

Etude numérique de la convection forcée lors de l'écoulement d'un fluide de Bingham entre deux plans parallèles.

Fetta DANANE*, Ahlem BOUDIAF, Youb Khaled BENKAHLA.

Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene BP 32 El Alia, Bab Ezzouar 16111, Alger.

Résumé :

Le présent travail porte sur l'étude numérique de l'écoulement d'un fluide non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Bingham entre deux plans parallèles horizontaux sièges d'un transfert thermique par mode de convection forcée. Les deux plans sont maintenus à température pariétale constante et uniforme. L'influence du nombre de Bingham sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement seront étudiées.

Abstract :

In this study, the forced convection heat transfer of non Newtonian fluid described by the Bingham model flowing between horizontal parallel plates is considered. The two planes are maintained at constant and uniform temperature. The influence of the Bingham number on the hydrodynamic and thermal characteristics of the flow will be studied.

Nomenclature :

Bn	nombre de Bingham, $= \tau_0 L / \mu_0 U_0$	x	coordonnée longitudinale, m
C_p	chaleur spécifique du fluide, $J kg^{-1} K^{-1}$	X	coordonnée longitudinale réduite, $= x/L$
e	entrefer, m	y	coordonnée transversale, m
k	conductivité thermique du fluide, $W m^{-2} K^{-1}$	Y	coordonnée transversale réduite, y/L
L	longueur de la conduite, m	<i>Symboles grecs</i>	
M	paramètre dans l'équation (5)	$\dot{\gamma}$	taux de cisaillement, s^{-1}
Nu	nombre de Nusselt, $= -(1/\theta_m)(\partial\theta/\partial Y) _{Y=w}$	η	viscosité effective, $kg m^{-1} s^{-1}$
p	pression statique du fluide, Pa	η_{app}	viscosité apparente adimensionnelle
P	pression adimensionnelle, $= p / \rho U_0^2$	η_{eff}	viscosité effective adimensionnelle,
Pr	nombre de Prandtl, $= C_p \mu_0 / k$	μ_0	viscosité plastique, $kg m^{-1} s^{-1}$
Re	nombre de Reynolds, $= \rho U_0 L / \mu_0$	ρ_0	masse volumique du fluide, $kg m^{-3}$
f	coefficient de frottement de Fanning, $= 2\tau_w / \rho U_0^2$	τ_0	contrainte seuil de cisaillement, Pa
T	température, K	τ_w	contrainte de cisaillement pariétale, Pa
u	vitesse longitudinale, $m s^{-1}$	θ	température réduite, $= (T - T_w) / (T_0 - T_w)$
U	vitesse longitudinale réduite, $= u/U_0$	θ_m	température moyenne réduite, $= (T_m - T_w) / (T_0 - T_w)$
U_0	vitesse moyenne du fluide, $m s^{-1}$	<i>Indices</i>	
v	vitesse transversale, $m s^{-1}$	0	entrée
V	vitesse transversale réduite, $= v/U_0$	w	paroi

1 Introduction

L'étude des problèmes impliquant le transfert thermique et l'écoulement des fluides non newtoniens a fait l'objet de nombreuses recherches, en raison de l'utilisation fréquente de ces fluides dans différentes applications industrielles. Citons à titre d'exemple les boues de forage dans l'industrie pétrolière, les jus de fruits et les pâtes dans l'agroalimentaire et les polymères dans le domaine pétrochimique. Les phénomènes de convection sont quant à eux rencontrés dans diverses applications industrielles pratiques telles que le transport des fluides par pipelines, les capteurs solaires, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des composants électroniques et les procédés chimiques et nucléaires. Plusieurs travaux ont traité l'écoulement en mode de convection mixte des fluides newtoniens circulant dans des conduites horizontales ou inclinées [1,2]. Cependant, peu de recherches se sont intéressées au cas des fluides non newtoniens en général, et des fluides des fluides à contraintes seuil tel que le fluide de Bingham. Parmi ces travaux, citons à titre d'exemple les études analytique et numérique menées par Bayazitoglu [3,4] sur l'écoulement en mode de convection mixte du fluide de Bingham entre deux plans parallèles verticaux, maintenus à températures constantes.

L'objectif du présent travail est d'analyser, par le biais d'une méthode numérique, basée sur les volumes finis, l'effet du nombre de Bingham sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de l'écoulement d'un fluide de Bingham incompressible. Ce dernier circule en régime laminaire et stationnaire entre deux plans parallèles horizontaux maintenus à une même température pariétale uniforme. Les propriétés physiques et rhéologiques du fluide sont supposées constantes et uniformes.

