

# Un schéma itératif pour l'optimisation fiabiliste basé sur l'obtention de coefficients de sécurité optimaux

R. CROQUET<sup>a</sup>, D. LEMOSSE<sup>a</sup>, E. SOUZA DE CURSI<sup>a</sup>, Y. AOUES<sup>a</sup>, A. EL HAMI<sup>a</sup>

a. Laboratoire de Mécanique de Rouen (LMR), INSA de Rouen, avenue de l'université, 76801 Saint-Étienne-du-Rouvray Cedex

## Résumé :

*L'usage des coefficients partiels de sécurité en ingénierie est fréquent en raison de la simplicité d'utilisation pour tenir compte des incertitudes et se prémunir des écarts imprévisibles des performances mécaniques. Toutefois, l'application de ces coefficients conduit souvent à des structures surdimensionnées et coûteuses. L'optimisation fiabiliste est développée pour établir le meilleur compromis entre la réduction des coûts d'une conception et l'assurance de la fiabilité, par la considération des incertitudes. Dans cette communication, le formalisme de l'optimisation fiabiliste nous a servi à développer une nouvelle méthode permettant l'obtention des coefficients de sécurité garantissant le niveau de fiabilité ciblé et d'approcher la solution optimale. Une application numérique nous permet d'étudier l'efficacité et la validité de la méthode proposée.*

## Abstract :

*The use of partial safety factors is a common practice in engineering in order to take into account the uncertainties. These factors, although convenient and guaranteeing a reliability level, often leads to costly and over-designed structures. The Reliability-Based Design Optimization (RBDO) is developed to search the best compromise between cost reduction and reliability assurance, by considering uncertainties. In this paper, the RBDO framework is used to propose a new approach, where the optimal safety factors are provided to reach an approximated optimal solution with the required target reliability. A numerical application in engineering is discussed and shows the efficiency and the interest of the proposed method.*

## Mots clefs : Optimisation fiabiliste ; incertitudes ; analyse de fiabilité

Lors de la fabrication d'une structure, le comportement mécanique du produit fini peut être relativement différent de celui prévu lors de sa conception. En effet, les conditions de réalisation et de fonctionnement sont entachées d'aléas et d'incertitudes.

Pour s'assurer du bon fonctionnement de la structure, il est nécessaire de prendre en compte ces incertitudes dès la phase de conception. Il existe dans la littérature plusieurs manières de traiter ces incertitudes [8]. La théorie des probabilités offre un cadre mathématique rigoureux permettant de modéliser les aléas des données d'entrée telles que les propriétés mécaniques et les chargements, par des variables aléatoires. La théorie de la fiabilité des structures consiste à définir la probabilité de défaillance d'une structure par la probabilité que les conditions de bon fonctionnement ne soient pas respectées. On appelle souvent cette étude analyse de fiabilité.

La forte compétitivité économique des entreprises conduit celles-ci à toujours tirer le plus de profit possible des ressources à disposition. Pour cela, les outils de l'optimisation sont utilisés pour rechercher des conceptions économiques (légèreté, coût, robustesse, ...) vérifiant les limitations établies par les concepteurs. Toutefois, ce processus d'optimisation a tendance à réduire les marges des contraintes à leurs bornes inférieures. En outre, la structure optimale est souvent très sensible aux incertitudes. Ainsi de faibles perturbations par rapport aux conditions de conception peuvent conduire à des écarts importants entre les performances réelles et espérées. L'optimisation fiabiliste (RBDO) est la démarche rationnelle visant à considérer la propagation des incertitudes dans les performances mécaniques en s'appuyant sur une modélisation probabiliste des fluctuations des paramètres d'entrée. La méthodologie de la RBDO consiste à coupler le processus d'optimisation à l'analyse de fiabilité.

