

# Etude expérimentale de l'écoulement de Couette-Taylor avec modulation de fréquence

M. C. GASSA FEUGAING, O. CRUMEYROLLE & I. MUTABAZI

LOMC, FRE 3102, CNRS-Université du Havre, B.P. 540, 76058 Le Havre Cedex

## Résumé :

Nous avons revisité l'étude de l'écoulement de Couette-Taylor avec modulation de fréquence de rotation du cylindre intérieur  $\Omega(t) = \Omega_0 [1 + \varepsilon \cos(2\pi ft)]$ . On observe un effet de déstabilisation induit par la modulation. Pour de grandes amplitudes de modulation, cet effet de déstabilisation est indépendant de la fréquence de modulation. A partir de l'analyse spectrale, nous montrons qu'il y a synchronisation entre la fréquence des motifs dans l'écoulement et la fréquence de modulation. Le nombre d'onde axial du motif diminue à la fois avec l'augmentation du nombre de Taylor et de la fréquence de modulation.

## Abstract:

We experimentally characterize the parametric excitation of the Couette-Taylor system with a stationary outer cylinder and sinusoidally modulated rotating inner cylinder  $\Omega(t) = \Omega_0 [1 + \varepsilon \cos(2\pi ft)]$ . In the range of high modulation amplitude the destabilisation effect induced by the modulation is independent of the modulation frequency. From the spectral analysis of the space-time diagrams we show that the pattern frequency does not depend on the Taylor number. It is determined by the modulation frequency. The vortex size increases either with increasing values of the Taylor number or increasing values of the modulation frequency.

**Mots clefs:** Couette-Taylor ; modulation ; instabilités ; non-linéarité.

## 1 Introduction

L'excitation paramétrique dans des systèmes hydrodynamiques fait l'objet de plusieurs études [4], à cause de l'occurrence d'écoulements modulés dans la nature et dans les applications technologiques telles que l'alternance du réchauffement et du refroidissement des atmosphères planétaires, la stabilité du flux périodique sanguin dans l'aorte [12] ou la formation des gouttelettes à partir d'un jet forcé. Les expériences pionnières de Donnelly [5] ont suscité de nombreuses études théoriques [9,10,11], numériques [1,2,8] et expérimentales [14]. Ces travaux montrent que la modulation déstabilise l'écoulement mais révèlent un désaccord sur le fait qu'une faible fréquence de modulation produise un grand ou un petit effet déstabilisant. Dans le but de résoudre ce désaccord, Barenghi [2] a employé la théorie de Floquet pour examiner la transition de l'écoulement azimutal vers les vortex de Taylor axisymétriques et un code spectral pour étudier le développement non-linéaire de ces vortex. Les résultats numériques montrent que les rouleaux modulés dans le temps présentent une réponse subharmonique. Barenghi & Jones [1] à partir du modèle d'amplitude développé par Hall [9,10] ont montré que la présence des imperfections expérimentales peut substantiellement modifier la dynamique en dessous d'une fréquence critique. Toutefois, peu d'études expérimentales se sont intéressées à l'effet de la modulation temporelle aux états supérieurs. Nous décrivons les différents motifs observés en fonction des paramètres de contrôle et déduisons leurs propriétés spatiale et temporelle. Nous apportons des données quantitatives permettant une meilleure compréhension de l'effet déstabilisant de la modulation.

