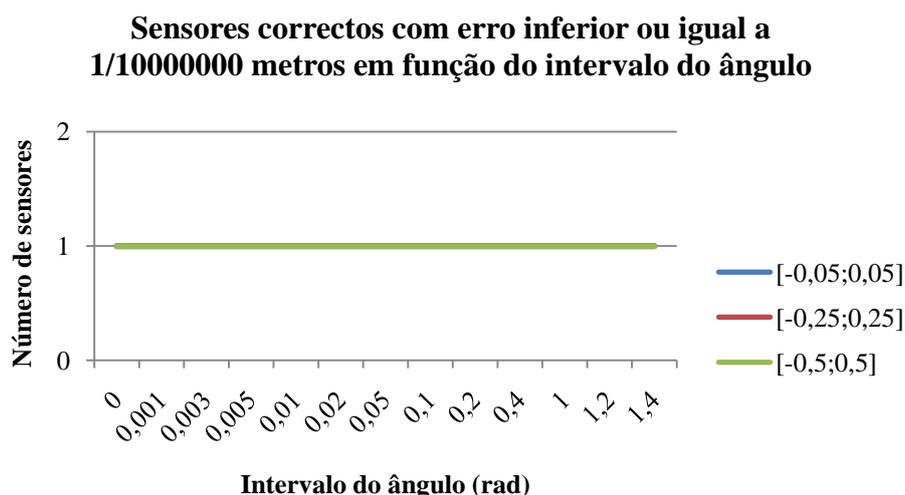
Para os testes foram introduzidos dois tipos de erro: o primeiro, foi gerado aleatoriamente dentro de um intervalo; o segundo foi gerado aleatoriamente, mas está directamente relacionado com a distância.

Para o primeiro tipo de erro a adicionar às distâncias, foram considerados três intervalos: o primeiro foi um erro gerado aleatoriamente dentro do intervalo  $[-0,05;0,05]$  metros; o segundo é dentro de um intervalo  $[-0,25;0,25]$  metros e o terceiro é um erro gerado entre  $[-0,5;0,5]$  metros.

Para se ter uma consistência nos dados, foram consideradas as bases de dados resultantes para os testes realizados para a subsecção anterior. Nesta subsecção, os dados apresentados são também respectivos ao sistema do teste ilustrado na subsecção anterior.

Nesta subsecção não faz sentido efectuar-se uma análise aos sensores com erro de estimação zero. Como as distâncias apresentam erro, a estimação das coordenadas nunca seria cem por cento correcta.

No Gráfico 5 estão representados o número de sensores em que a estimação das coordenadas apresentou um erro inferior ou igual a  $1/10000000$ . Os gráficos fazem a comparação entre os três intervalos de erro aleatório aplicado à distância (nestes gráficos os três valores estão sobrepostos, porque têm o mesmo número de sensores para qualquer um dos casos).



**Gráfico 5 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a  $1/10000000$  metros, para vários intervalos de erro nas distâncias**

Para qualquer um dos intervalos de erro, apenas é detectado um sensor com erro de estimação de coordenadas, menor ou igual a zero e, como pode ser verificado, não interessa qual o intervalo considerado para o ângulo.

Uma conclusão prévia que se pode retirar deste resultado é que a precisão do algoritmo decresceu significativamente. Mas esta consequência já era esperada.

Para o caso em que a estimação das coordenadas apresentou um erro inferior ou igual a 1/1000 (Gráfico 6), não houve melhorias significativas.

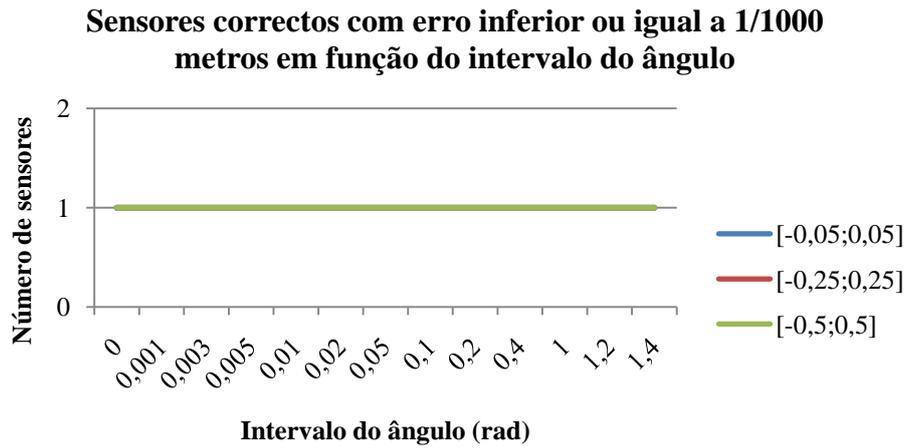


Gráfico 6 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 1/1000 metros, para vários intervalos de erro nas distâncias

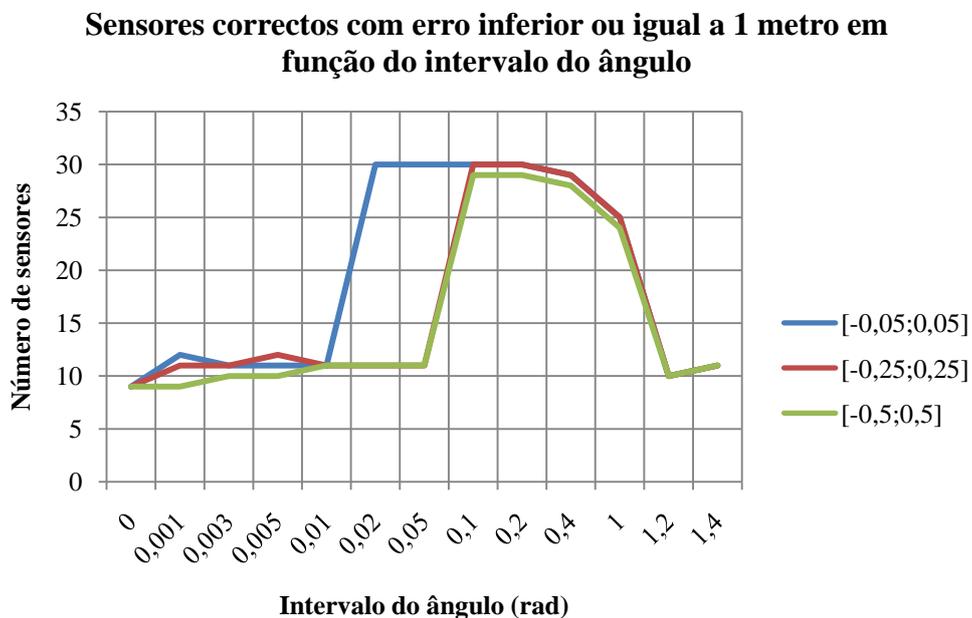


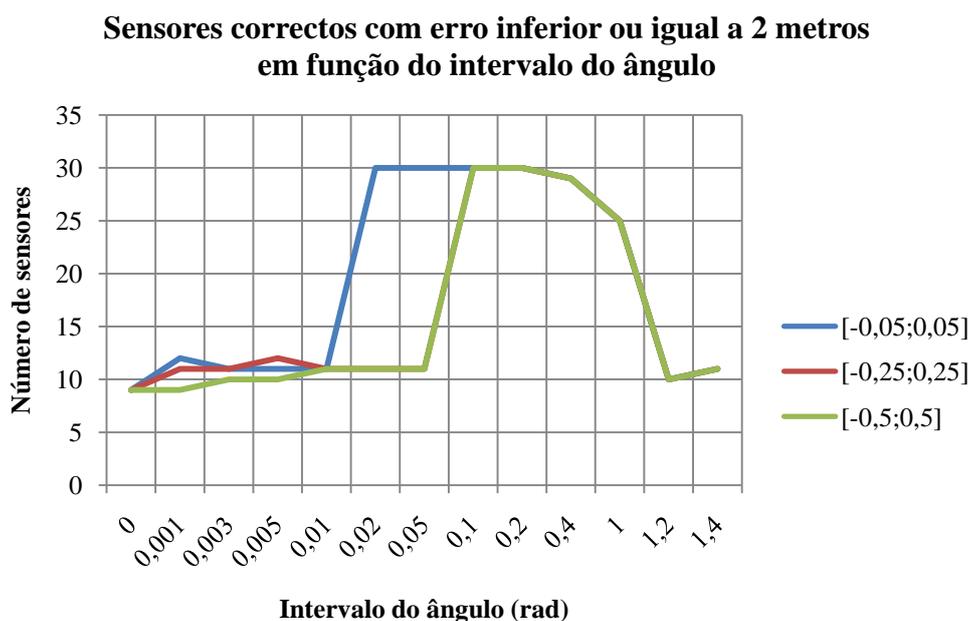
Gráfico 7 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 1 metro, para vários intervalos de erro nas distâncias

Foi feita a mesma análise para quando o erro da estimação é inferior ou igual a 1 metro (Gráfico 7). Neste caso, quando são impostos erros aleatórios às distâncias no intervalo entre -

0,05 e 0,05, o algoritmo tem um bom desempenho (100% dos sensores), a partir de um intervalo do ângulo de 0,02 até 0,2. Para o caso de se terem erros aleatórios do intervalo  $[-0,25;0,25]$ , o intervalo do ângulo é de 0,1 até 0,2.