## 1 Fiabilité et optimisation fiabiliste

Dans le cadre de l'analyse de fiabilité, on cherche généralement à quantifier une probabilité de défaillance  $\Pi^f$  d'une structure. Cette probabilité dépend du vecteur déterministe  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_I)^t \in \mathbb{R}^I$  des variables de conception et du vecteur aléatoire  $\mathbf{Y}$  dont les réalisations sont notées  $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_J)^t \in \mathbb{R}^J$ . Pour calculer cette probabilité, on modélise un scénario de défaillance par une ou plusieurs *fonctions de performance*  $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y})$ ,  $1 \leq k \leq K$  décrivant l'état de la structure et on appelle *état limite* la surface définie par  $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) = 0$  (figure 1(a)). Cette fonction peut par exemple correspondre à des règles de dimensionnement ou à des modes de résonance à éviter. On dit qu'un système est défaillant par rapport à l'état limite  $G_k$  pour une réalisation  $\mathbf{y}$  donnée si  $G_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$ . Lorsque les modes de défaillance sont en série, le système est defectueux si au moins un état limite n'est pas satisfait.

La probabilité de défaillance  $\Pi^f$  est calculée en évaluant l'intégrale

$$\Pi^f = P_{\mathbf{Y}} \left[ \bigcup_{k=1}^K G_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) \leq 0 \right] = \int_{G_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) \leq 0} f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) dy_1 \dots dy_J \quad (1)$$

où  $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$  est la densité de probabilité jointe du vecteur  $\mathbf{Y}$ . Une méthode simple et robuste pour évaluer cette intégrale est la méthode de Monte Carlo [10]. Malheureusement cette méthode devient très coûteuse lorsque l'on cherche à évaluer des probabilités de défaillance très faibles. Certaines méthodes de simulation comme le tirage d'importance peuvent alors se révéler plus avantageuses [2].

Toutefois, de nombreux travaux ont été réalisés pour s'affranchir des méthodes de simulation. Afin de fournir un cadre général d'étude, il est fréquent de se ramener à un espace normalisé en exprimant les incertitudes avec un vecteur de variables aléatoires indépendantes gaussiennes centrées normées  $\mathbf{U}$  (figure 1(b)). On utilise pour cela une transformation isoprobabiliste  $T$  telle que  $\mathbf{U} = T(\mathbf{x}, \mathbf{Y})$ . Lorsque les variables aléatoires sont déjà indépendantes, cette transformation est facile à construire. Autrement, les transformations de Nataf ou de Rosenblatt fournissent un outil puissant pour construire la bijection [6]. Les fonctions de performance peuvent alors être écrites dans ce nouvel espace et on définit  $H_k(\mathbf{x}, \mathbf{U}) = G_k(\mathbf{x}, T^{-1}(\mathbf{U}))$ .

Plusieurs indicateurs tels que l'indice de fiabilité ou la mesure de performance existent pour caractériser la probabilité de défaillance dans cet espace. Dans cet article, nous nous intéressons à l'*indice de fiabilité* d'Hasofer-Lind [4]. Cet indice  $\beta_k$ , caractérise le point de défaillance le plus probable pour le mode de défaillance  $k$  dans l'espace normé :

$$\beta_k(\mathbf{x}) = \|\tilde{\mathbf{u}}_k(\mathbf{x})\| = \text{Min} \{ \|\mathbf{u}\| : H_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \} \quad (2)$$

Ce point  $\tilde{\mathbf{u}}_k$  est appelé point de défaillance le plus probable (MPFP en anglais) associé à  $\mathbf{x}$  pour le mode de défaillance  $k$  (figure 1(b)). Ce problème peut être résolu à l'aide des algorithmes classiques de l'optimisation non-linéaire ou d'adaptations particulières prenant en compte les spécificités de ce problème [7].

