

De la détermination de la perméabilité lacuno-canaliculaire dans l'os

S. LEMONNIER, S. NAILI, C. ODDOU, T. LEMAIRE

Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME, UMR 8208 CNRS), 61 Avenue du Général de Gaulle, 94010 Créteil.

Résumé :

La perméabilité lacuno-canaliculaire régit l'écoulement interstitiel dans l'os cortical, ce qui en fait un élément-clé quant à la compréhension du remodelage osseux. Dans cette étude une mise en perspective des écarts entre les prédictions issues de modèles (10^{-20} m^2) et les récentes mesures de ce paramètre (10^{-24} m^2) est présentée. Pour illustrer notre propos, nous proposons une loi de Kozeny revisitée donnant la variation de la perméabilité avec les paramètres de la microstructure osseuse. Cette loi pourra servir d'entrée dans un modèle de remodelage osseux.

Abstract :

The lacuno-canalicular permeability has been proven to play a key role in the process of bone remodeling by governing the cortical interstitial fluid flow. The aim of this study is to question the discrepancies between predictions issue from modelling (10^{-20} m^2) and the recent experimental measurements (10^{-24} m^2). We propose therefore a reexamined Kozeny law relating the permeability to the textural parameters of cortical bone microstructure. This numerical estimation can then be used as an input in models aiming at mimicking the bone remodeling process.

Mots clefs : Os, Perméabilité, Kozeny-Carman

1 Introduction

Les interactions fluide-cellules à l'intérieur du tissu osseux, considéré comme un milieu poreux saturé, jouent un rôle essentiel dans le processus de remodelage osseux [1]. Une évaluation précise des champs de vitesse et de pression au niveau des cellules mécano-sensibles de l'os (ostéocytes), c'est-à-dire à l'intérieur des pores du réseau lacuno-canaliculaire, s'avère donc nécessaire pour pouvoir comprendre de manière approfondie ce procédé de remodelage. L'écoulement interstitiel dans l'os étant dû aux déformations mécaniques subies par le squelette osseux, la théorie de Biot peut être utilisée pour modéliser le comportement mécanique de ce dernier et ainsi simuler le processus de remodelage [2]. Dans cette approche, l'écoulement du fluide interstitiel peut être quantifié à l'aide d'un unique paramètre dépendant exclusivement de la géométrie du réseau poreux : la perméabilité intrinsèque κ . Une détermination précise de la valeur de ce paramètre est donc indispensable pour modéliser les interactions fluide-cellules s'opérant dans l'espace lacuno-canaliculaire. Mais en raison de la structure multi-échelle de la porosité osseuse, les mesures expérimentales de cette valeur sont très compliquées à mettre en œuvre, d'où la large plage de valeurs proposée dans la littérature disponible (de 10^{-18} à 10^{-25} m^2). L'objet de la présente étude est donc de relier quantitativement la perméabilité intrinsèque κ à la structure géométrique des pores lacuno-canaliculaires à l'aide de la méthode des éléments finis. Cet article présente les conclusions du premier stade de l'étude, qui permet, à partir d'une méthode naïve, d'obtenir une loi de type Kozeny-Carman pour κ . Dans une première partie, nous justifierons par une rapide étude bibliographique la nécessité de chercher à déterminer proprement la perméabilité lacuno-canaliculaire. La seconde partie de ce travail mettra en œuvre la détermination de la perméabilité lacuno-canaliculaire.

2 Différents modèles de la perméabilité intrinsèque

2.1 Loi de Kozeny-Carman

La perméabilité des milieux poreux est un sujet d'étude commun à de nombreux domaines d'application (étude des sols, industrie chimique, environnement et sciences du vivant, etc.). De nombreux modèles ont donc été établis pour la décrire. Dans le cas de matériaux poreux isotropes, la loi de Kozeny-Carman permet de relier la porosité η_f à la perméabilité intrinsèque κ du solide étudié [3, 4] selon l'équation :

