

Modélisation de la propagation de fissures dans un biopolymère vitreux

L. Hedjazi^{a,b}, C. L.Martin^b, S. Guessasma^a, G. Della Valle^a, R. Dendievel^b

a. INRA, UR1268 BIA, Rue de la Géraudière, Nantes 44316.

b. Laboratoire SIMAP, Grenoble-INP/UJF/CNRS, 101, rue de la physique, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères cedex

Résumé :

La propagation de fissures dans un amidon vitreux est étudiée numériquement, analytiquement et expérimentalement. Des éprouvettes entaillées et en présence de trous sont testées en traction. La visualisation par caméra rapide révèle une déviation de la fissure et l'apparition de réseaux de fissures. Pour décrire la propagation locale en mode mixte, des simulations par éléments discrets et finis sont mises en œuvre et comparées. Les deux méthodes sont capables de prédire le chemin observé de la fissure. La Méthode des Eléments Discrets est plus adaptée pour la prédiction du réseau de fissures.

Abstract :

Crack propagation in a vitreous biopolymer material is studied using Discrete Element Method (DEM). A local mixture mode is observed by the action of a stress concentrator in the material. Experimental evidence of crack deviation is highlighted under the condition of unstable crack propagation for the studied notched specimens. The validity of the DEM predictions is checked by comparing the result to a Finite Element analysis under similar conditions. In addition, high-speed camera monitoring reveals crack branching that DEM is able to predict in contrast to FE simulations.

Mots clefs : Mécanique de la rupture; Biopolymère; Méthode des éléments discrets; Analyse par éléments finis

1 Introduction

La rupture des matériaux à comportement fragile est largement étudiée dans la littérature [1,2]. Cependant, la propagation de fissures conduisant à la rupture des biopolymères de type amidon n'a pas été largement étudiée [3]. Dans les matériaux vitreux, la propagation de fissures est plutôt instable conduisant, en particulier, à la formation de réseaux de fissuration [4,5]. Des méthodes numériques et analytiques sont mises en oeuvre pour étudier la propagation de fissures dans les milieux élastiques [3,6,7]. La description par les facteurs d'intensité des contraintes donne des prédictions fiables de la déviation de la fissure affectée par les composantes de cisaillement des champs élastiques [3,8]. Dans ce travail, nous étudions la simulation de la propagation de fissures dans un amidon vitreux par l'utilisation de la méthode des éléments discrets (DEM). Cette méthode est plutôt utilisée dans l'étude de la dynamique des milieux granulaires [9,10] de par la prise en compte explicite de l'interaction entre particules [11]. Afin de valider la démarche numérique, la DEM est confrontée, dans cette étude, à un modèle analytique et aux résultats d'une simulation par éléments finis.

2 Partie expérimentale

L'hydratation d'un amidon natif de pomme de terre fourni par la société ROQUETTE (teneur en eau initiale 16%) est réalisée pour l'étape d'extrusion afin d'obtenir un amidon vitreux en sortie de filière. Les paramètres du procédé sont décrits dans [12]. Les rubans d'extrudés sont broyés par un procédé de cryobroyage avant l'étape de thermomoulage. Cette étape comprend la mise en pression, la montée en température jusqu'à 130 °C et le refroidissement sur une durée 10 min. Le moule a une forme

rectangulaire ce qui permet d'obtenir des éprouvettes de dimensions $30 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$. Plus de détails sur la préparation des échantillons sont disponibles dans [12]. L'étude de la propagation de la fissure est réalisée sur des éprouvettes pré-fissurées et trouées. Une entaille $0,83 \text{ mm}$ de profondeur est usinée dans l'axe de symétrie de l'éprouvette. Un trou de $2,10 \text{ mm}$ de diamètre est percé aux distances a et b du bord et de la pré-fissure (Fig. 1a), où $(a;b) \in \{(3,34;3,30);(1,83;2,78);(0,60;3,05)\} \text{ mm}$. Cette configuration permet de générer un champ de contrainte hétérogène. La traction est effectuée avec une vitesse constante de déplacement de $40 \mu\text{m.s}^{-1}$. Les expériences sont effectuées sur un banc de traction équipé d'une cellule de force de $\pm 125 \text{ N}$ avec une précision de $0,25 \text{ N}$. Les déplacements sont résolus avec une précision de $1,25 \mu\text{m}$ et le système assure un centrage permanent de l'échantillon pendant l'essai (déplacement synchronisé des deux mors). La propagation de la fissure est observée au moyen d'un stéréomicroscope équipé d'une caméra à haute vitesse.

