

# Modélisation du comportement des sols : prise en compte de l'état interne du matériau

Y. BAGAGLI<sup>a</sup>, E. VINCENS<sup>a</sup>

a. Université de Lyon, Laboratoire de Tribologie et Dynamiques des Systèmes, Ecole Centrale de Lyon, 36 avenue Guy de Collongue, 69134 ECULLY CEDEX

## Résumé :

*Le comportement d'un sol est connu pour être fortement dépendant de l'état interne du matériau. Cependant, au cours d'une sollicitation monotone ou cyclique, ce dernier peut fortement évoluer. Cette évolution, principalement liée à un resserrement du squelette granulaire et à une forte variation de l'anisotropie moyenne, devra donc être prise en compte dans une modélisation fine du comportement.*

*Le présent travail propose donc d'améliorer un modèle de sol pré-existant en y introduisant le suivi de l'état interne du matériau aux travers de l'évolution de ses paramètres.*

## Abstract :

*Soils behaviour is well known to be linked to the internal state of the material. But when a monotonic or a cyclic loading takes place, this state can dramatically evolve. This evolution, mainly linked to, from one hand, the density changes and, from the other hand, the variation of the mean anisotropy, will have to be taken into account for a precise modelling.*

*This work aspires to improve a soil model by adding a material internal state following through a parameters real time evolution.*

**Mots clefs :** cycles, anisotropie, densité, sol, modélisation

## 1 Introduction

Il est couramment admis dans la littérature [1] que le comportement mécanique d'un sol est lié à des propriétés intrinsèques (comme la granulométrie et l'angularité) d'une part et à l'état interne du matériau (l'arrangement de son squelette granulaire) d'autre part. Ainsi, si la taille et la forme des grains qui composent un sol permettront de déterminer certaines propriétés mécaniques telles que la résistance à grandes déformations (ou état critique) du matériau indépendamment de son agencement initial ou de son histoire, d'autres propriétés seront quant à elles modulées par l'état interne du matériau.

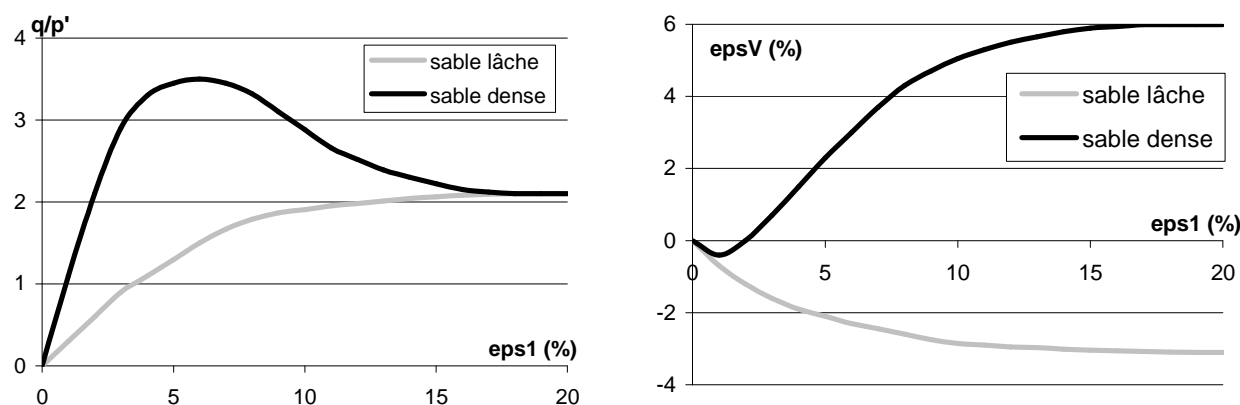


Figure 1 : comportement type des sols sous sollicitation triaxiale

La figure 1 illustre qualitativement ce propos en présentant l'allure couramment admise de résultats d'essais

de compressions triaxiales sur un même sol pour deux densités relatives différentes. Dans le cas d'un sol lâche, l'augmentation de la contrainte déviatoire au sein du matériau se fait de manière monotone jusqu'à un palier à grandes déformations que l'on qualifie d'état critique. En termes de déformation volumique, cet état critique est également visible car, après une phase de contractance, le sol se déforme à volume constant.

