

Forme et persistance de tourbillons lenticulaires dans les écoulements stratifiés tournants : du laboratoire à la Tâche Rouge de Jupiter !

Aubert O.^a, Le Bars M.^a, Le Gal P.^a et Marcus P.S.^b

a. I.R.P.H.E., 49 rue F. Joliot-Curie, 13384 Marseille

b. Department of Mechanical Engineering, University of California, Berkeley, CA94720, USA

Résumé :

La Grande Tâche Rouge de Jupiter et les meddies de l'Océan Atlantique sont les exemples les plus connus de tourbillons anticycloniques lenticulaires existant dans les écoulements stratifiés tournants. Leur forme et leur persistance restent cependant énigmatiques alors que l'existence de la Tâche Rouge de Jupiter est déjà mentionnée par Cassini au 17^{ème} siècle. Les meddies, lentilles d'eau méditerranéenne, persistent quant à eux pendant plusieurs années dans l'Océan Atlantique. Grâce à l'équilibre des différentes forces agissant sur le fluide à l'intérieur des tourbillons, on peut expliquer leur persistance et prédire leur rapport d'aspect vertical qui est proportionnel au rapport de la fréquence de rotation et de la fréquence de Brunt-Väisälä, multiplié par la racine du nombre de Rossby. Nos expériences montrent que cette loi d'échelle est respectée depuis l'échelle du laboratoire jusqu'à la Tâche Rouge de Jupiter.

Abstract :

The Great Red Spot of Jupiter and the meddies of the Ocean Atlantic are the best known examples of anticyclonic lenticular vortices living in rotating and stratified flows. Their form and persistence are however still unexplained, despite the fact that the existence of the Great Red Spot of Jupiter is already mentioned by Cassini in the 17th century. The meddies persist for several years in the Atlantic Ocean, with encapsulated mediterranean sea water. Balancing the different forces acting on the fluid inside the vortex, we can understand their persistence and predict their vertical aspect ratio which is found to be proportional to the ratio of the rotation frequency and the Brunt-Väisälä frequency, multiplied by the square root of the Rossby number. Our experiments show that this scaling law applies from the laboratory scale up to Jupiter's Great Red Spot.

Mots clefs : tourbillon, stratifié, tournant

1 Introduction

Des écoulements très complexes ont lieu dans l'atmosphère externe de Jupiter : bandes alternées de forts vents zonaux superposées à des structures tourbillonnaires intenses et fortement turbulentes, dont la célèbre Grande Tâche Rouge (GRS) qui est observée par les astronomes depuis le 17^{ème} siècle. La GRS est une énorme structure anticyclonique de taille typique 25000 km de long et 12000 km de largeur. La vitesse du fluide à l'intérieur de la GRS atteint 100 km/h. Son épaisseur a été récemment évaluée à partir de mesures thermiques [1, 2] à environ 46 km. En fait, ces structures tourbillonnaires ne sont pas inhabituelles dans les atmosphères des planètes géantes gazeuses, mais la GRS reste remarquable en raison de sa longévité. Des tourbillons de forme lenticulaire qui persistent à long terme sont également observés dans les océans depuis les années 70 [3, 4]. En particulier, les meddies [11] sont des tourbillons anticycloniques que l'on trouve essentiellement dans l'Océan Atlantique Nord-Est, et qui contiennent de l'eau chaude et salée d'origine méditerranéenne, piégée dans un coeur relativement

homogène. Les meddies ont des diamètres typiques de l'ordre de 100 km et des extensions verticales de l'ordre de 1 km. Leur durée de vie peut aller jusqu'à plusieurs années.

Du point de vue de la mécanique des fluides, la Tâche Rouge de Jupiter et les meddies appartiennent au même type de systèmes : ce sont des tourbillons anticycloniques qui évoluent dans un milieu stratifié tournant et qui persistent sur des durées étonnemment longues. Ces deux ingrédients (rotation et stratification) ont des effets *a priori* antagonistes. D'une part, la stratification verticale de densité, mesurée par la fréquence de Brunt-Väisälä $N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz}}$ (où ρ , est la densité du fluide, z la coordonnée verticale et g l'accélération de la pesanteur), limite les mouvements le long du gradient de densité. D'autre part, la rotation de la planète caractérisée par le paramètre de Coriolis $f = 2 \Omega \sin \phi$, où le taux de rotation Ω de la planète est pondéré par la latitude locale ϕ , homogénéise l'écoulement le long de l'axe de rotation en accord avec le théorème de Proudman-Taylor. La stabilité des tourbillons dans un milieu en rotation est relativement bien connue [6, 7] de même que la dynamique des tourbillons dans les fluides stratifiés [8, 9], par contre très peu d'études ont combiné les deux effets, en particulier d'un point de vue expérimental [10].

