

Transport d'un scalaire Passif dans une Turbulence Magnétohydrodynamique

Ghassen REZGUI, Hamed MARZOUGUI, Taieb LILI

Faculté des Sciences de Tunis-Département Physique-Unité de Recherche de Mécanique des Fluides
(FST Campus Universitaire 2092 El Manar Tunis-Tunisie)

Résumé :

La magnétohydrodynamique est la discipline scientifique qui étudie les propriétés des conducteurs fluides et des plasmas lorsqu'ils sont sujets à un champ magnétique. Cette théorie repose simplement sur une vision hydrodynamique des fluides et des plasmas incluant toutefois les forces de Laplace dues à l'action du champ magnétique sur les courants. Quant à l'évolution du champ électromagnétique, elle est bien étendue déterminée par les équations de Maxwell. L'objectif de ce travail consiste à étudier numériquement le transport d'un scalaire passif dans une turbulence MHD. Deux cas de simulation ont été effectués. La première concerne une turbulence MHD évoluant sans gradient de vitesse moyenne. La seconde est relative à une turbulence MHD cisailée. Les résultats numériques obtenus et qui correspondent à un nombre de Reynolds magnétique faible (le phénomène d'induction est négligeable) montrent que la force de Laplace a deux effets importants sur l'écoulement turbulent d'un fluide chargé : un effet énergétique lié à la dissipation de l'énergie cinétique turbulente par effet Joule et un effet structural lié à l'anisotropie de la turbulence. On a aussi remarqué que lorsque la turbulence est sujette à un champ magnétique fort, sa structure s'aligne dans la direction de ce champ.

Abstract:

Magnetohydrodynamics is the scientific discipline that studies the properties of conductive fluid and plasma when subjected to a magnetic field. This theory rests on a vision of hydrodynamic fluid and plasma, including however the Lorentz forces due to the action of magnetic field on the currents. As for the evolution of the electromagnetic field, it is determined by the extent of Maxwell equations. The objective of this work is to study numerically the transport of a passive scalar in a turbulent MHD. Two cases of simulation were performed. The first relates to an evolving MHD turbulence without mean velocity gradient. The second relates to sheared MHD turbulence. The numerical results that correspond to a low magnetic Reynolds number (the phenomenon of induction is negligible) show that the Lorentz force has two important effects on the turbulent flow of a conducting fluid : an effect related to energy dissipation of turbulent kinetic energy by Joule effect and structural effect related to the anisotropy of turbulence. It was also noted that when the turbulence is subject to a strong magnetic field, its structure is aligned in the direction of this field.

Mots clefs : Magneto hydrodynamic, Turbulence, Transport, Passif Scalar

1. Etude d'une turbulence homogène sans gradient de vitesse moyenne

sous l'effet d'un champ magnétique statique

La turbulence étudiée est homogène évoluant sans gradient de vitesse moyenne. Elle est sujet à un champ magnétique statique \vec{B} . Par la présence de ce champ deux directions sont privilégiées : une direction parallèle à \vec{B} et une deuxième qui lui est perpendiculaire. Les deux directions perpendiculaire et parallèle à \vec{B} sont respectivement, caractérisées par les deux vecteurs unitaires $n_{//}$ et n_{\perp} . Notons qu'à faible nombre de Reynolds magnétique ($R_m \ll 1$) la déformation des lignes de champ magnétique par le mouvement moyen est négligeable. Par conséquent le phénomène d'induction est absent et les équations régissant une turbulence MHD évoluant sans gradient de vitesse moyenne se réduisent à :

$$\frac{dk}{dt} = -\varepsilon - \mu_k \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = -C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} - \mu_{\varepsilon}$$

$$\frac{d\overline{u'_{//}{}^2}}{dt} = -\frac{2}{3}\varepsilon - C_1\varepsilon\left[\frac{\overline{u'_{//}{}^2}}{2k} - \frac{1}{3}\right] - \mu_{//}$$

$$\frac{d\overline{u'_{\perp}{}^2}}{dt} = \frac{2}{3}\varepsilon - C_1\varepsilon\left[\frac{\overline{u'_{\perp}{}^2}}{2k} - \frac{1}{3}\right] - \mu_{\perp}$$

