

# *Localisation de défauts dans les structures poutres stratifiées basée sur des données modales*

**A. BEHTANI, A. BOUZZOUNI**

*Laboratoire de Mécanique, Structures et Energétique.  
Université de Tizi-Ouzou 15000, Algérie.*

Email : [behtani2007@hotmail.com](mailto:behtani2007@hotmail.com), [abouazzouni@yahoo.com](mailto:abouazzouni@yahoo.com)

## **Résumé :**

*Les matériaux composites sont de nos jours de plus en plus utilisés comme alternative aux matériaux conventionnels, en raison de leur haute résistance, rigidité spécifique, ainsi que leurs propriétés mécaniques ajustables dans de grandes proportions.*

*Dans ce travail, nous développons une méthode utilisant des données vibratoires afin de détecter et localiser des défauts dans des structures poutres stratifiées. Au préalable, l'élément fini développé à des fins de diagnostic de poutres stratifiées est présenté. Ces structures peuvent encourir soit des défauts de fissuration, de délaminage ou une répartition non uniforme de renfort. Ces endommagements affectent la rigidité de la structure. La méthode a été aussi bien considérée dans le cas d'un seul comme de plusieurs endommagements.*

*Les résultats obtenus montrent que la localisation de défaut dans le cas des structures poutres stratifiées unidirectionnelle est possible à un stade très précoce du développement de celui-ci. Dans le cas de plusieurs endommagements, la localisation reste cependant ambiguë.*

**Mots clefs :** poutres stratifiées, endommagement, taux de variation fréquentielle locale.

## **1 Introduction**

Les paramètres modaux sont reliés aux caractéristiques de rigidité, de masse et d'amortissement, la première idée fut de regarder et d'analyser les changements de ces paramètres à des endommagements. De nombreux auteurs ont étudié le changement de fréquence comme indicateur d'endommagement. Les changements des propriétés structurales causent des modifications aux fréquences propres de la structure. Les premiers travaux consistaient essentiellement à calculer les changements en fréquence d'un type connu d'endommagement. L'endommagement est modélisé numériquement, et les fréquences mesurées sont comparées aux fréquences prédites. Cawley & Adams, [4], Topole & Stubbs, [5].

Dans ce travail, nous proposons une méthode de détection de défauts dans les structures poutres stratifiées. Celle-ci utilise le concept du rapport des changements des fréquences locales; la notion de fréquence locale utilisée ici ressemble à celle du quotient de Rayleigh. En effet, suite à des défauts de fissurations, de délaminage ou une répartition non uniforme de renfort, les rigidités de structures sont affectées. La méthode a été aussi bien considérée dans le cas d'un seul comme de plusieurs endommagements.

## **2 Etude théorique [1]**

L'équation aux valeurs propres d'une structure à n ddl est :

$$K\Phi = M\Phi\Lambda \quad (1)$$

Quand un endommagement survient dans la structure, la matrice de raideur change. Cette matrice peut être interprétée comme la somme de deux matrices de rigidités,  $K_u$  de la structure saine et  $\sum K_j a_i$  matrice de rigidité élémentaire multipliée par le facteur de réduction de raideur en pourcentage :

$$K_e = K_s + \sum_{j=1}^L \Delta K_j = K_s + \sum_{j=1}^L a_i \cdot K_j \quad (2)$$

L'endommagement a un effet considérable sur la rigidité de la structure. Un faible changement dans la raideur conduit à un changement dans les vecteurs et fréquences propres respectivement notées  $\Phi_i$  et  $\lambda_i$ .