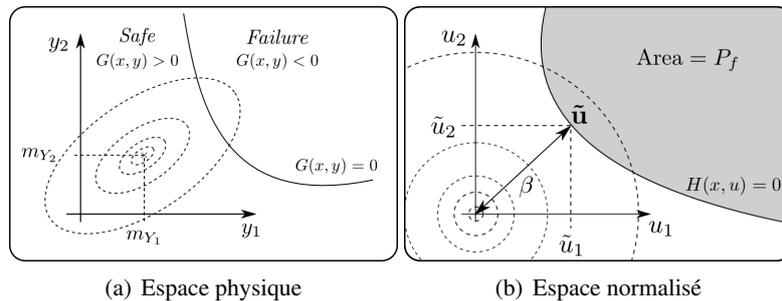


FIGURE 1 – Relation entre espaces physique et normalisé

Ces indicateurs vont permettre de fournir une approximation de la probabilité de défaillance sans le calcul de l'intégrale (1). Les approximations FORM ou SORM fournissent alors une bonne estimation de la probabilité de défaillance pour chaque mode. Dans le cadre de la méthode FORM, chaque état limite est remplacé par un hyperplan tangent au point de conception. La probabilité de défaillance par rapport à la fonction de performance  $k$  peut être approchée par  $\Pi_k^f \approx \Phi(-\beta_k)$ , où  $\Phi$  est la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Le calcul de la probabilité de défaillance du système entier est plus complexe [9] et notre objectif ici n'est pas de le traiter avec précision. Nous ferons donc dans la suite de ce travail l'hypothèse que la probabilité de défaillance est obtenue par rapport à chaque état limite.

Un problème d'optimisation fiabiliste peut être posé comme un problème d'optimisation déterministe auquel on rajoute des contraintes de satisfaction d'une probabilité de défaillance cible. En prenant en compte les hypothèses simplificatrices précédentes, ce problème s'écrit :

$$\min \quad f(\mathbf{x}) \quad (3)$$

$$\text{tel que :} \quad g_{k_{det}}(\mathbf{x}) = 0 \quad 1 \leq k_{det} \leq K_{det} \quad (4)$$

$$P_{\mathbf{Y}} [G_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) \leq 0] \leq \Pi^{f^*} \quad 1 \leq k \leq K \quad (5)$$

où  $P_{\mathbf{Y}}$  est une mesure de probabilité associée au vecteur aléatoire  $\mathbf{Y}$ ,  $g_{k_{det}}$  correspond aux contraintes déterministes et  $\Pi^{f^*}$  est la probabilité de défaillance maximale admise. En règle générale, en raison du coût des méthodes de simulation, on remplace les contraintes de fiabilité par des formulations approchées utilisant l'approximation FORM. Par exemple, dans le cadre de l'approche par indice de fiabilité, on cherche à atteindre un indice de fiabilité cible  $\beta^c$ . Le problème peut ainsi être écrit comme l'imbrication deux problèmes d'optimisation :

1. Problème d'optimisation dans l'espace physique :

$$\text{Min} \quad f(\mathbf{x}) \quad (6)$$

$$\text{subject to :} \quad g_{k_{det}}(\mathbf{x}) = 0 \quad 1 \leq k_{det} \leq K_{det} \quad (7)$$

$$\beta_k(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) \geq \beta^c \quad 1 \leq k \leq K \quad (8)$$

2. L'analyse de fiabilité :

$$\beta_k(\mathbf{x}) = \|\tilde{\mathbf{u}}_k(\mathbf{x})\| = \text{Min} \{ \|\mathbf{u}\| : H_k(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0 \} \quad (9)$$

La résolution de ce problème nécessite des ressources de calcul considérables. Pour cela, plusieurs approches ont été développées. On distingue alors souvent les méthodes à un niveau et les méthodes séquentielles découplées [1]. Dans les premières, une relaxation du problème de fiabilité est utilisée afin de ne résoudre qu'un seul problème d'optimisation dans lequel la convergence des variables d'optimisation et de fiabilité se fait simultanément. Dans les secondes, on résout de façon séquentielle le problème d'optimisation et le problème de fiabilité (méthodes SORA [3] ou SFA [11] par exemple).

L'obtention du résultat optimal du problème d'optimisation fiabiliste demeure coûteuse en temps de calcul. Nous nous sommes intéressés à la mise en oeuvre d'une alternative fournissant une solution approchée.

## 2 Un schéma itératif pour l'obtention de coefficients de sécurité optimaux

Le principe de cette nouvelle méthode est d'appliquer des coefficients de sécurité à une structure présentant déjà un dimensionnement optimal  $\mathbf{x}^*$ . Cette stratégie, couramment utilisée en ingénierie, présente souvent l'inconvénient d'être trop conservatrice.

