

Un modèle d'endommagement pour des plaques en béton armé sous séisme

C. COMBESURE^{a,b,c}, H. DUMONTET^b, S. FAYOLLE^{a,c}, F. VOLDOIRE^{a,c}

a. *Électricité De France R&D dépt. Analyses Mécaniques et Acoustiques, 92140 CLAMART (France)*

b. *UPMC Université Paris 06, CNRS UMR 7190, Institut Jean le Rond d'Alembert, 75005 PARIS (France)*

c. *LAMSID, UMR EDF/CNRS/CEA 2832, 92140 CLAMART(France)*

Résumé :

Afin d'effectuer des calculs de tenue sismique sur des bâtiments, nous proposons un modèle macroscopique d'endommagement pour le béton armé dédié à des éléments plaques, formulé dans le cadre standard généralisé. Les armatures assurant une pente post-élastique toujours positive, on évite les problèmes de localisation dus au comportement adoucissant du béton. L'utilisation d'éléments de structure permet, de plus, de gagner en temps de calcul. On présente des comparaisons avec des expérimentations.

Abstract :

In order to carry out seismic analysis computations on buildings, a macroscopic damaging constitutive model for reinforced concrete plates, and written according to the theory of generalised standard materials, is presented. Considering that reinforcement bars ensure a positive post-elastic slope, localization issues due to the softening behaviour of concrete are avoided. Moreover, the use of structural elements allows reduced calculation times. Comparisons with experiments are presented.

Mots clefs : endommagement, plaques, béton armé, modèle macroscopique, analyse sismique.

1 Introduction

Les récentes réévaluations sismiques, qui ont eu lieu suite à la mise en application de l'Eurocode 8 et du nouveau zonage sismique national, ont conduit à la nécessité de justifier la tenue des ouvrages en béton armé, existants ou à construire, relativement aux nouvelles normes. Cette vérification passe par la réévaluation des marges de résistance des bâtiments en béton armé soumis au chargement sismique et fait appel à la simulation numérique non linéaire par éléments finis afin de déterminer l'effet de l'endommagement du béton sur la réduction des fréquences de vibration du bâtiment ainsi que son effet sur la dissipation d'énergie au sein du matériau, avant même que des processus de ruine ne s'enclenchent. Or la complexité des bâtiments rend la simulation numérique coûteuse en temps de calcul et nécessite donc d'avoir un outil capable de réaliser des analyses transitoires non linéaires de manière efficace et robuste. En ce qui concerne les éléments de structure en béton armé tels que les poutres et les poteaux, les modèles éléments finis disponibles dans la littérature (modèles multi-fibres...) et développés dans de nombreux logiciels de calcul répondent à ce besoin et des modèles globaux 1D ont été développés [7]; c'est moins le cas des voiles de contreventement et des dalles, où l'on se heurte plus encore au caractère adoucissant du comportement du béton. C'est pourquoi ont été développés des modèles globaux de béton armé basé sur des éléments de structure de type plaque [6][4]. On arrive ainsi à s'affranchir des problèmes de localisation dus à l'adoucissement du béton, en considérant un matériau global équivalent dont le comportement mécanique global serait similaire à celui du matériau réel, avec une pente post-élastique toujours positive, garantie par la présence des aciers. Le choix de l'utilisation d'éléments de structure de type plaque permet par ailleurs de diminuer de manière appréciable le temps de calcul par rapport à des simulations 3D. Pour finir, on ne s'intéressera pas à de forts endommagements, considérant que l'on se concentre sur des zones à sismicité modérée, typiques du territoire métropolitain, dans lesquelles les bâtiments considérés ne devraient pas être soumis à des sollicitations qui pourraient mener à leur ruine.