$$\kappa = \frac{\eta_f^2}{c(1 - \eta_f)^2 A^2}, \quad (1)$$

où A est la surface spécifique (aire de l'interface fluide-solide par unité de volume) et c le paramètre de Kozeny. La valeur de ce dernier peut par ailleurs être exprimée à partir de la tortuosité θ du système étudié suivant la relation $c = \alpha \theta^2$, où la valeur du facteur de forme α est typiquement comprise entre 2 et 3 [5]. De plus, l'équation de Kozeny-Carman peut être simplifiée pour les matériaux à faible porosité. En effet, en notant δ la taille caractéristique des pores, V le volume du système étudié et V_f le volume de la porosité, on peut dans ce cas exprimer les grandeurs η_f et A selon $A \equiv \delta^2/V$ et $\eta_f = V_f/V \equiv \delta^3/V$. On obtient ainsi l'équation de Kozeny-Carman dans l'approximation des milieux à faible porosité (modèle FP) :

$$(FP) \quad \kappa = \frac{\delta^2 \eta_f}{c(1 - \eta_f)^2}. \quad (2)$$

Deux autres cas particuliers peuvent être souvent rencontrés dans des études de la perméabilité de milieux poreux. Le premier consiste à modéliser le milieu poreux comme un ensemble de particules sphériques solides entassées, les pores constituant l'espace non occupé par ces particules à l'intérieur du matériau (modèle PS), et le second consiste à voir le milieu poreux comme un faisceau unidirectionnel de capillaires cylindriques (modèle PC). On obtient alors deux nouvelles expressions simplifiées de l'équation de Kozeny-Carman [6, 7], k étant le paramètre de Kozeny modifié :

$$(PS) \quad \kappa = \frac{\delta^2 \sqrt[3]{\eta_f^7}}{k\theta^2 \sqrt[3]{(1 - \eta_f)^4}} \quad \text{et} \quad (PC) \quad \kappa = \frac{\delta^2 \eta_f}{32\theta^2}. \quad (3)$$

Les relations précédentes nous permettent, à partir de la détermination de quatre paramètres macroscopiques (θ , η_f , k et α), d'estimer l'évolution de la perméabilité intrinsèque d'un matériau poreux en fonction d'une taille caractéristique de pore. Comparons à présent ces estimations aux mesures expérimentales récentes effectuées sur l'os cortical.

2.2 Mesures et estimations de κ dans la bibliographie

La porosité lacuno-canaliculaire dans l'os cortical est estimée à environ 3 – 5% [8]. Par ailleurs, la valeur de la tortuosité θ , qui représente le rapport entre la longueur réelle "du bras" d'un ostéocyte et sa longueur apparente, varie entre 2 et 3 [9]. Le paramètre k entrant en compte dans l'approximation des particules sphériques peut être calculé analytiquement [6], d'où ici $k = 72$. La valeur du paramètre de Kozeny α avoisinant 2.5 [6], on peut donc estimer à l'aide des équations (2) et (3) les variations de la perméabilité κ en fonction de la taille caractéristique des pores δ (cf. figure 1). Sur ce graphe, les rectangles A et B représentent les plages de valeurs de κ récemment mesurées expérimentalement (rectangle A) [10, 11, 12] ou estimées sur la base de modèle à partir de calculs du flux lacuno-canaliculaire (rectangle B). Aux variations de κ en fonction de δ obtenues dans le cadre des trois approximations précédentes, on a ajouté deux lignes horizontales représentant la taille d'une molécule d'eau (3×10^{-10} m, ligne en pointillé) et la taille minimale d'un pore nécessaire à la présence d'eau libre en son sein (2×10^{-9} m, ligne pleine) estimée d'après les travaux de [13]. On peut alors remarquer que les tailles caractéristiques de pore associées aux valeurs expérimentales de κ récemment mesurées (rectangle A) sont inférieures à la taille requise pour observer un écoulement, quel que soit le modèle utilisé. En revanche, même si la fourchette basse des estimations basées sur un modèle de κ (rectangle

