

Plasticité anisotrope non-associée couplée à un endommagement anisotrope en transformations finies

T. Dung NGUYEN^a, H. BADREDDINE^a, K. SAANOUNI^a

a. Université de technologie de Troyes (UTT), STMR, UMR-CNRS 6297
12 rue Marie Curie BP2060, 10000 Troyes, France

Résumé :

Ce papier traite d'une formulation théorique d'un modèle de comportement élastoplastique anisotrope couplé à un endommagement anisotrope. Ce modèle est développé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables d'état et de la mécanique de l'endommagement continu. L'anisotropie plastique est prise en compte à travers une théorie non-associée pour laquelle un critère de plasticité et un potentiel plastique sont séparément définis. L'anisotropie de l'endommagement est définie par l'utilisation d'un tenseur d'endommagement du second d'ordre. L'effet de l'endommagement sur les champs mécaniques (contraintes de Cauchy, contraintes d'écroutissage, déformation plastique, etc....) est introduit par le biais d'un opérateur effet d'endommagement du quatrième ordre qui est défini dans le cadre de l'hypothèse d'équivalence en énergie totale. Un formalisme en référentiel tournant est utilisé pour assurer l'objectivité du modèle en transformations finies. Enfin, pour illustrer les potentialités prédictives du modèle, une étude paramétrique avec un chargement de traction est présentée.

Abstract :

This paper presents the formulation of a mechanical model describing a wide class of anisotropic elastoplastic constitutive equations accounting for the strong coupling with the anisotropic damage. This model is developed within the framework of thermodynamics of irreversible processes with state variables and the continuum damage mechanics. The plastic anisotropy is accounted for through a non-associative theory for which a plasticity yield criterion and the plastic potential are defined separately. The damage anisotropy is defined by using a second rank tensor. The effect of damage on the mechanical fields (stress, hardening, plastic strain, etc...) is described by a fourth rank damage effect operator that is defined in the context of the hypothesis of total energy equivalence. The formalism of a rotating frame is used to ensure the objectivity of the model in finite transformation. Finally, in order to illustrate the predictive capabilities of the model, a parametric study with simple tension loading case is investigated and the results discussed on the light of the anisotropic character of the ductile damage.

Mots clefs : élastoplasticité, endommagement, anisotropie.

1 Introduction

L'anisotropie de l'endommagement a été largement traitée dans la littérature pour décrire aussi bien la rupture fragile des matériaux tels que les bétons, les composites,... que la rupture ductile des matériaux métalliques. Pour ces derniers, les premiers modèles proposant un couplage plasticité ou viscoplasticité endommagement datent des années 80 [2-10, 13]. Pour modéliser cette anisotropie deux cas distincts sont souvent utilisées : (i) le cas le plus simple correspond à une anisotropie structurale initiale (exemple des composites) pour lequel l'aspect directionnel de l'endommagement est complètement piloté par la microstructure des matériaux. En effet, pour les composites les micros-fissures sont orientées parallèlement ou perpendiculairement aux fibres et cette orientation est préservée durant le chargement. (ii) le cas le plus complexe correspond à un matériau initialement isotrope pour lequel l'aspect directionnel de l'endommagement est défini par l'histoire de chargement. Dans le cadre de la Mécanique de l'Endommagement Continu (CDM) plusieurs choix de la variable d'endommagement ont été proposés et examinés [2-10] (ensemble de scalaires, vecteurs, tenseurs ordre deux ou tenseurs ordre quatre) avec

également diverses méthodes de couplage (définition de l'effet d'endommagement).