Pode-se verificar também no gráfico que, quando se tem um erro nas distâncias dentro do intervalo  $[-0,5;0,5]$ , 29 dos 30 sensores apresentam uma estimativa de coordenadas correcta.

Se se procurar o número de sensores com erro de estimação inferior a 2 metros, a totalidade dos sensores já se encontram nesta situação, mas, para um intervalo do ângulo de 0,1 a 0,2 (Gráfico 8).



**Gráfico 8 – Comparação do número de sensores correctos com erro inferior ou igual a 2 metros, para vários intervalos de erro nas distâncias**

Como se pode verificar, o erro de estimação é directamente influenciado pelo erro que as distâncias apresentam, o que faz com que o algoritmo não seja tão preciso para este caso como para o caso em que o sistema é ideal. Pode-se verificar também que o intervalo do ângulo é mais reduzido e vai estar limitado pelo erro imposto à distância.

Como foi feito na subsecção anterior, no Anexo B, são apresentadas três tabelas (tabela B5, B6 e B7), que apresentam o erro que cada um dos algoritmos comete na estimação do valor da abcissa e ordenada.

Como já foi referido anteriormente, os testes foram efectuados para vários sistemas e posicionamento dos sensores. Para todos os testes efectuados, os resultados foram muito parecidos e com valores de erro de estimativa semelhantes. Em grande parte dos testes efectuados o erro de estimação não era superior a um metro. O sistema exposto foi o que apresentou piores resultados, por isso, ter sido o escolhido para ilustrar o funcionamento dos algoritmos.

Para o segundo tipo de erro a adicionar às distâncias, foi considerado um erro que está directamente relacionado com a distância entre os vários sensores. É considerado que existe um erro aleatório proporcional à distância, dentro de um intervalo de 5% e posteriormente de 10%. Ou seja, se dois sensores estiverem distanciados 2 metros, 5% de 2 metros é 0,1 metros, de 10% é 0,2 metros, como tal, o valor final da distância pode ser qualquer entre 1,9 e 2 metros para 5% e para 10% pode ser entre 1,8 e 2 metros.

Para este teste foram efectuadas 300 simulações de sistemas com 30 sensores, onde foram medidos o erro de estimação para as abcissas e para as ordenadas, bem como foi considerado o erro aplicado à distância (inicialmente de 5% do valor da distância e posteriormente de 10%). Foram, também, tidas em consideração as conclusões retiradas anteriormente e, como tal, para a estimativa foi considerado um intervalo para o ângulo de 0,1 rad.

Na Figura 194 e na Figura 195, são apresentados os resultados obtidos na estimação da abcissa e da ordenada, respectivamente, para o caso em que é considerado um erro de 5% da distância.

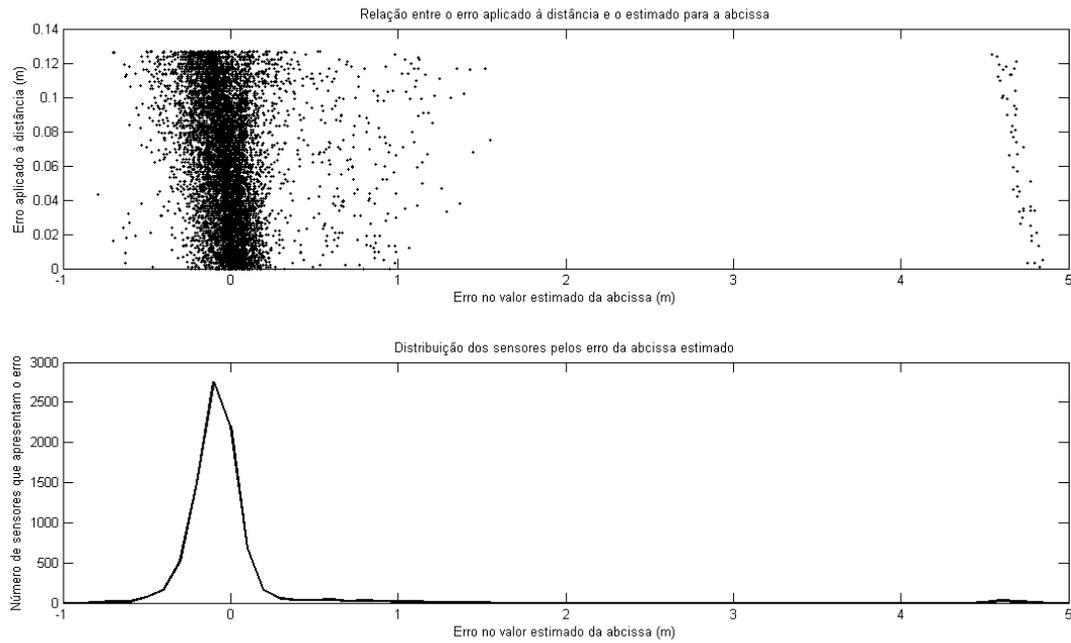
As figuras são constituídas por dois gráficos: o primeiro (Figura 194 a) e Figura 195 a)) ilustra a distribuição dos vários sensores em função do erro aplicado à distância e do erro no valor estimado para a abcissa/ordenada; o segundo (Figura 194 b) e Figura 195 b)) apresenta o número de sensores em função do erro estimado para a abcissa/ordenada.

É de notar que, nas figuras estão ilustrados 8400 sensores ( $300 \times 28 = 8400$ , em que são 300 simulações e cada simulação conta-se 28 sensores). Foram considerados apenas 28 sensores dos 30 da simulação, porque um dos sensores é o sensor referência, conseqüentemente a sua estimação está sempre correcta, logo este sensor não é considerado. O outro sensor que não é considerado é o sensor referência das abcissas, porque apenas apresenta erro na estimação do valor da abcissa, e esse erro é igual ao erro aleatório imposto.

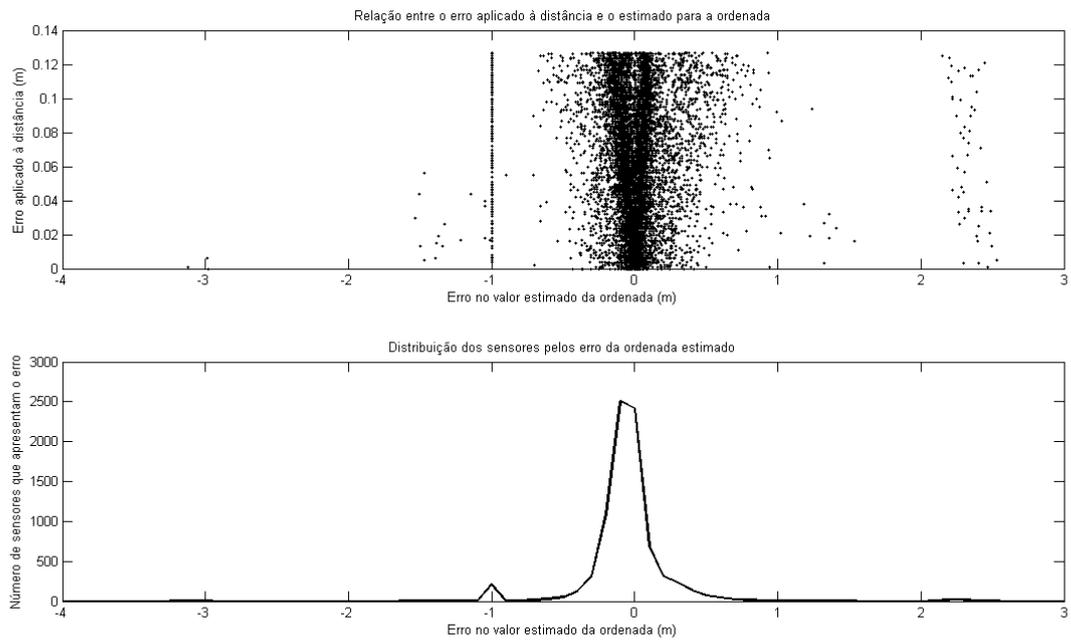
Analisando a Figura 194 a) e a Figura 195 a) é possível verificar que existe uma grande distribuição dos sensores que se concentram na vizinhança de zero, o que demonstra que os valores das coordenadas estimadas apresentam uma grande aproximação às coordenadas reais.