3 Partie numérique

3.1 Méthode des éléments discrets

Le matériau dense est représenté par un empilement de particules sphériques de même taille. La densité initiale de l'empilement est typiquement de l'ordre de $0,6$. L'ensemble est densifié jusqu'à une valeur finale de $0,72$ par compaction en autorisant le chevauchement des particules et en appliquant des conditions périodiques latéralement [13]. À la fin de cette étape, chaque particule a en moyenne $7,23$ contacts avec les particules voisines (Fig. 1a). Deux plans parallèles sont mis en contact avec les particules avec lesquels ils sont collés. Ces deux plans servent à imposer une traction sur la plaque numérique. Des conditions de surface libre remplacent pendant l'essai de traction les conditions périodiques. Les particules sont liées entre elles par une loi de contact qui définit un pont solide élastique. La force de contact entre deux particules se décompose en forces normale et tangentielle. Pour deux particules de rayons R_1 et R_2 , nous définissons le rayon équivalent R^*

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

Le rayon de contact est notée a_b , tandis que le rayon équivalent de contact, a^* , est défini comme :

$$a^* = \frac{a_b}{2R^*} \quad (2)$$

Les composantes normale, N , et tangentielle, T , de la force s'écrivent:

$$N = \sum_N a^* R^* u_N, T = -\sum_T a^* R^* u_T \quad (3)$$

où u_N et u_T représentent les déplacements normaux et tangentiels accumulés à la liaison, respectivement.

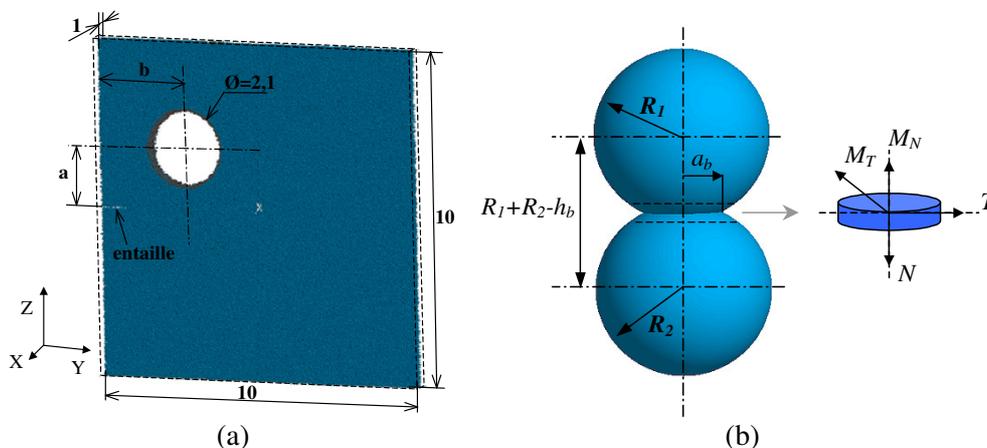


FIG. 1 – a) Géométrie de l'éprouvette et représentation des empilements aléatoires de sphères, b) schéma de deux particules sphériques en contact.

Les moments dans les directions normale M_N et tangentielle M_T se déduisent comme suit :

$$M_N = -2\Sigma_T (a^* R^*)^3 \theta_N, M_T = -\Sigma_N (a^* R^*)^3 \theta_T \quad (4)$$

où θ_N et θ_T se réfèrent aux rotations accumulées dans les directions normales et tangentielles dans le repère local du contact (Fig. 1b).

