

DRAINAGE HYPERLENT

P. LEFORT^{a,b}, V. SARROT^{a,b}, M. PRAT^{a,b}, J. TALANDIER^c

a. Université de Toulouse, INPT, UPS, IMFT, Avenue Camille Soula, 31400 Toulouse

b. CNRS ; IMFT 31400 Toulouse

c. ANDRA, 1-7, rue Jean Monnet 92298 Chatenay-Malabry

Résumé :

Le processus de drainage hyperlent est étudié d'une part à travers une approche théorique issue de la théorie de la percolation, et d'autre part par l'intermédiaire de simulations sur réseau de pores. En utilisant un réseau modèle, nous étudions comment les courbes de rétention capillaire et de perméabilité relative au gaz doivent être spécifiées dans la gamme des très fortes saturations en eau de façon à obtenir une prédiction optimale à l'aide du modèle diphasique classique.

Abstract :

Hyper slow drainage is studied from invasion percolation theory and from pore network simulations. We study how the retention curve and the relative permeabilities must be specified in the range of the very high saturations so as to obtain optimal predictions from the classical continuum two-phase flow model.

Mots clés: Drainage, percolation d'invasion, réseau de pores

1 Introduction

L'étude présentée dans cet article est développée en liaison avec le problème du stockage profond des déchets nucléaires. En raison notamment de mécanismes de corrosion, on s'attend à la formation d'une quantité importante d'hydrogène au sein du stockage. Il est admis que la roche-hôte est resaturée par l'eau quand intervient cette production d'hydrogène. Les principales questions associées à cette production d'hydrogène sont notamment les suivantes. L'hydrogène va-t-il pénétrer au sein de la roche ? Si oui, sous quelle forme (gazeuse, dissoute) ? Sur quelle distance au sein de la roche autour du site est-il susceptible de se trouver ? Dans cet article, on se place dans l'hypothèse où l'hydrogène pénètre dans l'espace des pores en phase gaz et déplace l'eau présente dans les pores. Les effets de dissolution sont ignorés. Les conditions de ce déplacement gaz-liquide le distinguent des déplacements usuels. Elles peuvent se résumer par les trois éléments clés suivants : 1) le milieu poreux est complètement saturé initialement par un fluide mouillant (de l'eau en pratique), 2) le déplacement est extrêmement lent en raison du taux de production très faible du gaz, 3) le déplacement s'effectue dans un domaine non confiné. Ces conditions, en particulier la condition #2, ont pour conséquence une très faible désaturation du milieu lors du déplacement de l'eau par l'hydrogène. Le calcul de ce déplacement à partir du modèle diphasique classique basé sur les équations de Darcy généralisées est rendu difficile dans ces conditions du fait du comportement particulier des paramètres phénoménologiques (courbe de rétention et perméabilité relative au gaz) dans la gamme des très grandes saturations. Par ailleurs, le fluide injecté (l'hydrogène) étant beaucoup moins visqueux que le fluide déplacé (l'eau), il est nécessaire d'examiner la stabilité de l'écoulement, l'apparition d'éventuelles digitations pouvant remettre en cause l'utilisation du modèle biphasique classique.

Nous étudions ce problème d'une part à partir d'éléments théoriques issus de la théorie de la percolation d'invasion en gradient (IPG), [1], [2], et d'autre part à partir de comparaisons avec des simulations sur réseaux de pores. L'étude se décompose ainsi en trois parties principales. Nous discutons d'abord la compatibilité du modèle diphasique classique avec ce type de déplacement à partir de la théorie IPG. Ensuite

nous examinons comment spécifier au mieux la courbe de rétention aux très fortes saturations. Enfin nous présentons comment nous étudions l'influence de la perméabilité relative, cette partie du travail n'étant toutefois pas encore achevée.