Nous montrons ici que le compromis entre l'effet de la rotation d'une part et celui de la stratification d'autre part est la source de génération et d'équilibre de ces tourbillons typiquement lenticulaires, cohérents et stables.

2 Etude expérimentale des tourbillons dans une cuve tournante, stratifiée en eau salée

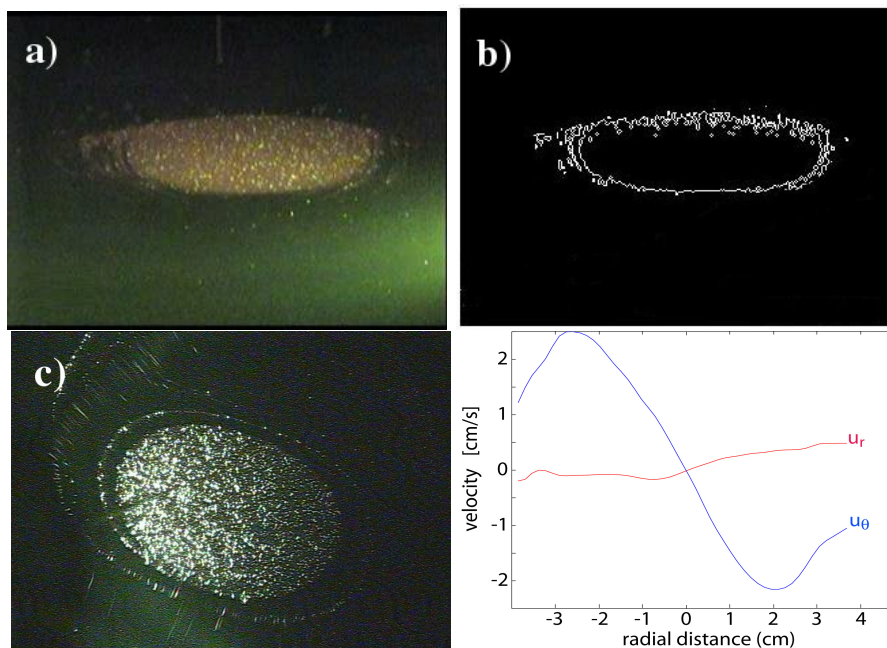


FIGURE 1 – Tourbillon anticyclonique généré dans notre expérience pour $N = 2.3$ rad/s, $f = 2$ rad/s : a) vue de côté ; b) extraction du contour par traitement d'image afin de déterminer le rapport d'aspect $\alpha = 0.3$ (épaisseur 3.8 cm et diamètre 12.6 cm) ; c) vue de dessus ; d) profils de vitesse dans un plan horizontal et le long d'un diamètre, obtenus par mesure PIV à partir de visualisations telles la figure c).

Nous avons effectué une étude expérimentale systématique de tourbillons lenticulaires en ne gardant que les deux principaux ingrédients : la stratification et la rotation. La rotation est reproduite expérimentalement en utilisant un réservoir transparent de dimensions $L \times L \times H = 50 \times 50 \times 70$

