

L'analyse combinatoire pour l'énumération topologique des mécanismes cinématiques en robotique

P. MITROUCHEV^a, R. IACOB^b, M. DAHAN^c, S. AMRI^a, A. NAFISS^a

a. Grenoble-INP / UJF-Grenoble 1 / CNRS, G-SCOP UMR5272 Grenoble, F-38031, FRANCE

b. Centre PREMINV, Université Polytechnique de Bucarest., 313, Splaiul Independentei,
Sector 6, 060032 Bucurest, ROUMANIE

c. LMARC - FEMTO-ST, 24, Rue de l'Épitaphe, 25000 Besançon, FRANCE

Résumé :

Ce travail présente une nouvelle méthode restrictive pour l'énumération morphologique des mécanismes-moteurs articulés appliqués dans la conception en robotique. La méthode est basée sur la présentation de chaînes cinématiques sous forme de graphes inverses en exploitant la symétrie géométrique des chaînes cinématiques et l'analyse combinatoire. Les critères restrictifs imposés étant les positions : du bâti, de l'organe terminal et des actionneurs (moteurs) du robot, différents cas de symétries pour les mécanismes articulés plans à 1 et 2 degrés de mobilité sont étudiés. De nouvelles expressions pour calculer le nombre de différentes possibilités afin de positionner le bâti, l'organe terminal et les actionneurs dans un mécanisme sont présentées, ainsi réduisant le nombre de solutions possibles par l'élimination de celles qui sont isomorphes. Enfin, différents exemples d'application, pour des chaînes cinématiques fermées, sont étudiés, ce qui permet de restreindre le champ de recherche parmi les solutions possibles. Des travaux sont en cours afin d'étendre la méthode proposée pour des mécanismes avec trois et plus de degrés de mobilité.

Abstract:

This work deals with the development of a new method for a morphological number enumeration for planar pin-jointed driving mechanisms applied in robotic design. The method is based on linkages graph presentation by using geometrical symmetries of kinematic chains and combinatorial analysis. The restricting criteria being the position of the frame, the end-effector and the actuators (motors) of the robot, different cases of symmetries for planar pin-jointed driving mechanisms of mobility 1 and 2 are addressed. New expressions for calculating the number of different possibilities to position the frame, the end-effector and the actuators in a mechanism are presented, thus reducing the number of possible solutions by avoiding those that are isomorphic. Examples of application, for chains with different degrees of freedom, are presented allowing restricting the investigation field among the possible solutions. A further consequence of the present work is its ability to be extended for mechanisms with three degrees of mobility and more.

Mots clefs : analyse combinatoire, symétrie, synthèse, topologie, mécanismes, robotique

1 Introduction

Plusieurs méthodes d'aide à la conception et par la suite d'optimisation ont déjà été présentées concernant l'optimisation dimensionnelle en robotique mais peu sur l'optimisation topologique et par conséquent sur la conception topologique. Etant difficile de parler d'une optimisation topologique, il s'agit plutôt de faire un choix restreint parmi les chaînes cinématiques disponibles fournies par la synthèse structurelle de la Théorie des Mécanismes et des Machines (TMM) ; les trois critères imposés de choix étant la position du bâti, de l'effecteur et des actionneurs du robot. Des travaux scientifiques ont été consacrés à l'analyse structurelle de chaînes cinématiques [1, 2]. A notre connaissance, N.I. Manolescu a été le premier, qui en 1963, a proposé une méthode pour la classification des mécanismes-moteurs plans, à deux degrés de mobilité, issus d'une chaîne cinématique [2]. Il a examiné toutes les possibilités pour positionner les deux actionneurs dans le mécanisme, mais aucune formule n'a été proposée. A la même époque, F.R.E Crossley [3] s'est contenté de rappeler qu'il fallait positionner un nombre d'actionneurs égal au nombre de degrés de mobilité du

