

Las matemáticas en la escuela.

Perspectiva desde la Escuela Pedagógica Experimental

Segura, Dino - Malagón, Janeth - Hernández, Erika

Rayo, Germán - Pulido, Jairo y Rojas, Johnatan

janeth.malagon@epe.edu.co – erika.hernandez@epe.edu.co
Grupo de Matemáticas Escuela Pedagógica Experimental EPE, (Colombia)

Resumen

Se hace una presentación de los elementos que como grupo de profesores de matemáticas, consideramos característicos de la experiencia EPE en la enseñanza de las matemáticas. Entre estos resaltamos el trabajo por problemas centrado en el pensamiento matemático, la invención de regularidades y el trabajo en equipo. También se discute acerca de los aprendizajes caracterológicos y de la importancia de aprender a aprender. Esta exposición está acompañada de una mirada panorámica a algunos proyectos de investigación que hemos adelantado y de algunas reflexiones acerca de los contextos de investigación, que se posibilitan por la innovación de la Escuela Pedagógica Experimental.

Palabras clave: Pensamiento matemático, ambientes de aprendizaje, construcción matemática, la clase en torno a problemas, recurrencias, regularidades.

1. Introducción

La propuesta de matemáticas que construimos permanentemente en la EPE y cuyos planteamientos presentaremos a continuación, son válidos para todos los niveles, desde los más pequeños hasta los estudiantes de media vocacional. En todos los casos sin embargo, lo que se hace está íntimamente relacionado con los resultados

de las experiencias en el aula y esto es un asunto que depende de la experiencia individual y colectiva (que es lo que le da sentido a los problemas que se plantean) y del desarrollo intelectual y afectivo (que es lo que determina tanto las posibilidades de búsqueda como las condiciones de apropiación). Un eje central en la exposición es el reconocimiento de la complejidad y diversidad del pensamiento de los niños. De esta manera abordamos la concepción de lo que consideramos es la matemática, las regularidades, patrones y modelos, el pensamiento matemático, concepciones de aprendizaje, condiciones de trabajo, la clase en torno a problemas, la importancia del reto y la fertilidad de las matemáticas, el trabajo en colectivo, la investigación y como investigar.

2. Referente conceptual

Para presentar referentes de la propuesta de matemáticas de la EPE, nos remitimos inicialmente a los aportes de la obra de Jean Piaget (1926, 1969) con la teoría constructivista del aprendizaje, también hemos tenido en cuenta aportes de constructivistas radicales como Humberto Maturana, Francisco Varela y de manera más puntual para valorar la actividad de los estudiantes tomamos las consideraciones que Gregory Bateson (1998) plantea, a propósito de un artículo de M. Mead sobre diferentes culturas. En este artículo Bateson desarrolla la idea de que en cualquier acto de aprendizaje existen otros aprendizajes y que estos otros aprendizajes, que son inevitables, con frecuencia son más importantes y determinantes para la formación de los individuos que los aprendizajes relacionados con las metas. A manera de ejemplo cuando la actividad de matemáticas es memorística, como cuando los niños de segundo de primaria tienen que repetir las tablas de multiplicar, y después deben dar cuenta de estas en un examen, aprenden también que las matemáticas son repetitivas, mecánicas y que además no admiten equivocación; elementos que a nuestro juicio distan de lo que es hacer matemáticas.

En consecuencia, si concebimos que la clase parte de una situación problema que se constituye en un reto para los estudiantes, también nos apoyamos en autores como Perelman (1968), Martin Gardner (1989), Adrian Paenza (2005), o en los libros sobre actividades matemáticas de B. Bolt (1988,1989), Mason, J., Burton, L. y Stacey, K. (1988). Estos autores son

categorizados por hacer matemática recreativa y usualmente sus propuestas son consideradas como un anexo al desarrollo de los contenidos estandarizados por lineamientos curriculares en matemáticas; un elemento que refuerza esta idea es la forma como en algunos textos de matemáticas se presentan este tipo de juegos o retos como un apartado que no tiene que ver con el desarrollo de la propuesta central.

