

# Modélisation d'impacts multiples par méthode semi analytique pour la simulation de procédés de mise en compression

T. CHAISE<sup>a</sup>, D. NELIAS<sup>a</sup>

<sup>a</sup>. Université de Lyon, CNRS, INSA de Lyon, LaMCoS UMR 5259, F69621 VILLEURBANNE

## Résumé :

*Les procédés de type billage sont communément utilisés pour générer des contraintes résiduelles de compression. Ils nécessitent cependant la simulation d'un grand nombre d'impacts pour obtenir une représentation fiable de l'opération. L'utilisation d'un modèle de contact semi analytique étendu à la modélisation d'impact permet la réalisation de simulations représentatives de l'état final d'une pièce traitée, en des temps de calculs réduits par rapport aux méthodes classiques. Plusieurs jeux de paramètres sont testés, permettant d'étudier l'effet des vitesses d'impact ou du taux de recouvrement.*

## Abstract :

*Shot peening processes are commonly used to introduce compressive residual stresses. To obtain a reliable picture of the process it is necessary to simulate a large number of impacts. The use of a semi analytical model for contact problems, extended to the modeling of impacts, allows performing simulations representative of the final state of an element after the process. The computation time is significantly reduced compared to conventional finite elements simulations. Several sets of parameters are tested, allowing studying the effect of impact velocity or covering rate.*

**Mots clefs :** Semi analytique, Impact, Grenailage

## 1 Introduction

### 1.1 Modélisation de procédés de mise en compression...

La tenue en service des pièces mécaniques peut être prolongée par l'introduction de contraintes résiduelles. Il est prouvé que l'introduction de contraintes résiduelles de compression dans les zones les plus sollicitées permet de retarder l'apparition et la propagation de fissures. Divers procédés sont utilisés pour introduire des contraintes résiduelles, dont la part compressive devra se concentrer sur les zones les plus sollicitées. Une déformation plastique superficielle doit pour cela être générée sur la pièce à traiter. Les procédés de type galetage ou mandrinage consistent à appliquer sur la surface un outil (galet ou mandrin) avec une force suffisante pour générer un écoulement plastique. Des procédés proches génèrent des effets similaires par choc, que ce soit à l'aide d'un outil (martelage) ou d'un laser (choc laser). Enfin les procédés de type grenailage utilisent la projection répétée de billes sur la surface traitée pour générer les contraintes résiduelles voulues. Que ce soit pour du grenailage ultra sonore, dans lequel les billes sont confinées dans une enceinte et mises en mouvement par une sonotrode ou pour des techniques plus conventionnelles, des billes de petite taille (de quelques dixièmes à quelques millimètres de diamètre) sont projetées à grande vitesse (de 10 à 100m/s) sur les pièces à traiter. Plusieurs paramètres déterminent le résultat du traitement : vitesse, diamètre et matériau des billes, durée du traitement, nombre de billes... La maîtrise de l'influence de ces paramètres sur le résultat nécessite de nombreuses expérimentations pour en obtenir une bonne connaissance empirique d'où la nécessité de la mise en place d'outils de simulation efficace de ces procédés.

De nombreux auteurs ont utilisé différentes méthodes de simulation pour la modélisation des procédés de grenailage (1). Que ce soit par éléments finis ou par éléments discrets, la connaissance du procédé du grenailage implique l'étude d'un grand nombre de paramètres et une modélisation efficace du procédé passe par la simulation de nombreux impacts, générant des temps de calcul conséquents et souvent rédhibitoires.

De plus, une connaissance expérimentale souvent limitée de certains paramètres du procédé, tels que la vitesse des billes ou le taux de recouvrement effectif de la surface traitée tend à limiter la fiabilité des simulations par l'introduction de données imprécises.