## 2 Matériels et méthodes

Un schéma du dispositif expérimental utilisé est présenté en figure 1. La cellule de Couette horizontale se compose d'une paire de cylindres coaxiaux qui peuvent tourner indépendamment. Le cylindre intérieur de rayon  $a = 44.60$  mm est en aluminium anodisé noir et le cylindre extérieur est en verre transparent pour faciliter la visualisation. La largeur de l'entrefer entre les deux cylindres contenant le liquide étudié est  $d = 6.20$  mm sur une longueur utile  $L = 601$  mm. Les paramètres géométriques adimensionnels du système sont le gap  $\delta = d/a = 0.139$ , le rapport des rayons  $\eta = 1/(1+\delta) = 0.878$  et le rapport d'aspect  $\Gamma = L/d = 97$ . Nous employons une solution aqueuse avec 30% de glycérol, de viscosité cinématique  $\nu = 0.020 \pm 0.001$  cm<sup>2</sup>/s à 25°C, la température ambiante fixée et contrôlée par un système d'air conditionné. Les fluctuations de température n'excèdent pas  $\pm 1^\circ\text{C}$  au cours d'une manipulation. Le cylindre extérieur est fixe et l'écoulement est généré par la mise en rotation du cylindre intérieur avec une vitesse de rotation sinusoïdalement modulée dans le temps autour d'une valeur moyenne non nulle de la forme  $\Omega(t) = \Omega_0 [1 + \varepsilon \cos(2\pi f t)]$ .  $\Omega_0$  est la vitesse de rotation constante,  $f$  est la fréquence de la modulation et  $\varepsilon = \Delta\Omega/\Omega_0$  est l'amplitude relative de modulation où  $\Delta\Omega$  représente l'amplitude de la modulation. L'écoulement dans le système peut être décrit par trois paramètres physiques adimensionnés : le nombre de Taylor  $Ta = (\Omega_0 a d / \nu)(\delta)^{1/2}$ , la fréquence de modulation  $\sigma = 2\pi f d^2 / \nu$  définit en privilégiant le temps de diffusion visqueuse, et l'amplitude relative de modulation  $\varepsilon$ . La rotation du cylindre intérieur à la vitesse  $\Omega(t)$  se fait dans une direction fixée grâce à un servomoteur piloté automatiquement par un code sur un ordinateur de contrôle. Aussi le cylindre intérieur ne peut faire marche arrière sur une période, et dans le cas où l'amplitude relative de modulation  $\varepsilon$  dépasse l'unité, la modulation est écrêtée et le cylindre intérieur effectue des phases successives de rotation et d'arrêt.

L'écoulement estensemencé de 2% de kalliroscope en suspension. Une caméra CCD de 1390x1040 pixels enregistre la visualisation d'une coupe axiale de l'écoulement obtenue sur toute la longueur de la cellule, sous éclairage au xénon et avec une résolution spatiale de 2.2 pixels/mm. Des images de 1380x260 pixels sont capturées à raison de 25 images par seconde. A l'aide du programme d'extraction décrit en détail dans [3], une étude spectrale des motifs est faite.

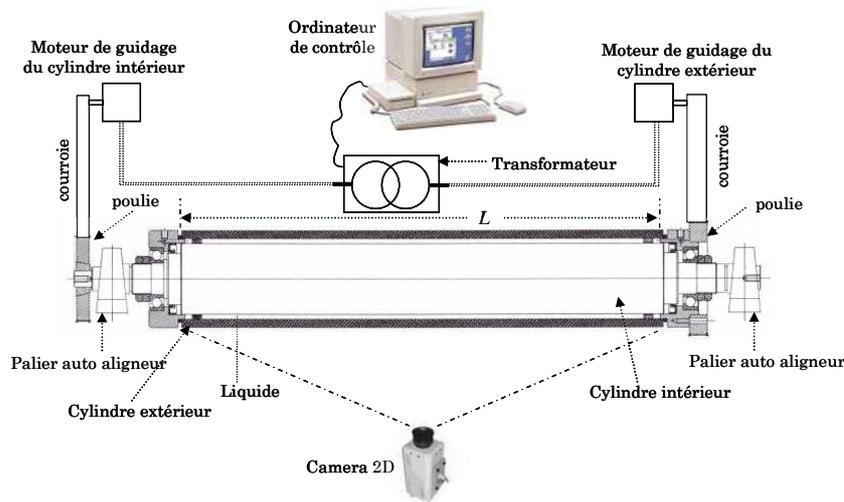


FIG. 1 - Schéma du dispositif expérimental.

## 3 Protocole expérimental

Nous caractérisons expérimentalement l'excitation paramétrique de l'écoulement de Couette. Le nombre de Taylor au seuil de la première instabilité dans la configuration sans modulation est bien connu analytiquement [7], y compris sa dépendance avec le gap  $\delta$  et le rapport des rayons  $\eta$ . Dans cette optique, au départ de chaque manipulation, nous validons tout d'abord le seuil de la première instabilité de l'écoulement non modulé. L'écoulement modulé a été étudié pour des valeurs de l'amplitude relative de

modulation  $\varepsilon$  comprises entre 0.10 et 15. Les valeurs de  $\sigma$  varient de 4 à 192, bien au-delà des valeurs expérimentales et numériques disponibles dans la littérature [1,8,14].

