

# Fissuration des matériaux à inclusions granulaires : effet de la microstructure

R. Affes<sup>1,3</sup>, V. Topin<sup>2,3</sup>, J.-Y. Delenne<sup>1,2</sup>, Y. Monerie<sup>2,3</sup>, F. Radjai<sup>1,2</sup>

1. LMGC, Université Montpellier 2, CNRS, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex, France

2. Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire (IRSN), DPAM, CE Cadarache, Bat. 702, BP3-13115 St. Paul-lez-Durance Cedex, France

3. Laboratoire MIST, IRSN-CNRS-Université Montpellier 2, France

## Résumé :

*La morphologie d'une fissure dans un matériau hétérogène dépend bien évidemment des propriétés des phases en présence mais aussi de leur agencement spatial. Ce point est ici abordé sous l'angle numérique et statistique pour les matériaux à inclusions granulaires (type béton).*

*Une méthode 3D sur réseau permet notamment de quantifier précisément l'effet microstructural des fractions volumiques et de la polydispersité des inclusions. Trois morphologies à la rupture, associées à trois régimes de fissuration, sont caractérisées.*

## Abstract :

*By means of the lattice element method in 3D (LEM-3D), we investigate strength and fracture of granular inclusion materials. These materials have a granular texture with a jammed assembly of particles embedded in a binding matrix that partially fills the interstitial space. We consider stiffness, stress transmission and the regimes of crack growth under tensile loading. We carry out a detailed parametric study in order to quantify the influence of the matrix volume fraction and the particle-matrix adherence. Three regimes of crack propagation can be distinguished corresponding to no particle damage, particle abrasion and particle fragmentation, respectively, as a function of the parameters. We show that particle damage scales nicely with the toughness of the particle-matrix interface compared to the particle toughness. Our findings are in agreement with 2D results previously reported in literature.*

**Mots clefs :** Matériaux à inclusions granulaires, microstructure, régimes de ruptures

## 1 Introduction

Les matériaux granulaires denses sont caractérisés soit par leurs réseaux de particules solides, soit par les propriétés de l'espace poral qui peut être partiellement ou entièrement rempli d'un solide de liaison ou d'un liquide. Pour les fractions volumiques de particules  $\rho^p$  élevées (typiquement  $\rho^p > 0.57$ ), la transmission de contraintes et donc le comportement mécanique est guidé par le réseau de percolation des contacts entre particules [2, 5].

Le rôle du réseau de contacts a été très largement étudié pour les matériaux granulaires en absence de matrice de liaison et en confinement compressif. La question des concentrations de contraintes et le rôle des particules est beaucoup moins évident en présence de matrice de liaison et sous un chargement en traction.

De tels agrégats poreux, composés de particules liées par une matrice continue, ont été étudiés en deux dimensions en utilisant des simulations numériques basées sur l'approche lattice element method (LEM) [4]. Nous nous intéressons ici au cas à trois dimensions : un modèle LEM en trois dimensions a été développé en utilisant un solveur de gradient conjugué permettant la simulation d'un grand nombre de degrés de liberté ; des simulations sur des matériaux à inclusions granulaires ont été réalisées en

prenant comme paramètres principaux d'étude la quantité relative de matrice et l'adhésion à l'interface matrice/granulats.

Dans cet article, le fonctionnement de la méthode LEM en trois dimensions est d'abord détaillé, puis les paramètres et le cadre de l'étude sont présentés. Dans la section 4, le comportement élastique apparent et la répartition des hétérogénéités de contraintes intraphase sont analysés pour des matériaux à inclusions granulaires. La section 5 est consacrée à l'endommagement des particules et aux régimes de rupture.

## 2 Méthode numérique : Lattice Element Method 3D

Afin d'étudier l'influence de la microstructure des matériaux à inclusions granulaires sur leur comportement macroscopique et le processus de fissuration qui conduit à leur fragmentation, l'approche Lattice Element Method (LEM) en trois dimensions a été choisie. Cette méthode numérique permet la prise en compte de milieux très hétérogènes tout en garantissant la rapidité d'exécution nécessaire aux études statistiques.

La méthode LEM-3D est basée sur la discrétisation des différentes phases du matériau en un réseau régulier ou irrégulier. L'espace est ainsi représenté par une grille de points (les noeuds) interconnectés par des segments 1D (les éléments). Ces éléments permettent la transmission des forces normales, des forces de cisaillements et des moments fléchissants jusqu'à atteindre un seuil de rupture en force ou en énergie qui représente la cohésion de la phase ou de son interface avec une autre phase.

