

# Modélisation du comportement en roulis d'un véhicule capable d'auto-retournement en phase balistique

M. DAVIS<sup>a,b</sup>, C. GOINAUD<sup>a</sup>, J.-C. FAUROUX<sup>b</sup>, P. VASLIN<sup>a</sup>

a. Clermont Université, Université Blaise Pascal (UBP), LIMOS, B.P. 10448, 63000 Clermont-Ferrand

b. Clermont Université, Institut Français de Mécanique Avancée (IFMA), LaMI, B.P. 10448, 63000 Clermont-Ferrand

## Résumé :

*Les véhicules terrestres usuels peuvent maintenir une inclinaison adéquate par rapport à l'horizontale lorsqu'ils sont au sol, mais ne peuvent se réorienter que de manière limitée en phase balistique. Par contre, il est crucial de pouvoir restaurer l'assiette durant les phases balistiques des robots se déplaçant à haute vitesse en terrain accidenté. Nous proposons un modèle analytique et un modèle numérique de véhicule, adaptés à la simulation de différentes techniques d'auto-retournement en roulis, et comparons deux solutions pratiques.*

## Abstract :

*Common terrestrial vehicles can maintain an adequate orientation relative to the horizon while on the ground, but may have difficulties to do so during a ballistic phase. However, it may be crucial to be able to restore attitude during ballistic phases for robots moving at high velocities on uncertain terrain. We present an analytical model and a numerical vehicle model adapted to the simulation of various rolling motion self-righting techniques, and compare two practical solutions.*

**Mots clés :** robots mobiles, déplacement rapide en terrain accidenté, phase balistique, auto-retournement, correction d'orientation en roulis

## 1 Introduction

Les robots mobiles se déplaçant à haute vitesse en terrain accidenté peuvent maintenir leur manœuvrabilité au sol et une assiette adéquate à l'aide de suspensions adaptées [1], mais nécessitent en cas d'entrée en phase balistique un moyen d'assurer une orientation propice à un atterrissage dans de bonnes conditions; un moyen de réorienter le véhicule en phase de vol est donc nécessaire. Les pilotes de moto-cross peuvent se servir du moment cinétique de leurs roues pour modifier leur assiette en tangage : en accélérant la roue arrière ou freinant une ou deux roues, ils peuvent faire cabrer ou plonger leur véhicule. Des études expérimentales ont été effectuées [2] afin de modéliser ce phénomène [3] en vue de l'appliquer à des robots mobiles. Ce mode de correction pouvant être exploité en tangage, il convient d'étudier les possibilités d'effectuer une correction en roulis par un autre moyen. La correction en lacet est écartée de cette étude car son importance relativement à celle en roulis est considérée dans un premier temps comme étant moins prioritaire.

## 2 Un modèle simple pour le retournement en roulis

Le véhicule étudié est une maquette à échelle réduite d'un véhicule à quatre roues. Le modèle présenté ne s'intéresse qu'au roulis, considérant que la correction en tangage peut être effectuée par le biais de la modification du moment cinétique des roues. Il s'agit donc d'un modèle en deux dimensions, dans le plan perpendiculaire à l'axe de roulis. De plus, les suspensions du véhicule sont considérées comme fixes et les effets aérodynamiques sont négligés. Les roues sont considérées comme immobiles dans un premier temps, négligeant ainsi les effets gyroscopiques qu'elles pourraient avoir lors des différentes manœuvres. En somme, comme les conditions de décollage sont aléatoires et que le temps de chute est inconnu, le véhicule est considéré comme isolé, ne subissant aucun effort extérieur, et devant se retourner d'un certain angle en un temps donné.

