

Modification d'un écoulement turbulent de von Kármán par un champ magnétique

G. Verhille^a, N. Plihon^b, R. Khalilov^c, J.-F. Pinton^b, P. Frick^c

a. I.R.P.H.E, 49 rue F. Joliot Curie 13384 Marseille Cedex 13.

b. Laboratoire de Physique de l'ENS Lyon, 46 Allée d'Italie 69007 Lyon.

c. Institute of Continuous Media Mechanics, Ural Division, Russian Academy of Sciences, ul. Akademika Koroleva 1, Perm, 614013 Russia.

Résumé :

La saturation de l'instabilité dynamo est liée à la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement qui l'a engendré. Pour comprendre ce phénomène, nous avons étudié l'influence d'un champ magnétique sur un écoulement turbulent de von Kármán. Les mesures que nous avons faites montrent que les échelles turbulentes sont peu affectées par le champ contrairement aux grandes échelles de l'écoulement. On a ainsi observé une transition entre un écoulement hydrodynamique et un écoulement MHD lorsque la vitesse d'Alfvén est comparable aux vitesses caractéristiques de l'écoulement.

Abstract :

The saturation of the dynamo instability is due to the action of the magnetic field on the flow which has generated it. To investigate this phenomenon, we have study the influence of an homogeneous magnetic field on a turbulent von Kármán flow. Our measurements exhibit that at moderate interaction parameter, the turbulent scale is independent of the magnetic field whereas the large scales are strongly changed. By increasing the interaction parameter, a transition between a hydrodynamic regime and a MHD regime appears when the Alfvén speed is of the same order than the typical velocity of the flow.

Mots clefs : Magnétohydrodynamique, turbulence, effet dynamo.

1 Introduction

Les premiers travaux expérimentaux liés la dynamo ont étudié l'effet d'un écoulement turbulent sur un champ magnétique [1, 2]. Dans ces expériences d'induction, le champ magnétique appliqué est suffisamment faible pour ne pas perturber l'écoulement, *i.e.* la force de Laplace est négligeable devant les termes d'inertie dans l'équation de Navier-Stokes ($N = j \times B / \rho(u \cdot \nabla u) = \sigma \ell B^2 / \rho u \ll 1$). Inversement, certains travaux ont étudié la modification des propriétés statistiques de la turbulence par un champ magnétique ($N \gg 1$). La plupart de ces études ont été menées dans des conduites [3] avec des nombres de Reynolds modérés ($Re \sim 10^4$). Elles ont montré que l'effet du champ magnétique pouvait être modélisé par une viscosité anisotrope : les structures dont la vorticité est parallèle au champ ne sont pas affectées par le champ magnétique contrairement à celles dont la vorticité est perpendiculaire au champ magnétique qui sont alors fortement dissipées. L'écoulement devient ainsi quasi 2-D invariant suivant la direction du champ magnétique. Aucun de ces deux régimes ne correspond à celui observé lors de la saturation d'une dynamo. En effet, pour observer un champ dynamo, le nombre de Reynolds magnétique de l'écoulement $Rm = U\ell/\lambda$, où $\lambda = 1/\mu\sigma$ est la diffusivité magnétique du fluide, doit être supérieur à un seuil $Rm_c > 1$. Comme le Prandtl magnétique $Pm = \nu/\lambda$ des métaux liquides est petit ($Pm \gtrsim 10^{-6}$) les écoulements étudiés sont toujours fortement turbulents : $Re \gtrsim 10^6$. De plus, l'état d'équilibre est caractérisé par des paramètres d'interaction d'ordre 1 ($N \sim 1$) et, contrairement aux expériences d'induction, le champ de vitesse et le champ magnétique s'adaptent localement et en permanence l'un à l'autre.

Pour appréhender ce phénomène, nous présentons ici une étude où le champ appliqué est homogène et constant. Nous nous intéressons alors aux modifications de l'écoulement lorsque le paramètre d'interaction est d'ordre 1. Dans un premier temps nous allons présenter le dispositif expérimental avant d'étudier l'évolution de la puissance dissipée par l'écoulement. La troisième partie est consacrée à l'étude du champ induit qui est une image des gradients de vitesse dans l'écoulement. Enfin, dans la dernière partie nous montrons que l'écoulement bifurque d'un régime hydrodynamique à un régime magnétohydrodynamique lorsque la vitesse d'Alfvén est du même ordre de grandeur que les fluctuations de vitesse de l'écoulement.

