

Bilans énergétiques à chaque échelle prenant en considération le mouvement cohérent

F. THIESSET^a, L. DANAILA^a, R.A. ANTONIA^b

a. Coria, Université de Rouen, 76540 St Etienne du Rouvray, France

a. Department of Mechanical Engineering, University of Newcastle, Australia

Résumé :

Les écoulements cisailés sont réputés pour présenter un mouvement organisé interagissant avec un fond turbulent. Dans cette étude, nous affinons l'approche de Reynolds et Hussain [1] en proposant des bilans énergétiques à chaque échelle pour le mouvement aléatoire et pour le mouvement cohérent. La forme générale ainsi que la formulation isotrope des bilans à chaque échelle sont développées. Une attention particulière est ensuite portée à la dynamique du transfert d'énergie induit par la présence des structures cohérentes dans le sillage d'un cylindre.

Abstract :

Most of shear flows are reputed to reveal an organized motion interacting with purely random fluctuations. In this study, we refine the approach of Reynolds and Hussain [1] in deriving scale-by-scale budgets for both organized and random fields. General and isotropic formulations of the scale-by-scale budgets are developed. We then particularly focus on the dynamics of the kinetic energy transfer induced by the presence of the organized motion in a turbulent wake.

Mots clefs : Bilan à chaque échelle ; mouvement organisé ; sillage de cylindre

1 Introduction

Depuis les travaux de Townsend, il est maintenant largement admis qu'un mouvement organisé persiste dans de nombreux écoulements cisailés (jet, sillage, couche de cisaillement,...). De nombreuses études ont ainsi été dédiées à l'extraction du mouvement cohérent dans l'idée de décrire ses propriétés statistiques et dynamiques. Ces études montrent que l'influence des structures cohérentes demeure sur de longues distances en aval de l'injection d'énergie [2],[3].

Les travaux de Reynolds et Hussain [1] en 1972 incluent la première démarche analytique ayant pour but de décrire les écoulements présentant des structures cohérentes. Ils développent ainsi les équations dynamiques et les bilans énergétiques en un point du mouvement organisé et aléatoire. Ces équations s'appuient sur l'opération de moyenne de phase qui permet d'étudier la dynamique des statistiques de la vitesse, une étape avant la moyenne temporelle.

Cependant, un minimum de deux points différents - avec l'un se déplaçant relativement à l'autre - sont nécessaires pour définir une échelle. Le large spectre d'échelle caractérisant un écoulement turbulent peut ainsi être caractérisé. Pour cette raison, les statistiques en deux points furent initialement considérées par Taylor [4], Karman Howarth [5], Kolmogorov [6] ou Yaglom [7] et bien d'autres depuis. Ces derniers postulent que pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, il existe une échelle au-dessous de laquelle l'influence des plus grandes structures disparaît, l'isotropie locale et l'universalité sont alors respectées. Pour cette raison, le mouvement organisé n'était généralement pas pris en compte.

Or, pour la plupart des écoulements, le nombre de Reynolds turbulent n'est pas suffisamment grand pour qu'une telle supposition soit avérée. Les plus grandes et les plus petites échelles cohabitent alors dans une gamme d'échelles commune. La contribution énergétique du mouvement cohérent doit être

ainsi dissociée du reste du champ fluctuant. Cette étude s'inscrit dans cette démarche et a pour but d'affiner l'approche de Reynolds et Hussain en proposant les bilans énergétiques à chaque échelle prenant en considération le mouvement cohérent. Nous nous intéressons à la forme générale ainsi qu'à la formulation localement isotrope des équations. Ces bilans mettent en lumière une nouvelle variable, les fonctions de structure sont ainsi des fonctions de la phase ϕ du mouvement cohérent, ainsi que de la séparation r entre les deux points.

De telles fonctions de structure sont ensuite calculées dans le cas particulier de l'axe du sillage d'un cylindre, à partir de mesures au fil chaud. Cet écoulement fut choisi car il porte une identité cohérente forte, persistant sur de longues distances en aval de l'obstacle [2],[3]. L'influence des structures cohérentes sur la dynamique de l'énergie cinétique totale et du transfert énergétique à une échelle r est ainsi mis en évidence.

