

# Etude numérique des forces agissant sur une sphère en chute libre dans un tube rempli d'un fluide Newtonien au repos

T. Deloze, Y. Hoarau et J. Dušek

. Institut de Mécanique des Fluides et des Solide (IMFS)  
2 rue Boussingault, 67000 Strasbourg, France

## Résumé :

Cette étude s'intéresse à l'action des forces sur une sphère en chute libre dans un tube, et plus particulièrement, à celle de la force de répulsion de la paroi sur la sphère. Pour mieux comprendre les mécanismes en jeu, le problème est découpé en deux cas : l'étude de l'écoulement sur une sphère en translation uniforme dans un tube puis l'étude de la trajectoire d'une sphère possédant les trois degrés de liberté en translation et chutant sous l'action de la force de gravité.

## Abstract :

This study examines the effects of forces on a sphere falling in a tube, and more particularly that of the repulsive force of the wall on the sphere. To better understand the mechanisms involved, the problem is decoupled into two cases : the study of the flow on a sphere in uniform translation in a tube and the study of the trajectory of a sphere with three degrees of freedom of translation and falling under the action of gravity.

**Mots clefs :** particule ; tube ; chute libre

## 1 Introduction

Les écoulements chargés et le déplacement de particules font l'objet d'une attention particulière ces dernières années. L'omniprésence de particules dans les fluides induit des interactions fortes entre les particules et leur environnement, ce qui reste une préoccupation de nombreux industriels. La connaissance de ces phénomènes permettra un perfectionnement des simulations du transport de masse. Le travail présenté se situe dans la continuité des travaux effectués à l'IMFS sur le thème de la transition au chaos d'une sphère chauffée [1] et de la trajectographie d'une sphère en chute libre [2]. Dans la continuité de cette thématique, le déplacement d'une sphère libre dans un tube est à son tour exploré.

Nous nous proposons de décrire comme première approche l'étude de l'écoulement autour d'une sphère se déplaçant en translation uniforme le long de la paroi d'un tube rempli d'un fluide au repos. Trois paramètres sont pris en compte : le rapport des diamètres ( $D/d$ , avec  $D$  le diamètre du tube et  $d$  celui de la sphère), la distance  $L$  entre le centre de la sphère et la paroi du tube, et le nombre de Reynolds ( $Re = \frac{Ud}{\nu}$ ) basé sur la vitesse  $U$  de la sphère, son diamètre  $d$  et la viscosité  $\nu$  du fluide. Le rapport de diamètres ( $D/d$ ) est fixé à 3.30. Le nombre de Reynolds  $Re$  est choisi entre 50 et 350. La distance  $L/d$  varie de 0.7 à 1.65.

Dans un second temps, l'étude de la sphère libre en chute libre est abordée. Deux paramètres, suffisant pour décrire le problème dans un milieu infini, sont proposés par Jenny et al. [2] : le nombre de Galilée  $Ga$  et le rapport des masses volumiques  $\beta$ .

$$Ga = \sqrt{\frac{gd^3 \rho_{fluide} (\rho_{particule} - \rho_{fluide})}{\mu^2}} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{\rho_{particule}}{\rho_{fluide}} \quad (2)$$

Nous nous sommes fixés pour objectif d'étudier l'effet du confinement dans un tube de section circulaire. Cette configuration apporte non seulement un troisième paramètre ( $L/d$ ), mais également la nécessité d'introduire un maillage mobile. L'étude se cantonne à un seul rapport de masse ( $\beta = 2$ ) pour quatre nombres de Galilée ( $Ga = \{50; 100; 150; 170; 200; 250\}$ ). Le choix des nombres de Galilée est non trivial. L'étude de Jenny et al. [2] sur les trajectoires prises par une sphère en chute libre aboutit à la définition d'un diagramme d'état complet. Dans ces travaux, les trajectoires sont classées en quatre catégories : trajectoire oblique linéaire, trajectoire oblique et oscillante, trajectoire en zig-zag périodique et trajectoire chaotique. Nous choisissons pour notre étude des nombres de Galilée correspondant aux trois premières trajectoires.

