

Wilfido Yony Enríques Figueroa

- * Licenciado en Matemáticas Universidad de Nariño
- * Especialista en Docencia de la Matemática Universidad de Nariño
- * Asesor de Área y Docente de Matemáticas Instituto Champagnat de Pasto
- * Autor de textos del Proyecto Juega y Construye la Matemática.
- * Docente de Matemáticas Lusesma de Pasto.

APLICACIÓN DE CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS CON CABRI

PROYECTO JUEGA Y CONSTRUYE LA MATEMÁTICA

ÁREA TEMÁTICA: INTEGRACIÓN DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS.

Por: **Wilfido Yony Enríques Figueroa**
wilfidoye@yahoo.es

1. PRESENTACIÓN

La utilización de una herramienta novedosa, cualquiera que sea, en nuestras clases de geometría, necesita de una reflexión muy profunda sobre lo que hacemos. A veces, cambia nuestro modo de pensar, actuar y por ende de trabajar. Asumimos otra actitud frente a nuestras clases y una forma diferente de interactuar con nuestros estudiantes y el contenido geométrico.

Este taller tiene por objeto suscitar dicha reflexión en las personas asistentes, que les permitirá incursionar en el programa Cabri como ayuda para comprender los procesos de construcción de conceptos y de figuras geométricas, superando los inconvenientes que comúnmente presentan herramientas tradicionales como lápiz, papel, compás, regla, entre otras.

Estas herramientas a menudo imponen límites en las construcciones de graficas geométricas y casi siempre los estudiantes se sienten fatigados cuando tratan de realizarlos.

El presente taller consta de dos partes específicas que darán una aproximación a los usos del programa:

- Parte I: Construcciones geométricas básicas
- Parte II: Aplicaciones y solución de problemas.

En la primera parte se pretende evaluar propiedades de ángulos, de segmentos, de polígonos, etc. Además, mostrar y promover opciones de animación a diferentes construcciones que le permitan, al docente y estudiante, explorar nuevas formas de presentar o abordar sus contenidos de una manera más dinámica y elegante.

En la segunda parte, se pretende que los asistentes realicen construcciones de aplicación y/o den solución a diferentes problemas de tipo geométrico.

2. MARCO TEÓRICO

Una de las preocupaciones más importantes en el currículo de las matemáticas escolares, en sus niveles de primaria y bachillerato, es generar el espacio adecuado para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Algunas de las dificultades para introducirla en el currículo de las matemáticas provienen de la falta de motivación y aplicación de herramientas que faciliten su aprendizaje. Así, de alguna manera los profesores, por diversas razones, dejan el estudio de la geometría en último plano.

Por esta razón, el Software CABRI, que es uno de los programas más accesibles a los estudiantes y tiene un funcionamiento sumamente amigable con diferentes aspectos relacionados a la Geometría: funciones definidas como gráficas de polígonos, trazos de paralelas, perpendiculares, puntos medios, entre otros. Además, hace interesantes aportaciones en el estudio de esta área, una de ellas es la posibilidad de imprimir movimiento en el tratamiento de los objetos geométricos, lo que lo convierte en un recurso más que añadir a esa extensa lista de recursos manipulables.

Lo interesante de este software es que los estudiantes podrán aprender y “jugar” con él para realmente “sentir” la Geometría. Es aquí, donde el docente juega un papel importante dentro de la clase, ya que es él quien tiene que elaborar estrategias para la identificación y resolución de problemas con el programa CABRI y, valorar la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados. Esto le ayudará a fomentar en el estudiante el gusto por el trabajo y el modo de razonar matemáticamente.

De acuerdo a las investigaciones existentes en varios países del mundo se ha encontrado que Cabri es una herramienta susceptible de ser utilizada para la enseñanza de la Geometría plana que no puede estar ausente del mundo que rodea al estudiante actual.

Así, las ideas geométricas involucradas en el taller son muy variadas. En algunos casos, puede servir para consolidar conceptos y destrezas que se han aprendido. En otros, proporciona una nueva visión de las situaciones que puede completar las experiencias adquiridas:

- Comprensión y utilización de los elementos geométricos básicos, sus propiedades y relaciones
- Medida y cálculo de ángulos, longitudes y superficies.
- Proporcionalidad de magnitudes.
- Construcción de toda clase de figuras geométricas.
- Todo tipo de movimientos en el plano.