Dans la version la plus simple, les éléments sont représentés par des ressorts linéaires caractérisés par une constante de Hooke et un seuil de rupture. Chaque élément porte les propriétés mécaniques de la phase ou de l'interface qu'il représente et les échantillons sont déformés en imposant un déplacement ou une force aux noeuds appartenant à leurs extrémités.

L'énergie élastique totale du système est alors une fonction convexe des déplacements des noeuds et sa minimisation permet d'obtenir leurs positions d'équilibre. La réalisation de cette minimisation à chaque pas de chargement revient à soumettre le système à un déplacement quasi-statique et pour ce faire, un algorithme basé sur un solveur de gradient conjugué est utilisé.

Par ailleurs, la méthode LEM présente l'avantage d'initier et de propager les fissures en rompant simplement les éléments critiques (les éléments portant une force qui dépasse le seuil de rupture). Le comportement effectif est alors de type élastique fragile avec un module élastique qui dépend à la fois des propriétés matérielles et de la géométrie du réseau.

Le seuil de rupture macroscopique dépend de l'agencement des phases et des seuils locaux. Dans les matériaux à inclusions granulaires considérés dans cette étude, le caractère aléatoire des agencements retenus est principalement introduit par la distribution spatiale aléatoire de particules et de vides dans une matrice.

## 3 Description du système

L'objectif étant d'accéder à des assemblages granulaires assez denses, les échantillons retenus sont créés de la manière suivante : 1/ un assemblage initialement ordonné d'un grand nombre de particules est compacté par compression hydrostatique à l'aide de la méthode des éléments discrets (DEM), 2/ un sous-échantillon cubique est extrait de cet assemblage compacté, 3/ un maillage aléatoire tétraédrique (type Delaunay) est superposé à ce sous-échantillon, 4/ une matrice de liaison est introduite sous la forme de troncs coniques d'épaisseurs variables reliant les particules voisines ; le volume total de matrice est alors distribué entre paires de particules proportionnellement au carré de leurs diamètres ; au fur et mesure que la fraction volumique de matrice augmente, les poids de matrice se chevauchent et la porosité du milieu décline.

Les éléments qui se retrouvent dans ces poids portent les propriétés mécanique de la matrice de liaison. Ceux qui se retrouvent dans les particules portent les propriétés des particules. De la même façon, les éléments entre particules et matrice ou ceux qui entre deux particules possèdent les propriétés de l'interface correspondante. Les échantillons étudiés sont donc formés d'une phase de particules

noté  $p$ , une phase de matrice noté  $m$ , d'espace vide ou de pores noté  $v$  et deux interfaces, l'interface particule/matrice noté  $pm$  et l'interface particule/particule noté  $pp$ .

Une constante de Hooke  $k^\phi$  et un seuil de rupture en force  $\sigma$  sont attribués à chaque phase ou interface  $\phi$ . Ici, le seuil de rupture  $\sigma^{pp}$  est nul, correspondant à un contact non cohésif entre les particules et  $\sigma^p = \sigma^m$ . Par ailleurs, les interfaces  $pm$  et  $pp$  sont une zone d'épaisseur unitaire (un élément) reliant les phases en vis-à-vis et affectant le comportement global des échantillons à travers leurs surfaces spécifiques (surface totale par unité de volume) et leurs résistances (constantes de Hooke  $k^{pm}$  et  $k^{pp}$  et les seuils de ruptures  $\sigma^{pm}$  et  $\sigma^{pp}$ ).

## 4 Paramètres de l'étude

Dans les simulations LEM appliquée aux matériaux à inclusions granulaires, un juste équilibre doit être trouvé entre le nombre d'éléments par particule nécessaire à la précision de la méthode et le nombre total de particules pour une bonne représentativité statistique de l'échantillon. Dans l'étude paramétrique présentée ici, les échantillons sont cubiques et contiennent 516 particules dont les rayons sont uniformément distribués entre  $d_{min}$  et  $d_{max} = 1.25.d_{min}$ . La fraction volumique des particules est de  $\rho^p = 0.64$  et chaque particule contient 1550 éléments des  $1.3 \times 10^6$  éléments que contient l'échantillon. Ces paramètres assurent un bon compromis entre la précision numérique et la représentativité de la structure (figure 1(a)).