Concernant sa possible rupture, le contact solide peut être défini par un cylindre dont les contraintes maximales normale σ_N et de cisaillement σ_T à sa périphérie se déduisent à partir des lois de la résistance des matériaux, [14]:

$$\sigma_N = \frac{N}{4\pi(a^* R^*)^2} + \frac{|M_T|}{2\pi(a^* R^*)^3}, \quad \sigma_T = \frac{|T|}{4\pi(a^* R^*)^2} + \frac{|M_N|}{2\pi(a^* R^*)^3} \quad (5)$$

La rupture au sein d'une liaison intervient en traction ou par cisaillement si

$$\sigma_N > \Sigma_c \text{ ou } \sigma_T > \Sigma_c, \quad (6)$$

où Σ_c représente le microparamètre de rupture du matériau dans la simulation discrète.

3.2 Méthode des éléments finis

La modélisation par éléments finis est réalisée en utilisant le code ANSYS (ANSYS Inc, Canonsburg, Pennsylvania, U.S.A.). Les calculs sont réalisés en 2D sur la base d'une analyse élastique isotrope quasi-statique en contraintes planes. La géométrie retenue représente la région utile (un carré de 10 mm de côté). Un maillage en quadrilatères à 8-nœuds (PLANE 82) est utilisé. Le maillage est régulier mais chaque élément ne possède aucun nœud en commun avec ses voisins. Plus de précisions sur la technique de maillage sont disponibles dans [12]. Le nombre d'éléments est $(400)^2$. Afin d'assurer la transmission du déplacement et de l'effort, l'ensemble des nœuds à même position est couplé au départ. Le découplage de ces derniers obéit à deux critères :

- quand le déplacement imposé correspond à la déformation à la rupture observée expérimentalement, le découplage est initié jusqu'à rupture (propagation instable);
- la direction du découplage est donnée par un angle qui dépend des facteurs d'intensité de contraintes KI et KII, représentant le mode d'ouverture et de cisaillement, respectivement, [12] :

$$\theta_c = \arctan\left(\frac{2K_I K_{II}}{K_{II}^2 - K_I^2}\right) \quad (7)$$

Le découplage est effectué sur un carré de côté 20x20 éléments, ce qui permet une précision d'angle $<3^\circ$. Initialement, une préfissure est insérée horizontalement en découplant les nœuds jusqu'à la position souhaitée. Un trou est inséré également en respectant les configurations expérimentales. Les paramètres matériaux correspondent à un matériau élastique isotrope (module de Young = 0,312 GPa, Coefficient de Poisson = 0,3). La résolution du problème élastique et le post-traitement des résultats sont indiqués dans [12].

3.2.1 Résultats et discussion

La Fig. 2 compare les réponses mécaniques obtenues par FEM, DEM avec la réponse expérimentale pour le cas $a=3,22$ et $b=3,13$ mm. Le comportement prédit par la DEM est linéaire, du fait de l'utilisation de la linéarité entre la force et le déplacement (équation 3). L'ajustement des microparamètres Σ_N et Σ_T (équation 3) donne un meilleur accord des résultats obtenus avec la réponse expérimentale par rapport à la FEM. Il est à noter que le module élastique implémenté dans la FEM n'est pas ajusté contrairement à la démarche utilisée dans la DEM. La valeur de ce module correspond à la mesure expérimentale relevée sur des échantillons denses [16]. La déformation et la contrainte à la rupture expérimentales sont 0,0471, et 12,112 MPa,

respectivement. Afin d'obtenir le meilleur encadrement possible des paramètres de rupture par DEM, le paramètre matériau dans l'équation (6) est ajusté à la valeur 0,257 GPa. Quant à la FEM, le départ de la fissure est directement imposé par le chargement quand le déplacement de la ligne de chargement correspond à la déformation relevée expérimentalement. Les écarts des deux méthodes numériques DEM et FEM par rapport aux résultats expérimentaux sont satisfaisants pour la contrainte (4,8% ; 1,6%) et pour la déformation à la rupture (4,25% ; 0%).