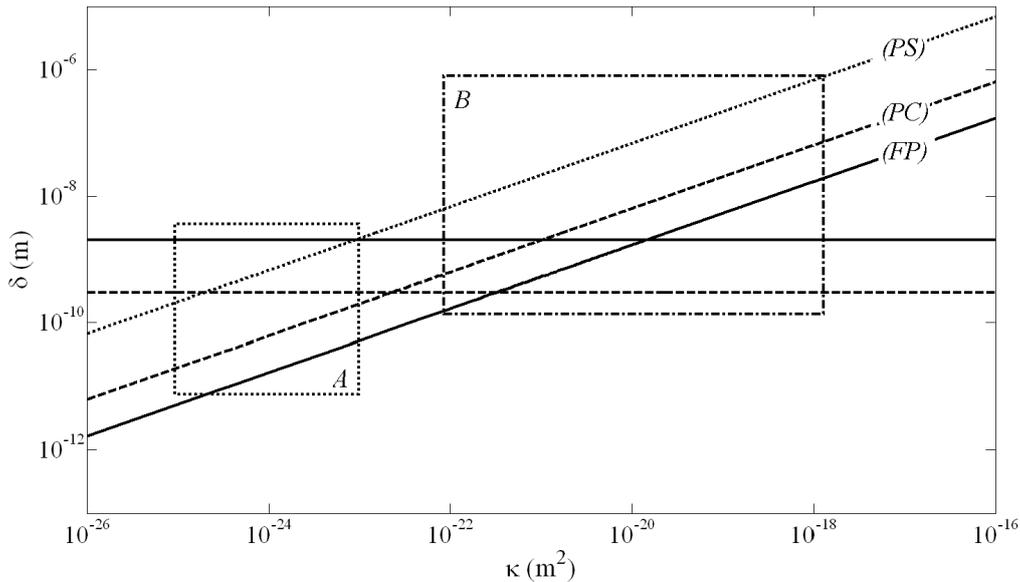


FIGURE 1 – Estimations numériques et mesures expérimentales de κ en fonction de δ

B) correspond également à des tailles de pore δ non réalistes pour deux des trois approximations, l'ordre de grandeur de δ est globalement cette fois-ci satisfaisant. D'autre part, la morphologie du réseau lacuno-canaliculaire suggère que les modèles de faible porosité (FP) et de pores cylindriques (PC) semblent plus adaptés que le troisième pour décrire le tissu osseux. En considérant qu'une taille caractéristique de pore physiologique est comprise entre la distance inter-fibre de la matrice péricellulaire, soit quelques nanomètres [14], et le rayon d'un canalicule, soit environ $0.1 \mu\text{m}$ [8], les deux approximations (FP) et (PC) nous donnent alors une plage de valeurs typiques pour κ comprise entre 10^{-18} et 10^{-20} m^2 . Cependant, si ces estimations numériques de κ donnent une première plage de valeur à considérer, elles restent basées sur des hypothèses fortes concernant la géométrie des pores du réseau lacuno-canaliculaire, et ne prennent pas en compte la texture fine de cette porosité due à la présence de fibres péricellulaires, qui modifient l'écoulement interstitiel. Par exemple, pour prendre en compte la matrice péricellulaire, [15] a décidé d'intégrer un facteur 100 au dénominateur de la loi de Kozeny-Carman. Le caractère *a priori* de ce choix nous incite à chercher à établir une relation quantitative simple, de type Kozeny-Carman, entre les principaux paramètres morphologiques de la porosité lacuno-canaliculaire (rayon du canalicule et "du bras" de l'ostéocyte, densité et géométrie des fibres, etc.) et la perméabilité intrinsèque κ du milieu. Cette loi pourrait en effet alors être utilisée en entrée de modèle de simulation du comportement hydromécanique du tissu osseux. Notre stratégie va consister à traiter le problème en deux étapes : i/ nous allons chercher à construire une loi de la conductivité de Hagen-Poiseuille en fonction d'une taille caractéristique du pore d sur toute une plage de caractéristiques structurelles du pore choisie à l'aide de l'étude de [14] ; ii/ la perméabilité lacuno-canaliculaire est déduite par prise de moyenne en faisant apparaître la tortuosité et la porosité.