Lorsque la densité du matériau augmente, on observe une augmentation de la raideur initiale du matériau ainsi que l'apparition d'un pic de résistance maximale avant d'atteindre le même état critique que pour un sol plus lâche. En termes de déformations volumiques, une phase de dilatance apparaît également séparée de la phase de contractance initiale par un état transitoire que l'on désigne couramment par état caractéristique.

Sous sollicitation cyclique, on observe généralement une densification progressive du matériau par une alternance de phases de contractance et de dilatance pilotées par la position de l'état caractéristique. Cependant, plus le matériau se densifie plus les déformations volumiques engendrées à chaque cycle seront de faible ampleur. Il y a un durcissement général du comportement au cours des cycles.

De plus, si la figure 1 permet de constater l'impact de la densité relative du matériau sur son comportement des évolutions comparables sont à constater en fonction du confinement de celui-ci. Ainsi, pour une densité relative donnée (correspondant par exemple à un état mi-dense), un matériau pourra se comporter de manière analogue à un sol dense s'il est soumis à un faible confinement ou comme un sol lâche si le confinement est très important. C'est donc cette dualité densité/pression isotrope qui détermine l'état interne isotrope du matériau et une partie de son comportement.

Cependant, l'état interne isotrope ne permet pas d'expliquer entièrement le comportement du sol. En effet, la figure 2 issue de [2] illustre ce propos en présentant des résultats obtenus lors d'essais de cisaillement cycliques où, pour un indice des vides donné et un confinement fixé, la capacité de compaction du matériau dépend fortement de son histoire.

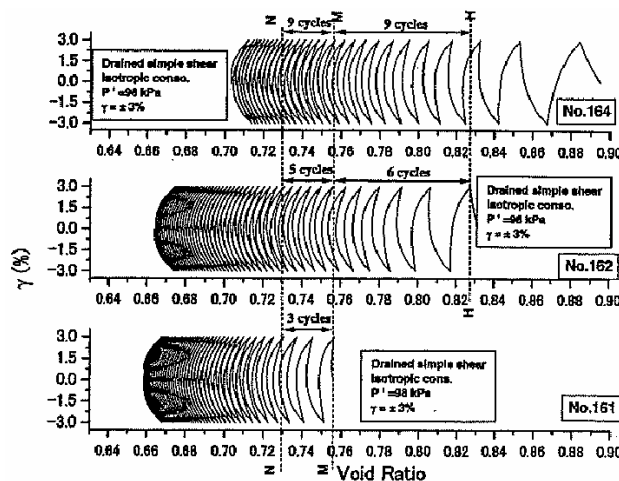


Figure 2 : Nombre de cycles correspondant à une variation de volume donnée à partir d'un même état de densité mais obtenues après 3 histoires de chargement différentes.

## 2 Le modèle CJS

Le modèle CJS, largement décrit par Maléki dans sa thèse de doctorat [3], est un modèle élastoplastique à trois mécanismes de déformations : un mécanisme élastique, un mécanisme plastique isotrope (écrouissable isotropiquement) et un mécanisme plastique déviatoire (écrouissable de manière isotrope et cinématique). L'incrément de déformation totale issue de ce modèle peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tot} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{ip} + \dot{\epsilon}^{dp} \quad (1)$$

Avec  $\dot{\epsilon}^e$  l'incrément de déformation élastique,  $\dot{\epsilon}^{ip}$  l'incrément de déformation lié au mécanisme plastique isotrope et  $\dot{\epsilon}^{dp}$  son homologue déviatoire.

Le modèle tel qu'il est décrit dans cette deuxième partie a déjà été validé lors de simulations d'essais monotones pour un état de densité donné. Cependant, 3 jeux de paramètres doivent être proposés en fonction de l'état lâche mi-dense ou dense du matériau en début d'essai. Il est alors difficile de suivre simplement l'évolution de l'état interne du matériau au cours d'une sollicitation cyclique impliquant une dizaine de

cycles. La densité peut évoluer d'un état lâche à un état dense au cours d'un même essai.