## 4 Résultats

### 4.1 Régime des hautes fréquences : $\sigma \geq 16.98$

Dans le régime de hautes fréquences, la nature et l'ordre d'apparition des instabilités sont les mêmes pour toutes les valeurs de l'amplitude relative de modulation balayées. Nous illustrons à l'aide des diagrammes spatio-temporels de la figure 2, la dynamique de l'écoulement à la fréquence de modulation  $\sigma = 25.18$ . La première instabilité (FIG. 2a) se manifeste par des rouleaux de Taylor stationnaires et axisymétriques (TVF). Ils apparaissent sur chaque période et ne déclinent pas d'une période à une autre. Lorsqu'on augmente le nombre de Taylor, la seconde instabilité (FIG. 2b), se produit sous la forme de rouleaux de Taylor oscillant (WVF) dans l'écoulement modulé. En augmentant toujours le nombre de Taylor, on bifurque vers un écoulement de rouleaux de Taylor ondulés et modulés avec dislocation (MWVF + D). Au seuil et juste au-dessus, les dislocations apparaissent à la même position et à intervalles de temps réguliers (FIG. 2c). En augmentant le nombre de Taylor, elles perdent leur périodicité spatiale et temporelle (FIG. 2d) et apparaissent en majorité dans la partie centrale du système. Pour des nombres de Taylor encore plus élevés, les dislocations disparaissent totalement pour laisser apparaître des MWVF sujets à une forte oscillation et dont la taille des rouleaux est non-stationnaires (FIG. 2e). Le détail de ce motif en figure 2f révèle la présence de structures de plus petites échelles encastrées à l'intérieur des principales.

