

Impact des méthodes de résolution du contact sur le comportement mécanique des structures

B. TANG^a, F. CONVERT^b

a. Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), Rond-Point de l'Espace 91023 Evry

b. Université de Nantes - 2, rue de la Houssinière 44322 Nantes

Résumé :

Le contact mécanique présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. Il existe différentes méthodes numériques permettant de gérer le contact entre deux solides ou entre un solide et une surface rigide. La méthode du Lagrangien et la méthode de pénalisation sont fréquemment utilisées et sont implémentées dans les codes de calcul comme, par exemple, respectivement Abaqus et Nastran. Elles doivent être utilisées avec précaution car les paramètres de calcul liés à chacune de ces approches peuvent avoir une influence directe sur les résultats. Une analyse comparative entre ces deux méthodes, basée sur un cas d'étude industriel, montre en effet des écarts au niveau local. Les paramètres influents mis en jeu sont ainsi expliqués dans cette étude.

Mots clés : contact, méthodes, Lagrangien, pénalisation, comparaison

1 Introduction

Le contact mécanique présente les non-linéarités les plus difficiles à prendre en compte. Il existe différentes méthodes de résolution du contact. On présente ici les méthodes du Lagrangien et celle de pénalisation. Et, on les applique sur un cas d'étude industriel pour en retirer les avantages et les inconvénients de chacune des méthodes.

2 Méthodes de résolution du contact

2.1 Méthode du Lagrangien

Pour deux corps Ω_1 et Ω_2 susceptibles d'entrer en contact, la définition d'une surface maître dans la zone de contact de Ω_1 et d'un ensemble de nœuds frontières (appelés nœuds esclaves) dans la zone de contact Ω_2 est nécessaire à l'application de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les contraintes de déplacement sont appliquées aux nœuds esclaves pour les empêcher de pénétrer dans le domaine délimité par la surface maître à l'instant $t+\Delta t$ et à l'instant t . Formulée ainsi, la méthode des multiplicateurs de Lagrange est compatible avec les opérateurs d'intégration explicites. Les équations de mouvement, développées via le principe des travaux virtuels, conduisent au système d'équations différentielles suivant écrit au temps t :

$$M\ddot{U}_t + C\dot{U}_t + KU_t = F_t^{ext} \quad (1)$$

Ces équations augmentées par les contraintes en déplacement agissant sur les nœuds esclaves à l'instant $t+\Delta t$ s'écrivent alors de manière suivant [1] :

$$\begin{cases} M\ddot{U}_t + C\dot{U}_t + KU_t + G_{t+\Delta t}^T \lambda_t = F_t^{ext} \\ G_{t+\Delta t} X_{t+\Delta t} \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Où M , C and K sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système, $U_t, \dot{U}_t, \ddot{U}_t$ sont respectivement les vecteurs de déplacements, vitesses et accélérations nodaux. F_t^{ext} est le vecteur des forces extérieures nodales. λ_t est le vecteur des forces normales et tangentielles au contact. $G_{t+\Delta t}$ est la matrice de contrainte permettant d'appliquer les conditions de non pénétration et de frottement au niveau du contact. $X_{t+\Delta t} = \{X_t + U_{t+\Delta t} - U_t\}$ est le vecteur des coordonnées à $t+\Delta t$.

La matrice des contraintes en déplacement élémentaire $(G_{t+\Delta t})_S$ associée aux nœud esclaves S se construit en exprimant les coordonnées de ce nœud ayant pénétré entre t et t+ Δt en fonction de celles définissant la surface maître.

La résolution du système d'équation s'effectue à partir d'un algorithme itératif de Gauss Seidel évitant d'une part l'assemblage de toutes les matrices élémentaires $(G_{t+\Delta t})_S$ dans la matrice global $G_{t+\Delta t}$ et d'autre part de pouvoir vérifier et corriger les conditions de contact durant les itérations.

A la fin des itérations, c'est-à-dire à t+ Δt , les nœuds esclaves ayant pénétré ont adhéré à la surface maître ; des forces de contacts normales et tangentielles sont alors calculées.

