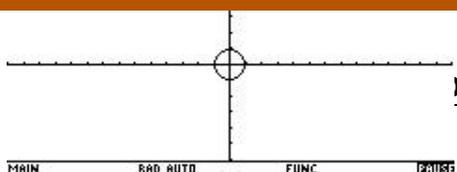


Congreso Internacional: Computacionales en el Currículo de Matemáticas



Usar una ventana de diálogo, lo cual se ejemplifica en el

programa de la figura 44:



Figura 44

Simulación en Cabri e integración de sistemas de representación

(3 sesiones)

Fabiola Rodríguez García

Instituto Pedagógico Nacional

Grupo Coordinador MEN

Incorporación Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas

Martín Eduardo Acosta Gempeler

Grupo Coordinador MEN

Incorporación Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas

Nivel . Intermedio

Objetivos.

- Analizar la simulación del movimiento de tres aviones que viajan paralelamente.
- Relacionar las diferentes representaciones obtenidas a partir de la toma automática de datos

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

- Analizar dichas representaciones a la luz del fenómeno simulado.
- Describir y caracterizar el movimiento de los aviones, a partir del análisis de las representaciones.

Descripción general del taller. Se presenta un archivo construido en Cabri, el cual debe ser grabado en las calculadoras. En dicho archivo está construida la simulación del movimiento de tres aviones que viajan paralelamente en línea recta y en el mismo sentido. [1]

Se pretende que a través de la observación, la exploración y la sistematización de los resultados, se modelen las situaciones de cambio presentes en la simulación y exprese el modelo en palabras y simbólicamente, representándolo en forma tabular, gráfica y mediante expresiones algebraicas. Finalmente se hará la construcción de la simulación.

Conocimientos previos . Se recomienda que los participantes tengan una idea general de lo que pueden trabajar en las diferentes ventanas de la calculadora (HOME, geometría, editor de funciones, editor de datos, etc.) y que hayan hecho una primera exploración del registro de datos en una tabla, del manejo de las mismas y de la construcción de gráficas a partir de un conjunto de datos. Esto centrará el desarrollo de la actividad en la habilidad cognitiva que se pretende lograr y no en la habilidad de manejo técnico. Sin embargo, no hay inconveniente en que pueda aprovecharse la actividad para desarrollar la fluidez tecnológica. De igual manera es conveniente que los participantes sepan grabar archivos de una calculadora a otra.

Programación.

Primer día : copia del archivo, observación y descripción de la simulación (inicialmente sin tomar medidas y posteriormente considerando las medidas)

Segundo día : registro automático en una tabla de las distancias recorridas por cada avión en los diferentes instantes, análisis de los cocientes entre las diferencias de distancia y de tiempo, caracterización de los movimientos con base en los resultados anteriores

Tercer Día : construcción de las gráficas de distancia contra tiempo, aproximaciones de la expresión algebraica, cálculo de regresión, construcción de la simulación

Desarrollo del taller.

Primera sesión

Observación y descripción de la simulación.

El archivo que observa corresponde a la simulación del movimiento de tres aviones que se mueven paralelamente y en el mismo sentido. Los tres puntos A, B y C representan a cada uno de los aviones y el número que aparece representa el tiempo que transcurre. Para dar comienzo a la simulación, aplique Animación al número. (En ningún caso borre el número, pues la simulación dejará de funcionar).

Primera parte: sin toma de medidas

a. Observe cómo varía el movimiento de los aviones a medida que transcurre el tiempo y describa lo sucedido.

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

b. ¿Hay algún momento en el que dos de los aviones se encuentren sobre la misma vertical? Si la respuesta es afirmativa, ¿cuáles son esos aviones y, aproximadamente, al cabo de cuánto tiempo se encuentran?

c. ¿Habrá algún momento en el que los tres aviones se encuentren sobre la misma vertical? Si la respuesta es afirmativa, ¿al cabo de cuánto tiempo? De lo contrario, explique.

d. ¿Qué avión llegará primero al destino? ¿Porqué?

e. Observe el movimiento de cada uno de los aviones por separado y descríbalos en la siguiente tabla.

Avión 1
Avión 2
Avión 3

f. ¿Cómo varía la distancia del Avión A a medida que transcurre el tiempo?

g. ¿Qué tipo de gráfica cartesiana se producirá al relacionar el tiempo y la distancia del avión A?

h. Responda las preguntas f y g para los aviones B y C.

i. Describa el movimiento de los aviones comparándolos dos a dos.