2 Dispositif expérimental

Un écoulement de von Kármán est créé par la rotation de deux disques coaxiaux de rayon $R = 8.3$ cm munis de 8 pâles droites de 1 cm de hauteur et séparés de $H = 20.3$ cm. Deux moteurs asynchrones de 11 kW permettent d'atteindre des fréquences de rotation comprises entre 0.5 Hz et 20 Hz avec une précision de 0.5 %. Des serpentins situés derrière les disques permettent de maintenir la température de l'enceinte entre 40 et 48 °C.

Lorsque les deux disques tournent à la même vitesse et en sens opposé, l'écoulement est constitué de deux cellules toroïdales séparées par une couche de cisaillement localisée dans le plan médian et de deux cellules poloïdales dues à la force centrifuge localisée au niveau des disques (*cf* schéma figure 1). Si un seul des disques tourne, il n'y a plus qu'une cellule toroïdale et une cellule poloïdale. Enfin si les deux disques tournent dans le même sens, il n'y a qu'une cellule toroïdale et deux cellules poloïdales.

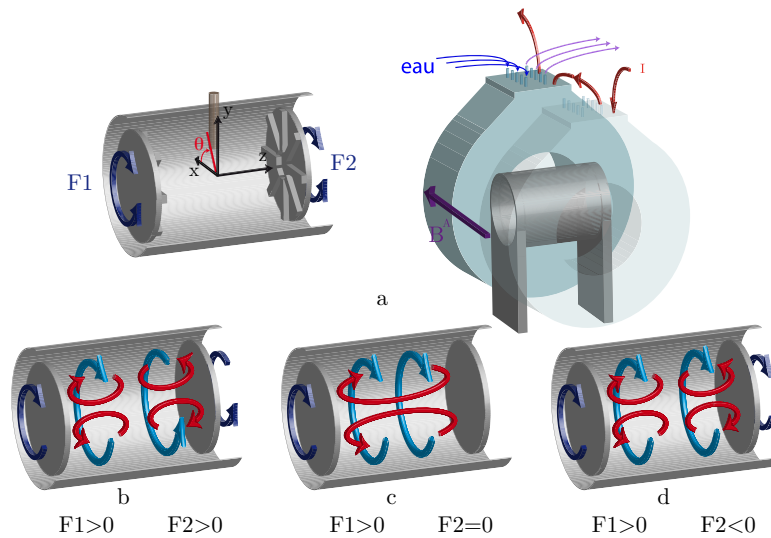


FIG. 1 – Schéma du dispositif expérimental et des différents écoulements de von Kármán étudiés.

Le fluide utilisé est du gallium, un métal liquide dont le point de fusion est de 29 °C. Il a une masse volumique $\rho_{\text{Ga}} = 6.09 \times 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, une conductivité électrique $\sigma_{\text{Ga}} = 3.7 \times 10^6 \text{ } \Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$ (soit une diffusivité magnétique de $\lambda = 0.3 \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$) et une viscosité cinématique de $\nu = 3.1 \times 10^{-7} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$. On définit alors le nombre de Reynolds Re et le nombre de Reynolds magnétique Rm de l'écoulement par : $Re = 2\pi R^2 F / \nu$ et $Rm = 2\pi R^2 F / \lambda = Pm.Re$, où Pm est le Prandtl magnétique $Pm = \nu / \lambda \sim 10^{-6}$. Le nombre de Reynolds magnétique maximal est de 5 donc en dessous du seuil dynamo [4]. Les nombres de Reynolds associés sont supérieurs à 10^6 .

Le champ magnétique appliqué B^A est perpendiculaire à l'axe de rotation des disques et est créé par deux bobines en configuration de Helmholtz. Une alimentation Drusch de 30 kW permet de faire circuler un courant compris entre 0 et 200 A dans les bobines. Le champ maximal est alors d'environ 2 kG sur l'ensemble de l'expérience (inhomogénéité $\lesssim 10\%$). Le paramètre d'interaction $N = \sigma R B^2 / \rho 2\pi R F$ est donc compris entre 0 et 0.5 ce qui est, *a priori*, suffisant pour modifier

l'écoulement [5]. Une circulation d'eau froide a été mise en place pour limiter l'échauffement par effet Joule à l'origine d'une augmentation de la résistance des bobines. La dérive en température est ainsi inférieure à $\Delta T < 10$ °C au cours d'une expérience.