Ici, le cadre de la fiabilité permet de choisir des coefficients de sécurité impliquant la vérification des contraintes de fiabilité (8). Ces coefficients de sécurité correspondent alors à des fractiles des variables aléatoires qui dégradent le plus la structure. Le calcul de ces coefficients est bien connu en optimisation fiabiliste et s'effectue d'abord dans l'espace normalisé. Pour chaque mode de défaillance  $k$ , on trouve un point de l'espace normalisé  $\check{\mathbf{u}}_k$ , c'est à dire une réalisation  $\check{\mathbf{y}}$  des variables aléatoires, satisfaisant le niveau de fiabilité requis  $\beta^c$ . Ce point critique correspond à une approximation du MPFP que l'on souhaiterait avoir pour que le niveau de fiabilité soit atteint (figure (2(a))). Après avoir déterminé le MPFP  $\tilde{\mathbf{u}}_k$  et l'indice de fiabilité  $\beta_k(\mathbf{x})$  par une analyse de fiabilité standard, le point  $\check{\mathbf{u}}_k$  vérifie

$$\check{\mathbf{u}}_k = \tilde{\mathbf{u}}_k - (\beta^c - \beta_k(\mathbf{x}^*)) \frac{\nabla_{\mathbf{u}} H_k(\mathbf{x}^*, \tilde{\mathbf{u}}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} H_k(\mathbf{x}^*, \tilde{\mathbf{u}}_k)\|} \quad (10)$$

où  $\nabla_{\mathbf{u}} H_k(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}_k)$  est le gradient de la fonction de performance  $H_k$  par rapport aux variables normalisées. Le plus souvent, ce calcul est effectué dans l'espace physique, le gradient dans l'espace normalisé étant obtenu

par les règles classiques de dérivation de fonctions composées. Le point correspondant à  $\check{\mathbf{u}}_k$  est également obtenu par l'inverse de la transformation isoprobabiliste  $\check{\mathbf{y}}_k = T^{-1}(\mathbf{x}^*, \check{\mathbf{u}}_k)$ . Ce point critique correspond à une approximation d'une réalisation des variables aléatoires ayant une probabilité égale à la probabilité cible et rendant la structure la plus défaillante possible.

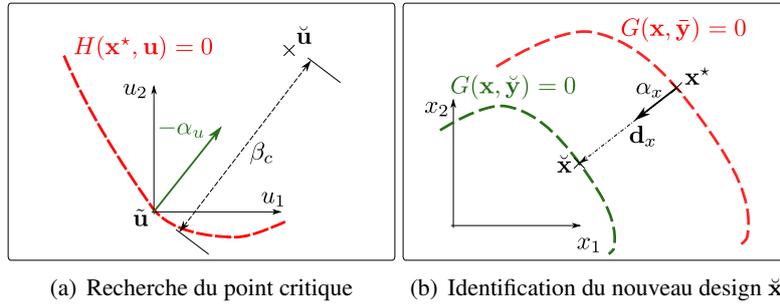


FIGURE 2 – Algorithme itératif

Pour que le niveau de fiabilité requis soit atteint on cherche alors la configuration  $\check{\mathbf{x}}$  telle que pour la réalisation  $\check{\mathbf{y}}_k$  la structure soit toujours opérationnelle (figure (2(b))), c'est à dire

$$G_k(\check{\mathbf{x}}, \check{\mathbf{y}}_k) = 0 \quad 1 \leq k \leq K \quad (11)$$

Les méthodes classiques d'optimisation fiabiliste basées sur les coefficients de sécurité obtiennent cette nouvelle configuration par la résolution d'un nouveau problème d'optimisation déterministe en prenant pour chaque état limite  $\mathbf{Y} = \check{\mathbf{y}}_k$ . Toutefois, la résolution de ce nouveau problème est coûteuse en temps de calcul. Nous proposons ici une alternative permettant d'obtenir une approximation de  $\check{\mathbf{x}}$  ne nécessitant qu'un calcul des sensibilités. On cherche les corrections  $\mathbf{d}_x$  à appliquer à la configuration optimale  $\mathbf{x}^*$  afin que la nouvelle configuration  $\check{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^* + \mathbf{d}_x$  vérifie les équations (11). Un développement de Taylor au voisinage de  $\mathbf{x}^*$  nous permet de montrer que  $\mathbf{d}_x$  doit vérifier une équation linéaire pour chaque état limite  $k$  :

$$\nabla_x^t G_k(\mathbf{x}^*, \check{\mathbf{y}}_k) \mathbf{d}_x = -G_k(\mathbf{x}^*, \check{\mathbf{y}}_k) \quad , \quad 1 \leq k \leq K \quad (12)$$

Lorsque ce système est sous-déterminé (souvent le cas en pratique), on peut choisir la solution de norme minimale. Aucune phase d'optimisation n'étant réalisée par la suite, cette solution permet d'éviter les corrections modifiant trop la structure par rapport à l'optimal déterministe.