Dans ce travail nous proposons une formulation, dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et de la mécanique de l'endommagement continu, d'un modèle de comportement élastoplastique anisotrope couplé à l'endommagement anisotrope en transformations finies. Dans ce modèle l'anisotropie de l'endommagement est décrite par une variable tensorielle du second ordre symétrique. L'effet de l'endommagement sur les champs mécaniques est défini par le biais des variables effectives basées sur la notion d'équivalence en énergie. Un opérateur effet d'endommagement du type proposé initialement dans [4] est utilisé après modification pour réaliser un couplage séparément sur la partie sphérique et la partie déviatrice des variables [7]. L'anisotropie plastique est décrite par une théorie de plasticité non associée permettant de définir séparément les anisotropies du critère de plasticité et du potentiel plastique [1]. La généralisation aux transformations finies est assurée par une formulation en référentiel tournant avec une cinématique élastoplastique fondée sur une décomposition multiplicative de la transformation totale en partie élastique et partie plastique [1, 12]. Un écrouissage mixte (cinématique et isotrope) non linéaire fortement couplé à l'endommagement est pris en compte. La formulation théorique du modèle est discutée dans la première section. Dans la deuxième section sont présentées brièvement les étapes d'intégration numérique du modèle. En fin dans la troisième et dernière section sont analysés les résultats issus d'un essai de traction uni-axiale.

2 Formulation théorique du modèle

Une cinématique élastoplastique basée sur décomposition multiplicative de la transformation totale en partie élastique et partie plastique est utilisée [1, 12]. Avec cette cinématique une formulation en référentiel tournant (FRT) permet de garantir l'objectivité des équations du modèle en transportant toutes les quantités tensorielles de la configuration actuelle vers la configuration tournée par la rotation \underline{Q} permettant ainsi d'avoir des variables ayant des valeurs propres eulériennes et une orientation lagrangienne. Ces variables tournées sont notées: $\bar{\underline{T}} = \underline{Q}^T \cdot \underline{T} \cdot \underline{Q}$ pour un tenseur d'ordre deux et $\bar{\underline{T}} = \underline{Q}^T \otimes \underline{Q} : \underline{T} : \underline{Q} \otimes \underline{Q}^T$ pour un tenseur d'ordre quatre. Dans [1, 12] sont proposés divers choix de référentiels tournants basés exclusivement sur la cinématique.

Dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles nous retenons les couples de variables d'état suivants: $(\bar{\underline{\sigma}}, \bar{\underline{\varepsilon}}_c)$ pour l'élasticité, $(\bar{\underline{\alpha}}, \bar{\underline{X}})$ pour l'écrouissage cinématique, (\bar{r}, \bar{R}) pour l'écrouissage isotrope et enfin l'endommagement anisotrope est représenté par le couple de variables tensorielles $(\bar{\underline{d}}, \bar{\underline{Y}})$.

Pour définir l'effet de l'endommagement sur le reste des variables, nous utilisons le concept des variables effectives basées sur l'hypothèse de l'équivalence en énergie totale, ce qui permet de donner les expressions suivantes des variables effectives écrites sous forme additive de parties sphérique et déviatrice:

$$\bar{\underline{\sigma}} = \bar{\underline{M}}^{-1} : \bar{\underline{\sigma}} = \left(\bar{\underline{M}}^{-1} \right)^D : \bar{\underline{\sigma}}^D + \frac{1}{3\sqrt{1-\|\bar{\underline{d}}\|^x}} (\text{tr} \bar{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{1} \quad \text{et} \quad \bar{\underline{\varepsilon}}^e = \bar{\underline{M}} : \bar{\underline{\varepsilon}}^e = \left(\bar{\underline{M}} \right)^D : \bar{\underline{\varepsilon}}^e + \frac{\sqrt{1-\|\bar{\underline{d}}\|^x}}{3} (\text{tr} \bar{\underline{\varepsilon}}) \cdot \underline{1} \quad (1)$$

$$\bar{\underline{X}} = \bar{\underline{M}}^{-1} : \bar{\underline{X}} \quad \text{et} \quad \bar{\underline{\alpha}} = \bar{\underline{M}} : \bar{\underline{\alpha}} \quad (2)$$

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt{1-\|\bar{\underline{d}}\|^y}} \quad \text{et} \quad \bar{r} = \sqrt{1-\|\bar{\underline{d}}\|^y} \cdot r \quad (3)$$

où $\bar{\underline{M}}$ est l'opérateur effet de l'endommagement décomposé en deux parties (sphérique et déviatrice) [7] :

