

Identification de comportements à la rupture, de mécanismes d'endommagement et de dissipations d'énergie à partir de méthodes de corrélation d'images

P. LEPLAY^{a,b,c}, J. RETHORE^a, S. MEILLE^b, M.-C. BAIETTO^a

a. Université de Lyon, CNRS INSA-Lyon, LaMCoS UMR 5259, 69621 VILLEURBANNE

b. Université de Lyon, CNRS INSA-Lyon, MATEIS UMR 5510, 69621 VILLEURBANNE

c. Saint-Gobain CREE, BP 224, 84306 CAVAILLON

Résumé :

La caractérisation du comportement à la rupture d'un matériau lors d'un essai nécessite de détecter précisément la position de la pointe de la fissure et d'estimer les facteurs d'intensité des contraintes. Il est possible d'utiliser plusieurs méthodes analytiques telle que la méthode des complaisances. Récemment sont apparues différentes techniques basées sur la corrélation d'images (DIC) : la technique Eléments-Finis FE-DIC avec une décomposition du champ de déplacement sur une base de type éléments finis, la technique Intégrée I-DIC avec une décomposition globale sur les séries de Williams et la technique Régularisée R-DIC avec la prise en compte de contraintes mécaniques liées à la loi de comportement du matériau.

Dans ces travaux, les résultats issus de ces quatre méthodes sont comparés en termes de longueurs de fissure et de facteurs d'intensité de contraintes lors d'un essai de flexion entaillée. Le matériau testé est une céramique endommageable quasi-fragile. Son comportement mécanique non linéaire génère des champs mécaniques complexes qui ne peuvent pas être appréhendés correctement par la méthode des complaisances alors que la méthode R-DIC le permet. Cette dernière permet alors une analyse plus générale des champs mécaniques, des énergies dissipées et des mécanismes d'endommagement.

Abstract :

Characterizing the crack behaviour requires accurate crack detection and stress intensity factors estimation during controlled crack propagation. Different analytical methods are available, like for instance the elastic compliance technique. Recently, techniques based on the Digital Image Correlation (DIC) have emerged: Finite-Element DIC (FE-DIC) with a finite element decomposition, Integrated-DIC (I-DIC) based on Williams' series decomposition and Regularized-DIC (R-DIC) for mechanical constraints.

In this paper, these four methods are compared in terms of measurements of crack lengths and stress intensity factors during a notched bending test. The tested material is damageable quasi-brittle ceramic. The non linear stress-strain behaviour of this ceramic results in complex mechanical fields that are not correctly captured by the compliance method. On the other hand, the R-DIC approach handles the non linear material constitutive behaviour. It allows a deeper analysis of the mechanical fields, the energy dissipation modes and the damage mechanisms during the crack propagation.

Mots clefs : rupture, endommagement, corrélation d'images, méthode de l'écart à l'équilibre.

1 Introduction

Les méthodes de mesure de champs sont de plus en plus utilisées en mécanique expérimentale. Il existe en effet de nombreuses techniques pour visualiser un échantillon pendant un test mécanique. A partir de données expérimentales, différentes méthodes numériques permettent de mesurer le champ de déplacement sur l'ensemble de la surface ou du volume de l'échantillon. Elles trouvent leur plein potentiel lorsqu'elles sont associées à des techniques d'identification qui permettent d'obtenir des caractéristiques mécaniques intrinsèques au matériau [1].

Parmi les méthodes de mesure de champs, la corrélation d'images (DIC) est une des plus connues. A partir de deux images prises à deux instants différents lors d'un essai mécanique, il est possible d'obtenir le champ

de déplacement à la surface de l'échantillon. Il a été montré ces dernières années l'intérêt d'utiliser des décompositions appropriées du champ de déplacement pour la mesure. L'ajout d'hypothèses cinématiques à travers des fonctions de forme améliore la précision des résultats et facilite le post-traitement [2]. Cette approche cinématique de la corrélation d'images, appelée ici I-DIC, a été déjà associée avec succès à des méthodes d'identification pour obtenir des propriétés mécaniques ou des lois d'endommagement [3,4]. Une deuxième approche, appelée ici R-DIC, consiste à régulariser la solution en ajoutant des hypothèses concernant le comportement connu du matériau testé [5]. En utilisant une pénalisation de type méthode de l'écart à l'équilibre, sont conservées uniquement les solutions admissibles au sens de la loi de comportement mécanique indiquée.