Através da Figura 194 b) e da Figura 195 b), além do verificado anteriormente, é possível ser-se ainda mais preciso. Pode-se verificar que quando o erro do valor estimado para a abcissa está no intervalo entre -0,2 e 0,2 metros, contempla 87% dos sensores estimados. Para a ordenada, dentro do mesmo intervalo, contempla 84%. Já para o intervalo com erro estimado entre -0,5 e 0,5 metros, para a abcissa estão 97% e para a ordenada estão 95%.

A razão para ocorrerem erros de estimação superiores a 4 metros, pode-se dever a casos muito específicos em que possa existir uma má decisão do algoritmo devido ao *angint* considerado ao longo deste.

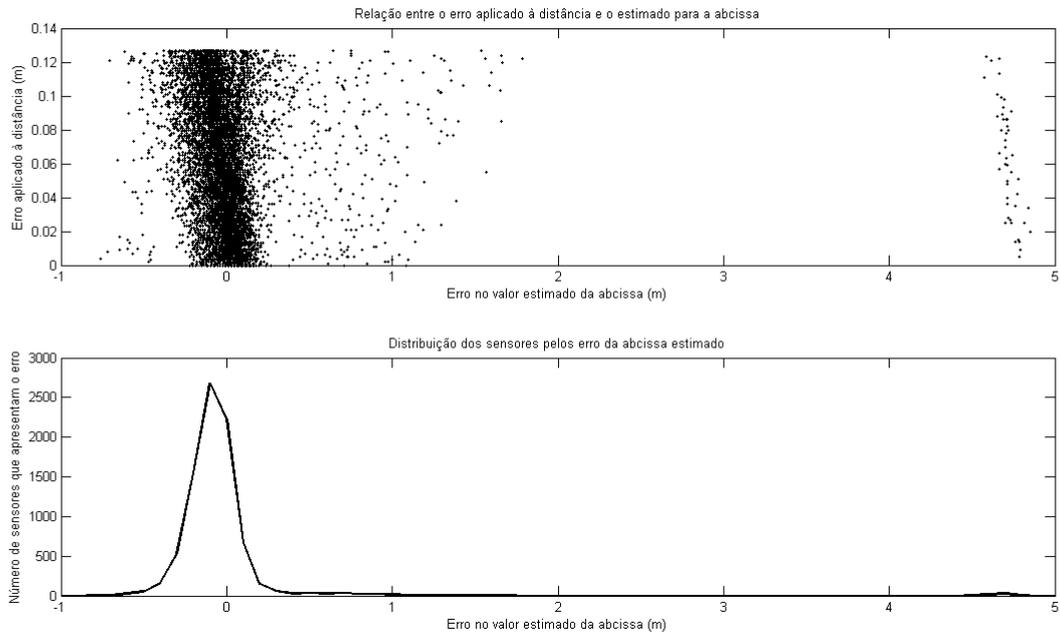


**Figura 194 – Dispersão dos sensores para 5% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a abcissa; b) Distribuição dos sensores pelo erro da abcissa estimado**

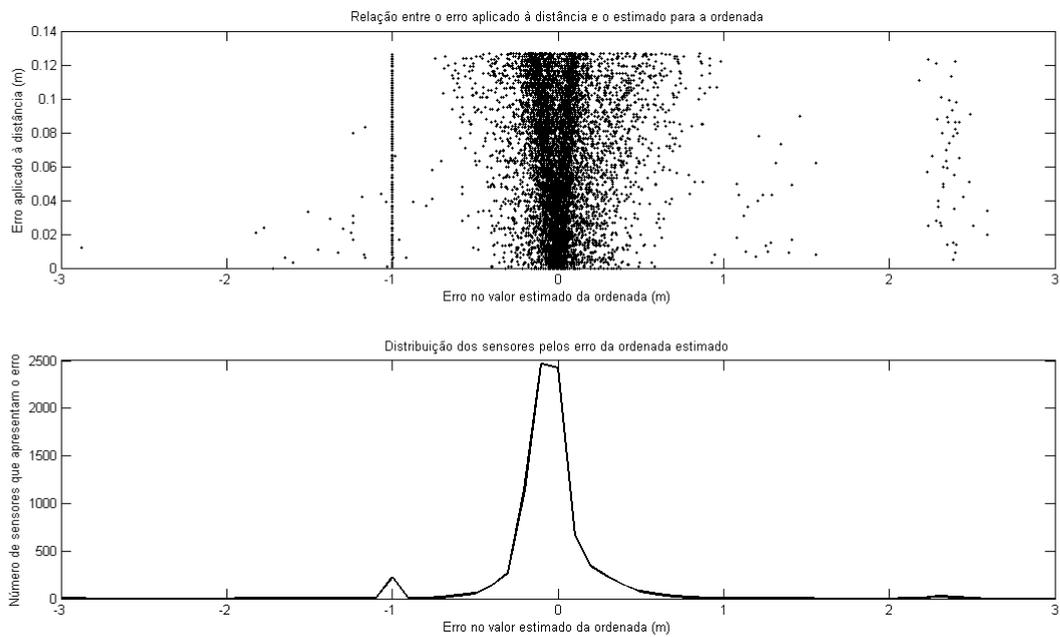


**Figura 195 – Dispersão dos sensores para 5% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a ordenada; b) Distribuição dos sensores pelo erro da ordenada estimado**

A mesma análise foi efectuada para um erro aleatório até 10% da distância e os resultados obtidos foram muito semelhantes, como pode ser verificado na Figura 196 e Figura 197.



**Figura 196 – Dispersão dos sensores para 10% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a abcissa; b) Distribuição dos sensores pelo erro da abcissa estimado**



**Figura 197 – Dispersão dos sensores para 10% da distância; a) Relação entre o erro aplicado à distância e o estimado para a ordenada; b) Distribuição dos sensores pelo erro da ordenada estimado**

Os valores apresentados, quer para 5%, quer para 10%, demonstram a exactidão com que o algoritmo estima as coordenadas, apresentando um erro relativamente reduzido na sua estimação.

Pode-se afirmar, então, que o algoritmo apresenta uma boa estimativa das coordenadas.



# Capítulo 6

## Conclusões e Trabalho Futuro

---

Nesta dissertação foi feito um estudo dos sistemas de localização em WSN e dos conceitos associados a estes. Verificou-se que existem inúmeras técnicas para obter a localização dos sensores (RSSI, ToA, TDoA, AoA, etc), sendo que o recurso às distâncias é fundamental na maioria destas. Por conseguinte, no âmbito desta dissertação, desenvolveu-se um algoritmo de localização que recorre à distância entre sensores. O algoritmo criado não recorre a infra-estruturas, nem a GPS. A estimativa de localização dos sensores é obtida através de três sensores referência que definem os eixos cartesianos do sistema.

Para o teste do algoritmo desenvolvido foram simuladas WSN no Matlab, com vários sensores. Os testes foram realizados considerando vários cenários: uma situação ideal, ou seja, sem a inclusão de erros; e situações com erros aleatórios introduzidos nas distâncias entre sensores.

Todos os objectivos propostos para esta dissertação foram cumpridos com sucesso.