2 Forme générale des bilans énergétiques à chaque échelle

Le point de départ des bilans énergétiques à chaque échelle est constitué par les équations dynamiques du mouvement cohérent et aléatoire construites par Reynolds et Hussain [1]. Ces derniers auteurs utilisent la décomposition triple du champ fluctuant, pour laquelle toute quantité statistique β est décrite comme $\beta = \bar{\beta} + \beta + \beta'$, où $\bar{[.]}$, $[.]$ et $[.]'$ dénotent respectivement la partie moyenne (ici, temporelle), cohérente et aléatoire. Puis à partir des équations de Navier-Stokes et des propriétés de la moyenne de phase, Reynolds et Hussain [1] obtiennent les deux équations suivantes (Eqs. (2.6) et (2.8), p. 265) :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\langle u'_i u'_j \rangle - \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \tilde{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i u'_j - \langle u'_i u'_j \rangle) = -\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j}. \quad (2)$$

Les Eqs. (1) et (2) correspondent aux équations dynamiques du mouvement organisé et aléatoire respectivement, où $\langle . \rangle$ désigne la moyenne de phase.

Pour obtenir les bilans énergétiques, nous suivons ensuite la même procédure que Danaila et al [9]. Les relations (1) et (2) sont écrites en un point \vec{x} et en un point $\vec{x}^+ = \vec{x} + \vec{r}$ (le point central \vec{X} est défini par $\vec{X} = \frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{x}^+)$ [8]) puis soustraites afin d'obtenir les équations dynamiques des incréments du mouvement cohérent $\Delta \tilde{u}_i = \tilde{u}_i^+ - \tilde{u}_i$ et aléatoire $\Delta u'_i = u'_i{}^+ - u'_i$. Les points \vec{x} et $\vec{x} + \vec{r}$ sont alors considérés indépendants de la même manière que Hill [8], ou Danaila *et al* [9]. On multiplie ensuite les équations dynamiques des incréments par $2\Delta \tilde{u}_i$ et $2\Delta u'_i$ respectivement. Puis, en appliquant une moyenne de phase suivie d'une moyenne temporelle, et sachant que :

$$\langle \Delta u'_j \Delta u'_i \rangle = \langle \Delta u_i \Delta u_j \rangle - \Delta \tilde{u}_i \Delta \tilde{u}_j \quad (3)$$

$$\overline{\langle \Delta u_j \Delta q^2 \rangle} = \overline{\Delta \tilde{u}_j \Delta \tilde{q}^2} + \overline{\Delta \tilde{u}_j \langle \Delta q'^2 \rangle} + \overline{\langle \Delta u'_j \Delta q'^2 \rangle} + 2\Delta \tilde{u}_i \overline{\langle \Delta u'_j \Delta u'_i \rangle}, \quad (4)$$

on aboutit après quelques efforts à :