## 2.1 Le mécanisme élastique

Le mécanisme élastique du modèle CJS suit une loi de Hooke traditionnelle intégralement définie par la donnée de deux paramètres qui, dans le cadre de ce modèle, sont les modules de compressibilité et de cisaillement élastique respectivement notés  $K^e$  et  $G^e$  :

$$\dot{\epsilon}^e = A(K^e, G^e)\dot{\sigma}^i \quad (2)$$

Où  $A$  est un tenseur d'ordre 4.

## 2.2 Le mécanisme plastique isotrope

Le mécanisme plastique isotrope à pour fonction de garder en mémoire la contrainte moyenne maximale  $Q$  que le matériau a connu dans l'histoire de son chargement. Ce mécanisme permet notamment de simuler des essais de compression isotrope cyclique. Sa fonction de charge se présente sous la forme suivante :

$$f^i(p', Q) = p' - Q \quad (3)$$

Où  $p'$  est la pression moyenne courante.

L'évolution de  $Q$  est assurée par la loi d'écroutissage (eq. 4) qui introduit un paramètre sous la forme d'un module de compressibilité volumique plastique. Le mécanisme étant associé, les déformations engendrées sont donc uniquement de nature volumique et peuvent s'exprimer suivant l'équation 5.

$$\dot{Q} = K^p \lambda^i \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_v^{ip} = \dot{p}' / K^p \quad (5)$$

## 2.3 Le mécanisme plastique déviatoire

Le mécanisme plastique déviatoire est défini par la fonction de charge suivante :

$$f^d(\sigma'_{ij}, X_{ij}, R) = q_{II} h(\theta) - RI_1 \quad (6)$$

Avec  $X$  le centre de la surface de charge,  $q_{II}$  la distance en terme de contrainte déviatoire entre l'état courant et le centre de la surface de charge (défini par l'équation 7),  $I_1$  le premier invariant du tenseur des contraintes ( $I_1 = 3p'$ ),  $h(\theta)$  le facteur de forme du mécanisme,  $R$  le rayon moyen de la surface de charge et  $s$  la partie déviatoire du tenseur de contraintes.

$$q_{II} = \sqrt{(s_{ij} - I_1 X_{ij})^2} \quad (7)$$

Il s'agit d'un mécanisme plastique écroutissable à la fois isotropiquement et cinématiquement dont l'évolution des variables  $X$  et  $R$  est donnée par les équations suivantes

$$\dot{R} = \frac{AR_m^2 \dot{p}}{(R_m + Ap)^2} \quad \text{avec} \quad \dot{p} = \lambda^d I_1 \left( \frac{I_1}{3Pa} \right)^{-1,5} \quad (8)$$

$$\dot{X}_{ij} = a \lambda^d I_1 \left( \text{dev} \left( \frac{\partial f^d}{\partial q_{ij}} \right) - \phi X_{ij} \right) \left( \frac{I_1}{3Pa} \right)^{-1,5} \quad (9)$$

Où  $\lambda^d$  est le multiplicateur plastique et  $A$ ,  $a$  et  $R_m$  sont des paramètres du modèle :  $R_m$  représente la valeur maximale du rayon élastique (intrinsèque au matériau) et les paramètres  $A$  et  $a$  pilotent la raideur du matériau et le taux d'accroissement du rayon élastique (dépendant de l'état interne du matériau).

Afin de prendre en compte les trois états repères que sont l'état critique, l'état caractéristique et l'état de rupture, trois autres surfaces sont définies de la manière similaire à la surface de charge déviatoire (équations

10, 11 et 12) mais exprimées en contraintes déviatoires et possédant chacune un rayon moyen spécifique :

$$f^{crit} = s_{II}^{crit} h(\theta) - R_{crit} I_1 = 0 \quad (10)$$

$$f^{car} = s_{II}^{car} h(\theta) - R_{car} I_1 = 0 \quad (11)$$

$$f^{rupt} = s_{II}^{rupt} h(\theta) - R_{rupt} I_1 = 0 \quad (12)$$

Le mécanisme plastique est non associé et son potentiel plastique est défini de telle sorte que la loi de dilataance suivante soit respectée :

$$\frac{\dot{\epsilon}_v^{dp}}{\dot{\epsilon}_d^{dp}} = \beta \left( \frac{s_{II}}{s_{II}^{car}} - 1 \right) \quad (13)$$

Avec  $\beta$  un paramètre du modèle pilotant la génération de déformation volumique et dépendant de l'état interne du matériau.