Durante os testes efectuados foi necessário introduzir um intervalo ao ângulo que auxilia a decisão das igualdades apresentadas entre ângulos durante o algoritmo, a que se chamou *angint*. A inclusão deste ângulo, apesar de ser necessária, vai aumentar o erro de estimativa de coordenadas, em algumas situações mais específicas, onde o grau de certeza é muito reduzido. Pode-se verificar que, para os casos considerados, se o intervalo do ângulo for compreendido entre 0,1 e 0,2, é possível obter-se uma estimação bem aproximada das coordenadas.

Através dos testes efectuados e apresentados no capítulo 5, é possível verificar também que o algoritmo apresenta uma solução viável para localização. Os resultados do algoritmo são substancialmente precisos para sistemas ideais, apresentando um erro de estimação inferior ou igual a  $1/10000000$  da unidade. Já quando é considerado o erro nas distâncias, o algoritmo não apresenta uma precisão tão boa. Mesmo assim, pode-se considerar que é uma boa solução para a estimação de localização, em que, dependendo do erro que a distância contém, o algoritmo apresenta uma estimativa para a totalidade das coordenadas relativamente precisa.

É de notar que cada disposição dos sensores tem uma topologia distinta e as ligações entre eles variam também. Consoante estas características, o algoritmo apresenta comportamento distinto entre os vários sistemas, que faz com que a comparação de resultados entre eles não seja conclusiva, sendo apenas possível fazer-se uma análise mais generalista, dando assim uma ideia da robustez dos algoritmos.

Em conclusão: se um dos dados a que se tem acesso é uma distância ou algo a partir do qual é possível obter uma distância, a aplicação, do algoritmo, é uma alternativa viável para uma estimação das coordenadas. É de notar que a aplicação deste algoritmo é de custo reduzido, não dependendo de uma infra-estrutura nem de GPS, que são as grandes desvantagens dos sistemas apresentados no capítulo 3.

Como foi verificado, o trabalho realizado apresenta uma boa robustez para um sistema virtual ideal e com ruído, mas é necessário efectuarem-se testes para um sistema real, porque um sistema real pode apresentar condições mais adversas. Esta proposta é apenas uma das várias possibilidades de trabalho futuro, que se vão apresentar de seguida.

Propõe-se então para trabalho futuro:

- estudar o comportamento dos erros das distâncias nos intervalos dos ângulos;
- implementação do algoritmo numa rede real, para verificar se o desempenho é tão satisfatório quanto o obtido numa rede virtual;
- alargar o algoritmo para todos os sensores de um sistema, isto é, deixar de considerar que todos os sensores estão directamente ligados ao sensor referência;
- fazer o estudo da aplicação deste algoritmo com outros dados intervenientes sem ser distâncias;
- aplicar filtros e modelos de propagação estáveis para que o erro das distâncias, em sistemas reais, seja reduzido;
- procurar formas de reduzir o erro de estimação das coordenadas (uma alternativa seria tornar o *angint* variável com a distância, por exemplo).

# Anexo A

## Conceitos Teóricos de Trigonometria

### a. Cálculo de ângulos

Para o cálculo dos ângulos foi usada a lei dos cossenos, que enuncia que as relações apresentadas nas equações (1), (2) e (3) são válidas para qualquer triângulo ABC, cujas distâncias entre vértices e os ângulos são conhecidos

e estão mostrados na Figura A1.

$$d_1^2 = d_2^2 + d_3^2 - 2d_2d_3 \cos \rho \quad (1)$$

$$d_2^2 = d_1^2 + d_3^2 - 2d_1d_3 \cos \theta \quad (2)$$

$$d_3^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \alpha \quad (3)$$

Para o caso abordado por esta dissertação, em específico, apenas são conhecidas as distâncias entre vértices e pretende-se calcular um dos ângulos. Para tal, podem-se rearranjar as equações, para que isso seja possível.

$$d_3^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos \alpha$$

$\Leftrightarrow$

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{d_1^2 + d_2^2 - d_3^2}{2d_1d_2} \right) \quad (4)$$

A equação (4) foi obtida recorrendo à equação (3). Para os ângulos  $\theta$  e  $\rho$ , o procedimento é o mesmo, caso se pretendam conhecer os valores dos ângulos.

Muito sucintamente, as equações são uma relação de distâncias entre os lados oposto e adjacentes do triângulo, em que ao generalizar-se, a expressão fica:

$$angulo = \cos^{-1} \left( \frac{d_{adjacente1}^2 + d_{adjacente2}^2 - d_{oposto}^2}{2d_{adjacente1}d_{adjacente2}} \right) \quad (5)$$

Onde  $d_{adjacente1}$  e  $d_{adjacente2}$  são os comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo que se pretende calcular e  $d_{oposto}$  é o comprimento do lado oposto.

De notar que os ângulos calculados desta forma nunca são superiores a  $\pi$  radianos.

### b. Relações trigonométricas com o plano cartesiano

Ao considerar-se o caso da figura anterior, é possível calcular a coordenada do ponto, apenas sabendo o ângulo  $\alpha$ , e a distância  $d$ , através das equações (6) e (7), em que  $\alpha$  é o ângulo entre o eixo das abcissas e o vector  $\overrightarrow{oA}$  (origem ao ponto A).

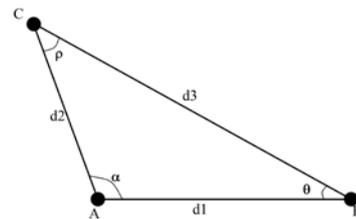


Figura A1 – Triângulo ABC

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{y}{d} \Leftrightarrow y = d \sin \alpha \quad (6)$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{x}{d} \Leftrightarrow x = d \cos \alpha \quad (7)$$

A coordenada (x,y) do ponto A fica então  $(d \cos \alpha, d \sin \alpha)$ .

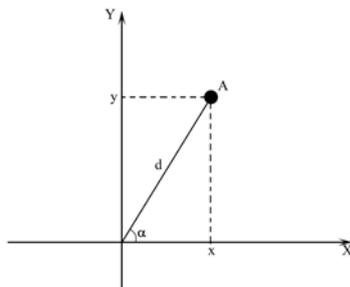


Figura A2 – Exemplificação das coordenadas

### c. Propriedades trigonométricas

Pelas propriedades da trigonometria, sabe-se que:

$$\begin{cases} \cos \psi \geq 0, & -\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos \psi < 0, & \frac{\pi}{2} < \psi < \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (8)$$

e que:

$$\begin{cases} \sin \psi \geq 0, & 0 \leq \psi \leq \pi \\ \sin \psi < 0, & \pi < \psi < 2\pi \end{cases} \quad (9)$$

# Anexo B

## Tabelas

---

**Tabela B1** – Coordenadas dos sensores da WSN da Figura 192

ID do sensor	Abcissa	Ordenada		ID do sensor	Abcissa	Ordenada
1	0	0		16	-9	-9
2	10	0		17	-15	-6
3	-15	10		18	-7	3
4	10	-3		19	-3	-10
5	-2	-13		20	-3	-11
6	3	12		21	10	-11
7	-9	-13		22	6	8
8	-10	5		23	-15	-11
9	7	4		24	-15	10
10	-1	-6		25	-14	5
11	4	2		26	-1	9
12	5	-12		27	-4	-15
13	5	6		28	-9	7
14	13	10		29	2	11
15	-10	14		30	7	-12

Tabela B2 – Base de dados da WSN da Figura 192 (1/5)

