

Influence des défauts de forme dans les assemblages de surfaces planes

J. GRANDJEAN^a, Y. LEDOUX^b, S. SAMPER^a

a. SYMME, Polytech'Savoie, BP 80439, 74944 ANNECY LE VIEUX Cedex

b. Université de Bordeaux, I2M UMR 5295, Esplanade des Arts et Métier, 33400 TALENCE

Résumé :

Ce papier propose de se focaliser sur les déformations locales des liaisons particulières de type centrage court et appui plan couramment utilisées pour lier deux carters. L'étude permet de mettre en évidence sur un cas simple l'importance de la prise en compte des défauts de forme dans le comportement des liaisons et d'étudier l'influence des déformations locales sur la performance finale d'un mécanisme. Le niveau de performance sera exprimé en fonction du taux de non conformité d'une spécification fonctionnelle de l'assemblage.

Abstract :

In tolerancing activity, surfaces are usually considered without any defects (i.e. no waviness and no rugosity). Consequently, only size and position defects of surfaces are taken into account. The focus of this paper is to show the importance of these surface defects on assembly; it is highlighted that even if the real surface respects the geometrical specifications, it is possible to have a non-conform assembly. The developed method is applied on an assembly which uses two carters composed in parallel of a ball and cylinder pair and of a planar pair.

Mots clefs : assemblage 3D, défaut de forme, analyse modale, positionnement, analyse statistique, taux de non-conformité

1 Introduction

La conception de produits manufacturés nécessite une attention particulière quant à la définition de la qualité géométrique des différentes pièces constituant le produit. En effet, la qualité géométrique des pièces est étroitement corrélée à la performance technique attendue du produit et aux coûts de production des pièces. Elle repose sur des spécifications géométriques traduisant des conditions sur des caractéristiques de forme, d'orientation, de position et de dimension. De la qualité de chacune des pièces composant l'assemblage dépend directement la performance du produit. Cette qualification correspond à la spécification géométrique de produit. Durant cette phase, les concepteurs fondent leur démarche sur des hypothèses généralement fortes qui sont des liaisons de formes parfaites et des surfaces infiniment rigides. Dans de nombreuses applications notamment sur des mécanismes devant supporter des efforts extérieurs importants, ces hypothèses mènent à des résultats non satisfaisants puisque les déformations tant locales que de la structure se traduisent par des déplacements non négligeables des surfaces fonctionnelles.

Ce papier propose d'étudier une liaison de type centrage court appui plan entre deux carters (figure 1). Ce type de liaison est couramment utilisé pour les carters de pompe ou les turbomoteurs... Il est alors essentiel de positionner précisément le carter 2 et le point A par rapport au carter 3, point E. En effet ces deux points permettent d'assurer la bonne position du rotor 1 par rapport au stator. Les spécifications géométriques de la surface de contact C du carter 2 sont détaillées dans la figure 2. À partir des spécifications géométriques, l'ensemble des positions extrêmes possibles est déterminé par un domaine écarts (figure 4). Cette approche correspond à un calcul classique tridimensionnel au pire des cas en supposant des pièces sans défaut de forme (partie 2). La troisième partie concerne l'introduction des défauts de forme des pièces. Il est alors nécessaire de générer une base de défauts particuliers provenant d'une décomposition modale de la surface initiale. Ensuite, une configuration des défauts est constituée par une combinaison aléatoire de cette base modale.

Dans la section quatre, nous proposons de quantifier le taux de non-respect de l'exigence fonctionnelle géométrique à travers une simulation stochastique en considérant à la fois les défauts de forme et de position des surfaces.