Les couples consommés par les moteurs sont déterminés par l'intensité délivrée par les variateurs les alimentant. Comme les expériences sont réalisées à fréquence fixe, ces mesures sont suffisantes pour déterminer la puissance injectée dans l'écoulement. Le champ induit est mesuré par huit capteurs à effet Hall situés le long d'un rayon dans le plan médian. L'ensemble des mesures sont numérisées avec une carte National Instrument 24 bits PXI-4472 à une fréquence de 1 kHz.

3 Augmentation de la puissance injectée

Dans un premier temps, nous nous intéressons, pour chaque écoulement, à l'évolution de la puissance injectée en fonction de la fréquence de rotation des disques F pour différents champs appliqués B^A (cf. figure 2 a, b et c). Pour le plus petit paramètre d'interaction, on retrouve les résultats classiques de turbulence : la puissance injectée est proportionnelle à F^3 et augmente avec le cisaillement à grande échelle. Lorsque l'on augmente l'intensité du champ appliqué, on constate que la puissance injectée augmente et que les courbes restent cubiques. On peut facilement interpréter cette augmentation par l'apparition de la force de Laplace.

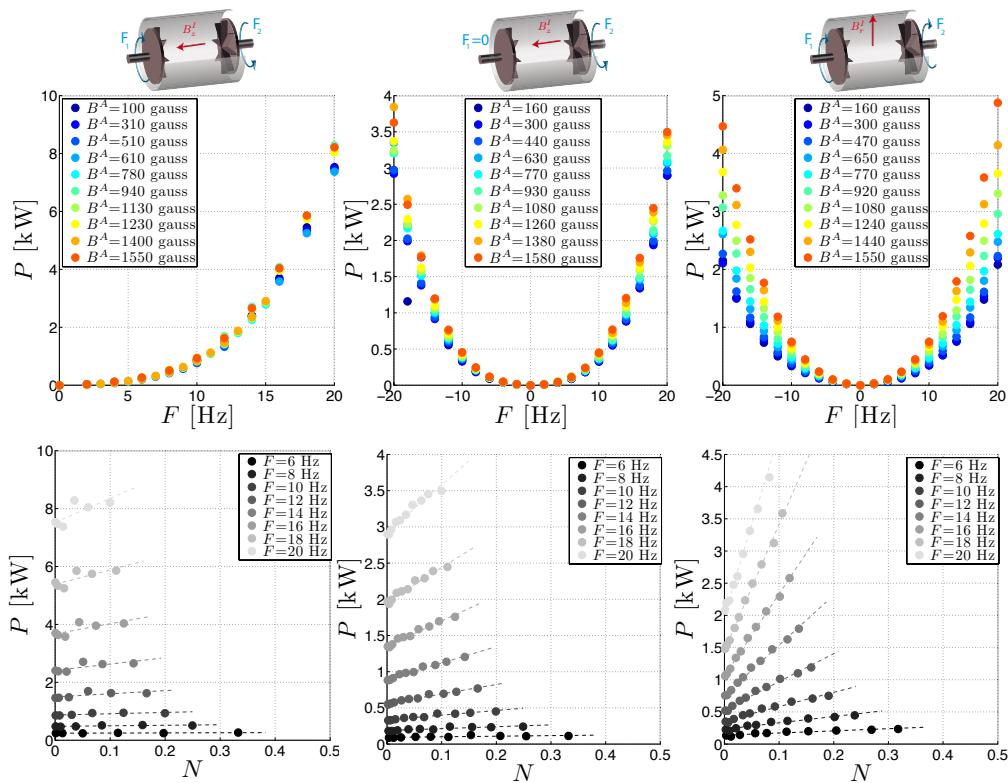


FIG. 2 – Evolution de la puissance injectée en fonction de la fréquence (a, b, c) et du paramètre d'interaction (d, e, f) pour les différents écoulements (contra : a, d ; 1 disque : b, e ; corot : c, f).