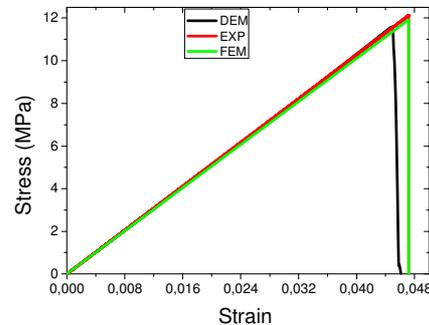


FIG. 2 – Comparaison entre les réponses numériques (FEM, DEM) données en contrainte-déformation et la réponse expérimentale.

L'examen des contraintes (pour FEM) et des forces (DEM) révèle des similitudes entre DEM et FEM dans la distribution des champs de traction notamment aux contours du trou et au fond de la fissure, malgré la discontinuité des champs pour DEM (Fig. 3). La fissure avance donc vers le concentrateur de contrainte dans les deux cas. Cependant, pour la DEM, une localisation des forces compressives (régions en bleu) surtout en arrière du fond de fissure est observée due à la trajectoire courbe du front de la fissure. L'interaction entre les particules en arrière du front développe ces forces de compression.

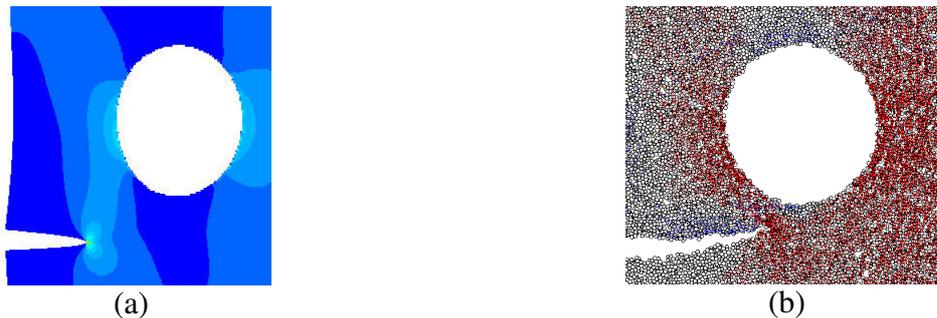


FIG. 3 – Distribution des (a) contraintes principales et des (b) forces obtenues après ouverture et propagation d'une fissure en utilisant FEM et DEM, respectivement (a=3,22 ; b=3,13 mm).

La Fig. 4 compare les trajectoires obtenues pour une position du front de la fissure plus proche du trou (a=3,22 ; b=3,13 mm) pour les deux méthodes FEM et DEM. On remarque que le critère de rupture dans la DEM est plus sensible que celui de la FEM ce qui conduit au passage de la fissure dans le trou (Fig. 4a et Fig. 4b). Un chargement supplémentaire conduit, dans ce cas, à une concentration des contraintes aux bords du trou, puis à l'initiation d'une autre fissure. Ce critère de départ de fissure n'est pas intégré explicitement dans le formalisme DEM, ce qui démontre la capacité de la DEM à prédire la création de fissure à partir de défauts. Le résultat obtenu par FEM est, cependant, plus proche de l'observation expérimentale (Fig. 4c).

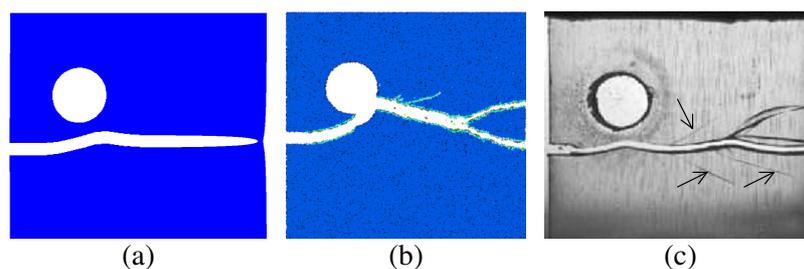


FIG. 4 – Effet de la position du trou sur la trajectoire de la fissure: (a) FEM, (b) DEM, (c) observation

expérimentale.