$$\begin{aligned} & \overline{\frac{\partial}{\partial t} \Delta \tilde{q}^2} + \bar{U}_j \frac{\partial \overline{\Delta \tilde{q}^2}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j^+} \right) \left[\overline{(\tilde{u}_j + \tilde{u}_j^+) \Delta \tilde{q}^2} + 2 \overline{\langle (u'_j + u'_j^+) \Delta u'_i \rangle \Delta \tilde{u}_i} \right] \\ & + 2\overline{\Delta \tilde{u}_i \Delta \tilde{u}_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \overline{\langle (u'_j + u'_j^+) \Delta u'_i \rangle} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j^+} \right) \Delta \tilde{u}_i + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i^+} \right) \overline{\Delta \tilde{u}_i \Delta \bar{p}} \\ & + \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\Delta \tilde{u}_j \Delta \tilde{q}^2} + 2\Delta \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\langle \Delta u'_i \Delta u'_j \rangle} \\ & \nu \left[- \left(2 \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X_j^2} \right) \overline{\Delta \tilde{q}^2} - 4 \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_i^+}{\partial x_j^+} \frac{\partial \tilde{u}_j^+}{\partial x_i^+} \right) \right] + 2(\tilde{\epsilon} + \tilde{\epsilon}^+) = 0. \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \overline{\frac{\partial}{\partial t} \Delta q^2} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{\Delta q^2}}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j^+} \right) \left[\overline{(u'_j + u_j^+) \Delta q^2} + \overline{(\tilde{u}_j + \tilde{u}_j^+) \langle \Delta q^2 \rangle} \right] \\
& + 2 \overline{\Delta u'_i \Delta u'_j} \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \overline{\langle (u'_j + u_j^+) \Delta u'_i \rangle} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j^+} \right) \Delta \tilde{u}_i + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i^+} \right) \overline{\Delta u'_i \Delta p'} \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial r_j} \left(\overline{\langle \Delta u_j \Delta q^2 \rangle} - \overline{\Delta \tilde{u}_j \Delta \tilde{q}^2} \right) - 2 \Delta \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial r_j} \overline{\langle \Delta u'_i \Delta u'_j \rangle} \\
& \nu \left[- \left(2 \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X_j^2} \right) \overline{\Delta q^2} - 4 \left(\frac{\partial \overline{u'_i} \partial \overline{u'_j}}{\partial x_j \partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i^+} \partial \overline{u_j^+}}{\partial x_j^+ \partial x_i^+} \right) \right] + 2(\epsilon' + \epsilon'^+) = 0, \quad (6)
\end{aligned}$$

où $\overline{\Delta \tilde{q}^2} = \overline{\Delta \tilde{u}_i \Delta \tilde{u}_i}$ et $\overline{\Delta q^2} = \overline{\Delta u'_i \Delta u'_i}$ (un double indice indique la sommation) est l'énergie cinétique totale des échelles plus petites que r (avec $r = \|\vec{r}\|$) du mouvement cohérent et aléatoire respectivement. ϵ correspond à la dissipation moyenne de l'énergie cinétique turbulente.

Les équations (5) et (6) sont les formes générales des bilans énergétiques du mouvement organisé et aléatoire respectivement. Ces deux équations peuvent être formellement réécrites de la manière suivante :

$$\mathcal{A}_{cm} + \mathcal{D}_{cc} + \mathcal{D}_{rc}^1 + \mathcal{P}_{cm} - \mathcal{P}_{rc} + \mathcal{D}_{cp} + \mathcal{T}_c + \mathcal{F}_c + \mathcal{V}_c + 2(\tilde{\epsilon} + \tilde{\epsilon}^+) = 0 \quad (7)$$

$$\mathcal{A}_{rm} + \mathcal{D}_{rr} + \mathcal{D}_{rc}^2 + \mathcal{P}_{rm} + \mathcal{P}_{rc} + \mathcal{D}_{rp} + \mathcal{T} - \mathcal{T}_c - \mathcal{F}_c + \mathcal{V}_r + 2(\epsilon' + \epsilon'^+) = 0 \quad (8)$$

où \mathcal{A} , \mathcal{D} , \mathcal{P} , \mathcal{T} , \mathcal{F} et \mathcal{V} dénotent les termes d'advection, diffusion, production, transfert, forçage et visqueux respectivement. Les indices m , c et r correspondent au mouvement moyen, cohérent et aléatoire. De ces deux équations apparaissent les constats suivants :

(i) Aux grandes échelles (*i.e.* $r \rightarrow \infty$), les relations (5) et (6) tendent vers les bilans en un point développés par Reynolds et Hussain (Eqs. (3.2b) et (3.2c), p.266 de [1]). La contribution des termes à grandes échelles des bilans en deux points peut donc être évaluée à partir des bilans en un point.

(ii) Dans les relations (5) et (6) apparaît un terme supplémentaire \mathcal{F}_c , baptisé du nom de 'forçage'. Ce terme survient dès lors que l'on prend en considération le mouvement cohérent. Sa contribution énergétique apparaît majoritairement aux échelles intermédiaires puisque par définition il tend vers zéro lorsque $r \rightarrow \infty$.

(iii) Le terme de production de fluctuations aléatoires par le mouvement cohérent \mathcal{P}_{rc} , le terme de transfert cohérent \mathcal{T}_c et le terme de forçage \mathcal{F}_c se retrouvent dans les deux équations. Seul leur signe change d'une équation à l'autre. Ceci montre que ce qui constitue une perte énergétique pour le mouvement organisé, correspond à un gain énergétique pour la partie aléatoire.