Pour une faible perturbation dans la raideur de la structure on écrit :

$$[(K + \Delta K) - (\lambda_i + \Delta\lambda_i) \cdot M](\Phi_i + \Delta\Phi_i) = 0 \quad (3)$$

En développant (3) :  $K \Phi_i + \Delta K \Phi_i + K \Delta\Phi_i + \Delta K \Delta\Phi_i = \lambda_i M \Phi_i + \Delta\lambda_i M \Phi_i + \lambda_i M \Delta\Phi_i + \Delta\lambda_i M \Delta\Phi_i$

En se limitant aux termes du premier ordre, et en remarquant que [3]:  $(\lambda_i \Phi_i^T M - \Phi_i^T K) \Delta\Phi_i = 0$ , et  $\Delta\Phi_i^T (\lambda_i M \Phi_i - K \Phi_i) = 0$  :  $\Delta\lambda_i \cdot \Phi_i^T \cdot M \cdot \Phi_i = \Phi_i^T \cdot \Delta K_j \cdot \Phi_i$

$$\Delta\lambda_i = \frac{\Phi_i^T \cdot \Delta K_j \cdot \Phi_i}{\Phi_i^T \cdot M \cdot \Phi_i} = \frac{\sum_{j=1}^L a_j \cdot \Phi_i^T \cdot K_j \cdot \Phi_i}{\Phi_i^T \cdot M \cdot \Phi_i} \quad (4)$$

L'équation (4) donne la variation de la  $i^{\text{ème}}$  fréquence naturelle.

On remarque bien que la forme de l'équation (4) ressemble à celle du quotient de Rayleigh. Ce dernier calcule les fréquences naturelles comme étant le rapport du maximum de l'énergie potentielle et du maximum de l'énergie cinétique de la structure. Une expression analogue donne le concept de la fréquence locale (LF). Le concept de la fréquence locale (LF) est défini comme étant le rapport de l'énergie potentielle de l'élément sur l'énergie cinétique de ce dernier pour différents vecteurs propres :

$$LF_{ij} = \frac{\Phi_i^T \cdot K_j \cdot \Phi_i}{\Phi_i^T \cdot M_j \cdot \Phi_i} \quad (5)$$

$LF_{ij}$  : c'est la fréquence locale de l'élément j par rapport au mode i.

Maintenant, on calcule les fréquences locales de la structure saine  $LF_{uij}$  puis, celles de la structure endommagée  $LF_{eij}$  :

$$LF_{sij} = \frac{\Phi_{si}^T \cdot K_j \cdot \Phi_{si}}{\Phi_{si}^T \cdot M_j \cdot \Phi_{si}} \quad LF_{eij} = \frac{\Phi_{ei}^T \cdot K_j \cdot \Phi_{ei}}{\Phi_{ei}^T \cdot M_j \cdot \Phi_{ei}} \quad (6)$$

Pour la localisation d'endommagement, on utilise le concept du rapport des changements des fréquences locales (LFCR) :

$$LFCR_{ij} = \frac{|LF_{eij} - LF_{sij}|}{LF_{sij}} \quad (7)$$

Le  $LFCR_{ij}$  est calculé pour tous les éléments de la structure et pour un certain nombre de modes propres (les dix premiers, pour des raisons de précision).

Si un endommagement existe dans l'élément  $j = p$ , la valeur correspondante du  $LFCR_{ip}$  est la plus grande de toutes celles des autres éléments  $j \neq p$ .

## Remarques

Pour des raisons d'efficacité et de simplification des calculs, on utilise les dix premiers vecteurs propres pour le calcul du  $LFCR_{ij}$ . Ensuite, on calcule la moyenne des valeurs pour chaque élément j pour déterminer le  $LFCR_j$ . Ce dernier permet de comparer tous les éléments et conclure si l'élément j est endommagé ou non.