3 Estimation numérique de la perméabilité lacuno-canaliculaire

3.1 Description du modèle

Cette troisième partie est consacrée à la détermination, à l'aide de la méthode des éléments finis, d'une relation de type Kozeny-Carman entre les paramètres structuraux de l'espace lacuno-canaliculaire d'une part, et la perméabilité intrinsèque κ de l'os étudié d'autre part. Nous nous sommes donc intéressés à l'écoulement d'un fluide dans l'espace lacuno-canaliculaire, en faisant varier la géométrie du canalicule à partir de l'étude anatomique menée par [14]. Les caractéristiques de cet écoulement étant déterminées par la porosité la plus fine, nous avons donc modélisé l'écoulement du fluide dans un canalicule, sans tenir compte de l'influence d'éventuelles lacunes. Ainsi, à l'échelle d'un pore, le

Géométrie		Paramètres du Fluide	
R_c	$[0.7 - 1.5] \times 10^{-7}$ m	densité ρ	1 000 kg.m ⁻³
R_o	$[3.5 - 8.0] \times 10^{-8}$ m		
R_f	$[3.0 - 8.0] \times 10^{-9}$ m	viscosité μ	6×10^{-4} Pa.s
D_{lf}	$[2.5 - 4.5] \times 10^{-8}$ m		
N_f	2-30 (valeur prise comme référence : 6)		

TABLE 1 – Plages de valeurs étudiées pour les différents paramètres [14]

système à étudier est un espace annulaire, délimité par la paroi du canalicule d'une part (cylindre de rayon R_c) et celle "du bras" de l'ostéocyte d'autre part (cylindre de rayon R_o), et traversé par des fibres cylindriques transversales (rayon R_f). Ces dernières sont disposées périodiquement dans les directions transverse et longitudinale du canalicule [14]. On nomme alors N_f le nombre de fibres contenues dans une section transverse du canal, et D_{lf} la distance entre deux plans de fibres. Par ailleurs, à l'échelle de l'ostéon, le réseau lacuno-caniculaire est caractérisé par sa tortuosité θ et sa porosité η_f . Enfin, la périodicité de configuration géométrique du système étudié permet de n'en modéliser qu'une fraction. On considère donc l'écoulement d'un fluide aqueux au sein de l'espace lacuno-caniculaire modélisé. Le nombre de Reynolds correspondant à cette étude étant très faible, l'écoulement du fluide est décrit par l'équation de Stokes lorsque le fluide est incompressible. Une différence de pression $\Delta P = 41$ Pa est imposée entre les deux extrémités du canalicule, et la longueur L de canal étudiée est suffisante pour pouvoir négliger les effets de bords au milieu du conduit. Enfin, la résolution numérique du problème est effectuée à l'aide d'éléments tétraédriques avec une interpolation linéaire de Lagrange. La figure 2 donne un aperçu de la géométrie du pore avec un zoom sur une portion du pore.

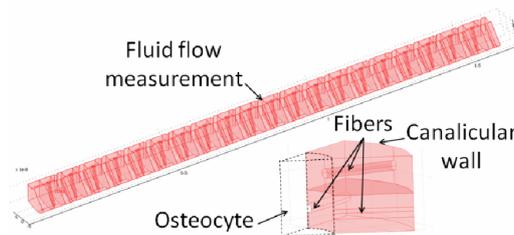


FIGURE 2 – Géométrie du pore avec un zoom sur une portion du pore

Il est alors possible de déterminer numériquement la conductivité hydraulique κ_c du système dans la direction longitudinale du canal à partir de la vitesse longitudinale moyenne v selon la loi de Poiseuille :

$$\kappa_c = \frac{vL\mu}{\Delta P}. \quad (4)$$

L'influence des différents paramètres texturaux cités précédemment (cf. tableau 1) sur la valeur de κ_c peut ainsi être étudiée en faisant varier tour à tour chacun de ces paramètres, les autres étant maintenus à leur valeur médiane.

3.2 Résultats

Pour pouvoir comparer aisément l'impact des différents paramètres texturaux sur la valeur de la conductivité hydraulique κ_c , chaque géométrie modélisée est caractérisée par un unique paramètre δ défini comme le produit de la porosité et de l'inverse de la surface spécifique du tissu lacuno-caniculaire. Dans le cadre de l'approximation des milieux à faible porosité, δ représente de cette façon bien la taille caractéristique du pore étudié. La figure 3 représente l'évolution de la valeur de κ_c en fonction de δ . Dans le domaine d'étude déterminé par [14], deux paramètres texturaux, le rayon du canalicule R_c et le nombre de fibres par section transverse N_f , semblent avoir une importance prédominante sur la valeur de κ_c . De plus, l'interpolation des résultats numériques obtenus par une