3 Formulation localement isotrope

Les équations (5) et (6) dépendent du vecteur \vec{r} . A partir d'une DNS, tous les termes de ces équations sont directement accessibles sans autre hypothèse. En revanche, une exploration par le biais d'expérimentations nécessite quelques simplifications. Une des voies les plus simples est de considérer l'isotropie du champ fluctuant de la même manière que Taylor [4], Karman & Howarth [5], Kolmogorov [6], Yaglom [7], Danaila *et al* [9]. Ce type d'écoulement pourrait être expérimentalement obtenu dans une turbulence de grille présentant des structures cohérentes issues de la propagation d'ondes sphériques (On peut imaginer par exemple une source ponctuelle de vibration évoluant dans un écoulement isotrope). Numériquement, cet écoulement fait suite à un forçage isotrope à un nombre d'onde donné, comme dans l'étude de Gotoh *et al* [10] par exemple.

En considérant l'invariance des statistiques par rotation, les opérateurs de divergence et Laplacien s'expriment alors en coordonnées sphériques, *i.e.* :

$$\frac{\partial}{\partial r_j} = \frac{2}{r} + \frac{\partial}{\partial r}, \quad \frac{\partial^2}{\partial r_j^2} = \left(\frac{2}{r} + \frac{\partial}{\partial r} \right) \frac{\partial}{\partial r} \quad (9)$$

où r est le module de \vec{r} . En multipliant Eqs. (5) et (6) par r^2 en intégrant vis à vis de r puis en divisant par r^2 on obtient :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left(\mathcal{A}_{cm} + \mathcal{D}_{cc} + \mathcal{D}_{rc}^1 + \mathcal{P}_{cm} - \mathcal{P}_{rc} + \mathcal{D}_{cp} \right) ds \\ & + \overline{\Delta \tilde{u}_{\parallel} \Delta \tilde{q}^2} + \frac{2}{r^2} \int_0^r \overline{\Delta \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial s} s^2 \langle \Delta u'_{\parallel} \Delta u'_i \rangle} ds - 2\nu \frac{\partial}{\partial r} \overline{\Delta q^2} + \frac{4}{3} \tilde{\epsilon} r = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \int_0^r s^2 \left(\mathcal{A}_{rm} + \mathcal{D}_{rr} + \mathcal{D}_{rc}^2 + \mathcal{P}_{rm} + \mathcal{P}_{rc} + \mathcal{D}_{rp} \right) ds \\ & + \overline{\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle} - \overline{\Delta \tilde{u}_{\parallel} \Delta \tilde{q}^2} - \frac{2}{r^2} \int_0^r \overline{\Delta \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial s} s^2 \langle \Delta u'_{\parallel} \Delta u'_i \rangle} ds - 2\nu \frac{\partial}{\partial r} \overline{\Delta q^2} + \frac{4}{3} \epsilon' r = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

où s est une variable muette et l'indice \parallel désigne la composante de vitesse parallèle à la direction de l'écoulement moyen. Les relations (10) et (11) sont les formulations isotropes des bilans à chaque échelle du mouvement ordonné et aléatoire respectivement. Tous les termes de ces deux dernières relations ne dépendent que de r , le module de \vec{r} . La forme de ces bilans est relativement similaire aux équations de Yaglom[7] à la différence près que le terme de forçage dû à la présence d'un mouvement organisé est pris en compte. Au regard de l'Eq. (11), le transfert effectif de la partie aléatoire est le transfert total $\overline{\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle}$, auquel est soustrait le transfert cohérent $\overline{\Delta \tilde{u}_{\parallel} \Delta \tilde{q}^2}$ et le forçage induit par la partie ordonnée $\frac{2}{r^2} \int_0^r \overline{\Delta \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial s} s^2 \langle \Delta u'_{\parallel} \Delta u'_i \rangle} ds$. Du fait que ce dernier terme est fonction de r , il représente donc les interactions non locales entre la partie cohérente et tout le reste du champ fluctuant, à toute échelle. Il est donc *a priori* d'une importance capitale, car il explicite analytiquement la transition progressive d'un écoulement présentant des structures cohérentes vers un écoulement pleinement développé.

