

Caractérisation indirecte de défauts géométriques de forme liés au process de fabrication d'un élément d'essuie-glace

Y. Caniou^{a, b}, G. Defaux^a, V. Dubourg^{a, b}, B. Sudret^{a, b}, G. Petitet^c

a. Phimeca Engineering, Centre d'Affaires du Zénith, 34 rue de Sarliève, F-63800 Couron d'Auvergne

b. Clermont Université, IFMA, EA 3867, Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, BP 10448, F-63000 Clermont-Ferrand

c. VALEO Systèmes d'Essuyage, Rue Marie Curie, F-63500 Issoire

Résumé :

Dans la production de pièces de grande série, les défauts de forme sont inévitables et aléatoires par nature. Il apparaît alors comme indispensable de les caractériser en vue de quantifier leur impact sur la performance du système mécanique complet. Cependant, il arrive que ces défauts soient difficiles, voire impossibles à mesurer de façon directe, et on a alors recours à des mesures dites indirectes. C'est le cas du défaut de forme d'une spline métallique dont on ne connaît qu'une courbe de performance résultant d'une mesure expérimentale. La communication montre comment identifier les défauts (par rapport à la conception nominale) d'une pièce particulière par la résolution d'un problème inverse. Le modèle de calcul utilisé étant coûteux (éléments finis non linéaire en grands déplacements, contact), on a recours à un méta-modèle par processus gaussien pour résoudre le problème d'optimisation.

Abstract :

In the process of part mass manufacturing, shape defaults are naturally unavoidable and appear randomly. They must be identified in order to quantify their impact onto the performance of the global mechanical system. However, these defaults might be so small they cannot be measured directly and indirect measuring methods have to be deployed to circumvent this problem. This is the case for a metallic spline for which only a characteristic curve is available from an experimental measuring process. In this paper, it is shown how the geometrical imperfections (compared with the nominal design) of a particular spline can be identified by solving an inverse problem. The numerical model here is time-consuming (non-linear finite element method in large displacement, contact algorithm) so that a Gaussian process-based metamodel is used instead, to solve the optimization problem efficiently.

Mots clefs : Problème inverse, processus gaussien, optimisation

1 Introduction

On souhaite améliorer et contrôler le processus de fabrication d'une spline métallique réalisée par plusieurs opérations de laminage et de cintrage. La grandeur d'intérêt est la répartition de la pression que la spline exerce sur un plan rigide lorsque celle-ci est plaquée par une force F appliquée en son milieu (figure 1 (a)). La pression est mesurée expérimentalement en déplaçant un capteur de pression sous toute la longueur des splines. Les résultats montrent une dispersion importante des courbes de performance d'une même référence ainsi qu'une dissymétrie en désaccord avec la géométrie nominale de la spline. La difficulté du problème est qu'il n'est pas possible de mesurer précisément des paramètres géométriques globaux de la spline tels que sa longueur ou sa hauteur et encore moins des défauts locaux. Ceux-ci correspondent à des variations géométriques trop faibles pour être identifiées par

rapport à la forme nominale de la spline, elle-même déterminée expérimentalement et donc non régie par une formulation explicite de la courbure.

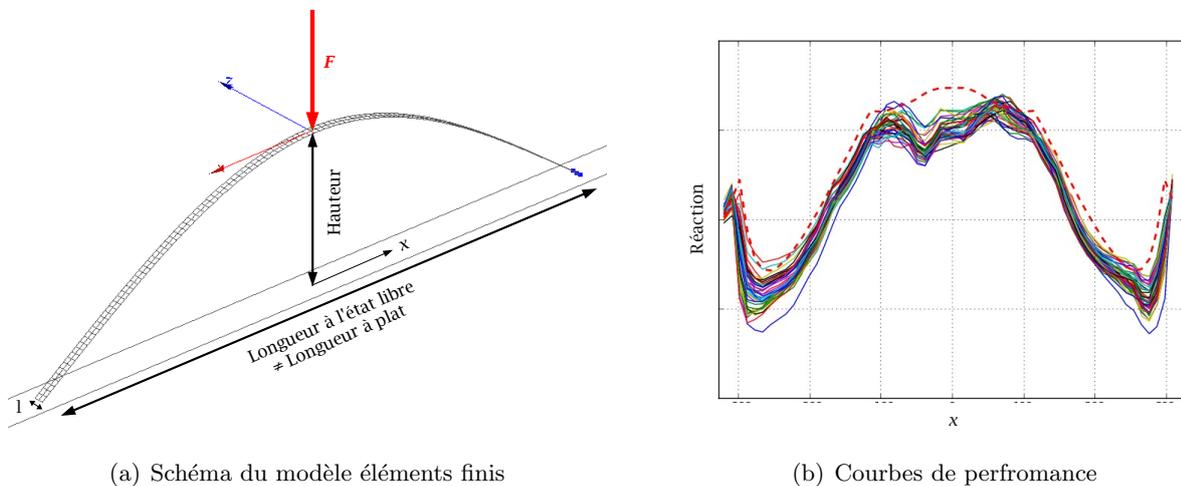
On cherche à caractériser ces défauts de façon à quantifier l'impact qu'ils peuvent avoir sur la dispersion de la courbe de performance. Pour cela, on construit un modèle numérique (modèles éléments finis) paramétrable de la spline. On peut ainsi introduire à souhait dans la géométrie différents types de défauts dont les paramètres sont des variables aléatoires et obtenir la courbe de performance correspondante, sous réserve d'utiliser un maillage permettant de capter les variations géométriques introduites. Parmi les défauts postulés (défauts géométriques globaux et locaux), on procède à une analyse de sensibilité globale pour ne retenir que les défauts influant sur la courbe de performance.

