

# Modélisation de la précision micrométrique des robots manipulateurs pilotés à l'aide d'informations extéroceptives

Jean-François BRETHER

Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre (GREAH), 25 rue Philippe LeBon  
BP540, 76058 LE HAVRE Cedex

## Résumé :

*L'auteur propose une modélisation stochastique de la précision des robots manipulateurs lorsqu'il est possible d'acquérir des informations dans un repère local à l'aide de capteurs à résolution micrométrique. Dans cette configuration, il est démontré que ni la répétabilité, ni l'exactitude de pose ne permettent d'évaluer l'erreur finale de positionnement. Un nouveau paradigme « l'espace stochastique granulaire » est exposé permettant de calculer cette erreur maximale. Cette modélisation permet aussi de contrôler très finement le robot à l'échelle micrométrique. Des résultats expérimentaux obtenus sur un robot EPSON RS450 sont présentés à l'appui de cette modélisation.*

## Abstract :

*In this paper, the author presents a modeling of robot precision when information from external sensors can be used in the final positioning stage. The author proves that in this situation, neither the pose repeatability nor the pose accuracy are directly connected to the maximal position error. An innovative paradigm, "stochastic granulous space" is detailed enabling to compute the maximal final error. This modeling is very useful to control the robot in the micrometric scale. Experimental results concerning an EPSON SCARA robot are displayed to illustrate the approach.*

**Mots clefs :** précision, répétabilité, exactitude, résolution, ellipsoïdes stochastiques, granularité

## 1 Introduction

Les travaux présentés concernent la modélisation de la précision des robots manipulateurs à l'échelle micrométrique lorsque l'on dispose pour le pilotage du robot d'informations en provenance de capteurs extéroceptifs dont la résolution est meilleure localement que celle des capteurs intéroceptifs du robot. La stratégie proposée dans cet article est bien particulière et illustrée par la fig.1. On effectue d'abord un positionnement grossier et on mesure l'erreur de position. Puis on repart assez loin vers un point qualifié « d'harmonisation » afin de répéter la même portion de trajectoire avec une commande légèrement modifiée. Cette manœuvre peut être répétée plusieurs fois si nécessaire jusqu'à ce que l'on s'approche de la cible avec une erreur acceptable.

Cette méthodologie semble particulièrement pertinente pour une mise en œuvre dans un contexte industriel. En effet, elle permet d'abandonner la calibration dans un repère global très coûteuse en temps et en mobilisation de moyens métrologiques ; elle permet de travailler dès la mise en route du robot en s'affranchissant des délais nécessaires pour stabiliser la trajectoire ; en cherchant des informations relatives de position dans un repère local, les écarts de dimensionnement entre les différentes pièces de l'assemblage, dus aux tolérances d'usinage et de positionnement sont directement pris en compte, permettant de diminuer les contraintes sur les tolérances fonctionnelles des pièces à assembler ; enfin, la méthode étant basée sur une première approche, une observation puis une correction, cette étape peut être répétée plusieurs fois si nécessaire et présente donc un caractère de robustesse intéressant.

La première partie de l'article présente la caractérisation usuelle de la précision des robots et démontre que les notions de répétabilité et exactitude ne sont pas suffisantes pour quantifier l'erreur maximale de positionnement. Nous proposons ensuite le paradigme d'espace stochastique granulaire permettant de décrire

finement l'espace atteignable par l'extrémité terminale du robot. Puis nous exposons les résultats expérimentaux obtenus sur un robot SCARA RS450 en phase de qualification qui sont utilisés en phase contrôle permettant de valider la modélisation proposée.