Pour quantifier ce phénomène, il suffit de remarquer que la puissance moyenne injectée dans le système est égale à la puissance dissipée. Ici, les sources de dissipation sont les frottements visqueux et la dissipation par effet Joule. Ainsi comme la turbulence est pleinement développée, on peut écrire :

$$P_H = \int \eta(\nabla u)^2 d\tau \propto \rho \frac{u^3}{\ell} \quad (1)$$

De même, la puissance dissipée par effet Joule est donnée par la relation suivante :

$$P_J = \int \frac{j^2}{\sigma} d\tau \sim \ell^3 \sigma u^2 B^2 = \ell^3 \frac{\sigma \ell B^2}{\rho u} \frac{u^3}{\ell} \propto N.P_H \quad (2)$$

où $N = \sigma \ell B^2 / \rho u$ est le paramètre d'interaction. La puissance dissipée totale P s'écrit simplement :

$$P = P_H + P_J \propto P_H(1 + \gamma N) \quad (3)$$

A F fixée, la dissipation hydrodynamique est fixée. On s'attend donc à ce que la puissance injectée soit linéaire avec le paramètre d'interaction. Les figures 2 d, e et f confirment cette loi d'échelle.

Au cours de cette étude, nous avons supposé que la dissipation turbulente n'était que peu modifiée par le champ magnétique. Pour tester cette hypothèse, il est nécessaire d'étudier localement l'évolution des gradients de vitesse.

4 Induction et gradient de vitesse

On sait que pour de petits nombres de Reynolds magnétiques $Rm \ll 1$, le champ induit s'exprime simplement à partir des gradients de vitesse [2] :

$$(\partial_t - \lambda \Delta) B^I = B^A \cdot \nabla u \quad (4)$$

Le champ induit moyen ne dépend donc que des gradients de vitesse de l'écoulement moyen et des conditions aux limites électromagnétiques.

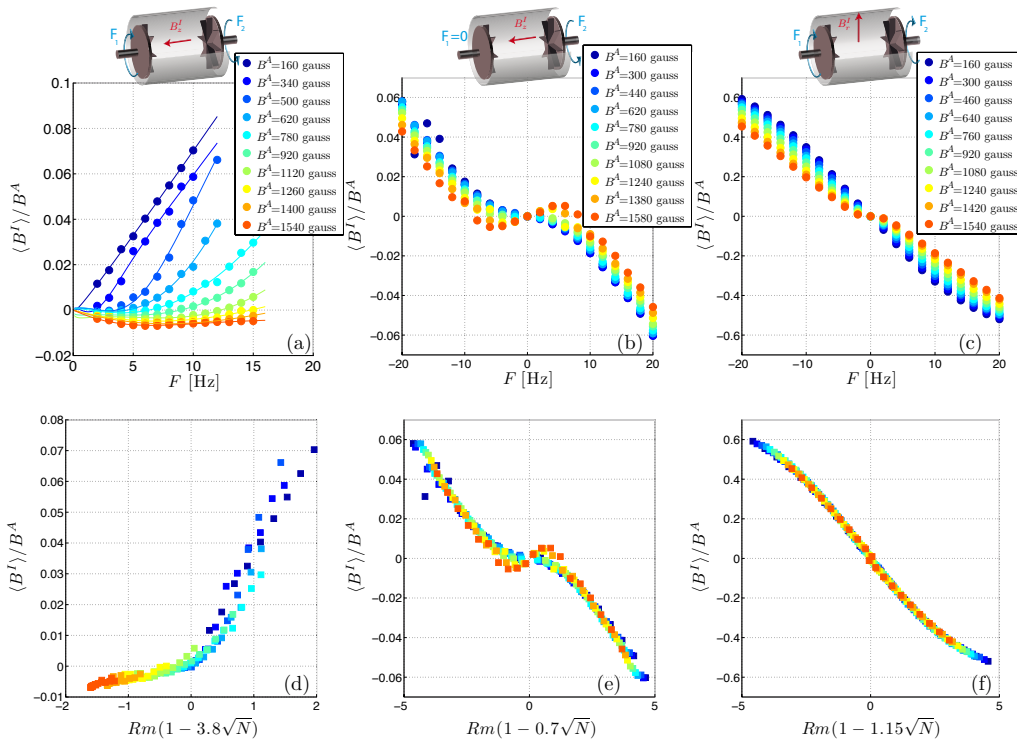


FIG. 3 – Evolution du champ induit en fonction de la fréquence (a, b, c) et du paramètre d'interaction (d, e, f) pour les différents écoulements (contra : a, d; 1 disque : b, e; corot : c, f).

Par exemple, si $N \ll 1$, en contra-rotation avec un champ B^A transverse, le champ axial induit B_z^I dans le plan médian est créé par la rotation différentielle et les conditions aux limites isolantes au niveau de la cuve. Il est alors proportionnel à la fréquence de rotation des disques F . Avec le même champ appliqué, à un disque, l'hélicité moyenne de l'écoulement induit, par effet Parker, un champ

axial proportionnel à F^2 . En co-rotation, l'expulsion du champ appliqué par un vortex se traduit par un champ radial [2].