Où μ_k , μ_{ε} , $\mu_{//}$ et μ_{\perp} sont les contributions magnétiques sur l'évolution de la turbulence. Dans la présente étude, nous retenons le modèle de Ola et al.[1] pour exprimer ces termes qui s'écrivent comme suit : (k est l'énergie cinétique turbulente, ε est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, γ (ou bien σ) est la conductivité électrique

$$\mu_k = \frac{2\gamma B^2}{\rho} k \alpha \quad \mu_{\varepsilon} = 2C_{\alpha} \frac{\gamma B^2}{\rho} \varepsilon \alpha$$

$$\mu_{//} = \frac{2\sigma B^2}{\rho} \left[\alpha + \frac{27}{20} \alpha^2 (1 - \alpha) \frac{1}{k} \frac{27}{10} \alpha^2 (1 - \alpha) \right] \overline{u'_{//}{}^2}$$

$$\mu_{\perp} = \frac{2\sigma B^2}{\rho} \overline{u'_{\perp}{}^2} \alpha$$

α est le coefficient d'anisotropie dû au champ magnétique. Ce coefficient est donné par l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{d\alpha}{dt} = C_{\alpha 2} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{1}{3} - \alpha \right) - C_{\alpha 1} \frac{2\gamma B^2}{\rho} \alpha^2$$

$$\{C_{\varepsilon 2}, C_{\alpha 2}, C_{\alpha 1}, C_1, C_{\alpha}\} = \{1.92, 0.4, 2, 1.8, 0.6\}$$

1.1 Nombres adimensionnels en turbulence MHD

Nombre de Reynolds magnétique : Le nombre de Reynolds magnétique R_m est le rapport du terme de convection du champ magnétique au terme de diffusion. Les domaines d'applications de la MHD peuvent être distingués selon la valeur de ce nombre adimensionnel

Nombre d'interaction N :

