

Caractérisation du comportement vibroacoustique des panneaux composites par la méthode des éléments finis ondulatoire

Dimitrios Chronopoulos^{a,b}, Mohammed Ichchou^b, Bernard Troclet^{a,c}

a. EADS Astrium ST, 66 Route de Verneuil, BP3002, 78133 Les Mureaux Cedex, France

b. Ecole Centrale de Lyon, 36 Avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully Cedex, France

c. Ecole Normale Supérieure de Cachan, 61 Avenue du Président Wilson, 94230 Cachan, France

Résumé :

Un modèle robuste pour la prédiction de la performance vibro-acoustique des structures en matériaux composites via une analyse statistique énergétique (SEA) est développé dans cet article. Les caractéristiques de dispersion des panneaux composites sont prévues par une méthode des éléments finis ondulatoire (WFEM). Les matrices de masse et de raideur sont calculées par une modélisation éléments finis classique (FE) et sont insérées dans un problème aux valeurs propres polynômial, dont les solutions correspondent aux nombres d'onde de la structure. La densité modale et l'efficacité de rayonnement de la structure sont estimées en utilisant les caractéristiques de propagation. La réponse vibroacoustique à large bande du panneau est calculée dans le cadre d'une analyse statistique énergétique.

Abstract :

A robust model for the prediction of the vibroacoustic performance of composite structures within a statistical energy analysis (SEA) context is developed hereby. The dispersion characteristics of composite orthotropic structures are predicted by a wave finite element (WFE) method. The structure's mass and stiffness matrices are computed by a conventional finite element (FE) modelling and the wave propagation characteristics are derived by post-processing these matrices. A polynomial eigenproblem is formed whose eigenvalues correspond to structural wavenumbers. The modal density and the radiation efficiency of the structure are then evaluated using its numerically extracted wave propagation characteristics. The broadband vibroacoustic response of each configuration under a reverberant field excitation can then be computed within an SEA approach.

Mots clefs : Composite panels; Wave Finite Element Method; Statistical Energy Analysis

1 Introduction

Les structures complexe non-isotrope stratifiées et sandwichs sont largement utilisés dans les applications d'ingénierie tels que l'aérospatiale et l'industrie automobile, principalement en raison de leur rapport rigidité / masse élevé et du fait que leurs caractéristiques mécaniques peuvent être conçues pour répondre a des nécessités particulières. La modélisation du comportement vibratoire des structures composites complexes est un champ d'études approfondies en ingénierie moderne. La connaissance des caractéristiques de propagation des ondes dans une structure semble fournir une clé pour décoder la modélisation de ce comportement vibratoire.

Des formules analytiques pour la caractérisation de dispersion dans des plaques minces orthotropes peuvent être trouvées dans les ouvrages classiques [1] et commencent par la théorie des plaques stratifiées classique (CLPT) [2], développée comme une extension de la théorie Kirchoff- Love et

appliquée avec succès à des panneaux minces à basses fréquences. En outre, la théorie du premier ordre de déformation de cisaillement (FSDT) [3] prend en compte la déformation de cisaillement transversale du panneau.

Renji *et al* [4] ont utilisé la théorie des plaques Midlin pour calculer les vitesses des ondes anti-symétriques des panneaux sandwich composites. Ghinet et Atalla [5, 6] ont utilisé un modèle généralisé multicouche analytique Midlin pour aller plus loin et calculer la réponse vibroacoustique des panneaux sandwich courbés en vertu d'un champ sonore diffus avec une méthode SEA.

Une grande variété d'applications de la WFEM a été effectuée pour prédire les vitesses des ondes des structures unidimensionnelles [7, 8] et en deux dimensions [9, 10]. La principale hypothèse de la méthode est la périodicité de la structure à modéliser. La technique en deux dimensions a été utilisée avec succès par Inquiere [10] pour modéliser la propagation des ondes dans des panneaux orthotropes minces plats.