4 Dynamique du transfert d'énergie dans le sillage d'un cylindre

De la même manière que Reynolds et Hussain[1], l'opération de moyenne de phase permet d'étudier la dynamique des statistiques (cohérentes et aléatoires) une étape avant la moyenne temporelle. Dans notre cas, cette opération est appliquée aux fonctions de structure de la vitesse. Ainsi, à la différence des statistiques en deux points classiques, nous incorporons une nouvelle variable : la phase ϕ associée aux structures cohérentes. Les fonctions de structure sont ainsi fonction de la séparation r et de la phase ϕ .

Cette section a pour but de présenter de telles fonctions de structure. Nous tournons ainsi notre attention sur l'écoulement particulier du sillage d'un cylindre. Cet écoulement est réputé pour présenter une identité cohérente forte persistant sur de longues distances en aval de l'obstacle (Cimbala *et al* [2], Bisset *et al* [3]). Les mesures au fil chaud (3 composantes de vorticité) ont été r alis es à l'Université de Newcastle (Australie), dans le sillage d'un cylindre circulaire de diamètre $d = 12.7mm$, à une position spatiale de $40d$ derrière le cylindre. La vitesse amont U_0 est de $3m.s^{-1}$ correspondant à un nombre de Reynolds de 2540. Pour plus de précisions sur le dispositif expérimental, le lecteur peut se référer à [11].

Pour calculer les moyennes de phase, la composante transversale v est filtr e à une fréquence centr e sur la fréquence du lâcher tourbillonnaire. La transform e de Hilbert $h(t)$ du signal filtré $v_f(t)$ est ensuite calcul e, et la phase extraite par la relation $\phi(t) = \arctan\left(\frac{h(t)}{v_f(t)}\right)$. La phase est ensuite divis e en 32 classes, et les statistiques sont calcul es sur chaque classe pour lesquelles on dispose d'environ 700 temps intégraux.

Sur la Fig. (1(a)) et (1(b)) sont repr sent es les fonctions de structure d'ordre deux d'énergie cinétique totale du mouvement organisé et aléatoire respectivement, en fonction de $r \equiv \vec{r} \cdot \vec{e}_x$ et ϕ . On remarque sur la Fig. (1(a)) une périodicité de période π , propre au mouvement cohérent. Lorsque la cohérence est particulièrement forte, la périodicité se retrouve également sur r avec une période égale à la distance entre deux vortex de même signe L_v (non montré). La fonction de structure du mouvement aléatoire