### 3 Prise en compte de l'état interne du matériau

#### 3.1 Evolution isotrope du matériau

Afin de prendre en compte l'action combinée de la densité et de la pression moyenne au sein du matériau, la variable d'état  $\psi$  que nous qualifierons d'isotrope, définie par Been dans [4] sera utilisée. La définition de cette variable repose sur l'hypothèse couramment admise de l'existence d'une droite d'état critique dans le repère  $(e, \ln(p'))$  où  $e$  est l'indice des vides du matériau défini comme le rapport entre volume des vides au sein de ce dernier et le volume solide (eq. 14). L'équation de cette droite d'état critique est donnée par l'équation 15 et la variable  $\psi$  est définie comme la distance en termes d'indice des vides entre l'état courant et cette droite d'état critique :

$$e = V_v / V_s \quad (14)$$

$$e_{crit} = e_0 - C_c \ln \left( \frac{p'}{p_r} \right) \quad (15)$$

$$\psi = e - e_{crit} \quad (16)$$

Où  $e_{crit}$  est la valeur de  $e$  sur la droite d'état critique pour la pression moyenne effective courante  $p'$ . La variable  $\psi$  ainsi définie permet de séparer quantitativement les sols à caractère dilatant ( $\psi < 0$ ) des sols uniquement contractants ( $\psi > 0$ ). Afin d'adapter le modèle CJS à l'évolution du matériau, il est donc possible de mettre à jour en continu ces paramètres en fonction de  $\psi$ . Cette intégration est réalisée au travers des paramètres  $R_{car}$ ,  $R_{rupt}$ ,  $a$  et  $\beta$  par les équations suivantes (la figure 3 illustre ces équations) :

$$R_{car} = \begin{cases} R_{crit} & si \psi > 0 \\ R_{crit} (1 + \alpha_{car} \psi) & si \psi \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$R_{rupt} = \begin{cases} R_{crit} & si \psi > 0 \\ R_{crit} (1 + \alpha_{rupt} \psi) & si \psi \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\beta = \begin{cases} \beta_0 & si \psi > 0 \\ \beta_0 \exp(\alpha_\beta \psi) & si \psi \leq 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$a = \max(a_{min}; -\alpha_a \psi) \quad (20)$$

Le modèle CJS ainsi modifié requière donc 20 paramètres au total. Une procédure de calage rigoureuse du modèle initial a été proposé par Maléki [3] et peut-être élargie au modèle définitif par l'étude d'au moins deux essais triaxiaux comportant des valeurs de  $\psi$  distinctes, un essai isotrope cyclique ainsi qu'un essai triaxial cyclique.