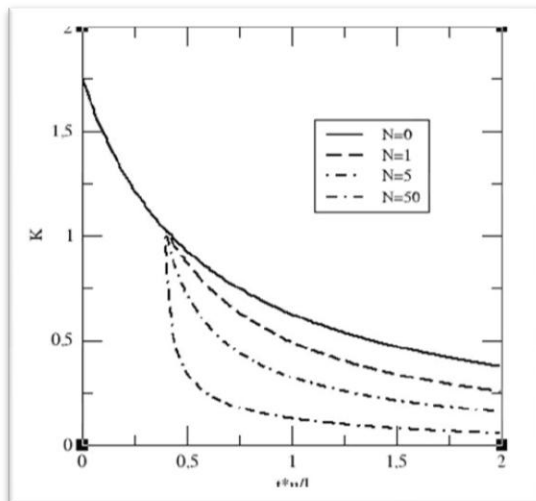
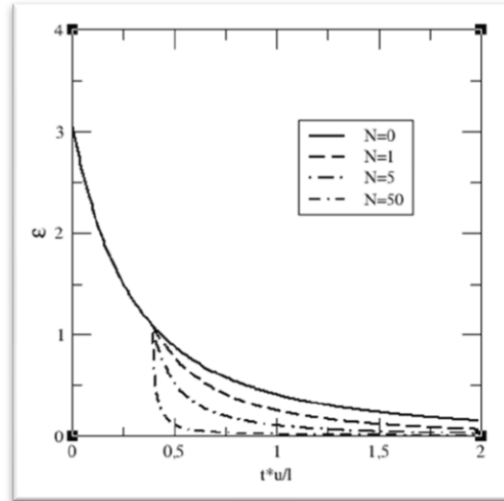
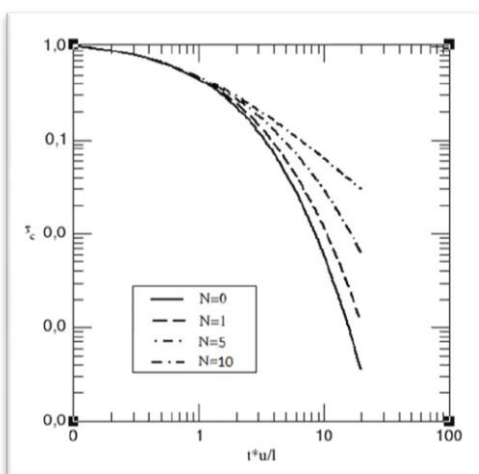
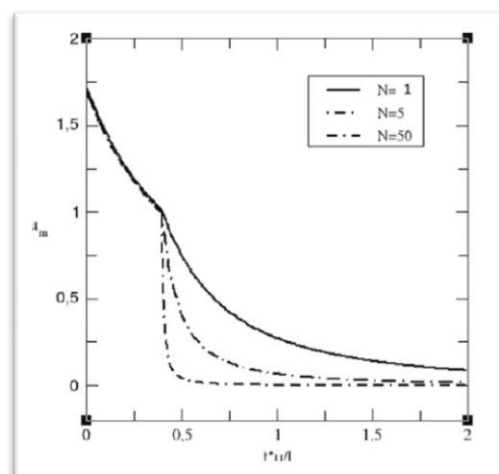
Le nombre d'interaction magnétique N est le rapport des forces électromagnétiques aux forces inertielles. $N = \frac{\gamma L B^2}{\rho U}$, (où γ est la conductivité électrique, L est une longueur caractéristique de l'écoulement, ρ est la masse volumique, B est l'intensité du champ magnétique et U est une vitesse caractéristique) si le nombre d'interaction est faible $N \ll 1$ les effets non linéaires sont dominants et le champ magnétique appliqué a un effet pratiquement faible devant la dynamique de fluide. Dans le cas où $N \gg 1$ la force de Laplace est plus grande que la force inertielle et l'effet du champ magnétique devient significatif.

Nombre magnétique M :

Ce nombre est un rapport de deux échelles caractéristiques de la turbulence MHD, $M = \frac{\tau_s}{\tau_m}$, où τ_s est l'échelle de temps caractéristique de la déformation moyenne et τ_m est l'échelle de temps de Joule. On peut aussi l'interpréter comme étant le rapport entre les forces électromagnétiques et les forces de cisaillement.

1.2 Présentation des résultats et discussion

La résolution numérique du système d'équations est effectuée à l'aide d'une méthode de Runge Kutta d'ordre 4. Quatre cas de simulations, pour les quels le nombre d'interaction $N=0, 1, 5, 50$ ont été envisagés. Rappelons que la turbulence étudiée évolue sans gradient de vitesse moyenne. A l'instant $t=0.4$, la turbulence est soumise à l'action d'un champ magnétique statique.

FIG1-Evolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente K FIG2-Evolution temporelle du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ε FIG3-Evolution temporelle de l'intensité turbulente du scalaire c FIG4- Evolution temporelle de la dissipation magnétique μ_m

