

# Homogénéisation du comportement élastoplastique anisotrope d'un polycristal poreux avec interfaces imparfaites

Z. HE<sup>a,b</sup>, L. DORMIEUX<sup>a</sup>, D. KONDO<sup>c</sup>, G. CARATINI<sup>a</sup>

*a. Institut Navier, UMR 8205 CNRS, Enpc, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-Vallée*

*b. Laboratoire de Mécanique de Lille, UMR 8107, Cité Scientifique, 59655 Villeneuve d'Ascq*

*c. Institut d'Alembert, UMR 7190 CNRS, UPMC, 75252 Paris Cedex 05*

## Résumé :

*On s'intéresse à une modélisation polycristalline d'un argilite en vue d'une étude de faisabilité du stockage souterrain de déchets radioactifs. Dans cette perspective, on se propose d'étudier dans ce travail la réponse élastoplastique en considérant simultanément deux mécanismes de plasticité : déformation des cristaux et glissement dans les interfaces intercrystallines. A cette fin, on établit d'abord une solution originale du problème d'Eshelby pour une inclusion isotrope transverse avec interface imparfaite. Puis on met en oeuvre un schéma auto-cohérent prenant en compte la plasticité des grains (de type Schmid) entourés d'interfaces de type Tresca et des pores. Enfin, la réponse non linéaire prédite par le modèle proposé est illustrée et discutée.*

## Abstract :

*The present study is devoted to a polycrystalline modeling of a claystone. We aim at formulating an elastoplastic constitutive law of this class of materials by considering simultaneously two mechanisms of plasticity : crystals deformation and slip in intercrystalline interfaces. To this end, we first establish an original solution to the problem of Eshelby for a transverse isotropic inclusion with imperfect interface. We then implement a self-consistent scheme which takes into account Schmid type plastic grains surrounded by Tresca-like interfaces and pores. Finally, the nonlinear response predicted by this model is illustrated and discussed.*

**Mots clefs :** homogénéisation, élastoplasticité, polycristal poreux, interface, isotropie transverse

## 1 Introduction

Cette étude est consacrée au développement d'une approche d'homogénéisation non linéaire appliquée au comportement mécanique d'une argilite dans la perspective d'une étude de faisabilité du stockage souterrain de déchets radioactifs. L'argilite est un milieu poreux complexe composé d'une phase argileuse, de pores et de solides minéraux tels que le quartz et la calcite principalement. La présente communication se limite à la formulation d'un modèle prédictif du comportement mécanique de la phase argileuse pure. Plus précisément, il s'agit d'établir un modèle micro-macro permettant de décrire le comportement élastoplastique et isotrope transverse de cette matrice argileuse, en s'appuyant sur l'approche incrémentale de Hill [1] pour l'étape d'homogénéisation non linéaire. L'évolution simultanée des deux mécanismes prépondérants de plasticité est considérée : déformation plastique des cristaux et glissement dans les interfaces intercrystallines. Il convient de souligner que le modèle tient compte de la structure feuilletée des particules, de la distribution des orientations des grains, et bien entendu des interfaces entre les cristaux conformément aux données microstructurales disponibles pour le matériau d'étude.

## 2 Comportement plastique du polycristal avec interface parfaite

Des observations au Microscope Electronique à Balayage (MEB) (cf. par exemple [2]) indiquent que la phase solide de la matrice argileuse de l'argilite (du Callovo Oxfordien) est composée de nombreuses plaquettes d'argile distribuées aléatoirement et avec une orientation désordonnée des surfaces de contact entre les particules d'argile. Sur la base de ces observations, nous proposons un modèle de comportement mécanique de la matrice argileuse en considérant des grains solides feuilletés modélisant des plaquettes d'argile. En outre, afin de rendre compte des effets des zones de contact entre les particules d'argile, il est supposé que les motifs solides élémentaires de la matrice argileuse sont organisés sous forme de grains sphériques feuilletés entourée par des interfaces (avec discontinuité de déplacement) ayant une orientation de distribution isotrope.