ID	Vizinho 1	RSSI 1	Vizinho 2	RSSI 2	Vizinho 3	RSSI 3	Vizinho 4	RSSI 4	Vizinho 5	RSSI 5	Vizinho 6	RSSI 6	Vizinho 7	RSSI 7
1	2	-70	3	-77,6783	4	-70,5614	5	-73,5707	6	-72,7704	7	-75,9691	8	-71,4537
2	1	-70	3	-82,9051	30	-72,7704	17	-82,303	25	-81,6831	5	-77,4332	27	-79,3642
3	1	-77,6783	2	-82,9051	30	-84,7881	17	-76,1236	25	-61,2246	12	-84,1968	10	-79,8271
4	1	-70,5614	30	-69,3136	5	-75,8108	17	-82,0313	18	-77,6783	13	-70,3796	12	-70,3796
5	1	-73,5707	2	-77,4332	25	-80,0537	30	-68,7072	17	-75,0768	8	-78,8325	9	-78,523
6	1	-72,7704	30	-81,5848	2	-74,2834	18	-73,8652	23	-83,9642	12	-81,4514	17	-82,1736
7	1	-75,9691	30	-76,149	25	-78,1424	17	-68,9413	25	-78,1424	5	-65,3529	29	-82,6485
8	1	-71,4537	2	-79,4258	5	-78,8325	30	-81,4289	17	-72,4653	25	-58,0618	20	-77,2645
9	1	-67,1937	2	-60,9691	25	-79,6813	17	-81,4962	5	-78,523	12	-76,2246	29	-68,0385
10	1	-63,523	30	-70	3	-79,8271	17	-74,3838	2	-72,9385	18	-71,0228	5	-65,4846
11	1	-59,5154	9	-56,7092	4	-66,7799	13	-58,4567	18	-71,2954	19	-74,2834	5	-76,2496
12	1	-73,4183	3	-84,1968	30	-49,0309	17	-79,5923	25	-82,1937	20	-67,1937	4	-70,3796
13	1	-66,7799	2	-66,7799	30	-77,7381	17	-81,034	18	-72,7704	25	-78,3806	5	-79,1918
14	1	-76,4463	29	-71,2954	17	-85,2555	5	-83,1606	12	-81,0817	9	-67,86		
15	1	-77,0694	17	-79,4258	18	-71,7092	5	-83,4891	16	-80,8641	26	-70,3796		
16	1	-73,1427	4	-78,9819	25	-75,1659	18	-72,5539	5	-67,1937	17	-64,7982	21	-78,4344
17	1	-76,2496	30	-80,7401	2	-82,303	3	-76,1236	25	-71,2954	5	-75,0768	12	-79,5923
18	1	-66,4514	2	-77,1132	5	-76,7306	25	-65,8641	17	-72,4205	30	-79,3642	6	-73,8652
19	1	-70,5614	4	-75,0768	17	-73,0618	21	-73,4567	9	-77,0694	13	-77,5772	12	-67,4876
20	1	-71,7092	30	-70,0648	25	-78,6451	18	-74,895	17	-73,4183	5	-50,4846	12	-67,1937
21	1	-75,1659	30	-55	5	-72,5539	24	-85,4164	13	-77,4539	25	-83,8018	17	-82,1937
22	1	-70	30	-79,0472	12	-79,0472	18	-74,317	21	-78,6451	29	-60,9691	5	-80,5494
23	1	-78,0861	3	-79,6666	25	-76,149	18	-76,2246	17	-60,9691	30	-80,2861	6	-83,9642
24	1	-77,6783	3	0	30	-84,7881	17	-76,1236	27	-83,0911	21	-85,4164	6	-77,7381
25	1	-75,1659	2	-81,6831	3	-61,2246	17	-71,2954	5	-80,0537	12	-82,1937	27	-80,4846
26	1	-68,7072	15	-70,3796	13	-64,7982	29	-56,7092	9	-69,2409	30	-80,5494	25	-74,0076
27	1	-75,7303	2	-79,3642	30	-71,7092	25	-80,4846	18	-77,8367	13	-80,7651	5	-53,5463
28	1	-71,7092	2	-79,1918	25	-61,936	17	-74,6763	5	-79,7837	18	-59,5154	8	-50,4846
29	1	-71,4537	5	-81,5848	17	-81,4289	13	-62,9722	18	-72,4205	25	-76,9807	30	-81,1526
30	1	-74,2834	2	-72,7704	3	-84,7881	4	-69,3136	22	-79,0472	17	-80,7401	7	-76,149

Continua

Tabela B2 – Base de dados da WSN da Figura 192 (2/5)

Vizinho 8	RSSI 8	Vizinho 9	RSSI 9	Vizinho 10	RSSI 10	Vizinho 11	RSSI 11	Vizinho 12	RSSI 12	Vizinho 13	RSSI 13	Vizinho 14	RSSI 14
9	-67,1937	10	-63,523	11	-59,5154	12	-73,4183	13	-66,7799	14	-76,4463	15	-77,0694
8	-79,4258	9	-60,9691	18	-77,1132	6	-74,2834	28	-79,1918	10	-72,9385	13	-66,7799
24	0	23	-79,6666										
25	-82,0927	19	-75,0768	16	-78,9819	11	-66,7799	28	-79,9555				
18	-76,7306	28	-79,7837	10	-65,4846	13	-79,1918	29	-81,5848	20	-50,4846	4	-75,8108
24	-77,7381	25	-77,9338	29	-44,5154								
13	-81,1878	18	-76,2246	20	-64,0309								
28	-50,4846												
19	-77,0694	14	-67,86	11	-56,7092	28	-76,3487	26	-69,2409				
28	-75,5103	16	-67,9498										
21	-74,6763	25	-77,8367										
9	-76,2246	6	-81,4514	22	-79,0472	19	-67,4876	14	-81,0817				
29	-62,9722	4	-70,3796	27	-80,7651	7	-81,1878	21	-77,4539	19	-77,5772	11	-58,4567
15	-80,8641	23	-64,0309	24	-78,9819	10	-67,9498						
10	-74,3838	8	-72,4653	9	-81,4962	18	-72,4205	24	-76,1236	28	-74,6763	23	-60,9691
28	-59,5154	23	-76,2246	10	-71,0228	13	-72,7704	29	-72,4205	20	-74,895	4	-77,6783
11	-74,2834												
8	-77,2645	21	-73,4183	24	-81,5073	7	-64,0309	28	-78,3445				
18	-80,2861	22	-78,6451	19	-73,4567	20	-73,4183	16	-78,4344	11	-74,6763		
17	-82,0621												
16	-64,0309												
22	-79,7254	20	-81,5073	16	-78,9819								
9	-79,6813	18	-65,8641	28	-61,936	23	-76,149	13	-78,3806	29	-76,9807	20	-78,6451
17	-74,5803	24	-83,0911										
4	-79,9555	9	-76,3487	10	-75,5103	20	-78,3445						
9	-68,0385	7	-82,6485	6	-44,5154	22	-60,9691	14	-71,2954	26	-56,7092		
6	-81,5848	20	-70,0648	10	-70	5	-68,7072	12	-49,0309	27	-71,7092	8	-81,4289

Continua

**Tabela B2** – Base de dados da WSN da Figura 192 (3/5)

16	-73,1427	17	-76,2496	18	-66,4514	19	-70,5614	20	-71,7092	21	-75,1659	22	-70
15	-83,4891	7	-65,3529	27	-53,5463	21	-72,5539	22	-80,5494	14	-83,1606	16	-67,1937
26	-64,7982												
13	-81,034	29	-81,4289	20	-73,4183	4	-82,0313	7	-68,9413	27	-74,5803	21	-82,1937
27	-77,8367	15	-71,7092	7	-76,2246	21	-80,2861	22	-74,317	16	-72,5539	11	-71,2954
4	-82,0927	7	-78,1424	8	-58,0618	21	-83,8018	6	-77,9338	16	-75,1659	11	-77,8367
18	-79,3642	24	-84,7881	23	-80,2861	13	-77,7381	29	-81,1526	21	-55	26	-80,5494

Tabela B2 – Base de dados da WSN da Figura 192 (4/5)

23	-78,0861	24	-77,6783	25	-75,1659	26	-68,7072	27	-75,7303	28	-71,7092	29	-71,4537
11	-76,2496												
6	-82,1736	22	-82,0621	19	-73,0618	14	-85,2555	16	-64,7982				
26	-74,0076												



**Tabela B3** – Comparação entre as coordenadas esperadas e as estimadas, bem como a fase de cálculo e com intervalo de ângulo de 0,003