Sur la figure 1, nous avons présenté l'évolution dans le temps de l'énergie cinétique turbulente. En absence de source de production due au gradient de la vitesse moyenne et pour des temps $t \ll 0.4$ l'énergie cinétique décroît dans le temps. À partir de l'instant où on applique le champ nous remarquons que le taux de réduction de l'énergie cinétique augmente avec l'augmentation du nombre d'interaction N (ou bien avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique appliqué). Les mêmes remarques sont observées aussi sur la figure 2. Ces résultats rejoignent les résultats expérimentaux qui montrent que la force de Laplace a un caractère dissipatif. Sur la figure 3 est montrée l'évolution dans le temps de l'intensité turbulente du scalaire c. Cette figure montre qu'en absence de source de production l'intensité turbulente σ_c du scalaire c décroît dans le temps avec un taux de décroissance qui dépend du nombre d'interaction N. Ce taux de décroissance diminue si N croît de 0 à 10. Ces observations peuvent être expliquées de la façon suivante : le champ de scalaire passif est contrôlé par le champ turbulent de vitesses via la dissipation ε_c . En présence d'un champ magnétique, le champ turbulent de vitesse s'atténue au fur et à mesure que l'on augmente l'intensité de champ magnétique. Ceci conduit à une diminution du taux de dissipation ε_c et par conséquent le taux de décroissance du scalaire, en absence du terme source, diminue avec l'augmentation du nombre d'interaction N.

2. Transport d'un scalaire passif dans une turbulence MHD

Dans cette section, nous proposons d'étudier le phénomène de transport d'un scalaire passif dans une turbulence MHD homogène associée à des gradients moyens de vitesse et de scalaire passif constants. La configuration étudiée est montrée sur la figure 5 où les gradients de vitesse moyenne et de scalaire passif sont de la forme : $\overline{U_{i,j}} = S \delta_{i1} \delta_{j2}$ et $\overline{C_{i,j}} = \Gamma \delta_{j2}$. S et Γ représentent les taux de cisaillement de la vitesse moyenne et du scalaire passif, et le champ magnétique appliqué est normal au plan de cisaillement.

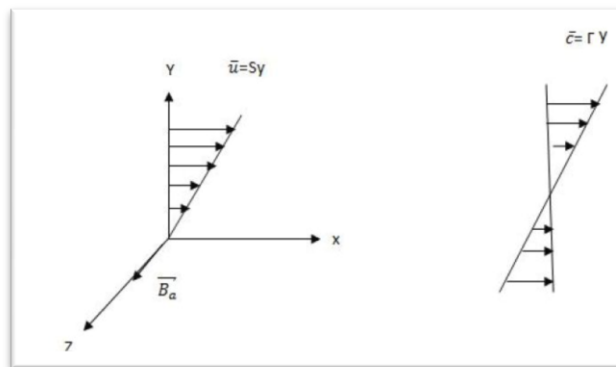


FIG5-Profiles de la vitesse moyenne et du scalaire moyen

Suite au choix de la configuration, la turbulence d'un scalaire passif est décrite par les équations d'évolution des flux turbulents $\overline{c'u'}$, $\overline{c'v'}$ et $\overline{c'w'}$, de la variance du scalaire $\overline{c'^2}$ ainsi que sa dissipation ε_c . Ces équations s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{c'u'}}{dt} &= -2kb_{12}\Gamma - \overline{c'v'}S + \phi_{1c} & \frac{d\overline{c'v'}}{dt} &= -2k[b_{22} + \frac{1}{3}]\Gamma + \phi_{2c} & \frac{d\overline{c'w'}}{dt} &= -\overline{v'w'}\Gamma + \phi_{3c} \\ \frac{d\overline{c'^2}}{dt} &= -2\overline{c'v'}\Gamma - 2\varepsilon_c & \frac{d\varepsilon_c}{dt} &= -2C_{p2}\varepsilon_cb_{12}S - C_{D2}\frac{\varepsilon_c}{k} - C_{p1}\overline{c'v'}\Gamma + \frac{\varepsilon_c}{c'^2} - C_{D1}\frac{\varepsilon_c^2}{c'^2} \end{aligned}$$

ϕ_{1c} , ϕ_{2c} et ϕ_{3c} sont les composantes de la corrélation pression-scalaire.

b_{12} et b_{22} sont les composantes du tenseur d'anisotropie définis par $b_{ij} = \overline{u_i u_j} / k$, où $\overline{u_i u_j}$ est appelé tenseur de Reynolds. S est le taux de cisaillement moyen. Les coefficients C_{p1} , C_{p2} , C_{D1} et C_{D2} sont des coefficients qui permettent de caler le modèle dont les valeurs numériques sont prises d'ordres 1.