## 3 Applications et tests numériques

### 3.1 Poutre unidirectionnelle

Dans cette étude, nous considérons la flexion pure d'une poutre en matériau composite stratifié unidirectionnelle avec ordre des couches symétriques. Nous avons modélisé la structure étudiée en éléments finis S18, Chaque nœud de cet élément fini possède deux degrés de liberté : déplacement  $w$  normal à la

poutre et une rotation  $\varphi$  autour de l'axe  $y$  (voir FIG 1). Le nombre total de degrés de liberté de l'élément fini SI8 est 8. [2]

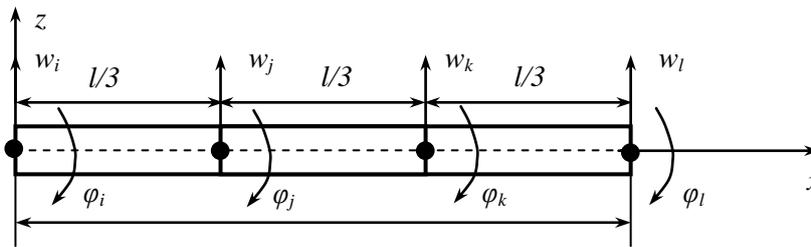


FIG. 1 – Élément fini SI8

Soit une structure poutre unidirectionnelle en matériau composite graphite/époxyde encastree-libre discrétisée en 30 éléments finis SI8, dont les caractéristiques sont comme suit :  $L = 2\text{ m}$  ;  $b = 0.05\text{ m}$  ;  $h = 0.05\text{ m}$  ;

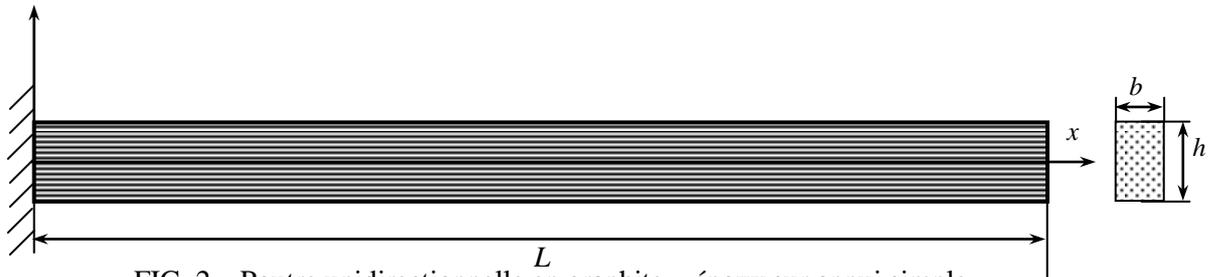


FIG. 2 – Poutre unidirectionnelle en graphite – époxy sur appui simple

a. Cas d'un endommagement

Nous endommageons de 25 % les éléments 5, 16 et 25, les histogrammes représentatifs des valeurs du LFCR pour chaque cas sont donnés sur les FIG. 3

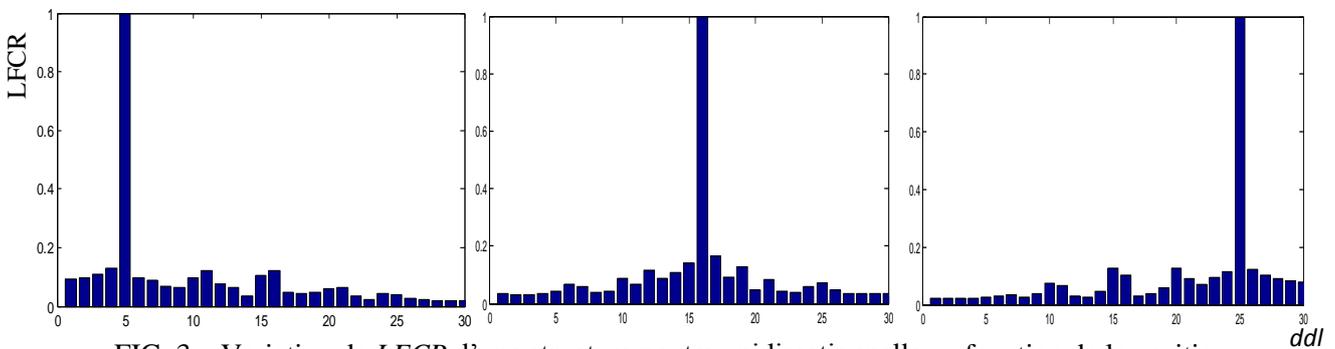


FIG. 3 – Variation de LFCR d'une structure poutre unidirectionnelle en fonction de la position d'endommagement