3. Descripción de la experiencia

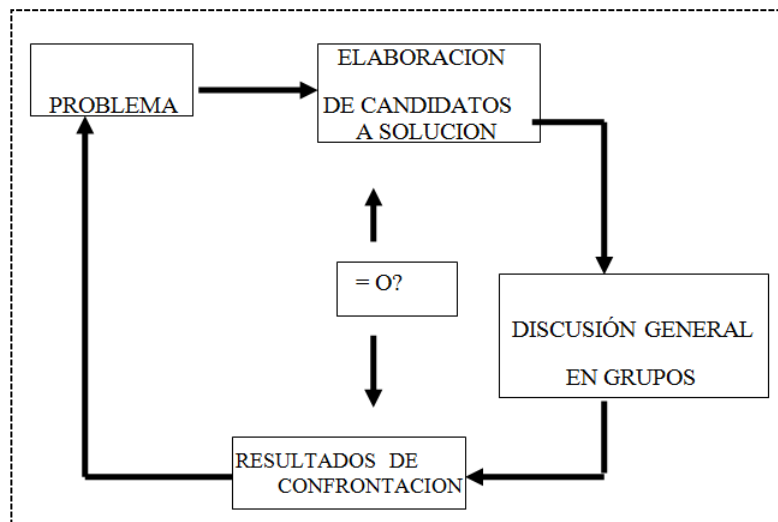
La Escuela Pedagógica Experimental, EPE es una innovación educativa reconocida en el ámbito local y nacional. En 37 años de labores ha generado y enriquecido las discusiones en los diferentes espacios de la comunidad docente. A través de una dinámica de investigación y reflexión al interior de la escuela sobre su quehacer pedagógico, ha participado en diferentes eventos como simposios, talleres, encuentros y congresos, en los cuales se ha dado a conocer y ha puesto en consideración la necesidad de una escuela pertinente para el país.

En este contexto se sitúan las matemáticas en la EPE, y los diferentes grupos de profesores que han conformado las asesorías de trabajo han logrado reflexiones en torno al hacer matemáticas, la propuesta de trabajo en las clases puede verse a partir de lo que denominamos la sintaxis de la innovación (IDEP 2005) en el cual se sitúan cuatro momentos:

- 1) **Problema:** Momento inicial en el cual se plantean actividades desencadenantes que generan pensamiento en los estudiantes.
- 2) **Elaboración a candidatos a solución:** En pequeños grupos de trabajo y ocasionalmente de manera individual, los estudiantes se embarcan en la búsqueda de soluciones al problema planteado.
- 3) **Discusión general en grupos:** Las propuestas que se logran en los grupos, y que sintetizan una alternativa, se someten a discusión en el grupo general, constituido por todos los estudiantes. En este momento se presentan exposiciones, argumentaciones, intentos de pruebas validatorias, preguntas, etc. Entre los integrantes del grupo que como los

- colectivos de una comunidad académica someten a consideración la propuesta de un miembro de ella.
- 4) **Resultados de la confrontación:** Esta actividad se concreta luego en una confrontación de la hipótesis con la realidad que ha sido construida por todos. El resultado de esta confrontación conduce bien a una reformulación del problema inicial (o reinterpretación) o una aceptación de la resolución como solución al problema.

El esquema número 1 que ilustra la dinámica.



Cuadro 1. Ciclo que representa la dinámica de clase en la EPE.

4. Reflexiones

Parte de esta reflexión sobre el hacer matemáticas en la EPE, se presentó en VI Encuentro Departamental de Experiencias en el aula en Educación Matemática, a continuación se describen los siete elementos que la conforman.

1. La concepción de lo que es la matemática. Discusión entre lo construido y la construcción. La importancia de lo construido y los contenidos.

Usualmente al considerar el papel de la escuela en lo que tiene que ver con el conocimiento, se plantea la interacción entre tres elementos: el estudiante, el maestro y los contenidos, que en el caso de las matemáticas se restringe a los algoritmos, procedimientos y formas de razonamiento. Si estos se consideran como elementos de un sistema, su dinámica es la de un sistema cerrado. Si en algún momento aludimos a lo cotidiano, se hace como una estrategia para llegar a los contenidos, no porque en tal referencia al mundo de la vida sea determinante. Estos tres elementos están en el corazón de las didácticas.

