

Tassement d'un milieu granulaire : chargement surfacique et chargement volumique

P. PHILIPPE^a, F. BONNET^a et F. NICOT^b

a. Cemagref, OHAX, 3275 route de Cézanne CS40061, 13182 Aix-en-Provence Cedex 5

b. Cemagref, ETNA, 2 rue de la Papeterie BP76, 38401 Saint-Martin d'Hères

Résumé :

Dans un sol granulaire immergé, un tassement du matériau peut être obtenu par différents modes de chargement : un chargement en surface, par ajout d'un surpoids, ou un chargement en volume induit par un écoulement hydraulique interne. Cet article présente les prédictions théoriques dans chacune de ces deux situations en termes de tassement cumulé, de profil vertical de déplacement et de profil vertical de compacité. La confrontation à des mesures expérimentales montre un accord satisfaisant avec la théorie.

Abstract :

The settlement of an immersed granular material can be achieved either by a boundary loading, when adding an overload at the top surface of the medium, or by a volume loading induced by an extra body force due to a downward hydraulic flow. This paper investigates theoretical predictions for both loading modes in terms of overall settlement, vertical displacement profile and solid volume fraction profile. The results are confronted to experimental results and a satisfying agreement is obtained.

Mots clefs : tassement, matériau granulaire, compression, vélocimétrie par corrélation d'images

1 Introduction

Contrôler le tassement d'un sol induit par un chargement est une préoccupation majeure en génie civil, en particulier lors de la construction d'immeubles ou d'infrastructures massives qui exercent à la surface du sol des contraintes importantes. Le premier travail de modélisation du tassement d'un sol est dû à Boussinesq [1]. L'approche se base sur un comportement élastique du matériau et permet d'obtenir une formule simple pour le tassement. Mais la réalité est plus complexe qu'un simple comportement élastique, en particulier dans le cas d'un sol granulaire où, à l'échelle de la microstructure, de nombreux mécanismes (glissement et roulement entre grains, attrition, broyage) rendent la déformation irréversible [2,3]. De ce fait, le module de déformation augmente avec la contrainte appliquée et il a été proposé de le modéliser par une loi de puissance [4,5] :

$$E = K \left(\frac{p'}{p_0} \right)^n \text{ avec } 0 < n \leq 1 \quad (1)$$

La pression effective p' est la contrainte verticale appliquée au squelette granulaire dans le cas d'un empilement immergé de grains.

En pratique, la compressibilité des sols en fonction du temps et de la contrainte appliquée est évaluée par l'essai oedométrique qui est ensuite interprété à l'aide d'une loi empirique reliant linéairement la variation d'indice des vides au logarithme de la contrainte effective appliquée. Le coefficient de proportionnalité C_c est appelé coefficient de compressibilité. Cette loi se retrouve analytiquement à partir de l'équation (1) dans le cas où $n=1$. Pour un sol granulaire, les effets du temps sont négligeables et le tassement est indépendant du taux de chargement.

Cet essai ne permet cependant d'analyser que le cas d'un chargement imposé à la surface de l'échantillon et suffisant grand devant le poids propre pour que la contrainte verticale soit supposée homogène dans tout

l'échantillon. Mais très peu de travaux ont abordé l'influence du mode de chargement, en particulier dans le cas où la contrainte induite par le chargement est du même ordre de grandeur que le poids propre du matériau [6-8]. C'est l'objectif de cet article qui compare le tassement par un chargement « classique » en surface au tassement induit en volume par un écoulement hydraulique, tant du point de vue théorique (paragraphe 2) qu'expérimental (paragraphe 3).

2 Théorie

En conditions oedométriques, l'incrément de déformation volumique $d\varepsilon$ est relié à l'incrément de pression effective dp' par la relation $dp' = E d\varepsilon$ où le module E est celui modélisé par l'équation (1). On se limitera ici au cas où $n=1$ et on négligera tout effet de frottement aux parois latérales. Des détails sur le cas $0 < n < 1$ et sur la prise en compte du frottement aux parois latérales par la théorie de Janssen pourront être trouvés dans [9].