En faisant varier le pourcentage de réduction de raideur de l'élément N°15 nous avons abouti aux résultats présentés sur la FIG. 4

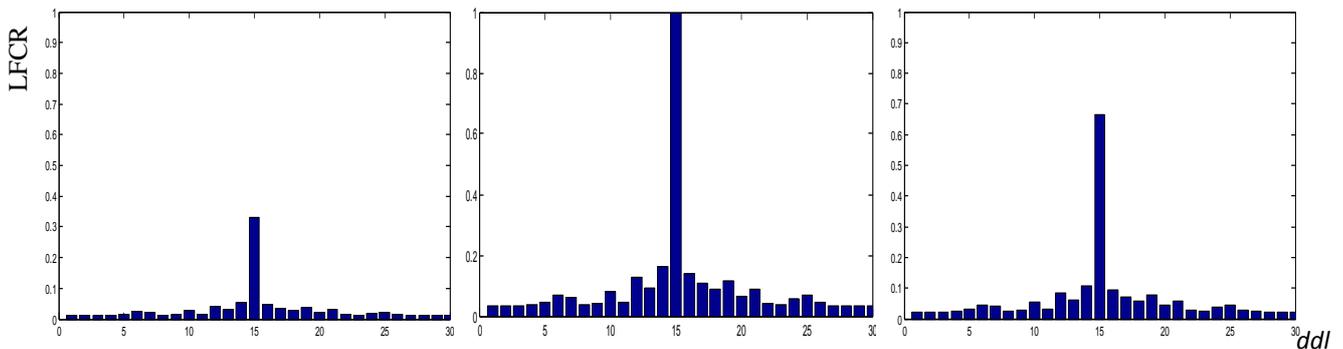


FIG. 4 – Variation de LFCR d'une structure poutre unidirectionnelle en fonction de % d'endommagement

A partir des figures 3 et 4 nous remarquons que la valeur de  $LFCR$  de l'élément endommagé est la plus grande de toutes, quelque soit sa position sur la poutre et le pourcentage d'endommagement.

#### b. Cas de plusieurs endommagements

Nous endommageons de 25 % les éléments 3-10, 5-23 et 13-15, les histogrammes représentatifs des valeurs du  $LFCR$  pour chaque cas sont donnés sur la figure 5

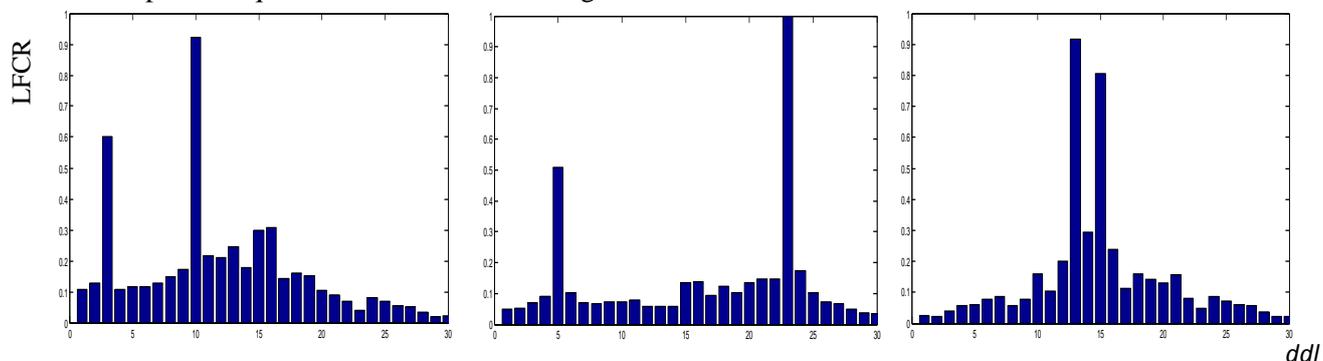


FIG. 5 – Variation de  $LFCR$  d'une structure poutre unidirectionnelle avec 2 d'endommagements