En nuestro caso pensamos que las cosas son de otra manera de tal suerte que para nosotros la triada de un sistema – clase sería: el estudiante, el maestro y la actividad, vistos fundamentalmente como un sistema abierto, esto es, en intercambio de emociones e información con el entorno. En este caso, las referencias a lo cotidiano son bienvenidas. Estos elementos nos plantean el qué hacer, no ante una didáctica, sino ante una tarea que concebimos más como la de “hacer matemáticas”, esto es, matematizar, en dos instancias, la matematización de los problemas y los desarrollos que de ello se desprenden.

En la alternativa que se propone no nos centramos en el logro de los contenidos, sino más bien, en la utilización de ellos en cuanto son útiles para abocar la actividad. Y, es por esto, que los contenidos son importantes. Entre otras cosas no aspiramos a que los estudiantes construyan en las actividades los algoritmos y procedimientos (tales como la forma de sumar o de factorizar o de determinar el común denominador, por ejemplo) sino que buscamos que en cuanto sean necesarios, sepan utilizarlos y elaboren su significado.

2. Regularidades, patrones y modelos. Invención de variables para establecer correlaciones, multiplicaciones lógicas de múltiples entradas. Juego con invariantes.

La opción que estamos planteando tiene que ver con concepciones acerca de lo que es la matemática, lo que es el aprendizaje y sobre el papel del estudiante en estos procesos.

En cuanto a lo primero, anotemos que a nuestro juicio lo que mejor puede caracterizar lo que hacen los matemáticos o lo que es una mirada matemática, es la actividad de búsqueda de regularidades y patrones. Así pues, el matemático no es aquel que posee la información o los datos o que domina los resultados que se han obtenido en la práctica de hacer matemáticas, sino quien efectivamente hace matemáticas. Y esta visión tiene que ver con la capacidad de establecer correlaciones entre variables que ha inventado e identificar en las transformaciones que se dan, los invariantes que caracterizan los procesos. Estas afirmaciones son más claras mediante un ejemplo.

Supongamos que se trata de establecer, como le tocó a Galileo cuando estudiaba el movimiento de los graves, cuál es la ley de formación de una sucesión de datos experimentales, se trataba de los números:

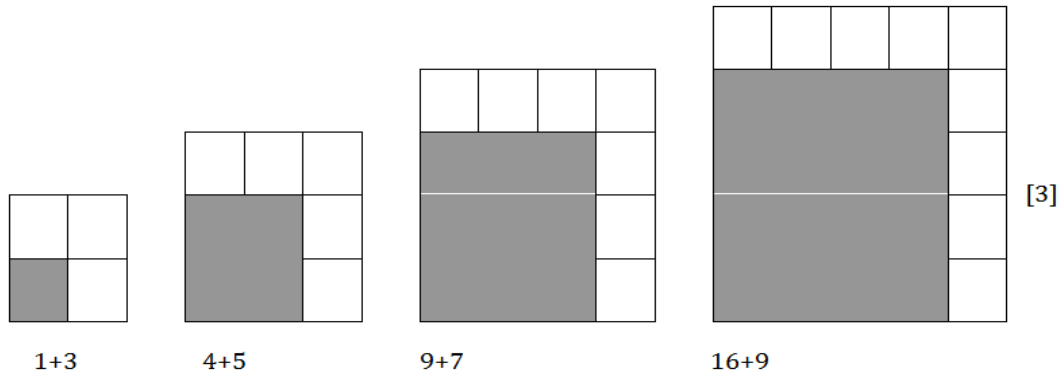
1 3 5 7 ... [1]

De primer golpe de vista es claro que se trata de los números impares, pero pensar que esto está relacionado con los cuadrados de los enteros, es otra cosa:

1 4 9 16 25 ... [2]
 3 5 7 9 ...

El que estos números sean la diferencia entre cuadrados sucesivos, es introducir otra variable que le da sentido a la aparición de la secuencia inicial, esta correlación es un invento de quien trata de encontrar sentido a las relaciones que aparecen.

Pesar además el que esta segunda correlación tenga sentido, es otra reflexión tan interesante como las anteriores, veamos.



