# Commande robuste d'un robot d'usinage flexible : analyse de la précision.

J. Qin<sup>a</sup>, F. Léonard<sup>a,b</sup>, G. Abba<sup>a,b</sup> jinna.qin@ensam.eu, leonard@enim.fr, abba@univ-metz.fr

a. LCFC, EA 4495, Arts et Métiers ParisTech, Centre de Metz, 4 rue Augustin Fresnel, 57078 METZ Cedex 3
b. École Nationale d'Ingénieurs de Metz, 1 route d'Ars Laquenexy, 57078 METZ Cedex 3

# Résumé :

Ce travail<sup>1</sup> cherche à montrer l'intérêt d'utiliser un robot Scara pour l'usinage de composites. Les efforts d'usinage créent des déformations du robot qui sont supposées localisées aux articulations et modélisées par une raideur en torsion linéaire. Pour respecter les tolérances sur la trajectoire, une compensation des effets du procédé par une mesure de l'effort et une commande non linéaire est proposée. Une étude en simulation analyse et compare les erreurs de suivi entre une commande classique par correction PID et une commande par placement de pôles robuste.

## Abstract :

This work seeks to show the advantages of using a Scara robot for machining composites. Cutting forces create deformations of the robot, one suppose that the deformation are localized on the joints and modeled by a linear torsional stiffness. In order to respect the precision of the path tracking, a compensation of process forces effects is proposed by the measuring of the tool force vector and nonlinear control. A study on simulation analyzes and compares the tracking error between a classical PID controller and a robust pole placement controller.

#### Mots clefs : Usinage, Robot, Flexibilité articulaire

## 1 Introduction

Les procédés de fabrication tels que l'usinage de matériaux métalliques ou la soudure sont connus de longue date et sont largement utilisés dans l'industrie. Les besoins de performance dans l'industrie aéronautique ont conduit à l'introduction de matériaux composites dans la constitution de pièces de grandes dimensions. Ainsi, les techniques d'usinage et de mise en forme nécessitent d'être adaptées. Pour les opérations de finition de pièces composites, le contournage est très souvent utilisé. Les forces de coupe qui s'exercent sur l'outil sont d'intensité variable selon les opérations, les vitesses d'avance, les matériaux et les sections de matière à enlever. Dans le cas d'opération de contournage ou de finition de pièces en matériau composite, le travail consiste essentiellement à éliminer les défauts liés à la mise en forme et à rectifier le contour des pièces. On utilise une fraise diamantée. Les efforts d'usinage ont un profil avec une force relativement lisse et d'amplitude constante lorsque les paramètres de coupe sont eux mêmes constants (voir [1]).

Les besoins d'adaptabilité, de reconfigurabilité des machines conduisent à envisager l'utilisation de robots six axes polyarticulés comme machine support de la broche d'usinage. Les robots industriels présentent des performances en rapidité intéressantes mais des raideurs statiques et dynamiques plus faibles que les machines-outils. Malgré une amplitude des forces d'usinage relativement raisonnable, ils

<sup>1.</sup> Les auteurs remercient l'Agence Nationale de la Recherche pour le soutien financier du programme ANR-ARPEGE, projet ANR-2010-SEGI-003-01-COROUSSO.





FIGURE 2 – Positionnement de la fraise en condition de coupe

induisent sur le robot qui porte la broche d'usinage des déformations qui peuvent être non négligeables au regard de la précision de réalisation voulue. On observe également l'apparition de phénomènes vibratoires qui nécessitent l'arrêt du procédé. Le comportement déformable des robots polyarticulés est lié aux éléments déformables de leur chaîne cinématique parmi lesquels les réducteurs représentent l'élément le plus souple. Un modèle avec des constantes de raideur localisées au niveau de chaque réducteur permet de traduire ce défaut comme proposé par [2].

De nombreux travaux de commande de robots ont été réalisés dans le but de modifier leur rigidité statique ou dynamique durant une tâche. Les principales méthodes proposées sont les commandes en impédance [3] et les commandes hybrides position-force [4]. Dans cet article, on compare en simulation les performances et la robustesse de deux structures de commande d'un robot 2 axes de type Scara. La première commande envisagée est une commande industrielle qui considère des boucles d'asservissement imbriquées avec correcteur PID. La deuxième commande utilise une commande par retour d'état et compensation par un terme d'anticipation des efforts d'usinage. Cette solution nécessite un capteur de mesure des efforts placé entre l'organe terminal du robot et la broche d'usinage.