mécanisme. Quist et Soni [4] ont énuméré les mécanismes distincts issus d'une chaîne cinématique. Malgré certaines ambiguïtés de la méthode les auteurs arrivent à 1836 mécanismes issus d'une liste des chaînes cinématiques à un degré de liberté à dix éléments. Il s'avère que ce résultat donne deux mécanismes de plus que le nombre correct [1]. Plus tard, Lee and Tortorelli [5] ont proposé de retenir, comme variables de conception d'un robot, la position des actionneurs ainsi que les dimensions des bras. Mais ils ne donnent pas une formulation possible qui permettrait de connaître le nombre de possibilités pour positionner les actionneurs. Tuttle et al. [6] ont proposé une méthode de synthèse structurale basée sur la théorie de groupes de symétrie finis. Ils ont énuméré des mécanismes avec jusqu'à quatorze éléments et à jusqu'à trois degrés de liberté. Cependant, des mécanismes issus des chaînes fractionnées à deux ddl n'ont pas été abordés dans leur travail. Ainsi, l'analyse de la recherche bibliographique effectuée permet de constater qu'un certain nombre de travaux concernant l'analyse structurelle de chaînes cinématiques sont apparus ces cinquante dernières années. Ils portent en général sur le type et le nombre de degrés de liberté (ddl) total, partiel et fractionné, ainsi que sur l'énumération du nombre de mécanismes distincts issus d'une chaîne cinématique. D'autres concernent le problème des mécanismes-moteurs et l'évaluation de leurs performances. On peut noter que peu de travaux ont été menés portant sur l'énumération et le positionnement de certains de leurs constituants et notamment sur la position de l'effecteur et les actionneurs des robots.

Dans un travail précédent [7] nous avons présenté une méthode, basée sur l'exploitation des *sous-chaînes symétriques*, permettant de calculer le nombre de différentes possibilités pour fixer le bâti et l'effecteur à une chaîne cinématique. La méthode a été récemment appliquée [8] afin de proposer une formulation permettant d'énumérer le nombre de possibilités pour placer les actionneurs des mécanismes moteurs plans. Cependant cette formulation manque de quelques restrictions parce qu'elle ne prend pas en considération la limitation du nombre de moteurs dans une boucle fermée.

Dans ce contexte, l'objectif de cette étude de recherche est d'énumérer les différentes possibilités pour positionner le bâti, l'effecteur et les actionneurs d'un robot dans la phase initiale de sa conception. Ainsi, notre but est de proposer une méthode permettant de restreindre le nombre de mécanismes issus d'une chaîne cinématique donnée en éliminant ceux qui sont isomorphes. Elle est basée sur l'exploitation de la symétrie géométrique des chaînes cinématiques associée à l'analyse combinatoire. Ceci permet de surmonter les inconvénients de la méthode de sous-chaînes symétriques [8]. Ainsi, une méthode quantitative pour calculer les différentes possibilités d'attachement du bâti, de l'effecteur et des actionneurs pour des mécanismes avec un nombre donné de segments N , des liaisons J et des degrés de mobilité (ddm) M est présentée dans ce travail. Rappelons que le graphe $G2$ est isomorphe au graphe $G1$ s'il existe une renumérotation des arêtes de $G2$ dont la matrice adjacente A est identique à la matrice adjacente de $G1$. Ainsi la définition appropriée de l'isomorphisme topologique est la renumérotation d'un graphe tel que la matrice adjacente demeure inchangée. En d'autres termes, l'isomorphisme est une permutation $P \neq I$ telle que $P^T A P = A$. Les résultats de cette étude peuvent être utiles aux concepteurs, leur permettant ainsi de restreindre le champ de recherche parmi les solutions possibles dans la phase initiale de conception de la chaîne cinématique d'un robot industriel.

2 Problématique

Il existe beaucoup de travaux concernant l'optimisation du choix de l'actionneur, de sa conception, de sa description [9, 10, 11, 12]. Par contre, aucun travail n'a été recensé, à notre connaissance, ayant comme objectif de donner une méthode permettant d'obtenir le nombre de solutions possibles pour positionner l'effecteur et le(s) actionneur(s) dans la chaîne cinématique d'un robot industriel. L'énumération de chaînes cinématiques en TMM fournit des listes complètes de chaînes cinématiques planes. Vu le nombre important de chaînes disponibles, il est souvent difficile de faire un choix de mécanisme dans la phase de conception initiale de la chaîne topologique d'un robot. En fait, on s'aperçoit qu'il y a un nombre important de mécanismes isomorphes concernant le choix de la position du bâti, de l'effecteur et des actionneurs du robot à cause de symétries. Ici des mécanismes avec chaînes fermées à liaisons simple sont uniquement concernés. Pour chaque type de chaîne, l'énumération considère toutes les inversions possibles (choix du bâti), et pour chaque inversion, considère tous les placements possibles de l'effecteur et des actionneurs. Ainsi, la question posée est comment limiter le nombre de possibilités pour attacher l'effecteur et les actionneurs sur une chaîne donnée. Les critères de cette restriction sont la position de l'effecteur et des actionneurs par rapport à la position du bâti du robot. En utilisant la symétrie des chaînes et le concept de *contours*, nous calculons les possibilités pour positionner l'effecteur et les actionneurs pour des chaînes avec un nombre de segments, de

