

# Identification probabiliste des paramètres élastiques d'un circuit imprimé

A. Makhloufi<sup>a</sup>, Y. Aoues<sup>a</sup>, I. Nistea<sup>a</sup>, A. El-hami<sup>a</sup>

a. Laboratoire de Mécanique de Rouen (LMR), INSA de Rouen, avenue de l'université, 76801 Saint-étienne-du-Rouvray Cedex

## Résumé :

*Les systèmes mécatroniques embarqué des vibrations provoquant la rupture par fatigue des joints brasés. L'estimation de la durée de vie en fatigue est liée à la connaissance des propriétés dynamiques des matériaux du circuit imprimé. Dans cette communication l'identification du modèle probabiliste est effectuée à partir de mesures expérimentales, en utilisant un dispositif basé sur la mesure optique interférométrique de champs. En outre, le problème inverse probabiliste vise à quantifier les incertitudes des propriétés des matériaux afin de mieux évaluer l'aléa de la réponse du modèle numérique.*

## Abstract :

*Embedded mechatronic systems are submitted to vibration loading that may cause solder joint fatigue failure. The estimation of expected life for this type of systems relies heavily on a proper knowledge of the dynamic properties of involved materials. In this paper we present an identification of the probabilistic model based on experimental data measured by speckle interferometry. Moreover, the inverse probabilistic problem aims to quantify the uncertainty on material properties in order to better assessment of the random response of the numerical model.*

**Mots clefs :** Mécatronique, identification, stochastique, probabilité

## 1 Introduction

Les systèmes électroniques embarqués sont utilisés dans différents domaines tel que l'automobile, l'aéronautique, les télécommunications, le secteur médical, etc. Ces systèmes embarqués subissent de nombreuses sollicitations extrêmes de nature thermiques (variations de température), mécaniques (chocs, vibration), etc. Ces sollicitations peuvent entraîner des défaillances à caractère destructif dans certaines endroits (figure 1).

De plus, le taux de défaillance augmente avec la miniaturisation des systèmes électroniques, avec la densité croissante des composants embarqués sur les cartes électroniques dans des conditions d'hétérogénéité des propriétés thermiques et mécaniques des matériaux utilisés.

La simulation numérique est souvent utilisée pour décrire le comportement mécanique de ces systèmes. Cependant, la particularité de la simulation numérique en mécatronique c'est qu'elle est multi-physique (mécanique, thermique, électrique, magnétique, etc). La simulation d'un système mécatronique est donc par essence, une simulation complexe. Ces systèmes fortement couplés où la complexité est due à la miniaturisation du système et aux interactions avec la partie mécanique (vibrations, température, etc). La mise en place d'une démarche de simulation est facilitée par l'utilisation des codes de calcul par éléments finis.

Dans cette étude, la simulation numérique des déformations vibratoires d'une carte électronique est réalisée par le code de calcul éléments finis ANSYS [1]. Dans un premier temps les résultats du modèle de simulation numérique sont confrontés aux résultats expérimentaux obtenus par l'analyse modale expérimentale. Ensuite, cette étude a pour objectif de caractériser les paramètres élastiques

(i.e., module de Young, masse volumique, etc) des matériaux utilisés dans le circuit imprimé (PCB *Printed Circuit Board*) sur lequel est implémenté un composant électronique de grande dimension. Les mesures expérimentales ont été effectuées par des méthodes optiques de champs (interférométrie de speckles). Les vibrations de la carte électronique sont excitées à l'aide d'un actionneur piézoélectrique et le résultat est visible en temps réel sur le moniteur de contrôle.

Toutefois, la connaissance des propriétés mécaniques est imparfaite puisqu'elle est entachée d'incertitudes. Ces incertitudes sur la géométrie, les propriétés des matériaux, les conditions de fixation ou encore le chargement appliqué, jouent un rôle important dans la validation du modèle de simulation numérique. La démarche adoptée vise à mieux évaluer l'aléa de la réponse du modèle numérique afin d'obtenir une meilleure concordance entre les résultats expérimentaux et numériques. Pour cela, la démarche est scindée en deux étapes. La première étape consiste à utiliser une approche d'identification paramétrique déterministe afin de rechercher les valeurs numériques des différents paramètres de matériaux. Le problème d'identification paramétrique est formulé en problème d'optimisation visant à minimiser l'écart entre les résultats expérimentaux et simulés. Deux familles d'algorithmes peuvent être utilisées pour résoudre ce type de problème : les algorithmes exploratoires exigeant que l'évaluation de la fonction coût, et les algorithmes de gradient, exigeant l'évaluation de la fonction coût et son gradient par rapport aux paramètres. Dans ce travail nous avons combiné l'algorithme génétique et l'algorithme Lenverberg-Marquardt, afin d'exploiter les avantages de chacune des méthodes pour trouver une solution optimale globale dans un temps de calcul réduit. La deuxième étape consiste à utiliser l'identification probabiliste afin de quantifier les meilleurs moments statistiques de la loi de probabilité définie a priori des paramètres mécaniques.