## 2 Méthode numérique

### 2.1 Généralité sur la méthode chimère et sur le solveur NSMB

Pour ces simulations de corps mobile, une méthode de superposition de maillages appelée méthode chimère est choisie. Cette méthode a été développée par Benek et al. [3] et suivie par de nombreuses études l'appliquant et l'améliorant. Elle consiste à résoudre les équations sur des grilles superposées. La principale difficulté est la création des communications entre les blocs superposés. En effet les frontières de superpositions sont totalement arbitraires. Il faut donc définir ces frontières de superpositions et créer une communication pour le passage des informations d'un bloc à l'autre. Ce passage reste non-conservatif. La méthode apporte une solution simple pour les configurations complexes avec ou sans mouvement.

Elle est implémentée dans le solveur NSMB ("Navier-Stokes Multi-Blocs"). Ce dernier est un solveur compressible multi-blocs en volumes finis, structuré et parallélisé permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes stationnaires ou instationnaires [4] [5]. La formulation implicite "Lower-Upper Symmetric Gauss-Seidel" (LU-SGS) est utilisée pour la résolution temporelle. Parmi les différents schémas d'intégration spatiale, le schéma centré d'ordre 4 avec une dissipation artificielle de type Jameson est choisi. L'utilisation d'un préconditionneur permet une simulation de fluide incompressible.

### 2.2 Maillage chimère utilisée

Deux grilles superposées sont mises en oeuvre. La première représente la paroi de la sphère et son entourage avec un maillage sphérique. La deuxième est la représentation du tube par un maillage "butterfly". La figure 1 représente séparément les deux maillages. Le centre de la sphère est placé à l'origine ( $(x, y, z) = (0; 0; 0)$ ) et la distance  $L/d$  est définie suivant l'axe  $Oz$ . L'axe du tube est placé suivant  $Ox$ .

La méthode chimère implémentée va définir les paramètres de superposition pour permettre la communication entre les maillages. Elle est composée de plusieurs étapes. La première étape est la détermination des cellules superposées. Chaque cellule est testée pour déterminer si elle partage le même espace qu'une autre cellule. Ce test basé sur les coordonnées est accéléré par un algorithme de réorganisation des coordonnées dans un maillage virtuel cartésien. Puis, pour chaque cellule superposée, un traitement lui est attribué. Trois types de traitements sont différenciés. Les cellules qui possèdent la meilleure définition dans l'espace sont dites *calculées*. L'état de l'écoulement en leur centre est obtenu par résolution des équations de Navier-Stokes. Le second type est *interpolé*. Ces cellules obtiennent la valeur de l'écoulement par interpolation des valeurs de cellules *calculées*. Puis le troisième type est *ignoré*. Les cellules de cette catégorie ne rentrent en compte ni dans les schémas de résolution des équations, ni dans les interpolations et elles sont ignorées. Nous basons ce choix des catégories de cellules sur un nouveau critère, la distance à la paroi locale. Ce critère nous permet d'obtenir une détermination optimum des cellules calculées (figure 2). Ce traitement est totalement automatique et ne nécessite aucune entrée de l'utilisateur. Ceci permet les études de sphère en mouvement.

Pour la configuration de translation uniforme, la géométrie est statique. La translation uniforme de vitesse  $-U$  de la sphère est simulée par une condition limite à la paroi. La sphère est définie fixe et