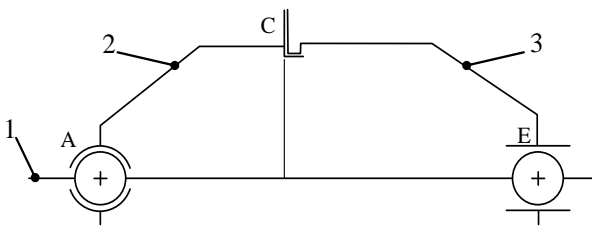


Fig 1 – Représentation schématique du mécanisme

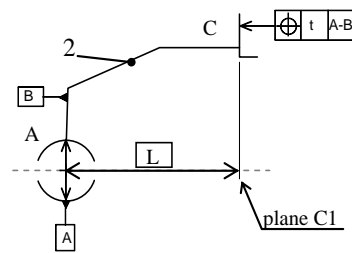


Fig 2 – Détails de la spécification géométrique de la surface C

2 Exigence fonctionnelle

L'exigence fonctionnelle est déduite de la spécification géométrique imposée par le conception sous forme de domaine écart. Ce domaine définit l'ensemble des positions extrêmes de la surface de C2 (surface C de la pièce 2, figure 2) relatif à la spécification géométrique de localisation ([1, 2, 3, 4]). Pour ce calcul, nous prenons un point P_i de la surface plane C2. Pour respecter la spécification de localisation, tous les points P_i doivent rester entre dans les deux plans parallèles, distants l'un de l'autre de la tolérance t centrés sur la valeur nominale L de la référence A (voir figure 3). Dans cette étude, la valeur de t correspond à $100 \mu\text{m}$ et les rayons interne et externe du carter sont 90mm et 120mm . Les déplacements autorisés des points P_i sont ainsi définis par l'équation 1.

$$\delta \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{z} \leq t \text{ avec } \mathbf{p}_i = (\cos(\theta) \cdot D/2, \sin(\theta) \cdot D/2, \Delta) \tag{1}$$

Avec $D/2$ est le diamètre extérieur de la pièce 2.

Ainsi, tous les déplacements autorisés des points P_i exprimés au point O sont déterminés par l'équation 2.

$$\delta \mathbf{p}_i = \delta \mathbf{o} + \mathbf{o} \mathbf{p}_i \times \boldsymbol{\rho} \tag{2}$$

Avec $\boldsymbol{\rho}$ correspondant à des rotations de la surface plane C2 autour des axes x et y ; $\delta \mathbf{o}$ étant le torseur de petits déplacements de C2: (T_x, T_y, T_z) . Ainsi,

$$\delta \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{z} = T_z + \cos(\theta) \cdot D/2 \cdot R_y - \sin(\theta) \cdot D/2 \cdot R_x \tag{3}$$

Selon l'équation 1, la spécification géométrique peut être exprimée par

$$T_z + \cos(\theta) \cdot D/2 \cdot R_y - \sin(\theta) \cdot D/2 \cdot R_x \leq t, \text{ tel que } \theta \in [0, 2\pi] \tag{4}$$

Les variations des paramètres R_x , R_y et T_z respectant l'inéquation 5 sont représentées en figure 4.

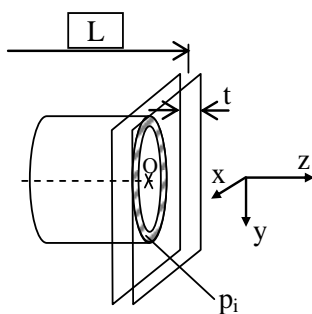


Fig 3 – Représentation simplifiée de la spécification géométrique de la surface plane annulaire C2

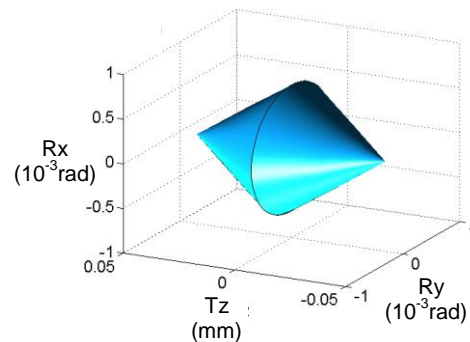


Fig 4 – Représentation des déplacements extrêmes de la surface C2

3 Introduction de défauts de surface

Le processus de fabrication conduit à l'apparition de défauts allant de l'échelle des grains de matière (rugosité) à l'échelle de la surface elle-même (défauts de forme).

La prise en compte de ces défauts n'est pas une approche habituelle dans le calcul du tolérancement. L'approche la plus simple consiste à caractériser l'écart par rapport à la surface idéale (un plan dans notre cas) par une valeur scalaire unique t représentant l'amplitude maximale des défauts, comme le montre la figure 5 [5]. Une alternative consisterait à positionner l'ensemble des points de la surface par leurs coordonnées respectives conduisant à un nombre très important de paramètres. Il semble nécessaire de trouver un compromis afin de prendre en compte le défaut de forme avec un nombre minimal de paramètres.