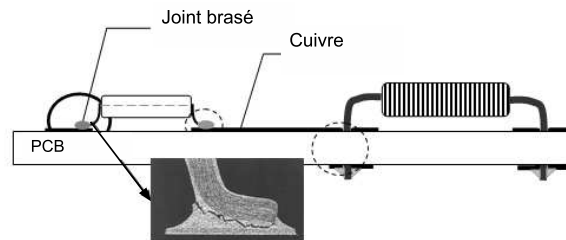


FIGURE 1 – Les défaillances les plus fréquentes sous un chargement vibratoire

## 2 Modélisation et simulation numérique

L'analyse modale est une méthode qui permet la connaissance du comportement dynamique des structures. En d'autres termes, le comportement dynamique est représenté par un nombre de paramètres modaux réduits : fréquences propres, facteurs d'amortissement et déformés propres associées. Le comportement dynamique de la structure sous des conditions d'excitation particulières ne requiert que la connaissance de ces paramètres. Le comportement dynamique des structures mécaniques peut être représenté par l'équation matricielle suivante :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

où  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  sont respectivement la matrice de masse, la matrice d'amortissement et la matrice de rigidité.  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,  $\dot{\mathbf{u}}$  et  $\mathbf{u}$  sont les vecteurs d'accélération, de vitesse et de déplacement, respectivement. Les fréquences et modes propres sont calculés par la résolution de l'équation (1 en régime libre ( $\mathbf{f}(t) = 0$ ) du système conservatif associé et défini par  $\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = 0$

L'analyse modale numérique est réalisée sur un circuit imprimé de dimension de  $170 \text{ mm} \times 130 \text{ mm} \times 1,6 \text{ mm}$ , encastré au bord des cinq trous des vis de fixation. Le modèle simplifié de la structure étudiée est représenté par la figure 2. Le PCB est composé de plusieurs couches de cuivre et d'un matériau composite le FR4. L'élément fini Shell181 implémenté dans le code ANSYS est bien adapté pour la modélisation des composites, pour cela il est utilisé dans le modèle numérique de simulation. La simulation déterministe est effectuée en utilisant les valeurs moyennes des caractéristiques initiales

(avant identification) des matériaux du PCB, ces valeurs sont détaillées dans le tableau 1. Les résultats de simulation obtenus (les fréquences propres et les déformées modales) (figure 3) sont confrontés aux résultats expérimentaux obtenus par les techniques d'Interférométrie de Speckle (IS). Les figures 3-4 montrent une bonne concordance entre les résultats numériques et expérimentaux. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux ne dépassent pas 7%.

Description et unité	Variable	moyenne	écart-type	Distribution
Module de Young du FR4 (GPa)	YOUNG1	17	1,7	Normale
Module de Young du cuivre (GPa)	YOUNG2	110	11	Normale
Module de cisaillement du FR4 (GPa)	MO_CESA1	3	0,3	Normale
Module de cisaillement du cuivre (GPa)	MO_CESA2	40	4	Normale
Coefficient de poisson du FR4	COF_POI1	0,14	0,014	Normale
Coefficient de poisson du FR4	COF_POI2	0,35	0,035	Normale
Masse volumique du FR4 (kg/m <sup>3</sup> )	DENS1	1900	190	Normale
Masse volumique du cuivre (kg/m <sup>3</sup> )	DENS2	8930	893	Normale