Neuf échantillons sont préparés avec des quantités de matrice variant entre 0.06 et 0.28. Les particules ont une raideur trois fois plus élevée que celle de la matrice de liaison ( $E_p = 3E_{pm} = 3E_m$ ) pour s'approcher des propriétés macroscopique d'un béton. Dans chaque échantillon la valeur de l'adhésion entre les particules et la matrice  $\sigma^{pm}$  varie entre  $0.2\sigma^p$  et  $1.4\sigma^p$ . De cette façon, le nombre total de simulations pour l'étude de l'influence de la quantité de matrice et de l'adhésion à l'interface sur les régimes de rupture est porté à 81. La figure 1(b) représente une schématisation de l'espace paramétrique obtenu. Les échantillons sont sollicités en traction en fixant les nœuds d'une surface latérale de l'échantillon cubique (surface inférieure sur l'échantillon de la figure 1(a)) et en appliquant des incréments de déplacement verticaux au noeuds de la surface opposée (surface supérieure). Les autres surfaces restent libres.

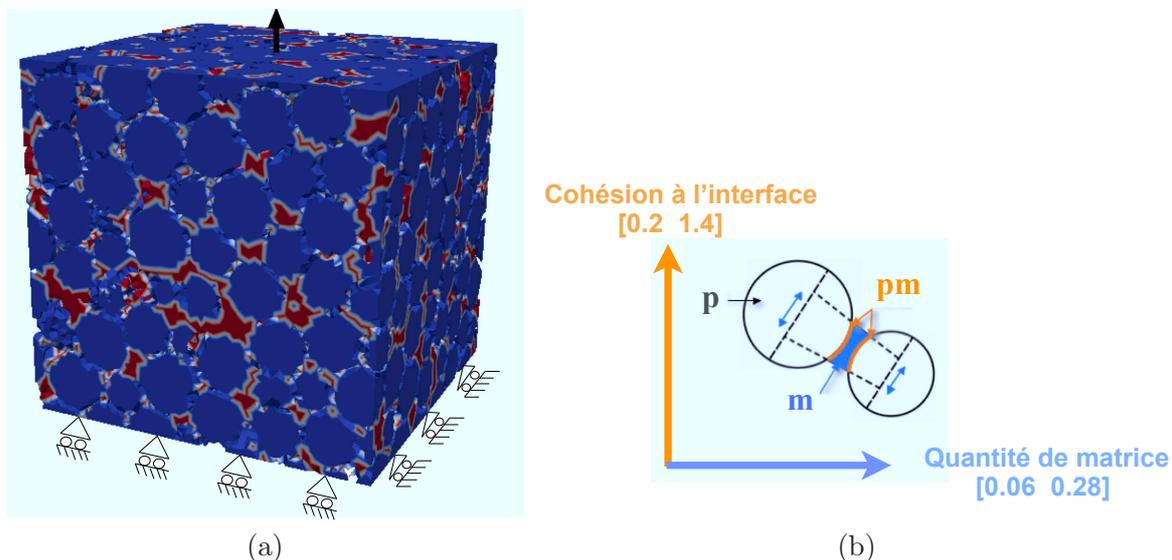


FIGURE 1 – (a) Echantillon et conditions aux limites : particules en bleu, la matrice en rouge et l'interface matrice/particules en blanc, (b) espace paramétrique de l'étude. En orange l'interface matrice particules  $pm$  et en bleu la quantité de matrice  $m$ .

## 5 Comportement élastique

La figure 2(b) représente les caractéristiques de rupture sous un chargement en traction pour trois valeurs de quantité de matrice  $\rho^m$ . On observe un comportement élastique avec une rigidité effective  $E^{eff}$  bien définie suivie d'un régime non linéaire jusqu'à la rupture effective  $\sigma^{eff}$ . Le régime post-pic est caractérisé par une chute brutale de la tenue de l'échantillon suivie par un endommagement plus progressif. La contrainte à rupture, contrôlée par la résistance de la matrice, est atteinte pour une déformation apparente qui décroît avec  $\rho^m$ .

Le régime non linéaire observé correspond à la dégradation progressive du matériau à travers la rupture diffuse des éléments. L'échantillon cède quand ces fissures finissent par percoller (création d'une surface de rupture). En général, une unique surface de rupture se propage et fragmente l'échantillon en deux blocks distincts, mais des situations plus complexes peuvent apparaître selon la microstructure du système. L'évolution de la densité de probabilité (pdf) de la composante verticale (sens de traction) des contraintes pour différentes fractions volumiques de matrice est représentée sur la figure 2(a). On rappelle que la fraction volumique granulaire est fixée : une diminution de la quantité de matrice correspond donc à une augmentation du taux de vide présent dans la phase matricielle.