Dans ces équations, nous avons retenu le modèle de L.R.R [2] pour exprimer les corrélations pression-scalaire qui s'écrit comme suit :

$$\phi_{ic}^r = 0.8 \overline{u'_k c'} \overline{u_{ik}} - 0.2 \overline{u'_k c'} \overline{u_{k,i}}$$

2.1 Présentation des résultats et discussion

Cette section est consacrée à l'étude de transport d'un scalaire passif dans une turbulence MHD cisillée à faible nombre de Reynolds magnétique. Les simulations numériques effectuées correspondent à des valeurs du nombre magnétique M égales à 0.01, 1, 2 et 10 et une valeur du taux de cisaillement $\frac{Sk}{\varepsilon} = 5$. Sur la figure 6, nous avons tracé l'évolution dans le temps du flux turbulent longitudinal $\overline{u'c'}$. Nous remarquons que pour des valeurs faibles du nombre magnétique M ($M \ll 1$), la quantité turbulente $\overline{u'c'}$ n'est pas affectée par le champ magnétique appliqué. C'est donc l'effet du cisaillement qui l'emporte et la direction de l'écoulement moyen reste encore la direction la plus énergétique. Lorsque le nombre magnétique M devient supérieur à 1, nous observons que $\overline{u'c'}$ subit une réduction forte et croissante avec M . Le même comportement est enregistré aussi pour le flux turbulent $\overline{v'c'}$ (figure 7). Le taux de réduction de ce dernier est plus prononcé que celui pour $\overline{u'c'}$. Sur la figure 8, nous avons présenté l'évolution temporelle du flux turbulent $\overline{w'c'}$. Nous remarquons que si $M \ll 1$, le flux turbulent $\overline{w'c'}$ est pratiquement nul. A partir de $M = 1$, le flux turbulent $\overline{w'c'}$ s'installe dans la direction du champ magnétique et qui devient de plus en plus important avec l'augmentation du nombre magnétique M .

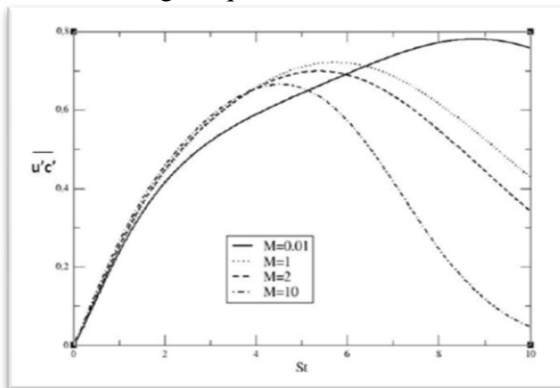


FIG6- Evolution temporelle du flux turbulent de scalaire passif longitudinal. Cas d'une turbulence MHD cisillée

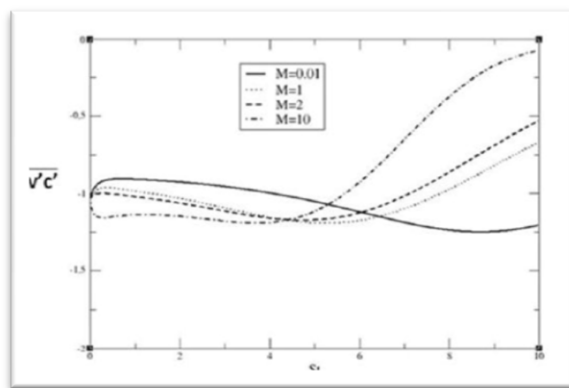


FIG7- Evolution temporelle du flux turbulent de scalaire passif transversal. Cas d'une turbulence MHD cisillée