La formulation d'un *problème inverse* consiste, pour une courbe de performance donnée, à retrouver la définition (géométrie, matériau) de la spline, et donc ses défauts, à laquelle elle correspond. Le problème n'est donc pas scalaire mais vectoriel, puisque la sortie du modèle est une courbe. Cette opération utilise un algorithme d'optimisation dont chaque itération correspond à une évaluation du modèle numérique. Celle-ci étant d'environ une heure sur une station de calcul pour aboutir à la courbe de performance de la figure 1 (b), il est nécessaire de remplacer le modèle physique par une approximation de façon à conserver des coûts de calcul raisonnables. Pour construire ce *métamodèle*, on utilise la prédiction par *processus gaussien* [3].

2 Contexte de l'étude

2.1 Modèle physique

On considère ici une spline de longueur à plat L , de largeur l et d'épaisseur e . Le matériau constitutif est un acier de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν . Un effort F est appliqué au milieu de la spline pour la plaquer sur le plan rigide. Un modèle éléments finis est construit avec des éléments coques tridimensionnels (figure 1 (a)). La courbe de performance correspondante est obtenue en mesurant en 58 points la force de réaction du capteur. Celle-ci est comparée à la courbe expérimentale moyenne de façon à valider la modélisation (figure 1 (b)).



(a) Schéma du modèle éléments finis

(b) Courbes de performance

FIGURE 1 – Modèle éléments finis de la géométrie nominale (a) et courbes de performance théorique (pointillés) et expérimentales (b).

La courbe de performance (CP) nominale montre différents “modes“ dont le principal, au centre, correspond logiquement au point auquel l'effort de plaquage est appliqué. On observe également une symétrie de diverses sources de variabilité, notamment au niveau géométrique via des défauts de la CP. Pour retrouver les résultats expérimentaux (figure 1 (b)), on procède à l'introduction de défauts géométriques.

2.2 Introduction de défauts

Pour expliquer les écarts obtenus entre la CP nominale et les CP expérimentales (figure 1 (b)), on considère les paramètres du modèle comme incertains : ils sont modélisés par des variables aléatoires. La longueur à plat de la spline L est maîtrisée par le processus de fabrication, on la considère donc comme déterministe. Il en est de même pour la section ($l \times h$) de la spline. Les défauts géométriques ne sont pas mesurables directement à cause de la spécificité de la structure : un montage expérimental vient perturber les mesures. On postule alors un paramétrage à partir d'un jugement d'expert.

Deux types de défauts sont introduits, les défauts globaux d'une part et les défauts locaux d'autre part. Les défauts globaux sont le défaut de flèche ΔH et le défaut de symétrie ΔL . Ils sont modélisés par des lois gaussiennes $\mathcal{N}(\mu_L, \sigma_L)$ et $\mathcal{N}(\mu_H, \sigma_H)$. Pour les défauts locaux, afin de conserver un nombre raisonnable de variables, on choisit d'introduire un défaut sinusoïdal paramétré par son amplitude A , son paramètre de période n et son déphasage d . Les paramètres A , n et d sont modélisés par des lois uniformes $\mathcal{U}(A_L, A_U)$, $\mathcal{U}(n_L, n_U)$, $\mathcal{U}(d_L, d_U)$. Enfin, le module de flexion EI de la spline et la précision du capteur de pression h mesurant la réaction du support sont respectivement modélisés par des lois normale $\mathcal{N}(\mu_{EI}, \sigma_{EI})$ et uniforme $\mathcal{U}(\mu_h, \sigma_h)$. Le jeu de paramètres $\theta = \{\Delta_L, \Delta_H, EI, A, n, d, h\}$ produit une spline déformée (figure 2) pour laquelle on calcule la CP numérique correspondante de façon à retrouver des variations observées expérimentalement.