## 1.2 ... Par méthode semi analytique

En marge des méthodes classiques, type éléments finis, des méthodes dites semi analytiques sont utilisées de plus en plus couramment. Introduites initialement pour la résolution de contact élastiques normaux (2), elles ont été étendues à la prise en compte de la plasticité (3)(4), à la gestion des contacts tangentiels (5)(6) et se développent aujourd'hui encore à travers le traitement de problèmes d'impacts ou impliquant des inclusions dans les matériaux considérés (7). Ces méthodes, dérivées de la méthode des éléments frontières, consistent à discrétiser un problème en problèmes élémentaires pour lesquels des solutions analytiques sont connues. L'application de ces solutions au problème complet se fait par un produit de convolution. L'application de transformées de Fourier rapides (2) aux grandeurs considérées permet un gain considérable sur les temps de calcul en transformant dans l'espace fréquentiel les produits de convolution en une simple multiplication. En contrepartie, il est nécessaire que les dimensions du maillage soient constantes dans chacune des trois directions d'espace. De plus, les solutions analytiques utilisées sont valides pour un demi-espace infini ce qui a deux conséquences notables. D'une part, il est nécessaire que les dimensions de la zone d'intérêt (zone de contact ou zone plastique) soient petites par rapport aux dimensions des pièces, mais d'autre part, cela permet de ne réaliser les calculs que sur une zone d'intérêt réduite sans devoir mailler la totalité des pièces pour une bonne prise en compte des conditions aux limites. Le fonctionnement détaillé de la méthode semi analytique et son application à la résolution de problèmes de contact ne seront pas rappelés ici mais sont accessibles dans les références (3)(4).

Il est admis (8) que les effets d'inertie sont négligeables lors d'impact de vitesses inférieures à 100m/s, voire même plus élevées. La modélisation d'un problème d'impact revient donc à un problème d'indentation en déplacement imposé, ce déplacement étant calculé à chaque pas de temps à partir de la vitesse relative des éléments. Il est ainsi proposé d'appliquer la méthode semi analytique à la modélisation d'impacts multiples. Le gain conséquent obtenu sur les temps de calcul permet ainsi de simuler en un temps réduit des impacts multiples impliquant plusieurs jeux de paramètres.

Une méthodologie pour la prise en compte et l'analyse de l'effet de plusieurs impacts sera dans un premier temps proposée puis appliquée à l'analyse de plusieurs paramètres de grenailage. Dans un premier temps, l'influence du taux de recouvrement et des vitesses d'impact sera étudiée. Expérimentalement, il est délicat de déterminer avec précision les vitesses d'impact des billes sur la surface à traiter du fait du nombre conséquent de billes impliquées et des interactions qu'elles peuvent avoir entre elles. Il est donc proposé d'étudier l'effet d'une variation d'énergie cinétique des billes autour d'une valeur moyenne donnée. La détermination du taux de recouvrement est aussi un problème expérimental. La mesure de celui-ci se fait par des méthodes visuelles et ne peut se faire qu'a posteriori. Ainsi le taux de recouvrement réel appliqué sur la pièce traitée est inconnu. Une étude de la variation des résultats en fonction du taux de recouvrement sera donc proposée.

## 2 Modèle et méthodologie

Dans cette section seront présentés l'algorithme général de calcul ainsi que la stratégie de modélisation de plusieurs impacts et d'analyse des résultats.

### 2.1 La méthode semi analytique

Les différentes étapes de résolution d'un impact par méthode semi analytique sont présentées fig. 1. Depuis un état initial auquel sont connus la vitesse initiale de la bille, la géométrie des corps, leurs propriétés mécaniques (élastiques et plastiques) et d'éventuels champs de déformation plastique ou contraintes initiales, un déplacement de corps rigide est déterminé à partir de la valeur, fixe, du pas de temps utilisé. Le problème de contact normal à déplacement imposé est résolu par algorithme du gradient conjugué (2), aucune modélisation du problème tangentiel n'est ici effectuée. Du champ de pression ainsi obtenu sont déduites les contraintes dites « élastiques » auxquelles est soumis le corps considéré. Ces contraintes, additionnées à celles, dites résiduelles, générées par les déformations plastiques existantes, sont utilisées pour déterminer l'incrément de déformation plastique au cours de ce pas de temps par un algorithme du retour radial (4). Des formulations semi analytiques, décrites dans (3), permettent de déduire les nouvelles contraintes

résiduelles et le déplacement en surface générés par cet incrément de déformations inélastiques. Un critère de convergence sur le déplacement résiduel est appliqué pour détecter la convergence du problème plastique, sans quoi la géométrie est mise à jour et le problème de contact recalculé. Dans le cas contraire, la force résiduelle issue de l'impact est utilisée pour mettre à jour la vitesse de la bille et passer au pas de temps suivant ; ceci se répétant jusqu'à la fin du contact entre la bille et le massif.