Ahora, dependiendo del nivel en el que se encuentren los estudiantes, la construcción de mecanismos pueden usarse por el profesor para introducir conceptos matemáticos como:

- Las ideas sobre el lugar geométrico.
- El estudio de las trayectorias de ciertos puntos en un mecanismo articulado facilita el estudio de la Geometría de coordenadas
- El estudio de las relaciones trigonométricas por la facilidad de elaborar tablas y gráficas a partir de los diseños construidos.

Las construcciones de aplicación de la Geometría, ayudan a comprender mejor las Matemáticas, ya que el proceso mismo de matematización de situaciones reales a partir de la interacción de los elementos que intervienen en la construcción. En este aspecto, es necesario discriminar los elementos esenciales de los que sólo son accesorios. Después hay que traducir la situación real a la sintaxis del programa y a las mismas matemáticas y utilizar todas

las herramientas al alcance de nuestra mano para resolver el problema planteado: medida, cálculo, utilización de propiedades y teoremas, etc.

Así, las construcciones son un contexto para hacer matemáticas y para comprender, a través de las mismas, las conexiones con otras áreas del currículo como la física y la tecnología.

Comprender una construcción no suele ser una tarea fácil, normalmente se encuentran ocultos entre otros objetos y no se llegan a ver bien hasta que se intenta su construcción. Aquí es donde el programa Cabri es de gran ayuda ya que proporciona una herramienta que, en cierto modo, es más asequible para muchos que el montaje real.

Las características de las construcciones es la existencia de una pieza con la que iniciamos el movimiento y otra encargada de ejecutar el trabajo marcado. Entre ellas tenemos un conjunto de piezas que se encargan de la transmisión de los movimientos desde el impulsor hasta el seguidor. Este esquema de trabajo se adapta a la perfección a la función de Cabri, con él es relativamente sencillo situar un punto sobre la pantalla de dibujo, que se mueva libremente o sujeto a ciertas condiciones: puede estar situado sobre un segmento, una circunferencia o cualquier otro elemento ya construido, y crear otros a partir de él, nuevas figuras a partir de estos puntos y así sucesivamente.

Cuando se desplazan los objetos iniciales, todo el sistema se moverá con ellos. Como ya se ha señalado, se puede imprimir movimiento a estos sistemas para ver el mecanismo en acción y así analizar las partes que lo componen, la región del plano por la que podrán desplazarse ciertos elementos o las distintas velocidades de las piezas que lo componen. Por otra parte, la mayoría de los diseños admiten la introducción de modificaciones en algunos de los parámetros y estudiar así su efecto en el resto de los elementos que dependen de ellos.

Por último, Cabri incluye la posibilidad de realizar macro construcciones o procedimientos con los que se puede “enseñar” al programa a realizar ciertas construcciones, que una vez diseñadas, se puedan utilizar en el momento en que se las necesite.

3. METODOLOGÍA DEL TALLER

El taller se desarrollará en la sala de computación, con la participación de la cantidad de personas que dicha sala pueda albergar, cada una de ellas en un computador. Este se desarrollará en dos fases:

En la primera parte: se dará a conocer algunos procesos y funciones del programa que facilite su manejo, en él se hará un planteamiento de una actividad encaminada a manejar el programa a partir de explicaciones y ejemplos de ejercicios prácticos a realizar con la ayuda del docente. Para ello se utilizará una guía que será desarrollada por cada participante en el espacio de tiempo establecido.

En la segunda parte: la realización de una tarea individual consistente en la construcción o solución de un problema que cada participante opte de las diferentes que se le presenten, compartiendo al final sus hallazgos y conclusiones para que todo el grupo se retroalimente y genere nuevas expectativas.

Así, el trabajo a realizar será altamente beneficioso. Aparte de desarrollar habilidades en el uso del programa Cabri como herramienta de trabajo, se fortalecerán los conocimientos de aplicabilidad a otros campos del saber y mejorar las expectativas para su futuro trabajo académico con la geometría.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GRISALES, A. OROZCO, J. (2010). *Juega y Construye la Matemática. Aportes y reflexiones.* Colegios Maristas. Provincia Norandina – Colombia. Material fotocopiado. 150 p.