liaisons et de degrés de liberté donnés. Soit A_i la sous-liste des chaînes en fonction du nombre : de degrés de mobilité M , d'éléments N et de liaisons J . Elles sont par la suite étudiées pour présenter une méthode permettant de calculer le nombre de possibilités pour positionner le bâti, l'effecteur et les moteurs. Notons qu'ici, le mécanisme cinématique plan ne représente que la *structure principale* d'un robot (celle qui génère le mouvement général du robot et sur laquelle repose le reste du système mécanique du robot) [13]. Ainsi, la question qui s'impose est : parmi les chaînes cinématiques fournies quel est le nombre de celles qui sont susceptibles d'être utilisées pour la conception de chaînes cinématiques en robotique ? Ainsi, l'objectif est l'élaboration des listes A_i . Soit une liste A_i de P topologies $\text{Topo } i$ extraite d'une liste complète de mécanismes et ce par rapport à certains paramètres (ex : mécanismes à un degré de mobilité, huit éléments et dix liaisons). En premier lieu de cette liste sont extraites des sous-listes A_{ij} par rapport à un critère (critère 1) ; *fixer un bâti* à un segment. Ensuite chaque topology $\text{Topo } i$ offre plusieurs possibilités pour *ancrer un effecteur* (critère 2) sur les autres segments et enfin *encler des actionneurs* (critère 3) sur les liaisons, en fonction de choix du bâti déjà effectué. Le mode de réflexion concernant l'élaboration de ces listes restreintes est schématisé en Fig. 1.

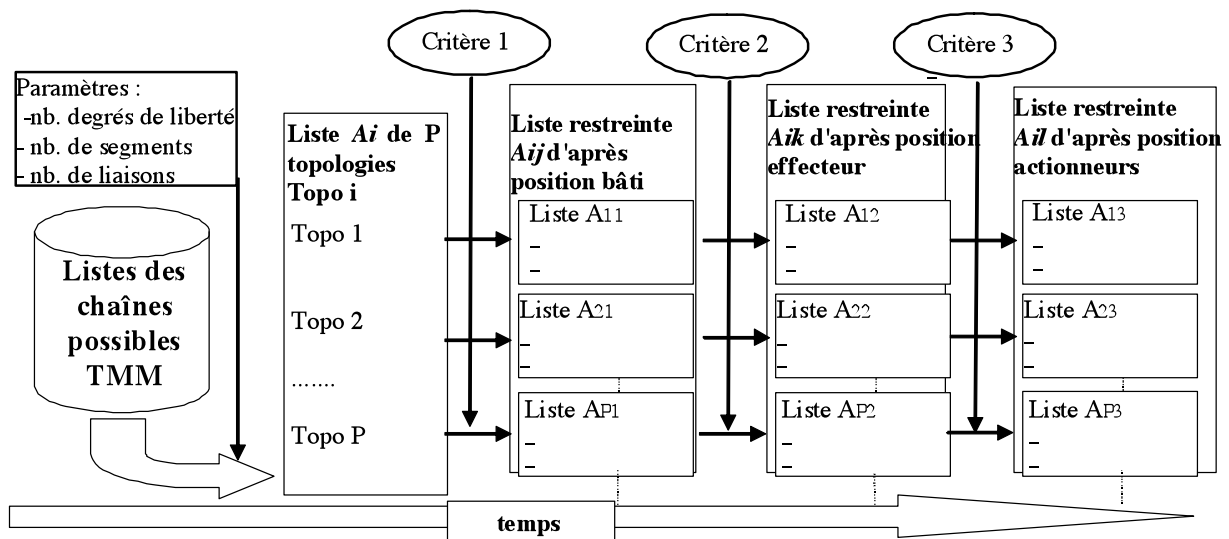


FIG. 1 – Chronologie de l'élaboration des listes restreintes

Notons que le problème concernant le positionnement relatif entre le bâti et l'effecteur est « réciproque » car on peut choisir la position du bâti et ensuite énumérer toutes les possibilités pour positionner l'effecteur et vice-versa. Ainsi, dans la méthode proposée, la position du bâti est tout d'abord choisie et ensuite les différentes possibilités pour positionner l'effecteur et les actionneurs en fonction de choix de la position du bâti déjà effectué.