ID	Abcissa		Erro	Ordenada		Erro	Fase de cálculo
	Esperada	Estimada		Esperada	Estimada		
1	0	0	0	0	0	0	Referência eixo
2	10	10	0	0	0	0	Referência x
3	-15	-15	0	10	10	0	Referência y
4	10	10	8,88E-15	-3	-3	2,80E-14	Outros
5	-2	-2	2,66E-15	-13	-13	0	X e outro
6	3	3	1,33E-15	12	12	1,78E-15	X e outro
7	-9	-9	1,78E-14	-13	-13	1,42E-14	Outros
8	-10	-10	3,55E-15	5	5	7,11E-15	X e outro
9	7	7	0	4	4	2,22E-15	X e outro
10	-1	-1	0	-6	-6	0	X e Y
11	4	4	6,22E-15	2	2	1,22E-14	Outros
12	5	5	1,15E-14	-12	-12	5,33E-15	Y e outro
13	5	5	0	6	6	8,88E-16	X e outro
14	13	13	1,60E-14	10	10	1,78E-14	Outros
15	-10	-10	1,78E-15	14	14	1,78E-15	Outros
16	-9	-9	1,78E-15	-9	-9	0	Outros
17	-15	-15	3,55E-15	-6	-6	1,15E-14	X e Y
18	-7	-7	8,88E-16	3	3	8,88E-16	X e outro
19	-3	-3	1,82E-14	-10	-10	5,33E-15	Outros
20	-3	-3	4,44E-15	-11	-11	0	Outros
21	10	10	3,02E-14	-11	-11	2,84E-14	Outros
22	6	6	3,55E-15	8	8	1,78E-15	Outros
23	-15	-15	1,78E-15	-11	-11	0	Y e outro
24	-15	-15	0	10	10	0	Y e outro
25	-14	-14	0	5	5	8,88E-16	X e Y
26	-1	-1	2,44E-15	9	9	0	Outros
27	-4	-4	3,55E-15	-15	-15	0	X e outro
28	-9	-9	1,78E-15	7	7	1,78E-15	X e outro
29	2	2	4,00E-15	11	11	0	Outros
30	7	7	2,66E-15	-12	-12	1,78E-15	X e Y

**Tabela B4** –Erros das abscissas das e ordenadas, bem como a fase de cálculo para o intervalo de ângulo de 0,003

ID	Abcissa	Ordenada	Fase
1	0	0	Referência eixo
2	0	0	Referência x
3	0	0	Referência y
4	8,88178E-15	2,79776E-14	Outros
5	2,66454E-15	0	X e outro
6	1,33227E-15	1,77636E-15	X e outro
7	1,77636E-14	1,42109E-14	Outros
8	3,55271E-15	7,10543E-15	X e outro
9	0	2,22045E-15	X e outro
10	0	0	X e Y
11	6,21725E-15	1,22125E-14	Outros
12	1,15463E-14	5,32907E-15	Y e outro
13	0	8,88178E-16	X e outro
14	1,59872E-14	1,77636E-14	Outros
15	1,77636E-15	1,77636E-15	Outros
16	1,77636E-15	0	Outros
17	3,55271E-15	1,15463E-14	X e Y
18	8,88178E-16	8,88178E-16	X e outro
19	1,82077E-14	5,32907E-15	Outros
20	4,44089E-15	0	Outros
21	3,01981E-14	2,84217E-14	Outros
22	3,55271E-15	1,77636E-15	Outros
23	1,77636E-15	0	Y e outro
24	0	0	Y e outro
25	0	8,88178E-16	X e Y
26	2,44249E-15	0	Outros
27	3,55271E-15	0	X e outro
28	1,77636E-15	1,77636E-15	X e outro
29	3,9968E-15	0	Outros
30	2,66454E-15	1,77636E-15	X e Y

**Tabela B5** – Erros das abcissas e das ordenadas, bem como a fase de cálculo para o intervalo de ângulo de 0,100, em que o erro das distâncias está dentro do intervalo [-0,05;0,05]

ID	X	Y	Fase
1	0	0	Referência eixo
2	0,001	0	Referência x
3	0,012382111	0,020404375	Referência y
4	0,006487779	0,004219604	Outros
5	0,012224129	0,004922264	X e outro
6	0,008579336	0,000950225	X e outro
7	0,135407103	0,095122845	Outros
8	0,001825467	0,000821201	X e outro
9	0,001025406	0,006270845	X e outro
10	0,008545895	0,005486752	X e Y
11	0,003144333	0,004893882	Outros
12	0,009197435	0,000585428	Y e outro
13	0,001281253	0,002368898	X e outro
14	0,051437208	0,06062313	Outros
15	0,037228266	0,021610399	Outros
16	0,010946789	0,015208437	Outros
17	0,002864208	0,020657593	X e Y
18	0,008810065	0,015532113	X e outro
19	0,018871903	0,007770259	Outros
20	0,012877658	0,001446493	Outros
21	0,032135119	0,02373608	Outros
22	0,013785648	0,010357819	Outros
23	0,022641761	0,022375171	Y e outro
24	0,008419036	0,019862125	Y e outro
25	0,004852015	0,013606511	X e Y
26	0,007003487	0,002787539	Outros
27	0,008056402	0,001115601	X e outro
28	0,00329556	0,009129701	X e outro
29	0,007320489	0,000316999	Outros
30	0,007426408	0,002018965	X e Y

**Tabela B6** – Erros das abcissas e das ordenadas bem como a fase de cálculo para o intervalo de ângulo de 0,100, em que o erro das distâncias está dentro do intervalo [-0,25;0,25]

ID	X	Y	Fase
1	0	0	Referência eixo
2	0,025	0	Referência x
3	0,023960038	0,059180768	Referência y
4	0,004410367	0,078314496	Outros
5	0,046375798	0,002050914	X e outro
6	0,001013023	0,024486403	X e outro
7	0,226333517	0,165830935	Outros
8	0,110528109	0,264330001	X e outro
9	0,027125346	0,023425147	X e outro
10	0,048493442	0,020030363	X e Y
11	0,046208163	0,053233179	Outros
12	0,014084939	0,001720957	Y e outro
13	0,022624763	0,013704109	X e outro
14	0,079920672	0,099799467	Outros
15	0,073122808	0,031555419	Outros
16	0,004519827	0,027119472	Outros
17	0,011136071	0,052304989	X e Y
18	0,056399655	0,123452442	X e outro
19	0,177999919	0,061029871	Outros
20	0,301787712	0,081564194	Outros
21	0,126046994	0,141886781	Outros
22	0,19419596	0,111304732	Outros
23	0,037238016	0,083270042	Y e outro
24	0,046368986	0,044119588	Y e outro
25	0,004057553	0,002440164	X e Y
26	0,069032651	0,009413152	Outros
27	0,049120993	0,038862617	X e outro
28	0,07002714	0,106795643	X e outro
29	0,051695419	0,014888934	Outros
30	0,009535103	0,021065277	X e Y

**Tabela B7** – Comparação entre os erros das abcissas e das ordenadas dos algoritmos 1 e 2, bem como a fase de cálculo para o intervalo de ângulo de 0,100, em que o erro das distâncias está dentro do intervalo [-0,5;0,5]

ID	X	Y	Fase
1	0	0	Referência eixo
2	0,01	0	Referência x
3	0,032420766	0,046991288	Referência y
4	0,002107191	0,024212004	Outros
5	0,109103803	0,054740941	X e outro
6	0,009476304	0,029158262	X e outro
7	1,270564441	0,810517463	Outros
8	0,089535851	0,218150868	X e outro
9	0,02429974	0,004197933	X e outro
10	0,010468214	0,025079422	X e Y
11	0,007289356	0,09479463	Outros
12	0,04519433	0,037378917	Y e outro
13	0,044057191	0,007473681	X e outro
14	0,161936693	0,163621091	Outros
15	0,350919331	0,190953773	Outros
16	0,102214201	0,104819181	Outros
17	0,000329261	0,103920923	X e Y
18	0,095487122	0,189903832	X e outro
19	0,362265775	0,159230481	Outros
20	0,249286766	0,087638968	Outros
21	0,229057282	0,182719714	Outros
22	0,092747346	0,077401506	Outros
23	0,047855799	0,09183818	Y e outro
24	0,044094	0,039262407	Y e outro
25	0,031657659	0,145916341	X e Y
26	0,036105593	0,024217594	Outros
27	0,001891359	0,043977839	X e outro
28	0,006674508	0,012590742	X e outro
29	0,009063207	0,026049721	Outros
30	0,079588576	0,000315791	X e Y



## Anexo C

# Influência de *angint* no Resultado Final de Estimação

---

Neste anexo é apresentada a influência do valor de *angint*, considerado na dissertação. Apesar de *angint* não interferir directamente no valor dos ângulos, como tal, não são efectuados cálculos com o seu valor, são tomadas decisões em que *angint* é um dos campos importantes.