2.2 Méthode de pénalisation

Cette méthode permet de gérer le contact entre un nœud frontière d'un corps et d'une surface.

Une légère pénétration g_t^n du nœud esclave dans la surface maître à l'instant t est autorisée lorsqu'il y a contact.

Il est alors possible de calculer les forces de contact normales (F_t^n) et tangentielles (F_t^t) à l'instant t. Celles-ci sont proportionnelles aux déplacements :

$$\begin{cases} F_t^n = F_{t-\Delta t}^n + k^n g_t^n \\ F_t^t = F_{t-\Delta t}^t + k^t g_t^t \end{cases} \quad (3)$$

Ces forces de contact correspondent aux réactions dues à deux ressorts fictifs introduits entre les entités en contact. k^n et k^t sont les deux coefficients de pénalisation (ou raideur de contact), le premier est suivant la normale et le deuxième suivant la tangentielle à la surface de contact.

Un paramètre de pénalisation élevé permet de satisfaire correctement les conditions de contact. Cependant, un paramètre trop grand conduit à des matrices de rigidité mal conditionnées et de fait à des problèmes numériques. Inversement, un paramètre de pénalisation trop faible conduit à des pénétrations inacceptables d'un point de vue physique. Ainsi, la précision de la solution du problème se trouve fortement affectée. Une raideur couramment utilisé est celle introduite par :

$$k_c = \alpha \frac{A^2 K^c}{V_e} \quad (4)$$

Avec A l'aire de la surface de l'élément en contact, V_e le volume de cet élément, K^c le module de compressibilité et α un facteur d'échelle généralement égal à 0.1.

3 Comparaison des deux méthodes sur un cas d'étude industriel

3.1 Présentation du problème

Il s'agit d'étudier le contact de la Jupe Arrière (JAR) de lanceur de la filière Ariane posée sur la table de lancement lors du transfert du Bâtiment d'Assemblage Final (BAF) à la Zone de Lancement (ZL). Pour éviter tout risque de décollement de la JAR sur ce trajet, l'étude consiste à déterminer le chargement théorique maximal à partir duquel le phénomène de décollement peut se produire.

La JAR est soumise aux efforts dus au vent et aux forces d'inertie d'un booster. Le chargement est représenté par un effort normal (N), un effort tranchant (T) et un moment fléchissant (M) appliqués à l'interface supérieure de la JAR comme le montre la figure ci-dessous :

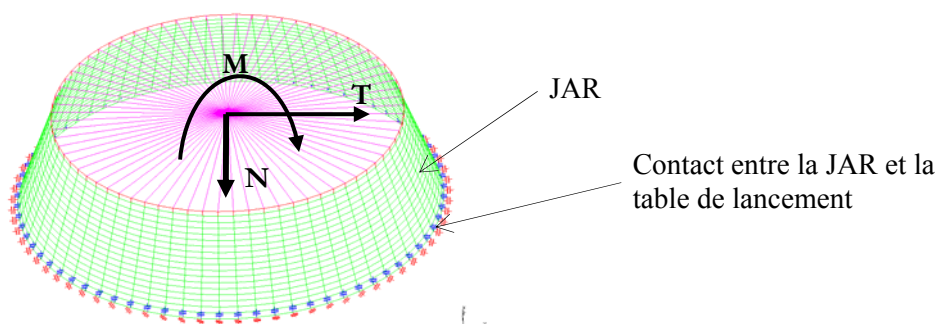


FIG. 1 – Chargement appliqué sur la JAR

On applique d'abord N (le poids) puis $(T+M)$ jusqu'au décollement, de la manière suivante :