Segunda parte: tomando medidas

Nota para el profesor : *esta parte de la exploración de la simulación tomando medidas, puede desarrollarse con distintos matices dependiendo del grado en el que se desarrolle y del objetivo que se pretenda lograr. Por ejemplo, puede aprovecharse para analizar la información obtenida en la tabla en términos de la variación de las distancias a medida que varía el tiempo, para introducir el significado de pendiente de una recta como cociente entre las diferencias de las ordenadas y de las abscisas, o para reforzar el concepto de velocidad media.*

a. Mida y registre en la siguiente tabla las distancias recorridas por cada avión en cada uno de los siguientes tiempos, a partir el momento inicial:

Tiempo (horas)	Distancia Avión A	Distancia Avión B	Distancia Avión C
1			
1.5			
2			
2.5			
3			
3.5			
4			

$$\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

b. Calcule los cocientes $\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$ para cada uno de los aviones, en los siguientes intervalos de tiempo:

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

Intervalo de tiempo

Cociente $\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$

Cociente $\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$

Cociente $\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$

Avión 1

Avión 2

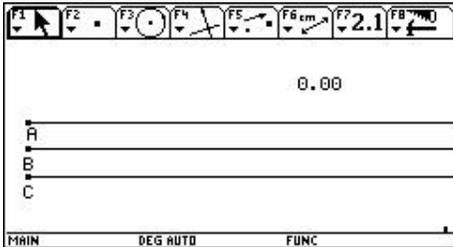
Avión 3

- (1, 2.5)
- (2, 3.5)
- (1, 4)
- (3.5, 4)

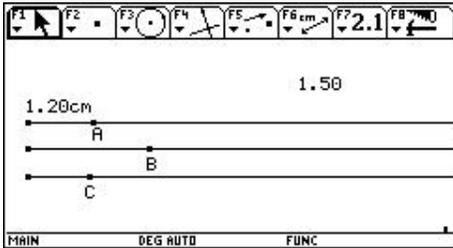
De acuerdo con estos resultados, ¿qué concluye con respecto al movimiento de cada uno de los aviones?

Segunda sesión

Registro automático en la tabla de la distancia recorrida por el avión A en los diferentes instantes de tiempo.



Mida la distancia recorrida por el avión A, en cualquier instante de tiempo.



Re-edite nuevamente el valor del tiempo y a partir del instante 0.0, registre en una tabla los datos obtenidos de tiempo y distancia para el avión A [2] .

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	N2	c3	c4	c5		
110	1.09	.872					
111	1.1	.888					
112	1.11	.8888					
113	1.12	.896					
114	1.13	.904					
115	1.14	.912					
116	1.15	.92					
r116c2= .92							

MAIN DEG AUTO FUNC

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	N2					
	c1	c2	c3	c4	c5		
1	0.	0.					
2	.01	.008					
3	.02	.016					
4	.03	.024					
5	.04	.032					
6	.05	.04					
7	.06	.048					
r1c1=0.							
MAIN RAD AUTO FUNC							

Teniendo en cuenta los valores registrados en la tabla, responda:

a) ¿Cómo varía la distancia del avión A, a medida que transcurre el tiempo?

b) ¿En qué momento aproximadamente el avión A ha recorrido una distancia de 0.5 Km? (su correspondiente en la pantalla, de acuerdo con la escala, es de 1 cm).

Análisis de los cocientes entre las diferencias de distancia y tiempo

Realice algunas diferencias de los valores registrados para el tiempo, entre un dato y el anterior. ¿Qué valor obtuvo? Tenga presente este resultado ya que nos referiremos a él como Δt .

Calcule las diferencia de distancias entre un dato y el anterior y almacene estos resultados en otra columna, (por ejemplo en C3) [3]

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	N2					
	c1	c2	c3	c4	c5		
1	0.	0.	.008				
2	.01	.008	.016				
3	.02	.016	.024				
4	.03	.024	.032				
5	.04	.032	.04				
6	.05	.04	.048				
7	.06	.048	.056				
c3=shift(c2,1)							
MAIN RAD AUTO FUNC							

$$d_2 - d_1$$

Calcule en otra columna (por ejemplo en C4), el cociente

$$\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Nota para el profesor: este cociente calcula la velocidad casi instantánea del avión A ya que el intervalo de tiempo considerado es relativamente pequeño (fue por esta razón que se editó el valor del tiempo con dos cifras decimales). De esta manera puede comenzar a fundamentarse la idea de velocidad instantánea y velocidad media de un móvil. Para digitar la expresión no olvide tener presente el uso adecuado de los paréntesis.