2 Le modèle GLRC_DM

La loi GLRC_DM est un modèle macroscopique d'endommagement du béton armé appliqué à des éléments de plaques et construit pour des applications menant à un endommagement limité c'est-à-dire sans atteindre la rupture par ruine plastique des aciers. On vise un comportement identique selon Ox et Oy et les nappes de ferrailage inférieure et supérieure sont supposées identiques. On suppose alors l'existence d'un milieu équivalent global avec le même comportement mécanique que la structure étudiée en béton armé (voir Fig. 1). Pour simplifier, on fait l'hypothèse que ce milieu est isotrope et que l'élément de structure étudié est symétrique par rapport à son feuillet moyen. Ces hypothèses ne sont pas indispensables pour la formulation, mais ont été faites pour simplifier la démarche. De plus, on estime que leur impact sur le comportement est moindre par rapport à l'endommagement, qui est au centre d'intérêt du modèle. Pour finir, on utilise des éléments de plaques selon la théorie de Love-Kirchhoff, où l'on néglige toute distorsion transverse dans l'épaisseur de la plaque.

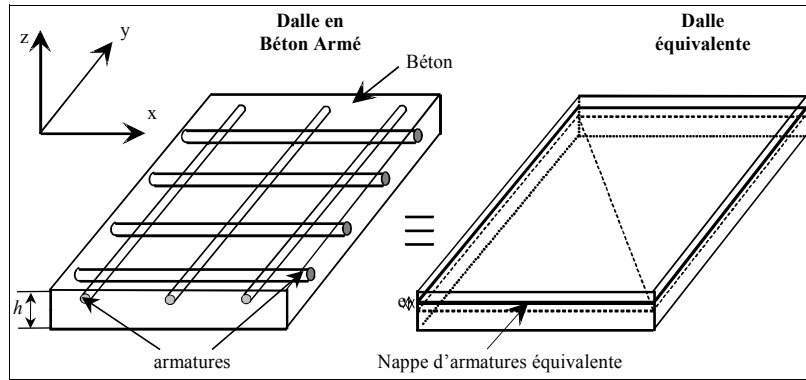


Fig. 1 – Dalle en béton armé réelle et équivalente

2.1 Formulation théorique

La loi GLRC_DM est formulée en terme d'énergie libre (1), exprimée en fonction des déformations généralisées $\boldsymbol{\epsilon}$ pour les déformations de membrane et $\boldsymbol{\kappa}$ pour la courbure. La propriété de convexité de cette énergie libre a été démontrée.

$$\begin{aligned} \Phi_{ed}^S(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa}, \epsilon_{zz}, d_j) &= \frac{\lambda_m}{2} (\text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) + \epsilon_{zz})^2 \cdot \xi_m(\text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}), d_j) + \mu_m \left(\sum_{i=1}^2 \tilde{\epsilon}_i^2 \cdot \xi_m(\tilde{\epsilon}_i, d_j) + \epsilon_{zz}^2 \right) \\ &+ \frac{\lambda_f}{2} \text{tr}(\boldsymbol{\kappa})^2 \cdot \xi_f(\text{tr}(\boldsymbol{\kappa}), d_j) + \mu_f \sum_{i=1}^2 \tilde{\kappa}_i^2 \cdot \xi_f(\tilde{\kappa}_i, d_j) \end{aligned} \quad (1)$$

où ϵ_{zz} représente la déformation selon l'épaisseur de la plaque ; $\lambda_m, \lambda_f, \mu_m, \mu_f$ sont les coefficients de Lamé globaux pour la membrane m et la flexion f ; ξ_m, ξ_f sont les fonctions d'endommagement respectivement de membrane et de flexion définies par les équations (2) et (3) :

$$\xi_m(x, d_1, d_2) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{1 + \gamma_{mt} d_j}{1 + d_j} \right) H(x) + \left(\frac{\alpha_c + \gamma_{mc} d_j}{\alpha_c + d_j} \right) H(-x) \in [0,1] \quad (2)$$

$$\xi_f(x, d_1, d_2) = \sum_{j=1}^2 \frac{\alpha + \gamma_f d_j}{\alpha + d_j} H((-1)^j x) \in [0,1] \quad (3)$$

où $H(\cdot)$ est la fonction de Heaviside.

La variable d'endommagement est décrite par deux composantes d_1 et d_2 représentant globalement l'endommagement du côté des faces respectivement supérieure et inférieure de la plaque.

Les paramètres d'endommagement γ_{mt} pour la traction en membrane, γ_{mc} pour la compression en membrane et γ_f pour la flexion, peuvent avoir des valeurs dans $[0,1]$. Quant aux paramètres positifs α_c et α , ils permettent d'ajuster, respectivement, le seuil de primo-endommagement de compression par rapport à

celui de traction, et la contribution de la flexion au calcul du seuil d'endommagement. Les deux fonctions d'endommagement ξ_m et ξ_f sont alors bien convexes décroissantes positives pour les valeurs de paramètres définis ci-avant.