Toutefois, les différentes linéarisations conduisent à des valeurs approchées des  $\check{\mathbf{y}}$  et  $\check{\mathbf{x}}$ . Il est donc souvent nécessaire d'itérer ce procédé jusqu'à obtention du niveau de fiabilité. Le point critique et le MPFP calculés à l'itération  $it$  pour l'état limite  $k$  sont notés respectivement  $\check{\mathbf{y}}_k^{(it)}$  et  $\check{\mathbf{u}}_k^{(it)}$ . La configuration fiable qui correspond à ces valeurs est notée  $\check{\mathbf{x}}^{(it)}$ . L'algorithme que nous proposons est donc le suivant :

**Initialisation** :  $\check{\mathbf{x}}^{(0)} = \mathbf{x}^*$  et  $it = 0$

**Itération**  $it$

1. Analyse de fiabilité : obtention des points de défaillances les plus probables  $\check{\mathbf{u}}_k^{(it)}$  pour chaque fonction de performance  $G_k$  et des niveaux de fiabilité  $\beta_k(\check{\mathbf{x}}^{(it)})$  correspondants
2. Pour chaque fonction de performance, calcul du point critique  $\check{\mathbf{u}}_k^{(it)} = \check{\mathbf{u}}_k^{(it)} - (\beta_c - \beta_k(\mathbf{x}^{(it)})) \alpha_k^{(it)}$ . Le vecteur  $\alpha_k^{(it)}$  est le vecteur des cosinus directeurs  $\alpha_k^{(it)} = \nabla_u H_k(\mathbf{x}^{(it)}, \check{\mathbf{u}}_k^{(it)}) / \|\nabla_u H_k(\mathbf{x}^{(it)}, \check{\mathbf{u}}_k^{(it)})\|$ .
3. Calcul de la matrice jacobienne  $\nabla_x^t \mathbf{G} = \left( \partial G_k / \partial x_i(\check{\mathbf{x}}^{(it)}, \check{\mathbf{y}}_k^{(it)}) \right)_{k=1..K, i=1..I}$  et du vecteur  $\mathbf{G} = \left( G_k(\check{\mathbf{x}}^{(it)}, \check{\mathbf{y}}_k^{(it)}) \right)$
4. Calcul du nouveau design  $\check{\mathbf{x}}^{(it+1)} = \check{\mathbf{x}}^{(it)} + \mathbf{d}_x^{(it)}$  avec  $\mathbf{d}_x^{(it)}$  solution de l'équation (12)
5. **Si le niveau de fiabilité requis est atteint** :  $\check{\mathbf{x}} = \check{\mathbf{x}}^{(it)}$  et  $\check{\mathbf{y}}_k = \check{\mathbf{y}}_k^{(it)}$  **sinon**  $it = it + 1$

Bien que les coefficients partiels n'interviennent pas directement dans les calculs, ils fournissent une interprétation aisée des réalisations  $\check{y}_k$ . Le coefficient de sécurité  $\gamma_{k,j}$  est en effet le coefficient à appliquer à la valeur nominale  $\bar{y}_j$  d'une variable aléatoire  $Y_j$  (son espérance ou un fractile) afin d'obtenir la valeur critique pour un état limite  $k$  donné. En notant  $\check{y}_{k,j}$  la composante  $j$  du point critique  $\check{y}_k$ , le coefficient de sécurité s'obtient par :

$$\gamma_{k,j} = \frac{\check{y}_{k,j}}{\bar{y}_j} \quad (13)$$

### 3 Application numérique

Une équerre en acier est optimisée afin de vérifier des limitations mécanique et dynamique. La configuration, présentée dans la figure 3(a), est inspirée par Kharmanda [5]. L'équerre, d'épaisseur  $e = 10mm$  est bloquée au