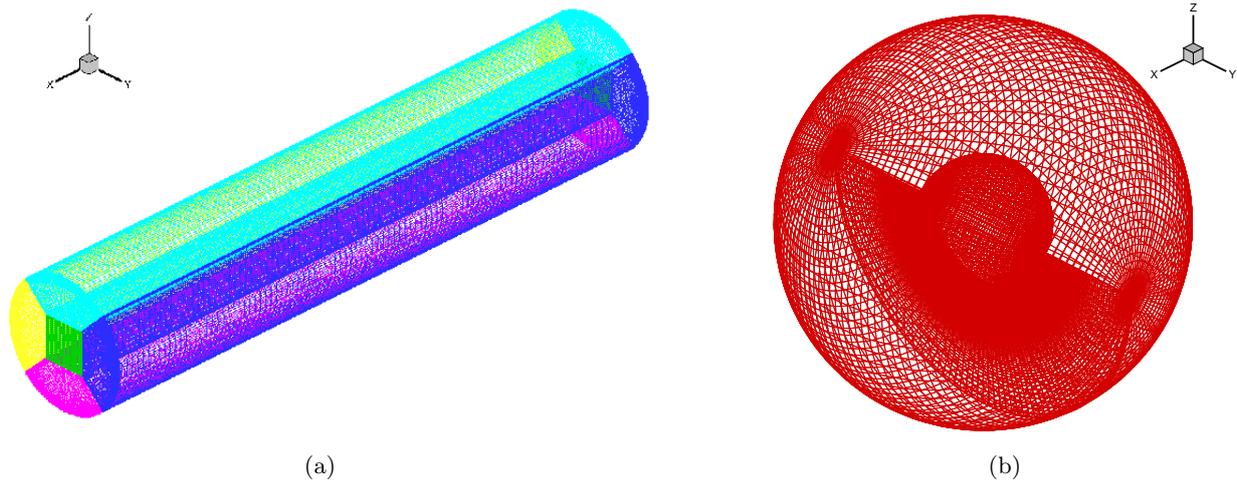


FIGURE 1 – Représentations séparées des deux maillages : celui du tube (a) et celui de la sphère avec une échelle différente (b).

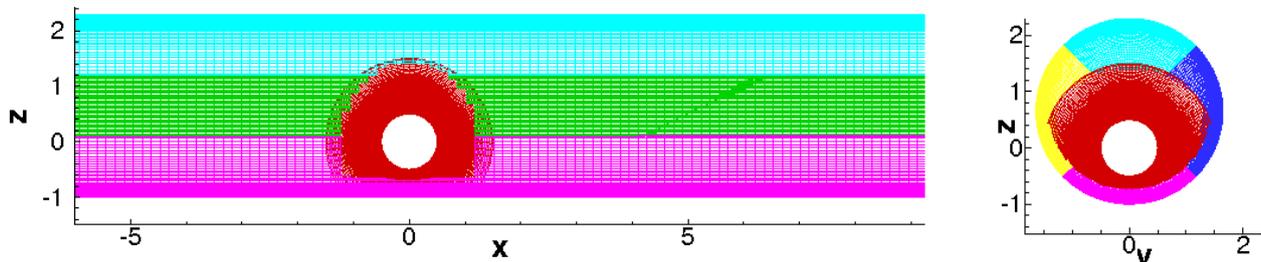


FIGURE 2 – Représentation dans le plan  $y = 0$  et  $x = 0$  des cellules dites *calculées*.

le tube et son fluide ont une vitesse  $U$ . Ainsi la condition limite de la paroi du tube est imposée avec une vitesse longitudinale égale à  $U$  tout comme celle de l'entrée du tube.

Trois maillages avec des finesses différentes (4, 6 et 8 millions de mailles) ont été testés. Les résultats ont pointé le maillage à 4 millions comme possédant le meilleur rapport entre le nombre de points et la précision. Il est choisi pour cette étude.

L'obtention des multiples maillages liés aux différentes distances  $L/d$  est simple. En effet, seule une translation du maillage de la sphère est nécessaire pour créer les différentes configurations. L'avantage de la méthode chimère apparaît ainsi très clairement.

### 3 Écoulements autour d'une sphère en translation uniforme dans un tube

Les résultats des simulations sont présentés avec une attention particulière quant à l'influence de chaque paramètre (distance  $L/d$  et nombre de Reynolds  $Re$ ) sur l'écoulement et sur les coefficients aérodynamiques de la sphère.

#### 3.1 Forme de l'écoulement

Pour mettre à jour l'influence de la paroi du tube sur la forme de l'écoulement autour de la sphère, une comparaison a été faite entre un écoulement autour d'une sphère dans un fluide infini et notre configuration confinée.

L'écoulement autour d'une sphère dans un fluide infini est décrit par Bouchet et al. [6]. L'écoulement est axisymétrique et stationnaire pour un nombre de Reynolds inférieur à 212. Il est caractérisé par un vortex en forme de tore à l'arrière de la sphère. L'axe du tore est confondu avec celui du tube.

Notre configuration concerne un tube circulaire de diamètre égal à 3.3 diamètres de la sphère. Les isovalues de la vitesse longitudinale lorsque la sphère est hors de l'axe du tube montrent un sillage attiré vers la paroi du tube et une vitesse longitudinale plus élevée dans l'espace entre la sphère et le tube. La dissymétrie de la configuration dans le plan  $y = 0$  brise l'axisymétrie de l'écoulement. Les lignes de courant tracées dans le plan  $y = 0$  (fig. 3) montrent une section du tore plus faible pour la partie proche du tube et une inclinaison du tore. La déformation du tore s'explique par une vitesse plus élevée dans le canal entre la sphère et la paroi.