#### 2 Modélisation du robot

Le robot considéré est un robot à deux axes parallèles couramment appelé robot Scara. La broche d'usinage est montée en bout du deuxième axe et son axe de rotation est supposé perpendiculaire au plan (x, y). La vitesse de rotation de l'outil étant importante, l'orientation de l'axe 2 n'intervient pas dans cette modélisation. La position  $(x_2, y_2)$  de l'axe de la broche d'usinage (voir fig.1) est reliée à la position articulaire  $(q_1, q_2)$  par le modèle géométrique du robot défini par (1).

$$\begin{cases} x_2 = l_1 cos(q_1) + l_2 cos(q_1 + q_2) \\ y_2 = l_1 sin(q_1) + l_2 sin(q_1 + q_2) \end{cases}$$
(1)

Dans cette modélisation, on suppose que les corps du robot sont rigides et que seuls les réducteurs présentent une raideur en torsion dont on tient compte. On parle de flexibilités localisées aux articulations. Chaque corps rigide  $C_i, i \in [1, 2]$  est modélisé par sa masse  $m_i$ , la position de son centre de gravité  $G_i$  et sa matrice d'inertie  $[I_{ii}]$  supposée diagonale. Le robot effectue uniquement des mouvements dans le plan, donc seul l'élément  $I_{11}$  intervient dans la modélisation. La broche d'usinage avec l'outil est modélisée par une masse m placée au point  $O_2$ . L'application des équations de Lagrange donne l'équation (2) :

$$\ddot{q} = D^{-1}(\Gamma - H - f_q \dot{q} + J^T F_e) \tag{2}$$

avec  $\ddot{q} = (\ddot{q}_1 \ \ddot{q}_2)^T$  et  $\dot{q} = (\dot{q}_1 \ \dot{q}_2)^T$  les vecteurs accélération et vitesse articulaires, D la matrice d'inertie du robot, H le vecteur des forces centrifuges, de Coriolis et de gravité,  $f_q = diag(f_{q1} \ f_{q2})$  la matrice diagonale des coefficients de frottement visqueux aux articulations et  $J^T F_e$  l'action des forces extérieures aux articulations. Les détails de ces éléments sont issus de [5]. La flexibilité localisée du réducteur conduit à l'équation :

$$\Gamma = K(N_v\theta - q) \tag{3}$$

avec  $K = diag(K_1, K_2)$  la matrice diagonale des raideurs et  $N_v = diag(1/N_1, 1/N_2)$  la matrice diagonale des rapports de réduction, et  $\theta = (\theta_1 \ \theta_2)^T$  positions angulaires des axes moteurs.

Enfin la dynamique des rotors et le modèle de frottement au niveau des actionneurs électriques d'entraînement conduit à une seconde équation dynamique :

$$\ddot{\theta} = J_m^{-1} \left( \Gamma_m - N_v \Gamma - f_m \dot{\theta} \right) \tag{4}$$

avec  $\ddot{\theta} = (\ddot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_2)^T$  et  $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2)^T$  les vecteurs des accélérations et des vitesses des axes moteurs,  $J_m = diag(J_{m1}, J_{m2})$  la matrice diagonale des inerties des moteurs,  $\Gamma_m = (\Gamma_{m1} \ \Gamma_{m2})^T$  le vecteur des couples moteurs et  $f_m = diag(f_{m1}, f_{m2})$  la matrice diagonale des coefficients de frottement visqueux.