### 2.1 Définition du problème

Le système étudié  $\Sigma$  (figure 1) se compose du véhicule V et du système d'auto-retournement (SAR), noté S :  $\Sigma = \{V \cup S\}$ . Le référentiel terrestre  $R_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est considéré comme galiléen pour la durée de la phase balistique, et le référentiel  $R_\Sigma = (\vec{x}_\Sigma, \vec{y}_\Sigma, \vec{z}_\Sigma)$  lié au système, forme avec  $R_0$  un angle  $\theta$ . Le vecteur  $\vec{x}_\Sigma$  est parallèle à l'axe de roulis du véhicule,  $\vec{y}_\Sigma$  est parallèle à l'axe de tangage, et  $\vec{z}_\Sigma$  est le produit vectoriel des deux vecteurs précédents. Les centres de gravité du véhicule  $G_V$  et du SAR  $G_S$  évoluent en rotation autour de  $A_\Sigma$ , l'axe parallèle à  $\vec{x}_\Sigma$  et passant par le centre de gravité  $G_\Sigma$  du système.

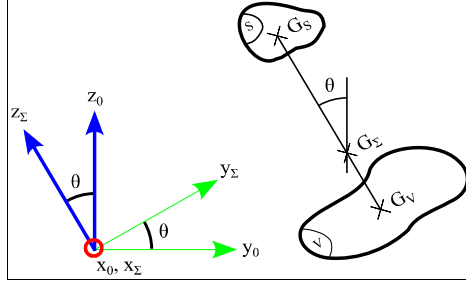


FIG. 1 – Disposition du véhicule et du SAR composant le système complet.

Le théorème du moment cinétique [4] indique que la dérivée temporelle du moment cinétique du système complet par rapport à l'axe de roulis (noté  $\vec{\sigma}_{\Sigma/A_\Sigma}$ ) est égale à la somme des moments extérieurs appliquée sur celui-ci. Or le système étant isolé pendant la phase balistique, cette somme est nulle, et  $\vec{\sigma}_{\Sigma/A_\Sigma}$  doit rester constant durant l'expérience. En supposant que le système n'est pas en rotation au début de la phase balistique, on a donc, en notant  $\vec{\sigma}_{S/A_\Sigma}$  le moment cinétique du SAR et  $\vec{\sigma}_{V/A_\Sigma}$  celui du véhicule, la relation

$$\vec{\sigma}_{\Sigma/A_\Sigma} = \vec{\sigma}_{S/A_\Sigma} + \vec{\sigma}_{V/A_\Sigma} = \vec{0} \tag{1}$$

L'objectif est de faire évoluer l'angle  $\theta$  jusqu'à une valeur finale choisie  $\theta_F$  dans un intervalle de temps  $\Delta t$ , tout en maintenant nul le moment cinétique global du système. Il importe donc de décomposer rigoureusement toutes les composantes du moment cinétique du système afin d'identifier les impacts qu'elles auront les unes sur les autres.

### 2.2 Caractéristiques du véhicule

Le véhicule V se compose d'un châssis C et de quatre roues  $R_i$  (figure 2) :  $V = \{C \cup R_1 \cup R_2 \cup R_3 \cup R_4\}$ . Le châssis a pour masse  $m_C$ , et est représenté par un parallélépipède rectangle de largeur  $l_C$ , hauteur  $h_C$  et centre de masse  $G_C$ . Le SAR a pour masse  $m_S$ , et est également représenté par un parallélépipède rectangle, de largeur  $l_S$ , hauteur  $h_S$  et centre de masse  $G_S$ . La masse du châssis et celle du SAR sont supposées uniformément réparties dans leurs volumes respectifs. Les roues sont représentés par des cylindres homogènes identiques, et ont un rayon  $r_R$ , une masse  $m_R$ , une largeur  $l_R$  et un centre de masse situé aux points  $G_{Ri}$ . Le véhicule a pour voie la distance  $V$ .