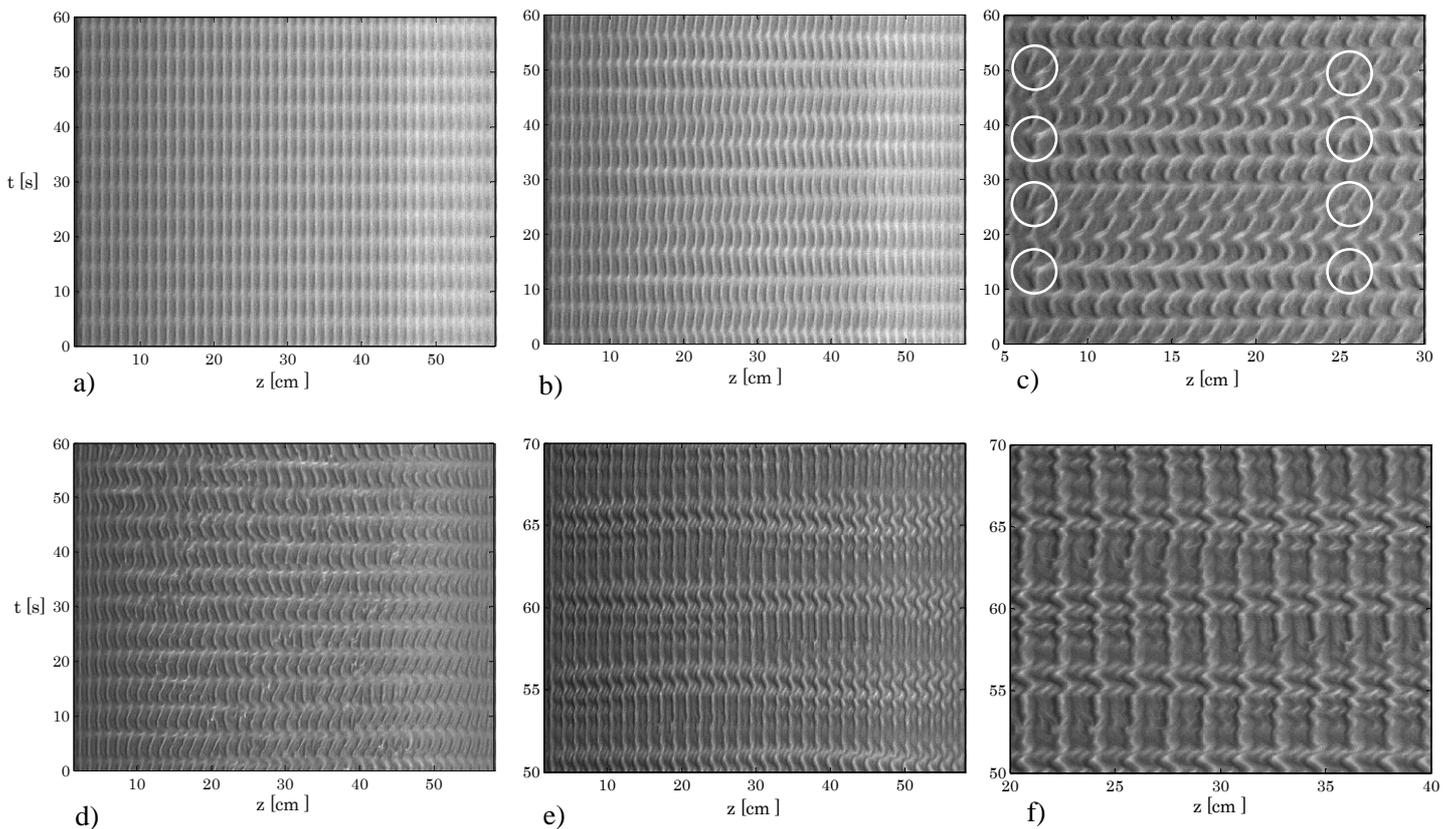


FIG. 2 - Diagrammes spatio-temporels des motifs à  $\sigma = 25.48$ . a) TVF :  $\varepsilon = 0.97$  ;  $Ta_c = 40.95$ . b) WVF :  $\varepsilon = 0.81$  ;  $Ta_c = 48.93$ . c) MWVF + Dislocations périodiques :  $\varepsilon = 0.74$  ;  $Ta_c = 54.06$  ; les défauts ont été encadré. d) MWVF + Dislocations aperiodiques :  $\varepsilon = 0.58$  ;  $Ta_c = 68.32$ . e) MWVF :  $\varepsilon = 0.35$  ;  $Ta_c = 113.98$ . f) détail du motif précédent.

## 4.2 Régime des basses fréquences : $\sigma \in \{4.25 ; 8.49\}$

Pour les basses fréquences de modulation, l'écoulement de base modulé bifurque vers un écoulement secondaire de rouleaux de Taylor avec dislocations (TVF + D). Sur toute la longueur du gap, le motif apparaît sur une période, au maximum d'amplitude  $Ta_{\max} = Ta_c (1 + \varepsilon)$  puis décline peu à peu jusqu'à disparaître entièrement entre deux périodes consécutives. Ce comportement se manifeste sur les diagrammes spatio-temporels par la coexistence des zones occupées par le motif séparées par des zones laminaires. Donnelly [6] a observé de telles structures dans ses expériences à faible fréquence. Il les appela « vortex transitoires ». Nous illustrons cette dynamique à la fréquence de modulation  $\sigma = 4.25$  sur les figures 3a et 3b qui correspondent respectivement aux diagrammes spatio-temporels du motif au seuil pour une faible amplitude relative de modulation  $\varepsilon = 0.83$  et pour une forte amplitude relative de modulation  $\varepsilon = 5.02$ . Ces rouleaux non axisymétriques deviennent plus énergétiques lorsque le nombre de Taylor augmente au-delà du seuil (FIG. 3c). La nature et l'ordre des instabilités suivantes dépendent à la fois de la fréquence de modulation et de la valeur de l'amplitude de modulation.