- La partie déviatrice $M_{ijkl}^D = \frac{1}{2} (h_{ik}h_{jl} + h_{il}h_{jk}) - \frac{1}{3} (h_{ij}^2\delta_{kl} + h_{kl}^2\delta_{ij}) + \frac{1}{9} \text{tr}(h_{rs}^2)\delta_{ij}\delta_{kl}$
- La partie sphérique $M_{ijkl}^S = \frac{1}{3} \sqrt{1-\|\bar{\underline{d}}\|^y} \delta_{ij}\delta_{kl}$

où: $\|\bar{\underline{d}}\|$ est une norme du tenseur de l'endommagement que nous choisissons $\|\bar{\underline{d}}\| = \frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\underline{d}})$, \bar{h} est une fonction tensorielle du second ordre décroissante en $\bar{\underline{d}}$ que nous choisissons comme étant la racine $k^{\text{ième}}$ de

$\underline{1} - \underline{\bar{d}}$ ($\underline{\bar{h}} = (\underline{1} - \underline{\bar{d}})^{1/k}$). Il est à noter que le choix de la forme de l'opérateur $\underline{\bar{M}}$ donnée dans [4, 7] est obtenue en prenant $k=2$. Les coefficients χ et γ permettent d'ajuster l'effet de l'endommagement respectivement sur la contrainte hydrostatique et l'écrouissage isotrope. Le cas de l'endommagement isotrope est obtenu en prenant $\underline{\bar{d}} = \|\underline{\bar{d}}\| \underline{1}$, $\underline{\bar{h}} = (1 - \|\underline{\bar{d}}\|)^{1/k} \underline{1}$ et $\underline{\bar{M}} = (1 - \|\underline{\bar{d}}\|)^{2/k} \underline{1}$.

Tout calcul fait, nous aboutissons aux relations d'état suivantes en remplaçant les expressions des variables effectives dans le potentiel d'état classique donné dans [6, 11] :

$$\underline{\bar{\sigma}} = \underline{\bar{\Lambda}} : \underline{\bar{\varepsilon}}^e = \underline{\bar{M}} : \underline{\bar{\Lambda}} : \underline{\bar{M}} : \underline{\bar{\varepsilon}}^e \quad (4)$$

$$\underline{\bar{X}} = \underline{\bar{C}} : \underline{\bar{\alpha}} = \frac{2}{3} C [\underline{\bar{M}} : \underline{\bar{M}}] : \underline{\bar{\alpha}} \quad (5)$$

$$\underline{R} = \underline{\bar{Q}} \underline{r} = Q \left(1 - \|\underline{\bar{d}}\|^\gamma \right) \underline{r} \quad (6)$$

$$\underline{\bar{Y}} = \underline{\bar{Y}}^e + \underline{\bar{Y}}^\alpha + \underline{\bar{Y}}^r = -\underline{\bar{\varepsilon}}^e : \frac{\partial \underline{\bar{M}}}{\partial \underline{\bar{d}}} : \underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{\alpha}} : \frac{\partial \underline{\bar{M}}}{\partial \underline{\bar{d}}} : \underline{\bar{X}} + \frac{\gamma}{6} \|\underline{\bar{d}}\|^{\gamma-1} Q r^2 \underline{1} \quad (7)$$

où $\underline{\bar{\Lambda}}$ est l'opérateur des propriétés d'élasticité des matériaux saints (sans endommagement) qui se réduit dans le cas isotrope à $\underline{\bar{\Lambda}} = 2\mu^e \underline{1}^D + (2\mu^e + 3\lambda^e) \underline{1} \otimes \underline{1}$ avec μ^e et λ^e sont les coefficients de Lamé, Q est le module d'écrouissage isotrope, C est le module d'écrouissage cinématique, $\underline{\bar{\Lambda}}$ est l'opérateur d'élasticité du matériau endommagé. Il est à remarquer d'après les relations (5) et (6) que l'anisotropie de l'endommagement induit une anisotropie des modules élastique ($\underline{\bar{\Lambda}} = \underline{\bar{M}} : \underline{\bar{\Lambda}} : \underline{\bar{M}}$) et d'écrouissage cinématique ($\underline{\bar{C}} = C \underline{\bar{M}} : \underline{\bar{M}}$). Pour retrouver le modèle couplé à l'endommagement isotrope développé dans [6, 11], il suffit de prendre $k=4$ et $\underline{\bar{M}} = (1 - \|\underline{\bar{d}}\|)^{1/4} \underline{1}$ ce qui donne $\underline{\bar{Y}} = \frac{1}{3} (\underline{\bar{Y}}^e + \underline{\bar{Y}}^\alpha + \underline{\bar{Y}}^r) \underline{1} = \frac{1}{6} (\underline{\bar{\varepsilon}}^e : \underline{\bar{\sigma}} + \underline{\bar{\alpha}} : \underline{\bar{X}} + \gamma \|\underline{\bar{d}}\|^{\gamma-1} r \underline{\bar{R}}) \underline{1}$.