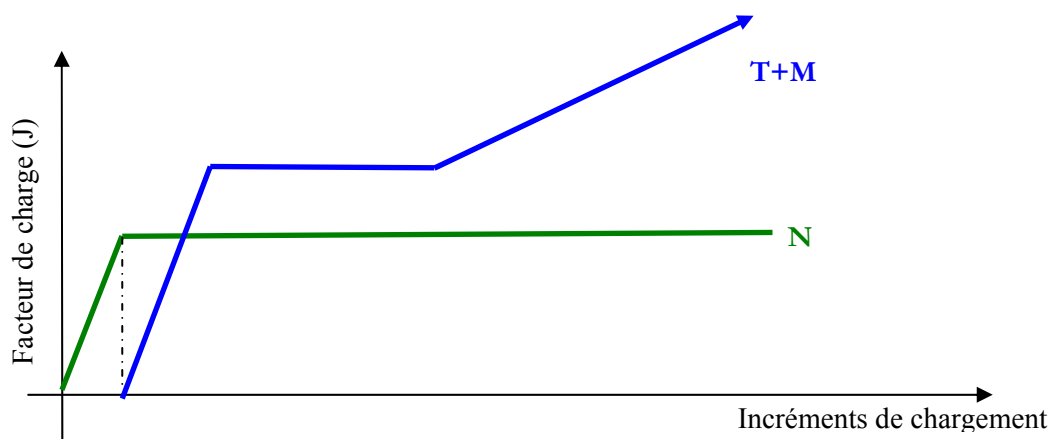


FIG. 2 – Séquence de chargement

Le contact (vertical et radial) entre l'interface inférieure de la JAR et la table de lancement est défini :

- Pour la méthode de pénalisation, par des éléments de contact connectés aux nœuds de l'interface inférieure de la JAR avec une raideur de contact k (coefficient de pénalisation voir §2.2).
- Pour la méthode du Lagrangien, par 2 surfaces maîtres (horizontale et verticale) et par les nœuds esclaves de l'interface inférieure de la JAR (voir §2.1).

Les calculs ont été réalisés avec les codes de calcul Nastran et Abaqus pour ce qui concerne respectivement la méthode de pénalisation et celle du Lagrangien.

3.2 Résultats

Globalement, les deux méthodes donnent le même comportement mécanique sur la JAR en terme de déformée statique et de répartition des contraintes de Von Mises comme le montre la figure ci-dessous :

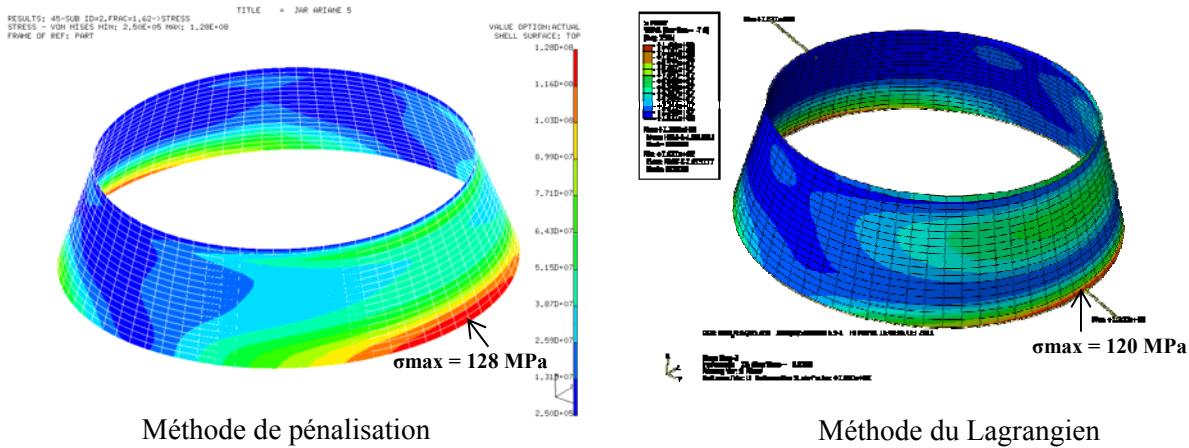


FIG. 3 – Répartition des contraintes de Von Mises

En revanche, localement, à l’interface inférieure de la JAR, là où le contact se produit, pour un même facteur de charge, les deux méthodes donnent des comportements mécaniques différents.

En effet, la méthode de pénalisation indique deux zones de décollement identifiées par $\sigma_N > 0$ (voir figure FIG.4) ce qui n’est pas le cas de la méthode du Lagrangien pour laquelle aucun décollement n’est détecté ($\sigma_N < 0$ pour tout azimut).