Dans l'écriture de l'énergie libre (1), on fait l'hypothèse que l'endommagement n'est pas affecté par l'extension en z , ce qui se traduit par l'absence de ε_{zz} dans les arguments de l'indicateur d'endommagement ξ_m . Le calcul de ε_{zz} se fait grâce à la condition de contraintes planes $\sigma_{zz}=0$.

Pour pouvoir définir un seuil d'endommagement dans le cadre de l'hypothèse d'un matériau standard généralisé, on introduit les forces thermodynamiques associées aux variables d_1 et d_2 :

$$Y_j = - \frac{\partial \Phi_{ed}^S}{\partial d_j} \quad (4)$$

Les seuils d'endommagement sont définis, sans écrouissage, à l'aide des k_{0i} constantes de seuil :

$$f_{d_j} = Y_j(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa}, d_j, \varepsilon_{zz}) - k_{0j} \leq 0 \quad (5)$$

Ces seuils définissent le domaine convexe de réversibilité dans l'espace des $(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa})$ qui prend la forme de deux arcs d'ellipse selon si l'on est dans l'espace des déformations de traction ou compression.

La loi d'évolution des variables d'endommagement d_1 et d_2 , est définie par la règle de normalité aux seuils.

$$\dot{d}_j = \eta \frac{\partial f_{d_j}}{\partial Y_j} \quad \text{avec } \eta \geq 0 \quad (6)$$

Les valeurs d'endommagement d_1 et d_2 sont alors parfaitement déterminées par la condition suivante :

$$f_{d_j} \dot{d}_j \leq 0 \quad (7)$$

2.2 Implantation numérique

Conformément à la majorité des lois de comportement anélastiques non linéaires, la loi GLRC_DM nécessite la discrétisation des équations d'évolution des variables internes. On adopte donc une méthode de discrétisation directe implicite en temps. La résolution du problème local se fait alors par la méthode de Newton, en commençant par une phase de prédiction de type Euler explicite et on calcule dans le même système, les déformations selon l'épaisseur de la plaque par la condition de contraintes planes et l'évolution des variables d'endommagement d_1 et d_2 . L'opérateur tangent de ce système est toujours strictement négatif de manière à pouvoir s'assurer de la convergence de la méthode de Newton d'intégration locale.

Comme l'objectif principal d'un modèle global est de proposer une approche simplifiée à la modélisation d'un matériau complexe, tel que le béton armé, il est essentiel que sa performance numérique soit optimale. Ainsi, pour rendre le modèle adapté aux calculs avec des schémas implicites en temps, soit en quasi-statique soit en dynamique transitoire, le calcul de la raideur tangente cohérente devient indispensable pour avoir une convergence quadratique et robuste du processus itératif global de Newton. On calcule donc l'opérateur de raideur tangente global comme étant la somme d'une contribution « élastique » ($\dot{d}_j=0$) et d'une contribution « dissipative » ($f_{d_j}=0$) et l'on démontre sa définie positivité.

2.3 Applications

Le modèle de dalle en béton armé endommageable GLRC_DM a donc besoin de paramètres caractéristiques de l'élasticité, complétés de 6 paramètres pour décrire le comportement endommagé : k_0 , pour définir la limite élastique, α et α_c pour déterminer la participation de la flexion et de la compression, γ_{mt} et γ_{mc} , γ_f pour décrire la réponse non linéaire. Tous ces paramètres peuvent être identifiés à partir d'essais de traction et de flexion purs uni-axiaux monotones ; en effet, les paramètres γ correspondent aux pentes « à l'infini » de la courbe de réponse en contraintes-déformations généralisées. Il est possible de procéder à cette identification, soit à partir d'estimations analytiques simples (qui donnent les ordres de grandeur), soit à partir d'un recalage sur une courbe de réponse fournie par un autre modèle de comportement.