Les méthodes de contrôle non linéaire utilisées plus loin nécessitent également la connaissance du modèle cinématique suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = J(q)\dot{q}$$
(5)

#### 3 Modélisation de la commande industrielle du robot

La commande industrielle du robot est basée sur des boucles d'asservissement imbriquées, une boucle interne d'asservissement de la vitesse du moteur avec correcteur PI et une boucle externe d'asservissement avec correcteur PID de la position moteur mesurée par un codeur incrémental placé directement sur l'axe moteur. La figure 3 présente un schéma de cette commande. L'asservissement de chaque axe est structurellement identique. Les correcteurs PID et PI ont été réglés, axe par axe, successivement pour la boucle interne puis la boucle externe, dans une position moyenne du robot et en supposant les raideurs de torsion grandes. En supposant que les axes sont découplés grâce à la boucle de vitesse



FIGURE 3 – Schéma de principe de la commande industrielle

et que le robot n'est pas en usinage, on obtient la relation entrée-sortie (6) pour l'axe 1 du robot.

$$\dot{\theta}_{1} = \frac{k_{e1}K_{i1}\theta_{c1}(m_{11}s^{2} + f_{q1}s + K_{1})}{[J_{m1}s^{2} + (f_{m1} + k_{e1}K_{p1})s + K_{i1}k_{e1} + \frac{K_{1}}{N_{1}^{2}}](m_{11}s^{2} + f_{q1}s + K_{1}) - \frac{K_{1}^{2}}{N_{1}^{2}}}$$
(6)

avec  $K_{i1}$  et  $K_{p1}$  les gains du correcteur PI de vitesse et  $k_{e1}$  la constante de couple du moteur de l'axe 1. L'analyse de la fonction de transfert montre qu'elle présente un terme de résonnance au dénominateur et un terme d'anti-résonnance au numérateur qui se compensent lorsque l'on choisit des gains du correcteur suffisamment élevés. Dans ces conditions, la relation entrée-sortie s'écrit :

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\dot{\theta}_{c1}}{\frac{s^2}{\omega_{01}^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_{01}} + 1} \tag{7}$$

avec  $\omega_{01}^2 = \frac{K_{i1}k_{e1}}{J_{m1}}$  et  $\xi = \frac{(f_{m1}+k_{e1}K_{p1})\omega_{01}}{2K_{i1}k_{e1}}$ . En choisissant  $\xi$  et  $\omega_{01}$ , on trouve les gains de réglage du correcteur.

Le réglage du correcteur de la boucle externe d'asservissement de position est effectué par la méthode du placement de pôles. L'équation du correcteur PID donne pour l'axe 1 :

$$\dot{\theta}_{c1} = -K_{dp1}\dot{\theta}_1 - K_{pp1}\theta_1 + \frac{K_{ip1}}{s}\left(q_{d1} - \frac{\theta_1}{N_1}\right)$$
(8)

avec  $\theta_{d1}$  la nouvelle grandeur de consigne et  $K_{pp1}$ ,  $K_{ip1}$  et  $K_{dp1}$  les gains de réglage du correcteur pour l'axe 1. La relation entrée-sortie de la boucle s'écrit alors :

$$q_{m1} = \frac{\theta_1}{N_1} = \frac{q_{d1}}{1 + \frac{N_1 K_{pp1}}{K_{ip1}} s + \frac{(K_{dp1} + 1)N_1}{K_{ip1}} s^2 + \frac{2N_1 \xi}{\omega_{01} K_{ip1}} s^3 + \frac{N_1}{\omega_{01}^2 K_{ip1}} s^4}$$
(9)

Si l'on décide de placer les quatre pôles de la boucle fermée en  $p = -\omega_1$ , alors on obtient les gains suivants :

$$\begin{cases}
K_{ip1} = \frac{N_1 \omega_1^*}{\omega_{01}^2} \\
K_{dp1} = \frac{6\omega_1^2}{\omega_{01}^2} - 1 \\
K_{pp1} = \frac{4\omega_1^*}{\omega_{01}^2}
\end{cases}$$
(10)

#### 4 Modélisation du procédé d'usinage

L'opération d'usinage considéré dans ce travail consiste en un détourage d'une pièce en matériau composite. L'outil est une fraise cylindrique revêtue de grains abrasifs. L'outil est solidaire de la partie terminale du robot c'est-à-dire du corps 2 et son axe de rotation est perpendiculaire au plan (x, y). Les forces exercées par la pièce sur l'outil est par conséquent sur le corps 2 du robot au point M peuvent être calculées par une modélisation des efforts de coupe. En première approximation, on peut considérer que la force de coupe est proportionnelle à la section de matière enlevée et à l'effort spécifique de coupe  $K_c$ . Lorsque le robot est soumis à un effort, les raideurs en torsion K non infinies entraînent un déplacement de celui-ci et donc une modification de la section de matière enlevée comme le montre la figure (2). On obtient l'effort de coupe par :

$$F_c = K_c p \ (x_2(t) - x_{p0}) \tag{11}$$

avec p la profondeur de coupe et  $x_2(t) - x_{p0}$  représentant la largeur de matière enlevée.