	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
	Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA	N1	N2					
	c1	c2	c3	c4	c5		
1	0.	0.	.008	.8			
2	.01	.008	.016	.8			
3	.02	.016	.024	.8			
4	.03	.024	.032	.8			
5	.04	.032	.04	.8			
6	.05	.04	.048	.8			
7	.06	.048	.056	.8			
c4=(c3-c2)/(.01)							
MAIN RAD AUTO FUNC							

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

¿Qué valores se obtienen al realizar este cálculo?

¿Que representa este resultado con relación al movimiento del avión A?

¿Qué concluye acerca del movimiento del avión A?

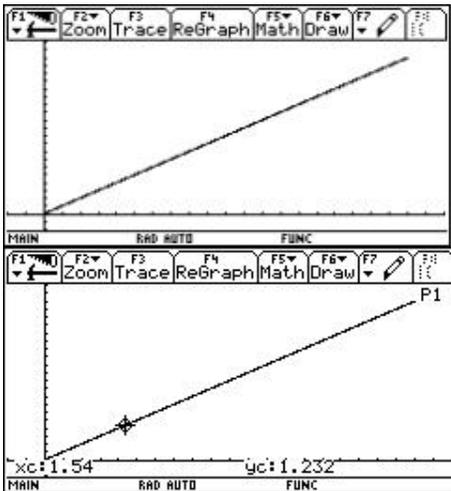
Describa el movimiento del avión A

Tercera sesión

Construcción de la gráfica de distancia contra tiempo del avión A

Nota para el profesor: Una variación a la estrategia aquí presentada consiste en hacer primero la construcción de la gráfica directamente en Cabri y a partir de allí orientar la reflexión. Es decir, se puede aprovechar para hacer un análisis eminentemente geométrico. Si se quiere hacer un análisis numérico se sugiere la siguiente actividad.

Construya la gráfica de distancia contra tiempo del avión A. [4]



¿Qué forma aproximada tendría la gráfica que une los puntos?

¿Cómo varía la distancia a medida que transcurre el tiempo?

¿Cuál es la distancia recorrida al cabo de dos horas? ¿Existe otro valor? Explique.

¿En qué momento ha recorrido 0.5 Km? (su correspondiente en la pantalla, de acuerdo con la escala, es de 3cm).

Aproximaciones de la expresión algebraica que mejor relaciona el tiempo y la distancia del avión A

Escriba una expresión general que relacione adecuadamente al tiempo transcurrido y la distancia recorrida por el avión A. Tenga en cuenta sus observaciones con respecto a la variación y los resultados numéricos obtenidos en la tabla.

Introduzca esta expresión en el editor de funciones y grafiquela. Compare las gráficas y escoja la expresión que mejor modela los datos.

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

Cálculo de regresión

a) Realice el cálculo de regresión [5] y almacene el resultado en la variable y1.



Escriba la función que mejor modela los datos y de acuerdo con esta expresión, responda:

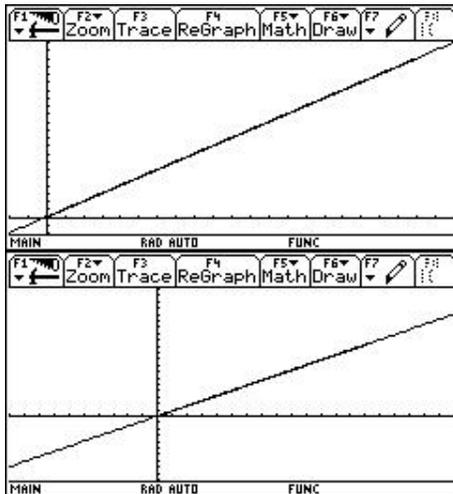
¿En qué coincide y en qué difiere con la expresión que usted encontró?

¿Qué representa cada coeficiente con relación a los resultados obtenidos en el análisis de la tabla?

¿Qué representa cada coeficiente con relación al movimiento del avión A?

Describa la variación de la distancia con respecto al tiempo teniendo en cuenta los resultados obtenidos.

b) Visualice la función obtenida y los datos tomados de la simulación y seleccione una ventana apropiada para observar mejor la función.



¿Qué tipo de gráfica se obtiene? Describa el comportamiento de dicha gráfica.

Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas

C onstrucción de la simulación

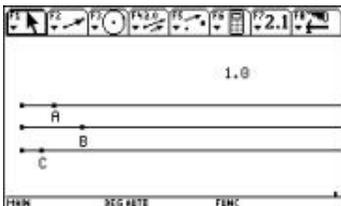
La construcción propuesta utiliza una característica del programa de geometría dinámica Cabri Géomètre, el cual ofrece la posibilidad de animar un número. De esta manera, si se escribe cualquier número utilizando Edición Numérica (Numerical Edit) y luego se le anima, éste comenzará a aumentar o a disminuir su valor. Teniendo en cuenta que además podemos efectuar cálculos utilizando este número y transferir esas medidas a objetos geométricos de la pantalla, podemos hacer la simulación del movimiento de tres puntos que representan el movimiento de los aviones.