La principale contribution de cet article est le calcul des quantités SEA essentielles pour l'analyse vibro-acoustique d'un panneau composite orthotrope après l'extraction numérique de ses caractéristiques de dispersion en utilisant un modèle WFE. L'objectif est de développer une approche robuste unifiée pour l'analyse vibro-acoustique des structures composites, en développant une méthode SEA numériquement alimentée. L'avantage principal de la méthode actuelle est sa capacité à modéliser avec précision tout type de structure épaisse hétérogène (dans le sens de l'épaisseur), pour une très large gamme de fréquences.

2 Présentation de la méthodologie

2.1 La méthode WFEM 2D

L'hypothèse fondamentale de la WFEM est la périodicité de la structure à être modélisée à deux dimensions. La périodicité doit être vraie pour la géométrie ainsi que pour les propriétés mécaniques. Les types des configurations pouvant être modélisées varient des panneaux multi-couches ou des nids d'abeille en sandwich à des structures totalement inhomogènes dans le sens de l'épaisseur.

Au départ, les matrices de masse et de rigidité d'un petit segment de structure $[M]$ et $[K]$ sont extraites en utilisant des algorithmes classiques FEM. Suite à l'analyse dans [10], un problème aux valeurs propres polynomial représenté dans l'équation suivante peut être formé :

$$(I \quad \lambda_y^{-1}I \quad \lambda_x^{-1}I \quad \lambda_x^{-1}\lambda_y^{-1}I)[D](I \quad \lambda_x I \quad \lambda_y I \quad \lambda_x \lambda_y I)^T u_Q = 0 \quad (1)$$

où D est la matrice de rigidité dynamique de la structure modélisée $[D] = ([K](1 + \eta i) - \omega^2 [M])$. Les solutions du problème aux valeurs propres ci-dessus représentent les longueurs d'onde se propageant dans la structure et les modes d'ondes correspondant à chaque type d'onde, et le problème peut être résolu pour toute la gamme des fréquences et des angles de propagation. Une fois que toutes les informations souhaitées sont acquises, les résultats correspondant à des ondes se propageant dans la structure doivent être distingués par des ondes évanescentes et des solutions artefacts numériques avec un procédé décrit dans [10]. Finalement, les longueurs d'onde correspondant à chaque type d'onde (flexion, cisaillement, extension) pour chaque direction de propagation sont corrélées par le 'Modal Assurance Criterion (MAC)'.

$$MAC = \frac{(\Phi_i^T \bar{\Phi}_j)(\Phi_j^T \bar{\Phi}_i)}{(\Phi_i^T \bar{\Phi}_i)(\Phi_j^T \bar{\Phi}_j)} \quad (2)$$

ou T exprime la transposée et $\bar{}$ le conjugué de chaque vecteur modal.

2.2 Calcul des indices SEA

2.2.1 Densité modale

Selon [15], la densité modale d'une plaque plane peut être écrite comme une fonction du nombre d'onde de propagation pour chaque angle et sa vitesse de groupe correspondant de chaque type d'onde :

$$n(\omega) = \int_0^\pi \frac{A \kappa(\omega, \phi)}{2\pi^2 |c_g(\omega, \phi)|} d\phi \quad (3)$$

2.2.2 L'efficacité de rayonnement

Afin de calculer l'efficacité de rayonnement $\sigma(\kappa(\omega, \phi))$ pour un panneau composite, les formules asymptotiques présentées par Leppington dans [14] sont utilisés. L'une des hypothèses principales de la SEA est l'équipartition de l'énergie parmi les modes résonants de sorte que le rendement de rayonnement s'est écrit :

$$\sigma_{rad} = \frac{1}{n(\omega)} \int_0^\pi \sigma(\kappa(\omega, \phi)) n(\omega, \phi) d\phi \quad (4)$$