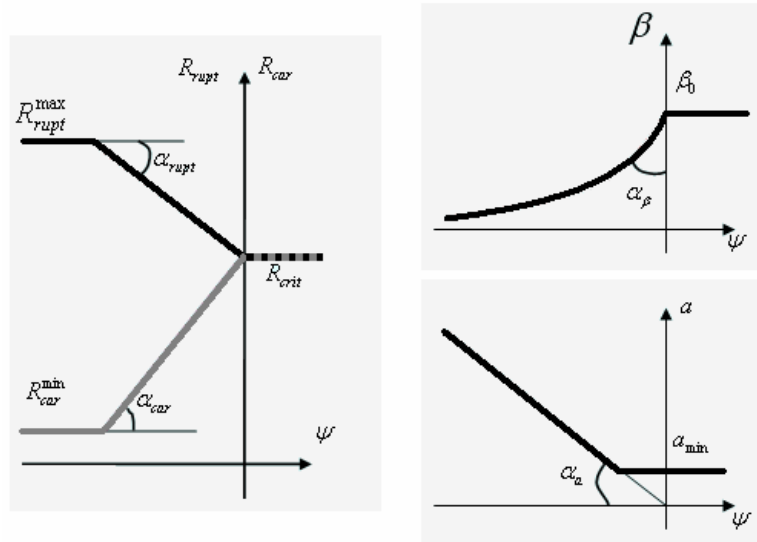


Figure 3 : évolution des paramètres en fonction de la variable interne isotrope

### 3.2 Evolution anisotrope du matériau

L’anisotropie au sein d’un matériau peut se définir de nombreuses manières (orientation des normales aux contacts, orientation des efforts normaux ou tangentiels) mais peut rarement être mesurable à l’échelle macroscopique. Yunus et al. [5] ont montré qu’il existait une forte corrélation entre l’évolution de l’anisotropie des orientations des normales au contact et celle de la variable  $X_{II}$  au cours d’un essai triaxial simulé par la Méthode aux Eléments Discrets. La variable  $X_{II}$ , définie comme la norme du tenseur  $X$  centre de la surface de charge déviatoire, a été retenue pour quantifier cette anisotropie. Afin de caler les simulations sur les phénomènes d’accommodation de courbes expérimentales d’essais répétés à différents niveaux de chargement, il a été nécessaire d’introduire une relation affine entre les paramètres d’écroutissage  $a$  et  $A$  et la variable  $X_{II}$ .

## 4 Résultats

Les essais expérimentaux exploités ici sont issus d’essais triaxiaux réalisés sur un sable d’Hostun par Mohkam lors de sa thèse de doctorat [6]. Des essais monotones sont présentés figure 4 et un essai répété figure 5.

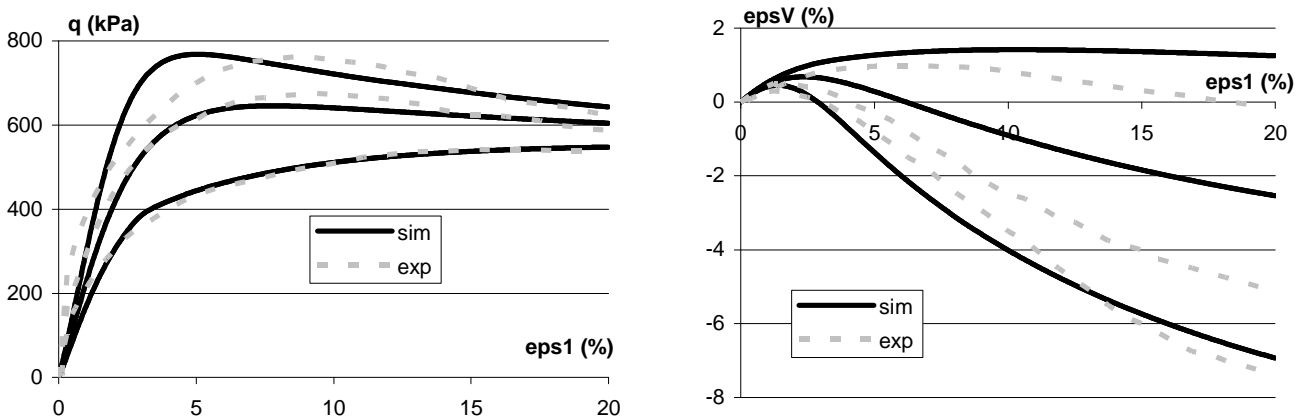


Figure 4 : comparaison essais expérimentaux/simulation pour des essais triaxiaux monotones

Les essais monotones ont été réalisés sous un confinement de 200 kPa pour diverses densités initiales (lâche à dense). Les déformations volumiques maximales et minimales sont relativement bien reproduites. Les pics de contrainte maximale correspondants à l’état de rupture du matériau sont bien évalués par le modèle. L’état caractéristique est lui aussi déterminé de manière pertinente et permet au matériau de se dilater. Enfin les raideurs initiales sont correctement modulées en fonction de l’état interne du matériau.

En ce qui concerne l'essai répété, quatre paliers de contraintes impliquant cinq cycles de sollicitation sont effectués. Pour des questions de lisibilité, seuls les premiers et derniers cycles de chaque palier sont représentés sur la figure 5. La comparaison des accommodations du matériau sur chaque palier de contrainte entre la simulation et les résultats expérimentaux permet de conclure sur la pertinence de l'évolution des paramètres d'érouissage isotrope et cinématique vis-à-vis de l'anisotropie du matériau.