Dans le cadre d'une théorie de plasticité non associée on suppose qu'il existe un critère de plasticité et un potentiel plastique, tous deux fonctions convexes et fermées des variables forces. Dans ce travail nous adoptons les mêmes expressions du potentiel plastique et du critère de plasticité développés dans [6, 11]. Ces derniers sont caractérisés par les contraintes équivalentes σ_c (critère) et σ_p (potentiel) anisotropes et quadratiques de type (Hill 1948) :

$$\sigma_i(\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}}) = \sqrt{(\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}}) : \underline{\bar{H}}^i : (\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}})} = \sqrt{(\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}}) : \underline{\bar{H}}^i : (\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}})} \quad i=c,p \quad \text{où} \quad \underline{\bar{\sigma}}^D = \left(\underline{\bar{M}}^{-1} \right)^D : \underline{\bar{\sigma}} \quad (8)$$

où $\underline{\bar{H}}^i$ ($i=c,p$) sont les opérateurs d'anisotropie initiale de Hill du matériau non endommagé caractérisés chacun par six constantes F, G, H, L, M et N et $\underline{\bar{H}}^i$ ($i=c,p$) sont les opérateurs d'anisotropie du matériau endommagé.

Les relations d'évolution des phénomènes dissipatifs dérivent du potentiel des dissipations donnant les expressions suivantes :

$$\underline{\bar{D}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\bar{\sigma}}} = \dot{\lambda} \underline{\bar{\Omega}}_p \quad \text{avec la normale au potentiel} \quad \underline{\bar{\Omega}}_p = \frac{\underline{\bar{M}}^{-1} : \underline{\bar{H}}^p : (\underline{\bar{\sigma}}^D - \underline{\bar{X}})}{\sigma_p(\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}})} = \frac{\underline{\bar{H}}^p : (\underline{\bar{\sigma}}^D - \underline{\bar{X}})}{\sigma_p(\underline{\bar{\sigma}} - \underline{\bar{X}})} \quad (9)$$

$$\dot{\underline{\bar{\alpha}}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\bar{X}}} = \underline{\bar{D}}^p - a \dot{\lambda} \underline{\bar{\alpha}} \quad (10)$$

$$\dot{r} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R} = \frac{\dot{\lambda}}{\sqrt{1-\|\underline{d}\|^{\gamma}}} \left(1 - b r\right) \quad (11)$$

$$\dot{\underline{d}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{Y}} = \dot{\lambda} \frac{1}{(1-\|\underline{d}\|^{\beta})^{\beta}} \left\langle \frac{\|\underline{Y}\| - Y_0}{S} \right\rangle^s \frac{\underline{Y}}{\|\underline{Y}\|} \quad (12)$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique obtenu par la relation de consistance $\dot{f} = 0$ et $\|\underline{Y}\| = \sqrt{3\underline{Y} : \underline{Y}}$. Il est à remarquer que l'expression (9) montre clairement l'effet dans ce modèle de l'anisotropie de l'endommagement sur l'évolution de l'anisotropie de l'écoulement plastique. Quant à la relation (12), qui décrit l'évolution de l'endommagement, elle permet de rendre compte de l'effet de l'état des contraintes ainsi que l'historique du chargement sur le développement de l'endommagement via les différents termes (élastique et d'écrouissage) de l'énergie \underline{Y} .