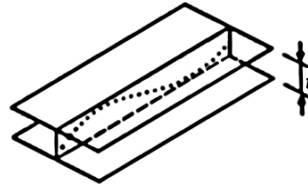


Fig 5 – Paramètres géométriques [6]

Plusieurs approches peuvent être considérées comme les interpolations par polynômes de Lagrange ou les courbes et surfaces de Bézier [7] qui sont souvent utilisées en conception assistée par ordinateur. Ce paramétrage est peut adapté pour des surfaces complexes puisqu'il est alors nécessaire de les diviser en sous-surfaces. D'autres méthodes basées sur les décompositions périodiques sont aussi largement utilisées. Ces méthodes peuvent être basées sur les séries de Fourier comme la transformée en cosinus discrète utilisée pour le procédé d'estampage [8], les polynômes de Zernike [9] utilisés sur des surfaces en forme de disque pour l'optique, les polynômes de Chebyshev et de Fourier utilisés sur des surfaces cylindriques tournées [10].

La décomposition modale discrète (MDD) est une autre façon de modéliser les défauts de surface avec peu de paramètres. Cette dernière approche a été choisie pour le présent travail afin de générer des défauts de surface.

3.1 Définition de la décomposition modale discrète (MDD)

La MDD est basée sur la théorie de vibration des structures mécaniques discrétisées. Chaque mode propre de vibration définit une géométrie particulière. Ces modes sont utilisés comme paramètres définissant les défauts de surface [11, 12]. Dans notre cas, il est nécessaire de calculer les modes propres d'une surface annulaire plane déterminés par l'équation 6.

$$\mathbf{M} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

où \mathbf{M} et \mathbf{K} sont les matrices de masse et de rigidité et \mathbf{u} est le vecteur de déplacement.

La solution de l'équation 6 fournit un système linéaire dont les solutions sont les modes propres de vibration Q_i correspondant à la pulsation ω_i .

$$\left(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} - \frac{1}{\omega_i^2} \mathbf{I} \right) \cdot \mathbf{Q}_i = 0 \quad \text{avec } \mathbf{I}, \text{ la matrice identité} \quad (6)$$

La résolution de l'équation 7 conduit à trouver:

- ✓ Les trois premiers modes Q_1 à Q_3 , correspondant à des modes de corps rigide (déplacement rigide de la surface)
- ✓ Les autres modes Q_i ($i = 4, n$), correspondant aux modes de vibration de la surface.

Chaque vecteur propre est normalisé selon la norme infinie de sorte que $\|\mathbf{Q}_i\|_\infty = 1$. La figure 7 illustre les six premiers modes obtenus avec cette approche.