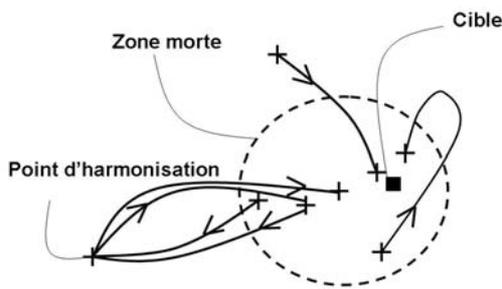


FIG. 1 – Stratégie de commande

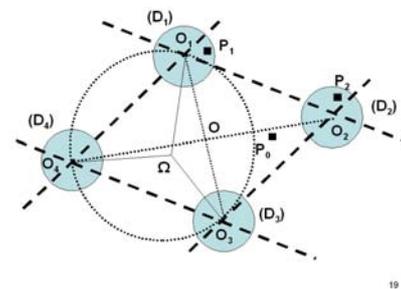


FIG. 3 – estimation de l'erreur maximale

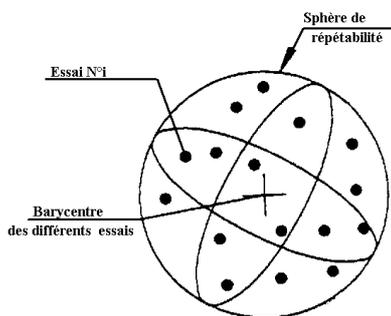


FIG. 2 – Essai de précision (ISO9283)

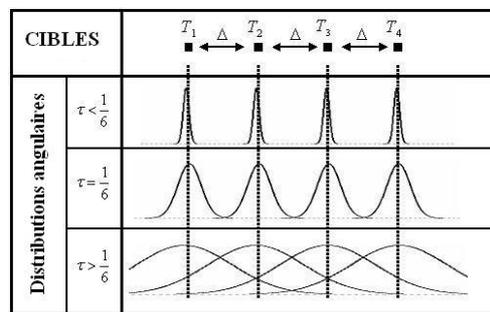


FIG. 4 – Granularité de l'espace

## 2 Caractérisation usuelle de la précision des robots

Usuellement, la quantification de la précision des robots repose sur deux indices de performance, la répétabilité et l'exactitude, en pose et en orientation. Ces indices sont précisément détaillés dans les normes ISO [1] et ANSI [2] et semblent faire l'unanimité. Pour la norme ISO, la procédure est la suivante : le robot doit répéter 30 fois le même mouvement dans les mêmes conditions et à chaque fois, la position et l'orientation sont relevées. Les conditions expérimentales assez strictes sont documentées dans les normes. Dans cet article, nous considérons uniquement les caractéristiques de précision pour la pose i.e. la position du centre de gravité de l'organe terminal.

Les 30 positions relevées lors de l'essai de précision forment un nuage de points comme l'illustre la fig.2. La répétabilité mesure la dispersion des points du nuage autour du barycentre. Pour cela, on s'intéresse à la variable aléatoire distance au centre  $L$  dont on calcule la valeur moyenne  $\bar{L}$  et l'écart-type  $\sigma_L$ . La répétabilité de pose est définie par  $\bar{L} + 3\sigma_L$  alors que la distance entre la cible visée et le centre du nuage définit l'exactitude de pose.

Les ordres de grandeur de la répétabilité et de l'exactitude de pose sont différents. Généralement, pour la gamme des robots actuels, la répétabilité est proche de 0,01 mm tandis que pour un robot sortant de la chaîne de fabrication, l'exactitude serait plutôt de l'ordre de quelques dixièmes. Une procédure de calibration bien menée permet de diminuer l'exactitude et de s'approcher du dixième de mm mais ces opérations sont délicates et doivent souvent être répétées.

L'erreur maximale de position entre le point visé et le point réellement atteint est majorée par la somme de la valeur de l'exactitude et de la répétabilité. Cependant cette majoration est grossière et il est possible d'obtenir une erreur maximale bien plus réduite notamment lorsque l'on dispose d'informations extéroceptives de position avec une résolution micrométrique.

Nous illustrons notre propos par la fig.3 où sont tracés les disques de répétabilité associés à 4 consignes proches. Dans ce cas particulier, l'erreur maximale de position n'est pas la valeur de la répétabilité, ni la somme de l'exactitude de pose et de la répétabilité. Pour calculer l'erreur maximale de position, il est

nécessaire de considérer le cas le plus défavorable où la cible se situe sur le point proximal  $\Omega$  de  $O_1, O_2, O_3$ . Nous voyons donc qu'il faut introduire en plus de la répétabilité proprement dite une caractérisation de la position relative des « grains ». Ces grains forment un motif lié à la résolution spatiale.