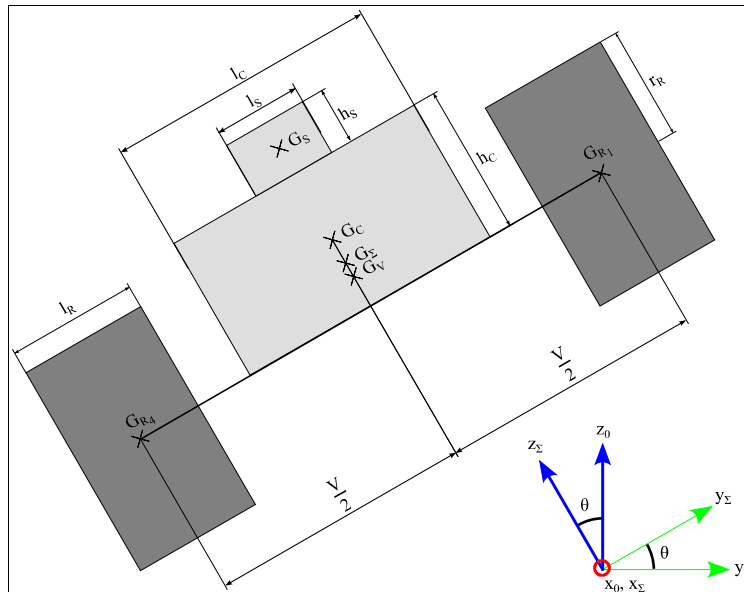


FIG. 2 – Points importants du véhicule dans le plan perpendiculaire à l'axe de roulis.

## 2.3 Échange de moments cinétiques internes

D'après le premier théorème de Koenig [5], le moment cinétique de la partie véhicule du système est la somme du moment cinétique du centre de masse (dans son mouvement de rotation autour de  $G_\Sigma$ ) affecté de la masse du véhicule, et de son moment cinétique par rapport à son centre d'inertie ( $\vec{\sigma}_V^*$ ), évalué dans le référentiel barycentrique. En notant  $\Delta_V$  l'axe parallèle à l'axe de roulis et passant par le centre de masse de V et en développant, on obtient

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_{V/\Delta_\Sigma} &= \overline{G_\Sigma G_V} \wedge m_V \vec{V}_V + \vec{\sigma}_V^* \\ &= \|\overline{G_\Sigma G_V}\| m_V \|\overline{G_\Sigma G_V}\| \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_V^* \\ &= m_V \|\overline{G_\Sigma G_V}\|^2 \dot{\theta} \vec{x} + J_{V/\Delta_V} \dot{\theta} \vec{x} \\ &= \left( m_V \|\overline{G_\Sigma G_V}\|^2 + J_{V/\Delta_V} \right) \dot{\theta} \vec{x}\end{aligned}\quad (2)$$

On reconnaît la formulation du théorème d'Huygens, exprimant la valeur du moment d'inertie du véhicule  $J_{V/\Delta_\Sigma}$  par rapport à l'axe de roulis, en fonction de l'éloignement de cet axe relativement au centre de masse du véhicule et du moment d'inertie du véhicule  $J_{V/\Delta_V}$  par rapport à un axe parallèle à l'axe de roulis et passant par son centre d'inertie. L'expression (2) devient alors:

$$\vec{\sigma}_{V/\Delta_\Sigma} = J_{V/\Delta_\Sigma} \dot{\theta} \vec{x} \quad (3)$$

De même, en notant  $\Delta_S$  l'axe parallèle à l'axe de roulis et passant par le centre de masse de S, on peut exprimer le moment cinétique du SAR par rapport à l'axe de roulis :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_{S/\Delta_\Sigma} &= \overline{G_\Sigma G_S} \wedge m_S \vec{V}_S + \vec{\sigma}_S^* \\ &= \|\overline{G_\Sigma G_S}\| m_S \|\overline{G_\Sigma G_S}\| \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^* \\ &= m_S \|\overline{G_\Sigma G_S}\|^2 \dot{\theta} \vec{x} + J_{S/\Delta_S} \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^{**} \\ &= \left( m_S \|\overline{G_\Sigma G_S}\|^2 + J_{S/\Delta_S} \right) \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^{**} \\ &= J_{S/\Delta_\Sigma} \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^{**}\end{aligned}\quad (4)$$