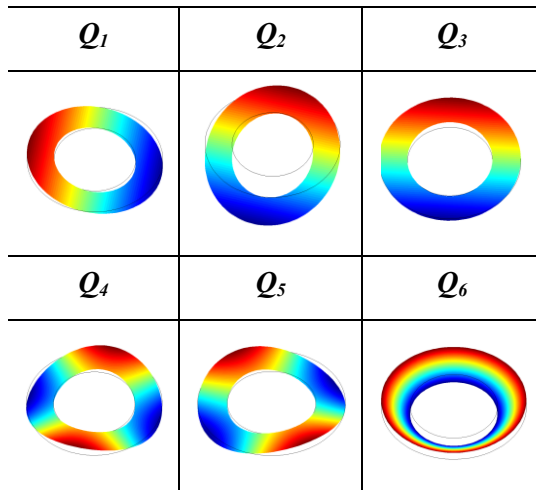


Fig 7 – Les six premiers modes propres de la surface annulaires

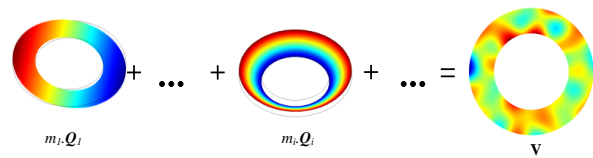


Fig 6 – Illustration de la génération des défauts de surface

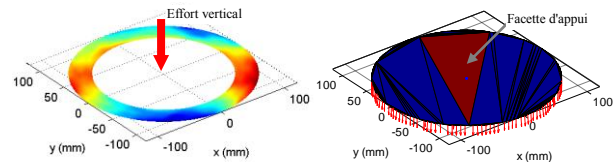


Fig 8 – surface de la coque convexe avec face de contact en rouge

3.2 Génération des défauts de surfaces

La surface annulaire a un rayon r variant de 90 à 120mm. Elle est discrétisée avec 9800 éléments coques constitués de quatre noeuds (avec $N=N_r \times N_\theta$, $N_r=71$, $N_\theta=140$). Tous les éléments ont trois degrés de liberté (deux rotations et une translation). Toutes les surfaces, caractérisées par V , sont définies par une composition des modes calculés par l'équation 8.

$$V = Q \cdot m \tag{7}$$

Q est la matrice $N \times n$ des modes propres Q_i et m est le vecteur des coefficients modaux m_i ($i = 1, n$). La figure 6 illustre le principe de composition des défauts de surface.

3.3 Assemblage des surfaces avec défauts de formes et de position

La mise en position des surfaces avec des défauts de forme et de position nécessite de mettre en place une technique particulière. Pour cela, on suppose des conditions limites particulières, comme l'application d'une charge verticale (c-à-d le long de l'axe z) qui correspond à l'effort des différentes vis et écrous de l'assemblage du carter (voir figure 8). Nous prenons comme hypothèse que tous les défauts sont reportés sur une seule des deux surfaces, l'autre étant donc parfaitement plane. Dans le cas d'un contact réel, cette hypothèse peut être satisfaite en utilisant la notion de "surface somme" [13]. Ensuite, on calcule l'enveloppe convexe de cette surface. Enfin, l'orientation est déterminée par la facette de la surface qui est intersectée par la force d'appui (facette en rouge de la figure 8). Cette étape nous permet de déterminer le torseur de petits déplacements (une translation le long de l'axe z $-Tz$ - et deux rotations autour des axes X et Y $-Rx, Ry$ -).

4 Analyse du tolérancement

4.1 Modèle de position et d'orientation

Nous supposons les surfaces sont rigides. Le skin model est réduit à ses surfaces associées [14]. Une facette est associée à chaque surface. Ses écarts possibles sont la position et l'orientation. Afin de modéliser ces deux types d'écarts, nous pouvons utiliser un modèle cinématique basé sur la définition des paramètres de déplacements. Bourdet et Clément [15] a défini les torseurs de petits déplacements (SDT) qui fournit un modèle unifié basé sur les positions et orientations des facettes (des surfaces associées). Le SDT permet de calculer des écarts sans tenir compte du repère d'observation (par exemple le "repère global" de la figure 9). De plus, avec les SDT nous pouvons faire des opérations simples (addition, transport ...). Le modèle SDT de Giordano [16] est basé sur la dualité des conditions de contact et des inégalités des composantes des SDT. Il construit une représentation mathématique de ces inégalités à partir d'une enveloppe convexe dans un espace à 6 dimensions (ou moins, comme pour le cas des mécanismes plans ou axisymétriques avec des domaines d'assemblage 3D). Chaque spécification (position ou orientation) ou exigence fonctionnelle peut être exprimée comme un domaine dans cet espace. L'Exigence Fonctionnelle (EF) est vérifiée si le SDT résultant de la mise en position est à l'intérieur du domaine écart de l'EF (test d'inclusion dans un espace 6D).

Nous supposons que seules les deux surfaces en contact de l'assemblage ont des écarts géométriques. Toutes les autres surfaces sont considérées comme parfaites, mais leurs écarts pourraient être pris en compte en utilisant une méthode de report de défauts des assemblages [17]. En ajoutant tous les défauts sur une seule surface et laissant l'autre parfaite, nous pouvons étudier l'influence des défauts de forme sur l'assemblage.

Pour simplifier l'explication, nous supposons que la rotation R_y est égale à zéro. En conséquence, l'espace des déplacements admissibles est réduit à (T_z, R_x) . Avant de passer à un assemblage 3D au point 4.2, la figure 9 montre le contact des profils des surfaces dans le plan (T_z, R_x) . Les repères sont affichés sur les surfaces associées (ici selon le critère des moindres carrés) aux différentes surfaces.