2 Théorie du drainage

Nous appliquons ici certains résultats de la théorie du drainage présentée dans [1] et [2]. Cette théorie analyse le drainage dans le cadre de la théorie de la percolation en gradient en s'appuyant sur une représentation de l'espace poral comme un réseau de sites (pores) connectés par des liens. Le gradient de probabilité d'occupation est lié aux gradients de pression générés par les effets visqueux dans chacune des phases. La phase déplacée est analysée comme une phase à structure compacte (= homogénéisable) tandis que la phase déplaçante forme initialement un amas de percolation. L'amas de percolation qui se forme aux temps très courts du déplacement tant que les effets visqueux sont négligeables devant les effets capillaires peut évoluer (en fonction notamment du nombre capillaire caractérisant l'écoulement) soit vers un déplacement dit stable, c'est-à-dire compatible avec le modèle diphasique classique, soit au contraire vers un régime de digitations visqueuses non compatible avec le modèle classique. Ainsi dans le cas d'un déplacement rectilinéaire, le déplacement est stable quand

$$\frac{Ca}{\Sigma} M^{[\zeta+1+\nu(D_f-1)]/[\zeta+\nu(D_f-2)]} \ll 1 \quad (1)$$

où Σ est l'écart type sans dimension de la distribution des tailles de lien (le pas du réseau a est utilisé comme échelle de longueur) ; ζ est l'exposant de la conductivité de la théorie de la percolation, [3], ν est l'exposant de la longueur de corrélation, D_f la dimension fractale de l'amas percolant ; M est le rapport des viscosités $M = \mu_w / \mu_{nw}$ ($M \approx 10^2$ pour le cas de l'hydrogène et l'eau), où μ_w (resp. μ_{nw}) est la viscosité dynamique de la phase déplacée (resp. de la phase déplaçante) et Ca le nombre capillaire $Ca = U\mu_{nw} / \gamma$, où U est la vitesse d'injection et γ la tension interfaciale entre les deux fluides. L'Eq.(1) indique donc que le déplacement peut être stable même pour une valeur grande de M pourvu que le nombre capillaire soit suffisamment petit. En substituant dans l'Eq.(1) les valeurs des exposants pour un système 3D ($\zeta = 2.$, $\nu = 0.88$, $D_f = 2.52$) on obtient $\frac{Ca}{\Sigma} M^{1.76} \ll 1$. Pour les très faibles valeurs du nombre capillaire intéressant notre étude, $Ca \approx O(10^{-14})$, le régime est donc stable et correspond à un régime de percolation d'invasion dans un gradient stabilisant (IPSG). Comme cela est discuté en détails dans [1] ou [2], ce régime peut être calculé avec le modèle diphasique classique.

Il reste alors à spécifier convenablement les paramètres du modèle diphasique classiques de façon à minimiser autant que possible les erreurs sur la prédiction des champs de saturation.

3 Principe de l'étude des paramètres phénoménologiques

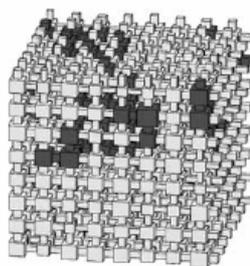


FIG.1 - Le milieu poreux modèle : un réseau de pore cubique

Pour évaluer les performances du modèle diphasique, le principe de l'étude est de calculer des solutions de référence à partir de simulations sur réseau de pores et de comparer ces solutions aux prédictions du modèle diphasique classique. Les paramètres du modèle diphasique (perméabilité, perméabilité relative, courbe de

rétenion en drainage) sont également calculés et étudiés à partir de simulations sur réseau de pores. On considère pour cela un réseau cubique simple. Un repère cartésien étant choisi, on dispose N_x (resp. N_y , N_z) sites régulièrement suivant la direction x (resp. les directions y et z). Le pas du réseau (distance entre deux sites successifs dans une direction) est donc constant et noté a . La taille du réseau est alors $N_x \times N_y \times N_z$. Les pores (sites) sont des cubes de côté d_p distribué aléatoirement suivant une loi de probabilité uniforme entre $d_{pmin} = 0.75$ et $d_{pmax} = 0.9$ (mesuré en unité de pas de réseau). Les liens sont des tubes de section carrée de côté d_ℓ distribué aléatoirement suivant une loi de probabilité uniforme entre $d_{\ell min} = 0.4$ et $d_{\ell max} = 0.75$.