2.2.3 La réduction du bruit (NR) et la perte de transmission du son (TL)

Le problème qui sera étudié est la réduction du bruit causé par un panneau composite entre deux chambres réverbérantes, une chambre source, et une chambre de réception. Selon [13], la réduction du bruit causé par le panneau peut être écrite comme :

$$NR = 10 \log_{10} \left(\frac{\eta_{13} + \frac{n_2 \eta_{rad}^2}{n_1 (\eta_2 + 2\eta_{rad})}}{\eta_3 + \frac{n_1 \eta_{13}}{n_3} + \frac{n_2 \eta_{rad}}{n_3}} \right) \quad (5)$$

avec 1,2,3 des indices représentant la chambre source, le panneau, et la chambre réverbérant respectivement, η_{13} l'efficacité de transmission non-résonante, η_i le facteur de perte par dissipation de chaque sous-système, η_{rad} l'efficacité de rayonnement du panneau, et n_i la densité modale de chaque sous-système. Afin de prendre en compte les dimensions finies du panneau, une méthode de correction pour le facteur η_{13} présentée dans [16] sera utilisée.

Finalement, la perte de transmission du son (TL), l'un des plus importants indices vibroacoustique peut être calculée comme suit :

$$TL = NR + 10 \log_{10} \left(\frac{A}{\alpha A_3} \right) \quad (6)$$

ou A l'aire de la plaque, α le coefficient d'absorption et A_3 l'aire de la chambre réceptive.

3 Résultats numériques

Dans cette section, la méthodologie développée ci-dessus sera appliquée et validée. Nous prenons comme premier exemple, le panneau orthotrope mince présenté dans [11]. Les caractéristiques de dispersion du panneau ont été calculées pour chaque direction de propagation. Les résultats sont présentés dans la fig. 1. comme une illustration 3D représentant le k-espace de la structure pour chaque fréquence. Les caractéristiques de dispersion des ondes de chaque angle désiré peuvent alors être calculées par interpolation sur ce schéma.

Par la suite, les caractéristiques de dispersion d'un panneau type sandwich, épais et orthotrope présenté dans [12] ont été calculées en utilisant la même procédure que ci-dessus. Les caractéristiques de la structure sont présentées dans le Tableau 1. Les dimensions du panneau sont 1.12m x 0,62m.

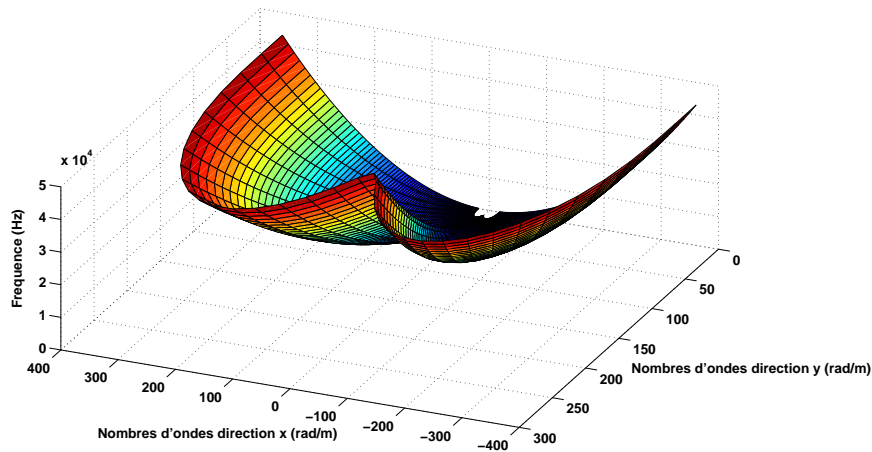


FIGURE 1 – Vue des nombres d’onde de flexion en 3 dimensions, se propageant dans la structure stratifiée en fonction de la direction de propagation et la fréquence