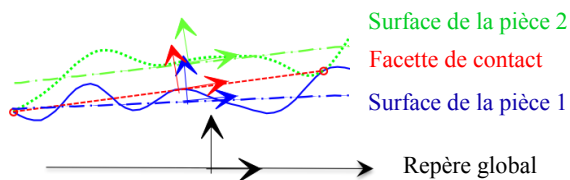


Fig 9 – Surfaces A1 et A2 en contact avec défauts

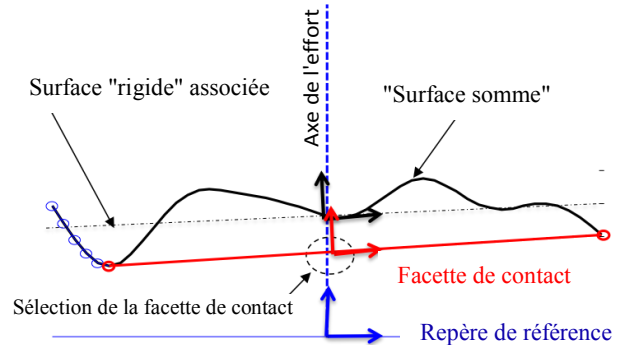


Fig 10 – Surface somme des défauts

La surface-somme est calculée en ajoutant les défauts de A1 et A2 (figure 10). L'enveloppe convexe de cette surface permet d'identifier l'ensemble de toutes les facettes de contact possible. L'axe de l'effort de serrage permet d'identifier la facette de contact et ainsi de caractériser les paramètres de mise en position par le SDT.

Pour vérifier si ces assemblages sont conformes aux spécifications, nous avons seulement besoin de vérifier que les composantes de mise en position de l'assemblage SDT sont comprises dans le domaine spécifié dans l'espace de petits déplacements. Comme nous travaillons dans un espace comprenant 3 paramètres de mise en position, il en résulte un domaine 3D (T_z, R_x, R_y) . Chaque torseur est un point dans l'espace 3D et il est possible de représenter et d'analyser un lot d'assemblages. C'est ce qui sera montré dans la section suivante.

4.2 Simulations d'assemblage

Dans un premier temps, nous générons 10 000 surfaces composées uniquement de défauts de position et d'orientation. On peut alors vérifier que tous les torseurs de déplacement sont inclus dans le domaine écart (figure 11). Par conséquent, le taux de non-conformité est de 0%.

Dans un second temps, on introduit uniquement des défauts de formes de surface (pas de défauts de position). Les défauts de forme sont inclus dans la zone de tolérance. Les SDT résultants des 10 000 surfaces générées avec seulement des défauts de forme peuvent être observées dans la figure 12. 157 d'entre eux sont en dehors du domaine écart, ainsi le taux de non-conformité correspond à 1,57%.

Enfin, nous générons 10 000 surfaces avec tous les types de défauts (position+forme), 2576 d'entre elles sont en dehors du domaine de la déviation (figure 13). Dans ce cas, le taux de non-conformité est de 25,76%.