Nous endommageons de 25 % les éléments 3-13-22. L'historgramme représentatif des valeurs du  $LFCR$  est donné dans la figure 5

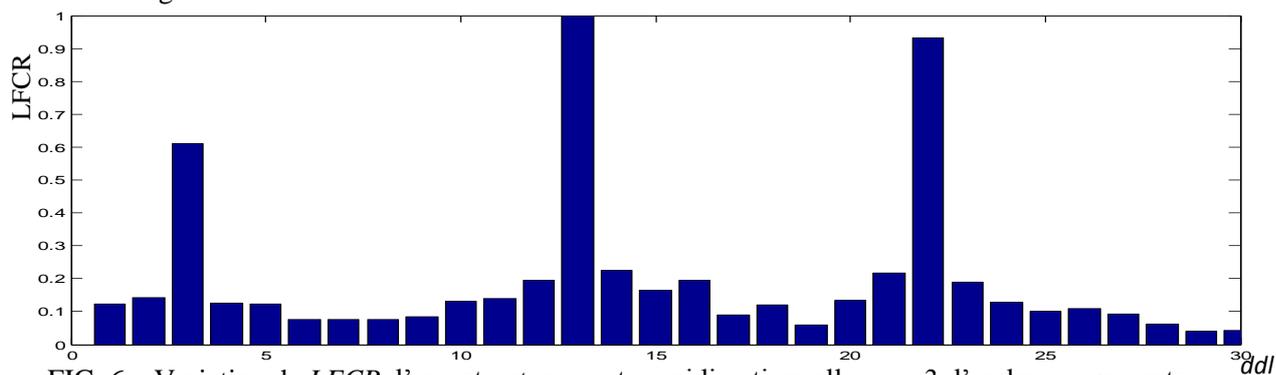


FIG. 6 – Variation de  $LFCR$  d'une structure poutre unidirectionnelle avec 3 d'endommagements

Nous endommageons de 25 % les éléments 2-13-17-25, l'historgramme représentatif des valeurs du  $LFCR$  est donné dans la figure 6