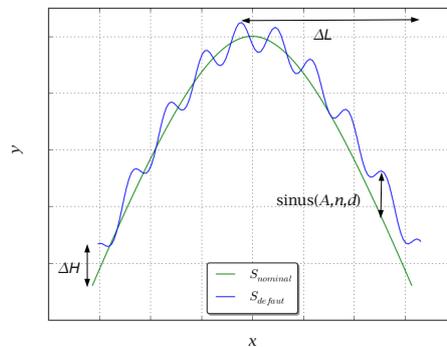


FIGURE 2 – Géométrie de la spline déformée avec facteur d'amplification des défauts $f = 300$.

3 Métamodèle

Une analyse de sensibilité globale doit permettre de contrôler, parmi les paramètres de défauts postulés, lesquels contribuent le plus à la variabilité de la CP. Cette analyse demande de calculer les moments statistiques des paramètres aléatoires postulés, c'est-à-dire que le modèle numérique doit être évalué un grand nombre de fois (10^3 - 10^5). Une évaluation du modèle numérique dure environ une heure. Le calcul non-linéaire en grands déplacements et l'algorithme de contact sont de gros consommateurs de temps CPU. Il est donc nécessaire de remplacer le modèle physique par une approximation ou *métamodèle*.

3.1 Processus gaussien

3.1.1 Introduction

La *prédiction par processus gaussien* [3] permet de donner une réponse probabiliste $Y(\mathbf{x})$ dont la variance dépend de la quantité d'information disponible à son apprentissage. L'incertitude de la prédiction est purement épistémique et dépend de l'information disponible au point d'apprentissage \mathbf{x} . Le principe de la méthode est de considérer que la variable d'intérêt $y = \mathcal{M}(\mathbf{x})$ est une trajectoire d'un processus gaussien $Y(\mathbf{x})$ dont la moyenne :

$$\mu_Y(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[Y(\mathbf{x})] \quad (1)$$

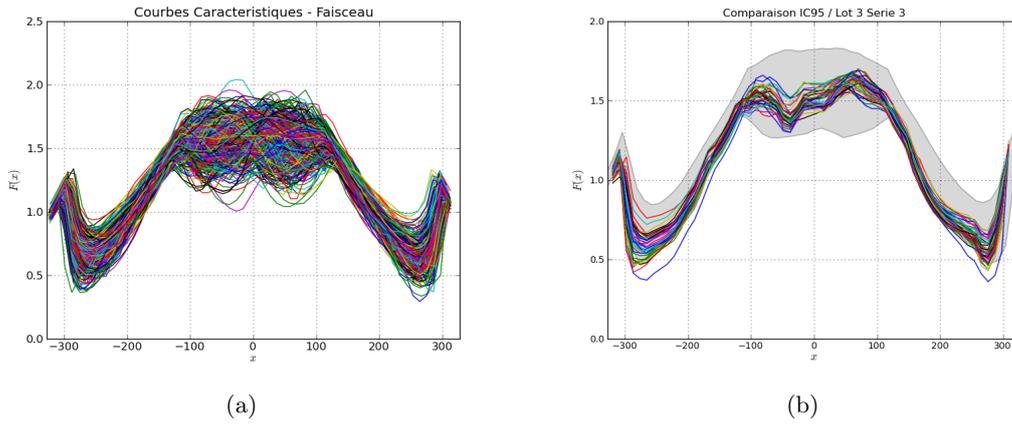


FIGURE 3 – 500 courbes de performance numériques obtenues à partir du plan d’expériences (a) et lot de 50 CP expérimentales (b) avec intervalle de confiance à 95% sur les courbes de performance simulées.

et dont la fonction d’autocovariance :

$$C_{YY}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^\top) = \mathbb{E}[(Y(\mathbf{x}) - \mu_Y(\mathbf{x})) (Y(\mathbf{x}^\top) - \mu_Y(\mathbf{x}^\top))] \quad (2)$$

sont inconnues et à déterminer à partir des valeurs de la réponse du modèle $\mathcal{Y} = \{y_1, \dots, y_m\}$, avec $y_i = \mathcal{M}(\mathbf{x}_i)$, évalué en certains points $\mathcal{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$. Ici, le résultat est une CP et non un scalaire, le Krigeage est donc vectoriel : il ne suffit pas de prédire les points mais aussi l’autocorrélation qui les lie.