cm fixé sur une table tournante. En utilisant la méthode classique dite du "double réservoir", une stratification linéaire d'eau salée est réalisée dans la cuve, la fréquence de Brunt-Väisälä N variant de 1,2 à 1,8 rad/s. Une fois l'état de rotation solide atteint (la vitesse de rotation Ω est comprise entre 0,8 et 3,5 rad/s dans nos expériences, ce qui correspond à un paramètre de Coriolis $f = 2\Omega$ variant de 1,6 à 7 rad/s), nous injectons sur l'axe de rotation de la table et à la profondeur correspondante un petit volume de fluide de densité homogène et coloré à l'aide de fluorescéine ou de rhodamine et encensé de particules de diamètre $100 \mu\text{m}$ afin de réaliser de la vélocimétrie par images de particules (PIV). Dès qu'il est injecté, le liquide coloré est dévié horizontalement par la stratification et la force de Coriolis l'organise rapidement sous la forme d'un anticyclone. Nous suivons ensuite son évolution temporelle au moyen de deux systèmes de visualisation utilisant des nappes laser et des caméras vidéo. Une coupe verticale permet de suivre l'évolution du rapport d'aspect au fil du temps par traitement d'images (Figure 1 a) et b)). Une coupe horizontale suivie d'un post-traitement PIV permet de mesurer le champ de vitesse horizontale (figure 1. c) et d)) et ainsi de déterminer le nombre de Rossby du vortex qui est défini par $Ro = -\Omega_v/f$, où Ω_v est la vitesse de rotation du tourbillon en son centre. Comme on le voit sur la figure 1. d), le coeur du vortex est en rotation solide et la vitesse radiale u_r reste négligeable par rapport à la vitesse azimutale u_θ . Dans toutes nos expériences, cet état comme illustré sur la figure 1 persiste pendant des durées très longues d'environ 1000 à 1800 périodes de rotation, avec une atténuation progressive du nombre de Rossby.

3 Modélisation des tourbillons dans un fluide stratifié tournant

Dans la configuration étudiée, les équations d'Euler incompressibles linéarisées en coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans le référentiel en rotation se réduisent à un simple équilibre géostrophique dans le plan horizontal et à un équilibre hydrostatique dans la direction verticale (équations 1). En effet, en prenant comme référence l'environnement fixe et stratifié linéairement avec $N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\Delta\rho}{dz} = cste$, où $\Delta\rho(z)$ est la stratification imposée linéaire, nous supposons que l'intérieur du tourbillon est en rotation solide anticyclonique $u_\theta = -\Omega_v r$ et caractérisé par l'anomalie de densité $\rho' = -\Delta\rho(z)$. Les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial r} = \rho_0 f u_\theta = -\rho_0 f \Omega_v r \\ \frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho' = -N^2 \rho_0 z \end{cases} \quad (1)$$

où p est l'anomalie de pression entre l'intérieur et l'extérieur du tourbillon. Une anomalie locale ρ' de densité crée un gradient de pression, qui génère à son tour la vitesse azimutale. En réalité, la viscosité assure la continuité du profil de vitesse à la frontière du tourbillon, provoquant ainsi la lente décroissance du nombre de Rossby. Néanmoins, les équations 1 restent valables car cette évolution se fait de manière quasistatique.

L'intégration du système d'équations 1 donne la pression en tout point (r, z) dans le tourbillon, en fonction d'une simple inconnue p_{00} correspondant à la pression en son centre. La forme auto-similaire du tourbillon est alors obtenue par continuité de l'anomalie de pression avec l'environnement :

$$p_{00} = \rho_0 \frac{Ro f^2}{2} r^2 + \rho_0 \frac{N^2}{2} z^2 \quad (2)$$

A partir de cette équation, il est possible d'obtenir la loi d'échelle pour le rapport d'aspect α entre l'épaisseur et le diamètre du vortex : $\alpha = (f/N) Ro^{1/2}$. Ce résultat est le résultat principal de notre étude. La proportionnalité entre α et le rapport de f/N avait déjà été établie par les expériences de Hedstrom & Armi [10], mais la dépendance en Ro qu'ils avaient trouvée était linéaire, alors que nous prétendons qu'elle est en $Ro^{1/2}$. Cependant, il semble que dans leurs expériences, les tourbillons étaient au moment des mesures encore non-axisymétriques, avec des éjections de vorticités dans l'environnement stratifié. Ainsi, nous pensons que les tourbillons produits dans leur expérience n'étaient pas en équilibre géostrophique, ce qui n'est pas le cas ici. L'équation 2 donnant la forme du vortex