L'échantillon de sol granulaire considéré est de section constante S . Partant d'une situation de référence où le milieu est homogène, d'épaisseur H_0 et de fraction volumique Φ_0 , et où la contrainte verticale effective est notée σ'_{v0} , la forme intégrée de la déformation volumique locale obtenue à partir de l'équation (1) s'écrit :

$$\varepsilon = \Phi_0 C_c \ln \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v0}} \right) \quad (2)$$

La contrainte effective de référence σ'_{v0} est imposée par le poids propre des grains et vaut :

$$\sigma'_{v0}(y) = -\Phi_0 (\rho_g - \rho_w) g (H_0 - y) \quad (3)$$

Il convient à présent de calculer pour chacun des deux chargements considérés la nouvelle contrainte verticale effective et de l'injecter dans l'équation (2).

2.1 Tassement induit par un chargement en surface

Après le tassement induit par l'ajout d'une surcharge $\Delta\sigma$ à la surface supérieure de l'échantillon, le milieu est caractérisé par une épaisseur H_σ et une fraction volumique Φ_σ . En supposant que les variations de fraction volumique restent limitées dans l'échantillon, on obtient pour la contrainte effective appliquée :

$$\sigma'_v(y) \approx -\Phi_\sigma (\rho_g - \rho_w) g (H_\sigma - y) - \Delta\sigma \quad (4)$$

En supposant en outre que $H_0 - H_\sigma \ll H_0$, une bonne approximation de la déformation volumique locale obtenue à partir de l'équation (2) est donnée par :

$$\varepsilon(y) \approx \Phi_0 C_c \ln \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\Phi_0 (\rho_g - \rho_w) g (H_0 - y)} \right) = \Phi_0 C_c \ln \left(1 + \frac{\Delta}{1 - y/H_0} \right) \quad (5)$$

Où l'on a introduit une charge adimensionnée Δ définie par :

$$\Delta = \frac{\Delta\sigma}{\Phi_0 (\rho_g - \rho_w) g H_0} \quad (6)$$

De l'équation (5) et de la conservation locale de la masse, on déduit le profil vertical de fraction volumique :

$$\Phi_\sigma(y) = \frac{\Phi_0}{1 - \Phi_0 C_c \ln \left(1 + \frac{\Delta}{1 - y/H_0} \right)} \quad (7)$$

Ainsi que le profil vertical de déplacement :

$$u_{\sigma}(y) = \int_0^y \varepsilon(y') dy' \approx \Delta H^* \left[(1+\Delta) \ln(1+\Delta) + \left(1 - \frac{y}{H_0}\right) \ln\left(1 - \frac{y}{H_0}\right) - \left(1 + \Delta - \frac{y}{H_0}\right) \ln\left(1 + \Delta - \frac{y}{H_0}\right) \right] \quad (8)$$

Et le tassement cumulé :

$$\Delta H_{\sigma} = H_0 - H_{\sigma} \approx \Delta H^* \left[(1+\Delta) \ln(1+\Delta) - \Delta \ln(\Delta) \right] \quad (9)$$

Ces résultats font apparaître un tassement caractéristique ΔH^* qui vaut :

$$\Delta H^* = H_0 \Phi_0 C_c \quad (10)$$

2.2 Tassement induit par un chargement en volume

Après le tassement induit par un écoulement hydraulique stationnaire dirigé selon la gravité, le milieu est caractérisé par une épaisseur H_f et une fraction volumique Φ_f . Le milieu étant initialement homogène, on peut supposer que le gradient de pression dynamique créé par l'écoulement est constant dans le milieu, égal au rapport entre la perte de pression dynamique ΔP_{dyn} et l'épaisseur H_f . On en déduit alors l'expression suivante pour la contrainte verticale effective :

$$\sigma'_f(y) = -\Phi_f (\rho_g - \rho_w) g (H_f - y) - \frac{\Delta P_{dyn}}{H_f} (H_f - y) \quad (11)$$

Le milieu reste ici homogène et l'équation (2) peut être appliquée cette fois à la totalité de l'échantillon. On en déduit alors les expressions suivantes pour la fraction volumique Φ_f , le profil vertical de déplacement $u_f(y)$ et le tassement cumulé $\Delta H_f = H_0 - H_f$:

$$\Phi_f = \frac{\Phi_0}{1 - \Phi_0 C_c \ln(1+\Delta)} \quad (12)$$

$$u_f(y) = \frac{\Delta H_f}{H_f} y \quad (13)$$

$$\Delta H_f = \Delta H^* \ln(1+\Delta) \quad (14)$$

Où l'on définit ici encore une charge adimensionnée Δ donnée cette fois-ci par :

$$\Delta = \frac{\Delta P_{dyn}}{\Phi_f (\rho_g - \rho_w) g H_f} = \frac{\Delta P_{dyn}}{\Phi_0 (\rho_g - \rho_w) g H_0} \quad (15)$$

Le terme de droite est obtenu à partir de la conservation de la masse qui s'écrit ici $\Phi_0 H_0 = \Phi_f H_f$.