Le terme  $\vec{\sigma}_S^{**}$  est une composante du moment cinétique barycentrique du SAR, et représente le moment cinétique partiel généré par l'actionneur assurant le transfert de moment cinétique. En combinant (1), (2), (3) et (4) on obtient :

$$\begin{aligned}\vec{\sigma}_{\Sigma/\Delta_G} &= \vec{\sigma}_{V/\Delta_\Sigma} + \vec{\sigma}_{S/\Delta_\Sigma} = \vec{0} \\ &= \left( J_{V/\Delta_\Sigma} + J_{S/\Delta_\Sigma} \right) \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^{**} \\ &= J_{\Sigma/\Delta_\Sigma} \dot{\theta} \vec{x} + \vec{\sigma}_S^{**}\end{aligned}\quad (5)$$

Ce développement met en évidence que c'est bien l'une des deux composantes du moment cinétique barycentrique du SAR qui va assurer le retournement du véhicule complet  $\Sigma$  : c'est son moment cinétique partiel qui compensera le moment cinétique partiel généré par l'actionneur, et qui se traduira par un retournement apparent du véhicule.

## 2.4 Formulation de l'objectif

Les conditions de passage en phase balistique ne pouvant être déterminées à l'avance pour tous les terrains possibles, les actionneurs à retenir devront pouvoir faire face aux scénarios les plus pessimistes. Comme évoqué plus haut, l'objectif est de faire évoluer l'angle  $\theta$  jusqu'à une valeur finale choisie  $\theta_F$  dans un intervalle de temps  $\Delta t$ . En dérivant la dernière relation de (5) par rapport au temps, on a

$$J_{\Sigma/\Delta_\Sigma} \ddot{\theta} \vec{x} + \frac{d}{dt} \vec{\sigma}_S^{**} = 0 \quad (6)$$

Or puisqu'on prend l'angle initial et la vitesse angulaire initiale comme nuls et qu'on recherche une accélération constante, on a

$$\ddot{\theta} = \frac{\theta_F - \theta_0}{\Delta t} = \frac{\dot{\theta}_F}{\Delta t} = \frac{\theta_F - \theta_0}{\Delta t^2} = \frac{\theta_F}{\Delta t^2} \quad (7)$$

Il en résulte que pour obtenir le retournement requis dans le temps imparti, l'actionneur du SAR doit voir son moment cinétique évoluer selon

$$\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_S^{**} = -J_{\Sigma/\Delta_\Sigma} \frac{\theta_F}{\Delta t^2} \vec{x} \quad (8)$$

### 3 Application numérique et ordres de grandeur

Les relations déterminant les conditions nécessaires à obtenir le retournement désiré du véhicule ayant été formellement établies, elles seront appliquées à un modèle simplifié de véhicule. Celui-ci a été dessiné sous le logiciel CATIA afin de vérifier simplement le calcul de son moment d'inertie  $J_{V/A_x}$ .