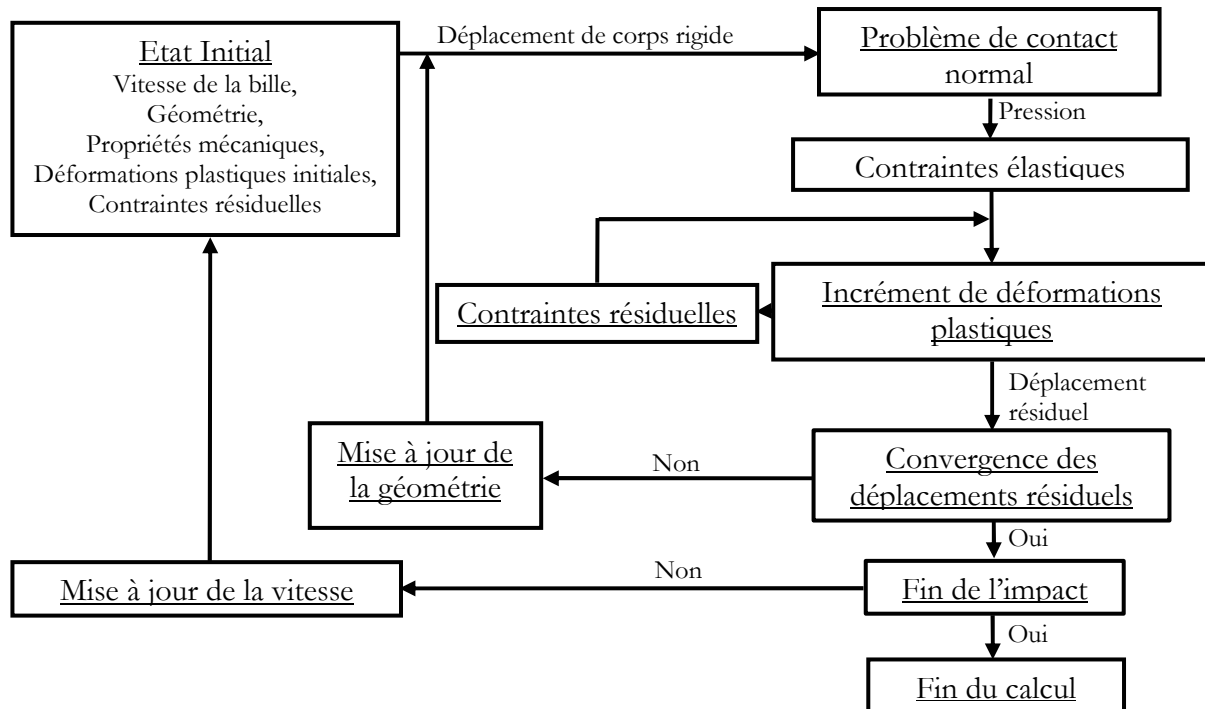


FIG. 1 – Algorithme général pour la méthode de simulation d'impacts semi analytique

## 2.2 Modélisation et analyse d'impacts multiples

Lors de la simulation d'impacts multiples, la détermination d'une zone élémentaire d'observation est importante. Plusieurs auteurs ont travaillé sur différentes formes de zones permettant l'utilisation de conditions de symétrie (1), l'objectif étant toujours de déterminer une zone voulue représentative. Si l'on considère un solide entièrement impacté avec un taux de recouvrement suffisamment homogène, l'état de contraintes et de déformations pris le long d'un profil dans la profondeur pris en n'importe quel point de la pièce peut être considéré constant. Il est proposé ici de simuler des impacts multiples impactant la pièce traitée sur un maillage de référence formé de triangles équilatéraux. La zone de référence  $A_r$  considérée sera alors le triangle formé par les centres des trois premiers impacts, séparés d'une distance  $d$ . Connaissant, pour le premier de ces impacts le rayon maximal de l'aire de contact  $a^*$ , le taux de recouvrement  $t$  résultant de ces trois impacts peut alors être calculé comme suit :

$$t = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left( \frac{a^*}{d} \right)^2 \quad (1)$$

Les différentes grandeurs mécaniques considérées, comme par exemple ici la déformation plastique sont alors moyennées pour chaque valeur de profondeur  $z$  sur la zone de référence  $A_r$  sous la forme :

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{-p}(z) = \frac{1}{N_r} \sum_{(i,j) \in A_r} \varepsilon_{ij}^p(i,j,z) \quad (2)$$

Où  $N_r$  est le nombre de points de nœuds contenus dans la zone de référence. Les grandeurs moyennées ainsi obtenues seront considérées comme représentatives de l'état homogène de la pièce après traitement. La figure 2 présente la définition de la zone de référence ainsi que les plans de profondeur  $z$  dans lesquels les moyennes des grandeurs sont effectuées. Les grandeurs tensorielles utilisées seront souvent représentées sous la forme des équivalents de von Mises, auquel cas la valeur représentée sera l'équivalent de von Mises du

tenseur moyenné et non pas la moyenne des équivalents de von Mises obtenus en chacun des points de  $A_r$ .