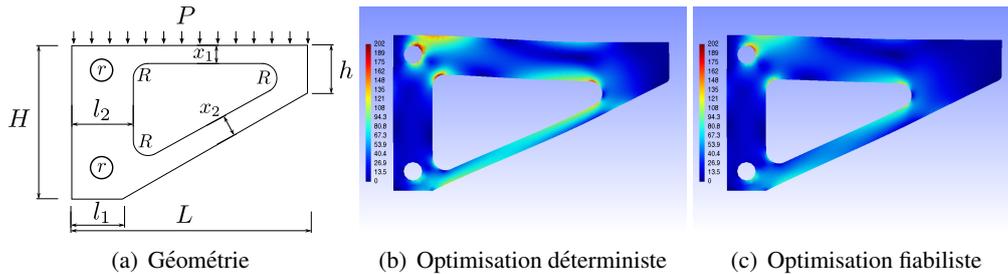


FIGURE 3 – Optimisation fiabiliste d'une équerre : géométrie, déformée (coefficient  $\times 30$ ) et champ de contrainte équivalente (en MPa) pour les résultats de l'optimisation déterministe et fiabiliste

niveau des deux trous de rayon  $r = 6mm$  et dont les centres respectifs ont pour coordonnées  $(l_1/2, H - l_1/2)$  et  $(l_1/2, l_1/2)$ . La hauteur et la longueur valent respectivement  $H = 100mm$  et  $L = 175mm$ . Les longueurs  $l_1, l_2$  et  $h$  sont prises égales à  $25mm$ . Le rayon de raccordement du perçage est  $R = 8mm$ . Les hauteurs  $x_1$  et  $x_2$  constituent alors les variables d'optimisation du problème et forment les deux composantes du vecteur  $\mathbf{x}$ .

Le matériau de la structure est un acier dont le module d'Young  $E$  est une variable aléatoire normale de moyenne  $m_E = 200GPa$  et de coefficient de variations  $cv_E = 10\%$ . Le coefficient de Poisson  $\nu$  est pris égal à  $0.2$ . La masse volumique de l'acier est prise égale à  $7850kg.m^{-3}$ . La structure, encastée au niveau des trous de rayon  $r$ , est soumise à un chargement uniforme  $P$  sur le bord supérieur. La norme de ce chargement est également incertaine. Elle est modélisée par une variable aléatoire gaussienne de moyenne  $m_P = 5.10^3N.m^{-1}$  et de coefficient de variation  $cv_P = 15\%$ .

Deux états limites sont pris en compte. Le premier mode de défaillance est défini par la contrainte équivalente maximale  $\sigma_{eq}(\mathbf{x})$  calculée dans la structure qui doit être inférieure à la limite élastique  $\sigma_{max} = 202MPa$ . Le mode de défaillance est fixé par le comportement dynamique de la structure. Pour satisfaire les conditions de fonctionnement, on exige que la première fréquence propre  $f_1$  de la structure soit supérieure à  $f_{min} = 57Hz$ . On cherche alors à déterminer le vecteur  $\mathbf{x}$  qui permet de minimiser la masse de la structure en satisfaisant ces contraintes de fiabilité. Formellement, le problème est défini par les équations 14.

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{masse}(\mathbf{x}) \\ \text{tel que : } \quad & P_{\mathbf{Y}} [f_1(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) - f_{min} \leq 0] \leq \Phi(-\beta^c) \\ & P_{\mathbf{Y}} [\sigma_{max} - \sigma_{eq}(\mathbf{x}, \mathbf{Y}) \leq 0] \leq \Phi(-\beta^c) \end{aligned} \quad (14)$$

avec  $\text{masse}(\mathbf{x})$  la masse de la structure pour la configuration  $\mathbf{x}$  donnée. L'indice de fiabilité cible requis est  $\beta^c = 3$ . Les dimensions initiales sont  $x_1 = x_2 = 25mm$  ce qui correspond à une masse de  $760g$ . Ici, l'évaluation des fonctions de performance requiert l'utilisation d'un logiciel de calcul de structures. L'optimisation déterministe est effectuée par une méthode de Programmation Séquentielle Quadratique, l'analyse de fiabilité par un algorithme HL-RF [7]. Le problème d'optimisation fiabiliste est ainsi résolu d'abord avec l'approche des Coefficients de Sécurité Optimaux (CSO). Puis ces résultats sont comparés à des résultats de référence obtenus à l'aide de la méthode SORA.