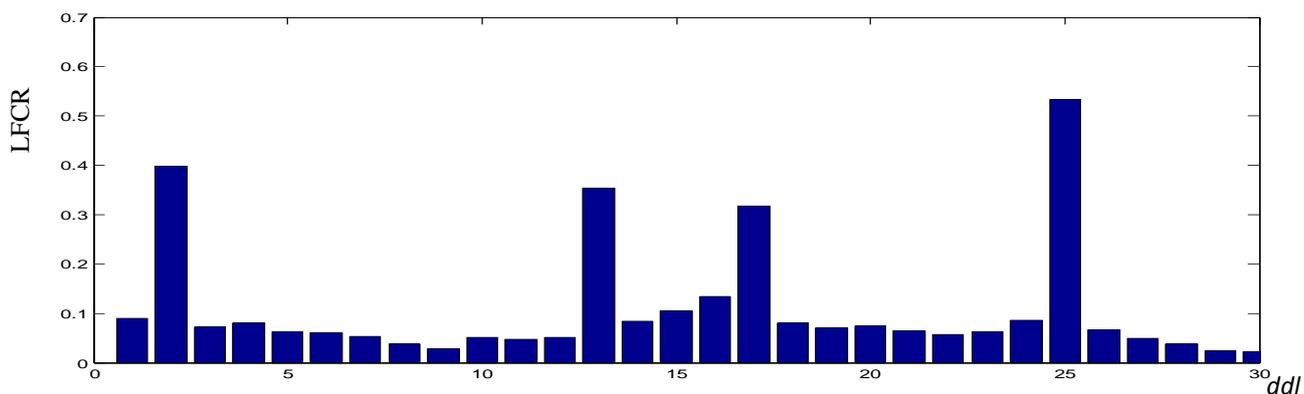


FIG. 7 – Variation de  $LFCR$  d'une structure poutre unidirectionnelle avec 4 d'endommagements

### Interprétation et conclusion

Les figures 3, 4, 5, 6 et 7 montrent que les valeurs de  $LFCR$  des éléments endommagés sont toujours les plus grandes.

D’après les résultats obtenus, nous pouvons conclure que la méthode de variation du rapport des changements des fréquences locales *LFCR* localise bien les endommagements dans les structures poutres unidirectionnelles.

### 3.2 Poutre stratifiée

Considérons une poutre stratifiée constituée de trois couches (figure 8), chacune d’elles pouvant être discrétisée par l’élément fini SI12. [2]

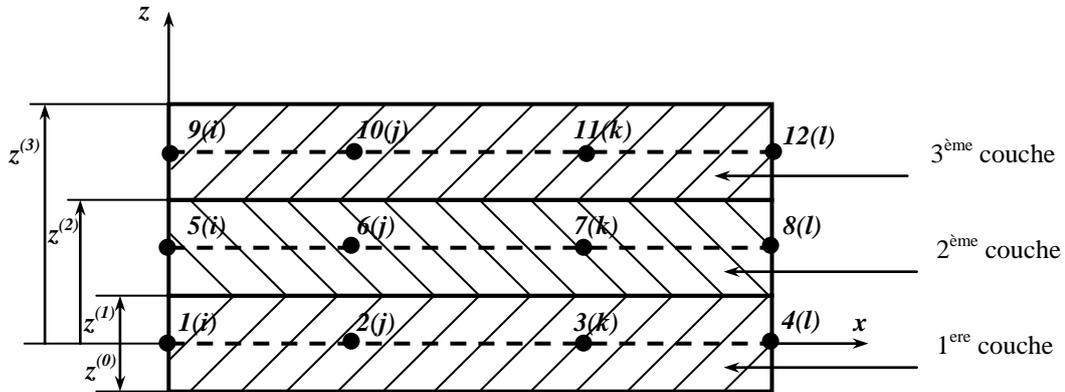


FIG. 8 – Élément fini SI20

Soit une structure poutre stratifiée en matériau composite graphite/époxyde sur appuis simples discrétisée en 20 éléments finis SI20. Les caractéristiques de cette dernière sont : Largeur de la poutre  $b = 0.03m$ , Epaisseur de la première couche  $h_1 = 0.0175m$ , Epaisseur de la deuxième couche  $h_2 = 0.01m$ , et Epaisseur de la troisième couche  $h_3 = 0.0175m$ .