4 Propriétés du milieu modèle

4.1 Perméabilité

Pour calculer un écoulement visqueux sur le réseau, le débit circulant q_{ij} dans un lien (lien ij entre les pores i et j) est exprimé par une loi de type Poiseuille, $q_{ij} = \frac{g_{ij}}{\mu} \delta P_{ij}$ où μ est la viscosité du fluide, $\delta P_{ij} = P_i - P_j$ est la différence de pression entre le pore i et le pore j ; g_{ij} est la conductance hydraulique du lien qui est calculée par $g_{ij} = 0.1425 \frac{d_\ell^4}{\ell}$ où ℓ est la longueur du lien considéré. En exprimant la conservation du débit en chaque nœud (site) du réseau, $\sum_{j=1,6} q_{ij} = 0$, on forme un système linéaire dont la résolution par voie numérique donne la pression en chaque nœud du réseau. Les conditions aux limites sont d'imposer un écart de pression $\Delta P = P_e - P_s$ entre deux faces opposées du réseau, par exemple entre la face située en $x = 0$ et la face située en $x = (N_x - 1)a$, et des conditions de flux nul sur les quatre autres faces. L'application de la loi de Darcy permet alors de calculer la perméabilité à partir de l'équation,

$$Q = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{(N_x - 1)a} N_y N_z a^2 = \sum q_{ij} \quad (2)$$

où la somme du membre de droite est la somme des débits dans n'importe quelle rangée de liens dans un plan yz du réseau. Le tableau 1 montre les résultats obtenus où $\langle K \rangle$ est la moyenne sur le nombre de réalisations considérées et σ_K est l'écart type. On peut noter un léger effet d'échelle.

Tableau 1 - Perméabilité intrinsèque du réseau en fonction de sa taille

Taille du réseau	$\langle K \rangle / a^2$	σ_K / a^2	Nombre de réalisations
10x10x10	$10.26 \cdot 10^{-5}$	$2.31 \cdot 10^{-6}$	100
20x20x20	$9.80 \cdot 10^{-5}$	$7.22 \cdot 10^{-7}$	94
30x30x30	$9.64 \cdot 10^{-5}$	$4.08 \cdot 10^{-7}$	20
50x50x50	$9.57 \cdot 10^{-5}$	$2.63 \cdot 10^{-7}$	20

4.2 Courbe de rétention

L'algorithme de calcul de la courbe de rétention vise à imiter la procédure de détermination expérimentale de cette courbe en procédant par palier de pression. Le réseau est supposé complètement saturé en fluide

moissant initialement. Le fluide non-moissant peut entrer dans le réseau par l'une des faces, par exemple celle située en $x = 0$. Le fluide moissant peut sortir par la face opposée (celle donc située en $x = (N_x-1) a$). Le fluide non-moissant ne peut pas s'échapper par la face de sortie (on fait comme s'il y avait une membrane semi-perméable). Les faces latérales sont étanches. Pour calculer la relation pression capillaire – saturation, on procède par incrément de pression dans le fluide injecté, la pression dans le fluide moissant sortant étant maintenue constante. L'angle de contact est supposé nul et le seuil d'invasion d'un lien est donné par $p_{th} = 4\gamma/d_\ell$. L'algorithme utilisé est le suivant : 1) Tirage aléatoire du « diamètre » des pores et des liaisons, 2) initialisation des liaisons à l'interface fluide moissant / fluide non-moissant, 3) itération sur la pression d'entrée P_{in} de P_{min} à P_{max} par saut de pression dP à chaque itération, 4) Identification et invasion des liaisons envahissables (seuil de pression capillaire inférieur à la différence de pression entrée-sortie) ainsi que des pores adjacents, 5) modification de l'interface fluide moissant / fluide non-moissant, 6) retour à l'étape 3.