3 Intégration numérique du modèle

Les relations (9-12) sont des équations différentielles ordinaires (EDO) définissant un problème d'évolution non linéaire. Ces relations sont discrétisées par un schéma d'intégration implicite utilisée avec la méthode de prédiction élastique –correction plastique conduisant à un système algébrique ayant $\{\underline{\sigma}_{n+1}, \underline{X}_{n+1}, \underline{d}_{n+1}, R_{n+1}\}$ comme inconnues. Les aspects relatifs aux grandes déformations tels que la détermination de l'incrément de chargement $\underline{\Delta \varepsilon}$ et la rotation du référentiel tournant \underline{Q}_{n+1} sont traités en utilisant un algorithme d'intégration basé sur la cinématique incrémentale de Hughes et Winget. Un système réduit est obtenu fonctions des trois variable réduites: l'incrément du multiplicateur plastique $\Delta \lambda$, la normale au potentiel plastique \underline{n}_{n+1}^p et l'endommagement \underline{d}_{n+1} . Ce système réduit est résolu par la méthode itérative de Newton-Raphson.

4 Application

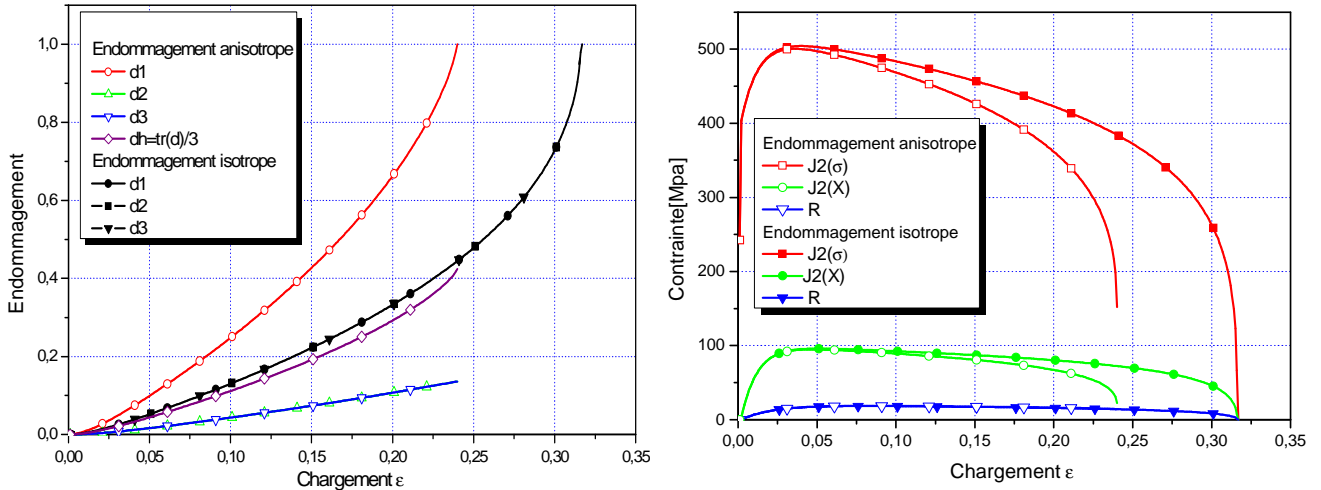
Dans cette section nous illustrons quelques résultats du modèle avec un chargement de traction uni-axiale défini par un tenseur de déformation isochore de la forme $\underline{\varepsilon} = \varepsilon \cdot \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \frac{1}{2} \varepsilon (\underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3)$. Les paramètres matériaux utilisés sont ceux d'un matériau isotrope et sont données dans la TABLE 1.

TABLE 1 – Paramètres matériau.

E[MPa]	ν	σ [MPa]	C[MPa]	a	Q[MPa]	b	S[MPa]	s	β	χ	γ	k
210	0.3	400	10000	100	1000	50	0.9	1	1	1	1	4
Y_0 [MPa]	D_c	$F_c=F_p$	$G_c=G_p$	$H_c=H_p$	$N_c=H_p$	$M_c=M_p$	$L_c=L_p$					
0	0.99	0.5	0.5	0.5	1.5	1.5	1.5					