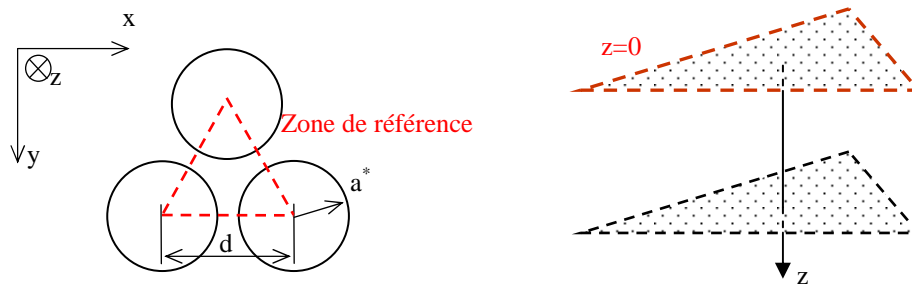


FIG. 2 – Définition de la zone de référence  $A_r$  en surface et des zones de calcul des grandeurs moyennées dans la profondeur de la pièce impactée

### 3 Résultats et discussion

Comme indiqué précédemment, la rapidité d'exécution du modèle semi analytique permet de traiter en des temps raisonnables plusieurs jeux de paramètres. Les corps étant considérés semi infinis, il est prouvé que le rayon des billes impactant la pièce à traiter n'aura qu'un effet d'échelle sur les résultats. Ainsi à vitesse et masse volumique de bille données les niveaux de contraintes résiduelles et déformations plastiques atteints après impact seront constants, le rayon de la bille n'introduisant qu'un facteur d'échelle dans les dimensions du problème. Les cas étudiés ici se placent dans le cadre d'une étude de grenailage ultrasonore, pour lequel on suppose une vitesse moyenne des billes de 20m/s. Celles-ci sont considérées élastiques, de propriétés égales à celles de l'acier (Module de Young  $E=210\text{GPa}$ , coefficient de Poisson  $\nu=0.3$  et masse volumique  $\rho=7800\text{kg/m}^3$ ). Le massif impacté a des propriétés approchant celles du Ta6V, avec un module de Young égal à 110GPa et un coefficient de Poisson de 0.3. L'hypothèse d'un comportement plastique isotrope bilinéaire est faite avec une limite élastique initiale  $\sigma_{y0}$  égale à 800MPa et un module tangent  $E_T$  égal à 10% du module d'Young. Les effets d'inertie dans les massifs ne sont pas pris en compte. Seul le comportement normal sera considéré pour la résolution du contact entre les deux massifs et l'hypothèse d'un coefficient de frottement nul est faite.

Dans ces conditions le rayon  $a^*$  de l'aire maximale de contact pour un impact élastoplastique est de  $65\mu\text{m}$ . Ainsi la distance  $d$  entre deux impacts successifs sera prise égale à  $124\mu\text{m}$  dans le cas d'un taux de recouvrement de 100%, valeur qui sera prise comme référence. Les résultats ici présentés sont les moyennes issues de la simulation de trois impacts.

#### 3.1 Influence d'une variation de la vitesse d'impact

L'influence d'une variation des vitesses des billes est ici observée. Trois simulations de trois impacts sont réalisées. Pour chacune des séries l'énergie cinétique totale apportée au massif est conservée constante mais les vitesses de billes varient autour de la vitesse moyenne de 20m/s pour obtenir pour chaque bille une variation d'énergie cinétique de plus ou moins 20%. Les trois gammes de vitesses ainsi testées sont [17.9m/s ; 20m/s ; 21.9m/s], [20m/s ; 20m/s ; 20m/s] et [21.9m/s ; 20m/s ; 17.9m/s]. Les autres paramètres (espacement entre les impacts, propriétés des billes et du massif) sont conservés constants avec un taux de recouvrement de 100%.