	Déterministe			Fiabilité				G eval
	$x_1^*$	$x_2^*$	masse( $\mathbf{x}^*$ )	$\check{x}_1$	$\check{x}_2$	masse( $\check{\mathbf{x}}$ )	$\beta(\check{\mathbf{x}})$	
CSO	24.8mm	7.6mm	583g	27.8mm	11.5mm	658g	(2.99 ; 2.99)	145
SORA	24.8mm	7.6mm	583g	27.9mm	11.4mm	658g	(2.99 ; 2.98)	236

TABLE 1 – Résultats de l'optimisation fiabiliste d'une équerre

Les deux méthodes conduisent aux mêmes coefficients de sécurité. Pour la restriction sur les contraintes admissibles, nous trouvons  $\gamma_E = 1$  et  $\gamma_F = 1.4$ . Quant à la restriction sur la première fréquence propre, les coefficients de sécurité à appliquer pour obtenir le niveau de fiabilité requis sont  $\gamma_E = 0.7$  et  $\gamma_F = 1$ .

Le tableau 1 récapitule les résultats obtenus avec les méthodes CSO et SORA. Nous pouvons constater que les deux résultats sont très proches et satisfont le niveau de fiabilité. Cette observation est satisfaisante car l'approche des Coefficients de Sécurité ne fournit qu'une solution approchée du problème de RBDO. Nous voyons ici que cette solution reste malgré tout de bonne qualité.

La dernière colonne du tableau présente le nombre d'appels au code éléments finis nécessaire à la résolution du problème d'optimisation fiabiliste. L'approche par Coefficients de Sécurité présente ainsi une réduction de ce nombre de simulations de l'ordre de 35%. Ces performances sont donc très satisfaisantes.

## 4 Conclusion

Une nouvelle méthode d'optimisation fiabiliste permettant de prendre en compte plusieurs fonctions de performances a été présentée. Son originalité réside dans le calcul itératif d'approximation de coefficients de sécurité optimaux et des paramètres de conception satisfaisant ces restrictions fiabilistes.

Son application à un problème de dimensionnement en ingénierie a montré sa capacité à fournir une solution de bonne qualité. Ces exemples montrent également que la séparation entre les phases d'optimisation et de traitement fiabiliste s'avère être une stratégie intéressante pour réduire le temps de calcul.

## Références

- [1] Aoues, Y., ChateauNeuf, A. 2010 Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization* **41** 277-294
- [2] Ditlevsen, O., Madsen, H.O. 2005 Structural Reliability Methods. *John Wiley & Sons*
- [3] Du, X., Chen, W. 2004 Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design. *J. Mech. Des.* **162** (2) 225-233
- [4] Hasofer, A.M., Lind, N.C. 1974 An exact and invariant first order reliability format. *J Eng Mech Div* **100** 111-121
- [5] Kharmandha, G., Olhoff, N. 2004 Optimum values of structural safety factors for a predefined reliability level with extension to multiple limit states. *Structural and Multidisciplinary Optimization* **27** 421-434
- [6] Lemaire, M. 2005 Fiabilité des structures - Couplage mécano-fiabiliste statique. *Hermès*
- [7] Liu, P., Der Kiureghian, A. 1991 Optimization algorithms for structural reliability. *Structural Safety* **9** 167-177
- [8] Papadrakakis, M., Lagaros, N.D., Plevris, V. 2005 Design optimization of steel structures considering uncertainties. *Engineering Structures* **27** (9) 1408-1418
- [9] Rackwitz, R. 2001 Reliability analysis - a review and some perspectives *Structural Safety* **23** 365-395
- [10] Rubinstein, R. 1981 Simulation and the Monte Carlo Method. *Wiley*
- [11] Wu, Y.T., Wang, W. 1998 Efficient probabilistic design by converting reliability constraints to approximately equivalent deterministic constraints. *J Integrated Des Process Sci* **2** 13-21