Il montre que localement, la fissure est soumise à un champ de cisaillement mais au delà du trou, la propagation se poursuit suivant un mode d'ouverture avec peu d'effet de cisaillement. On remarque également qu'au delà du trou, la propagation au sens DEM génère un autre type d'instabilité qui est la formation de réseaux de fissures. Ce phénomène est observé dans l'expérience (Fig. 4c). Il est souvent relié dans la littérature à plusieurs causes dont la présence d'hétérogénéités ou la vitesse de propagation critique de la fissure [17,18]. Du côté DEM, toutes les liaisons entre particules ont la même intensité ce qui exclut un effet structural. Cependant, il peut s'agir d'une corrélation avec la vitesse du front. Ce phénomène de réseaux de fissure n'est pas prédit par le calcul EFM et nécessiterait un critère supplémentaire.

Afin de comparer les trajectoires obtenues d'une manière quantitative, la fonction reliant les coordonnées de la position du front de la fissure est étudiée $y = x(t)$. La propagation d'un front de fissure dans un milieu 2D élastique peut être donnée analytiquement, pour la géométrie considérée, par l'expression [7,15]:

$$y(x) = \frac{r^2}{2a} \left[2 - t(2 + t - t^2) \right] \quad (8)$$

avec

$$t = \frac{b - x}{\sqrt{(a)^2 + (b - x)^2}} \quad (9)$$

où x et y sont les coordonnées de la pointe de la fissure semi-infinie (Fig. 5),

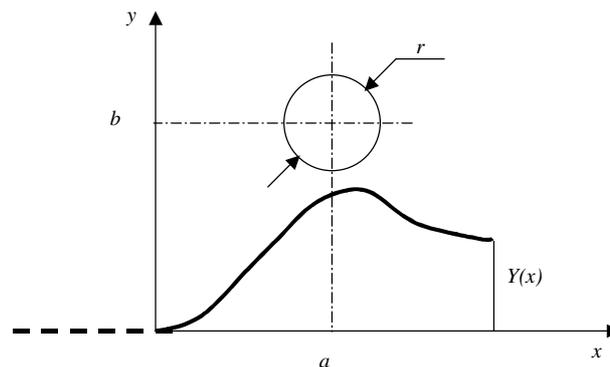


FIG. 5 – Visualisation de la fissure et le trou.

La Fig. 6 compare les trajectoires obtenues par la FEM et la DEM, par l'équation (8) et par l'observation expérimentale à une distance de 2,77 mm de la position initiale du front de la fissure. A l'ordonnée maximale, la distance fissure-trou est supérieure à 0,28 mm. On remarque que le calcul analytique (équation 8) est plus proche de la réalité expérimentale. On voit également que le résultat DEM est plus proche des cas analytique et expérimental.

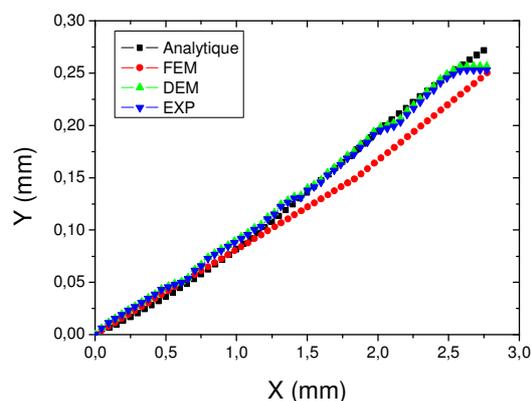


FIG. 6 – Comparaison des trajectoires numériques (DEM,FEM) avec le résultat expérimental et l'expression analytique. (a=3,22 ; b=3,13 mm).