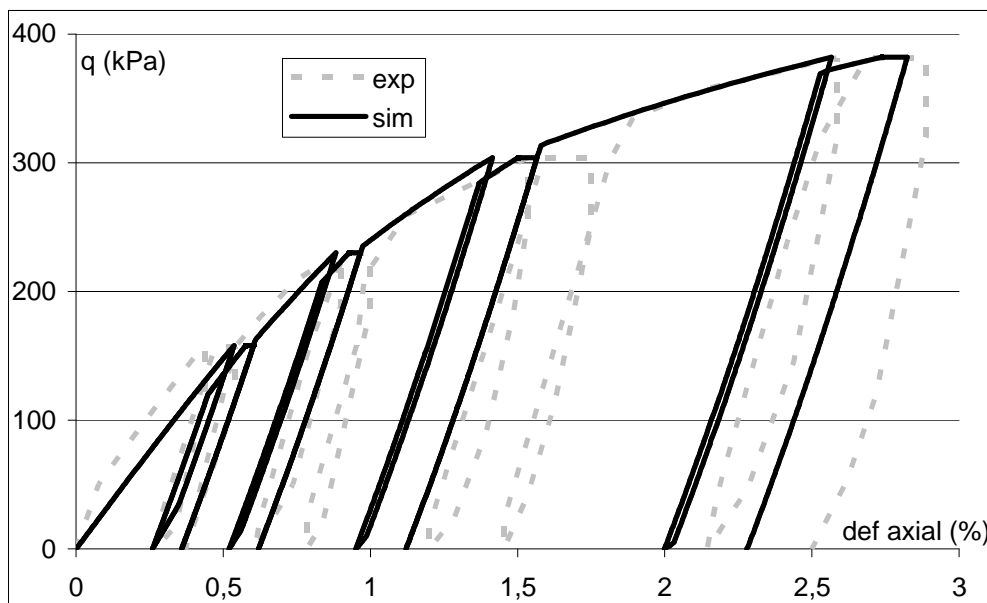


Figure 5 : comparaison essais expérimentaux/simulation pour un essai triaxial répété

Il est également à noter que les résultats présentés ici ne sont qu'une partie d'une base de données plus large comprenant également des essais de compression isotrope cycliques, des essais triaxiaux monotones pour d'autres valeurs de confinement, des essais cycliques alternés et des essais triaxiaux monotones sous condition non-drainée. Ainsi, malgré la diversité des essais expérimentaux proposés, le modèle CJS comme défini dans ce travail permet de simuler de manière pertinente le comportement d'un sol avec un jeu unique de paramètres.

## 5 Remerciements

Les résultats présentés dans cette communication ont été acquis dans le cadre du Projet ANR 07PGCU-005-09 appelé SOLCYP. SOLCYP est un projet de recherche sur le comportement des pieux soumis à des sollicitations cycliques, regroupant 12 entreprises et bureaux d'études du génie civil et 6 organismes universitaires et de recherche. Il est piloté par l'IREX et financé par les partenaires, l'ANR, le MEDDTL et la FNTP. Les auteurs remercient ces organismes pour leur soutien financier

## References

- [1] CASAGRANDE A., *Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills*, Journal of the Boston Society of Civil Engineering, January 1936 p. 13–32.
- [2] SHAHNAZARI H., IKUO T., *Torsion shear tests on cyclic stress-dilatancy relationship of sand*, Soils and Foundations, vol 42, No 1, 105-119, 2002.
- [3] Thèse de doctorat, MALEKI M., *Modélisation hiérarchisée du comportement des sols*, 1998.
- [4] BEEN K., JEFFERIES M.G., *A state parameter for sands*, Géotechnique, vol 35, No 2, 99-112, 1988.
- [5] Yunus Y., Vincens E., Cambou B., *Numerical local analysis of relevant internal variables for constitutive modelling of granular materials*, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol 34, 1101-1123, 2010.
- [6] Thèse de doctorat, MOHKAM M., *Contribution à l'étude expérimentale et théorique de comportement des sables sous chargements cycliques*, 1983