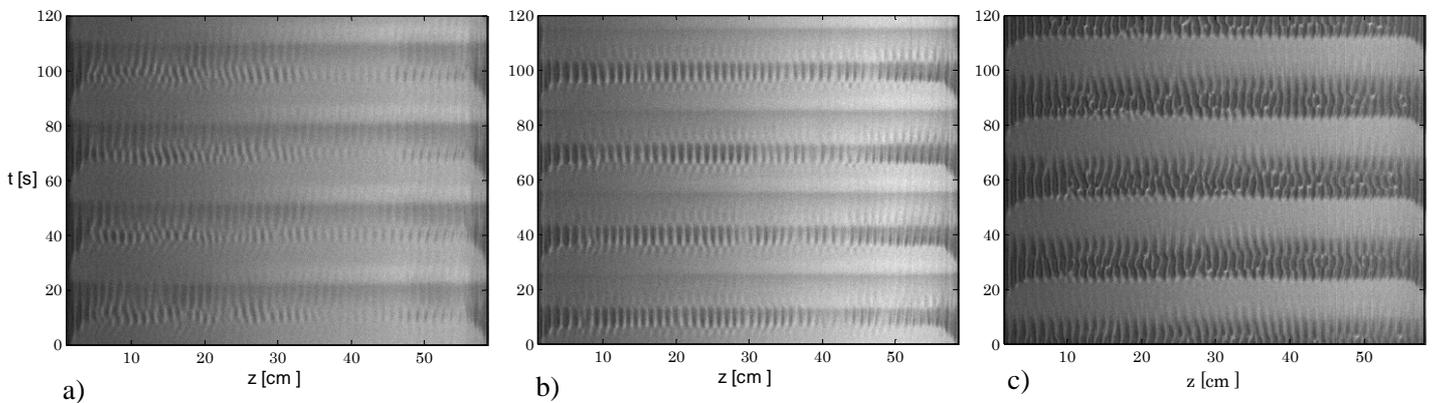


FIG. 3 - Diagrammes Spatio-temporels des (TVF + D) à  $\sigma = 4.25$ . a) au seuil :  $\varepsilon = 0.83$  ;  $Ta_c = 34.11$ ; b) au seuil :  $\varepsilon = 5.02$ ,  $Ta_c = 11.35$ . c) Au-delà du seuil :  $\varepsilon = 0.62$  ;  $Ta = 45.51$ .

## 4.3 Effets de la modulation dans le système de Couette – Taylor

Le seuil de l'écoulement sans modulation a été validé. Le nombre de Taylor critique correspondant à l'apparition des rouleaux de Taylor (TVF) stationnaires et axisymétriques est  $Ta_c (\varepsilon = 0) = 44.37$  et le nombre axial critique calculé est  $q_c = 3.12$ .

La modulation de fréquence diminue le seuil d'apparition de la première instabilité. La figure 4 présente l'évolution du nombre de Taylor critique  $Ta_c (\varepsilon, \sigma)$  en fonction de la fréquence de modulation.  $Ta_c (\varepsilon, \sigma)$  diminue avec l'augmentation de  $\varepsilon$  [8, 11] mais augmente avec la fréquence de modulation jusqu'à une valeur plateau [9]. La déstabilisation induit par la modulation est mesurée par le paramètre  $\Delta(\varepsilon, \sigma) = [Ta_c (\varepsilon, \sigma) - Ta_c (\varepsilon = 0)] / Ta_c (\varepsilon = 0) < 0$ . La figure 5 montre l'évolution de  $\Delta(\varepsilon, \sigma)$  en fonction de l'amplitude relative de modulation pour différentes valeurs de la fréquence de modulation.  $\Delta(\varepsilon, \sigma)$  diminue puis stagne pour de grandes valeurs de la fréquence de modulation. Nous constatons que pour des valeurs de  $\sigma > 60$ , la déstabilisation ne dépend que de l'amplitude relative de modulation. Nous apportons ainsi une confirmation expérimentale aux résultats et prédictions numériques de Ganske *et al.* [8].