3.2.2 Conclusion

Notre étude montre que la DEM peut être utilisée pour simuler la dynamique de discontinuités dans des milieux continus. Les résultats obtenus montrent que la DEM est capable de prédire le départ de fissures sur des hétérogénéités ainsi que les instabilités de type réseaux de fissures avec comme seule hypothèse de base la rupture d'un pont élastique entre les particules formant le matériau. La condition de pont élastique unique entre les particules permet d'obtenir une réponse élastique linéaire jusqu'à rupture du matériau. Par l'application d'un critère simple de rupture, la DEM donne une sensibilité plus marquée à la déviation de la fissure comparée à la FEM.

Références

- [1] Sih, G.C., Chen, E.P., *Mechanics of Fracture. Cracks in Composite Materials*. Martinus Nijho Publishers, Hague, Boston, London., 1981. 6.
- [2] Nicholson, D.W. and P. Ni, Extreme value probabilistic theory for mixed-mode brittle fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 1997. 58(1-2): p. 121-132.
- [3] Hedjazi, L., et al., Finite element modelling of crack propagation in carbohydrate extruded starch with open void structure. *Carbohydrate Polymers*. 83(4): p. 1696-1706.
- [4] Ramulu, M. and A.S. Kobayashi, Mechanics of crack curving and branching — a dynamic fracture analysis. *International Journal of Fracture*, 1985. 27(3): p. 187-201.
- [5] Dempsey, J.P. and P. Burgers, Dynamic crack branching in brittle solids. *International Journal of Fracture*, 1985. 27(3): p. 203-213.
- [6] Valentini, M., Serkov, S.K., Bigoni, D., Movchan, A.B., Crack propagation in a brittle elastic material with defects. *Journal of Applied Mechanics*, 1999. 66: p. 79-86.
- [7] Valentini, M., et al., Crack Propagation in a Brittle Elastic Material With Defects. *Journal of Applied Mechanics*, 1999. 66(1): p. 79-86.
- [8] Cotterell, B. and J.R. Rice, Slightly curved or kinked cracks. *International Journal of Fracture*, 1980. 16(2): p. 155-169.
- [9] Cundall, P.A., and O.D.L. Strack., *The Development of Constitutive Laws for Soil Using the Distinct Element Method*. The Development of Constitutive Laws for Soil Using the Distinct Element Method, 1979. 1: p. 289-317.
- [10] Martin, C.L., D. Bouvard, and G. Delette, Discrete Element Simulations of the Compaction of Aggregated Ceramic Powders. *Journal of the American Ceramic Society*, 2006. 89(11): p. 3379-3387.
- [11] Martin, C.L., D. Bouvard, and S. Shima, Study of particle rearrangement during powder compaction by the Discrete Element Method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2003. 51(4): p. 667-693.
- [12] Hedjazi, L., et al., How cracks propagate in a vitreous dense biopolymer material. *Engineering Fracture Mechanics*. In Press, Accepted Manuscript.
- [13] Martin, C.L. and R.K. Bordia, The effect of a substrate on the sintering of constrained films. *Acta Materialia*, 2009. 57(2): p. 549-558.
- [14] Potyondy, D.O. and P.A. Cundall, A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004. 41(8): p. 1329-1364.
- [15] A.B. Movchan, N.V.M., Movchan, *Mathematical Modelling of Solids with Non-Regular Boundaries*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1995.
- [16] Rjafiallah, S., S. Guessasma, and D. Lourdin, Effective properties of biopolymer composites: A three-phase finite element model. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2009. 40(2): p. 130-136.
- [17] Gao, H., A theory of local limiting speed in dynamic fracture. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1996. 44(9): p. 1453-1474.
- [18] Sharon, E., S.P. Gross, and J. Fineberg, Local Crack Branching as a Mechanism for Instability in Dynamic Fracture. *Physical Review Letters*, 1995. 74(25): p. 5096.