TABLE 1 – Description statistique des variables aléatoires

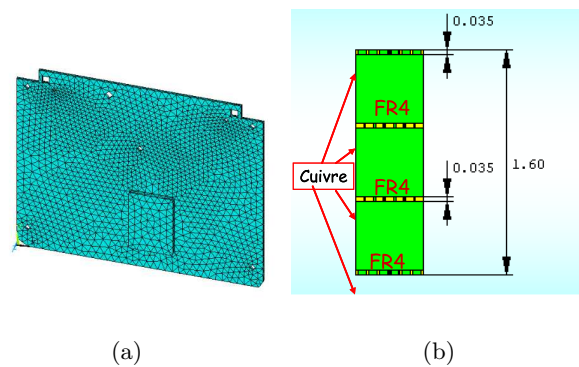


FIGURE 2 – (a) Maillage EF du PCB et du composant principal (b) Coupe transversale du PCB

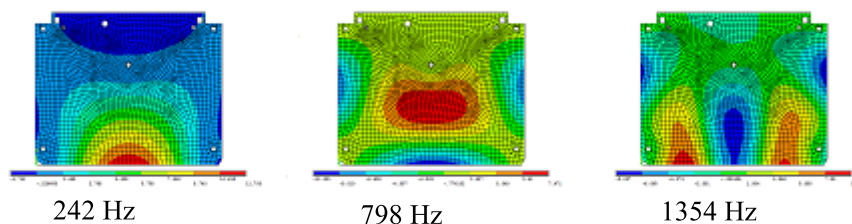


FIGURE 3 – Déformées modales simulées

### 3 Analyse de sensibilité stochastique

La modélisation mécanique du circuit imprimé doit tenir compte de la propagation des incertitudes en s'appuyant sur une modélisation probabiliste des fluctuations des paramètres d'entrée. Cette approche est souvent appelée « modélisation mécano-probabiliste », elle vise à établir l'impact des incertitudes sur la réponse mécanique. Ces incertitudes sont principalement composées par l'aléa des paramètres d'entrée (i.e. les dimensions géométriques, le chargement et les propriétés des matériaux) et les incertitudes de modélisation. Dans cette étude nous tenons compte que des incertitudes des paramètres d'entrée. Il existe plusieurs approches permettant d'analyser la propagation des incertitudes dans la réponse de la structure [4]. Dans cette étude la méthode de Monte Carlo est utilisée pour calculer les

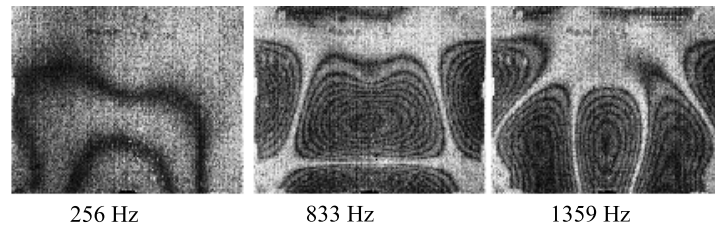


FIGURE 4 – Déformées modales expérimentales

premiers moments statistiques de la réponse (i.e. les trois premières fréquences propres). Pour cela, nous avons supposé que toutes les variables décrites dans le tableau 1 sont aléatoires normalement distribuées avec des caractéristiques statistiques (i.e. moyenne, écart-type) telles que détaillées dans le tableau 1. Les premiers moments statistiques des trois premières fréquences propres obtenus dans le tableau 2 sont estimés é partir de 10 000 tirages aléatoires.

Num. du mode	résultat expérimental	résultat simulé	
	Freq. (Hz)	Moyenne (Hz)	Ecart-type (Hz)
1	256	253 (1,2%)	16.89
2	833	8.24 (1,1%)	20,34
3	1359	1358 (0,07%)	32.31

TABLE 2 – Moments statistiques des trois premières fréquences propres du circuit imprimé

L'analyse de sensibilité est réalisée é partir des résultats de simulations de Monte Carlo, en utilisant la méthode globale d'échantillonnage par hypercube latin basée sur le calcul des coefficients de corrélation linéaire [5] (ou coefficients de corrélation de *Pearson*). Ces coefficients permettent de hiérarchiser les paramètres d'entrée du modèle en fonction de leur importance. Les résultats sont présentés sur la figure 5. Cette étude de sensibilité nous a permis de prendre en compte que les paramètres influent sur le modèle de simulation pour identifier les meilleures valeurs qui minimisent l'écart entre les résultats simulés et expérimentaux.