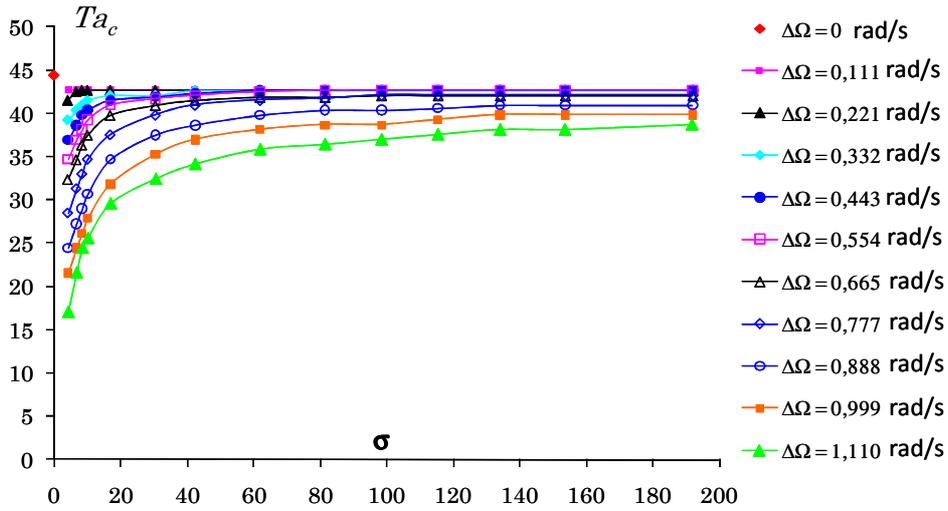


FIG. 4 - Variation du nombre de Taylor critique en fonction de la fréquence de modulation, pour différentes valeurs de l'amplitude de la modulation.

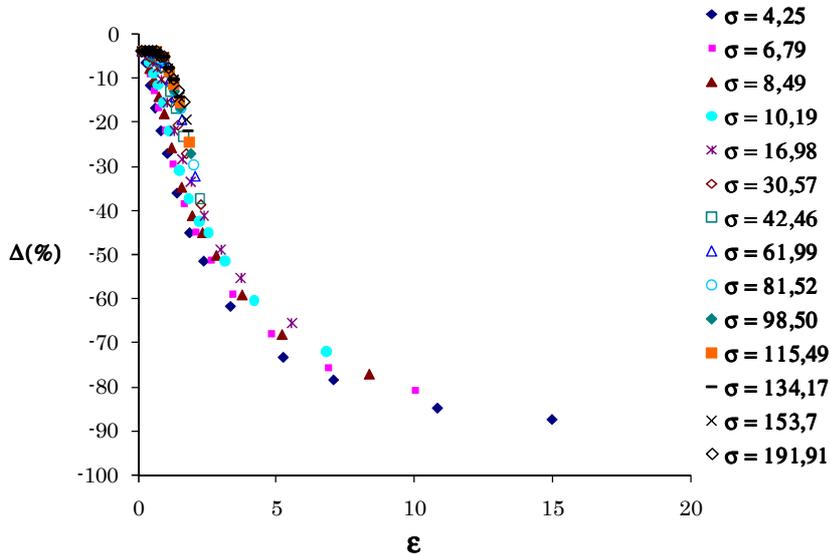


FIG. 5 - Paramètre de déstabilisation  $\Delta(\epsilon, \sigma)$  en fonction de l'amplitude relative de modulation  $\epsilon$  pour différentes valeurs de la fréquence de modulation  $\sigma$ .

#### 4.4 Caractéristiques des motifs

De l'analyse spectrale, il ressort que la fréquence des motifs ne dépend ni du nombre de Taylor, ni de l'amplitude de la modulation ; elle est synchronisée à la fréquence de modulation. La figure 6a mesure la valeur du rapport de la fréquence du motif  $\sigma_p$  et de la fréquence de modulation  $\sigma$  en fonction du nombre de Taylor pour la valeur de l'amplitude de la modulation  $\Delta\Omega = 1.110$  rad/s. La figure 6b représente la variation du nombre d'onde axial  $q$  en fonction du nombre de Taylor à  $\Delta\Omega = 1.110$  rad/s. On constate que le nombre d'onde axial du motif diminue à la fois avec l'augmentation du nombre de Taylor et l'augmentation de la fréquence de modulation.

### 5 Conclusion

Nous avons mené une étude systématique de la réponse à un forçage périodique dans le temps de l'écoulement de Couette-Taylor d'une solution aqueuse avec 30% de glycérol. La visualisation de l'écoulement a permis d'identifier deux régimes d'écoulement suivant la fréquence de modulation. Aux faibles fréquences de modulation  $\sigma \in \{4.25 ; 8.49\}$ , la nature de l'instabilité primaire est différente de celle

observée aux grandes fréquences de modulation. Nos expériences montrent que pour de grandes valeurs de l'amplitude de modulation, l'effet de déstabilisation induit par la modulation ne dépend plus de la fréquence de modulation ; le nombre de Taylor critique croît de façon monotone et atteint une valeur plateau. L'étude spectrale révèle une synchronisation entre la fréquence des motifs et la fréquence de modulation. La taille des rouleaux augmente à la fois avec l'augmentation du nombre de Taylor et de la fréquence de modulation.