Notemos cómo en el ejemplo se articulan elementos algebraicos, aritméticos y geométricos, que al menos en el problema de Galileo se relacionaban con un problema de física.

Notemos además, que en el proceso se han ido introduciendo variables e identificando significados de una manera dictada más por la imaginación y la creatividad que de acuerdo con un procedimiento predeterminado. En [1] se identifican los impares, en [2] se identifican no sólo los cuadrados sino que se plantean las diferencias sucesivas entre ellos y en [3] se relacionan las diferencias encontradas con el significado geométrico de los cuadrados.

Otro elemento interesante es que la creatividad depende de lo que se sabe. Cada uno de los pasos requiere de informaciones comprendidas, el nuevo conocimiento se basa recurrentemente en el conocimiento anterior.

Ahora bien, cuando se adelantan estas reflexiones, se está pensando simultáneamente en varias variables al mismo tiempo, en nuestro caso, tenemos dos multiplicaciones lógicas que se correlacionan.

tiempos	distancias
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

n^2	diferencia
1	1
4	3
9	5
16	7
25	9

↑
↑
 La distancia no depende de t sino de t^2 .

La primera tabla es un resultado experimental, la segunda es una elaboración matemática. La segunda nos permite postular al correlacionarla con la primera, que la distancia recorrida depende del tiempo al cuadrado.

Este ejemplo nos permite también introducirnos en lo que es la matematización. En muchos otros casos tenemos datos, que a pesar de que toman su significado de la vida cotidiana, se elaboran y desarrollan en el ámbito de la matemática y para la matemática. Tal es el caso de tomar, por ejemplo un cubo de n unidades de lado y preguntarnos, cuando se pinte exteriormente, cuántos cubos unitarios tendrán una, dos, tres o cuatro caras pintadas. En este caso es interesante ver cómo la aproximación al problema desde la recurrencia es una estrategia útil en la matematización, esto es, explorar cuál sería la solución para cubos de una unidad, de dos unidades, de tres unidades, etc., y de establecer leyes de formación que nos permitirán anticiparnos a cualquier caso particular.

3. El pensamiento matemático, convencimiento de un orden posible. Formas de razonamiento: Recurrencias, simetrías, operaciones lógicas piagetianas. La conversación.

Con estas reflexiones podemos ya aproximarnos a lo que entendemos por pensamiento matemático y al estudio de las condiciones y contextos que lo posibilitan. Las estrategias que se siguen para inventar variables y establecer correlaciones entre ellas que den cuenta de lo que sucede en el problema que se estudia pueden ser muy variadas. Pero existe una predisposición, que podríamos denominar una actitud matemática que está en su base, se trata de la convicción de que la construcción de tal regularidad es posible. En otras palabras, como punto de partida para las búsquedas tenemos el firme convencimiento de que es posible mediante las matemáticas pasar del caos al cosmos. Esta predisposición va unida a otro elemento que es fundamental y es la confianza en la propia racionalidad, que se manifiesta en las búsquedas que los estudiantes emprenden y que lo hacen con el optimismo que se desprende que tal búsqueda no es infructuosa.

Dichas actitudes están asociadas al pensamiento recurrente, el cual se evidencia por ejemplo en contextos de clase, cuando en la resolución de problemas surgen las sucesiones [1] y [2]; los estudiantes establecen los términos siguientes a partir de la regularidad que construyen, en [1] dan cuenta que, de 1 a 3 hay 2 de diferencia, de 3 a 5 hay 2 de diferencia y así pueden establecer toda la secuencia.

En [2] las diferencias van en incremento, es decir de 1 a 4 hay 3, de 4 a 9 hay 5 y de 9 a 16, hay 7. De esta manera se ve que la diferencia va aumentando de a 2 unidades.

Si bien en ambos ejemplos es posible determinar una función que las determine: $2n + 1$ y n^2 , los estudiantes hacen la formación observando el comportamiento de los números e “inventando” la recurrencia, en casos como la sucesión de Fibonacci 1,1,2,3,5,8,11,... no existe una función que la defina y solamente es posible conocer los términos por la recurrencia.