Les figures 3 a, b et c représentent l'évolution des champs induits normalisés par le champ appliqué en fonction de la fréquence de rotation des disques. Si la force de Laplace est négligeable, les courbes doivent se superposer, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, on constate, par exemple, qu'en contra-rotation l'évolution du champ induit n'est plus linéaire avec F et donc avec $Rm = \mu\sigma 2\pi R^2 F$.

La force de Laplace est donc suffisamment forte pour modifier l'écoulement moyen. Nous voulons trouver une courbe maîtresse pour décrire l'évolution du champ de vitesse. Précédemment, nous avons vu que la puissance dissipée par effet Joule P_J est proportionnelle à $B^I{}^2$ et varie linéairement avec le paramètre d'interaction N . On s'attend donc à une correction en \sqrt{N} pour le champ induit B^I . Les figures 3 d, e et f montrent qu'avec un paramètre ajustable, l'ensemble des points expérimentaux retombent sur une courbe maîtresse si l'on considère un nombre de Reynolds magnétique corrigé $Rm(1 - \gamma\sqrt{N})$, où $Rm = \mu\sigma 2\pi R^2 F$ et γ est une constante liée à la force de Laplace qui ne dépend donc que de l'écoulement et de la direction du champ appliqué.

L'ensemble des études que nous venons de présenter ont été réalisées en fixant le champ magnétique B^A et en faisant varier la vitesse de rotation des disques. Si l'on s'intéresse au problème de saturation de la dynamo, il est plus pertinent de fixer la vitesse et d'augmenter progressivement le champ appliqué.

5 Transition entre un écoulement hydrodynamique et un écoulement magnétohydrodynamique

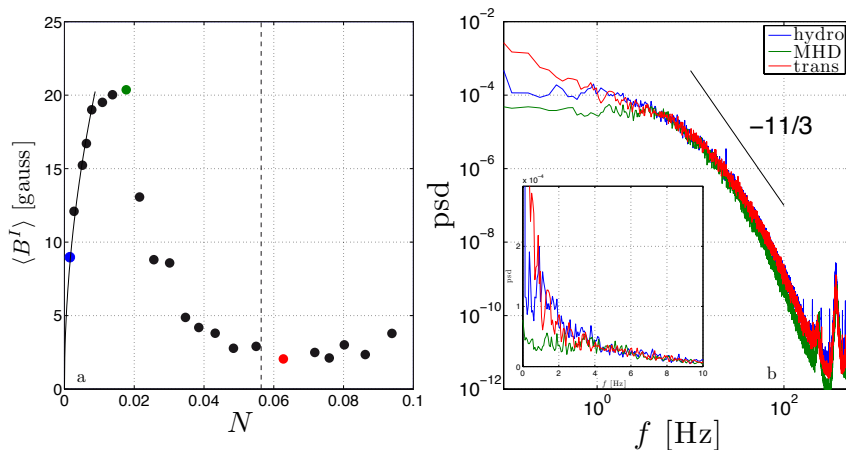


FIG. 4 – a) Evolution de $\langle B^I \rangle$ en fonction du champ appliqué B^A . b) Spectres du champ induit pour le régime hydro, transitoire et MHD.

Dans cette partie, nous nous intéressons uniquement à la contra-rotation exacte. On travaille à $F = 12$ Hz et on se limite à des paramètres d'interaction inférieurs à $N \lesssim 0.1$. La figure 4.a représente l'évolution de la moyenne du champ induit en fonction du paramètre d'interaction. Pour les plus petits paramètres d'interaction, on constate que le champ induit est proportionnel à \sqrt{N} , donc linéaire en B^A . On retrouve alors les résultats classiques des précédentes expériences d'induction où le champ magnétique est un vecteur passif. En revanche, si $N > 0.05$, le champ induit est plus faible que dans le cas hydrodynamique et quasiment indépendant du champ appliqué. Cela traduit une modification de l'écoulement par la force de Laplace. Il est intéressant de noter que dans ce régime, la vitesse d'Alfvén est du même ordre de grandeur que les fluctuations de vitesse. Comme l'intensité du champ magnétique n'est pas assez forte, les ondes d'Alfvén ainsi excitées sont des ondes évanescentes. Il y a donc un nouveau processus de dissipation d'énergie, très efficace puisque la diffusivité magnétique est grande devant la diffusivité de quantité de mouvement $\lambda \gg \nu$. Entre ces deux régimes, il existe

un régime transitoire où le champ induit diminue rapidement lorsque l'intensité du champ appliqué augmente.