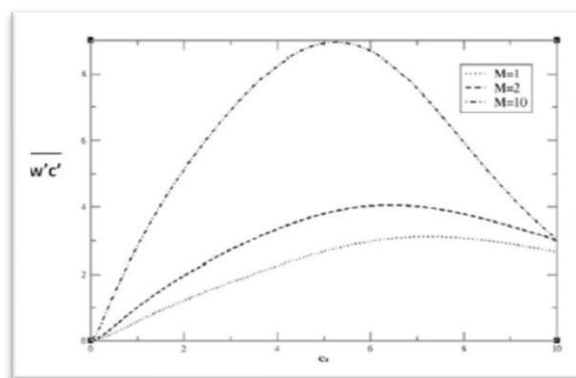


FIG8- Evolution temporelle du flux turbulent de scalaire passif $\overline{w'c'}$. Cas d'une turbulence MHD cisillée

3. Conclusion

Le travail présenté ici a été consacré à l'étude du phénomène de transport d'un scalaire passif dans un écoulement turbulent d'un fluide chargé sujet à un champ magnétique stationnaire. Dans la première section, nous sommes intéressés à la simulation numérique d'une turbulence MHD évoluant sans gradient de vitesse moyenne. Dans cette simulation, nous avons retenu le modèle de Ola et al. pour exprimer la contribution de la force de Laplace sur le mouvement turbulent d'un fluide chargé. Les résultats obtenus dans ce chapitre permettent de conclure que la force de Laplace a deux effets importants à savoir : la dissipation magnétique par effet joule et la modification de l'anisotropie du champ de vitesses. Dans la deuxième section, nous avons étudié le phénomène de transport d'un scalaire passif dans une turbulence MHD associé à des gradients moyens de vitesse et de scalaire passif constants. Les simulations numériques envisagées montrent qu'en absence d'un champ magnétique appliqué, le flux turbulent d'un scalaire passif devient de plus en plus important dans la direction de l'écoulement moyen au fur et à mesure que l'on augmente le taux de cisaillement adimensionnel Sk/ε . En présence d'un champ magnétique appliqué, nous avons distingué deux régimes selon la valeur du nombre magnétique M . En effet :

- Si $M \ll 1$, le flux turbulent est encore concentré dans la direction de l'écoulement moyen.
- Si $M \gg 1$, et pour des valeurs faibles de R_m , les filaments tourbillonnaires s'alignent dans la direction du champ magnétique appliqué et par conséquent le flux d'un scalaire passif devient très intense dans cette direction.

4. References:

- [1] W.OLA, S.ZAHARAI, H.BARK, "Development of a Reynolds Stress Closure for Modeling of Homogeneous MHD Turbulence", Physics of Fluids, vol.10 (1998).
- [2] B.E.LAUNDER, G.J.REECE, W.RODI, "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure", J.Fluid Mech, vol.68, (1975).
- [3] S.C.KASSINOS, B.KANAEPEN, D.CARATI, "The Transport of a Passive Scalar in Magnetohydrodynamic Turbulence Subjected to Mean Shear and Frame Rotation", Physics of Fluids, vol.10, (2007).
- [4] H.MARZOUGUI, H.SAADOULI, H.KHLI., T.LILI, "Numerical Simulation of Compressible Turbulent Flow Using Algebraic Reynolds Stress Model", Applied Physics, vol.35, (2006).
- [5] S.KENJERES, K.HANJALIC, "On The Implementation of Effects of Lorentz Force in Turbulence Closure Models", IJ of Heat and Fluid Flow, vol.21 (2000)
- [6] H.C.JI, R.A.GARDNER, "Numerical Analysis of Turbulent Pipe Flow in a Transverse Magnetic Field", I.J of Heat Mass Transfer, vol.40, (1997).