Le système devient de plus en plus hétérogène avec la baisse de la quantité de matrice, ce qui se traduit par une distribution plus large des contraintes. En effet, les ponts de matrice entre les particules concentrent les contraintes à mesure que leur diamètre baisse. L'échantillon ayant la plus faible quantité de matrice ( $\rho^m = 0.13$ ) présente une distribution exponentielle caractéristique des forces supérieures à la force moyenne dans les milieux granulaires. Ce comportement est habituellement observé par des simulations DEM sur des matériaux granulaires sans matrice[3].

Un autre signe distinctif des matériaux granulaires est observable sur la figure 2(a) : pour les contraintes les plus faibles, la densité de probabilité reste élevée ce qui signifie qu'en plusieurs zones de l'échantillon les contraintes sont bien plus faibles que la contrainte moyenne. C'est l'effet de voûte : un réseau de chemins de contraintes privilégiés se forme à travers les grains déchargeant ainsi les autres zones de l'éch

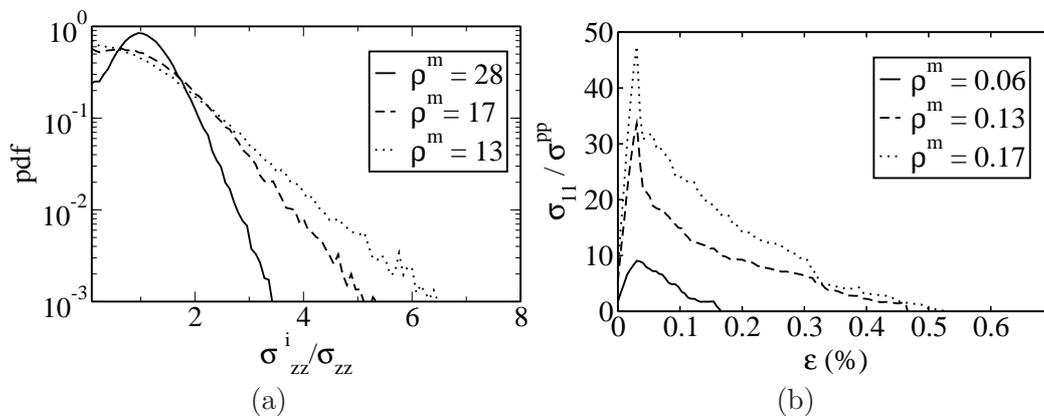


FIGURE 2 – (a) Evolution de la densité de probabilité des contraintes suivant l'axe de sollicitation en fonction de la quantité de matrice  $\rho^m$  dans l'échantillon, (b) contrainte verticale adimensionnée en fonction de la déformation verticale en traction pour différentes valeurs de  $\rho^m$ .

## 6 Endommagement des particules

Dans cette section est présentée l'influence de la quantité de matrice et de l'adhésion entre particules et matrice sur les régimes de rupture dans les matériaux à inclusions granulaires. Dans l'approche LEM, le nombre d'éléments rompus peut être considéré comme une mesure pertinente de l'endommagement [1]. La fraction d'éléments rompus dans la phase particulaire est donc directement corrélée avec la fraction de particules endommagées. La figure 3(a) présente la carte en niveaux de gris des fractions d'éléments rompus dans les particules dans l'espace paramétrique de l'étude. Au-dessous d'une frontière bien définie (en bleu sur la figure 3(a)), aucun endommagement dans les particules n'est observé : pour

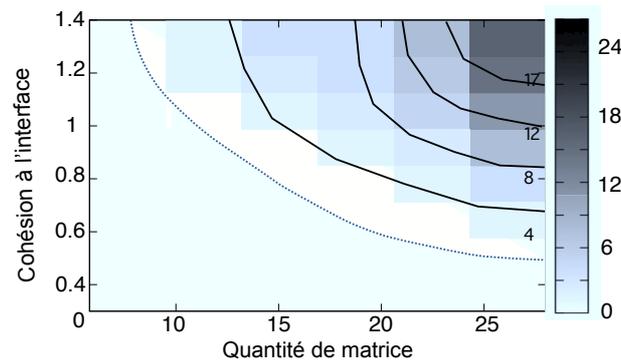
cet intervalle de paramètres, la fissure se propage essentiellement dans la matrice ou aux interfaces entre matrice et particules.

Au-delà de cette limite, les isovaleurs sont parallèles à la ligne limite accompagnées d'une augmentation de l'endommagement. L'interprétation de ces résultats est simple : le nombre de particules rompues augmente d'une part, lorsque la ténacité de l'interface matrice/particules augmente et d'autre part lorsque la fraction volumique de pores diminue (quand la fraction volumique de pores est élevée, la fissure a tendance à contourner les particules en se propageant dans les pores).