### 3 Espace stochastique granulaire

Nous proposons une modélisation stochastique du positionnement de l'organe terminal d'un robot par le modèle original de « l'espace stochastique granulaire » prenant en compte simultanément la résolution spatiale et la répétabilité des articulations du robot. Pour des raisons de simplicité et de volume, nous présentons le modèle théorique pour un actionneur unidimensionnel mais la validation expérimentale sera effectuée par la suite dans un espace bidimensionnel.

#### 3.1 Notations

Soit  $T_n$  la cible indiquée au niveau de la commande logicielle. Les cibles les plus proches seront notées  $T_{n+1}$  et  $T_{n-1}$ . La différence entre deux cibles les plus proches définit la résolution  $\Delta$  de la commande logicielle, qui peut s'exprimer en pulse, quadcounts, etc.

Pour une cible donnée  $T_n$ , la va (variable aléatoire)  $X_n$  position de l'extrémité de l'effecteur a une densité de probabilité notée  $f_n$  et prend une valeur donnée sur un référentiel  $\Omega_n$ .

En réalité, pour la même cible  $T_n$ , les caractéristiques de la va  $X_n$  peuvent changer au cours du temps ; il est donc nécessaire de l'indicer en fonction du temps soit  $X_n^{(t_i)}$ .

Les nombreuses études statistiques que nous avons pu mener sur des robots (Kuka IR384, Samsung Fara2, Epson RS450) nous ont permis de prouver les résultats suivants :

1. L'étude de la fonction d'autocorrélation du processus a permis de montrer que  $X_n^{(t_i)}$  et  $X_n^{(t_k)}$  sont des va indépendantes lorsque  $i \neq k$  [3].
2.  $X_n^{(t_i)}$  est une va gaussienne dont l'espérance sera notée  $E(T_n, t_i)$  et la variance  $Var(T_n, t_i)$ . Des tests d'adéquation du khi-deux sur plusieurs milliers de mesures ont permis de vérifier cette assertion [4].
3. Un test de Fisher a permis de valider l'hypothèse que la variance  $Var(T_n, t_i)$  est indépendante du temps [5].
4. Au contraire, des tests d'égalité des espérances sur des trajectoires particulières ont montré que l'espérance  $E(T_n, t_i)$  ne pouvait pas être considérée comme constante mais subissait au contraire des effets de dérive assez marqués sur des périodes correspondant à une dizaine d'essais [6].

L'ensemble de ces travaux déjà largement publiés amènent à considérer la va  $X_n^{(t_i)}$  comme une va gaussienne de variance constante et d'espérance dérivant lentement, la dérive de l'espérance étant significative par rapport à l'écart-type sur des périodes d'une dizaine d'essais.

#### 3.2 Espace stochastique granulaire unidimensionnel

Si on représente les densités des va positions associées à des cibles contigües comme l'illustre la fig.4, on voit clairement apparaître la notion de granularité. Pour dresser une typologie des espaces granuleux, on introduit le taux de granularité défini comme le rapport entre l'écart-type de la distribution et la distance entre les espérances soit  $\tau = \sigma/\Delta$ . Si l'écart-type est très faible relativement à la résolution, les points sont concentrés dans des zones restreintes dites points « chauds » et la granularité est très marquée. Dans le cas contraire, les distributions se chevauchent et un même point peut être atteint par plusieurs consignes différentes. On a introduit artificiellement une redondance « stochastique » alors que le mécanisme n'est au départ aucunement redondant. Or cette typologie n'est en aucun cas une vue théorique mais est parfaitement illustrée par la pratique. On pourra consulter [7] où les cas des robots Kuka et Samsung sont détaillés.

### 3.3 Résolution spatiale

Nous avons proposé une procédure particulière permettant de vérifier la notion de résolution spatiale telle que présentée ci-dessus. Il s'agit de la procédure dénommée essai de cycle glissant [8]. Le robot doit atteindre une première cible  $T_n$ , revient au point d'harmonisation, puis se rend à  $T_{n+1}$ , revient au point d'harmonisation, puis part à  $T_{n+2}$ , etc. L'étude statistique menée a permis de montrer que les différences observées au niveau des espérances mathématiques des positions pouvaient se calculer directement par la formule  $E(T_{n+1}, t_i) - E(T_n, t_i) = J(T_n) \times \Delta$  où  $J(T_n)$  est la matrice jacobienne de l'effecteur calculée en  $T_n$ .