La déformation plastique équivalente moyennée présente une valeur très inférieure à la valeur obtenue au centre d'un premier impact. La zone plastique résultant d'un impact étant concentrée au centre de celui-ci, il est logique qu'une moyenne sur une zone plus large donne une valeur finale réduite. La zone plastique résultante apparaît de plus beaucoup plus diffuse dans la profondeur que pour un impact unique. La déformation tendant à se concentrer initialement autour de la profondeur de Hertz avant de se rapprocher de la surface sous le bourrelet formé par l'impact, cela explique la zone quasi uniforme de déformation plastique entre la surface et  $0.75a^*$ . La contrainte de Von Mises moyennée présente elle une zone uniforme entre  $0.5a^*$  et  $a^*$ , d'un niveau de contrainte légèrement inférieur à la limite élastique initiale. Cette contrainte diminue proche de la surface.

La déformation plastique équivalente moyenne résultante sur la zone moyennée est pratiquement

constante quelle que soit la répartition des vitesses. Il en va de même pour la répartition de la contrainte résiduelle. Il apparaît donc que pour ces paramètres d'impact et pour un taux de recouvrement de 100%, une variation de l'énergie cinétique au cours des impacts n'a pas d'influence sur les valeurs résultantes moyennées. Ainsi l'utilisation de la vitesse moyenne comme paramètre d'entrée des simulations, sans prise en compte de la variation des vitesses apparaît raisonnable pour une plage de variation raisonnable des vitesses d'impact.

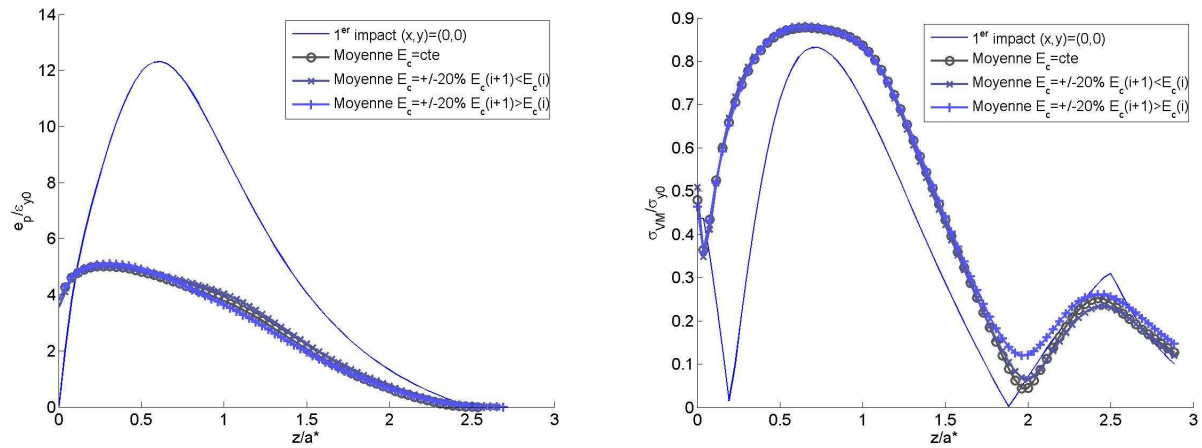


FIG. 3 – Déformation plastique et contrainte résiduelle équivalentes de Von Mises moyennées sur la zone représentative après 3 impacts avec un taux de recouvrement de 100%. Variation des vitesses d'impact à énergie cinétique totale constante.

### 3.2 Influence du taux de recouvrement

Enfin l'influence du taux de recouvrement est analysée. Trois taux de recouvrement, calculés d'après l'éq. (1), sont testés :  $t=[75\% ; 100\% ; 125\%]$ . Tous les autres paramètres d'impact sont maintenus constants avec une vitesse d'impact de 20m/s.