## 2.1 Comportement élastoplastique des grains

L'interprétation usuelle du comportement plastique des matériaux de type argilite s'appuie sur l'activation de glissements entre feuillets à l'échelle microscopique. On peut donc retenir pour la modélisation des systèmes de glissement de monocristaux un critère plastique du type Schmid : il est supposé que l'unique système de glissement associé à chaque grain est activé dès que la contrainte effective correspondante atteint une valeur critique. Pour chaque cristal, l'écroutissage du grain n'est pas considéré. Le critère local s'exprime comme suit :

$$f = |\tau| - \tau_{cr} \leq 0 \quad (1)$$

$$\tau = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{m} \quad (2)$$

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} (\underline{n} \otimes \underline{t} + \underline{t} \otimes \underline{n}) = \frac{1}{2} (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r) \quad (3)$$

L'orientation normale aux feuillets,  $\underline{e}_r$ , est définie par les angles d'Euler  $\theta$  et  $\phi$  dans le système cartésien  $O\underline{e}_1\underline{e}_2\underline{e}_3$ .

$$\underline{e}_r = \sin\theta\cos\phi \underline{e}_1 + \sin\theta\sin\phi \underline{e}_2 + \cos\theta \underline{e}_3; \quad \underline{e}_\theta = \cos\theta\cos\phi \underline{e}_1 + \cos\theta\sin\phi \underline{e}_2 - \sin\theta \underline{e}_3 \quad (4)$$

La forme incrémentale des équations constitutives correspondantes s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{L} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (5)$$

où l'opérateur tangent  $\mathbb{L}$  s'écrit classiquement :

$$\mathbb{L} = \begin{cases} \mathbb{C}^{el} & \text{si } f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \\ \mathbb{C}^{el} - \frac{(\mathbb{C}^{el} : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}) \otimes (\mathbb{C}^{el} : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}})}{(\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbb{C}^{el} : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}})} & \text{si } f(\boldsymbol{\sigma}) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

On notera que le tenseur  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2} (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r)$  définissant la direction de l'écoulement plastique pour le grain  $\mathcal{G}_i$  contient l'information relative à l'orientation du grain. En utilisant l'expression de  $\mathbb{L}$  dans (6), on obtient un tenseur dont la représentation matricielle de Voigt est la même que  $\mathbb{C}^{el}$ , à l'exception de la composante  $\mathbb{C}_{r\theta r\theta}$  de  $\mathbb{C}$  est égale à zéro. En d'autres termes, la rigidité tangente en cisaillement ne disparaît que dans les directions intragranulaires feuilletées pour le couple de directions  $(e_r, e_\theta)$ .

## 2.2 Evolution plastique intragranulaire

On considère une compression uniaxiale dans la direction de  $(-\underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3)$ . Les cristaux étant supposés initialement isotropes, l'évolution de la microstructure de la matrice argileuse durant cet essai de compression uniaxiale met en jeu une anisotropie liée à l'activation du système de glissement selon le critère de plasticité de type Schmid en fonction de la contrainte de cisaillement locale vue par le cristal.

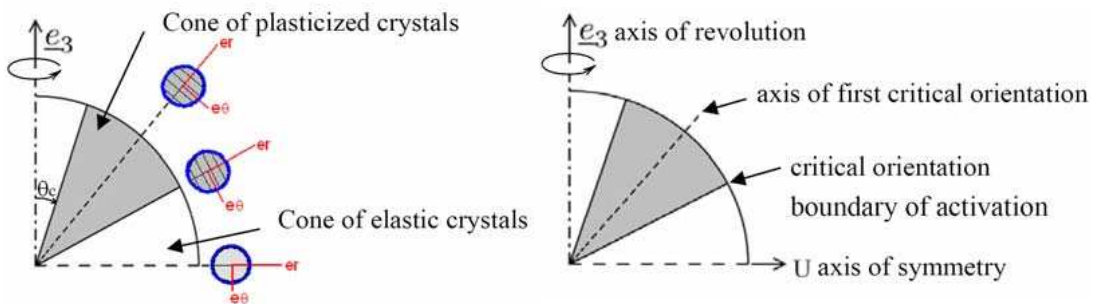


FIG. 1 – Distribution d'orientations des cristaux activés et inactivés - schématisation de différents domaines (figure gauche) ; schématisation de différents axes (figure droite)