### 3.4 Estimation de l'écart-type

En raison de la dérive de l'espérance, l'estimation de l'écart-type ne peut être conduite de manière classique. Pour se débarrasser du biais, nous proposons une nouvelle méthode à partir du processus saut  $S_n = X_n^{(t_{i+1})} - X_n^{(t_i)}$ . Ce processus saut est centré car nous avons considéré dans les hypothèses que le processus position est affecté d'une dérive lente. Une propriété des vecteurs gaussiens permet de relier l'écart-type du processus saut à l'écart-type du processus position par un facteur  $\sqrt{2}$ . Un grand avantage de cette procédure est de permettre la prise en compte de grandes portions de la trajectoire et ainsi d'obtenir des estimations beaucoup plus précises et sans biais de l'écart-type.

## 4 Qualification d'un robot SCARA Epson RS450

Nous implémentons maintenant la théorie de l'espace granulaire stochastique sur le cas d'un robot EPSON RS450 afin de prédire la zone finale de positionnement avec le plus de précision possible. Pour tenir cet objectif, nous passons d'abord par une phase de qualification destinée à estimer la matrice de covariance angulaire du robot. Le robot en photo sur la fig.5 est un SCARA dont le premier segment mesure 215 mm et le deuxième segment mesure 235 mm. La répétabilité annoncée par le constructeur est de  $\pm 0,015mm$ . Les codeurs ont une résolution de 915 pulse/ $^\circ$  pour l'axe 1 et 568 pulse/ $^\circ$  pour l'axe 2.



FIG. 5 – Vue du robot EPSON RS450

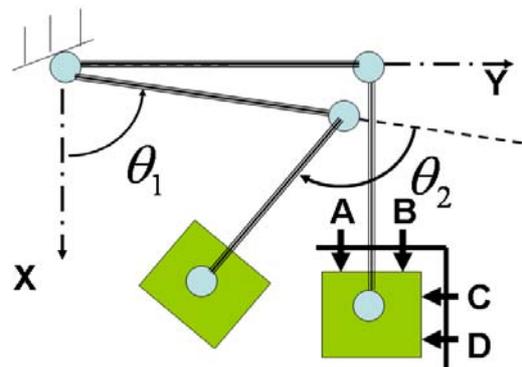


FIG. 6 – Dispositif expérimental

### 4.1 Dispositif expérimental

La méthode déployée pour l'estimation de la matrice de covariance reprend la méthode du cube stationnaire de la compagnie Ford et est appliquée dans le plan à l'aide de 4 micromètres Mitutoyo 543-690B notés A,B,C et D sur la fig.6 et dont la résolution est 1  $\mu m$ . Cela permet une estimation simultanée des variances angulaires des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Au final, la mesure des variations de position du centre du cube s'opère avec une résolution de 0,5  $\mu m$  puisqu'il faut moyenner les valeurs des comparateurs A et B, puis C et D pour la position du centre de gravité.

## 4.2 Estimation de la matrice de covariance

On lie les déplacements cartésiens aux déplacements angulaires à l'aide de la matrice jacobienne  $d\Theta = J^{-1}(\Theta) \times dX$ .

Nous avons choisi la posture particulière  $(\theta_1 = \frac{\pi}{2}; \theta_2 = \frac{-\pi}{2})$  qui permet d'obtenir une matrice jacobienne triangulaire. L'estimation de la matrice de covariance angulaire à partir de 891 points de mesure aboutit au résultat suivant :

$$D = \begin{pmatrix} 70,2 & 0 \\ 0 & 93,7 \end{pmatrix} \cdot 10^{-12} \text{ rad}^2$$

## 4.3 Phénomène de dérive

La fig.7 montre une trajectoire d'essai de répétabilité obtenue au démarrage du robot Epson alors que la consigne est restée identique. Il est clair que les effets de dérive sont bien perceptibles. Sur cette même figure, nous avons tracé en trait plein le disque de répétabilité au sens ISO et en trait pointillé, le disque de répétabilité intrinsèque, concept que nous avons développé dans [9]. Il apparaît nettement que la trajectoire quitte les disques de répétabilité au bout d'un certain nombre d'itérations.