En los programas de matemáticas usuales, tiene mayor importancia el trabajo con las funciones, que determinan a partir de los valores que se den a la variable independiente x , $y = f(x)$, mientras que con las recurrencia es posible aproximarse a un nuevo valor de la función, sin referirnos a la existencia de x , solo construyendo las regularidades que se encuentran en las sucesiones de números, como lo vimos en los ejemplos anteriores. Además los ordenadores (por ejemplo la hoja de cálculo de Excel) también propician y requieren esta forma de pensamiento.

Ahora bien, la experiencia nos ha mostrado que las correlaciones que se proponen y los modelos (regularidades formalizadas) que se encuentran son usualmente inesperados. Esta circunstancia hace que el papel del maestro adquiera unos matices muy distintos de los usuales cuando se enseñan las matemáticas, ahora se trata más bien de un interlocutor inteligente que está dispuesto a escuchar, que pregunta y que posee la disposición a valorar y comprender lo que se propone o lo que se pregunta, se trata más bien de un Sócrates, en cuanto su conversación está inmersa en el diálogo y la mayéutica. Existen situaciones en las que los estudiantes han propuesto más de veinte aproximaciones distintas (ver, por ejemplo, nuestro artículo: *La multiplicidad de los patrones y la inagotabilidad del pensamiento*).

De estos trabajos vale la pena resaltar que aunque las operaciones lógicas propuestas por Piaget (clasificación, seriación, multiplicaciones lógicas, compensaciones, pensamiento multiplicativo, pensamiento correlacional, pensamiento probabilística) están presentes con frecuencia, muchos razonamientos se basan en las recurrencias (iteraciones) y las simetrías (pensamiento espacial) y que el método de prueba es con frecuencia el absurdo.

Así pues, las formas de razonamiento son importantes en las elaboraciones, a nivel de pensamiento. Sin embargo, los resultados no dependen exclusivamente de ello. Lo que es determinante desde el punto de vista contextual es el ambiente que se genera en las búsquedas de aula; en particular, el no temer a equivocarse y la conversación. Lo primero surge del convencimiento de que existen variadas posibilidades de solución, de que la solución casi siempre es antecedida de intentos fallidos y del convencimiento de la importancia del trabajo cooperativo, sin competencias individuales, ni premios o castigos en términos de calificaciones. Lo segundo, es una característica del ambiente de aula que se genera en la cual de manera espontánea se comparten los intentos y se socializan las discusiones.

Con respecto a esto último anotemos que uno de los resultados que hemos obtenido en nuestras investigaciones es que las matemáticas, como disciplina, se construyen, en los procesos de discusión y argumentación que se dan cuando se prueba o se refuta una propuesta de solución que se propone. Finalmente, recalquemos que este entorno de trabajo es una contribución que se hace desde la clase para lograr ambientes de convivencia deseables y si se quiere democráticos.

4. Ambientes de aprendizaje: Proto y deuteroaprendizajes, las predisposiciones y la importancia de aprender a aprender.

En los párrafos anteriores hemos enfatizado en la importancia del ambiente de trabajo que se genera cuando trabajamos en torno a problemas. El punto clave sobre el que queremos enfatizar es que el centro de la atención de las actividades no se encuentra en los problemas específicos que se estudian, sino de los ambientes de trabajo que se propician potenciado por las

conversaciones que se dan y que se concreta en las predisposiciones que se generan (como aprendizajes).

Dicho de otra manera, lo que queremos con las actividades es propiciar que los aprendizajes sean distintos al usual, en cuanto lo que queremos crear son ambientes de indagación. Nos decidimos por esta opción porque concebimos el aprendizaje diferente a la simple repetición y memorización. Por ejemplo, porque valoramos la importancia de aprender por ensayo y error, o por intuición, o por descubrimiento o aprender haciendo o inventando; en todos estos casos, fundamentalmente por el papel protagónico que juegan los sujetos en estos tipos de aprendizaje.