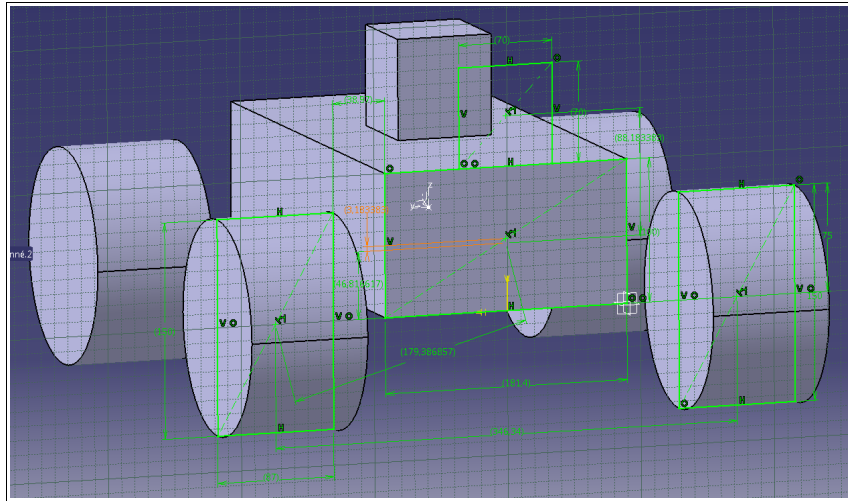


FIG. 3 – Modèle numérique simpliste d'une maquette de véhicule

On voit sur ce modèle (figure 3) une schématisation du véhicule sélectionné pour les expérimentations prévues dans ce projet. Sa masse est de  $m_v = 5,16$  kg, et le SAR dont il est surmonté est de masse  $m_s = 0,5$  kg. Le moment d'inertie calculé par rapport à l'axe de roulis est  $J_{V/A_x} = 5,95 \cdot 10^{-2}$  kg m<sup>2</sup>. Il est choisi arbitrairement de vouloir faire effectuer au véhicule un tour complet sur lui-même en une seconde, et qu'à l'issue du retournement la vitesse angulaire de roulis soit de nouveau nulle. Cela équivaut, en employant une loi de commande de type « tout ou rien », à accélérer le véhicule pendant un temps  $\Delta t = 0,5$  s jusqu'à la position angulaire de  $\pi$ , puis dans un second intervalle de temps  $\Delta t$  décélérer le véhicule jusqu'à la position  $2\pi$ .

En appliquant le théorème du moment cinétique à (8), on obtient le couple moteur que le SAR doit appliquer au véhicule pour le retourner dans le temps imparti :

$$\|\vec{C}_M\| = J_{\Sigma/A_x} \frac{\theta_F}{\Delta t^2} = 0,748 \text{ N m} \quad (9)$$

#### 3.1 Retournement en utilisant une roue de réaction ou un gyroscope

Dans un premier temps une roue de réaction en acier, de rayon  $R=3$ cm, et de masse  $m=0,5$ kg est considérée comme étant l'actionneur du SAR. Son moment d'inertie vaut donc  $2,23 \cdot 10^{-4}$  kg m<sup>2</sup>. En appliquant à cette roue de réaction initialement au repos le couple  $C_M$  pendant le temps  $\Delta t$ , la vitesse angulaire finale de la roue de réaction sera de 1674 rad/s, soit près de 16000 tours par minute. Cette option, qui a l'avantage d'être simple dans le principe, nécessite de considérations particulières pour pouvoir amener la roue de réaction à ces vitesses.

Un gyroscope peut aussi être choisi comme actionneur du SAR, avec un rotor ayant les mêmes caractéristiques que la roue de réaction évoquée plus haut. En orientant l'axe de rotation du rotor parallèlement à l'axe de tangage du véhicule, et en forçant une précession gyroscopique selon l'axe de lacet, un couple gyroscopique orienté selon l'axe du roulis peut être obtenu. En maintenant le rotor à une vitesse de rotation de 7200 tours par minute (soit 754 rad/s), celui-ci aurait un moment cinétique de 0,168 kg m<sup>2</sup>/s. Comme le couple gyroscopique  $\vec{C}_G$  est le produit vectoriel du vecteur moment cinétique  $\vec{\sigma}_R$  du rotor et du vecteur vitesse angulaire de précession  $\vec{\Omega}$  [6], la vitesse angulaire de précession à imposer au gyroscope pour obtenir le couple gyroscopique escompté est :  $\vec{C}_G = \vec{\sigma}_R \wedge \vec{\Omega}$  soit 4,44 rad/s, ou 1,6 tours par minute. Cette valeur étant relativement faible, il peut aisément être imaginé de réduire le moment cinétique du rotor (et donc sa masse, sa vitesse ou les deux), en actionnant la précession avec des vitesses angulaires plus élevées.

### 3.2 Concernant l'hypothèse de roues immobiles pendant l'expérience

En pratique, le véhicule considéré est plutôt susceptible d'entrer en phase balistique lors de déplacements à haute vitesse. De ce fait, ses roues posséderont un moment cinétique qui lors de phases d'auto-retournement en roulis pourraient induire un couple gyroscopique de lacet qu'il convient d'évaluer.