L'effort spécifique de coupe dépend de la matière, de l'outil et de la vitesse d'avance qui est imposée par le robot. Dans le cas du fraisage de bout considéré sur la figure (2), la vitesse d'avance est définie par  $\dot{y}_2(t)$  qui dépend à l'instant t des déformations du robot dans la direction y. La modélisation de la coupe des matériaux composites n'a pas fait l'objet de travaux aussi approfondis que la coupe des métaux. Par analogie avec les modèles de coupe considérant un cisaillement primaire [6], [7], l'effort spécifique peut être exprimé par :

$$K_c = k \left(\frac{\dot{y}_2}{p\left(x_2(t) - x_{p0}\right)}\right)^m \tag{12}$$

avec k un coefficient dépendant du matériau et qui sera déterminé expérimentalement et m l'indice viscoplastique dans les conditions données de température et de coupe.

L'effort normal de coupe est obtenu à partir de l'étude des frottements. Ici encore, les conditions de l'usinage des matériaux composites sont assez éloignées de celles de l'usinage conventionnel des métaux, mais en première approximation, on peut admettre que :

$$F_a = k_a F_c \tag{13}$$

Le vecteur des forces extérieures qui s'appliquent donc au robot est défini par  $F_e = (F_c F_a)^T$ .

### 5 Commande robuste

Pour garantir une bonne robustesse du robot vis à vis du procédé d'usinage et de ses paramètres, un réglage par placement de pôles robuste est proposé pour la commande de chaque axe : si  $X = (q_1 \ \dot{q_1} \ \theta_1 \ \dot{\theta_1} \ q_2 \ \dot{q_2} \ \theta_2 \ \dot{\theta_2}$  est l'état du robot alors on choisit la commande suivante :

$$\Gamma_m = -\begin{pmatrix} R_1 & 0\\ 0 & R_2 \end{pmatrix} X + V \tag{14}$$

avec  $R_1$  et  $R_2$  deux matrices de dimension  $1 \times 4$  et V la nouvelle commande qui sera définie ultérieurement. Le placement de pôles robuste [3] consiste à fixer 4 pôles identiques pour chaque axe. Le réglage de  $R_1$  et  $R_2$  se fait en prenant ( $F_e = H = F_q = 0$  et D matrice diagonale calculée pour  $q_2 = 0$ ), on obtient alors un modèle linéaire approché du robot qui permet de déterminer ces deux matrices par le théorème d'Ackermann [8]. Pour supprimer les erreurs statiques de position et de vitesse, un filtrage de la consigne angulaire des corps  $q_d = (q_{d1} q_{d2})^T$  et une anticipation de vitesse sont proposés :

$$V = \begin{pmatrix} K_{c1} & 0\\ 0 & K_{c2} \end{pmatrix} q_d + \begin{pmatrix} K_{cd1} & 0\\ 0 & K_{cd2} \end{pmatrix} \dot{q_d} + W$$
(15)

où  $K_{c1}$ ,  $K_{c2}$ ,  $K_{cd1}$  et  $K_{cd2}$  sont des gains et W est une nouvelle commande qui sera définie ultérieurement. L'annulation des erreurs statiques de position et de vitesse pour  $F_e = 0$  conduit à prendre pour :

$$K_{ci} = R_i(1,1) + N_i R_i(1,3) \qquad K_{cdi} = R_i(1,2) + N_i R_i(1,4) \qquad i \in [1,2]$$
(16)

Enfin quand  $\dot{q} = \dot{\theta} = 0$ , on choisit W pour compenser en statique l'effort d'usinage, soit :

$$W = -N_v J^T F_e \tag{17}$$

La commande robuste proposée nécessite la connaissance de l'état X du robot qui peut être mesuré [4] ou reconstruit en utilisant un observateur linéaire [3] ou non linéaire [9]. La compensation de l'effort d'usinage (17) nécessite quant à elle la mesure de  $F_e$  par un capteur de force monté sur l'outil.