Au cours de la charge de compression, l'évolution de la distribution des orientations cristallines (symétriques par rapport à l'axe de révolution  $\underline{e}_3$ ) est décrite sur la Fig.1). Il est nécessaire d'introduire une orientation  $\theta_c$  dans le plan local de  $(\underline{e}_r, U)$ . Les cristaux ayant cette orientation seront donc à la limite de l'activation du système de glissement correspondant lorsque le critère sera atteint. En raison de la symétrie par rapport à l'axe de U, l'analyse se restreint à  $\theta \in [0, 90^\circ]$ . A l'aide de (2)(3)(4), on montre que dans l'essai de compression uniaxiale, le premier cristal critique est orienté à  $\theta = 45^\circ$ . L'augmentation du chargement macroscopique

conduit à une distribution d'orientations des cristaux plastifiés dans un cône autour de l'axe de symétrie  $\theta = 45^\circ$ . La zone à l'intérieur du cône correspond à des cristaux plastifiés, ayant donc des propriétés anisotropes. A l'opposé, la zone extérieure à l'angle du cône est associée à des cristaux élastiques isotropes. Il va de soi que l'angle du cône des systèmes activés sera de plus en plus grand avec la montée de charge, jusqu'à atteindre  $90^\circ$  (plastification de tous les cristaux). En raison de l'anisotropie de distribution d'orientation, le comportement macroscopique du milieu homogénéisé équivalent est de type isotrope transverse.

### 3 Approche incrémentale auto-cohérente et prédictions d'un premier modèle

Pour la résolution du problème d'homogénéisation non linéaire, on met en oeuvre un schéma auto-cohérent dans le cadre de la formulation incrémentale de Hill [1]. A cette fin, il convient de considérer la loi de comportement local non linéaire sous la forme  $\dot{\boldsymbol{\sigma}}(\underline{z}) = \mathbb{L}(\underline{z}) : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}(\underline{z})$ . Moyennant l'hypothèse d'homogénéité du champ de déformation plastique autour et dans l'inclusion, on peut tirer profit de la solution du problème de l'inclusion équivalente d'Eshelby.

Pour chaque phase  $r$  ayant un module uniforme  $\mathbb{L}_r$ , la relation macroscopique entre taux de contrainte et taux de déformation se présente sous la forme :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbb{L}^{\text{hom}} : \dot{\boldsymbol{E}} \quad \text{avec} \quad \mathbb{L}^{\text{hom}} = \langle \mathbb{L}(\underline{z}) : \mathbb{A}(\underline{z}) \rangle = \sum_{r=1}^N f_r \mathbb{L}_r : \mathbb{A}_r \quad (7)$$

dans lequel  $\mathbb{A}_r$  est le tenseur de localisation des taux de déformations moyen de la phase  $r$ . Compte tenu de la morphologie polycristalline du matériau, un schéma auto-cohérent est adapté au contexte anisotrope des particules sphériques feuilletées. Dans le cas particulier de particules feuilletées distribuées de façon isotrope, il vient :

$$\mathbb{A}_r = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} (\mathbb{I} + \mathbb{P}_I^0 : (\mathbb{L}_r(\theta, \phi) - \mathbb{L}^{\text{hom}}))^{-1} \frac{\sin \theta}{4\pi} d\theta d\phi : \left[ \sum_{s=0}^N f_s \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} (\mathbb{I} + \mathbb{P}_I^0 : (\mathbb{L}_s(\theta, \phi) - \mathbb{L}^{\text{hom}}))^{-1} \frac{\sin \theta}{4\pi} d\theta d\phi \right]^{-1} \quad (8)$$

Dans le cas où la distribution en orientation des sphères feuilletées n'est pas isotrope, le tenseur  $\mathbb{A}_r$  et l'opérateur tangent  $\mathbb{L}^{\text{hom}}$  peuvent être obtenus par intégration sur l'angle  $\theta$  appartenant aux cônes de cristaux plastifiés et de cristaux élastiques définis sur la Fig.1. Dans la formule(8), compte tenu de l'isotropie transverse du matériau, la détermination du tenseur de Hill  $\mathbb{P}_I^0$  se fait : i) soit en s'appuyant sur les travaux de Whithers [3] dédiés aux milieux isotropes transverses contenant des inclusions ellipsoïdales dont l'axe de révolution coïncide avec la direction d'isotropie transverse ; soit par évaluation numérique telle que proposée dans [4].