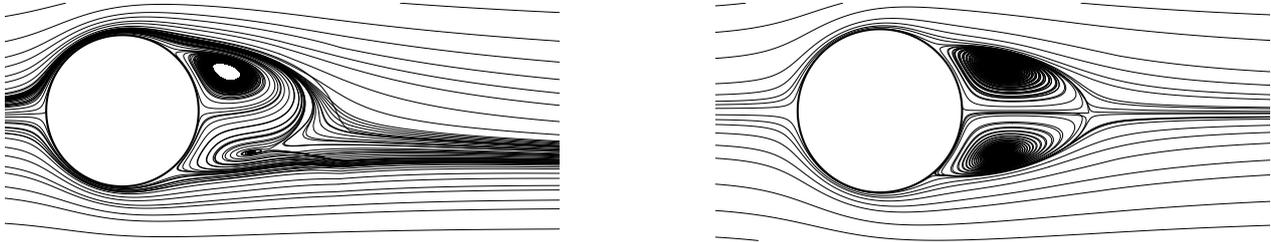


FIGURE 3 – Représentation des lignes de courant dans le plan  $y = 0$  (à gauche) et  $z = 0$  (à droite) pour  $L/d = 1.20$  et  $Re = 100$ .

La forme du vortex dépend du nombre de Reynolds et de la distance de la sphère à la paroi. Lorsque la sphère est proche de l'axe, la dissymétrie de la géométrie est faible et donc celle du tore également. Par contre pour une distance faible à la paroi, la dissymétrie est prononcée et le vortex aval perd sa forme de tore pour une forme en fer à cheval.

### 3.2 Coefficient de traînée

Le coefficient de traînée permet de caractériser les forces longitudinales (suivant  $0x$ ) exercées sur la sphère. Il sera comparé à celui de la sphère dans un champ infini mais aussi à celui de la sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane.

La figure 4(a) montre clairement que le confinement de la sphère dans le tube augmente le coefficient de traînée. Il garde le même comportement par rapport au nombre de Reynolds avec une décroissance en puissance. La décroissance est plus faible dans le cas du tube. Cette tendance est identique pour toutes les distances étudiées (fig. 4(b)). L'augmentation du coefficient de traînée avec le confinement de la sphère est justifiée par l'ajout d'un effet visqueux dû à la présence d'une paroi proche. Ce phénomène est identique à celui de la sphère en translation le long d'une paroi plane pour une faible distance décrit par Zeng et al. [7].

La figure 4(c) montre une faible influence de la distance sur le coefficient de traînée avec une diminution du coefficient pour une augmentation de la distance. Sa variation est faible (de l'ordre de 12%).

### 3.3 Coefficient de portance

Lorsque la sphère se situe hors de l'axe du tube, on observe une portance dirigée vers l'axe qui éloigne la sphère de la paroi du tube. Elle est due à une dissymétrie de la répartition du champ d'écoulement autour de la sphère. Ces forces sont caractérisées par le coefficient de portance. Comme pour le coefficient de traînée, le coefficient de portance sera comparé à celui d'une sphère en translation uniforme le long d'une paroi plane.

La figure 5(a) montre l'évolution du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds pour  $L/d = 1.00$ . Cette évolution se décompose en deux parties : une décroissance du coefficient jusqu'au nombre de Reynolds correspondant au minimum ( $Re_m = 110$ ) puis une croissance. La variation est similaire à celle observée pour la sphère en translation proche d'une paroi plane (fig. 5(a)) décrit par Takemura & Magnaudet [8] et Zeng et al. [7] avec, dans notre cas, un coefficient plus élevé. Ce