Le but de ces travaux est d'utiliser ces différentes méthodes de corrélation et d'identification pour caractériser le comportement à la rupture d'une céramique endommageable microfissurée à travers la propagation contrôlée d'une fissure lors d'un essai de flexion entaillée. Ce type d'essai de flexion, souvent utilisé dans la littérature, est généralement analysé avec la méthode des complaisances qui a été développé dans le cadre de la Mécanique Linéaire Élastique de la Rupture [6]. A partir des mesures de force et de flèche, cette méthode permet d'estimer la longueur de fissure et le facteur d'intensité de contraintes lors de l'essai. Son hypothèse principale est que toute non linéarité du matériau provient uniquement de l'avancée de la fissure principale à l'échelle macroscopique. La méthode des complaisances ne peut donc pas appréhender d'autres mécanismes d'endommagement comme la propagation de microfissures. Dans la section 2 est détaillé le principe des différentes méthodes de corrélation d'images I-DIC et R-DIC. Dans la section 3, ces méthodes servent d'alternative à la méthode des complaisances quant à l'analyse d'un test de flexion entaillée sur une céramique endommageable.

2 Différentes méthodes de corrélation d'images

2.1 Principe général de la corrélation d'images

A partir d'images codées en niveaux de gris, il est possible de quantifier le champ de déplacement u lors d'un essai mécanique. On suppose que les différences entre deux images, celle de référence f et celle déformée g , sont dues à un champ de déplacement u . Le principe de conservation du flot optique permet d'écrire l'équation suivante pour l'ensemble des pixels x :

$$f(x) = g(x + u(x)) \quad (1)$$

La résolution de ce problème inverse se fait par minimisation de l'erreur globale avec une fonctionnelle φ_{cor}^2 qui dépend des images f et g et de l'approximation du champ de déplacement v à l'intérieur de la région Ω :

$$\varphi_{cor}^2(x) = \iint_{\Omega} [(f(x) - g(x + v(x)))^2] dx \quad (2)$$

Le champ de déplacement v est recherché sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de forme $\psi_n(x)$. La valeur des degrés de liberté α_n détermine l'amplitude respective de ces différentes fonctions ψ_n :

$$v(x) = \sum_n \alpha_n \psi_n(x) \quad (3)$$

Le champ de déplacement v est reconstruit à l'intérieur de la zone d'étude Ω une fois obtenues itérativement les valeurs des degrés de libertés α_n qui minimisent l'erreur φ_{cor}^2 . Le choix des fonctions de forme ψ_n est déterminant pour une mesure fiable et précise des déplacements. Une première approche consiste à considérer le champ de déplacement comme constant ou bilinéaire à l'intérieur des zones indépendantes et continu entre les zones voisines [2]. Cette approche, appelée ici FE-DIC, utilise des fonctions de forme de type éléments-finis et permet de réduire de manière significative les incertitudes de mesure. Cette approche générale ne permet pas l'obtention directe de propriétés mécaniques. Ainsi, d'autres fonctions de forme ont été proposées pour répondre à des objectifs plus spécifiques : mesurer la courbure d'une poutre en flexion [4,7], estimer la déformation homogène en traction-compression [4], mesurer des facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure [8]. Ces dernières fonctions de forme spécifiques à la Mécanique de la Rupture sont l'objet de la section 2.2 concernant l'approche intégrée dite I-DIC.