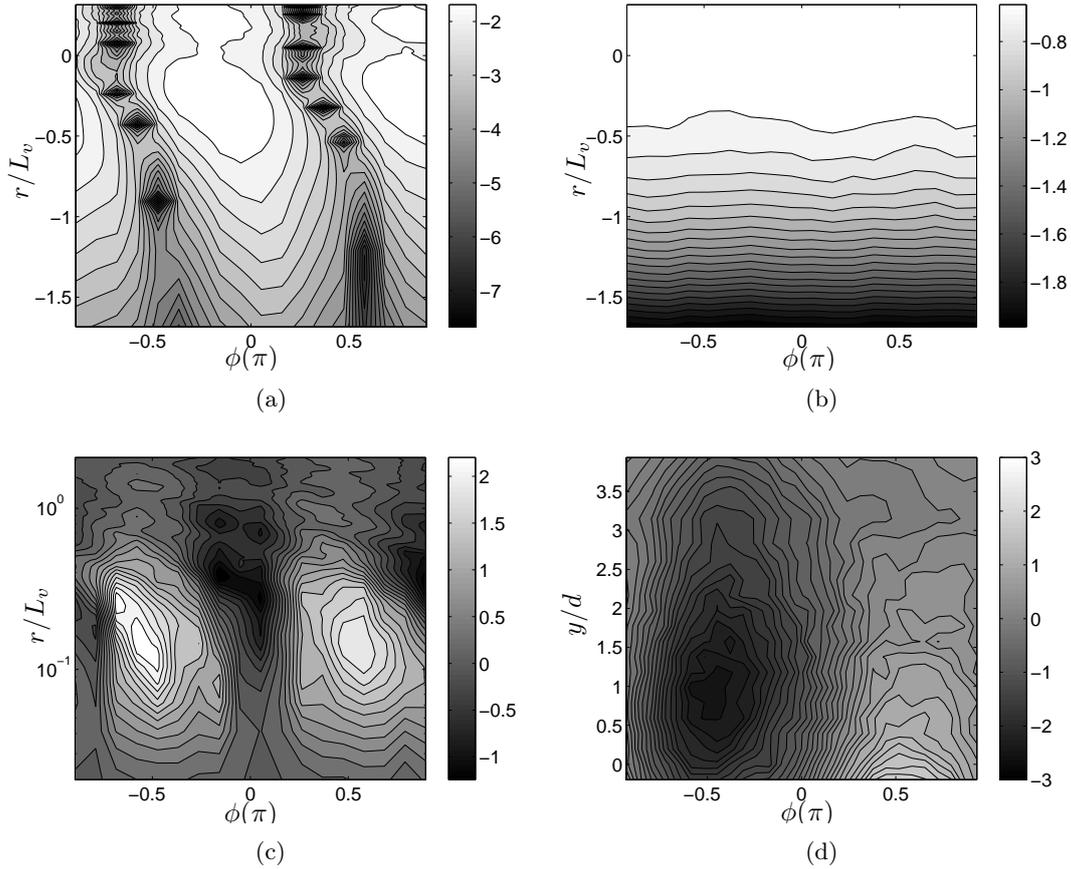


FIGURE 1 – (a) $\log_{10} (\Delta \tilde{q}^2)$ en fonction de r et ϕ sur la ligne centrale du sillage, l'axe r est normalisé par $L_v = 4.2d$ la distance entre deux vortex consécutifs. (b) $\log_{10} (\langle \Delta q'^2 \rangle)$ en fonction de r et ϕ sur la ligne centrale du sillage. (c) Terme de transfert $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle / \epsilon' r$ en fonction de r, ϕ sur la ligne centrale du sillage. (d) Composante cohérente de vorticité $\tilde{\omega}_z$ normalisée par d/U_0 dans le plan (ϕ, y) .

(Fig. (1(b))) est quant à elle quasi indépendante de la phase ϕ . L'énergie cinétique du mouvement aléatoire est donc beaucoup moins affectée par la dynamique du mouvement cohérent.

La Fig. (1(c)) représente le moment croisé $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle$ normalisé par ϵr . De même, ce terme révèle une périodicité de période π . Deux maxima se distinguent ($-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle / \epsilon r \approx 2.1$), en $\phi = \pm \frac{\pi}{2} \pm k\pi$. Une portion négative s'observe également en $\phi = 0 \pm k\pi, r/L_v = 0.3$.

La Fig(1(d)) représente le champ de vorticité cohérent $\tilde{\omega}_z$ avec z parallèle à l'axe du cylindre dans le plan (ϕ, y) où y est la direction transversale au cylindre. On remarque que le centre du vortex de l'allée de Bénard Von Kármán est localisé en $(\phi = -\frac{\pi}{2} \pm k\pi, y = 1d)$, et son conjoint de signe opposé en $(\phi = \frac{\pi}{2} \pm k\pi, y = -1d)$ (non visible sur la figure). Ainsi, le champ de vorticité nous montre que la périodicité observée sur $\Delta \tilde{q}^2$ et $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle$ est la même que celle des structures cohérentes. De plus, les deux maxima de $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle$ précédemment mis en évidence, coïncident avec le centre des tourbillons de Bénard Von Kármán.

Pour résumer, la présence du mouvement organisé induit une dynamique particulière sur l'énergie et le transfert énergétique à une échelle r . Jusqu'alors le mouvement cohérent n'était pas dissocié dans les considérations analytiques et le terme $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle$ était alors considéré comme le terme de transfert. Ces résultats montrent que ce terme est très fortement influencé par la dynamique des structures cohérentes et atteint des valeurs extrêmes supérieures à $\frac{4}{3}\epsilon r$ au centre des tourbillons, ainsi que des

valeurs négatives entre deux tourbillons de signe opposé. Sans la présence d'un mouvement ordonné, le terme de transfert est toujours en deçà de $\frac{4}{3}\epsilon r$ prédit par la théorie de Yaglom [7][9].