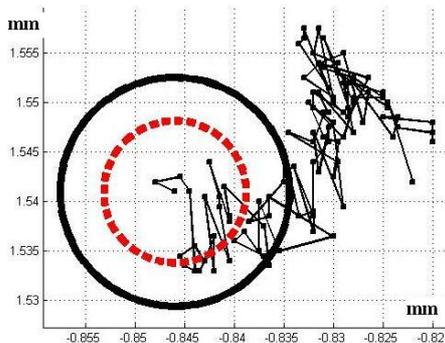


FIG. 7 – Trajectoire et disque de répétabilité

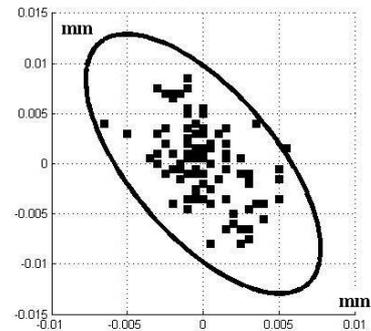


FIG. 8 – Ellipse de saut

## 5 Commande optimale à l'échelle micrométrique du robot Epson RS450

La caractérisation précédemment menée est maintenant utilisée pour piloter au mieux le robot EPSON. Pour cela, nous nous appuyons sur les ellipses de saut et le test de granularité.

### 5.1 Ellipses de saut

Nous construisons des ensembles de confiance dans le plan liés à un risque donné  $\alpha = 0,01$ . La théorie des ellipsoïdes stochastiques appliquée au processus saut indique que ces ensembles sont des ellipses construites à partir de la matrice de covariance cartésienne  $C$  au point considéré. Cette matrice de covariance cartésienne s'obtient à partir de la matrice de covariance articulaire  $D$  et de la matrice jacobienne par la formule :  $C = J \times D \times J^t$ . Ces ellipses de saut sont centrées sur le dernier point atteint et permettent de prédire la zone où le prochain point doit se positionner avec une probabilité supérieure à 0,99. Cette démarche est appliquée au cas du robot Epson et les points réellement atteints sont dessinés sur la fig.8. On constate que l'adéquation est très bonne puisque sur les 100 points, un seul point se trouve en dehors de l'ellipse de saut.

### 5.2 Test de granularité

Un deuxième essai mené sur le robot Epson consiste à explorer le voisinage d'une cible  $P_5$  donnée comme l'illustre la fig.9. C'est la raison pour laquelle cet essai est dénommé test de granularité. On souhaite prédire les zones atteignables lorsque l'on change légèrement la consigne finale (toujours en respectant un retour au point d'harmonisation). Le modèle de l'espace stochastique granulaire permet de tracer les ellipses de saut assurant une probabilité donnée d'arriver dans l'ellipse. Ces ellipses sont tracées sur la fig.10. Près de 900 mesures ont été effectuées en changeant les consignes suivant un cycle  $P_1, P_2, \dots, P_9$  répété 100 fois et une

vidéo permet de voir l'évolution des résultats de manière dynamique. L'adéquation est excellente entre la zone de confiance et les réalisations. Pour finir, précisons que les dimensions de l'ellipse de saut sont de  $14 \mu m$  pour le demi-grand axe et de  $5,5 \mu m$  pour le demi-petit axe. Nous arrivons donc à positionner l'extrémité terminale du robot avec une erreur moindre que la valeur de la répétabilité annoncée par le constructeur dans la direction du petit axe de l'ellipse, ce qui est un résultat très appréciable.