2.2 Corrélation d'images avec intégration d'une cinématique (I-DIC)

Le champ de déplacement autour d'une fissure peut se décomposer suivant les séries de Williams [9]. Ces séries décrivent la cinématique d'une fissure droite semi-infinie dans un milieu élastique infini et isotrope. Il n'y a pas d'interaction entre les lèvres de la fissure. Ces expressions sont des séries complexes écrites dans un repère polaire centré sur la pointe de la fissure en modes I et II. Dans le cas du mode I, l'expression s'écrit sous la forme suivante :

$$\phi_n(x) = \phi_n(r, \theta) = r^{n/2} (\kappa e^{in\theta/2} - \frac{n}{2} e^{i(4-n)\theta/2} + (\frac{n}{2} + (-1)^n) e^{-in\theta/2}) \quad (4)$$

où κ est la constante de Kolossov égale à $(3-\nu)/(1+\nu)$ en contraintes planes avec ν le coefficient de Poisson. Ces expressions Φ_n dites séries de Williams sont utilisées en tant que fonctions de forme pour le champ de déplacement recherché par corrélation d'images (éq. (3)). Les champs d'ordre n impair sont discontinus de part de d'autre des lèvres de la fissure alors que les champs d'ordre n pair restent continus sur l'ensemble du milieu. Pour $n=1$, il est possible de reconnaître la solution analytique décrite par Weestergard proportionnelle au facteur d'intensité des contraintes. Ainsi, l'amplitude α_1 du champ Φ_1 correspond directement à la valeur du facteur d'intensité des contraintes K^I . Les champs d'ordre supérieur à $n>1$ représentent l'effet d'hypothèses non satisfaites, comme par exemple le fait que le milieu étudié n'est pas infini. Les champs d'ordre négatif $n<0$ sont appelés les champs supersinguliers. Ils représentent les mécanismes non linéaires qui ont lieu à proximité de la pointe de fissure. Un décalage d'une distance d entre les positions estimée et réelle de la pointe de la fissure se répercute sur l'amplitude du champ d'ordre $n=-1$ [8]. Ainsi, il est possible d'estimer le décalage d par la relation suivante avec les amplitudes des champs Φ_1 et Φ_{-1} :

$$d = \frac{2\alpha_{-1}}{\alpha_1} \quad (5)$$

La position de la pointe de la fissure est donc obtenue grâce à une procédure itérative de minimisation de la contribution du champ supersingulier Φ_{-1} . Ces champs Φ_n sont utilisés sur l'ensemble de l'image pour extraire la position de la pointe de la fissure et identifier directement la valeur du facteur d'intensité des contraintes en mode I. Néanmoins, une zone proche de la fissure est masquée dans le calcul de corrélation d'images car les champs supersinguliers $n<0$ deviennent infinis quand $r \rightarrow 0$. Cela signifie que cette approche I-DIC avec intégration d'une cinématique permet d'identifier le comportement local de la fissure, non à partir d'informations locales mais à partir d'informations globales qui irradient loin de la fissure.

2.3 Corrélation d'images avec régularisation mécanique (R-DIC)

A partir de la formulation générale de la corrélation d'images, une deuxième approche est possible. La formulation d'hypothèses d'ordre cinématique est remplacée par des informations concernant le comportement mécanique du matériau testé. La loi de comportement du matériau est alors utilisée comme pénalisation pour régulariser la solution obtenue afin qu'elle soit directement admissible [5,8], c'est-à-dire qu'elle respecte l'équilibre du solide.

Un solide est en équilibre d'un point de vue discret en éléments finis quand les forces internes sont nulles au niveau des nœuds. En l'absence de force volumique, ceci est valable sur l'ensemble du domaine Ω sauf au niveau des conditions aux limites. Connaissant la loi de comportement du matériau, l'admissibilité d'une solution en déplacement obtenue par corrélation d'images peut ainsi être testée *a posteriori* en analysant les valeurs correspondantes des forces internes au niveau des nœuds. Il est surtout possible de chercher à minimiser ces forces internes $\{F_{int}\}$ en même temps que de minimiser l'erreur de conservation du flot optique (éq. (2)). Pour cette méthode de l'écart à l'équilibre, un résidu mécanique φ_{mec}^2 est alors construit sur l'ensemble du domaine Ω :

$$\varphi_{mec}^2 = 1/2 \{ \overline{F}_{int} \}^T \{ \overline{F}_{int} \} \quad (6)$$