Le modèle GLRC_DM a été implanté numériquement dans Code_Aster® [2][6] puis testé sur plusieurs cas-

test simples d'une plaque sous sollicitations cycliques de traction, compression, flexion, cisaillement et des combinaisons de ces sollicitations de base. On peut alors observer que la courbe de réponse uniaxiale en contraintes-déformations du modèle GLRC_DM est bilinéaire et repasse à contrainte nulle - déformations nulles lors de la phase de décharge ; il ne décrit donc pas de déformations irréversibles.

Le modèle a également été utilisé pour des calculs de voiles en béton armé sollicités en cisaillement au sein du benchmark SAFE. Ce benchmark exploite des expérimentations pseudo-dynamiques réalisées à l'aide du mur de réaction du laboratoire ELSA du CCR-ISPRA, en 1998 [1]. La figure 2.a, présente une comparaison entre les résultats expérimentaux et le calcul avec GLRC_DM pour le voile T5 entouré de deux murs de refend et qui comprend un taux de ferrailage élevé, caractéristique des ouvrages de centrales nucléaires. On peut alors noter que le modèle représente correctement la perte de raideur observée expérimentalement. Reste alors à travailler sur l'aire des boucles d'hystérésis du modèle GLRC qui est bien inférieure à celle des boucles expérimentales, ce qui peut s'expliquer par le comportement bilinéaire du modèle et par l'absence de modélisation de déformations irréversibles.

On présente enfin, sur la figure 2.b, le faciès d'endommagement donné par le modèle GLRC_DM pour le calcul sur la structure du benchmark SMART2008 [3]. Ce benchmark, réalisé par le laboratoire EMSI du CEA à Saclay, a été mis au point afin de mieux appréhender les effets tridimensionnels et non linéaires sous sollicitations sismiques d'un bâtiment complexe en béton armé, tel que l'on peut en trouver dans les installations nucléaires. La maquette à l'échelle $\frac{1}{4}$ représente une partie d'un bâtiment de centrale nucléaire, constitué de voiles en béton armé en cisaillement et en flexion et elle est soumise à une succession de chargements sismiques bidimensionnels, jusqu'à un niveau de 1,0 g. Le faciès d'endommagement présenté correspond bien au faciès de fissuration observé sur la structure après essais. La dégradation de la structure a été mesurée expérimentalement par analyse modale et on constate une diminution des fréquences propres de la structure au cours de la sollicitation. Cette diminution des fréquences propres est bien captée par les calculs avec GLRC_DM.

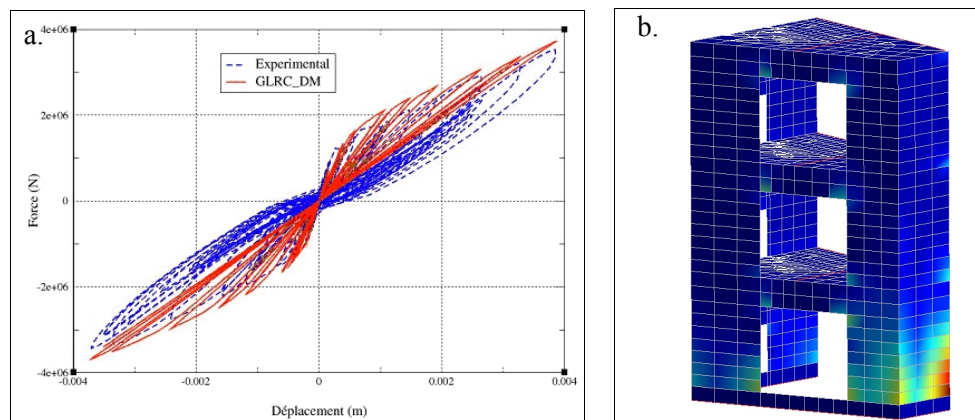


Fig. 2. a) réponse quasi statique alternée par GLRC_DM (rouge) et SAFE (bleu)
b) Endommagement pour la structure du benchmark SMART2008

3 Perspectives

Le modèle tel que présenté ci-dessus présente des inconvénients qui ont été mis en évidence grâce aux applications numériques présentées au 2.3.