Ceci montre donc que la dissociation de la contribution énergétique du mouvement organisé et aléatoire dans les bilans à chaque échelle est tout à fait nécessaire. Lorsque la périodicité du mouvement cohérent est connue (jet, sillage, couche de cisaillement) pour laquelle l'opération de moyenne de phase est possible, les considérations analytiques développées dans cette étude pourront s'appliquer. En revanche, en absence d'une périodicité forte (couche limite), d'autres types de moyennes devront être employés (moyenne glissante, par exemple).

5 Conclusion

Les bilans énergétiques à chaque échelle prenant en considération le mouvement cohérent sont développés dans cette étude. La forme générale ainsi que la forme localement isotrope sont dispensées. Ces équations mettent en évidence un terme supplémentaire dit de forçage associé au mouvement cohérent. Sous leur forme générale, les bilans en deux points tendent vers le bilan énergétique en un point de Reynolds et Hussain[1] lorsque la séparation tend vers l'infini. La formulation isotrope montre que le transfert énergétique effectif de la partie aléatoire du champ fluctuant est constitué du transfert total (cohérent + aléatoire) auquel est soustrait le transfert du mouvement cohérent et le terme de forçage.

De la même manière que Reynolds et Hussain, cette démarche analytique permet de décrire la dynamique des statistiques de la vitesse une étape avant la moyenne temporelle. A la différence près que la moyenne de phase est dans notre cas appliquée aux statistiques en deux points. La dynamique des fonctions de structure d'ordre deux et trois est ainsi observée sur la ligne centrale d'un sillage de cylindre. Les résultats montrent que l'énergie à une échelle r , subit une dynamique propre associée à celle des structures cohérentes. En particulier, $-\langle \Delta u_{\parallel} \Delta q^2 \rangle$ considéré comme le transfert énergétique dans un contexte isotrope, révèle un maximum au centre des vortex qui peut atteindre des valeurs supérieures à $\frac{4}{3}\epsilon r$.

Références

- [1] Reynolds W.C., Hussain, A.K.M.F. 1972 The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Part 3. Theoretical models and comparisons with experiments *J. Fluid Mech.* **54** 263-288
- [2] Cimbalá, J.M., Nagib, H. M., Roshko, A. 1988 Large structure in the far wakes of two-dimensional bluff bodies *J. Fluid Mech.* **190** 265-298
- [3] Bisset, D.K., Antonia, R.A., Browne, L.W.B. 1990 Spatial organization of large structures in the turbulent far wake of a cylinder *J. Fluid Mech.* **218** 439-461
- [4] Taylor, G.I. 1935 Statistical Theory of Turbulence *Proc. Roy. Soc. London* **151** 421-444
- [5] Kármán, T. Howarth, L. 1938 On the Statistical Theory of Isotropic Turbulence *Proc. Roy. Soc. London* **164** 192-215
- [6] Kolmogorov, A.N. 1941 The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers *Proc USSR Ac. Sci.* **30** 299-303 *Translated by Proc. Roy. Soc. London in 1991*
- [7] Yaglom, A.M. 1949 On the local structure of a temperature field in a turbulent flow *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **69** 743
- [8] Hill, R.J. 2001 Equations relating structure functions of all orders *J. Fluid Mech.* **34** 379-388
- [9] Danaila L., Antonia, R.A., Burattini, P. 2004 Progress in studying small-scale turbulence using 'exact' two-point equations *New Journ. Phys.* **6** 128
- [10] Gotoh, T. Fukayama, D., Nakano, T. 2002 Velocity field statistics in homogeneous steady turbulence obtained using a high-resolution direct numerical simulation *Phys. Fluids* **14**
- [11] Zhou, T., Zhou, Y., Yiu, M.W., Chua, L.P. 2003 Three dimensional vorticity in a turbulent cylinder wake *Exp. In Fluids.* **35** 459-471