

Nager grâce à un mécanisme de torsion/flexion

C. Py^a, G. Oukhaled^a, A. Cebers^b, J. C. Bacri^a, J. M. Di Meglio^a

a. Laboratoire Matière et Systèmes Complexes, UMR 7057
CNRS & Université Paris Diderot, 75205 Paris Cedex 13

b. Institute of Physics, University of Latvia, Riga, Latvia

Résumé :

Nous présentons un nageur artificiel qui progresse grâce à un mécanisme original. Il consiste en un long cylindre de ferrogel dont les extrémités sont polarisées transversalement et en sens opposé. Placé à la surface d'un film d'eau et soumis à un champ magnétique oscillant, le ver ondule et nage. Alors que la brisure de symétrie résulte de l'inhomogénéité du champ magnétique, les ondulations du ver sont dues à une instabilité de torsion/flexion lorsque les moments magnétiques des extrémités tendent à s'aligner avec le champ appliqué. Les ondes de flexion ainsi excitées régissent alors les modes de nage du ver.

Abstract :

We present an artificial swimmer which propel himself through an original mechanism. It consists in a cylinder of ferrogel that is polarized transversely and in opposite directions at its extremities. When deposited at the surface of water and submitted to an oscillating magnetic field, the worm-like swimmer undulates and swims. Whereas symmetry breaking is due to the field gradient, the undulations of the worm result from a torsional buckling instability as the polarized ends tend to align with the applied magnetic field. The bending waves then govern the swimming modes of the worm.

Mots clefs : nage ; torsion ; flexion

1 Introduction

Contrairement aux nageurs macroscopiques, les micro-organismes tels que bactéries, cellules eucariotes ou autres nématodes, ne peuvent exploiter l'inertie pour se propulser en poussant derrière eux le fluide environnant et ont développé diverses stratégies alternatives [1, 2, 3, 4]. A bas nombre de Reynolds, les forces visqueuses sont en effet dominantes et un simple mouvement cyclique à un degré de liberté ne conduit à aucun déplacement effectif, un effet décrit par le *théorème de Scallop* introduit par Purcell [5]. Pour briser la symétrie temporelle, Purcell proposa l'idée de nageurs articulés à 3 segments subissant une séquence particulière de mouvements. Dans la nature, la brisure de symétrie est obtenue grâce à deux mécanismes principaux, la propagation d'une onde hélicoïdale via la rotation d'une flagelle, ou la déformation élastique du corps du nageur. Ces stratégies de locomotion demeurent un domaine de recherche actif, tant pour leur intérêt théorique [6, 7] que pour la conception de micro-robots biomimétiques [12, 13]. Nous présentons ici un nageur artificiel magnétique qui se propulse grâce à un mécanisme original de torsion/flexion jamais imaginé jusqu'ici.

2 Dispositif expérimental

La nageur consiste en un cylindre flexible de ferrogel à base de PVA (poly-vinyl-alcohol, Sigma-Aldrich) réticulé avec du glutaraldéhyde (Sigma-Aldrich) dans lequel sont incorporées 10% en poids de particules ferromagnétiques d'oxyde de fer de taille micrométrique. Avant réticulation, le ferrogel est coulé dans des moules cylindriques de diamètre $2R = 1$ mm et longueur $10 < L < 50$ mm. Une fois réticulé, le gel

est extrait des moules et rincé à l'eau pour ôter toute trace de réactifs. Afin de procurer des propriétés magnétiques permanentes au nageur, un aimant est placé à chacune de ses extrémités, en sens opposé. Sur une région $a = 5$ mm, les particules prises dans le gel acquièrent alors un moment magnétique permanent orienté perpendiculairement à l'axe du cylindre, et en sens contraire pour chaque extrémité, voir Fig. 1(a). La densité d'aimantation M , mesurée selon la méthode de Foner, vaut 1.5 Gauss. Le ver artificiel est alors déposé à la surface d'un bain d'eau dans une boîte de Petri, et placé entre deux bobines en configuration de Helmholtz (Fig.1(b)). Soumises à un courant alternatif, les bobines génèrent un champ magnétique vertical oscillant, d'intensité B et de fréquence f .