Ainsi on a pu constater, sur le cas des essais SAFE, un manque de dissipation d'énergie lors des sollicitations cycliques. Cela se traduit par une aire des boucles d'hystérésis sous-estimée bien que la raideur post-élastique soit correctement estimée. En effet – et cela peut se vérifier dans la manière dont est formulé le modèle – aucune déformation permanente n'est introduite. Or, si cela peut se justifier au niveau des aciers par le fait que ceux-ci restent, compte-tenu des sollicitations appliquées, dans leur domaine élastique, il n'en va pas nécessairement de même pour le béton et il est intéressant d'introduire des déformations permanentes dans le béton, liées, par exemple, à la création de nouvelles fissures et à une certaine incompatibilité des déformations entre acier et béton au niveau de l'interface entre ces matériaux, suite à une dégradation localisée. Une des perspectives d'évolution du modèle passerait donc par une démarche d'homogénéisation périodique basée sur une cellule élémentaire de béton comprise dans un carré de base de la grille d'armatures.

Le calcul global repose alors sur deux homogénéisations successives : une homogénéisation « élastique » où les matériaux acier et béton ont un comportement élastique linéaire (voir Fig. 3.a) puis, une fois un seuil de fissuration atteint dans le béton, une homogénéisation « dissipative » basée sur un volume élémentaire représentatif constitué du béton fissuré, et des aciers de la grille d'armatures, avec une loi de décohesion évolutive à l'interface acier-béton permettant l'introduction de déformations irréversibles (voir Fig.3.b). On espère, grâce à cette démarche d'homogénéisation, parvenir à introduire une déformation irréversible à l'échelle macroscopique pour se rapprocher plus des observations expérimentales.

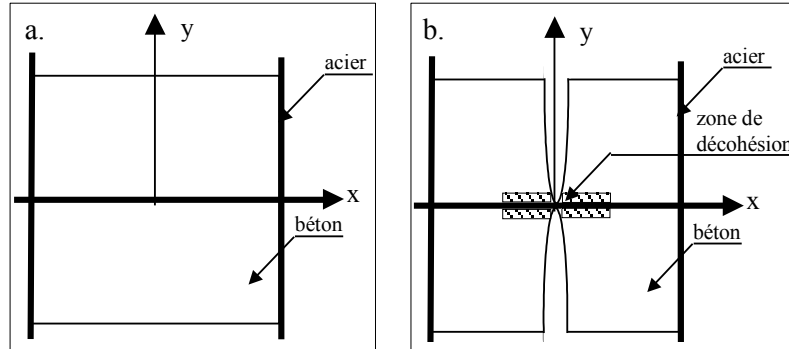


Fig. 3 : exemples de VER pour l'homogénéisation périodique

Mis à part le problème de dissipation d'énergie, un autre problème que l'on a pu mettre en évidence, est une erreur au niveau de l'estimation du seuil de premier endommagement. En effet, il est possible de parvenir à l'équation caractéristique du seuil de premier endommagement de manière analytique grâce à la formulation présentée au paragraphe 2.1. Si l'on compare ce seuil avec celui obtenu par simple analyse RDM, on se rend compte que ces seuils sont de formes différentes (ellipses pour GLRC, losanges pour l'analyse RDM) induisant des écarts pouvant aller jusqu'à 30%. Pour pallier ce problème, on va donc introduire un couplage entre les sollicitations de membrane et celles de flexion de manière à dégénérer le seuil elliptique en deux ellipses inclinées et ainsi pouvoir se rapprocher du losange de la RDM. Le couplage est introduit directement dans la formulation de l'énergie libre : $\Phi_{ed}^s(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa}, \epsilon_{zz}, d_j) = \Phi_m(\boldsymbol{\epsilon}, \epsilon_{zz}, d_j) + \Phi_f(\boldsymbol{\kappa}, d_j) + \Phi_c(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa}, \epsilon_{zz}, d_j)$ (8)

avec $\Phi_c(\boldsymbol{\epsilon}, \boldsymbol{\kappa}, \epsilon_{zz}, d_j) = \delta \xi_c (tr \boldsymbol{\epsilon}, d_j) (\lambda_c (tr \boldsymbol{\epsilon} + \epsilon_{zz}) tr \boldsymbol{\kappa} + 2\mu_c \boldsymbol{\epsilon} : \boldsymbol{\kappa})$, où δ est le paramètre de couplage permettant de gérer la forme des ellipses ($\delta=0$ on est sur un cercle, $\delta=2 * C$ on est sur le losange).