Ce résidu mécanique φ_{mec}^2 est utilisé avec le résidu de corrélation φ_{cor}^2 pour construire un résidu global φ_{tot}^2 à l'aide d'un terme de pénalisation λ :

$$\varphi_{tot}^2 = \varphi_{cor}^2 + (\frac{1}{\lambda} - 1) \varphi_{mec}^2 \quad (7)$$

L'objectif de l'algorithme est alors de minimiser le résidu total sur l'ensemble du domaine Ω pour conserver

uniquement les solutions en équilibre dites régularisées. Le paramètre λ est compris entre 0 et 1. Quand λ est égal à 1, la régularisation mécanique est désactivée, cela correspond à formulation FE-DIC présentée dans la section 2.1. Quand λ tend vers 0^+ , le problème se comporte comme un calcul éléments finis avec des conditions aux limites de type Dirichlet. En effet, φ_{mec}^2 n'est pas défini les bords avec des conditions aux limites où reste seul le résidu φ_{cor}^2 . Il a été montré que la valeur du paramètre λ n'a que très peu d'influence sur la solution régularisée obtenue [5].

En plus de régulariser les déplacements, cette approche R-DIC permet de déterminer les contraintes et l'endommagement sur l'ensemble des éléments. La position de la pointe de la fissure et le facteur d'intensité des contraintes ne sont pas obtenus directement en temps que degrés de liberté du problème comme avec l'approche I-DIC. Ces deux grandeurs sont identifiées *a posteriori* en projetant et en minimisant au sens des moindres carrés la solution régularisée obtenue sur les séries de Williams (éq. (4)).

3 Application à un test de flexion entaillée sur une céramique endommageable

3.1 Matériau, paramètres et protocole expérimental

Le matériau testé dans ces travaux est une céramique à base de titanate d'aluminium [10]. Cette céramique est microfissurée dès sa fabrication en raison d'une anisotropie du coefficient de dilatation thermique au sein de ses grains. Elle a donc un comportement quasi-fragile endommageable à température ambiante. En compression, le matériau est élastique avec un module de Young E_o . En traction, la loi d'endommagement peut s'écrire à l'aide d'un modèle de type Chaboche-Lemaître :

$$D = a.(1 - \exp(-\varepsilon_q / b)) \quad (8)$$

où ε_q est une déformation équivalente de type Mazars. Les différents paramètres de la loi de comportement ont été identifiés par corrélation d'images I-DIC [4] : $a=0.874$, $b=0,00136$, $E_o=4,67.10^9$ et $D_{max}=0,735$. Cette loi est utilisée pour l'approche régularisée R-DIC. Quand l'endommagement D_{max} est atteint à l'intérieur d'un élément, alors sa rupture est simulée en forçant $D=1$. La valeur du paramètre $\lambda=4.10^{-2}$ est ici déterminée afin de minimiser l'écart entre la force recalculée sur une section de l'échantillon et celle mesurée par la cellule de force.

Un test de flexion 4 points entaillée est effectué. L'échantillon a une section de $5 \times 7 \text{ mm}^2$. Une entaille de 1mm est réalisée au milieu de l'échantillon entre les appuis supérieurs espacés de 20mm. Un capteur de déplacement de type LVDT permet de mesurer la flèche au centre de l'échantillon au niveau de l'entaille. Une caméra associée à un objectif télécentrique de 200mm est utilisée pour visualiser la partie centrale de l'échantillon. Les images de 1200×1600 pixels sont prises à intervalles réguliers pendant que l'essai est piloté à déplacement imposé de $100 \mu\text{m}/\text{min}$ par le LVDT. Les mesures de force et de déplacement sont les données nécessaires pour la méthode des complaisances décrite en introduction.