3.1.2 Plan d’expériences stochastique

La construction du plan d’expériences stochastique nécessite plusieurs centaines de points. De façon à pouvoir enrichir le plan jusqu’à ce qu’une précision cible soit atteinte, on choisit de simuler les jeux de paramètres par une méthode de Monte-Carlo. Un ensemble de 500 jeux de paramètres est finalement simulé et évalué. On obtient ainsi 500 courbes de performance (figure 3 (a)).

D’un point de vue global, les CP expérimentales sont inscrites dans l’intervalle de confiance à 95% obtenu à partir des 500 CP numériques (figure 3 (b)). On observe notamment que les distributions supposées pour les paramètres des défauts introduisent suffisamment de variabilité en comparaison avec les disparités observées expérimentalement. D’un point de vue local, grâce au défaut sinusoïdal, on retrouve les discontinuités observées sur les CP expérimentales. Afin de faciliter la convergence de l’algorithme d’optimisation pour la résolution du problème inverse, on vérifie que tous les paramètres sont influents en procédant à une analyse de sensibilité de la CP aux paramètres en chaque point de la spline (figure 4).

3.2 Analyse de sensibilité

L’analyse de sensibilité est une méthode statistique permettant de déterminer quels paramètres d’entrée X_i d’un modèle \mathcal{M} apportent le plus de variabilité à sa réponse Y . On considère comme variable d’intérêt la variance de la réponse $V[Y]$ que l’on décompose, sous l’hypothèse d’indépendance des composantes X_i du vecteur des paramètres d’entrée \mathbf{X} , suivant [2] :

$$V \equiv V[Y] = \sum_{i=1}^n V_i + \sum_{1 \leq i < j \leq n} V_{ij} + \dots + V_{12\dots n} \quad (3)$$

où $V_{i_1, \dots, i_s} = V[\mathcal{M}(X_{i_1}, \dots, X_{i_s})]$. On définit alors les indices de Sobol’ de premier ordre et totaux par :

$$S_{1i} = \frac{V_i}{V} = \frac{V[\mathbb{E}[Y|X_i]]}{V} \quad \text{et} \quad S_{Ti} = 1 - \frac{V[\mathbb{E}[Y|\mathbf{X}_{\sim i}]]}{V} \quad (4)$$

où $\mathbf{X}_{\sim i}$ correspond au vecteur \mathbf{X} pour lequel la $i^{\text{ème}}$ composante a été supprimée. L'indice de premier ordre S_{1i} correspond à la part de variance de Y due au paramètre X_i pris indépendamment des autres. De façon à prendre en compte les interactions entre les paramètres, on définit les indices totaux : S_{Ti} représente alors la part de variance de Y due à X_i en considérant toutes ses interactions avec les paramètres X_j , $j \neq i$.

Les résultats de l'analyse de sensibilité sont présentés en figure 4. On observe que les indices de Sobol' totaux des paramètres, normés par rapport à leur somme, n'influent pas de la même façon sur la spline suivant que l'on se place au centre ou aux extrémités de celle-ci. Les indices de sensibilité calculés sont variables le long de la spline et montrent qu'aucun des paramètres ne peut être négligé pour la résolution du problème inverse.

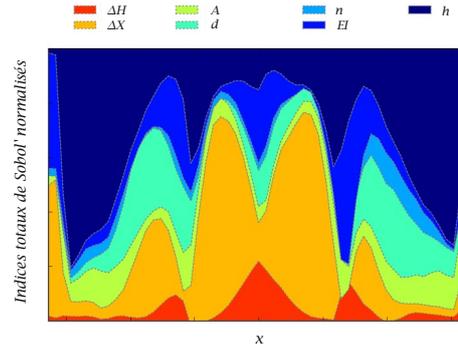


FIGURE 4 – Indices de Sobol' totaux des paramètres des défauts le long de la spline.

4 Résolution du problème inverse

4.1 Algorithme d'optimisation

Le problème d'optimisation est le suivant : On cherche alors à minimiser la *distance* D entre les deux CP. Celle-ci s'exprime par l'équation (5) :

$$D = \sum_{i=1}^{58} [F_i^{\text{exp}} - F_i^{\text{num}}(\Theta)]^2 \quad (5)$$

où les F_i^{exp} et les F_i^{num} sont les efforts respectivement mesurés expérimentalement et numériquement et où Θ est le vecteur des paramètres. De plus, comme certains paramètres aléatoires sont modélisés par des lois uniformes, on ajoute comme contraintes que ces paramètres doivent restés dans leur domaine de définition. L'algorithme COBYLA (*Constrained Optimization BY Linear Approximation*) se prête bien à cet exercice [1].