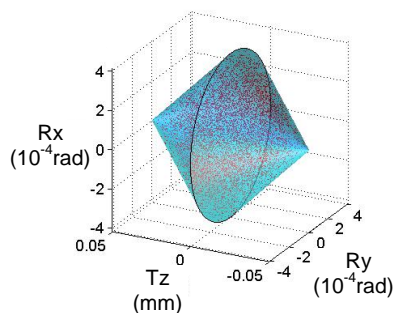


Fig 11 – SDT sans défauts de forme

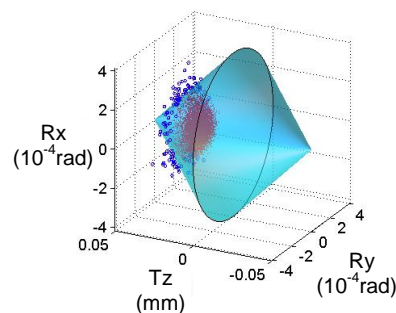


Fig 12 – SDT avec uniquement des défauts de forme

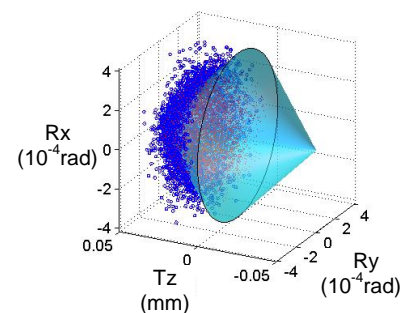


Fig 13 – SDT avec tous les défauts combinés

5 Conclusion

Les simulations d'assemblages sont nécessaires pour prendre en compte l'influence des défauts sur les exigences fonctionnelles. Nous avons présenté ici comment cet objectif peut être atteint en prenant en compte les défauts de forme sur un mécanisme. Les défauts ont été définis par la méthode modale, les formes des modes propres permettant de créer automatiquement une base géométrique avec plusieurs propriétés intéressantes comme le tri naturel des défauts par la complexité des modes. Afin de calculer la mise en position des pièces pour l'assemblage de deux surfaces, nous définissons la facette de contact de l'enveloppe convexe par une méthode statique. Ensuite, le modèle des torseurs de petits déplacements est utilisé pour définir la mise en position. Par la méthode des domaines écarts, ce résultat est analysé pour vérifier que les exigences fonctionnelles sont respectées. Cette simulation de production montre la différence du taux de non-conformité avec et sans prise en compte des défauts de forme.

6 References

- [1] Bourdet, P., Ballot, E., 1995 Geometrical behavior laws for computer aided tolerancing. Proceedings of 4th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing (ed. F. Kimura), pp. 143-153.
- [2] Clozel, P., 2001, 3D tolerances analysis from preliminary study, Proceedings of the 7th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing (ed. P. bourdet & L. Mathieu), pp. 93-104, Kluwer academic publisher.
- [3] Clément, A., Bourdet, P., 1988, A Study of Optimal-Criteria Identification Based on the Small-Displacement Screw Model. Annals of the CIRP Vol. 37/1/1988, ISBN 1-40201423-6.
- [4] Ballu, A., Mathieu, L., 1999, Choice of functional specifications using graphs within the frame work of education. Proceedings of 6th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing ISBN 0-7923-5654-3, 197-206, Kluwer academic publisher.
- [5] Mokhtarian, F. Mackworth, A.K. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., 1992, 14(8), 789- 805.
- [6] ISO 1101 Technical drawings - Geometrical tolerancing - Tolerancing of form, orientation, location and run-out - Generalities, definitions, symbols, indications on drawings, International Organization for Standardization, 1983.
- [7] Gupta, S. and Turner, J.U. Variational solid modeling for tolerance analysis, IEEE Comput. Graphics Appl., 1993, 13(3), 64-74.
- [8] Huang, W. and Ceglarek, D. Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts. CIRP Ann., 2002, 51, 21-26.
- [9] ISO 10110-5 Optics and optical instruments - Preparation of drawings for optical elements and systems - Part 5: Surface form tolerances, International Organization for Standardization, 1996.
- [10] Henke, R.P., Summerhays, K.D., Baldwin, J.M., Cassou, R.M. and Brown, C.W. Methods for evaluation of systematic geometric deviations in machined parts and their relationships to process variables, *Precis. Eng.*, 1999, 23, 273-292.
- [11] Samper, S. and Formosa, F. Form defects tolerancing by natural modes analysis. *J. Comput. Inf. Sci. Eng.*, 2007, 7(1), 44-51.
- [12] Huang, Q.-X., Wicke, M., Adams, B. and Guibas, L. Shape decomposition using modal analysis, 28(2), Eurographics 2009, 30 March-3 April, Munich, Germany, 2009.
- [13] Greenwood, J. and Williamson, J. Contact of nominally flat surfaces. *Proc. R. Soc. London Ser A*, 1966, 295(1442), 300-319.
- [14] Giordano M., Kataya B., Pairel E., Tolerance Analysis and synthesis by means of clearance and deviation spaces. Proceedings of the 7th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing, 2001, pp. 345-354.
- [15] M. Giordano D. Duret, Clearance Space and Deviation Space. 3rd. C.I.R.P. Seminars on Computer Aided Tolerancing. E.N.S. Cachan April 27-28, 1993.
- [16] Mathieu, L., Villeneuve, F. Geometric Tolerancing of Products. ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc., 2010.