3.2 Résultats et comparaison en terme de longueur de fissures, de facteurs d'intensité des contraintes et d'énergies dissipées

Dans cette section, nous comparons les résultats obtenus par la méthode des complaisances, par les approches de mesure de champs FE-DIC avec des fonctions éléments-finis Q4, I-DIC avec les séries de Williams et R-DIC avec des fonctions éléments-finis T3 avec la régularisation mécanique :

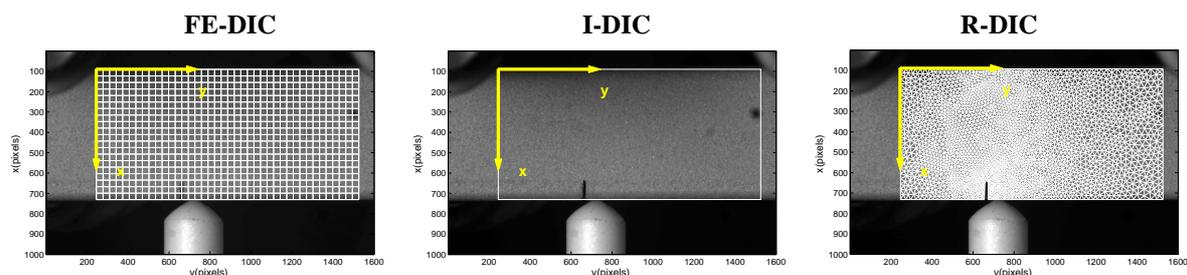
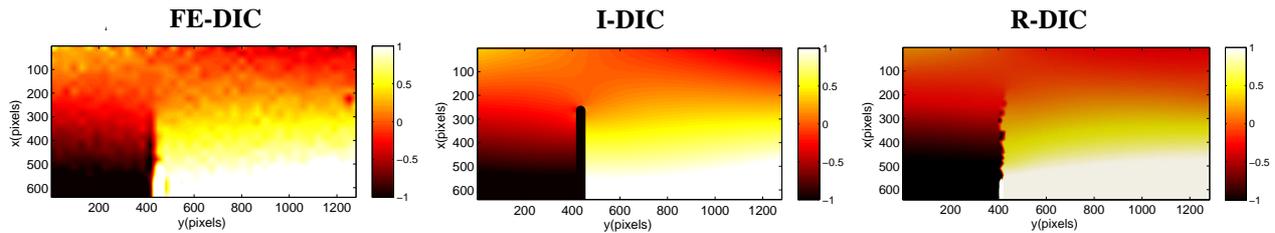


FIG. 1 – Images de références et zones d'intérêt – $10,9 \mu\text{m}/\text{pixel}$

FIG. 2 – Solutions en champ de déplacement v_y à la fin de l'essai

La figure 2 illustre les avantages apportés par les méthodes I-DIC et R-DIC. Les résultats sont beaucoup moins bruités par rapport à FE-DIC. Alors que la position du front de fissure est impossible à localiser précisément avec FE-DIC, elle est accessible directement avec I-DIC et R-DIC grâce aux séries de Williams :