L'étude précédente a été réalisée sur les grandeurs moyennes. Il est intéressant d'étudier la dynamique du champ induit pour savoir quelles échelles sont modifiées par la force de Laplace. Trois spectres mesurés dans le régime hydrodynamique, MHD et transitoire sont représentés sur la figure 4.b. On constate qu'entre le régime transitoire et le régime hydrodynamique l'énergie contenue dans les basses fréquences augmente alors que la cascade turbulente est inchangée. Si l'on continue à augmenter le champ magnétique, l'énergie des basses fréquences diminue tout comme l'énergie mis en jeu dans la cascade turbulente. Les basses fréquences du champ induit étant généralement associées à la dynamique des grandes échelles, il est intéressant d'étudier l'évolution du mode du champ induit au cours de la transition. La figure 5 représente 3 profils instantanés, *i.e.* moyennés sur 1 s. Dans les trois cas, nous avons représenté les profils les plus proches et les plus éloignés du profil moyen. On constate que dans les régimes hydrodynamique et MHD, les profils instantanés fluctuent relativement peu autour de la valeur moyenne alors que dans le régime transitoire, on constate que l'écoulement passe de façon intermittente du profil hydro au profil MHD.

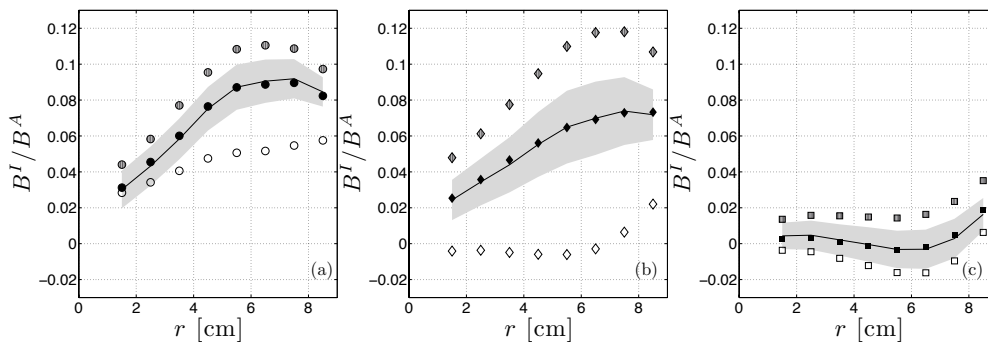


FIG. 5 – Evolution du profil de champ induit dans le régime (a) hydro ($N \sim 10^{-3}$), (b) le régime transitoire ($N \sim 10^{-2}$) et (c) MHD ($N \sim 6 \times 10^{-2}$).

6 Conclusions

Notre étude montre qu'il est possible de modifier des écoulements turbulents avec des paramètres d'interaction relativement faible. Nous avons mis en évidence des scalings permettant de trouver des courbes maîtresses pour la puissance injectée et l'induction. Enfin, nous avons montré que la dynamique des grandes échelles est modifiée avant celle des échelles turbulentes et qu'il existe une transition entre un écoulement hydro et un écoulement MHD lorsque la vitesse d'Alfvén est du même ordre de grandeur que les fluctuations de vitesse de l'écoulement.

Références

- [1] F. Pétrélis *et al.*, Nonlinear Magnetic Induction by Helical Motion in a Liquid Sodium Turbulent Flow, *PRL*, 90(17), **2003**.
- [2] M. Bourgoïn, Etudes en magnétohydrodynamique, application à l'effet dynamo, *Thèse de l'ENS Lyon*, **2003**.
- [3] J. Sommeria and R. Moreau, Why, How and When MHD-turbulence becomes 2-dimensionnal, *JFM*, 118 **1982**.
- [4] R. Monchaux *et al.*, Generation of a magnetic field by dynamo action in a turbulent flow of liquid sodium, *PRL*, 98(4), **2007**.
- [5] D. Brito *et al.*, Experimental study of a geostrophic vortex of gallium in a transverse magnetic field, *Physics of the Earth and Planetary Interior*, 91, **1995**.