Ya se había mencionado que Bateson desarrolla la idea de que en cualquier acto de aprendizaje existen otros aprendizajes y que estos otros aprendizajes, que son inevitables, con frecuencia son más importantes y determinantes para la formación de los individuos que los aprendizajes relacionados con las metas. Para referirse a ellos Bateson denomina protoaprendizaje al aprendizaje de las metas de la actividad y deuteroaprendizaje a lo que se aprende en los procesos, que son predisposiciones, esto es, aprendizajes caracteriológicos. Así, cuando en una clase de matemáticas usual alguien aprende las tablas de multiplicar repitiendo y memorizando, no solo aprende, por ejemplo, que 8 por 6 es 48 (protoaprendizaje) sino que aprende a aprender (por repetición y memorización), aprende que las tablas de multiplicar son matemáticas, aprende que tanto los contenidos como los motivos del aprendizaje son determinados externamente, aprende que los jueces del aprendizaje son externos al proceso mismo, es por ejemplo, el maestro; aprende que lo que se aprende (por ejemplo los casos de factorización) posee una existencia externa e independiente de quien aprende, de tal suerte que quien aprende es un ser pasivo frente a sus aprendizajes, entre otras cosas porque una de las cualidades más importantes en esos procesos es la obediencia. Y, si otras prácticas escolares y en otras asignaturas se mantienen los mismos formatos de aprendizaje, estos deuteroaprendizajes serán reforzados continuamente y la escuela será lo que es hoy en día para muchos maestros y estudiantes, un lugar invivible y estéril.

Como en nuestra propuesta la atención no está en las metas, los aprendizajes a que nos estamos refiriendo no dependen del problema puntual que se

proponga, sino del clima de la clase que se constituya. Entre los frutos que consideramos de importancia tenemos:

- El estudiante no trabaja por recibir a cambio una gratificación externa, sea esta una calificación o un regalo. La actividad misma es auto-motivante. (La actividad posee una motivación intrínseca). Haber logrado una solución es motivo o una estrategia novedosa es motivo de orgullos y satisfacciones.
- Se logra gusto por las matemáticas. No es extraño que al preguntar por las asignaturas que más le gustan, los estudiantes elijan las matemáticas como su asignatura favorita.
- Se logra un sentido de realización y de protagonismo. Aunque con frecuencia los logros no son individuales sino que pertenecen al grupo como un todo, la elaboración de confianza en sí mismo y en la propia racionalidad van de la mano con las satisfacciones y los orgullos.
- Ahora bien, desde el punto de vista del colectivo en que se desarrollan las actividades, debemos destacar la capacidad de trabajar en grupo y de elaborar en tales contextos normas, construir liderazgos y elementos de auto-organización.

5. Condiciones de trabajo. La clase en torno a problemas, la importancia del reto y la fertilidad de las matemáticas.

El problema del sentido. Para que la clase sea significativa tanto para los estudiantes, como para los maestros, se basa en problemas, esto es en situaciones que son posibles de resolver, pero que inmediatamente no se sabe cuál es la solución. De un modo distinto serían los ejercicios que usualmente se proponen y en los que los muchachos aprenden procedimientos que luego aplican a situaciones similares, generalmente de manera mecánica. Por el contrario, los problemas permiten que los estudiantes realicen búsquedas, planteen conjeturas y argumentos que posteriormente validan a través del diálogo y la discusión.

Son problemas desencadenantes. Desde otra perspectiva, los problemas son desencadenantes de variadas formas, en cuanto a pensamiento y al desarrollo de contenidos, si bien un problema puede estar localizado en una temática particular de la matemática, las búsquedas y algoritmos pueden recurrir como se afirmó anteriormente a diversidad de formas de pensamiento y campos de la matemática. Esta diversidad conduce a la invención de variadas respuestas y, también a variados algoritmos que inventan los grupos. La invención de algoritmos es, en particular, interesante en cuanto despoja a los algoritmos usuales de su carácter absoluto en cuanto los relativiza.