Ce premier modèle a été appliqué pour simuler des essais de compression uniaxiale en taux de déformation contrôlé. Les valeurs des paramètres retenues pour les simulations numériques sont :  $E_s = 3000 \text{ MPa}$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\tau_{cr} = 1.5 \text{ MPa}$ ,  $\varphi = 0.2, 0.3, 0.4, 0.45$ . Comme observé sur la Fig.2, on distingue nettement un régime élastique suivi par un domaine de déformations plastiques. Comme attendu, la raideur élastique, le seuil de plasticité ainsi que la pente en régime plastique sont d'autant plus élevées que la porosité est faible. Malgré sa relative simplicité, ce premier modèle confirme que pour le type de matériau poreux feuilleté auquel on s'intéresse (porosité de l'ordre de 0.15, largement inférieure à 0.45), le seul mécanisme de glissement feuillet sur feuillet ne suffit pas pour expliquer l'occurrence d'une ruine plastique. C'est principalement cette constatation qui a motivé la proposition d'un second modèle plus élaboré, car prenant en compte un mécanisme supplémentaire généré par la présence d'interfaces imparfaites.

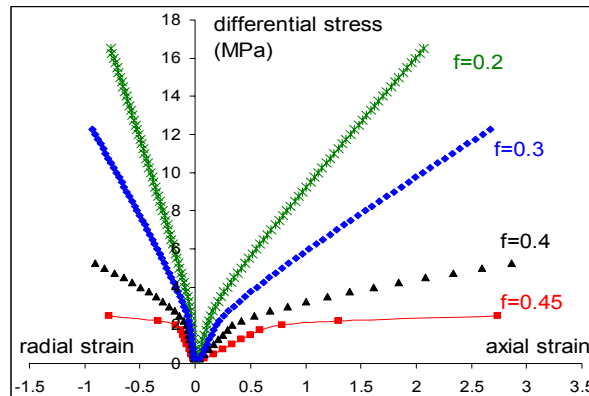


FIG. 2 – Prédications du modèle pour la compression uniaxiale ; 4 niveaux de porosité sont considérés

## 4 Modélisation polycristalline prenant en compte des interfaces imparfaites

Le schéma auto-cohérent classique, décrit ci-dessus, ne prend pas en compte les phénomènes interfaciaux entre les grains et qui affectent de façon significative le comportement macroscopique de l'argilite. En restant dans le cadre de l'approche incrémentale mise en oeuvre, on introduit ici un taux de discontinuité de déplacement à la frontière  $\partial\mathcal{G}_i$  du grain  $\mathcal{G}_i$ . Les grains  $\mathcal{G}_i$  et  $\mathcal{G}_j$  sont en contact à travers une interface  $\mathcal{I}_{ij}$  dont le comportement est régi par une relation entre le taux du vecteur-contrainte local  $\dot{T}$  et le taux du saut de déplacement :

$$\dot{T} = \mathbf{K}^{tan} \cdot \left[ \underline{\dot{\xi}} \right] \quad \text{avec} \quad \mathbf{K}^{tan} = K_n^{tan} \underline{n} \otimes \underline{n} + K_t^{tan} (1 - \underline{t} \otimes \underline{t}); \quad \left[ \underline{\dot{\xi}} \right]_i = \dot{\xi}(R^+)_i - \dot{\xi}(R^-)_i \quad (9)$$

Il s'agit d'une interface de type ressort dans lequel les raideurs tangentes peuvent être constantes ou couplées avec les mécanismes d'activation du glissement. L'approche proposée consiste à modéliser un grain élémentaire comme une inclusion élastoplastique (voir section 2.1) entourée d'une interface imparfaite non linéaire. Avant de résoudre le nouveau problème d'homogénéisation, il importe de revisiter d'abord le problème d'Eshelby pour le motif constitué du grain isotrope entouré par l'interface imparfaite et des pores.