On note par ailleurs que les résultats de la méthode de pénalisation sont très sensibles au coefficient de pénalisation (raideur de contact k) comme le montrent les courbes de la figure FIG. 4 pour deux valeurs de k ($k_1 < k_2$). De plus, on observe un pic de sur-contrainte important pour le cas k_1 qui s’atténue avec k_2 . Ainsi, le comportement mécanique au niveau du contact diffère selon la valeur du coefficient de pénalisation. Une étude de sensibilité plus complète montrerait qu’il existe une valeur de k donnant une solution proche de celle du Lagrangien.

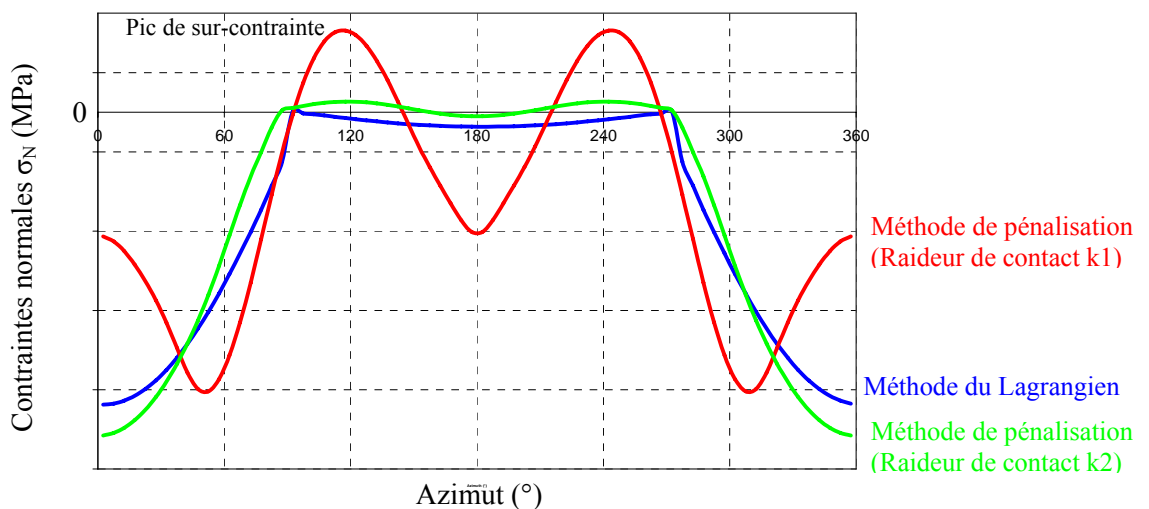


FIG. 4 – Contraintes normales à la base de la JAR en fonction de l’azimut

4 Conclusion

Chaque méthode de résolution du contact possède ses propres paramètres de calcul. Ces derniers peuvent impacter directement les résultats. C'est pourquoi il est important d'utiliser ces méthodes avec précaution. Pour conforter les résultats obtenus, il est toujours nécessaire d'effectuer une étude de sensibilité sur ces paramètres et au besoin, utiliser une autre méthode pour permettre de jauger les résultats.

Par ailleurs, chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients. La méthode de pénalisation est facile à mettre en œuvre dans un code d'éléments finis comme Nastran mais le principal désavantage est le choix des coefficients de pénalisation (raideurs de contact) qui ont une influence directe sur les résultats.

La méthode du Lagrangien qui existe dans les codes éléments finis comme Abaqus, quant à elle, permet de respecter la condition de non pénétration et d'éviter les problèmes liés au choix des coefficients de pénalisation. Par contre, elle est plus difficile à mettre en œuvre puisqu'elle nécessite d'une part l'introduction d'inconnues supplémentaires (multiplicateurs de Lagrange) et d'autre part elle nécessite la définition des surfaces maîtres et des nœuds esclaves.

Références

- [1] L. BAILLET, Du mécanisme au contact - Modélisation par éléments finis. Frottement et usure : la tribologie. Synthèse et applications, Journées Francophones de Tribologie, Senlis, pp.2-26, 2002.
- [2] B. TANG, Etude du risque de décollement de la JAR lors du transfert BAF-ZL, Note interne CNES/DLA, 2009.