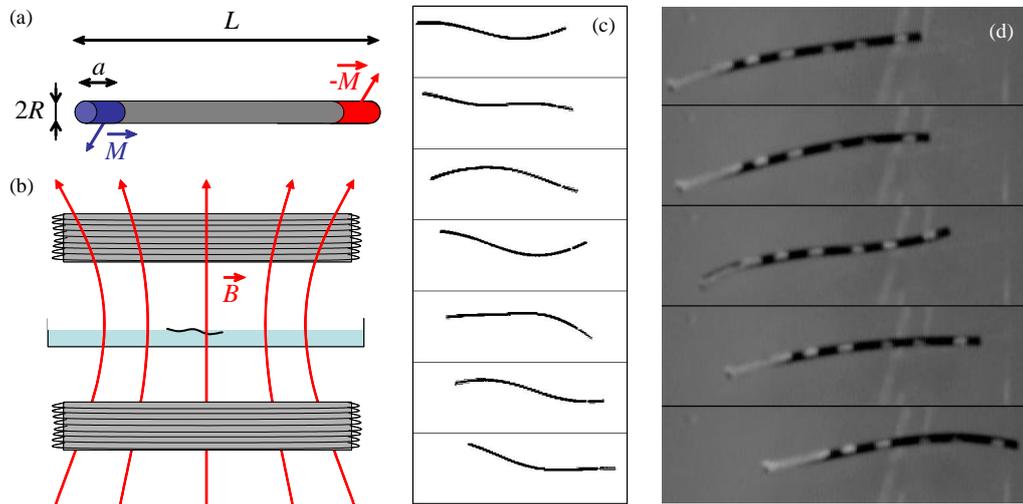


FIGURE 1 – (a) Schéma du nageur magnétique. Les zones colorées représentent les régions polarisées. (b) Dispositif expérimental : la nageur est placé à la surface d'un bain d'eau entre deux bobines en configuration de Helmholtz, créant un champ magnétique vertical B . (c) Vues du dessus du nageur soumis à un champ magnétique oscillant ($f = 1$ Hz, $B = 50$ Gauss, $L = 35$ mm). Les images sont seuillées pour une meilleure visualisation. Une onde de flexion, se propageant de la tête vers la queue, permet au ver de progresser. (d) Des pointillés blancs tracés le long du corps du ver révèlent que celui-ci se tord selon son axe lorsqu'il nage en ondulant ($f = 1$ Hz, $B = 100$ G, $L = 30$ mm).

3 Seuil de nage ondulante

Soumis à un champ magnétique constant (*i.e* $f = 0$ Hz), le ver dérive du centre vers le bord du récipient, sans se déformer. Sa vitesse de déplacement est faible (≈ 0.2 mm.s⁻¹) et proportionnelle à l'intensité B du champ magnétique. Le mouvement est dû ici à l'existence d'un gradient radial de la composante horizontale du champ magnétique (gradient de 30 % du centre au bord du récipient). Une force magnétique, proportionnelle au gradient, et donc à l'amplitude du champ, s'exerce alors sur les particules ferromagnétiques du nageur (sur toute sa longueur, pas uniquement ses extrémités) et pousse celui-ci du centre vers le bord du récipient.

Sous champ magnétique oscillant, le ver ondule (Fig. 1(c)) et nage, toujours vers le bord du récipient, mais à vitesse beaucoup plus élevée. En fait, ceci ne se produit qu'au-delà d'une valeur critique du champ magnétique appliqué, notée B_c (Fig. 2). En-dessous de cette valeur, le ver dérive lentement sans onduler, comme lorsqu'il est soumis à un champ constant.

Afin de déterminer l'origine de l'ondulation du ver, des points blancs ont été tracés le long du corps du ver. Ceux-ci permettent de visualiser la déformation tri-dimensionnelle du ver lorsqu'il nage et révèlent que le ver se tord selon son axe quand il ondule, Fig. 1(d). Les moments magnétiques des extrémités du ver tendent en effet à s'aligner avec le champ vertical appliqué, et comme ceux-ci sont orientés en sens opposé, cela conduit à une torsion du cylindre de ferrogel. Au delà d'un certain seuil, la torsion d'une tige élastique provoque son flambage, un effet connu sous le nom de problème de Greenhill [14]. Une tige élastique sous torsion flambe sous la forme d'une hélice en trois dimensions. Ici, le nageur