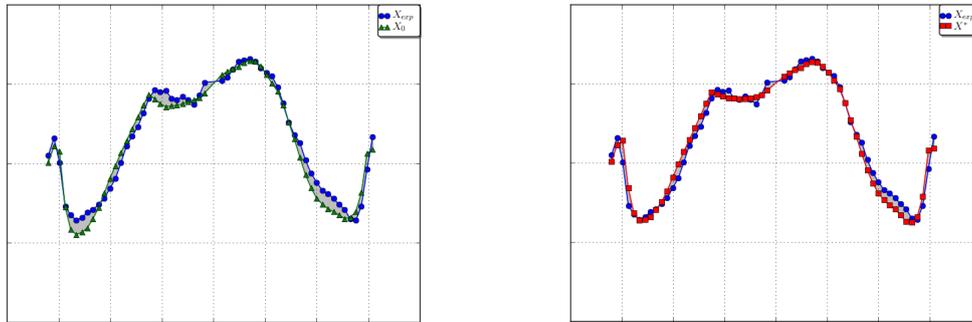
La convergence de l'algorithme est difficile à atteindre directement car elle dépend beaucoup du point de départ Θ^0 . Pour pallier cette difficulté, on propose une stratégie d'optimisation en deux étapes :

1. la 1^{ère} étape consiste à produire par des simulations de Monte Carlo un nombre $N = 1000$ jeux de paramètres produisant N CP numériques parmi lesquelles on retient les 10 plus proches au sens de l'équation (5). Ces 10 CP sont autant de points de départs $\Theta_{(k)}^0$, $k = 1, \dots, 10$ pour l'étape suivante.
2. la seconde étape fait appel à la méthode COBYLA. On lance en parallèle l'algorithme d'optimisation pour les 10 points de départs. On obtient ainsi le même nombre de jeux de paramètres optimum $\Theta_{(k)}^*$, $k = 1, \dots, 10$.

L'optimum global est le point $\Theta_{(k)}^*$ produisant la CP numérique la plus proche de la CP expérimentale que l'on cherche à approximer.

4.2 Résultats

La figure 5 illustre les deux étapes de l'optimisation. Si le meilleur point de départ Θ^0 parmi les 1000 jeux de données simulés permet d'approcher la *forme globale* de la courbe caractéristique expérimentale choisie, l'optimum global de la stratégie d'optimisation Θ^* permet de produire une courbe de performance numérique encore plus proche. En particulier, on retrouve les pics et creux correspondant aux défauts que l'on cherche à appréhender. On est donc capable de définir complètement les défauts de la spline à partir d'une courbe de performance mesurée expérimentalement.



(a) CP obtenu à partir de Θ^0

(b) CP obtenue à partir de Θ^*

FIGURE 5 – CP expérimentale (ronds), CP numérique obtenue à partir du meilleur point de départ Θ^0 (triangles) (a) et CP numérique produite avec Θ^* , résultat de la méthode COBYLA (carrés) (b).

5 Conclusions

On présente une méthodologie permettant de mesurer indirectement des défauts de forme aléatoires sur des splines métalliques pour lesquelles on ne dispose que d'une courbe de performance. L'approche par problème inverse permet de retrouver les défauts géométriques globaux et locaux correspondant à une courbe de performance expérimentale donnée. Tout d'abord, on introduit des défauts de forme aléatoires globaux et locaux dans la géométrie initiale de la spline. On vérifie ensuite la pertinence du choix par une analyse de sensibilité globale ainsi que l'adéquation entre la variabilité mesurée et introduite numériquement. Le modèle numérique étant coûteux, on le remplace par une approximation, ici construite avec la méthode de prédiction par processus gaussien. Enfin, une stratégie d'optimisation est déployée pour retrouver le jeu de paramètres décrivant de façon optimale les défauts. L'exemple présenté à la fin de l'étude démontre qu'il est possible d'identifier indirectement des défauts géométriques qu'on ne peut mesurer expérimentalement.

Références

- [1] M. J. D. Powell. Direct search algorithms for optimization calculations. *Acta Numerica*, 7 :287–336, 1998.
- [2] A. Saltelli, S. Tarantola, and F. Campolongo. Sensitivity analysis as an ingredient of modelling. *Statistical Science*, 15 (4) :39–56, 2000.
- [3] T.J. Santner, B.J. Williams, and W. Notz. *The design and analysis of computer experiments*. Springer series in Statistics. Springer, 2003.