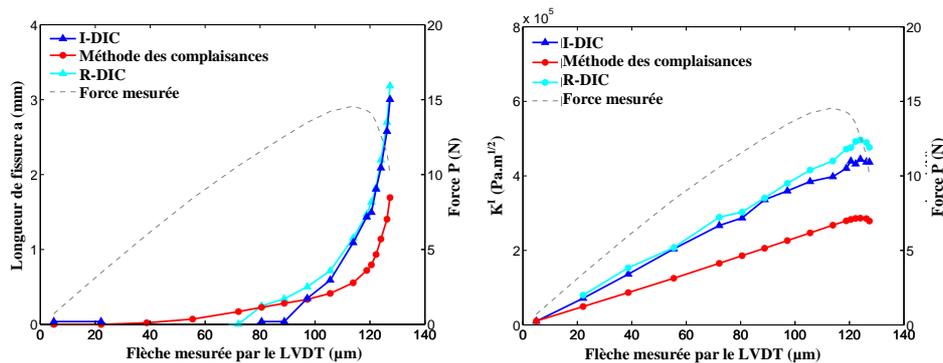
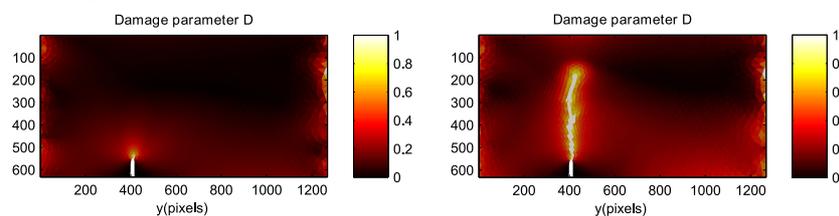


FIG. 3 – Longueurs de fissure et facteurs d'intensité des contraintes tout au long de l'essai

La figure 3 explicite certaines différences inhérentes aux méthodes. La méthode des complaisances interprète toute perte de rigidité de l'échantillon à travers un seul mécanisme : l'avancée da de la fissure principale. A l'inverse, les méthodes I-DIC et R-DIC se révèlent être capables de différencier l'endommagement diffus du réseau de microfissures de la propagation de la fissure principale. Lors d'une première phase d'endommagement diffus, la méthode des complaisances surestime la longueur de fissure par rapport aux méthodes DIC. Puis, lors d'une phase suivante, elle sousestime la longueur réelle de la fissure. Les non-linéarités ayant lieu au sein du matériau sont responsables de ces différences de longueur. Il en est de même pour les facteurs d'intensité des contraintes. Pour la méthode des complaisances, la force est plus faible que ce qu'elle aurait dû être pour un matériau élastique avec la même longueur de fissure. A l'inverse, le facteur d'intensité des contraintes obtenu par I-DIC est basé sur une approche cinématique qui tient compte de la perte de rigidité dû à l'endommagement diffus. Voilà pourquoi le facteur d'intensité des contraintes obtenu par la méthode des complaisances est plus faible que pour les méthodes DIC. Enfin, il convient de souligner que les résultats obtenus par R-DIC sont très similaires de ceux obtenus par I-DIC. La régularisation mécanique n'a enlevé aucune composante essentielle aux champs de déplacements de fissuration. La méthode R-DIC permet également d'obtenir l'endommagement D sur la surface de l'échantillon :

FIG. 4 – Distribution de l'endommagement D obtenue avec R-DIC juste avant l'initiation de la fissure principale et à la fin de l'essai.

La figure 4 montre la diffusion de l'endommagement pendant le chargement. Les bords de l'échantillon sont à tort endommagés puisque la régularisation mécanique ne peut s'effectuer sur les bords où des conditions aux limites sont appliquées. Autour de l'entaille se développe rapidement une zone endommagée avant que la fissure principale ne se développe. Cette zone où les microfissures se propagent est responsable de la perte de rigidité interprétée à tort comme la propagation d'une fissure macroscopique par la méthode des

complaisances. Pour bien différencier les différents mécanismes d'endommagement lors de cet essai, il est préférable d'avoir une approche énergétique de l'endommagement rendue possible grâce à la méthode R-DIC. Le taux de restitution d'énergie G est calculé pendant la fissuration en tenant compte de la distinction entre facteurs d'intensité des contraintes 'statique' et 'cinématique' [11]. L'énergie totale W_{tot} dissipée lors de l'essai est obtenue en calculant l'aire cumulée sous la courbe force-déplacement ($P-U$). L'énergie W_f dissipée lors la rupture est calculée en intégrant G par rapport à l'avancée de fissure da . L'énergie W_d dissipée par endommagement diffus est calculée en faisant la différence entre W_{tot} et W_f :

$$W_d(t) = W_{tot}(t) - W_f(t) = \int_0^{U(t)} [PdU - \frac{1}{2}P(t)U(t)]dt - \int_0^{a(t)} \frac{K_u(t)K_\sigma(t)}{E} da \quad (9)$$