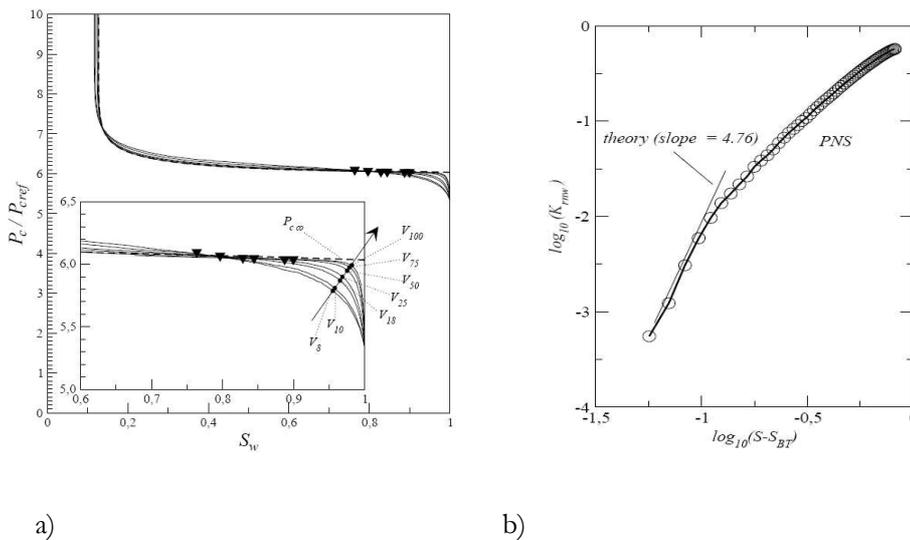


FIG.2 – a) Courbe de rétention pour différentes tailles de réseau (V_N correspond à un réseau de taille $N \times N \times N$); $P_{cref} = \frac{\gamma}{a}$. L'insert montre une vue détaillée des courbes de rétention dans la gamme des fortes saturations. Les triangles noirs correspondent à la percée (pour les réseaux de taille 8, 10, 18, 25, 50, 75 et 100 respectivement de la gauche vers la droite) La courbe en tiret $P_{c\infty}$ correspond à une extrapolation de la courbe P_{c50} dans les hautes saturations ($P_{c\infty}$ et P_{c50} sont donc identiques pour $S_w \leq 1 - S_{NW50BT}$ où S_{NW50BT} est la saturation en fluide non-moissant à la percée pour le réseau de taille 50).

b) Evolution de la perméabilité relative du fluide non-moissant pour un réseau $50 \times 50 \times 50$ (moyenne sur 17 réalisations) par simulation sur le réseau de pores (PNS), S est la saturation en fluide moissant, S_{BT} la saturation à la percée.

Les calculs sont faits pour 100 réalisations du réseau. Les résultats sont présentés sur la Figure 2a et correspondent aux moyennes sur l'ensemble des 100 réalisations. Ces calculs mettent en lumière que la courbe de rétention est dépendante d'échelle (c'est-à-dire de la taille du réseau) dans la gamme des fortes saturations. Il n'y a pas de V.E.R. ! La variation de P_c entre la saturation à la percée et la saturation 1 peut se voir comme un effet de taille finie. En fait, c'est le comportement limite, c'est-à-dire pour un réseau infini, qui est utile, comme on le verra, pour notre problème.