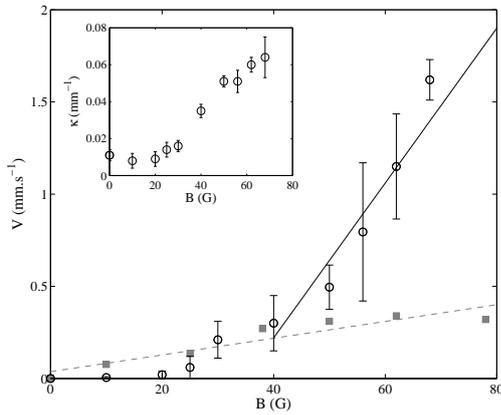


FIGURE 2 – Vitesse de nage V du ver en fonction de l'intensité B du champ magnétique appliqué, pour un champ constant (carrés) et pour un champ oscillant à $f = 1$ Hz (cercles). La longueur du ver est $L = 15.6$ mm. Le champ critique B_c est ici de 40 G. En insert : courbure maximale du ver, κ , en fonction de l'intensité du champ magnétique, pour $f = 1$ Hz.

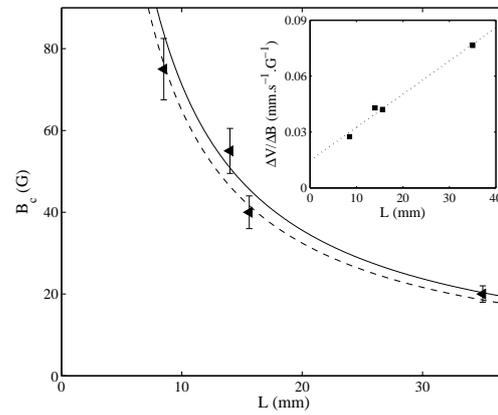


FIGURE 3 – Champ critique B_c en fonction de la longueur L du ver ($f = 1$ Hz). Ligne pointillée : ajustement des données selon $B_c = \alpha/L$ ($\alpha = 649$ G.mm); ligne continue : modèle, Eq. 2, avec valeurs expérimentales des paramètres : $E = 1.36$ kPa, $R = 0.5$ mm, $a = 5$ mm, $M = 1.5$ G (pas de paramètre ajustable). En insert : variation de vitesse au-delà du seuil avec le champ magnétique en fonction de la longueur du nageur.

étant contraint dans le plan de la surface libre du liquide par la tension de surface, la déformée du ver est plus proche de la projection sur un plan d'une hélice, soit une forme quasi-sinusoidale.

Pour tester l'hypothèse selon laquelle la torsion alternative du nageur sous champ oscillant est à l'origine des ondes de flexion qui le font nager, le champ critique B_c est mesuré pour différentes longueurs (Fig. 3). L'énergie élastique totale d'une tige de module d'Young E et module de torsion C s'écrit

$$E_{el} = \frac{1}{2}EI \int_0^L \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 ds + \frac{1}{2}C \int_0^L \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 ds, \quad (1)$$

avec $I = \pi R^4/4$ le moment d'inertie et s l'abscisse curviligne le long de la tige [15]. Le premier terme correspond à l'énergie de flexion, θ étant l'angle local de courbure, et le second terme à l'énergie de torsion, avec ϕ l'angle local de torsion. Les deux termes sont proportionnels à EI/L . La tige est soumise à un couple de torsion due à l'interaction des moments magnétiques des extrémités avec le champ B appliqué. Ce couple a pour module $T = \|\pi R^2 a \vec{M} \wedge \vec{B}\|$, avec $\pi R^2 a$ le volume des régions polarisées, et M la densité d'aimantation. La simple comparaison de ces deux énergies, élastique et magnétique, montre que le couple de torsion critique au-delà duquel la tige flambe est proportionnel à EI/L et par conséquent le champ critique B_c varie comme $ER^2/(aML)$. Un modèle théorique plus détaillé (non présenté ici), basé sur les équations de l'élasticité couplées à un moment magnétique, permettent de calculer le préfacteur manquant dans la relation précédente. Le champ critique s'écrit alors

$$B_c = \frac{\pi ER^2}{2aML}. \quad (2)$$

Cette prédiction est comparée aux résultats expérimentaux de B_c en fonction de la longueur du nageur, voir Fig. 3. Un très bon accord qualitatif et quantitatif est obtenu, ce qui permet d'affirmer que la torsion du ver liée à l'interaction de ses extrémités polarisées avec le champ magnétique appliqué est à l'origine des ondes de flexion qui l'animent. On peut remarquer que la dépendance de B_c en R^2/aL est favorable à la miniaturisation puisque le champ critique est indépendant des dimensions du nageur. Par ailleurs, il faut noter que la nature propagative de ces ondes de flexion, propriété qui permet au ver de progresser, provient de la dissymétrie du couple de torsion appliqué de part et d'autre du nageur, résultant du gradient radial de champ magnétique. Ce gradient est ici inhérent au dispositif

expérimental, mais on peut produire ce même effet de brisure de symétrie tête/queue en aimantant avec une intensité différente les deux extrémités.