UNIVERSIDAD JOSEPH FOURIER. (1999). *Manual de CabriGeometry.* Texas Instruments Incorporated.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA. (1998). *Serie Documentos. Lineamientos curriculares de Matemáticas y tecnología.* Autores varios.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA. (1999). *Serie Documentos. Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales,* autores varios.

FUENTES DE INTERNET:

<http://www.sinewton.org/numeros/numeros/54/Articulo02.pdf>

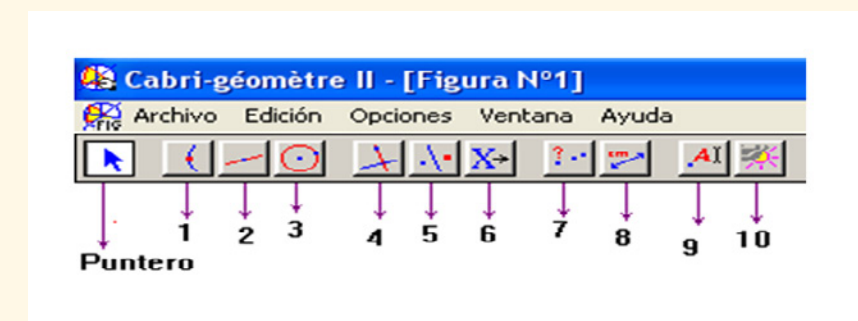
<http://www.aq.upm.es/Departamentos/Matematicas/exposicion/TallerConstruccionesClasicasCabri/index.html>

<http://www.terra.es/personal/joseantm/Archiv%20pdf/97salamtriang.PDF>

FUNCIONES DE CABRI-GEOMETRE II

Con Cabri- geometre II, aprende rápidamente a construir, visualizar, manipular, demostrar y solucionar problemas de geometría, creando construcciones dinámicas con los diferentes elementos que te ofrece: puntos, segmentos, rectas, circunferencias, ángulos, etc.

Para ello te presentamos los íconos que este programa posee y algunas de sus funciones:



Puntero

Este icono, es el encargado de seleccionar, mover y manipular todos los objetos que se quiera de los iconos del 1 al 10. **Siempre que se termine de realizar una tarea de debe regresar al puntero haciendo clic en él, para evitar que el trabajo se dañe.**

Iconos 1-10

Estos iconos le permitirá realizar diferentes tipos de trabajos. Para acceder a cada uno debe de hacer un clic prolongado y se visualizara las diferentes funciones que posee. Por ejemplo el botón 3 tiene como funciones la construcción de circunferencias, arcos y cónicas.

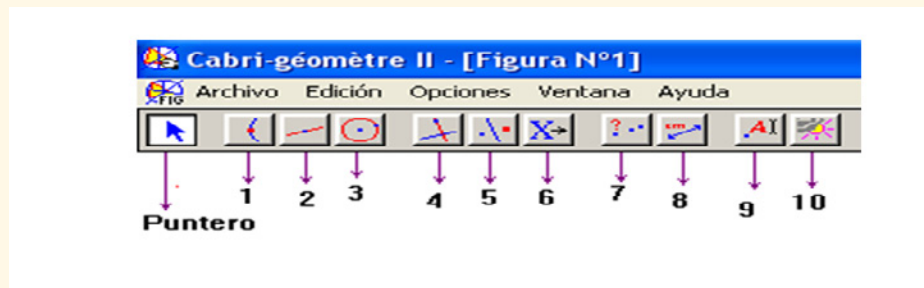
Ejemplo

Para construir una circunferencia y medir su radio:

- Haga clic en el botón 3 y seleccione *circunferencia*.
- En la hoja de trabajo haga clic y mueva el ratón a la distancia deseada y vuelva a hacer clic. Quedará realizada una circunferencia.
- Trace el radio seleccionando en el botón 2, *segmento*: ubique el cursor en el centro de la circunferencia, le aparecerá la frase "este punto", haga clic y desplace el ratón hasta la circunferencia, le aparecerá "en esta circunferencia" haga clic y tendrá el radio.
- Para medir este radio, pulse el botón 8 y seleccione *distancia y longitud*. Ubique el cursor en el segmento y haga clic, de inmediato tendrá la medida del radio.
- Si quiere darle movimiento al radio, seleccione en la opción 9, *animación* e indicando el punto en la circunferencia haga clic sostenido, arrastrando levemente el ratón y suelte, el radio empezará a girar.
- Si desea limpiar pantalla oprima en su teclado *Ctrl A + Supr*.