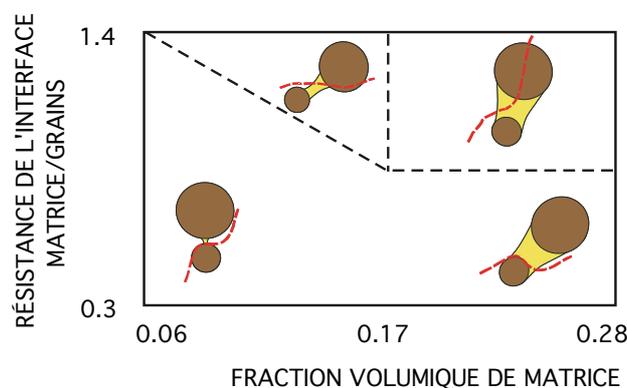
L'évolution de l'endommagement devient indépendante de la fraction volumique de matrice au delà de 20% de matrice dans l'échantillon. A partir de cette valeur, les particules sont entièrement entourées de matrice : matrice percole dans le matériau et l'augmentation de sa fraction volumique n'a aucune influence sur le nombre d'éléments rompus dans les particules.

Ces observations suggèrent qu'il existe trois régimes distincts de propagation des fissures dans le milieu schématisés sur la figure 3(b) :

1. en dessous de la limite d'endommagement des particules, la fissure ne pénètre pas dans les particules et se propage essentiellement à travers la matrice, dans les pores et le long des interfaces entre particules et matrice ; c'est le régime de *déflexion*,
2. au-delà de cette limite et pour une valeur de fraction volumique de matrice inférieure à 20%, la fissure pénètre aussi partiellement dans les particules depuis les ponts de matrice qui concentrent les contraintes ; cette configuration mène à l'abrasion de la surface des particules ; c'est le régime *abrasif*,
3. enfin, au delà de la limite d'endommagement des particules et pour une valeur de fraction volumique de matrice supérieure à 20%, la fissure se propage aussi bien dans la matrice qu'à travers les particules, entraînant la fragmentation des particules ; c'est le régime de *fragmentation*.



(a)



(b)

FIGURE 3 – (a) Carte en niveau de gris de l'endommagement des particules, (b) représentation schématique des régimes de rupture dans l'espace paramétrique

## 7 Conclusion et perspectives

Dans cette communication une méthode numérique en trois dimensions basée sur une discrétisation sur réseau, la LEM, à été introduite puis appliquée à l'étude de l'influence de la microstructure sur les régimes de rupture des matériaux à inclusions granulaires. Après avoir présenté le comportement élastique et l'évolution des contraintes dans ces matériaux, trois régimes de ruptures distincts et en accord avec la littérature ont été mis en évidence.

L'étude paramétrique présentée peut être prolongée selon plusieurs directions. Tout d'abord, il serait intéressant de quantifier la granulométrie des fragments produits selon les régimes de de rupture observés. Il serait ensuite pertinent de continuer l'étude de l'effet de la microstructure des matériaux à inclusion granulaire en quantifiant par exemple les chemins de fissuration. Une piste est particulièrement envisagée : les analyses de tortuosité.

S'il commence aujourd'hui à exister certaines techniques micromécaniques permettant de relier la perméabilité apparente d'un milieu à la densité de fissures qu'il contient et à leur tortuosité, peu de méthodes quantifient précisément ces deux données à la microstructure de milieu. Il est donc envisagé de lier la tortuosité d'un réseau de fissures à la fraction volumique et à la polydispersité d'un milieu à inclusions granulaire.

## Références

- [1] P. Acker. *Statistical Models for Fracture in Disordered Media*, chapter Concrete : Large-scale heterogeneities and size effects, pages 52–58. North Holland, Amsterdam, 1990.
- [2] N. Estrada, A. Taboada, and F. Radjai. Shear strength and force transmission in granular media with rolling resistance. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 78(2) :021301, 2008.
- [3] F. Radjai, M. Jean, J-J. Moreau, and S. Roux. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, 77(2) :274–, July 1996.
- [4] V. Topin, J-Y. Delenne, F. Radjai, L. Brendel, and F. Mabilie. Strength and fracture of cemented granular matter. *The European Physical Journal E*, 23 :413–429, 2007.
- [5] V. Topin, F. Radjai, J-Y. Delenne, A. Sadoudi, and F. Mabilie. Wheat endosperm as a cohesive granular material. *Journal of Cereal Science*, 47(2) :347–356, March 2008.