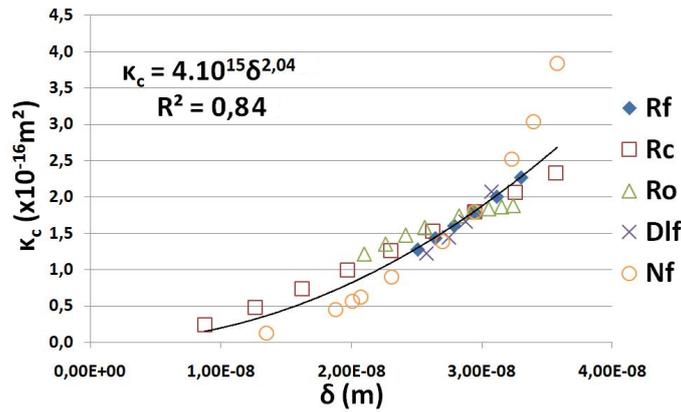


FIGURE 3 – Variation de la conductivité hydraulique en fonction de la taille caractéristique du pore modélisé (incertitude : 2%)

fonction puissance permet de retrouver la loi parabolique déjà observée expérimentalement par Kozeny et Carman. Par ailleurs, en déterminant indépendamment la porosité η_f et la tortuosité θ du réseau lacuno-canaliculaire, la conductivité hydraulique κ_c peut être reliée à la perméabilité intrinsèque κ de ce réseau *via* une prise de moyenne selon la loi :

$$\kappa = \frac{\eta_f \kappa_c}{\theta}. \quad (5)$$

Cette estimation de la perméabilité intrinsèque κ peut alors être réutilisée comme paramètre d'entrée d'un modèle poroélastique du comportement hydromécanique du tissu osseux tenant compte de la morphologie microscopique du réseau lacuno-canaliculaire.

3.3 Discussion

La forte dépendance de la conductivité hydraulique κ_c , et donc de la perméabilité intrinsèque κ , à la taille caractéristique des pores δ nous indique que les interactions fluide-structure au sein du matériau sont bien gouvernées par la structure texturale microscopique des pores. Néanmoins, deux aspects de cette géométrie sont pris en considération dans la variation du paramètre δ : la taille du canal liée aux variations des rayons du canalicule et de l'ostéocyte d'une part, et l'impact de la présence des fibres d'autre part. Afin d'être en mesure de différencier l'influence de ces deux aspects sur la conductivité hydraulique κ_c , il est utile de reprendre l'expression analytique de δ :

$$\delta = \frac{D_{lf}(R_c^2 - R_o^2) - N_f R_f^2 (R_c - R_o)}{2D_{lf}(R_c - R_o) + 2N_f R_f (R_c - R_o) - 2N_f R_f^2}. \quad (6)$$

Pour un système à densité de fibres négligeable ($N_f \rightarrow 0$), on obtient alors $\delta \sim R_c - R_o$. C'est donc l'entrefer ($R_c - R_o$) qui joue un rôle déterminant dans la valeur de κ_c , la domination apparente de R_c sur R_o observée sur la figure 3 étant en réalité liée aux plages de valeurs étudiées. Cette asymétrie des rôles entre R_c et R_o se retrouve dans le cas où le rayon du canalicule est très grand devant celui de l'ostéocyte, puisque dans ce cas, $(R_c - R_o) \sim R_c$. Par ailleurs, la présence de fibres modifie la structure du pore, et donc l'écoulement du fluide, perturbant ainsi la valeur de la perméabilité intrinsèque κ . A entrefer constant, cet impact des fibres sur la valeur de κ semble d'après la figure 3 être principalement lié à leur densité N_f , ce qui rejoint les résultats de [16]. Enfin, la conductivité hydraulique κ_c estimée ici nous donne une plage de valeurs variant de 10^{-18} à 10^{-19} m² pour la perméabilité intrinsèque κ , ce qui nous place dans la partie haute de la plage de valeurs estimée à l'aide des trois modèles exposés précédemment, et bien au-dessus des mesures expérimentales récentes. Cet écart entre les estimations numériques et les données expérimentales peut être expliqué par les incertitudes liées aux techniques

de mesures et inhérentes aux méthodes inverses mises en œuvre. En outre, l'existence de phénomènes concurrents caractéristiques des écoulements dans des milieux nanoporeux, tels que l'électro-osmose, entraînant une diminution de la perméabilité apparente, pourrait être une autre piste de réflexion.