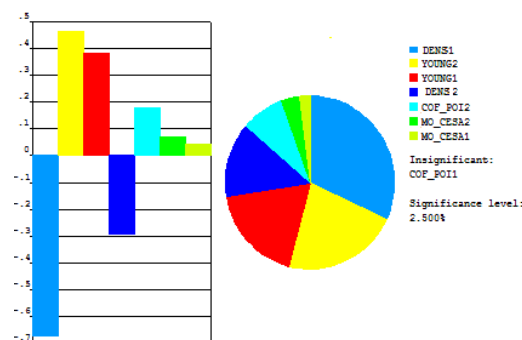


FIGURE 5 – Sensibilités des premières fréquences propres

## 4 Identification paramétrique numérique

L'objectif de cette étape de l'étude est d'estimer les valeurs numériques é attribuer aux différents paramètres de matériaux du circuit imprimé, afin d'obtenir une meilleure concordance entre les résultats expérimentaux et simulés. Le problème d'identification paramétrique est formulé en problème d'optimisation. Pour cela, La réduction du nombre de variables permet d'accélérer et d'assurer la convergence. La procédure d'identification paramétrique est effectuée en considérant que les paramètres les plus

influents détectés par l'analyse de sensibilité. La fonction objectif du problème d'optimisation est exprimée par l'écart entre l'expérience et la simulation :

$$F_{obj} = \sum \left( \frac{y_i - f_i(x)}{y_i} \right)^2 \quad (2)$$

où  $f_i$  sont les fréquences simulées  $y_i$  sont les fréquences expérimentales et  $x$  est le vecteur des paramètres à identifier. Pour résoudre le problème d'optimisation, nous avons proposé de combiner un algorithme génétique et un algorithme de gradient tel que l'algorithme *Lenverberg-Marquardt*[6], afin d'exploiter les avantages de chacune des méthodes pour trouver une solution optimale globale dans un temps de calcul réduit. Les principales étapes de cette démarche sont :

1. Initialisation des données de départ
2. Rechercher un optimum local en utilisant l'algorithme génétique
3. Affiner la recherche par l'algorithme de *Lenverberg-Marquardt* en utilisant comme point initial la solution grossière fournie par l'algorithme génétique.

Paramètres	valeur initiale	valeur identifiée
Young1 (GPa)	17	17,43
Young2 (Pa)	110	145,3
Dens1 (Kg/m <sup>3</sup> )	1900	1881
Dens2 (Kg/m <sup>3</sup> )	8930	8939

TABLE 3 – : Les paramètres identifiés du circuit imprimé

Le tableau 4 montre l'estimation des trois premières fréquences propres du circuit imprimé à partir des valeurs identifiées (tableau 3) des propriétés mécaniques des matériaux utilisés dans le PCB.

Num. du mode	résultat expérimental		résultat simulé après identification	
	Freq. (Hz)		Freq. (Hz)	Ecart %
1	256		255	0,39%
2	833		829	0,48%
3	1359		1359	0%

TABLE 4 – : Les trois premières fréquences propres du circuit imprimé après l'identification

## 5 Identification probabiliste

La fiabilité est, de plus en plus fréquemment, une grandeur quantitative et nécessite la connaissance des distributions de durée de vie afin de l'estimer. Une fois que le type de distribution de durée de vie (exponentielle, Weibull, croissance de fiabilité, par exemple le modèle de [7] d'un composant d'un système mécatronique et que les temps de défaillance pour ce composant sont connus, il est nécessaire d'estimer les paramètres associés à la distribution. La méthode du maximum de vraisemblance (MV) est une des plus utilisées pour effectuer le calcul des paramètres [8]. D'autres méthodes d'estimation existent également. Ainsi la méthode des moindres carrés est une méthode fondamentalement géométrique, qui n'utilise aucune caractéristique probabiliste [9]. La méthode des moments, également utilisée, conduit généralement à des estimateurs ayant moins de propriétés statistiques (biais) que ceux de la méthode du maximum de vraisemblance [10].

Rappelons plusieurs critères, le plus souvent liés au bon sens qui aide à la comparaison des estimateurs.

- le biais suppose que l'estimation ne soit pas systématiquement décalée par rapport à la valeur vraie ;
- l'efficacité ou la précision consiste à obtenir une estimation cohérente, avec une faible variation d'un échantillon à l'autre ;
- la convergence montre que la valeur de l'estimation obtenue doit être la valeur vraie du paramètre si l'on peut estimer la valeur du paramètre sur tout l'échantillon ;

- la robustesse admet que l'estimation ne soit pas sensible à la présence de perturbations, de valeurs aberrantes.