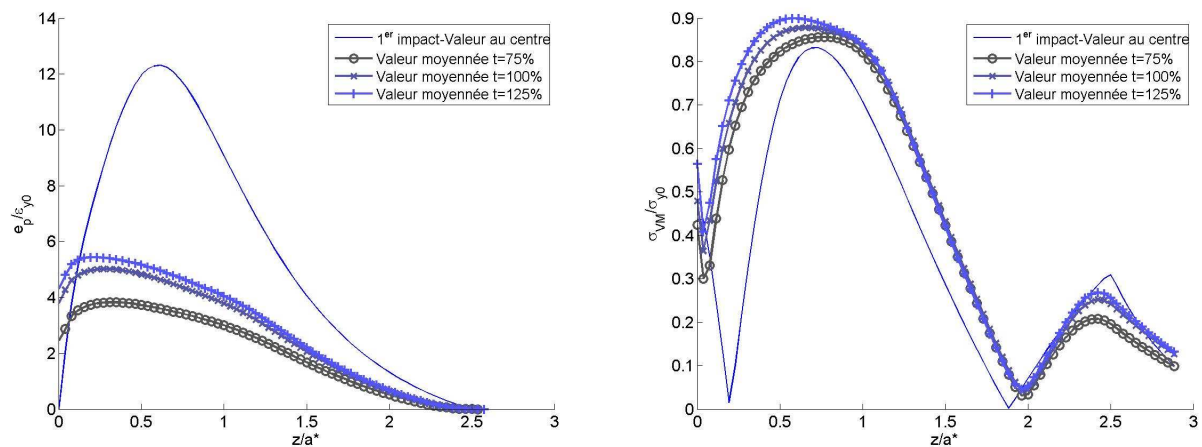


FIG. 4 – Déformation plastique et contrainte résiduelle équivalentes de Von Mises moyennées sur la zone représentative après 3 impacts de vitesses initiales constantes  $v_i=20\text{m/s}$  pour des taux de recouvrement de 75%, 100% et 125%.

La variation du taux de recouvrement est ici observable après trois impacts. On observe sur la déformation plastique moyenne une nette évolution entre 75% et 100% de taux de recouvrement. Au-delà de 100%, l'évolution est moindre, un seuil de saturation semblant être atteint. La contrainte résiduelle moyennée sur 3 impacts présente a contrario peu d'évolution avec le taux de recouvrement. Les valeurs proches de la surface, jusqu'à une profondeur de  $0.6a^*$  croissent légèrement avec le taux de recouvrement mais restent pratiquement constantes au-delà.

## 4 Conclusion

L'utilisation d'une méthode semi analytique appliquée à la simulation d'impacts permet d'étudier les phénomènes mis en jeu au cours des procédés de mise en compression par impacts multiples. La vitesse de réalisation de ces simulations permet d'étudier la variabilité des résultats en fonction de différents paramètres. Il a été possible d'étudier l'influence sur les résultats de différents paramètres dont la connaissance pourrait être approximative du fait de l'imprécision des mesures : vitesse d'impact et taux de recouvrement. Les résultats ici présentés montrent un cas de figure pour lequel la variation des vitesses d'impact autour d'une valeur moyenne a un effet limité. Les résultats montrent en revanche une sensibilité plus grande au taux de recouvrement indiquant donc que la durée de traitement joue un rôle plus important. L'apparition d'une valeur seuil du taux de recouvrement indique a priori qu'il suffirait de définir une borne inférieure. Néanmoins, des effets de fatigue du matériau pouvant apparaître dans les zones les plus sollicitées après de nombreux cycles d'impacts sont à prévoir ; ils ne sont pas pris en compte ici. Les résultats de déformation plastique cumulée, non présentés ici, indiquent une valeur nettement supérieure à la déformation plastique équivalente, indiquant un effet de cycle sur le matériau qui trop répété pourrait se révéler préjudiciable.

## Références

- [1] Bhuvanaraghan B., Srinivasan S.M., Maffeo B., Optimization of the fatigue strength of materials due to shot peening: A survey, *International Journal of Structural Changes in Solids*, 2, 33–63, 2010.
- [2] Liu S., Wang Q., Liu G., A versatile method of discrete convolution and fft (dc-fft) for contact analyses, *Wear*, 243, 101–111, 2000.
- [3] Jacq C., Nélias D., Lormand G., Girodin D., Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic Plastic Contact Code, *ASME Journal of Tribology*, 124(4), 653–667, 2002.
- [4] Nélias D., Boucly V., Brunet M., Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces: Proposal for a Wear or Running-in Model, *ASME Journal of Tribology*, 128(2), 236–244, 2006.
- [5] Gallego L., Nélias D., Deyber S., A fast and efficient contact algorithm for fretting problems applied to fretting modes i, ii and iii, *Wear*, 268, 202–222, 2010.
- [6] Gallego L., Nélias D., Modeling of fretting wear under gross slip and partial slip conditions. *ASME Journal of Tribology*, 129(3), 528–535, 2007.
- [7] Leroux J., Fulleringer B., Nélias D., Contact analysis in presence of spherical inhomogeneities within a half space. *International Journal of Solids and Structures*, 47(22-23), 3034-3049, 2010.
- [8] Johnson K.L., *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, London, 1985.