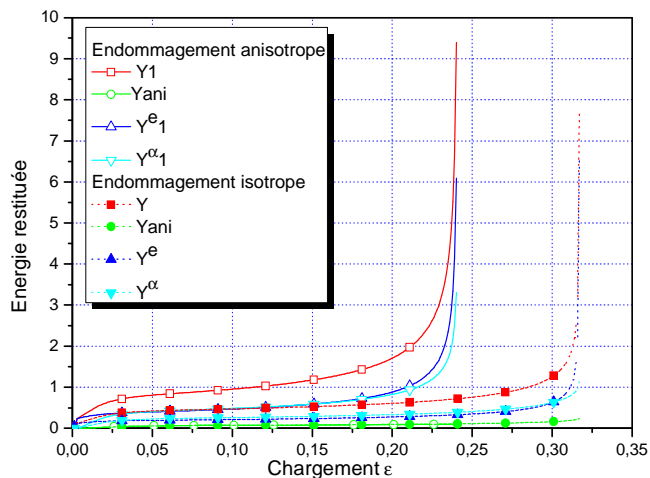
Pour le chargement considéré, toutes les quantités tensorielles ont les mêmes directions principales ($\underline{e}_{i=1,2,3}$). Particulièrement, la contrainte de Cauchy et la contrainte d'écrouissage cinématique ont la même forme que le chargement ($\underline{\sigma} = \sigma \cdot \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1 - \frac{1}{2} \sigma (\underline{e}_2 \otimes \underline{e}_2 + \underline{e}_3 \otimes \underline{e}_3)$). En ce qui concerne la force motrice de l'endommagement \underline{Y} , elle est fortement dépendante de l'opérateur d'effet d'endommagement \underline{M} comme l'illustre la relation (7). Pour le modèle d'endommagement isotrope, les 3 valeurs propres de l'endommagement sont égales ($d_1=d_2=d_3=d$) et de même pour la force d'endommagement ($Y_1=Y_2=Y_3=Y = \frac{1}{8}(\varepsilon^c \sigma + \alpha X) + \frac{1}{2} r R$) comme l'illustre les FIGURES 1.a et 1.c. Dans ce cas la rupture de l'élément de matière survient lorsque toutes les valeurs propres du tenseur de l'endommagement atteignent la valeur critique ($D_c = 0.99$) où toutes les contraintes sont annulées (comme le montre la FIGURE 1.b). Pour le cas de l'endommagement anisotrope, le plan ($\underline{e}_2, \underline{e}_3$) est un plan propre des tenseurs d'endommagement et de sa force associée. Sur la FIGURE 1.a on observe que l'évolution maximale de l'endommagement est portée par la direction du chargement maximal \underline{e}_1 et on note un rapport 1/8 entre cet endommagement et celui dans le plan ($\underline{e}_2, \underline{e}_3$). Par conséquent, la rupture de l'élément de matière survient dans la direction \underline{e}_1 en premier. On observe également sur la FIGURE 1.a que

cette valeur maximale de l'endommagement anisotrope est supérieure à la valeur de l'endommagement isotrope dès qu'au début jusqu'à atteindre la valeur critique (i.e. rupture de l'élément de matière). Par conséquence, la rupture pour le cas du modèle isotrope ($\varepsilon = 0.32$) survient plus tardivement que le anisotrope modèle ($\varepsilon = 0.24$). En comparant les contraintes obtenues pour les deux modèles (FIGURE 1.b), on remarque que l'adoucissement dans le cas anisotrope est nettement moins important que dans le cas isotrope et les contraintes ne sont pas annulées lorsque l'endommagement d_1 atteint la valeur critique.

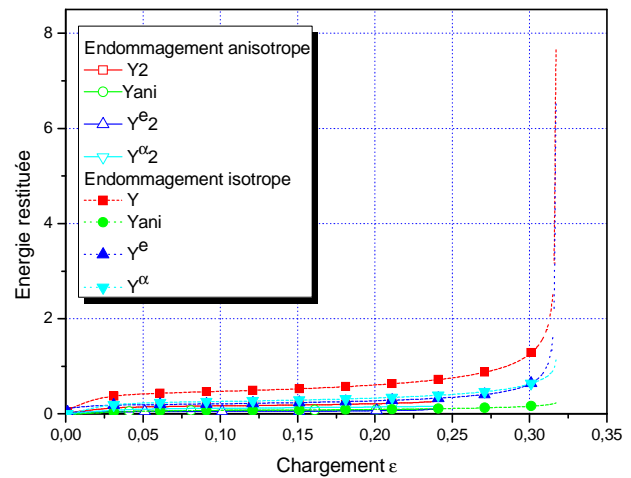


(a) Endommagement: d_1, d_2, d_3 les valeurs propres de l'endommagement et d_h la norme de l'endommagement.