*On notera que la prise en compte simultanée des mécanismes interfaciaux et d'activation du glissement sera réalisée dans la sous section 5.2.*

### 4.1 Modèle de grain sphérique isotrope entouré par une interface imparfaite

On considère le problème d'Eshelby pour un motif de grains sphériques isotropes entourés par une interface imparfaite et comportant des pores sphériques. On se donne à l'infini des conditions en taux de déformation uniforme au bord. On peut montrer que l'opérateur tangent homogénéisé  $\mathbb{L}$  estimé par le schéma auto-cohérent s'écrit [5] :

$$\mathbb{L}^{hom} = (1 - \varphi) \mathbb{B}^{S \cup I} : \left( \varphi \left( \mathbb{I} - \mathbb{S}_{sph}^{hom} \right)^{-1} + (1 - \varphi) \mathbb{A}^{S \cup I} \right)^{-1} \quad (10)$$

où l'indice de  $S \cup I$  (resp.  $s$ ) représente l'ensemble de la sphère avec l'interface (resp. la sphère).  $r = r_0^+$  (resp.  $r = r_0^-$ ) représente la lèvre externe (resp. lèvre interne) de l'interface  $r = r_0$ .  $\mathbb{A}^{S \cup I}$  est le tenseur de localisation des taux de déformation et  $\mathbb{B}^{S \cup I}$  celui des taux de contrainte. Les relations micro-macro s'écrivent :

$$\begin{aligned} \bar{\underline{\epsilon}}^s &= \mathbb{A}^s : \dot{\underline{E}}_0 &= \frac{1}{\Omega} \int_{r=r_0^-} \underline{\dot{\xi}}^{esh}(r_0^-) \otimes \underline{e}_r dS \\ \bar{\underline{\epsilon}}^{S \cup I} &= \mathbb{A}^{S \cup I} : \dot{\underline{E}}_0 &= \frac{1}{\Omega} \int_{r=r_0^+} \underline{\dot{\xi}}^{esh}(r_0^+) \otimes \underline{e}_r dS \\ \bar{\underline{\sigma}}^{S \cup I} &= \mathbb{B}^{S \cup I} : \dot{\underline{E}}_0 &= \frac{3}{4\pi r_0^2} \int_{r=r_0} \underline{e}_r \otimes \dot{\underline{\sigma}}^{esh} \cdot \underline{e}_r dS \end{aligned} \quad (11)$$

dans lequel le taux de contrainte  $\dot{\underline{\sigma}}^{esh}$  et le taux du saut de déplacement  $\underline{\dot{\xi}}^{esh}$  sont les solutions du problème généralisé (cf. [6][7]), en considérant une sollicitation purement sphérique  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 \mathbf{1}$  et une autre purement déviatorique  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 (\underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2)$ .

### 4.2 Cas du grain sphérique feuilleté entouré par une interface imparfaite

On se focalise à présent sur le problème d'Eshelby correspondant au grain sphérique feuilleté entouré par une interface imparfaite. Une approximation basée sur l'isotropisation du milieu homogénéisé est proposée, avant la résolution numérique nécessitée par le schéma autocohérent. L'approximation est effectuée à chaque itération du processus auto-cohérent.

$$\begin{aligned} k_{approx}^{hom} &= \frac{1}{3} \left( \mathbb{L}_{rrrr}^{hom} + \mathbb{L}_{rr\theta\theta}^{hom} + \mathbb{L}_{rr\phi\phi}^{hom} \right) \\ \mu_{approx}^{hom} &= \mathbb{L}_{\theta\phi\theta\phi}^{hom} \\ \mathbb{L}_{approx}^{hom} &= 3k_{approx}^{hom} \mathbb{J} + 2\mu_{approx}^{hom} \mathbb{K} \end{aligned} \quad (12)$$