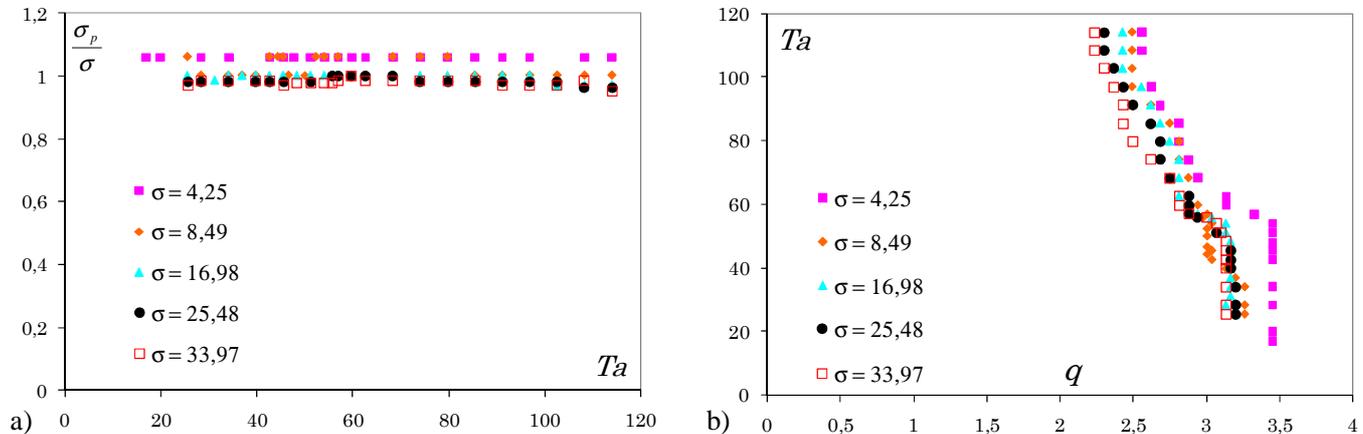


FIG. 6 - A l'amplitude de la modulation  $\Delta\Omega = 1.110$  rad/s et pour  $\sigma = 4.25, 8.49, 16.98, 25.48, 33.97$ . a) Fréquence des motifs en fonction du nombre de Taylor. b) Nombre d'onde axial.

## Références

- [1] C.F. Barenghi & C.A. Jones, Modulated Taylor-Couette flow. *J. Fluid. Mech.* **208**, 127-160 (1989).
- [2] C. F. Barenghi, Computations of transitions and Taylor vortices in temporally modulated Taylor-Couette flow, *Journal Of Computational Physics*, **95**, 175-194 (1991).
- [3] O. Crumeyrolle, Etude expérimentale des liquides viscoélastiques dans le système de Couette-Taylor, thèse de doctorat de l'université du havre 2002.
- [4] S. H. Davis, The stability of time-periodic flows, *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **8**, 57-74 (1976).
- [5] R. J. Donnelly, F. Reif & H. Suhl, Enhancement of hydrodynamic stability by modulation, *Phys. Rev. Lett.*, **9**, 363-365 (1962).
- [6] R.J. Donnelly, Experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinder. III. Enhancement of stability by modulation, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **281**, 130-139 (1964).
- [7] P.G. Drazin & W.H. Reid, Hydrodynamic stability (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1981).
- [8] A. Ganske, T. Gebhardt & S. Grossmann, Taylor-Couette flow with modulated inner cylinder velocity, *Phys. Lett. A*, **192**, 75-78 (1994).
- [9] P. Hall, The stability of unsteady cylinder flows, *J. Fluid. Mech.*, **67**(1), 29-63 (1975).
- [10] P. Hall, On the nonlinear stability of slowly varying time-dependent viscous flows, *J. Fluid. Mech.*, **126**, 357-368 (1983).
- [11] P.J. Riley & R. L. Laurence, linear stability of modulated circular Couette flow, *J. Fluid. Mech.*, **75**(4), 625-646 (1976).
- [12] R. Skalak, N. Özkaya & T. Skalak, Biofluid Mechanics, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **21**, 167 (1989).
- [13] T. J. Walsh, W. T. Wagner & R. J. Donnelly, Stability of modulated flow, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2543-2546 (1987).
- [14] T.J. Walsh & R.J. Donnelly, Stability of modulated Couette flow, *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2543-2546 (1988a).