(b) Contraintes: deuxième invariant de la contrainte de Cauchy $J_2(\sigma)$ et de la contrainte d'écouissage cinématique $J_2(X)$ et contrainte d'écouissage isotrope R .



(c) Energies restituées dans la direction 1 : Energie totale Y, énergie élastique Y^e , énergie d'écouissage cinématique Y^{α} et énergie d'écouissage isotrope Y^I .



(d) Energies restituées dans les directions 2 et 3.

FIGURE 1 – Comparaisons des résultats des modèles d'endommagement isotrope et anisotrope pour un chargement de traction uni-axiale.

5 Conclusion

Dans ce travail, nous avons formulé un modèle de comportement élastoplastique anisotrope couplé à l'endommagement anisotrope en transformations finies. L'objectivité du modèle est assurée par l'utilisation de la formulation en référentiel tournant. L'anisotropie de l'endommagement est décrite par une variable

d'endommagement tensorielle du second ordre. Ce modèle tient compte d'une anisotropie plastique initiale avec une théorie de plasticité non associée avec une surface unique avec un écrouissage mixte non linéaire. Ce modèle permet de décrire une évolution de l'anisotropie plastique en fonction de l'évolution de l'endommagement anisotrope. Dans ce modèle l'évolution de la variable d'endommagement, vu le couplage basé sur l'équivalence en énergie totale, est non seulement piloté par l'état de contrainte mais aussi par les écrouissages isotrope et cinématique. Des études paramétriques restent à faire pour balayer les diverses potentialités du modèle ainsi que des études de confrontation calcul-expérience avec des chargements divers et variés.

Remerciement

Les auteurs remercient le conseil régional de Champagne-Ardenne pour le support financé qu'il a fourni pour la réalisation de ce travail.

References

- [1] Badreddine H., Saanouni K. and Dogui A., On non associative anisotropic finite plasticity fully coupled with isotropic ductile damage for metal forming, *International Journal of Plasticity* 26, 1541–1575, 2010.
- [2] Brüinig, M., An anisotropic ductile damage model based on irreversible thermodynamics. *Int. J. Plasticity* 19, 1679–1713, 2003.
- [3] Chow C.L., An anisotropic Theory of Continuum Damage Mechanics for Ductile Fracture, *Engng.Frac.Meche*, Vol 27, 547-558, 1987.
- [4] Cordebois J.L and Sidoroff F., Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité, *Journal de Mécanique Théorique Appliqué*, 45-60, 1982.
- [5] Krajcinovic, D., Constitutive equations for damaging materials, *Journal of Applied Mechanics* 50, 355-360, 1983.
- [6] Lemaitre J. and Chaboche. J-L, *Mécanique des milieux solides*, Dunod, Paris, 1985.
- [7] Lemaitre, J. and Desmorat, R., "Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures", Springer, 2005.
- [8] Marigo J.J., "Modelling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids", *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 21, Issue 4, Pages 861-874, 1985.
- [9] Murakami S., Mechanical modeling of material damage. *J. Appl. Mech.* 55, 280–286, 1988.
- [10] Murakami.S and Ohno N., A continuum theory of creep and creep damage. *Creep of Structure IUTAM symp.*, A.R.S.Ponter, ed.,Springer-Verlag, Berlin, Federal Republic of Germany, p.422-444, 1981.
- [11] Saanouni.K, Forster Ch., and Ben Hatira F., On the anelastic Flow with Damage, *J. Damage Mechanics*, vol. 3, 140-169, 1994.
- [12] Sidoroff F. and Dogui A., Some issues about anisotropic elastic-plastic models at finite strain, *Int. J. Sol. Str.*, 38, 9569-9578, 2001.
- [13] Voyiadjis, G.Z., Kattan, P.I., "Advances in Damage Mechanics: Metals and Metal Matrix Composites". Elsevier, Amsterdam, 1999.