Cuando se plantean problemas como:

En una granja hay cerdos y gallinas, si se cuentan 84 patas y 27 animales, ¿Cuántos de estos son cerdos, y cuántas gallinas?,

Es una situación típica de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (tema de álgebra) los muchachos suelen realizar tanteos, toma de datos y utilizar procedimientos distintos a simplemente plantear las ecuaciones. Con esto logran incluso procesos que pueden ser sistematizados y se convierten en algoritmos generales que se utilizan para una variedad grande de problemas, que no son necesariamente los que se enseñan. Como ejemplo veamos el razonamiento siguiente:

Son 15 cerdos y 12 gallinas y lo resolvimos de la siguiente manera, como hay 84 patas esto lo dividimos en 2 y es 42, que sería la totalidad de animales en el caso de que todas fueran gallinas, pero como sabemos que hay 27 animales y que de esos algunos son cerdos, entonces a 42 le restamos las 27 cabezas y sobran 15 que son los cerdos, pues a estos hay que colocarles los pares de patas que sobran porque ellos tienen 4 patas.

Es un algoritmo que se discute, cuestiona, se pone a prueba y se valida.

Pueden proponerse incluso problemas que son irresolubles y que en la búsqueda de la solución (que no existe) se logran explicaciones y argumentos que denotan comprensión y construcción disciplinaria. En situaciones como: *Encuentra tres números consecutivos que sumados den 121*, los estudiantes en las búsquedas deducen por ejemplo algunas características de los números enteros. A propósito, el estudio de este tipo de problemas condujo a la elaboración de proyectos de grado por un grupo de estudiantes de la Universidad Distrital, proyecto LEBEM.

Los problemas se constituyen en un reto. Una característica importante de los problemas es que se conviertan en un reto para los chicos, si bien su nivel de dificultad no puede ser tan simple que permite una respuesta o algoritmo inmediato, tampoco puede estar tan lejano de la matemática que ha construido el estudiante; lo ideal es que se puedan establecer conjeturas y tanteos que posteriormente puedan ser sistematizados para lograr soluciones.

El reto es un estado que mantiene a los estudiantes en permanente indagación, de tal suerte que a veces el espacio de búsqueda se extiende más allá de la clase, porque el interés que despierta en los chicos, los lleva a pensar permanentemente en el problema. En la EPE no es extraño ver que los estudiantes busquen al maestro de matemáticas para contarle en qué estado está el proceso de resolución de un problema.

Se trata de problemas abiertos. Es importante que los problemas que se elijan den origen a distintas reflexiones (geométricas, aritméticas o recursivas, etc.) y desencadenen diversas formas de pensamiento, razonamiento y contenidos.

Muchas de las situaciones que abordamos como problemas de clase pueden originarse como un acertijo; por ejemplo, problemas como el salto de la rana con 3, 4, 5, ..., n fichas por color, o misioneros y caníbales generalizando para n parejas. También como un juego, el tangram, armar cubos. O, con situaciones de la cotidianidad como el diseño de aparatos para medir, por ejemplo, longitudes de circunferencia o el diámetro del tronco de un árbol. Al abordar las situaciones es cuando los estudiantes van construyendo razonamientos disciplinarios y tienen que recurrir al uso de los algoritmos, como ya se había mencionado con anterioridad.

6. El trabajo en colectivo.

Construcción disciplinaria a partir de la argumentación.

El colectivo y la auto-organización (convivencia).

Reconocimiento y proyección de la heterogeneidad.

En la EPE no existen sillas individuales, los chicos se disponen en mesas de trabajo, que comparten entre 4 y 6 individuos, si bien el aprendizaje es individual, la manera de aprender y de desenvolverse cotidianamente se hace en colectivo, los muchachos a través del diálogo, la argumentación y confrontación se aproximan y construyen soluciones que se validan. La experiencia nos lleva a afirmar que efectivamente a través de este ejercicio (de equipos de trabajo) se resignifican las fuentes de conocimiento o los contextos de aprendizaje, pues puede ser un par (compañero) quien enseñe a otro. De hecho, un elemento importante del trabajo en colectivo es la construcción compartida de lenguajes y conocimientos, ya que “en el diálogo, lo que se conversa no es simplemente el ir y venir de frases que se encontraban previamente en la mente de quienes conversan. Lo que se dice en la conversación es una creación colectiva” (IDEP 2003).

El resultado de la conversación, no es solo lo que dice un individuo, es la concreción de la construcción conjunta, el punto de encuentro, va más allá de la elaboración individual, conduce a la reflexión y la retroalimentación del ejercicio de conversar. Ante problemas como:

Un lavador A demora 1 hora lavando un carro, y un lavador B demora dos horas. ¿Cuánto tiempo demorarían juntos simultáneamente para lavar el mismo carro?