4.3 Perméabilité relative

Pour calculer les perméabilités relatives, on combine l'algorithme de calcul de la perméabilité (restreint à chacune des phases, soit un calcul pour chaque phase) et l'algorithme de calcul de la pression capillaire

donnant l'envahissement progressif du réseau par une succession d'état d'équilibre. Ces calculs sont en cours d'exploitation et d'analyse. La Figure 2b montre un exemple de résultat obtenu pour un nombre limité de réalisations (17) pour un réseau $50 \times 50 \times 50$. On retrouve une évolution classique pour les désaturations suffisamment élevées. L'aspect intéressant et important pour notre problème est le comportement asymptotique de K_{mw} pour les très faibles saturations en fluide non-mouillant. Le comportement limite prédit par la théorie, [5] est donné par $K_{mw} \propto (S_{nw} - S_{nwBT})^{\zeta/\beta}$ où ζ est l'exposant de la conductivité de la théorie de la percolation ($\zeta = 2$ en 3D) et $S_{nwBT} = 0$. (système infini). Avec les valeurs connues des exposants ($\zeta = 2, \beta = 0.42$, [3]), cela donne $K_{mw} \propto (S_{nw} - S_{nwBT})^{4.8}$. Comme cela est montré sur la Fig.3, on peut, en jouant sur la valeur de S_{nwBT} , présenter les données de simulation de façon à les rendre compatibles avec la prédiction théorique. Ceci est toutefois assez artificiel. Il faut accumuler plus de données (travail en cours) pour étudier plus finement le comportement limite (en tenant compte des effets de taille finie). Ceci étant, même si les détails restent à établir ou à confirmer, le point essentiel est l'existence d'un comportement « critique » au voisinage de la saturation à la percée, qui est distinct du comportement à des saturations (en fluide non-mouillant) plus élevées.

5 Comparaison réseau de pores - modèle continu

5.1 Influence de la courbe de rétention

La théorie indiquant que le déplacement est de type IPSC (percolation d'invasion dans un gradient stabilisant), l'influence de la courbe de rétention peut être étudiée indépendamment de celle de la perméabilité relative en considérant un écoulement à gradient constant (déplacement hydrostatique dans le champ de la gravité, de l'air injecté par le haut déplaçant de l'eau par exemple). Cette étude est présentée en détail dans [4]. Nous en rappelons simplement ici le résultat principal.

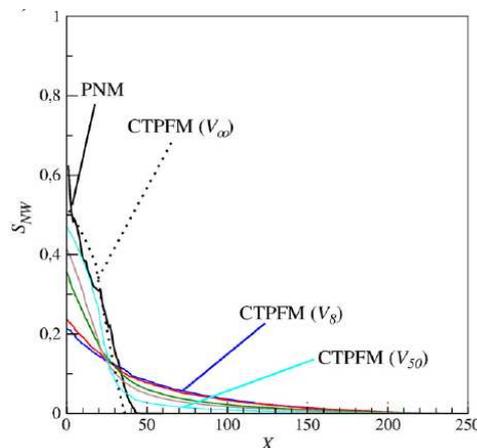


FIG3- Exemple de comparaison des profils de saturation entre la simulation sur réseau de pores (PNM) et la solution du modèle biphasique classique (CTPFM) obtenue à partir des courbes de rétention $P_{c\infty}$ (ligne pointillée), P_{c8} , P_{c10} , P_{c18} , P_{c25} et P_{c50} , de la figure 2a

Cette figure illustre le résultat clé : la courbe $P_{c\infty}$ correspondant au comportement limite (système infini) est celle minimisant l'erreur lorsque le déplacement est prédit à l'aide du modèle biphasique classique. Comme le montre la Fig.3, l'écart (en termes de distance de pénétration ou de saturation à l'entrée par exemple) avec le profil de référence peut devenir très grand si une courbe de rétention différente de la courbe à seuil correspondant à $P_{c\infty}$ est utilisée.