Au-delà du champ critique, la vitesse de nage croît avec le champ appliqué, selon une pente vingt fois plus grande qu'en dessous de B_c (Fig. 2). Cette augmentation est liée à une hausse de la courbure du corps du ver avec B , Fig. 2 (insert). Au-delà de B_c , l'augmentation de la vitesse avec B est en effet due à l'augmentation du couple de torsion et donc à la flexion du ver à travers l'instabilité élastique. Comme l'énergie élastique totale ($\sim EI/L$) est inversement proportionnelle à la longueur, cet effet est d'autant plus prononcé pour un nageur plus long (Fig. 3 (insert)). Cette augmentation de la pente $\Delta V/\Delta H$ avec L résulte en fait de la somme de deux effets : l'augmentation de la flexibilité de la tige avec L comme précédemment expliqué, et le fait que le gradient de champ magnétique, et donc la différence de couple de torsion de part et d'autre du ver (à l'origine de la brisure de symétrie), croît également avec la longueur.

4 Modes de déformation et comportement dynamique du nageur

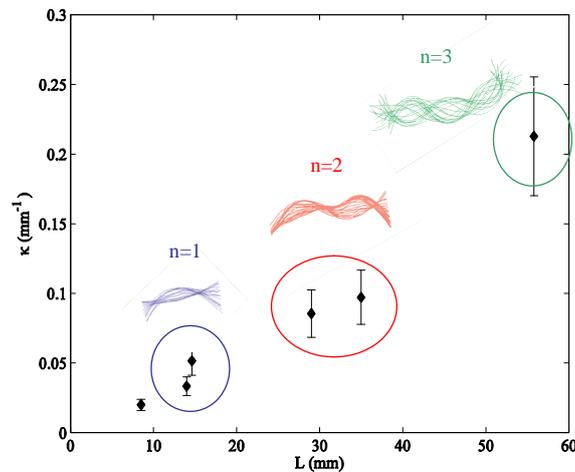


FIGURE 4 – Courbure du nageur en fonction de sa longueur, pour $B = 50$ G et $f = 1$ Hz. Les inserts sont des superpositions des formes successives du nageur sur une période, mettant en évidence les différentes déformées modales obtenues.

Lorsque l'on fait croître la longueur du nageur (à des valeurs de B et de f fixes), on observe différents modes d'ondulation, caractérisés par le nombre n de ventres (Fig. 4). Ces modes de déformation successifs sont associés à une courbure d'autant plus grande que L augmente. L'apparition des modes 2 et 3 ne peut pas s'expliquer par l'instabilité torsion/flexion, car ceux-ci nécessiteraient un angle de torsion plan grand que π ce qui, en pratique n'est pas possible ici : si les moments magnétiques des extrémités sont alignés avec le champ appliqué (ce qui se produit pour un angle de π), le couple de torsion s'annule et aucune rotation supplémentaire ne peut avoir lieu. Il faut donc chercher une autre source d'explication à ces modes, ce que nous faisons maintenant en étudiant la dynamique de nage du ver.

L'amplitude de courbure et la vitesse de nage sont mesurées en fonction de la fréquence du champ appliqué, pour L et B fixes, Fig. 5. Tous deux croissent à peu près linéairement avec f jusqu'à $f = 5$ Hz, où ils atteignent un pic, puis décroissent. La courbe de l'amplitude présente un pic prononcé et ressemble à une courbe de résonance. Comparons cette fréquence de pic aux fréquences propres de vibration d'une tige élastique. Deux modes principaux de vibration peuvent être pertinents ici : les modes de flexion et les modes de torsion (ou un couplage entre les deux). Pour les modes de flexion, les conditions limites pour une tige aux extrémités libres, en mode 2 (le mode observé à toutes les fréquences sur la Fig. 5), imposent $kL = 7.85$, k étant le nombre d'onde. Associé à la relation de dispersion $\omega = \beta k^2$ ($\beta = \sqrt{EI/(\rho\pi R^2)}$, avec $\rho = 1050$ kg.m⁻³ la masse volumique du gel), la fréquence