3 Vérification expérimentale

3.1 Dispositif et protocole de mesure

Les expériences ont été réalisées dans une cellule parallélépipédique à parois transparentes de dimensions internes 20×5×40cm (largeur×profondeur×hauteur). La cellule est d'abord remplie en eau avant qu'une masse de 2kg de sable y soit introduite. Il s'agit du sable d'Hostun HN0.4/0.8 de masse volumique $\rho_g = 2,65 \text{ g.cm}^{-3}$ et de granulométrie comprise entre 0,4 et 1mm avec une valeur moyenne autour de 0,6mm. La cellule est ensuite fermée et placée en série avec une pompe à engrenages assurant un écoulement ascendant ou descendant dans le milieu granulaire avec un débit Q maintenu constant. Des diffuseurs sont installés en entrée et en sortie de la cellule afin d'homogénéiser l'écoulement. Ce dispositif est décrit plus en détails dans les références suivantes [10,11].

L'empilement de départ est réalisé par fluidisation initiale de l'échantillon de sable suivie d'une déposition progressive par diminution du débit. On obtient de cette façon un empilement bien reproductible, d'épaisseur constante, avec une surface plane et une fraction volumique initiale $\Phi_0 = 0,53 - 0,535$.

Le chargement volumique est obtenu très simplement en changeant uniquement le sens de l'écoulement dans la cellule à l'aide d'un système de vannes et en imposant ainsi un débit constant Q .

Le chargement surfacique est plus délicat à mettre en place. Il nécessite l'ouverture de la cellule par sa face du haut et sa vidange jusqu'à la surface supérieure de l'échantillon de sable. Une pièce de guidage parallélépipédique de section légèrement inférieure à la section intérieure de la cellule est alors posée délicatement sur la couche de sable créant ainsi un premier chargement surfacique de faible amplitude. Des chargements plus importants sont obtenus ensuite en posant des masses sur la pièce de guidage dont le sommet est à l'extérieur de la cellule. Toutefois, la pièce de guidage a tendance à basculer très légèrement et à venir ainsi frotter sur une ou plusieurs parois latérales de la cellule. En conséquence, d'une part une fraction de la surcharge est reprise par ce frottement aux parois et d'autre part, du fait du basculement de la pièce de guidage, le chargement n'est plus réparti de façon uniforme sur la surface supérieure du sol. Les résultats obtenus avec ce mode de chargement sont donc plus éloignés du cadre théorique présenté au paragraphe précédent.

Le sable utilisé a une perméabilité élevée et on a pu vérifier que sa consolidation était bien instantanée. Les mesures de tassement sont donc réalisées à partir de deux photographies prises avant et après chargement. On mesure alors H_σ ou H_f et un traitement d'images de type CIV (Correlation Image Velocimetry) réalisé avec le logiciel DPIVsoft [12] permet d'obtenir le champ de déplacement (figure 1a). Des effets de bords sont observés au niveau des parois latérales (figure 1b) du fait de l'écoulement hydraulique qui n'est pas parfaitement uniforme (fluidisation initiale et chargement en volume) et du fait du frottement latéral de la pièce de guidage (chargement en surface). On exclue donc les zones à proximité des parois latérales au profit de la zone centrale dans le calcul du profil vertical moyen de déplacement $u(y)$ tiré du champ de déplacement.