3 Méthode proposée

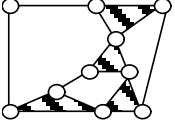
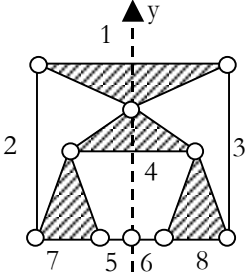
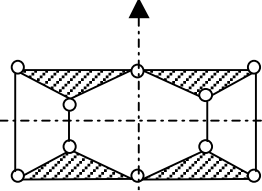
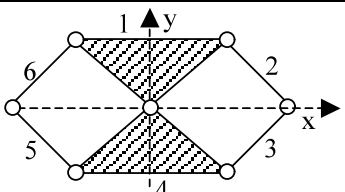
Notre but a été de mettre en évidence une formulation permettant de calculer le nombre de possibilités concernant le choix de bâti C_b , de l'effecteur C_e et des actionneurs C_m . Plusieurs cas de symétries sont distingués. Les intersections entre l'axe (les axes) de symétrie et le graphe cinématique sont identifiées par l'utilisateur qui définit par la suite le nombre de segments et de liaisons coupés par les axes de symétrie. A noter que, la méthode proposée ici ne permet pas de trouver la solution optimum mais de restreindre le champ des mécanismes non isomorphes parmi les solutions possibles.

3.1 Formulation pour calculer le nombre de possibilités concernant la position du bâti et de l'effecteur

Dans le but de mettre en évidence une formulation permettant de calculer le nombre de choix de bâtis C_b et effecteurs C_e , plusieurs cas de symétries sont étudiés. Une partie des résultats pour C_b et C_e concernant des mécanismes à un degré de liberté avec simple et double symétries sont présentés dans le Tableau 1, avec : N_c nombre d'éléments coupés par un axe de symétrie, N_{nc} nombre de segments non coupés par un axe de symétrie, N_x nombre de segments coupés uniquement par l'axe de symétrie x ou nombre de segments

contenant le centre de symétrie dans le cas d'une symétrie centrale, N_y , nombre de segments coupés uniquement par l'axe de symétrie y , N_{xy} nombre de segments coupés à la fois par les axes de symétrie x et y .

Tableau 1. Cas de symétries et formulation pour le Choix bâti C_b et le Choix effecteur C_e ($M=1$).

symétrie	exemple	Choix bâti C_b	Choix effecteur C_e
pas de symétrie		$C_b = N$	$C_e = N(N - 1)$
une symétrie		$C_b = \frac{N + N_c}{4}$	$C_e = \frac{N - N_c}{2} (N - 1) + N_c \left(\frac{N + N_c - 2}{2} \right)$
deux symétries	 aucun segment n'est coupé par les axes de symétrie	$C_b = \frac{N + N_c}{4}$	$C_e = \frac{N - N_c}{4} (N - 1) + \frac{N_x}{2} \left(\frac{N + N_x - 2}{2} \right) + \frac{N_y}{2} \left(\frac{N + N_y - 2}{2} \right)$
	 des segments sont coupés par les axes de symétrie	$C_b = \frac{N + N_c}{4}$	$C_e = \frac{N - N_c}{4} (N - 1) + \frac{N_x}{2} \left(\frac{N + N_x - 2 + N_{xy}}{2} \right) + \frac{N_y}{2} \left(\frac{N + N_y - 2 + N_{xy}}{2} \right) + N_{xy} \left(\frac{N + N_x + N_y + 3N_{xy} - 4}{4} \right)$

3.2 Formulation pour calculer le nombre de possibilités concernant la position des actionneurs

Notons que les positions des actionneurs sont autorisées au niveau de toutes les liaisons et donc ne s'appliquent pas seulement aux liaisons proches du bâti. Toutes les liaisons ont le même statut et par conséquent peuvent être motorisées. En d'autres termes, les actionneurs peuvent être positionnés à toutes les liaisons de la chaîne cinématique quelle que soit sa position relativement au bâti. A cette étape de l'étude nous assumons toutes ces hypothèses purement en tant que géométriques ou topologiques et, en aucun cas, elles ne sont liées aux performances cinématiques et dynamiques du robot.