On doit procéder, en réalité, à deux identifications de C selon si l'on est en sollicitations de traction ou de compression membranaires. Ces identifications se font analytiquement par l'étude théorique d'un cas de traction-flexion uniaxiales ou de compression-flexion uniaxiales.

Grâce à l'introduction de ce couplage, on arrive à débiter l'endommagement plus tôt et ainsi à diminuer les efforts maximaux atteints lors du chargement. Si l'on compare alors, sur un essai de plaque en traction-flexion alternées, le modèle global avec le couplage et des modèles multi-fibres 1D qui se veulent représentatifs du comportement réel du béton du type de la loi de Laborderie [5], on peut observer que le primo-endommagement de GLRC_DM couplé est bien plus proche, grâce au couplage du primo-endommagement du modèle de référence (voir Fig. 4). On remarque également que la loi de Laborderie intègre un comportement adoucissant, contrairement à la modélisation GLRC_DM.

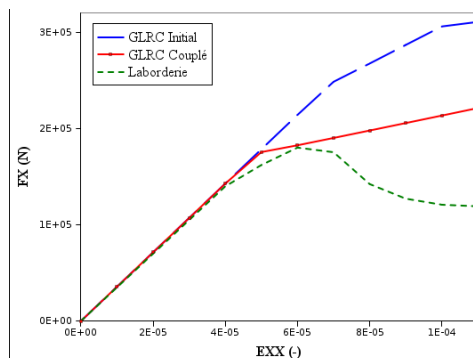


Fig. 4 : comparaison sur un cycle charge-décharge de traction entre GLRC, GLRC couplé et Laborderie.

4 Conclusion

La loi GLRC_DM présentée ici est une loi macroscopique d'endommagement pour des plaques béton armé qui comporte 6 paramètres facilement identifiables. Son implantation numérique est robuste et l'utilisation d'éléments de structure permet d'assurer un calcul rapide pour des bâtiments industriels complexes. Cette loi a été développée dans l'optique d'être appliquée à des calculs de bâtiments sous sollicitations sismiques modérées, typiques de celles que l'on pourrait rencontrer en France métropolitaine, et ne représente donc pas les comportements que l'on pourrait rencontrer à la ruine de la structure comme la plasticité des aciers. La loi GLRC_DM comporte cependant encore quelques défauts, comme un manque de dissipation et de déformations irréversibles, auxquels on compte remédier par une démarche d'homogénéisation nous permettant, par ailleurs, de justifier la construction du modèle par une analyse microscopique. D'autre part, l'introduction d'un couplage entre le comportement en membrane et le comportement de flexion nous paraît important du fait de la représentativité du modèle par rapport à la physique du matériau ainsi que relativement au seuil d'endommagement estimé grâce à la résistance des matériaux.

References

- [1] M. Brun et al., Pseudo-dynamic tests on low-rise shear walls and simplified model based on the structural frequency drift, *Engineering Structures* 33, 796–812, 2011.
- [2] Code_Aster, Loi de comportement GLRC_DM, www.code-aster.org, R7.01.32.
- [3] S. Juster-Lermitte, Th. Chaudat & A. Courtois, SMART 2008 Project experimental tests on a reinforced concrete building subject to torsion, 20th SMIRT Conference, Finland, 2009.
- [4] P. Koechlin, S. Potapov, Global Constitutive Model for Reinforced Concrete Plates. *ASCE J. Engineering Mechanics*, vol. 133, n°3, 257-266, 2007.
- [5] C.L. La Borderie, Phénomènes unilatéraux dans un matériaux endommageable: modélisation et application à l'analyse des structures en béton, Thèse de doctorat Université Paris VI, 1991
- [6] D. Markovic, P. Koechlin, F. Voldoire, Reinforced concrete structures under extreme loading : Stress resultant Global Reinforced Concrete Models (GLRC), *ECCOMAS COMPDYN*, 2007.
- [7] T. Takeda, M. A. Sozen, N. Nielsen, Reinforced concrete response to simulated earthquakes, *J. Struct. Div.*, 96-12, 2557–2573, 1970.