La solution du problème en contexte 3D sera recherchée comme avant en considérant successivement différentes directions du chargement en vitesse de déformation contrôlée. Compte tenu de ce que la rigidité en cisaillement ne disparaît que dans les plans de feuillets pour  $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta)$  et de ce que la structure présente un axe de révolution  $\underline{e}_3$ , cinq directions de chargement représentatives peuvent être choisies : une sollicitation sphérique  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 \mathbf{1}$  et quatre sollicitations déviatoriques  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 (-\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r - \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta)$ ,  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 (\underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\phi + \underline{e}_\phi \otimes \underline{e}_\theta)$ ,  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\theta + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_r)$ ,  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0 (\underline{e}_r \otimes \underline{e}_\phi + \underline{e}_\phi \otimes \underline{e}_r)$ . Il est important de noter que la résolution de ce problème

est réalisée dans le système de coordonnées local  $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_\phi)$ . Après un certain nombre de calculs analytiques, on montre que les composantes des tenseurs  $\mathbb{A}^s, \mathbb{A}^{SUI}$  et  $\mathbb{B}^{SUI}$  peuvent être déterminés :

$$\begin{aligned} \alpha_{rr\theta\theta}^s &= \alpha_{\theta\phi\phi\theta}^s = \alpha_{r\phi\phi r}^s = \left( a_s - \frac{21}{5(1-2\nu^s)} b_s r_0^2 \right) \frac{1}{E_0} \\ \alpha_{rr\theta\theta}^{SUI} &= \alpha_{\theta\phi\phi\theta}^{SUI} = \alpha_{r\phi\phi r}^{SUI} = \left( a_{\text{hom}} + \frac{4(4-\nu_{\text{approx}}^{\text{hom}})}{5(1-2\nu_{\text{approx}}^{\text{hom}})} \frac{d_{\text{hom}}}{r_0^3} \right) \frac{1}{E_0} \\ \beta_{rr\theta\theta}^{SUI} &= \beta_{\theta\phi\phi\theta}^{SUI} = \beta_{r\phi\phi r}^{SUI} = \left( \frac{a_s}{(1+2\nu^s)} - \frac{21b_s r_0^2}{5(1+2\nu^s)(1-2\nu^s)} \right) \frac{\dot{E}_0^s}{E_0} \end{aligned} \quad (13)$$

Le glissement se produit seulement dans la direction de chargement  $\dot{\underline{E}}_0 = \dot{E}_0(-\underline{e}_r \otimes \underline{e}_r + \underline{e}_\theta \otimes \underline{e}_\theta)$  suivant laquelle le solide se déforme de manière comme un pore. Les composants de  $\mathbb{A}_{r\theta\theta r}^{SUI}$  et  $\mathbb{B}_{r\theta\theta r}^{SUI}$  peuvent alors s'écrire :

$$\alpha_{r\theta\theta r}^{SUI} = \left( 1 - \frac{6(k_{\text{approx}}^{\text{hom}} + 2\mu_{\text{approx}}^{\text{hom}})}{5(3k_{\text{approx}}^{\text{hom}} + 4\mu_{\text{approx}}^{\text{hom}})} \right)^{-1} \frac{1}{E_0}; \quad \beta_{r\theta\theta r}^{SUI} = 0 \quad (14)$$

d'où l'on peut déduire les expressions des tenseurs de localisation en déformation et en contrainte dans la base de  $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_\phi)$ . Les expressions de ces tenseurs dans la base de  $(e_1, e_2, e_3)$  s'obtiennent à l'aide de formules usuelles de changement de base.

## 5 Prédications du modèle avec interfaces imparfaites et conclusions

Ce second modèle est maintenant appliqué pour simuler à nouveau les essais de compression uniaxiale mis en oeuvre en taux de déformation contrôlé.

### 5.1 Influence du degré d'imperfection

Les valeurs des paramètres utilisées sont les mêmes que précédemment :  $E_s = 3000 \text{ MPa}$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\tau_{cr} = 1.5 \text{ MPa}$ ,  $\varphi = 0.3$ ,  $K_n^{\text{tan}} \rightarrow \infty$ . Les prédictions sont illustrées pour diverses raideurs tangentés  $K_t^{\text{tan}}$  qui reflètent le degré d'imperfection de l'interface (voir Fig.3). On observe que moins imparfaite est l'interface entre les grains, plus résistant est le matériau. Ceci indique le rôle très important que joue les propriétés de l'interface dans la réponse macroscopique du matériau.