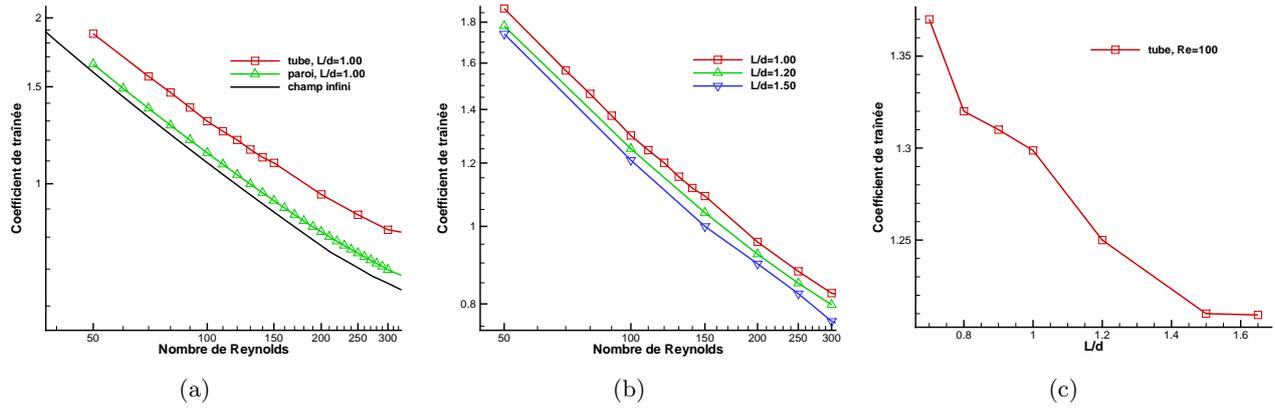


FIGURE 4 – Coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds (a) (b) et en fonction de la distance  $L/d$  pour  $Re = 100$  (c).

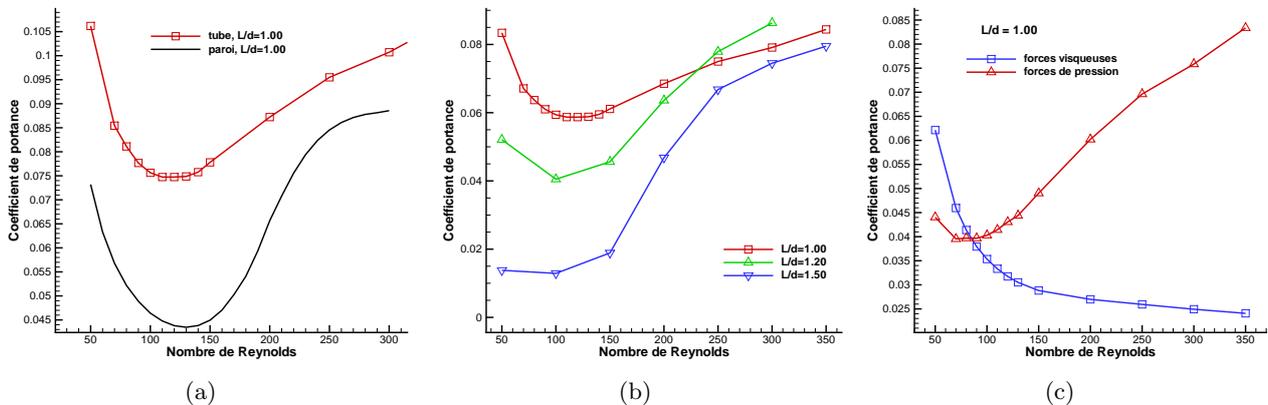


FIGURE 5 – Coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds pour une distance  $L/d = 1.00$  (a), pour trois distances différentes (b) et contribution visqueuse et de pression pour  $L/d = 1.00$  (c)

comportement est identique pour les distances  $L/d$  étudiées (fig. 5(b)) avec le nombre de Reynolds du minimum décroissant avec l'augmentation de la distance.

La décomposition des contributions visqueuse et non-visqueuse du coefficient (fig. 5(c)) montre une décroissance des forces visqueuses suivant le nombre de Reynolds et une variation décroissance/croissance des forces de pression. La contribution visqueuse est dominante jusqu'à  $Re = 90$ . La contribution visqueuse est responsable de la décroissance et celle de la pression de la croissance.

## 4 Trajectoire d'une sphère libre en chute libre

L'étude de la chute libre d'une sphère dans un tube a été faite pour un rapport de diamètres de  $D/d = 5$  et un rapport de masses volumiques de  $\beta = 2$ . L'axe du tube et l'accélération gravitationnelle sont suivant l'axe  $Oz$ . La sphère a une position initiale hors de l'axe ( $L/d = 1$ ). Cette distance est suivant l'axe  $Oy$ . Cette étude n'autorise que les trois translations au mouvement libre de la sphère et interdit toutes les rotations.