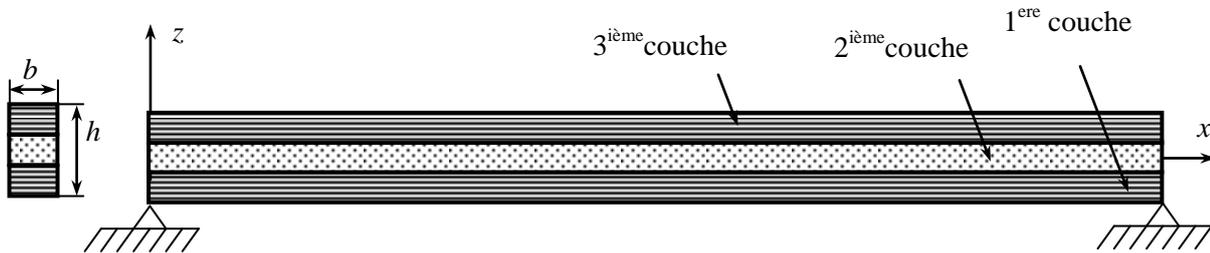


FIG. 9 – Poutre stratifiée (trois couches) en graphite–époxy sur appuis simples

a. Cas d’un endommagement

La poutre présentée sur la figure 9 est constituée de trois couches. Pour vérifier l’effet de la position de défaut sur la variation de *LFCR*, nous endommageons l’élément N°13 de 50%. L’histogramme représentatif des valeurs du *LFCR* est donné par la figure 10.

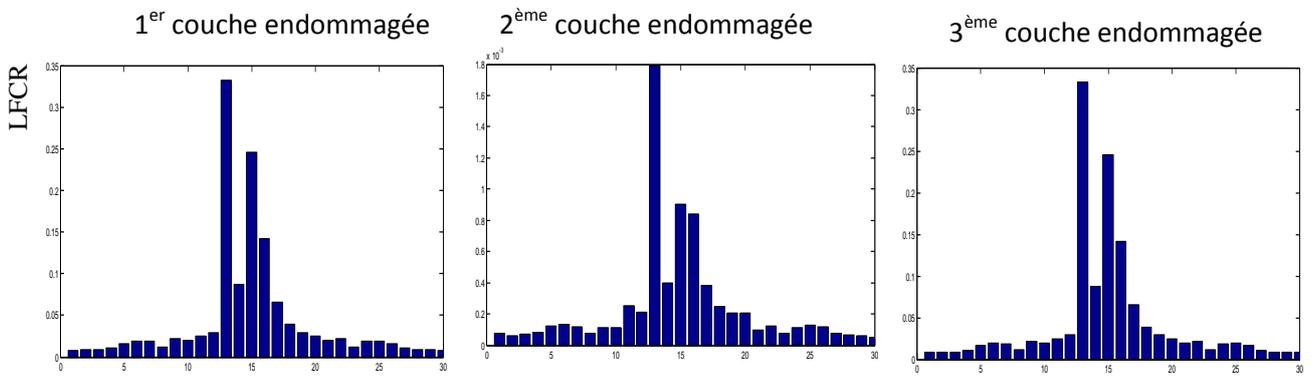


FIG. 10 – Variation de *LFCR* d’une structure poutre stratifiée, endommagements sur une couche

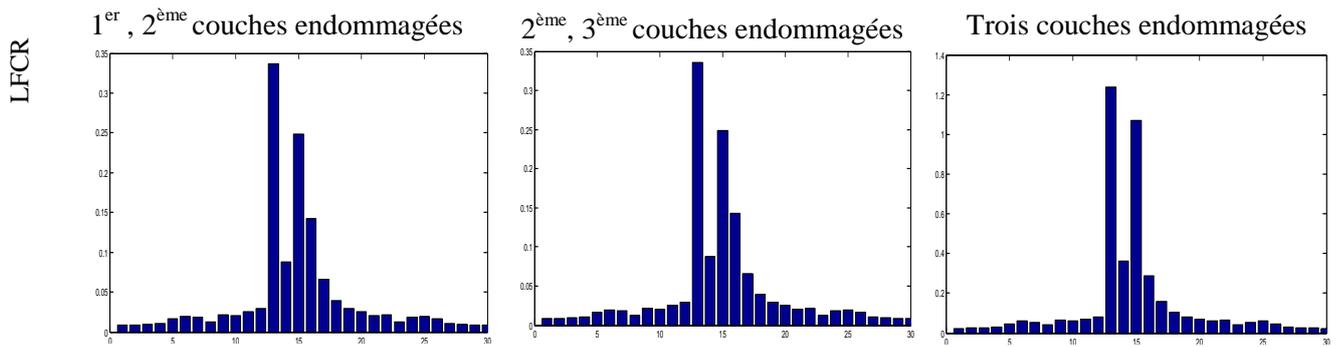


FIG. 11 – Variation de  $LFCR$  d'une structure poutre stratifiée, plusieurs couches endommagées