Dans le but de mettre en évidence la formulation en question pour des chaînes à différents degrés de liberté, plusieurs cas avec et sans symétries sont étudiés. Concernant le choix C_m , trois cas sont considérés : *i.*) le bâti est un segment non coupé par les axes de symétrie, *ii.*) le bâti est un segment coupé par un axe de symétrie ; *iii.*) le bâti est un segment coupé par les deux axes de symétrie. A titre d'exemple, quelques résultats concernant la formulation de C_m pour des mécanismes à deux degrés de mobilité sont présentés dans le Tableau 2, avec : $N_{sp}=(N-N_c)/2$ nombre de *paires symétriques*, N_c nombre de segments coupés par l'axe de symétrie (pour simple symétrie, $s=1$), $N_{dsp}=Nnc/2s$ nombre de *doubles paires symétriques*, $C_{5PN\alpha}$ nombre de

paires symétriques de liaisons, non appartenant à un α contour commun. Pour plus de détails sur les *contours* et les molécules le lecteur est invité de consulter [13].

Tableau 2. Cas de symétries et formulation pour les possibilités de positionnement de l'actionneur C_m ($M=2$)

M=2			
symétrie	graphe cinématique	contours/ molécule	schéma de positionnement des actionneurs et formulation pour choix moteurs C_m
pas de symétrie		$\alpha-\beta-\gamma-\Delta$ 	 $C_m = N \left[\frac{C_5(C_5 - 1)}{2} - (6n_\alpha - N_{cl}) \right]$
une symétrie		$\beta_1-\beta_2-\beta_3-\Delta$ 	 $C_m = \frac{1}{2} \left\{ N \left[\frac{C_5(C_5 - 1)}{2} - (6n_\alpha - N_{cl}) \right] + N_c C_{5PN\alpha} \right\}$
deux symétries		$\beta_1-\beta_2-\Gamma$ 	
$C_m = \frac{N_{nc}}{2s} \left[\frac{C_5(C_5 - 1)}{2} - (6n_\alpha - N_{cl}) \right] + \frac{N_{Cx}}{s} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{C_5(C_5 - 1)}{2} - \frac{C_{5ncx}}{2} - (6n_\alpha - N_{cl}) \right] + \frac{C_{5ncx}}{2} \right\} +$ $+ \frac{N_{Cy}}{s} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{C_5(C_5 - 1)}{2} - \frac{C_{5ncy}}{2} \right] + \frac{C_{5ncy}}{2} \right\} + \frac{1}{2^s} (C_{5c} C_{5nc} + C_{5cx} C_{5cy}) + \frac{1}{2} \frac{C_{5nc} (C_{5nc} - 1)}{2} + \frac{C_{5cx} + C_5}{2}$			

4 Exemples d'application

Une application sur Silicon Graphics/UNIX est réalisée, basée sur la méthode présentée. La première étape de l'application consiste à compléter le *fichier descriptif* de la chaîne cinématique. Ce dernier contient les données minimum nécessaires pour le calcul de C_b , C_e et C_m comme : son degré de mobilité, le nombre de segments et de liaisons, le nombre de segments et liaisons coupés par l'axe (les axes) de symétrie, le nombre et le types des contours dans la molécule, etc. L'outil informatique réalisé calcule le nombre de possibilités pour attacher le bâti et l'effecteur au mécanisme. Ensuite, pour chaque possibilité, le programme calcule le nombre de différentes possibilités pour fixer le(s) actionneur(s) sur les liaisons du mécanisme. Permettant de restreindre le nombre de solutions en éliminant les solutions isomorphes, l'application informatique est aussi étendue à d'autres chaînes à : *i*. un degré de mobilité avec *quatre, six, huit et dix* segments auxquels

correspondent 1, 2, 16 et 230 chaînes respectivement, *ii*). deux degrés de mobilité avec cinq, sept, neuf et onze éléments auxquels correspondent 1, 4, 40 et 110 chaînes respectivement. A titre d'exemple, le nombre de choix possibles pour fixer le bâti C_b , l'effecteur C_e et l'actionneur (moteur) C_m pour les 16 chaînes cinématiques à un degré de mobilité, huit éléments et dix liaisons donne au total 726 mécanismes distincts. Le temps de calcul nécessaire pour l'énumération topologique de ces derniers est de 1.78 s (Pentium P4C : 2.8 GHz).