Tableau 1

Caractéristiques des semelles	Caractéristiques de l’ame
$Epaisseur = 0.5mm$	$Epaisseur = 6.35mm$
$\rho = 1600kg/m^3$	$\rho = 160kg/m^3$
$E_1 = 49 \cdot 10^9 Pa$	–
$E_2 = 49 \cdot 10^9 Pa$	–
$\nu_{12} = 0.15$	$\nu_{12} = 0.15$
–	–
–	$G_{23} = 90 \cdot 10^6 Pa$
–	$G_{13} = 140 \cdot 10^6 Pa$

La densité modale de la structure comprenant une âme avec les caractéristiques correspondant à la direction y est représentée sur fig. 2.a. La résistance de rayonnement du panneau selon la formule du Leppington est également représentée sur la fig. 2.b. Les résultats sont comparés avec des quantités expérimentaux présentées dans [12]. Un très bon accord entre les résultats prévus et expérimentaux est observée pour les moyennes et hautes fréquences. Les fluctuations des valeurs mesurées pour les basses fréquences sont celles attendues en raison de la réponse discrétisée modale de la structure.

Finalement, la perte de transmission du son du panneau sous un champ réverbérant acoustique peut être calculée en utilisant l’approche décrite SEA. Les résultats sont présentés dans la fig. 3. Une fois de plus, les résultats de l’approche actuelle corrént très bien avec les données expérimentales. De plus, ils semblent également y avoir une meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux, par rapport aux résultats du modèle SEA présentés dans [12].

4 Conclusions

Une approche robuste pour la prédiction de la performance vibro-acoustique des structures composites dans un contexte ondulatoire d’une analyse statistique énergétique (SEA) a été présenté. Les caractéristiques de propagation des ondes des panneaux composites ont été prédites par une modélisation par éléments finis ondulatoires et les résultats ont été utilisés pour la prédiction de la densité modale et l’efficacité de rayonnement des structures. Ces quantités étant calculées, les caractéristiques de réponse vibroacoustique du panneau ont été prédites dans une démarche SEA. Un accord excellent des résultats présentés par la méthode actuelle avec des données expérimentales dans le régime de fréquence a été observé.

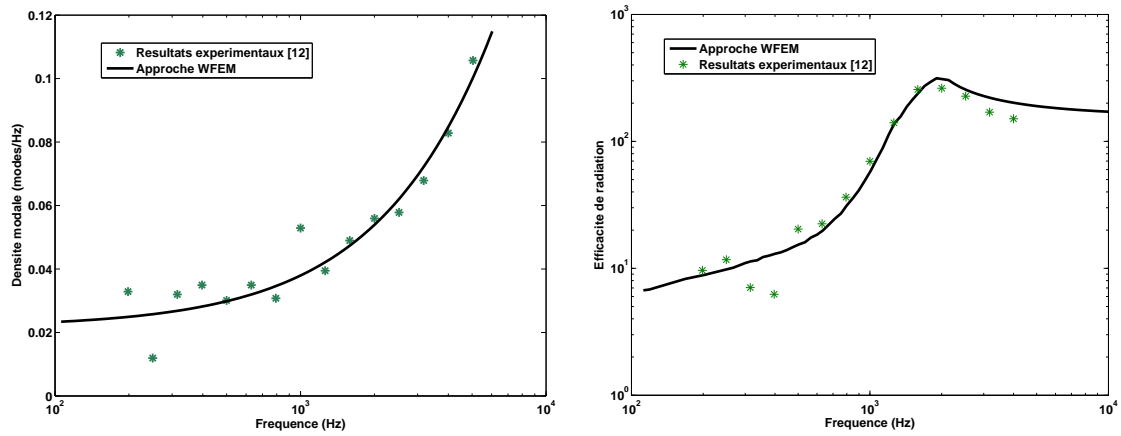


FIGURE 2 – Gauche : Comparaison de la densité modale obtenue par l’approche actuelle (-), Résultats expérimentaux [12] (*).
Droite : Comparaison de l’efficacité de rayonnement obtenue par l’approche actuelle (-), Résultats expérimentaux [12] (*)