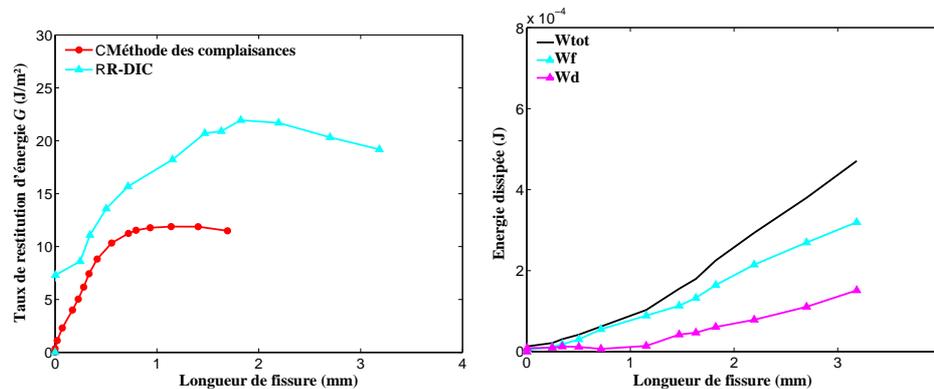


FIG. 5 – Taux de restitution d'énergie G et énergies dissipées W pendant la fissuration

La figure 5 permet d'identifier trois phases pendant l'essai. Premièrement, les microfissures se développent autour de l'entaille conduisant à l'initiation d'une fissure principale. L'endommagement diffus est alors le mécanisme principal. Deuxièmement, la fissure principale se propage et la résistance du matériau augmente au fur et à mesure que la zone d'endommagement grandit autour de la fissure. Néanmoins l'endommagement reste majoritairement localisé. Troisièmement, la fissure se rapprochant du bord libre en compression, les effets de bords augmentent et sont responsable d'un endommagement diffus.

Au final, un couplage approprié entre données expérimentales et approches numériques de mesure des champs a permis une interprétation et une compréhension approfondies de la résistance à la propagation et des différents mécanismes d'endommagement dans ce matériau quasi-fragile.

Références

- [1] Avril S. *et al.*, Overview of identification methods of mechanical properties parameters based on full-field measurements, *Experimental Mechanics*, 48(4), 381-402, 2008.
- [2] Besnard G. *et al.*, Finite-element displacement field analysis from digital images: Application to Portevin-LeChâtelier Bands, *Experimental Mechanics*, 46(6), 789-803, 2006.
- [3] Hild F., Roux S., Digital Image Correlation: from displacement measurement to identification of elastic properties – A review, *Strain*, 42, 69-80, 2006.
- [4] Leplay *et al.*, Damage law identification of a quasi-brittle ceramic from a bending test using Digital Image Correlation, *Journal of the European Ceramic Society*, 30, 2715-2725, 2010.
- [5] Réthoré J., Optimal identification of mechanical properties from digital images, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, soumis, 2009.
- [6] Tada H. *et al.*, The stress analysis of crack handbook, Paris Productions Incorporated, 1985.
- [7] Hild F. *et al.*, Displacement measurement technique for beam kinematics, *Optics and Lasers in Engineering*, 47(3-4), 495-503, 2009.
- [8] Roux S. *et al.*, Digital image correlation and fracture: an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks, *Journal of Applied Physics*, 42, 214004, 2009.
- [9] Williams ML., On the stress distribution at the base of a stationary crack, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 24, 109-114, 1957.
- [10] Kim I.J., Gauckler L.J., Excellent thermal shock resistant materials with low thermal expansion coefficients, *Journal of Ceramic Processing Research*, 9(3), 240-245, 2008.
- [11] Bui H.D., Germain P., *Mécanique de la Rupture Fragile*, Masson Paris, 1978.