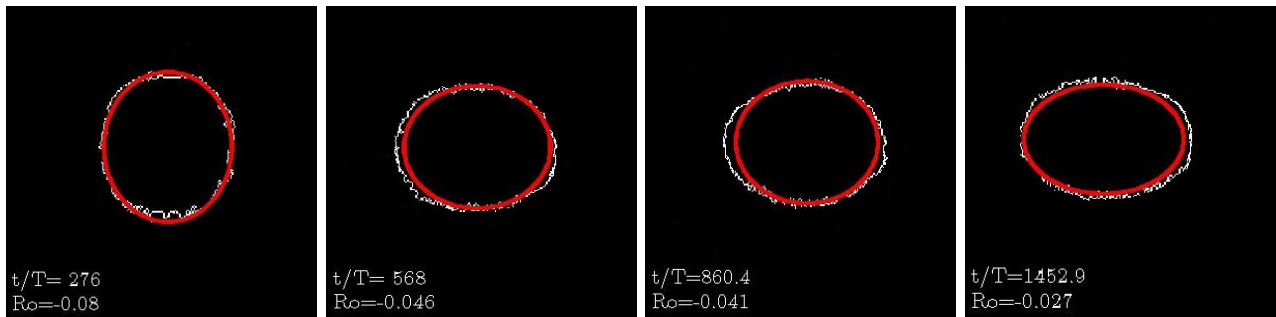


FIGURE 2 – Contours expérimentaux (en blanc) du tourbillon, extraits par traitement d’image à différents instants pour $f/N = 4.25$, comparés aux profils théoriques (en rouge) donnés par l’équation 2. Le volume V du vortex est déterminé sur une première image par simple extrapolation de sa forme. Ro est le nombre de Rossby mesuré par PIV à chaque instant t/T compté en nombre de tours de la table tournante.

permet de déterminer le volume V de fluide à l’intérieur du vortex, volume qui est directement lié à la pression interne inconnue p_{00} par l’équation suivante :

$$p_{00} = \frac{\rho_0}{2} \left(\frac{9 V^2 Ro^2 N^2 f^4}{4 \pi^2} \right)^{1/3} . \quad (3)$$

Un exemple de l’évolution temporelle d’un vortex dans le plan vertical est représenté sur la figure 2. Après l’injection, l’équilibre du tourbillon étant obtenu, nous déterminons la meilleure valeur de p_{00} pour dessiner le contour du vortex. Cette valeur de p_{00} permet alors de déduire le volume de fluide à l’intérieur du vortex. En supposant qu’il n’y a pas de perte de ce volume au cours de l’évolution du tourbillon, p_{00} est alors recalculée pour chaque image avec le nombre de Rossby déterminé simultanément par des mesures PIV dans le plan horizontal. Les formes théoriques obtenues se superposent remarquablement bien avec les vrais contours pour les temps longs comme le montre la figure 2. Notons qu’aucun paramètre ajustable autre que le volume initial n’a été utilisé.

4 La longévité exceptionnelle des tourbillons en milieu stratifié tournant

La source de l’équilibre interne du tourbillon provient de l’anomalie de densité : le tourbillon persiste aussi longtemps que cette anomalie existe. Dans nos expériences, la disparition de l’anomalie de densité est essentiellement due à la diffusion du sel à l’interface du vortex. L’échelle de temps de l’évolution du tourbillon est donc directement liée au nombre Schmidt. Dans nos expériences comme dans l’océan, ce nombre vaut $Sc = 700$ et on peut remarquer que la durée de vie des meddies est de l’ordre de 4 ans, ce soit près de 1400 périodes de rotation de la Terre ce qui correspond tout-à-fait avec la durée de vie de nos tourbillons expérimentaux en termes de nombre de tours de la table. Dans l’atmosphère de Jupiter, les processus de diffusion sont très rapides, mais les effets thermiques dynamiques doivent également être pris en compte. Comme le montre Marcus et al. [12], le rayonnement rapide de la chaleur à la surface de la GRS est compensé par une forte recirculation à l’intérieur du vortex, qui est en conséquence entièrement mélangé. Ainsi, l’anomalie de densité est maintenue en continu et les équations d’équilibre 1 restent valables.

5 Loi d’échelle universelle : du laboratoire à la Tâche rouge de Jupiter

Pour comparer directement les résultats expérimentaux avec des mesures d’objets géophysiques, les valeurs trouvées dans la littérature correspondant à la Tâche Rouge de Jupiter et aux meddies Sharon [13], Bobby [14], Cadiz [15], Hyperion, Encelade et Ceres [16] ont été placés sur un même graphique

($\alpha N^*/f, Ro^{1/2}$) à la figure 3. Contrairement aux tourbillons que nous créons en laboratoire, le coeur des meddies est légèrement stratifié. La fréquence de Brunt-Väisälä utilisée pour les meddies a donc été redéfinie comme $N^* = \sqrt{N_{ext}^2 - N_{int}^2}$. Dans le cas de Jupiter, il faut prendre en compte le gradient de densité du gaz isentropique de l'atmosphère jovienne, d'où : $N^* = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \left[\frac{d\rho}{dz} - \frac{d\rho}{dz} \Big|_s \right]}$. Y compris pour nos données expérimentales, la plage de nombre de Rossby couverte va de 0,02 à 0,3 et les gammes de $\alpha N^*/f$ de 0,13 à 0,6. Comme on peut le constater sur la figure, tous les points suivent la même tendance linéaire, montrant l'universalité de notre mise à l'échelle $\alpha = (f/N^*) Ro^{1/2}$.