Cela signifie du point de vue pratique qu'une approche à la Brooks et Corey est ici (c'est-à-dire lorsque le

déplacement est caractérisé par une très faible désaturation du milieu poreux) infiniment préférable à une formulation à la Van-Genuchten. Cette dernière est avantageuse numériquement (pas de seuil) mais très pénalisante ici car elle implique une variation fort néfaste de la courbe de rétention avec la saturation dans la gamme des très fortes saturations en fluide mouillant.

5.2 Influence de la perméabilité relative

L'étude est cours et nous espérons en présenter les conclusions lors de la présentation orale. L'idée est ici de considérer la situation la plus simple possible d'IPSG avec cette fois une stabilisation d'origine visqueuse dans la phase déplaçante de façon à faire intervenir la perméabilité relative de cette phase. Le déplacement étudié est celui du déplacement d'un fluide non-visqueux par un fluide visqueux. Pour construire les solutions de référence nous avons développé un modèle de réseau de pores dynamique similaire à celui décrit par exemple dans [6]. La Figure 4 illustre la transition entre le régime de digitation capillaire obtenu lorsque les effets capillaires sont dominants et le régime à front stabilisé obtenu lorsque les effets visqueux deviennent dominants.

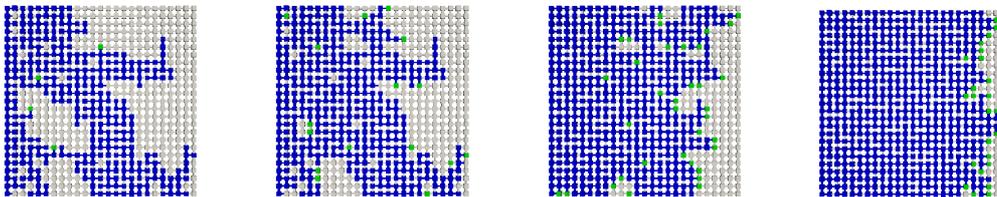


FIG. 4 – Exemple 2D de simulation sur réseau de pores d'un déplacement stabilisé par la viscosité : pores totalement remplis en phase déplaçante en bleu, pores occupés par la phase déplacée en gris, pores occupés par les deux phases en vert. Le fluide déplaçant est injecté par le bord gauche. Le déplacement se fait de la gauche vers la droite. Le nombre capillaire augmente de la gauche vers la droite (successivement $Ca = 10^{-5}$, $Ca = 10^{-4}$, $Ca = 10^{-3}$, $Ca = 10^{-2}$).

6 Conclusion

La simulation du drainage hyperlent à partir du modèle diphasique classique est possible à condition de spécifier correctement le comportement des paramètres phénoménologiques dans la gamme des très grandes saturations. Cette gamme est caractérisée par des comportements critiques (voisinage d'un seuil de percolation) très difficiles à capturer expérimentalement. L'étude de la courbe de rétention montre que toute approximation grossière dans cette gamme de saturation conduit à des erreurs spectaculaires. Le milieu modèle considéré dans cette étude est très simple. Il s'agit d'une première étape, que, une fois terminée, nous espérons poursuivre en considérant des réseaux multiéchelles *a priori* plus représentatifs des milieux réels.

Références

- [1] Xu B., Yortsos Y., Salin D., Invasion percolation with viscous forces. *Phys. Rev. E* 57(1):739-751, 1998.
- [2] Yortsos Y., Xu B., Salin D., Phase diagram of fully developed drainage in porous media. *Phys. Rev. Lett.* 79(23): 4581-4584, 1997.
- [3] Stauffer D., Aharony A., Introduction to percolation theory. Taylor & Francis, London, 1992.
- [4] Sarrot V., Prat M., Hyperslow drainage in a porous medium. Influence of retention curve. *Advances in Water Resources*, 33, 987–996, 2010.
- [5] Wilkinson D. Percolation effects in immiscible displacement, *Phys. Rev. A* 34, 1380–1391, 1986.
- [6] Lenormand R., Touboul E., Zarcone C., Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media, *J.Fluid Mech.* 189,165-187, 1988.