Les premières simulations ont montré une trajectoire tendant vers l'axe du tube pour les sphères hors de l'axe. Ainsi la sphère subit la répulsion engendrée par l'interaction entre son sillage et la paroi. Puis les trajectoires se distinguent fortement suivant le nombre de Galilée. Pour le nombre de Galilée  $Ga = 50$ , la sphère ne dépasse pas l'axe du tube et se dirige lentement vers une position d'équilibre sur l'axe. Pour  $Ga = 150$ , la sphère dépasse l'axe du tube et tend vers une position hors de l'axe. Pour  $Ga > 150$ , la trajectoire est en zig-zag. La position moyenne de cette trajectoire ne correspond pas à l'axe du tube. La trajectoire pour  $Ga = 170$  est clairement décalée par rapport à l'axe et les oscillations s'atténuent. Pour les nombres de Galilée étudiés, aucun contact n'a été observé, la sphère

oscille dans le tube sans jamais toucher la paroi.

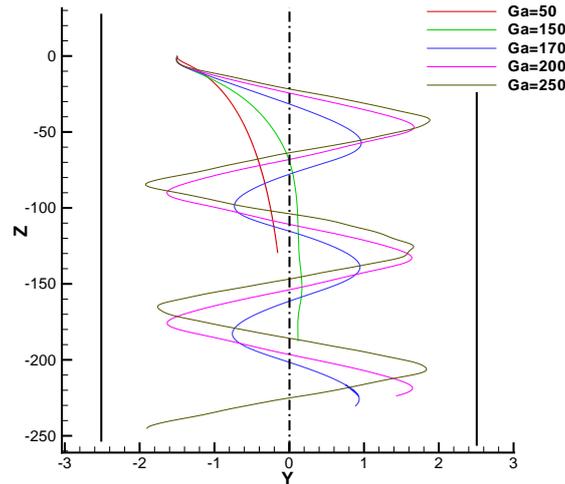


FIGURE 6 – Représentation de la trajectoire,  $z$  en fonction de  $y$ .

## 5 Conclusion

La méthode chimère nous a permis de simuler l'écoulement autour d'une sphère en translation uniforme le long d'un tube rempli d'un fluide au repos. L'influence du confinement du tube sur l'écoulement a été étudié pour différentes distances entre la sphère et le tube et pour différentes vitesses de translation. Il a été montré que la forme de l'écoulement à l'arrière de la sphère est caractérisée par la formation d'un vortex en forme de tore incliné dissymétrique ou en forme de fer à cheval. Cette modification de l'écoulement explique la variation spécifique en décroissance/croissance du coefficient de portance de la sphère suivant la distance  $L/d$ . Ce comportement peut-être comparé à celui d'une sphère en translation le long d'une paroi plane.

Les simulations de chute libre ont montré un comportement similaire avec la chute libre de sphère non confinée. Au régime oblique correspond une chute verticale hors de l'axe, et au régime oblique oscillant une chute en zig-zag.

## Références

- [1] Kotouč M., Bouchet G., and Dušek J. Loss of axisymmetry in the mixed convection, assisting flow past a heated sphere. *Int. J. of Heat and Mass Transfert*, 51, 2686–2700, 2008.
- [2] Jenny M., Dušek J., and Bouchet G. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a newtonian fluid. *J. Fluid Mech.*, 508, 201–239, 2004.
- [3] Benek J. A., Steger J. L., and Dougherty F. A flexible grid embedding technique with application to the euler equations. *AIAA Paper*, 83-1944, 1983.
- [4] Vos J., Leyland P., Lindberg P., Kemenade V., Gacherieu C., Duquesne N., Lötstedt P., Weber C., and Ytterström A. *NSMB Handbook version 4.0*. 1997.
- [5] Vos J., Rizzi A., Darracq D., and Hirschel E. Navier-Stokes solvers in European aircraft design. *Progress in Aerospace Sciences*, 38, 601–697, 2002.
- [6] Bouchet G., Mebarek M., and Dušek J. Hydrodynamics forces acting on a rigid fixed sphere in early transitional regimes. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 25, 321–336, 2006.
- [7] Zeng L., Balachandar S., and Fischer P. Wall-induced forces on a rigid sphere at finite Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 536, 1–25, 2005.
- [8] Takumura F. and Magnaudet J. The transverse force on clean and contaminated bubbles rising near a vertical wall at moderate Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 495, 235–253, 2003.