Considere que los aviones A y B viajan a velocidad constante y el avión C con aceleración constante: el avión A viaja 400Km/h, el avión B a 750 Km/h y el avión C viaja con aceleración constante de 0.5Km/h^2 .

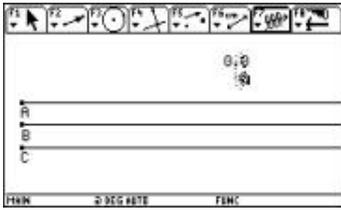
La simulación consiste en definir un número t que representará el tiempo en horas, y con base en él se calcularán las distancias recorridas por cada avión. Estas distancias son: para el avión A, $t*400$; para el avión B, $t*750$ y para el avión C, $0.5*t^2$. Sin embargo, como se tiene una restricción de tamaño en la pantalla, y teniendo en cuenta que las medidas se hacen en centímetros, se debe hacer un ajuste de escalas para representar las distancias. Considere por ejemplo la equivalencia de 2 cm con 1000 km. Esto quiere decir que 1km equivale a 0,002cm. De esta manera las ecuaciones para calcular las distancias de cada avión, se convierten respectivamente en: $t*0.8$, $t*1.5$ y $0.5*t^2$.

Pasos en la construcción :

1. Con la herramienta Edición Numérica , escriba el número 0,0 (la cifra decimal determina la rapidez de variación del número).
2. Con la herramienta Calcular , obtenga el número que representa la distancia recorrida por el avión A, es decir $t*0.8$.
3. Use el mismo procedimiento para las distancias recorridas por el avión B ($t*1.5$) y por el avión C ($0.5*t^2$).
4. Construya la ruta de los aviones: dibuje tres semirrectas paralelas (de manera que ocupen la pantalla a lo ancho).
5. Transfiera la distancia calculada de cada uno de los aviones en la semirrecta respectiva.
6. Marque cada punto que representa los aviones, con las etiquetas correspondientes A, B y C.
7. Oculte los resultados obtenidos en los puntos 2 y 3.
8. Para que la simulación funcione, anime el valor de t .

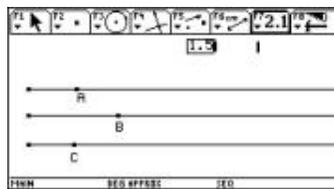
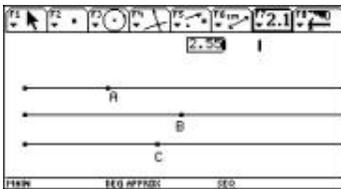


Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas



Nota: Es importante dominar el procedimiento de animación de un número; de lo contrario puede dañarse la construcción y detener el desarrollo de la actividad. Por lo tanto debe tenerse en cuenta lo siguiente:

a. El número puede editarse de dos maneras: haciendo doble clic sobre él, o seleccionando Edición Numérica y luego clic sobre el número. Al editar el número usted puede cambiarlo, añadirle o eliminarle cifras decimales.



b. El número animado variará a una velocidad constante en las unidades, decenas, décimas, centésimas, etc. dependiendo de dónde esté el cursor de edición. Si el número está variando en unidades y desea que varíe en centésimas, edítelo, luego oprima \leftarrow y simultáneamente mueva el cursor hasta las centésimas.

c. Para animar el número seleccione Animación (menú F7) y luego haga clic sobre el número. Luego desplace el cursor hacia abajo si quiere que el número aumente, o hacia arriba si quiere que el número disminuya.

d. Para detener la animación oprima ENTER. Un segundo ENTER reanuda la animación. Si desea salir de la animación oprima ESC.

e. Para recomenzar la animación edite el número colocándolo en 0.00 y luego aplíquelo animación.

Bibliografía

Vitor Duarte Teodoro, *Modelacao computacional em ciências e matemática*, Revista Informática Educativa, Uniandes-Lidie, Colombia, Vol. 10, N°2, 1997, pp. 171-182

Lineamientos Curriculares de Matemáticas, *Ministerio de Educación Nacional*, Bogotá, 1998

Teresa Rojano C. y Luis Moreno Armella, *Educación matemática: investigación y tecnología en el nuevo siglo*, Revista Avance y Perspectiva, México, Vol. 18, 1999, 325-333.