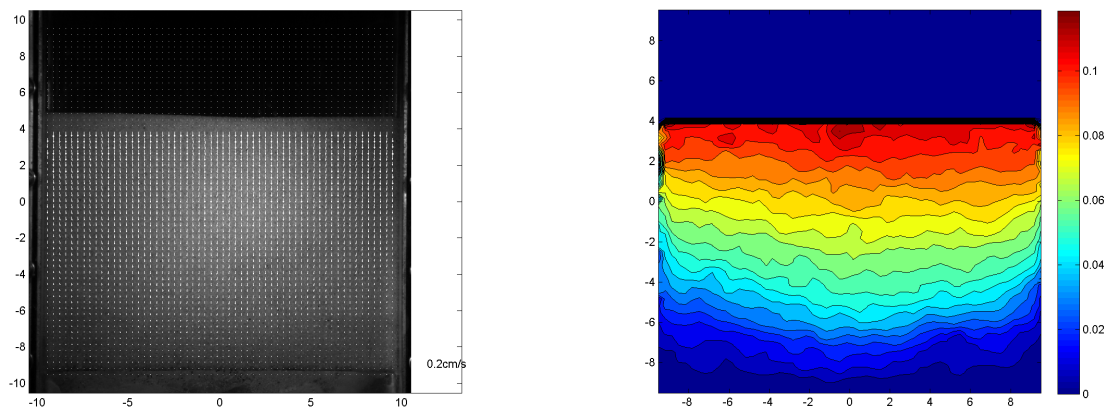


FIG. 1 – a) Champ de déplacement obtenu par chargement volumique avec un débit $Q = 155 \pm 6 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$; b) Courbes iso-valeurs de l'amplitude du déplacement obtenu à partir du champ a).

3.2 Confrontation entre mesures expérimentales et théorie

La figure 2 présente les tassements cumulés mesurés pour les deux modes de chargement en fonction de la charge adimensionnée Δ donnée soit par l'équation (6) dans le cas du chargement surfacique, soit par l'équation (15) dans le cas du chargement volumique. Dans ce dernier cas, on utilise la loi de Darcy couplée à l'expression empirique de la perméabilité de Carman-Kozeny pour déduire le gradient de pression dynamique du débit imposé Q . Les prédictions théoriques de ΔH_σ et ΔH_f données respectivement par les équations (9) et (14) présentent un accord satisfaisant avec ces mesures. Le paramètre d'ajustement est le coefficient de compressibilité C_c dont la valeur de l'ordre de $C_c \sim 1,2 - 1,3 \cdot 10^{-2}$ varie légèrement d'une série de mesures à l'autre du fait d'un certain vieillissement des grains de sable.

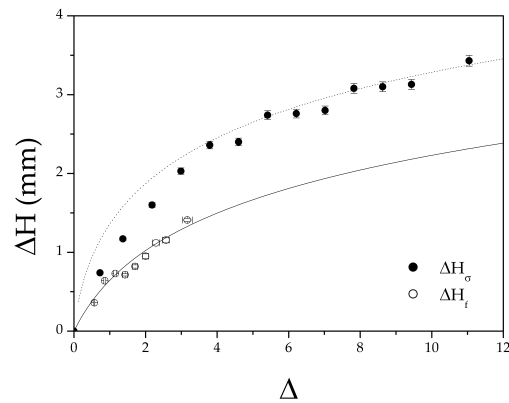


FIG. 2 – Tassement cumulé en fonction de la charge adimensionnée pour les deux modes de chargement. Les lignes en trait pointillé et en trait plein correspondent aux prédictions théoriques des équations (9) et (14).

Les profils verticaux de déplacement obtenus pour différentes charges en chargement surfacique sont présentés sur la figure 3 ainsi que les prédictions théoriques correspondant à l'équation (8). Il y a accord qualitatif quant à la forme des courbes mais non quantitatif pour les plus faibles chargements. Ceci s'explique par les problèmes spécifiques liés au protocole et déjà évoqués ci-dessus.

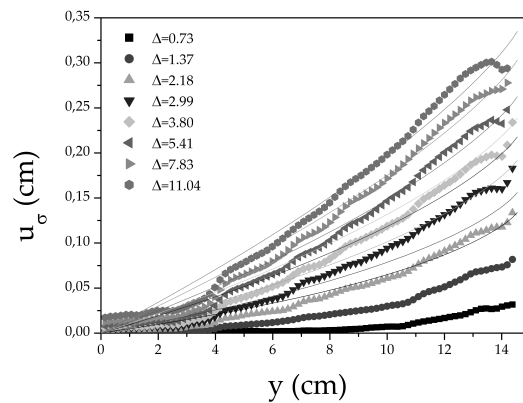


FIG. 3 – Profils verticaux moyens de déplacement en chargement surfacique pour différentes valeurs de la charge adimensionnée Δ . Les lignes correspondent aux prédictions théoriques données par l'équation (8).