Les résultats présentés dans les figures 10 et 11, montrent que la valeur de  $LFCR$  de l'élément endommagé est la plus grande. Nous constatons qu'il y a des éléments à valeurs de  $LFCR$  assez élevées, cela est dû aux perturbations induites par l'élément endommagé sur les éléments voisins.

#### b. Cas de deux endommagements

Nous endommageons de 50 % l'élément N° 5 et de 25 % l'élément N°23. L'histogramme représentatif des valeurs du  $LFCR$  est donné dans les figures 12

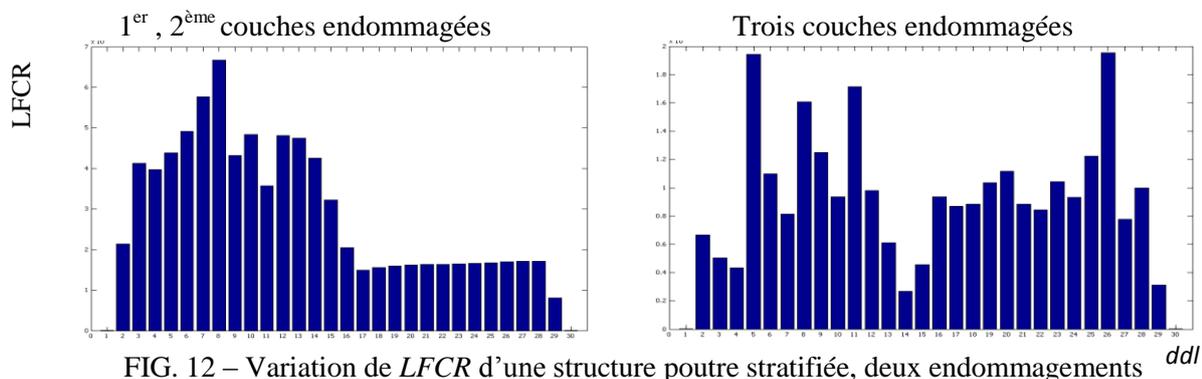


FIG. 12 – Variation de  $LFCR$  d'une structure poutre stratifiée, deux endommagements  $ddl$

Les deux cas de simulation présentés dans la figure 12, montrent que la localisation des défauts est difficilement réalisable, car les valeurs de  $LFCR$  des éléments sont aléatoires.

## 4. Conclusion

La localisation d'un ou plusieurs défauts, dans les structures poutres en matériaux composites unidirectionnelles, par la méthode de variation du rapport des changements des fréquences locales  $LFCR$ , est réussie. Les résultats obtenus montreront que la localisation de défaut dans le cas des structures poutres stratifiées est réalisable dans le cas d'un seul endommagement, et elle devient ambiguë et difficile dans le cas de plusieurs endommagements.

## References

- [1]: «Two stages damage detection in structure based modal data», Z.Y. Shi - S.S.Law – L.M.Zang
- [2]: « Analysis of laminated structures course of lecture », Rolands Rikards Riga T. University 1999.
- [3]: « Mécanique des vibrations linéaires », 2<sup>ème</sup> édition. M. LALANNE, P.BERTHIER, J. DER HAGOPIAN. Edition MASSON
- [4]: «The Location of Defects in Structures From Measurements of Natural Frequencies», Cawley P., Adams R.D., 1979,Journal of Strain Analysis, Vol.14, No.2, 49-57.
- [5]: «Non Destructive Damage Evaluation in Complex Structures from a Minimum of Modal Parameters», Topole K.G., Stubbs, 1995, Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 10(2), 95-103.