Como se vai poder verificar o seu valor apesar de fixo, vai apresentar grandes variações em termos de resultado final.

Considerem-se duas rectas, A e B, que fazem entre si um ângulo  $\alpha$  (como ilustrado na Figura C1), considerem-se outras duas rectas, C e D, que tenham um ângulo *angint* entre elas e a recta B. O resultado está representado na Figura C1.

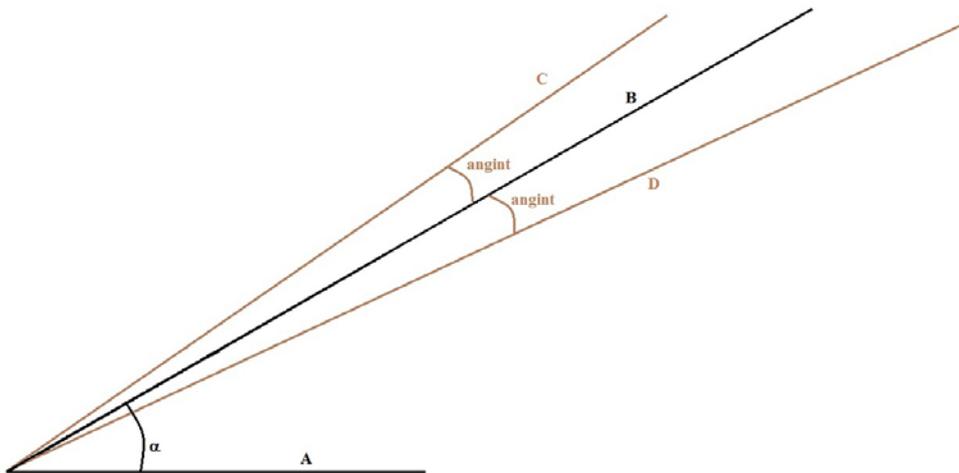
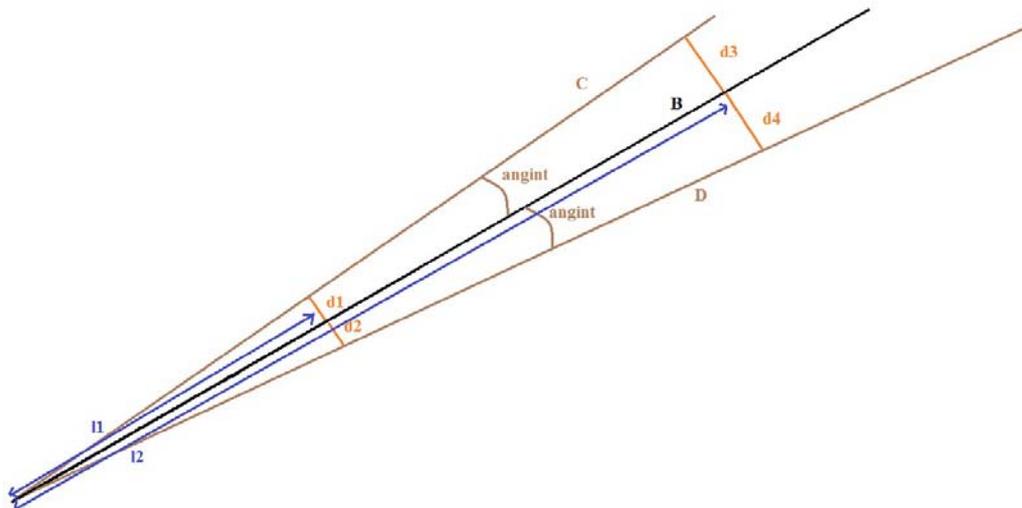


Figura C1 – Disposição das rectas A, B, C e D e dos seus ângulos

Ao verificar-se a distância entre a recta B e as rectas C e D em dois pontos distintos da recta B (como ilustrado na Figura C2), pode-se verificar que:  $d_1 = d_2 = l_1 \tan(\textit{angint})$  e  $d_3 = d_4 = l_2 \tan(\textit{angint})$ . Como é óbvio,  $l_2 > l_1$ , então  $d_3 > d_1$ . Este facto dita que se se estiver a efectuar algum tipo de operação em  $l_2$ , que esteja relacionada também com *angint*, o erro será maior que em  $l_1$  a ser efectuada a mesma operação.

Como pode ser verificado, consoante a distância do ponto de análise na recta B aumenta maior vai ser a distância entre as rectas, o que vai influenciar também no erro final.



**Figura C2 – Análise às distâncias em função de *angint***

Nesta dissertação *angint* é utilizado como intervalo de decisão para especificar em que situação se encontra o caso em questão, como tal, o erro imposto por *angint* é importante e influente e há que ter em consideração.

## Bibliografia

1. **Hui Liu, Houshang Darabi, Pat Banerjee, Jing Liu.** Survey of Wireless Indoor Positioning Techniques and Systems. IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, 2007, Vols. 37: pp 1067-1080.
2. **P. Moore, P. Crossley.** *GPS applications in power systems: Introduction to gps.* s.l. : Power Engineering Journal 13, no. 1, 33-39, 1999.
3. **V. Zeimpekis, G.M. Giaglis, and G. Lekakos.** *A taxonomy of indoor and outdoor positioning techniques for mobile location services.* s.l. : Tech. report, Athens University of Economics and Business, Department of Management Science & Technology, 2002.
4. **R.J Orr, G.D. Abowd.** *The smart floor: A mechanism for natural user identification and tracking.* s.l. : Proceedings of Human Factors in Computing Systems 275-276, 2000.
5. **N.B. Priyantha.** *The cricket indoor location system.* s.l. : Ph.D thesis, Massachusetts Institute of Technology Massachusetts Institute of Technology, 2005.
6. **R. Want, A Hopper, V. Falção and J. Gibbons.** *The active badge location system.* s.l. : Cambridge England, 1992.
7. **Monteiro, Arnaldo.** *Projecto LOPES - máquina de localização.* s.l. : Instituto de Telecomunicações de Aveiro, 2008.
8. **Brás, Luís Pedro Marques.** *Desenvolvimento de sistema de localização indoor de baixo consumo - Dissertação de Mestrado.* s.l. : Universidade de Aveiro, 2009.
9. **J. Werb, C. Lanzl.** Designing a positioning system for finding things and people indoors. IEEE In Spectrum, 1998, Vols. Vol. 35, No. 9 pp. 71-78.
10. **I.F. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, E. Cayirci.** *Wireless sensor networks: a survey.* s.l. : Computer Networks 38, 393-422, 2002.
11. meshnetics. *zigbee-learning.* [Online] [Cited: 05 03, 2010.] <http://www.meshnetics.com/learning/index.php?show=9>.
12. **Ian F. Akyildiz, Erich P. Stuntebeck.** *Wireless underground sensor networks: Research challenges.* s.l. : Ad Hoc Networks 4, 669-686, 2006.
13. **M. Li, Y. Liu.** *Underground structure monitoring with wireless sensor networks.* s.l. : Proceedings of the IPSN, Cambridge, 2007.
14. **Aamodt, K.** *CC2431 Location Engine, Application Note AN042.* s.l. : Chipcon products from Texas Instruments.
15. **IEEE.** IEEE 802.15.4: Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs). *IEEE Standards.* 2003.
16. **Alliance, ZigBee.** ZigBee Specification. 2006, Vol. Document 053474r13.