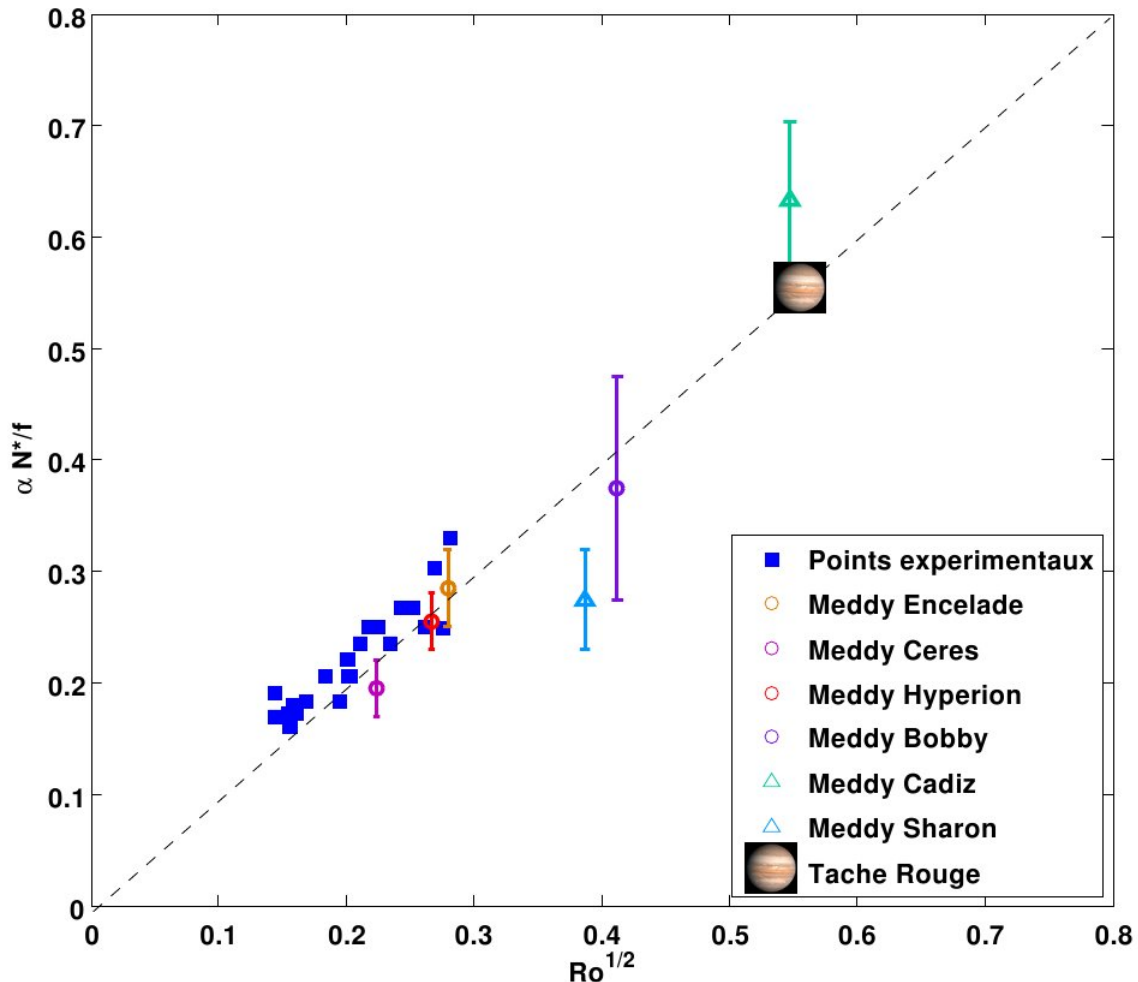


FIGURE 3 – Vérification de la loi d'échelle par les résultats expérimentaux ainsi que par les données concernant la Tâche Rouge de Jupiter et les différents meddies connus dans la littérature.