#### 6 Comparaison des performances de suivi de trajectoire

Pour la trajectoire de consigne, on considère un déplacement linéaire dans la direction y avec une profondeur de passe de 2 mm, une vitesse d'avance  $V_m$  de 0,1 m/s, un  $K_c$  de  $5 \, 10^6$  et une largeur de coupe de 1 mm. Pour le réglage de la commande industrielle (RI) on prend  $\omega_{01} = \omega_{02} = 1800 \text{ rd/s}$  et  $\omega_1 = 600 \text{ rd/s}$ , et pour le réglage par placement de pôles robuste (PPR), on prend 4 pôles en s = -600 rd/s pour les axes 1 et 2.

La figure (4) montre que le réglage PPR est plus stable (moins d'oscillations) et aussi plus précis dans la direction y que la commande RI. De plus, une erreur en x maximale de 0,2 mm est obtenue dans la direction x et de 0,4 mm dans la direction y pour le PPR. La figure (5) montre des efforts moins importants pour le réglage RI dans les deux directions avec une force de l'ordre de 55 N en y et 5,5 N en x. Cet effort moindre avec la correction PID s'explique par l'enlèvement de moins de matières comme on peut le constater sur la figure (4). Les figures (6) et (7) illustrent la robustesse respective des deux structures de régulation pour des erreurs d'estimation des raideurs de  $\pm 20$  %. Pour le réglage PPR, une erreur plus ou moins importante est observée mais une bonne stabilité est garantie ce qui n'est pas le cas du réglage RI.

## 7 Conclusion

Cet article montre que malgré les déformations du robot liées au procédé d'usinage et la flexibilité de ses réducteurs, un outil placé sur un robot bien réglé, avec mesure d'effort, peut réaliser des tâches d'usinage avec une précision de l'ordre du 1/10 ème de mm. Pour arriver à cette précision et pour atténuer les vibrations liées aux flexibilités, un régulateur robuste a été proposé avec ajout d'un terme d'anticipation d'effort. Une anticipation de position et de vitesse a également été proposée pour éviter d'utiliser un intégrateur déstabilisant présent naturellement dans les correcteurs PID industriels. Cette approche de commande par anticipation est communément utilisée dans les commandes numériques de machines-outils pour garantir une bonne précision et une bonne stabilité.



FIGURE 4 – Erreurs d'usinage dans les directions x et y



FIGURE 6 – Etude de la robustesse du régulateur industriel



FIGURE 5 – Efforts d'usinage dans les directions x et y



FIGURE 7 – Etude de la robustesse du régulateur par placement de pôles robuste

#### Références

- [1] Seo T. Intégration des effets de déformation d'outil en génération de trajectoires d'usinage. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, Nantes, 1998.
- [2] Alici G. and Shirinzadeh B. Enhanced stiffness modeling, identification and characterization for robot manipulators. IEEE Transactions on Robotics, 21(4), 554–564, 2005.
- [3] Spong M., Hutchinson S., and Vidyasagar M. Robot Modeling and Control. John Wiley, 2005.
- [4] Siciliano B. and Khatib O. Springer Handbook of Robotics. Springer, Berlin Heidelberg, 2008.
- [5] Yao Y. L. and Cheng W. Y. Model-based motion planing for robotic assembly of non-cylindrical parts. Int. J. Advanced Manufacturing Technology, 15, 683–691, 1999.
- [6] Felder E. Modélisation de la coupe des métaux, volume BM 7 041. Tech. de l'Ingénieur, 2006.
- [7] Sreejith P., Krishnamurthy S., Malhotra S., and Narayanasamy K. Evaluation of pcd tool performance during machining of carbon/phenolic ablative composites. Journal of Materials Processing Technology, 104(1), 53–58, 2000.
- [8] Ackermann J. Robust Control : the parameter Space Approach. Springer Verlag, 2002.
- [9] Nicosia S. and Tomei P. State observers for rigid and elastic joint robots. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 9(2), 113–120, 1992.