Intente realizar otras construcciones explorando los demás botones

CONCEPTOS DE HOMOTECIA SEMEJANZA



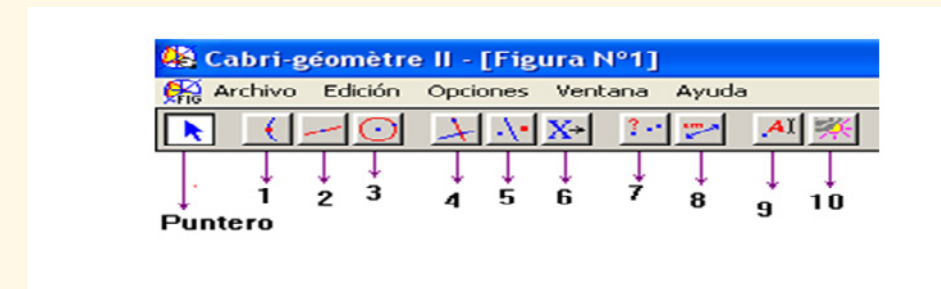
Desarrollo de la actividad

- Trazar un polígono de cuatro lados: *botón 2, opción polígono*.
 - Ubicar un punto debajo del polígono: *botón 1, opción punto*.
 - Trazar rectas que pasen por dicho punto y cada uno de los vértices del polígono: *botón 2, opción recta*.
 - Traza una paralela a uno de los lados del polígono y que pasen por un punto de una de las rectas que contiene los extremos del lado; continuar la actividad en forma ordenada (siguiendo la dirección contraria a las manecillas del reloj), con los demás lados: *botón 4, opción recta paralela*.
 - Trazar segmentos que una los puntos de corte de las paralelas con las otras rectas, siguiendo el mismo orden del punto anterior: *botón 2, opción segmento*.
 - Ocultar las rectas paralelas y darle un nuevo grosor a los polígonos formados: *botón 10, opciones ocultar/mostrar y grosor*.
- ¿Qué características puede sacar de dicha construcción?
 - La construcción que acaba de hacer es una HOMOTECIA, cómo la definiría?

Ahora proceda a realizar:

- Ocultar todas las rectas: *botón 10, opción ocultar/mostrar*.
 - Encontrar la medida de los ángulos internos de cada polígono realizado: *botón 8, opción ángulo*.
 - Encuentre la longitud de cada uno de los lados de cada polígono: *botón 8, opción distancia y longitud*.
 - Con la calculadora, saque los resultados de las razones de las longitudes de los lados correspondientes: *botón 8, opción calcular*.
- ¿Cuál sería la conclusión?
 - Construya otras figuras semejantes.