4 Conclusions

En nous appuyant sur des approches de type Kozeny-Carman, nous avons pu établir un lien simple entre la perméabilité intrinsèque κ du réseau lacuno-canaliculaire de l'os cortical et ses paramètres texturaux microscopiques. Cette relation nous a permis de mettre en avant les rôles de différents paramètres géométriques sur la variation de la valeur de κ . Nous avons ainsi pu établir que les deux paramètres microscopiques principaux à prendre en compte étaient la distance entre la membrane cellulaire et la paroi du pore d'une part, et la densité des fibres péricellulaires d'autre part. Néanmoins, ce résultat mériterait d'être affiné à l'aide d'une étude de sensibilité. En outre, cette estimation numérique de κ se situe dans la fourchette haute des estimations théoriques macroscopiques, et est bien supérieure aux mesures expérimentales récemment proposées. Cette différence pourrait s'expliquer par l'intervention de phénomènes concurrents, notamment électrochimiques. Il convient donc pour la suite de déterminer le rôle éventuel de tels phénomènes et leur importance. Enfin, le résultat présenté dans ce travail constitue une donnée d'entrée possible pour des modèles poroélastiques du tissu osseux.

Remerciements

S. Lemonnier remercie la Direction Générale de l'Armement pour le support financier à son travail.

Références

- [1] Fritton, S.P., Weinbaum, S. 2009 Fluid and solute transport in bone : flow-induced mechano-transduction. *Annu Rev Fluid Mech* **41** 347-374
- [2] Adachi, T., Kameo, Y., Hojo, M. 2010 Trabecular bone remodelling simulation considering osteocytic response to fluid-induced shear stress. *Philos T Roy Soc A* **368** 2669-2682
- [3] Kozeny, J. 1927 Uber kapillare leitung des wassers im boden. *Sitzungsber Akad Wiss Wien Ila* **136** 271-309
- [4] Carman, P.C. 1939 Permeability of saturated sands, soils and clays. *J Agr Sci* **29** 262-273
- [5] Dullien, F.A.L. 1979 Porous Media : Fluid Transport and Pore Structure. *Academic Press, NY*
- [6] Bear, J. 1972 Dynamics of fluid in porous media. *Elsevier, NY*
- [7] Childs, E.C., Collis-George, N. 1950 The Permeability of Porous Materials. *P Roy Soc Lond A-Math Phy* **201** 392-405
- [8] Cowin, S.C. 2001 Bone mechanics handbook. *CRC Press, Boca Raton, FL, 2nd edition*
- [9] Lemaire, T., Capiiez-Lernout, E., Kaiser, J., Naili, S., Sansalone, V. 2011 What is the importance of multiphysical phenomena in bone remodelling signals expression ? A multiscale perspective. *J Mech Behav Biomed Mat. In press.*
- [10] Oyen, M.L. 2008 Poroelastic nanoindentation responses of hydrated bone. *J Mater Res* **23** 1307-1314
- [11] Gailani, G., Benalla, M., Mahamud, R., Cowin, S.C., Cardoso, L. 2009 Experimental determination of the permeability in the lacunar-canalicular porosity of bone. *J Biomech Eng* **131** 101007
- [12] Gardinier, J.D., Townend, C.W., Jen, K.-P., Wu, Q., Duncan, R.L., Wang, L. 2010 *In situ* permeability measurement of the mammalian lacuno-canalicular system. *Bone* **46** 1075-1081
- [13] Norrish, K. 1954 The swelling of montmorillonite. *Disc Faraday Soc* **18** 120-134
- [14] You, L.D., Weinbaum, S., Cowin, S.C., Schaffler, M.B. 2004 Ultrastructure of the osteocyte process and its pericellular matrix. *Anat Rec A* **278A** 505-513
- [15] Goulet, G.C., Coombe, D., Martinuzzi, R.J., Zernicke, R.F. 2009 Poroelastic evaluation of fluid movement through the lacunocanalicular system. *Ann Biomed Eng* **37** 1390-1402
- [16] Weinbaum, S., Cowin, S.C., Zeng, Y. 1994 A model for the excitation of osteocytes by mechanical loading-induced bone fluid shear stresses. *J Biomech* **27** 339-360