La figure 4 présente des résultats similaires obtenus cette fois en chargement volumique. L'accord est ici très bon, validant quantitativement le comportement linéaire prédit par l'équation (13).

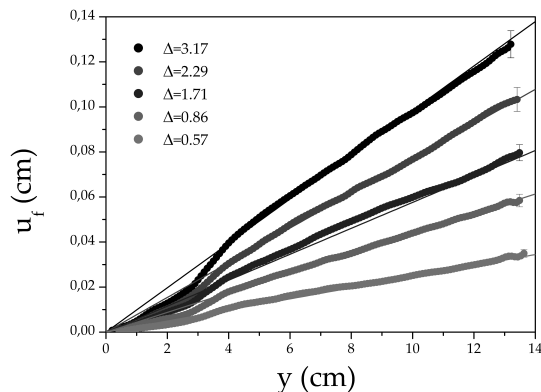


FIG. 4 – Profils verticaux moyens de déplacement en chargement volumique pour différentes valeurs de la charge adimensionnée Δ . Les lignes correspondent aux prédictions théoriques données par l'équation (8).

On notera sur ces deux figures (3 et 4) des valeurs plus faibles du déplacement à la base de l'échantillon, approximativement dans la zone $0 < y < 4 \text{ cm}$. Il s'agit uniquement d'un artefact dû à l'état de surface dégradé (nombreuses rayures et abrasion) de la paroi intérieure de la cellule dans cette région qui perturbe significativement le traitement d'image CIV.

4 Conclusion

Cet article développe le calcul théorique du tassement d'un matériau granulaire soumis à deux modes de chargement distincts : chargement en surface par ajout d'une surcharge à la frontière supérieure de l'échantillon et chargement en volumique induit par un écoulement hydraulique descendant à l'intérieur du milieu. Des différences notables sont obtenues en termes de profil vertical de compression et de tassement cumulé entre ces deux chargements. Des expériences ont également été réalisées à l'aide d'un dispositif original permettant les deux types de chargements dans une même cellule. L'accord entre théorie et expériences est satisfaisant et valide ainsi la modélisation proposée.

Références

- [1] Boussinesq J., Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques, Gauthier-Villard, Paris, 1885.
- [2] Leung C.F., Lee F.H. and Yet N.S., The role of particle breakage in pile creep in sand, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 33, pp. 888-898, 1996.
- [3] McDowell G.R., Bolton M.D. and Robertson D., The fractal crushing of granular materials, Journal of Mechanics and Physics of Solids, Vol. 44, No. 12, pp. 2079-2102, 1996.
- [4] Duncan J.M. and Chang C.Y., Non linear analysis of stress and strain in soils, ASCE, 1970.
- [5] Lanier J., Mécanique des milieux granulaires, Hermes Science Publications, Paris, 2001.
- [6] Gardner C.L. and Schaeffer D.G., Numerical simulation of uniaxial compression of a granular material with wall friction, SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 54, No. 6, pp. 1676-1692, 1994.
- [7] Forsberg F. and Siviour C.R., 3D deformation and strain analysis in compacted sugar using x-ray microtomography and digital volume correlation, Measurement Science and Technology, Vol. 20, No. 9, 095703, 2009.
- [8] Liu J. and Iskander M.G., Modelling capacity of transparent soils, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 47, No. 4, pp. 451-460, 2010.
- [9] Philippe P., Bonnet F. and Nicot F., Settlement of a granular material: boundary versus volume loading, submitted.
- [10] Philippe P. and Richard T., Start and stop of an avalanche in a granular material subjected to an inner water flow, Physical review E, Vol. 77, No. 4, 041306, 2008.
- [11] Bonnet F., Philippe P. and Richard T., Sensitivity to solid volume fraction of gravitational instability in a granular medium, Granular Matter, Vol. 12, No. 3, pp. 317-325, 2010.
- [12] Meunier P. and Leweke T., Analysis and treatment of errors due to high velocity gradients in particle image velocimetry, Experiments in Fluids, Vol. 35, No. 5, pp. 408-421, 2003.