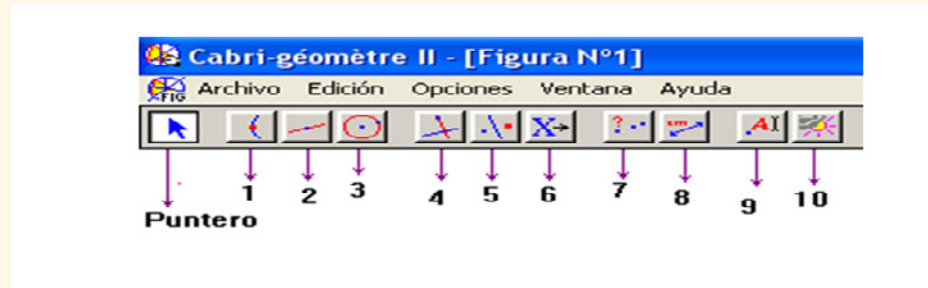
ÁNGULOS AGUDOS



Desarrollo de la actividad

- Trazar un segmento: *icono 2, segmento*.
- Señalar los puntos extremos del segmento con las letras A y B: *icono 9, etiqueta*.
- Trazar una recta perpendicular al segmento que pase por A: *icono 4, recta perpendicular*.
- Trazar una circunferencia concéntrica en A y radio AB: *botón 3, circunferencia*.
- Ubicar el punto intersección de la circunferencia y la perpendicular: *botón 1, punto intersección*.
- Rotular este punto con la letra P: *opción 9, etiqueta*.
- Trazar el arco de circunferencia PB: *opción 3, arco, haciendo clic en P, en cualquier punto de la circunferencia y en el punto B*.
- Ubicar un punto sobre el arco PB: *opción 1, punto sobre objeto*.
- Rotular este punto con la letra C: *botón 9, etiqueta*.
- Trazar el segmento AC: *botón 2, segmento*.
- Ocultar la circunferencia, la recta perpendicular, el arco y todos los puntos excepto A, B, C: *icono 10, ocultar/mostrar, indicar con el puntero cada elemento que se desee ocultar y hacer clic*.
- Ubicar la marca de ángulo haciendo clic en B, A y C: *opción 9, marca de ángulo*.
- Medir el ángulo marcado: *opción 8, ángulo, señalar la marca y hacer clic*.
- Dar animación al punto C: *opción 9, animación, hacer clic sostenido en C y arrastrar un poco*.

ÁNGULOS OBTUSOS



Desarrollo de la actividad

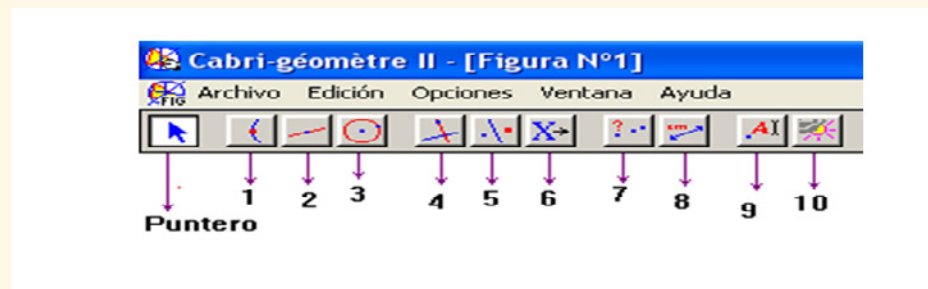
1. Trazar un segmento: *icono 2, segmento.*
2. Señalar los puntos extremos del segmento con las letras A y B: *icono 9, etiqueta.*
3. Ubicar el punto medio del segmento AB: *opción 4, punto medio, señalar el segmento AB y hacer clic.*
4. Rotular este punto con la letra C: *icono 9, etiqueta.*
5. Trazar una circunferencia concentro en C y radio CB: *botón 3, circunferencia.*
6. Trazar el arco superior de circunferencia AB: *opción 3, arco, haciendo clic en A, en cualquier punto de la parte superior de la circunferencia y en el punto B.*
7. Ubicar un punto sobre el arco AB: *opción 1, punto sobre objeto.*
8. Rotular este punto con la letra D: *botón 9, etiqueta.*
9. Trazar el segmento CD: *botón 2, segmento.*
10. Ocultar la circunferencia, el arco y todos los puntos excepto B, C y D: *icono 10, ocultar mostrar, indicar con el puntero cada elemento que se desee ocultar y hacer clic.*
11. Ubicar la marca de ángulo haciendo clic en B, C y D: *opción 9, marca de ángulo.*
12. Medir el ángulo marcado: *opción 8, ángulo, señalar la marca y hacer clic.*
13. Dar animación al punto D: *opción 9, animación, hacer clic sostenido en D y arrastrar un poco.*