17. **W. Ye, J. S. Heidemann, D. Estrin.** Medium access control with coordinated adaptive sleeping for wireless sensor networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 2004, Vols. 12, pp 493–506.
18. **V. Rajendran, K. Obraczka, J. Garcia-Luna-Aceves.** Energy-efficient collision-free medium access control for wireless sensor networks. *Conference On Embedded Networked Sensor Systems (SenSys)*, 2003, Vols. pp.181–192.
19. **Emil Jovanov, Aleksandar Milenkovic, Chris Otto, Piet C de Groen.** A wireless body area network of intelligent motion sensors for computer assisted physical rehabilitation. *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 2005.
20. **Tony O'Donovan, John O'Donoghue, Cormac Sreenan, David Sammon, Philip O'Reilly, Kieran A. O'Connor.** A Context Aware Wireless Body Area Network (BAN). In *proceedings of the Pervasive Health Conference*, 2009.
21. **Stephan Eichler, Benedikt Ostermaier, Christoph Schroth, Timo Kosch.** Simulation of Car-to-Car Messaging: Analyzing the Impact on Road Traffic. *IEEE Computer Society*. 13th Annual Meeting of the IEEE International Symposium on Modeling, Analysis, and Simulation of Computer and Telecommunication Systems (MASCOTS) , 2005.
22. **Timo Kosch, Christian Adler, Stephan Eichler, Christoph Schroth, Markus Strassberger.** The Scalability Problem of Vehicular Ad Hoc Networks and How to Solve it. *IEEE Wireless Communications Magazine*, 2006.
23. **Stephan Eichler, Christoph Schroth, Jörg Eberspächer.** Car-to-Car Communication. *VDE-Kongress - Innovations for Europe*, 2006.
24. **Chris R. Baker, Kenneth Armijo, Simon Belka, Merwan Benhabib, Vikas Bhargava, Nathan Burkhart, Artin Der Minassians, Gunes Dervisoglu, Lilia Gutnik, M. Brent Haick, Christine Ho, Mike Koplow, Jennifer Mangold, Stefanie Robinson, Matt Rosa.** *Wireless Sensor Networks for Home Health Care*. s.l. : AINAW, 2007.
25. **G. Werner-Allen, K. Lorincz, M. Welsh, O. Marcillo, J. Johnson, M. Ruiz, J. Lees.** *Deploying a wireless sensor network on an active volcano*. s.l. : IEEE Internet Computing 10, 2006.
26. **Werner-Allen, Geoff, et al.** Fidelity and Yield in a Volcano Monitoring Sensor Network. *7th USENIX Symposium on Operating Systems Design and Implementation (OSDI 2006)*, 2006.
27. **G. Tolle, J. Polastre, R. Szewczyk, D. Culler, N. Turner, K. Tu, S. Burgess, T. Dawson, P. Buonadonna, D. Gay, W. Hong.** *A macroscope in the redwoods*. s.l. : Proceedings of the Third International Conference on Embedded Networked Sensor Systems, 2005.
28. **I. Vasilescu, K. Kotay, D. Rus, M. Dunbabin, P. Corke.** *Data Collection, Storage, and Retrieval with an Underwater Sensor Network*. s.l. : Proceedings of the Third International Conference on Embedded Networked Sensor Systems, 2005.

29. **P. Zhang, C.M. Sadler, S.A. Lyon, M. Martonosi.** *Hardware design experiences in ZebraNet*. s.l. : Proceedings of the SenSys'04, 2004.
30. **K.K. Yap, V. Srinivasan, M. Motani.** *MAX: Human-centric search of the physical world*. s.l. : Proceedings of the Third International Conference on Embedded Networked Sensor Systems, 2005.
31. **BLUETOOTH.** BLUETOOTH SPECIFICATION Version 4.0. 2009.
32. zigbee.org. zigbee.org. [Online] [Cited: 05 04, 2010.] [http://www.zigbee.org/imwp/idms/popups/pop\\_download.asp?ContentID=6704](http://www.zigbee.org/imwp/idms/popups/pop_download.asp?ContentID=6704).
33. **bluetoot.** bluetoot. bluetoot. [Online] [Cited: 05 04, 2010.] <http://www.bluetooth.com/English/Technology/Works/Pages/technical.aspx>.
34. **C. Intanagonwiwat, R. Govindan, D. Estrin.** Directed diffusion: A scalable and robust communication paradigm for sensor networks. MOBICOM, 2000, Vols. pp. 56–67.
35. **A. Boukerche, X. Cheng, J. Linus.** Energy-aware data-centric routing in microsensor networks. 6th ACM International Workshop on Modeling Analysis and Simulation of Wireless and Mobile Systems, 2003, Vols. pp. 42–49.
36. **M. A. Youssef, M. F. Younis, K. Arisha.** A constrained shortest-path energyaware routing algorithm for wireless sensor networks. WCNC, 2002, Vols. pp. 794–799.
37. **D. Braginsky, D. Estrin.** Rumor routing algorithm for sensor networks. WSNA, 2002, Vols. pp. 22–31.
38. **F. Ye, G. Zhong, S. Lu, L. Zhang.** Gradient broadcast: A robust data delivery protocol for large scale sensor networks. Wireless Networks, 2005, Vols. 11: pp285–298.
39. **F. Ye, A. Chen, S. Liu, L. Zhang.** A scalable solution to minimum cost forwarding in large sensor networks. 10<sup>th</sup> International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN), 2001, Vols. pp. 304–309.
40. **K. Sohrabi, J. Gao, V. Ailawadhi, G. J. Pottie.** Protocols for self-organization of a wireless sensor networks. IEEE Personal Communications Magazine, 2005, Vols. 7: pp16–27.
41. **T. He, J. A. Stankovic, C. Lu, T. F. Abdelzaher.** SPEED: A stateless protocol for real-time communication in sensor networks. ICDCS, 2003, Vols. pp. 46–58.
42. **A. Rao, C. Papadimitriou, S. Shenker, I. Stoica.** Geographic routing without location information. 9th annual international conference on Mobile computing and networking, 2003, Vols. pp. 96–108.
43. **K. Seada, M. Zuniga, A. Helmy, B. Krishnamachari.** Energy-efficient forwarding strategies for geographic routing in lossy wireless sensor networks. SenSys, 2004, Vols. pp. 108–121.
44. **S. Subramanian, S. Shakkottai.** Geographic routing with limited information in sensor networks. IPSN, 2005, Vols. pp. 269–276.

45. **Srdjan Capkun, Maher Hamdi, Jean-Pierre Hubaux.** GPS-free positioning in mobile ad hoc networks. *Proceedings of the 34th Hawaii International Conference on System Sciences*. 2001.
46. **W. R. Heinzelman, A. Chandrakasan, H. Balakrishnan.** Energy-efficient communication protocol for wireless microsensor networks. In *Proceedings of HICSS*, 2000.
47. **S. Lindsey, C. Raghavendra.** PEGASIS: Power-efficient gathering in sensor information systems. *IEEE Aerospace Conference*, 2002, Vols. pp. 1125–1130.
48. **S. De, C. Qiao, H. Wu.** Meshed multipath routing with selective forwarding: An efficient strategy in wireless sensor networks. *Computer Networks*, 2003, Vols. 43: pp 481–497.
49. **D. Ganesan, R. Govindan, S. Shenker, D. Estrin.** Highly-resilient, energy-efficient multipath routing in wireless sensor networks. *ACM Mobile Computing Communication Review*, 2001, Vols. 5: pp 10–24.
50. **W. Su, I. F. Akyildiz.** A stream enabled routing (SER) protocol for sensor networks. *Proceedings of Med-hoc-Net*, 2002.
51. **N. B. Priyantha, A. K. Miu, H. Balakrishnan, S. Teller.** The cricket compass for context aware mobile applications. *7th ACM International Conference on Mobile Computing and Networking*, 2001.
52. **D. Niculescu, B. Nath.** Ad hoc positioning system (aps) using aoa. *Proceedings of INFOCOM 2003*, 2003.
53. **A.S.Krishnakumar, P.Krishnan.** The Theory and practice of signal Strength-Based Location Estimation. Avaya Labs Basking Ridge, 2005.
54. **A. Ward, A. Jones, A. Hopper.** A new location technique for the active office. *Personal Communications*, 1997.
55. **J. Krumm, S. Harris, B. Meyers, B. Brumitt, M. Hale, S. Shafer.** Multi-Camera Multi-Person Tracking for EasyLiving. *Third Workshop on Visual Surveillance Redmond*, 2000.
56. **Zekeng Liang, Ioannis Barakos, Stefan Poslad.** Indoor Location and Orientation Determination for Wireless Personal Area Networks. *Second International Workshop, MELT*, 2009.
57. **Peng Zhuang, Yi Shang.** Localize Vehicles Using Wireless Traffic Sensors. *Second International Workshop, MELT*, 2009.
58. **Sensys Networks.** *Wireless Vehicle Detection from Sensys Networks: brochure product*. 2009.
59. —. *Sensys Wireless Vehicle Detection System Reference Guide*. 2010.