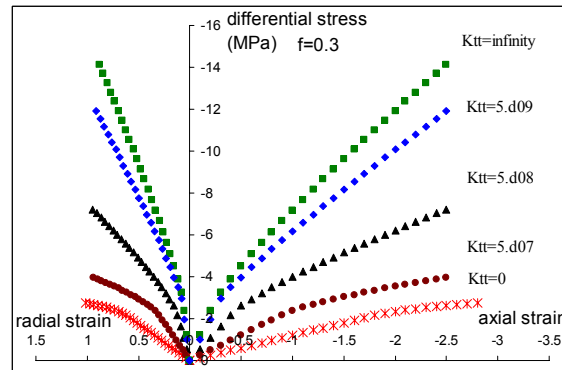


FIG. 3 – Prédications de la réponse macroscopique en compression uniaxiale pour différentes valeurs de  $K_t^{\text{tan}}$

### 5.2 Simulation de deux mécanismes de déformation simultanément

On se propose maintenant d'interpréter le mécanisme de rupture de la matrice argileuse en considérant simultanément les deux mécanismes de déformation du matériau : glissement plastique des grains régi par un critère de Schmid, interface imparfaite gouverné par un critère de Tresca  $\sigma_T < \sigma_{cr}$ ,  $\sigma_T = |\sigma_T|$  étant la norme de la contrainte tangentielle. On considère que le critère applique en un sens moyen, et l'interface est rompue ( $K_n^{\text{tan}} \rightarrow \infty$ ,  $K_t^{\text{tan}} = 0$ ) d'un coup, une fois que la contrainte critique  $\sigma_{cr}$  est atteinte. Des analyses numériques nous ont conduit à un schéma de distribution d'orientation des cristaux avec une interface parfaite ou imparfaite du type de celui montré sur la Fig.4 (figure de gauche); les deux cônes gris (interfaces rompues) deviennent de plus en plus grands avec la montée en charge, jusqu'à ce que toutes les interfaces soient plastifiées. En comparant la Fig.4 de gauche avec la Fig.1, il est possible d'établir des scénari d'évolutions en rapport avec les deux mécanismes en fonction de  $\theta$  (voir Fig.4 de droite). Les mécanismes de plastification des grains

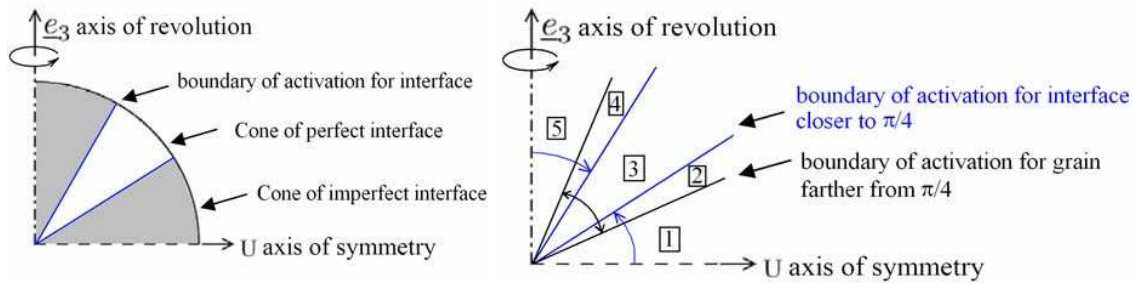


FIG. 4 – Distribution d'orientation des cristaux avec une interface imparfaite saine ou rompue (figure de gauche). Evolution des deux mécanismes de déformation en fonction de  $\theta$  (figure de droite)

et d'interface subdivisent le domaine  $\theta \in [0, 90^\circ]$  en 5 zones différentes (voir Fig.4 de droite). Les propriétés du motif dans chaque zone sont les suivantes :