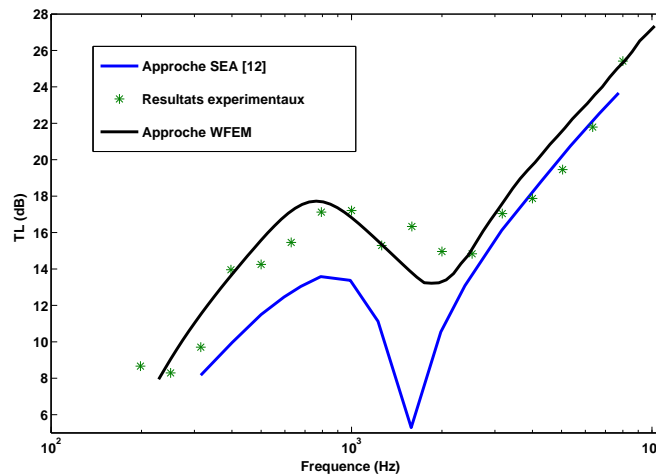


FIGURE 3 – Comparaison du TL obtenue par l’approche actuelle (-), Résultats expérimentaux [12] (*)

Références

- [1] Graff K.F, Wave Motion in Elastic Solids, Dover Publications Inc., New York, 1975.
- [2] Stavsky Y., Bending and stretching of laminated anisotropic plates. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 87, p. 31-56, 1961.
- [3] Whitney J.M., Pagano N.J, Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates. Journal of Applied Mechanics, vol. 37, p. 1031-1036, 1970.
- [4] Renji, K., Nair, P., and Narayanan, S. (1997). Critical and coincidence frequencies of flat panels. Journal of Sound and Vibration, 205, 19-32.
- [5] Ghinet, S., and Atalla, N. (2006). Vibro-acoustic behaviours of flat sandwich panels. tcsme.org, 30(4), 473-493.
- [6] Ghinet, S., Atalla, N., and Osman, H. (2005). The transmission loss of curved laminates and sandwich composite panels. The Journal of the Acoustical Society of America.
- [7] J.M. Mencik, M.N. Ichchou, Multi-mode propagation and diffusion in structures through finite elements, European Journal of Mechanics, ASolids 24 (5) (2005) 877898.

- [8] B.R. Mace, D. Duhamel, M.J. Brennan, L. Hinke, Finite element prediction of wave motion in structural waveguides, *Journal of the Acoustical Society of America* 117 (2005) 2835-2843.
- [9] Manconi, E., and Mace, B. (2007). Modelling wave propagation in two-dimensional structures using a wave/finite element technique. Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, (February).
- [10] Inquiété, G. (2008). Simulation numérique de la propagation des ondes dans les structures composites stratifiées. PhD Thesis, Ecole Centrale de Lyon
- [11] Leppington, F., and Heron, K., EG. (2002). Resonant and nonresonant transmission of random noise through complex plates. *of the Royal*, 683-704.
- [12] Zhou, R., and Crocker, M. (2009). Sound transmission loss of foam-filled honeycomb sandwich panels using statistical energy analysis and theoretical and measured dynamic properties. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, 1-14.
- [13] C. Lesueur, *Rayonnement acoustique des structures*, Eyrolles, 1988
- [14] Leppington, F., Broadbent, E., and Heron, K. (1982). The acoustic radiation efficiency of rectangular panels. *of the Royal Society of London.*, 382(1783), 245-271.
- [15] Bourguin A., *Sur une approche statistique de la dynamique vibratoire des structures*, PhD thesis, ONERA, 1973
- [16] S. Ghinet and N. Atalla, Sound transmission loss of insulating complex structures, *Can. Acoust.* 29, 2627, 2001.