La maquette considérée possède quatre roues chacune de diamètre 150mm et de masse 0,3 kg. Lors d'un déplacement du véhicule à une vitesse de 10 m/s, la vitesse angulaire des roues est de 133 rad/s, soit 1273 tours par minute. Le moment cinétique de l'ensemble des quatre roues est donc de 0,45 kg m<sup>2</sup>/s. La vitesse angulaire maximale de roulis selon les hypothèses précédentes étant de 6,29 rad/s, le couple gyroscopique maximal généré par ce mouvement de roulis est donc de 2,83 N m.

Le moment d'inertie du véhicule autour de l'axe parallèle à l'axe de lacet et passant par son centre de masse étant de 0,121 kg m<sup>2</sup>, l'accélération angulaire générée par le couple gyroscopique est de 23,4 rad/s<sup>2</sup>. En supposant une vitesse angulaire de roulis constante pour une durée d'une seconde, l'accélération angulaire de lacet induira un déplacement angulaire de 11,7 radians, soit presque deux tours.

Bien que le scénario proposé de retournement d'un tour complet en une seconde soit assez pénalisant, Il est impossible de négliger l'effet de la rotation des roues lors de manœuvres d'auto-retournement en roulis. Par ailleurs, cet effet dépend directement de la vitesse angulaire des roues, et cette dernière grandeur constitue donc une variable supplémentaire à considérer dans la formulation du problème proposé.

## 4 Conclusion et perspectives

Une mise en équation formelle du problème d'auto-retournement en roulis a été proposée, ainsi qu'une identification rigoureuse des variables intervenant dans ce type de manœuvre. Des calculs d'ordre de grandeur sur une maquette numérique simplifiée ont permis d'évaluer la faisabilité d'effectuer les mouvements désirés avec des actionneurs techniquement réalistes, et indiquent qu'il est tout à fait possible de parvenir à réaliser ces mouvements en quelques fractions de seconde. Par contre il a été mis en évidence que le moment cinétique des roues ne peut être négligé car il induit lors des mouvements de roulis un couple gyroscopique de lacet loin d'être négligeable.

Il est indispensable de réaliser un modèle tridimensionnel du véhicule afin de prendre en compte le couplage entre tous les mouvements de celui-ci. D'autre part, la logique de commande du système d'auto-retournement devra actionner ce dernier simultanément selon plusieurs axes, tout en prenant en compte des variables dont les valeurs seront différentes à chaque phase balistique.

## Références

- [1] J.-C. Fauroux, J. Dakhllallah, B.-C. Bouzgarrou" A New Concept of FAST Mobile Rover with Improved Stability on Rough Terrain," in Proc. of HUDEM'2010, 8th International Advanced Robotics Programme (IARP) Workshop on Robotics and Mechanical assistance in Humanitarian De-mining and Similar risky interventions, 10-12 May, 2010, National Engineering School of Sousse, Tunisia. Paper #26, 16 p.
- [2] V. Pouzols "Modélisation des facteurs influençant la trajectoire aérienne du système {pilote + moto} lors d'un saut en moto-cross. Validation expérimentale du modèle.," Master Mécanique 1ère année, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 2006, 55p.
- [3] P. Vaslin, V. Pouzols, C. Gouinaud, J. Fauroux, S. Deleplanque, and M. Davis, "Contrôle du tangage d'un véhicule en phase balistique," CFM 2011, en cours de soumission.
- [4] C. Grossetête and P. Olive, "Mécanique des systèmes et du solide 2 année MP-MP\*-PT-PT\*," cours et exercices corrigés," 1999.
- [5] L. Bocquet, J. Faroux, and J. Renault, "Toute la mécanique; cours et exercices corrigés; MPSI-PCSI, MP-PC-PSI," 2002.
- [6] J. Radix, *Gyroscopes et gyromètres*, Cepadues, 1992.