Desarrollo de la actividad

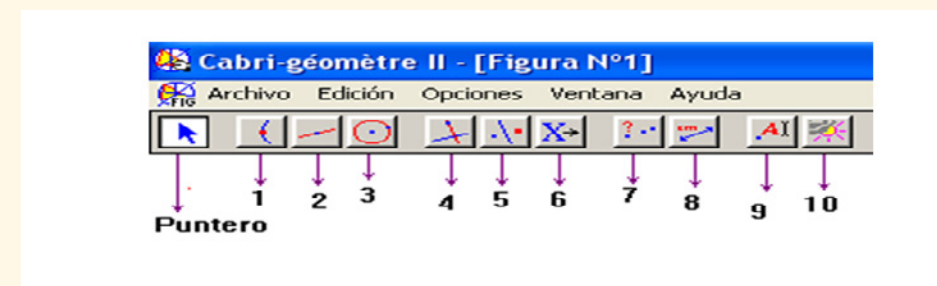
- Trazar un segmento horizontal: *opción 2, segmento.*
- Señalar los puntos extremos del segmento con las letras A y B: *icono 9, etiqueta.*
- Trazar una recta perpendicular al segmento AB en el punto A: *opción 4, recta perpendicular.*
- Trazar una circunferencia que tenga por centro el punto A y radio AB: *opción 3, circunferencia.*
- Ubicar el punto de intersección en la parte superior de la circunferencia y la recta perpendicular: *opción 1, punto de intersección.*
- Señalar este punto con la letra C: *icono 9, etiqueta.*
- Trazar un segmento desde A hasta C: *opción 2, segmento.*
- Trazar el arco CB: *icono 3, arco, haciendo clic en C, un punto de la circunferencia y B.*
- Ubicar un punto sobre el arco: *opción 1, punto sobre objeto.*
- Señalar este punto con la letra D: *icono 9, etiqueta.*
- Trazar un segmento desde AD: *opción 2, segmento.*
- Localizar otro punto en el segmento AB muy próximo a A: *opción 1, punto sobre objeto.*
- Señalar este punto con la letra E: *icono 9, etiqueta.*
- Trazar una paralela al segmento AD Que pase por E: *opción 4, recta paralela.*
- Localizar el punto de intersección del arco CB y la última paralela: *opción 1, punto de intersección.*
- Señalar este punto con la letra F: *icono 9, etiqueta.*
- Trazar los segmentos EF y EB: *opción 2, segmento.*
- Ocultar el segmento AB, las rectas, la circunferencia y el arco: *icono 10, ocultar mostrar, indicar con el puntero cada elemento que se desee ocultar y hacer clic.*
- Realizar la marca de los ángulos BEF y DAC: *opción 9, marca de ángulo.*
- Medir los ángulos marcados: *opción 8, ángulo, señalar la marca y hacer clic.*
- Dar animación al punto D: *opción 9, animación, hacer clic sostenido en D y arrastrar.*

¿Qué características se puede observar?

PROPIEDAD DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



PROPIEDAD DE ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

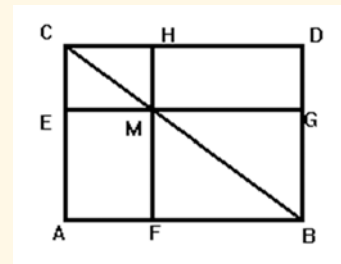
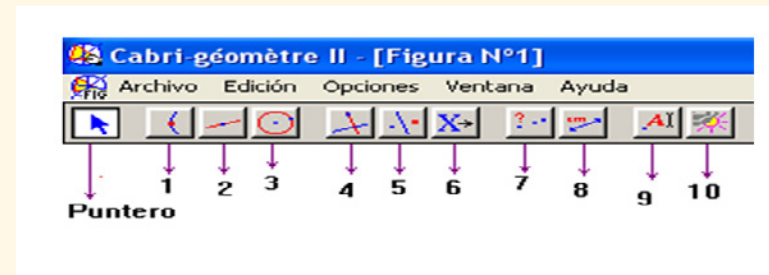


Desarrollo de la actividad

- Trazar dos rectas perpendiculares entre si: *opción 4, recta perpendicular.*
- Trazar una circunferencia con centro en la intersección de las dos rectas: *opción 3, circunferencia.*
- Señalar los puntos de intersección de la circunferencia con la recta horizontal: *opción 1, punto de intersección.*
- Trazar el segmento que une los dos últimos puntos ubicados y el arco de circunferencia de la parte superior: *opciones 2, segmento y 3, arco.*
- Ocultar la circunferencia y las rectas: *opción 10, ocultar/mostrar.*
- Ubicar un punto sobre el arco y darle animación: *opciones 1, punto sobre objeto y 9, animación.*
- Trazar un segmento desde este punto al centro: *opción 2, segmento.*
- Ubicar un punto sobre el diámetro muy próximo al centro: *opción 1, punto sobre objeto.*
- Trazar una paralela al último segmento trazado que pase por este punto: *opción 4, recta paralela.*
- Localizar el punto de intersección con el arco de semicircunferencia y trazar los segmentos que formen los dos nuevos sectores circulares: *opciones 1, punto de intersección y 2, segmento.*
- Ocultar el diámetro y la semicircunferencia: *opción 10, ocultar/mostrar.*
- Realizar la marca de los ángulos y encontrar sus medidas: *opciones 9, marca de ángulo y 8, ángulo.*
- Realizar la suma de dichas medidas: *botón 8, opción calcular.*
 1. ¿Qué características puedes observar al mover dichos ángulos?
 2. ¿Que son ángulos suplementarios?