propre s'écrit [16]

$$f_{n=2} = \frac{9.82\beta}{L^2}. \quad (3)$$

Avec les valeurs des paramètres précédemment données, et $L = 29$ mm, $f_{n=2}$ est ici égal à 3.44 Hz, proche de la fréquence de pic expérimentale à 5 Hz. La fréquence propre du mode de torsion pour $n = 2$ est, elle, de l'ordre de 230 Hz : les modes de torsion seuls ne sont donc pas pertinents pour rendre compte de la dynamique du nageur magnétique. Cependant, un couplage entre les modes de flexion (prédominants) et les modes de torsion peuvent expliquer que la fréquence de pic soit plus élevée que la fréquence propre du mode de flexion pure.

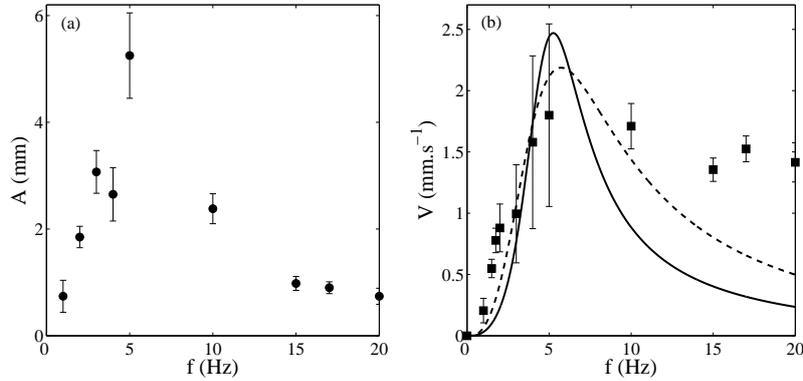


FIGURE 5 – Amplitude de courbure A (a) et vitesse du nageur V (b) (moins la vitesse à $f = 0$ Hz, 0.23 mm.s^{-1}) en fonction de la fréquence f du champ magnétique oscillant ($B = 50$ G, $L = 29$ mm). Ligne continue : le modèle, Eq. 4 avec $c = 2$ [2], avec uniquement le mode 2 pris en compte; ligne pointillée : le modèle prenant en compte le mode 2 jusqu'à 10 Hz et le mode 3 à partir de 15 Hz.

L'évolution de la vitesse de nage avec la fréquence appliquée peut maintenant être expliquée grâce à un modèle classique de cinématique. La fréquence de coupure entre le régime inertiel et visqueux, $f_c = 2\eta/\rho\pi r^2$ (avec η la viscosité de l'eau), est ici de l'ordre de 2,6 Hz : sur la plage de fréquence étudiée, nous sommes donc dans un régime mixte où les effets visqueux et inertiels cohabitent. Comme la progression du ver se fait à des nombres de Reynolds relativement faibles (de 0,3 à 2 et de 1 à 20, respectivement pour le mouvement longitudinal et transversal), nous avons choisi de traiter le fluide comme étant à bas nombre de Reynolds pour la prédiction de la vitesse de nage, bien que le mouvement de flexion du nageur soit principalement dominé par l'inertie. Équilibrer les forces longitudinales qui agissent sur un ver allongé sinusoïdal, soumis à des frottements purement visqueux, permet d'exprimer la vitesse de progression comme

$$V = \frac{\omega}{k} \frac{\tilde{A}^2 k^2 (c-1)}{\left(2 + \tilde{A}^2 k^2 (c-1/2)\right)}, \quad (4)$$