La respuesta inmediata es una hora y media, porque $1+2$ dividido en 2 es 1 y medio (se hacen promedios). En el ejercicio de dialogar surgen argumentos como: –No puede ser, si un solo lavador dura una hora, y hay otro, el tiempo no puede ser mayor–.

Por otra parte, cuando se constituye un colectivo se crea una vivencia de convivencia. El colectivo es mucho más que un grupo de personas, se trata de un grupo de personas que está comprometido con búsquedas compartidas. Y sea cual fuere la búsqueda en que se embarca el colectivo y lo define, el comportamiento de los miembros del colectivo está ahora determinado por los acuerdos explícitos o tácitos que surgen en las dinámicas de las

búsquedas en colectivo. Es entonces cuando se establecen normas de acción, parámetros e incluso sanciones. Se trata de formas de auto-organización que le pertenecen al colectivo y que pueden cambiar cuando el colectivo lo estime conveniente puesto que no son impuestas desde el exterior al colectivo, sino inherentes a su propia dinámica.

7. La investigación: La actividad del niño y el maestro. La indagación y la capacidad de sorprenderse. Una nueva concepción de ser maestro y la recuperación de la mayéutica.

Si la clase está concebida como un espacio para hacer matemáticas, el maestro no puede ser simplemente la persona que transmite los contenidos terminados, podría pensarse más bien como un orientador que presenta y plantea preguntas pertinentes para desatascar, o para desencadenar argumentos, en una dinámica muy cercana a la mayéutica. Sin embargo, la riqueza de su hacer se extiende cuando se asume como alguien que investiga. La investigación se concreta en la posibilidad de diseñar situaciones que originan diversidad de pensamientos y formalizaciones, materializados en las diferentes soluciones y los diversos caminos que siguen los estudiantes. Se trata entre otras cosas de caracterizar y categorizar los diferentes niveles de pensamiento y niveles de formalización- Esto hace que la labor del docente se dimensione y se proyecte en la sistematización y producción académica.

En nuestra investigación sobre el modelaje matemático (IDEP 2003), pudimos ver, como se mencionó antes, la diversidad del pensamiento cuando se presentaron más de 23 soluciones al problema del Salto de la rana, así como pudimos evidenciar los diferentes pasos que se dan para establecer modelos en los problemas de conteo, o el valor de la recurrencia (de esto dan cuenta los artículos resultado de la investigación). También plantear la clase con problemas irresolubles se ha convertido en el motivo para investigar. El componente investigativo enriquece las actividades del aula, porque las preguntas que van surgiendo de las reflexiones enriquecen las mismas actividades.

En un sentido análogo el niño en la búsqueda de la solución, investiga, muchas veces en compañía de su maestro (cuando el problema es genuino), al conjeturar, probar, equivocarse tiene una actitud científica y si bien su investigación culmina cuando en compañía del grupo valida la solución, se predispone para ver que la clase de matemáticas puede darle satisfacciones, desde el mismo hacer, sin necesidad de un condicionante externo como lo es la calificación.

Referencias bibliográficas

- Bateson, G. (1972). Pasos hacia una ecología de la mente. Editorial Lumen. Buenos Aires, Argentina.
- Bolt, B., Mason, J., Burton, L., Stacey, K. (1989). Pensar Matemáticamente. Editorial Labor. Madrid, España.
- Malagón, J. (2005). Informe final Proyecto de investigación sobre modelos matemáticos. Investigación e Innovación educativa y Pedagógica (IDEP) Bogotá, Colombia.
- Segura, D., Malagón, J., (2003). El modelaje matemático en estudiantes de educación básica (6º, 7º 8º y 9º grados): la validación de los modelos y los procesos de matematización de la experiencia. Estudio a partir de dos familias de problemas. Investigación e Innovación educativa y Pedagógica (IDEP) Bogotá, Colombia.
- Segura, D. (2002). Información y conocimiento, una diferencia enriquecedora. Museolúdica. Bogotá: Museo de la Ciencia y el Juego No. 9 (22,34), Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.