PROBLEMA No. 1

¿Cómo son las áreas de los rectángulos AFEM y MGHD de la figura, cuando el punto M se desplaza a través de la diagonal del rectángulo ABDC?



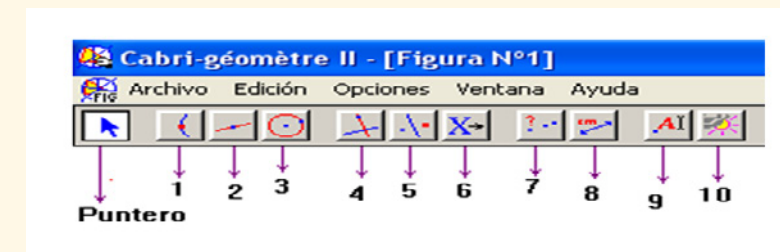
Solución:

1. Trazar el segmento AB.
2. Trazar las perpendiculares al segmento AB que pasen por los puntos A y B respectivamente.
3. Ubicar en una la perpendicular que pasa por el punto A, el punto C.
4. Trazar una paralela al segmento AB que pase por C.
5. Ubicar el punto de intersección de esta paralela con la perpendicular que pasa por B.
6. Con segmentos trazar el rectángulo ABCD.
7. Ocultar todas las rectas paralelas y perpendiculares.
8. Trazar la diagonal CB.

9. Ubicar sobre la diagonal un punto M.
10. Trazar las paralelas a los lados del rectángulo ABCD que pasen por M.
11. Ubicar los puntos de intersección E, F, G Y H de estas paralelas con los lados del rectángulo.
12. Trazar los segmentos EG y FH y ocultar las paralelas.
13. Encontrar las distancias de los segmentos AE, AF, HD y DG.
14. Calcular las áreas de los rectángulos AFEM y MGHD y sáquelas indicando cada una de ellas.
15. Anime el punto M y observe que pasa con estas áreas.

PROBLEMA No. 2

En el interior de un triángulo rectángulo ABC cuyos catetos miden $x, y (x \neq y)$ respectivamente, se escoge un punto P tal que dista 1cm de cada uno de los catetos. Por P se trazan tres rectas paralelas respectivamente a los tres lados del triángulo. Calcular la suma de las bases del trapecio que se forma, al unir los puntos de intersección de las paralelas con cada uno de sus lados.



Solución:

1. Construir un triángulo rectángulo ABC.
2. Rotular los catetos, mediante comentario, con x e y .
3. Trazar un segmento (por aparte) que mida 1cm.
4. Trasladar la medida de este segmento a los catetos empezando desde el punto donde forma el ángulo recto.
5. Trazar rectas perpendiculares a cada cateto y que pasen por el punto que deja la traslación de medidas.
6. Ubicar el punto de intersección de las paralelas y rotularlo con la letra P
7. Trazar una recta paralela a la hipotenusa y que pase por P.
8. Ubicar los puntos de intersección de las rectas con cada uno de los lados y trazar segmentos de modo que formen un trapecio.
9. Ubicar un punto interior al triángulo ABC sobre una de las rectas perpendiculares a uno de los catetos.
10. Trazar una paralela a la hipotenusa que pase por este último punto.
11. Señalar los puntos de intersección de esta recta con los catetos y las rectas perpendiculares a los mismos.
12. Unir con dos segmentos los dos pares de puntos que se obtienen respectivamente y darles grosor y color a los mismos.
13. Ocultar la resta paralela.
14. Trasladar los segmentos a la hipotenusa y nos daremos cuenta que el problema no es mas que una aplicación del teorema de Pitágoras.