6 Conclusion

En conclusion, nous avons démontré par cette étude que les tourbillons anticycloniques en milieu stratifié tournant ont des formes typiques dont le rapport d'aspect suit une loi d'échelle universelle qui peut être dérivée des premiers principes de la mécanique des fluides. L'exceptionnelle longévité de ces tourbillons provient de la persistance d'une anomalie de densité, qui est maintenue sur une durée beaucoup plus grande que l'échelle de temps visqueux, puisque dictée par la lente diffusion chimique au sein du fluide ou régénérée en permanence dans le cas de la GRS. Ce comportement, validé par des expériences de laboratoire, s'applique universellement à des vortex géophysiques et en particulier à la Tâche Rouge de Jupiter.

Références

- [1] CHO, J. Y.-K., DE LA TORRE JUAREZ, M., INGERSOLL, A. P. & DRITSCHER, D. G., A high resolution, three-dimensional model of Jupiter's Great Red Spot, *J. Geophys. Res.* **106**, 5099-5105 (2001).
- [2] SHETTY, S. & MARCUS, P. S., Changes in Jupiter's Great Red Spot and Oval BA, *Icarus* **210**, 182-201 (2010).
- [3] MACWILLIAMS, J. C., Submesoscale, Coherent vortices in the ocean., *Rev. Geophys.* **23**, 165-183 (1985).
- [4] OLSON, D. B., Rings in the ocean., *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* **19**, 283-311 (1991).
- [5] ARMI, L. & ZENK, W., Large lenses of highly saline Mediterranean water. *J. Phys. Oceanogr.* **14**, 1560-1576 (1984).
- [6] HOPFINGER, E. J. & VAN HEIJST, G. J. F., Vortices in rotating fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **19**, 283-311 (1991).
- [7] VAN HEIJST, G. J. F. & CLERCX, H. J. H., Laboratory modeling of geophysical vortices. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41**, 143-164 (2009).
- [8] BILLANT, P. & CHOMAZ, J.-M., Experimental evidence for a new instability of a vertical columnar vortex pair in a strongly stratified fluid. *J. Fluid Mech.* **418**, 167-188 (2000).
- [9] GODOY-DIANA, R., CHOMAZ, J.-M. & BILLANT, P. Vertical length scale selection for pancake vortices in strongly stratified viscous fluids. *J. Fluid Mech.* **504**, 229-238 (2004).
- [10] HEDSTROM, K. & ARMI, L., An experimental study of homogeneous lenses in a stratified rotating fluid. *J. Fluid Mech.* **191**, 535-556 (1988).
- [11] ARMI, L., HEBERT, D., OAKEY, N., PRICE, J., RICHARDSON, P.L., ROSSBY, T. & RUDDICK, B., The history and decay of a Mediterranean salt lens. *Nature* **333**, 649-651 (1988).
- [12] MARCUS, P.S., ASAY-DAVIS, X., WONG, M. H., DE PATER, I., Jupiter's New Red Oval : Dynamics, Color and relationship to Jovian Climate Change. *submitted 2011*.
- [13] ARMI, L., DAVE, H., OAKEY, N., PRICE, J.F., RICHARDSON, P.L. & ROSSBY, H.T., RUDDICK, B., Two Years in the Life of a Mediterranean Salt Lens. *J. Phys. Oceanogr.* **19**, 354-370 (1989). HEBERT, D., OAKEY, N. & RUDDICK, B., Evolution of a Mediterranean salt lens : scalar properties. *J. Phys. Oceanogr.* **20**, 1468-1483 (1990). SCHULTZ TOKOS, K. & ROSSBY, T., Kinematics and dynamics of a Mediterranean salt lens. *J. Phys. Oceanogr.* **21** 879-892 (1991).
- [14] PINGREE, R. D. & LE CANN, B., Structure of a meddy (Bobby 92) southeast of the Azores *Deep Sea Res. I* **40**, 2077-2103 (1993).
- [15] PRATER, M.D. & SANDFORD, T. B., A meddy off cape St Vincent. Part I : description. *J. Phys. Oceanogr.* **24** 1572-1586 (1994).
- [16] A. TYCHENSKY, A. & CARTON X., Hydrological and dynamical characterization of Meddies in the Azores region : A paradigm for baroclinic vortex dynamics. *J. Geophys. Res.* **103 (C11)**, 61-79 (1989).