La MV est généralement préférée aux autres méthodes car l'estimateur obtenu est sans biais, efficace, convergent et robuste [11].

L'objectif vise à identifier les meilleurs paramètres de la loi de probabilité du paramètre d'entrée. La méthode de maximum de vraisemblance consiste à maximiser la probabilité de la conjonction des valeurs effectivement observées  $X_1, X_2, X_3$ .

$$F(X, P) = f(X_1, P_k) \cdot f(X_2, P_k) \dots f(X_N, P_k) \quad (3)$$

les  $P_k$  sont les paramètres de la loi (les moments statistiques). Pour des raisons de simplicité, nous avons considéré que le module de Young du FR4, nous supposons que ce paramètre suit une loi de probabilité a priori normale, de moyenne de 17 GPa et d'écart-type de 4,25 GPa. La figure 6 montre les meilleurs moments statistiques de la loi de probabilité a posteriori du module de Young du FR4. En outre, l'identification probabiliste en utilisant la méthode de maximum vraisemblance converge vers une moyenne de 16,1 GPa et d'un écart-type de 4,11 GPa.

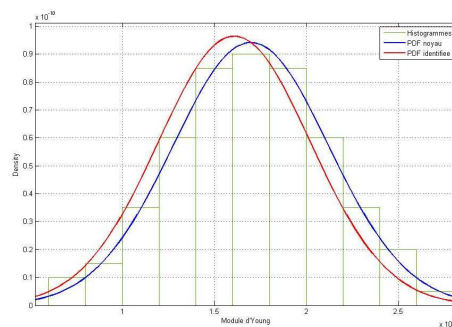


FIGURE 6 – Fonction de densité de probabilité du module de Young

## 6 Conclusion

L'approche expérimentale a été réalisée en utilisant un dispositif basé sur la mesure optique interférométrique de champs, qui offre l'avantage d'une haute résolution spatiale, mesure en temps réel et sans contact mécanique avec la structure analysée. La simulation numérique des fréquences propres et des déformées propres du circuit imprimé a été validée à partir des résultats expérimentaux. L'analyse de sensibilité stochastique a permis d'identifier le rôle des incertitudes de chaque paramètre d'entrée dans la réponse dynamique de la structure. Cette analyse a permis l'élimination des variables les moins influentes sur la réponse, afin de réaliser l'identification paramétrique déterministe et probabiliste. Une nouvelle stratégie d'identification est proposée pour minimiser l'écart entre les résultats de simulation et expérimentaux et de trouver les meilleurs moments statistiques de la loi de probabilité associée aux paramètres.

## Références

- [1] ANSYS Structural Analysis Guide 2011 *ANSYS Release 12.1*
- [2] Pryputniewicz, R.J., Stetson, K.A. 1989 Measurement of vibration patterns using electro-optic holography *Proc SPIE* **1162** 456-67
- [3] Borza, D. 2005 Mechanical vibration measurement by high-resolution time-average digital holography *Meas. Sci. Technol* **16** 1853-1864
- [4] Blatman, G 2009 Adaptive sparse polynomial chaos expansions for uncertainty propagation and sensitivity analysis. *Ph.D Thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand.*
- [5] Helton, J.C., Davis, F.J. 2003 Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems *Reliability Engineering & System Safety* **81** 23-69

- [6] Nistor, I., Pantalé, O., Caperaa, S., Sattouf, C. 2003 Identification of a Dynamic Viscoplastic Flow Law Using a Combined Levenberg-Marquardt and Monte-Carlo Algorithm *VII International Conference on Computational Plasticity COMPLAS, Barcelona*
- [7] Jelinski, Z., Moranda, P. 1972 Software Reliability Research. *Statistical Computer Performance Evaluation*.
- [8] [Birolini, A 1997 Quality and Reliability of Technical Systems. *Springer, Berlin*.
- [9] Whitman, C.S. 2003 Accelerated life test calculations using the method of maximum likelihood : an improvement over least squares. *Microelectronics Reliability*. **43** 859â864.
- [10] Pagès, A., Gondran, M. 1980 Fiabilité des systèmes. *Eyrolles, Paris*.
- [11] Lannoy, A., Procaccia, H. 1994 Méthodes avancées d'analyse des bases de données du retour d'expérience industriel. *Eyrolles*.