avec \tilde{A} , $\omega = 2\pi f$, et k , respectivement l'amplitude, la pulsation et le nombre d'onde de l'onde propagative et c le rapport des coefficients de friction transverse et longitudinal, voir [4] et à l'origine [17]. Dans l'équation ci-dessus, k est obtenu à partir de la longueur d'onde mesurée sur la superposition des formes successives du nageur (*cf* Fig. 4). Le principal mode de déformation est le mode 2 pour toutes les fréquences jusqu'à 10 Hz, mais un mélange de modes 2 et 3 est observé à partir de 15 Hz, conduisant à deux valeurs possibles du nombre d'onde dans l'équation 4 à haute fréquence. L'amplitude \tilde{A} à considérer dans l'Eq. 4 est celle de la composante propagative de l'onde de flexion animant le ver : l'onde est en effet essentiellement stationnaire dans notre cas, avec une partie propagative estimée ici à 18% de l'amplitude totale mesurée (basé sur un gradient de champ magnétique de 18% le long du corps du nageur). Ce modèle est comparé aux résultats expérimentaux sur la Fig. 5(b) et montre un assez bon accord, compte tenu du fait qu'il n'y a pas de paramètres ajustables. Les principales caractéristiques de la dynamique de nage peuvent donc être expliquées par un modèle cinématique simple basé sur un frottement visqueux associé aux modes de flexion d'une tige élastique. La prise en

compte du mode 3 à partir de 15 Hz donne un meilleur accord que lorsque seul le mode 2 est considéré pour toutes les fréquences. Toutefois, le modèle sous-estime la vitesse de nage à haute fréquence. Un autre modèle a été développé, où l'on considère un frottement visqueux pour le mouvement longitudinal et un frottement inertiel pour le mouvement transversal, sans grande influence sur les résultats quantitatifs.

5 Conclusions

Nous avons conçu un nouveau nageur magnétique qui progresse grâce à un mécanisme original : création d'une onde de flexion par une instabilité de torsion/flexion, et propagation de cette onde en brisant la symétrie tête/queue du couple de torsion appliqué. La dynamique de la nage est alors principalement régie par les modes de flexion de la tige élastique équivalente. Bien que les expériences soient ici effectuées à l'échelle macroscopique, le mécanisme de nage est entièrement adaptable à l'échelle microscopique.

Références

- [1] G. Taylor 1951 Analysis of the swimming of microscopic organisms. *Proc. R. Soc. A.* **209**, 447.
- [2] J. Lighthill 1976 Flagellar Hydrodynamics. *SIAM Rev.* **18**, 161.
- [3] H. C. Berg, L. Turner 1979 Movements of microorganisms in viscous environments. *Nature* **278**, 349.
- [4] R. M. Alexander 2002 Locomotion. In *The Biology of Nematodes* (ed. D. L. Lee) Ch. 13, Taylor and Francis Inc.
- [5] E. M. Purcell 1977 Life at low Reynolds number. *Am. J. Phys.* **45**, 3.
- [6] D. Tam, A. E. Hosoi 2007 Optimal Stroke Patterns for Purcell's Three-Link Swimmer. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 068105.
- [7] L. Becker, S. Koehler, H. Stone 2003 On self-propulsion of micro-machines at low Reynolds number : Purcell's three-link swimmer. *J. Fluid Mech.* **490**, 15.
- [8] H. C. Berg, R. A. Anderson 1973 Bacteria swim by rotating their flagellar filaments. *Nature* **245**, 382.
- [9] E.M.Purcell 1997 The efficiency of propulsion by a rotating flagellum. *Proc .Natl. Acad. Sci. USA.* **94**, 11307.
- [10] O. Pironneau, D.F. Katz 1974 Optimal swimming of flagellated micro-organisms. *J. Fluid Mech.* **66**, 391-415.
- [11] C.H. Wiggins, R.E. Goldstein 1998 Flexive and Propulsive Dynamics of Elastica at Low Reynolds Number. *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3879.
- [12] J. J. Abbott, K. E. Peyer, M. C. Lagomarsino et al. 2009 How Should Microrobots Swim? *The International Journal of Robotic Research*, **28**, 1434-1447.
- [13] R. Dreyfus, J. Baudry, M. L. Roper et al. 2005 Microscopic artificial swimmers. *Nature* **437**, 862.
- [14] A. G. Greenhill 1883 On the strength of shafting when exposed both to torsion and to end thrust. *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 182-225.
- [15] L. D. Landau, E. M. Lifshitz 1986 *Theory of Elasticity* Pergamon Press, Oxford, 3rd ed.
- [16] M. Lalanne, P. Berthier, J. der Hagopian 1983 *Mechanical Vibrations for Engineers* Wiley-Interscience.
- [17] J. Gray, G. J. Hancock 1955 The propulsion of sea urchin sperm. *J. Exp. Biol.* **41**, 135-154.