5 Conclusion

La méthode présentée dans ce travail permet de faire une restriction morphologique de mécanismes cinématiques plans en robotique tout en évitant les chaînes isomorphes concernant les positions du bâti, de l'effecteur et des actionneurs du robot. Elle est élaborée en exploitant les symétries géométriques des chaînes et l'analyse combinatoire. Les différents cas de symétries étudiés conduisent à des formulations permettant de calculer le nombre de mécanismes issus d'une chaîne cinématique qui sont distingués par la position du bâti, de l'effecteur et des actionneurs. Ainsi, toutes les possibilités pour positionner un ou plusieurs actionneurs sont étudiées en fonction des degrés de mobilité du mécanisme. Par immobilisation successive de chaque segment du robot, nous obtenons différents mécanismes d'un point de vue structurel. L'avantage de cette méthode est son aspect adaptable pour un traitement automatique des données. Ainsi, au début de la phase initiale de la conception d'un robot, le concepteur a la possibilité de savoir immédiatement quel est le nombre total des mécanismes-moteurs associés à la chaîne cinématique de base. Cela est possible grâce à l'élimination systématique des cas des mécanismes isomorphes concernant la position de l'effecteur et des actionneurs par rapport à la position du bâti. Une application informatique sur les formulations ainsi représentées est réalisée. Elle est par la suite appliquée sur différentes chaînes issues de la TMM, permettant ainsi de restreindre le champ de recherche parmi les solutions possibles. Concernant C_m , une extension du modèle pour des chaînes à trois degrés de liberté et plus est actuellement en cours.

References

- [1] Mruthyunjaya T.S., Kinematic structure of mechanisms revisited, *Mechanism and Machine Theory* 38 (2003) 279–320.
- [2] Manolescu N.I., Systématisation et classification des mécanismes-moteurs plans articulés, à deux degrés de mobilités, *Revue Roumaine des Sciences et Techniques – Mécanique appliquée*, tome 10, N°4, pp.999-1042, 1963.
- [3] Crossley F. R. E., 1964. A contribution to Grubler's theory in the number synthesis of plane mechanisms, *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1-8.
- [4] Quist F.F., Soni A.H., Structural synthesis and analysis of kinematic chains using path matrices, *3-rd World Congress for Theory of Machines and Mechanisms*, 1971, pp. D213–D222.
- [5] Lee K., Tortorelli D.A., CAD system for designing robotic manipulators, *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and automation*, Saint-Louis, 1985.
- [6] Tuttle E.R., Peterson S.W., Titus J.E., Further applications of group theory to the enumeration and structural analysis of basic kinematic chains, *Jour. Mechanisms, Transmissions, Automat. Des.* ASME Trans. 111 (1989) 495–497.
- [7] Mitrouchev P., 2006. Sub-chain symmetry approach for morphological choice of planar mechanisms in robotics, *European Journal of Mechanics (A Solids)*, Vol. 25, Issue 1, (2006), 166-188.
- [8] Mitrouchev P., Formulation for actuators' number enumeration for main planar structures in robotics. *European Journal of Mechanics (A Solids)*, ISSN: 0997-7538, Ed. Elsevier, 2008, Vol. 27/4, pp. 622-646.
- [9] Chedmail P., Gautier M., Optimum choice of robot actuators. *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for industry*, 112 (1990) 361-367.
- [10] Giordano M., Lottin J., 1990. Cours de Robotique – Description et fonctionnement des robots industriels, Edition ARMAND COLIN, Paris 1990.
- [11] Merlet J.- P. 1991 An algorithm for the Forward Kinematics of general Parallel Manipulators. In ICAR, Pise, 1136-1140.
- [12] Hervé L.M. 1982 Intrinsic formulation of problems of geometry and kinematics of mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 17/ 3, 179-184.
- [13] Mitrouchev P., 2001. Symbolic structural synthesis and a description method for planar kinematic chains in robotics, *European Journal of Mechanics (A Solids)*, N°20, 777-794.