- zones 1 et 5 : grains élastiques isotropes et interfaces rompues
- zones 2 et 4 : grains plastifiés et interfaces rompues
- zones 3 : grains plastifiés et interfaces saines

Sur la base des discussions ci-dessus, les simulations numériques prenant en compte les deux mécanismes ont été réalisées en adoptant les valeurs suivantes des paramètres :  $E_s = 3000\text{MPa}$ ,  $\nu_s = 0.3$ ,  $\tau_{cr} = 1.5\text{MPa}$ ,  $\sigma_{cr} = 1.5\text{MPa}$ ,  $K_n^{tan} \rightarrow \infty$ ,  $K_t^{tan} \rightarrow \infty$  quand l'interface est parfaite, et  $K_n^{tan} \rightarrow \infty$ ,  $K_t^{tan} = 0$  quand l'interface est plastifiée. Deux niveaux de porosité,  $\varphi = 0.2$  et  $0.3$  sont considérés.

Les courbes prédites par les deux modèles (avec ou sans interface) montrent une grande différence (cf. Fig.5). Dans les prédictions du deuxième modèle, on observe un assouplissement du comportement lié au mécanisme d'interface. Le matériau se rompt à une contrainte correspondant à la fin de la courbe contrainte-déformation où l'opérateur tangent de rigidité  $\mathbb{L}$  s'annule. La courbe peut être divisée en trois phases : une phase élastique, une phase plastique provoquée par la plastification des grains, et une phase de plasticité avec assouplissement.

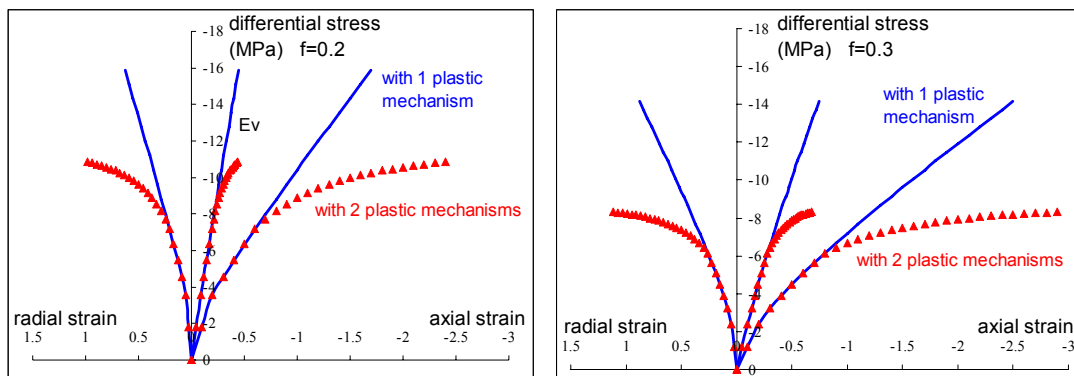


FIG. 5 – Prédiction de l'essai de compression uniaxiale - Comparaison entre les modèles avec interface imparfaite ou sans interface (ligne continue)

## Références

- [1] Hill R. Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *J.Mech. Phys. Solids*, 13, 89–101, 1965.
- [2] Sammartino G. Construction d'un model conceptuel d'organisation de la porosité de la mineralogie des argilites du site de bure. Technical report, Rapport Andra, 2001.
- [3] Withers P. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion in a transversely isotropic medium, and its relevance to composite materials. *Philosophical Magazine A*, 59, 759–781, 1989.
- [4] Gavazzi A. and Lagoudas D. On the numerical evaluation of eshelby's tensor and its application to elastoplastic fibrous composites. *Computational Mechanics*, 7, 13–19, 1990.
- [5] Sanahuja J. Impact de la morphologie structurale sur les performances mecaniques des materiaux de construction : application au platre et a la pate de ciment. PhD thesis, Ecole des Ponts, 2008.
- [6] Hashin Z. The spherical inclusion with imperfect interface. *J. Appl. Mech.*, 58, 444–449, 1991.
- [7] Dormieux L., Sanahuja J., and Maalej Y. Strength of a polycrystal with imperfect intergranular interfaces. *Comptes Rendus Mecanique*, 335, 25–31, 2007.