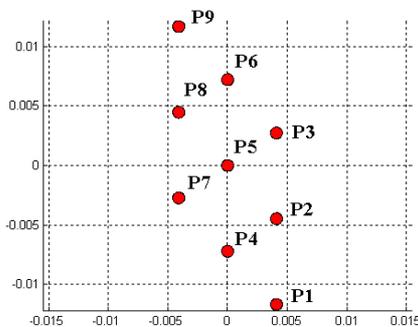


FIG. 9 – Test de granularité

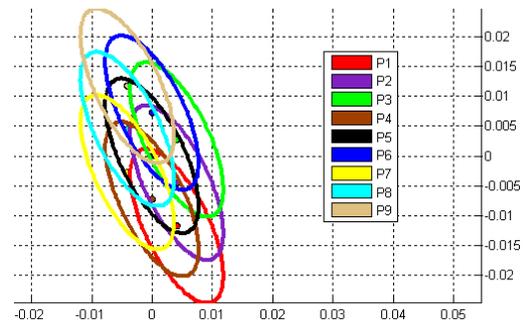


FIG. 10 – Ellipses de saut

## 6 Conclusions

Dans cet article, nous avons exposé un nouveau paradigme, l'espace stochastique granulaire qui permet de modéliser le comportement micrométrique d'un robot et nous avons validé cette approche de manière expérimentale en obtenant des résultats remarquables sur un robot SCARA EPSON RS450. Le concept d'espace stochastique granulaire prend en compte simultanément les répétabilités articulaires par la matrice de covariance et la résolution spatiale du robot. Notre démarche particulière s'affranchit de la nécessité d'une calibration dans un repère absolu, exploite des informations extéroceptives de position et tire parti de manière optimale de l'essence de la répétabilité en rejouant des trajectoires à partir d'un point d'harmonisation. Cette stratégie semble particulièrement viable en milieu industriel car elle est pragmatique et robuste et s'accorde avec l'évolution des techniques de vision qui à terme équiperont la plupart des robots en vue de récupérer des informations de position relatives entre les pièces à positionner. D'un point de vue théorique, nous avons aussi montré qu'il est nécessaire d'introduire la notion de résolution spatiale afin de pouvoir calculer l'erreur maximale de position qui dans ce contexte ne peut plus être estimée à partir des seuls indicateurs classiques que sont l'exactitude et la répétabilité de pose. Nous souhaitons maintenant poursuivre dans cette voie en utilisant cette modélisation pour réaliser des usinages ou des assemblages très fins. En ce sens, une table motorisée à déplacements micrométriques est en cours de réalisation dans notre laboratoire dans le cadre d'un projet d'innovation Oséo.

## Références

- [1] Manipulating Industrial Robots - Performance criteria and related test methods, ISO 9283, 1998.
- [2] American National Standard for Industrial Robots and Robot Systems - Point-to-Point and Static Performance Characteristics -Evaluation, R15.05-1-1990, ANSI, 1990.
- [3] Jean-François Brethé «Une nouvelle approche pour l'évaluation des performances en précision des robots manipulateurs industriels», CIFA08, Bucarest, 3-5 sept 2008, 6 pages
- [4] J-F. Brethé, Eric Vasselin, D. Lefebvre, Brayima Dakyo, «Determination of the Repeatability of a Kuka Robot Using the Stochastic Ellipsoid Approach», ICRA05, Barcelone, 18-22 Avril 2005, pp 4350-4355.
- [5] Jean-François Brethé, Eric Vasselin, Dimitri Lefebvre, Brayima Dakyo, «Modelling of Repeatability Phenomena using the Stochastic Ellipsoid Approach», ROBOTICA, 2006, vol.24, PP 477-490.
- [6] J-F. Brethé, E. Vasselin, D. Lefebvre, B. Dakyo, «Modélisation spatio-temporelle de la répétabilité des robots manipulateurs industriels par les ellipsoïdes stochastiques», CIFA06, Bordeaux, 30 mai-1 juin 2006.
- [7] Jean-François Brethé, Dimitri Lefebvre, «Granular Space Structure on a Micrometric Scale for Industrial Robots», ICRA07, Rome, 11-13 Avril 2007, pp4931-4936
- [8] J-F. Brethé, «Contribution à la Modélisation de la Répétabilité des Robots Manipulateurs par les Ellipsoïdes Stochastiques », Thèse de doctorat, décembre 2004, Université du Havre
- [9] J-F Brethé, «Intrinsic Repeatability : a new index for repeatability characterisation», ICRA2010, Anchorage, 4-8 may, pp317-323.