2 Mise en équations du problème physique

Considérons l'écoulement plan, laminaire et stationnaire d'un fluide incompressible de Bingham dans l'entrefer de deux plans parallèles horizontaux, de longueur L et de largeur l , maintenus à une même température pariétale uniforme T_w . Ce fluide est soumis à un transfert thermique en mode de convection forcé. Les équations générales régissant l'écoulement et écrites sous forme réduites sont les suivantes :

Equation de continuité :

$$\left[\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = 0 \quad (1)$$

Equations de l'impulsion : suivant X et Y respectivement :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{app} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_{app} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{app} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_{app} \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P^*}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{app} \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_{app} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\mu_{app} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\mu_{app} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

Equation de l'énergie :

$$\left[U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

La loi constitutive, proposée par Papanastasiou pour décrire le comportement du fluide de Bingham, est utilisée et ce, dans le but d'éviter les instabilités numériques dans la région correspondant aux faibles vitesses de cisaillement [5] :

$$\eta_{\text{eff}} = 1 + \frac{\text{Bn}}{\dot{\gamma}} [1 - \exp(-M \dot{\gamma})] \quad (5)$$

M étant un paramètre adimensionnel qui représente la croissance de l'exponentielle ($M = mU_0/L$). Min et al. [5] ainsi que Mitsoulis [6] conseillent de prendre $m = 1000 \text{ s}$.

Dans ce qui suit, nous supposons uniformes, les profils de vitesse longitudinale et de température à l'entrée de la conduite ($U = \theta = 1$ et $V = 0$). Les conditions d'adhérence et de température constante sont appliquées sur les deux parois ($U = V = \theta = 0$).

Les équations de conservation sont discrétisées en utilisant un code numérique basé sur la méthode des volumes finis, proposée par Patankar [7]. Ces équations, mises sous la forme d'une équation algébrique, sont résolues par le biais de l'algorithme SIMPLER.

3 Validation du code de calcul

La validation de notre code de calcul est confirmée après comparaison avec l'étude de Lin et Shah [8], des valeurs asymptotiques du nombre de Nusselt local, obtenues pour différents nombres de Bingham pour le cas de la convection forcée entre deux plans parallèles. Cette comparaison est illustrée à travers le tableau ci-dessous où il y apparaît un écart relatif ne dépassant pas dans tous les cas 2%.

Bn	Nu		Ecart relatif (%)
	Présente étude	Lin et Shah [8]	
0	7,550	7,541	0,12
0,25	7,658	7,619	0,51
1,25	7,781	7,884	1,31
2,50	8,271	8,115	1,92
5	8,392	8,401	0,11

Tableau 1 : Comparaison entre les valeurs asymptotiques du nombre de Nusselt issues de la présente étude et celles de Lin et Shah [8] pour différentes valeurs du nombre de Bingham.

4 Résultats et interprétation

4.1 Influence de la contrainte seuil sur le nombre de Nusselt local

L'intensité de l'échange thermique est présentée sur la figure 1, où les courbes traduisant l'évolution du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Bingham, montrent une légère amélioration de l'échange thermique lorsque celui-ci augmente.

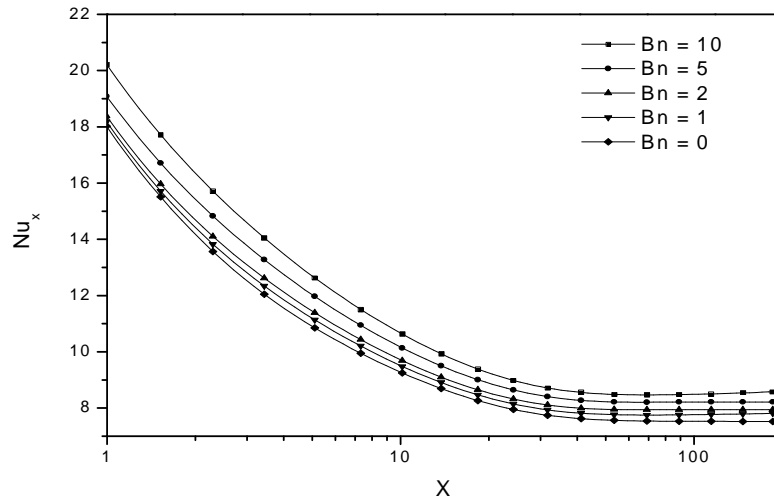


FIG. 1 : Evolution longitudinale du nombre de Nusselt local pour différentes valeurs du nombre de Bingham. $Re = 100$; $Pr = 10$.

4.2 Influence de la contrainte seuil sur le coefficient de frottement

La Figure 2 présente l'évolution longitudinale du produit $(f Re)$ pour différentes valeurs du nombre de Bingham. En plus du fait que les courbes représentées décrivent globalement la même allure, l'effet de la variation du nombre de Bingham sur le coefficient de frottement de Fanning est bien visible. Ce dernier augmente avec l'augmentation du nombre de Bingham.

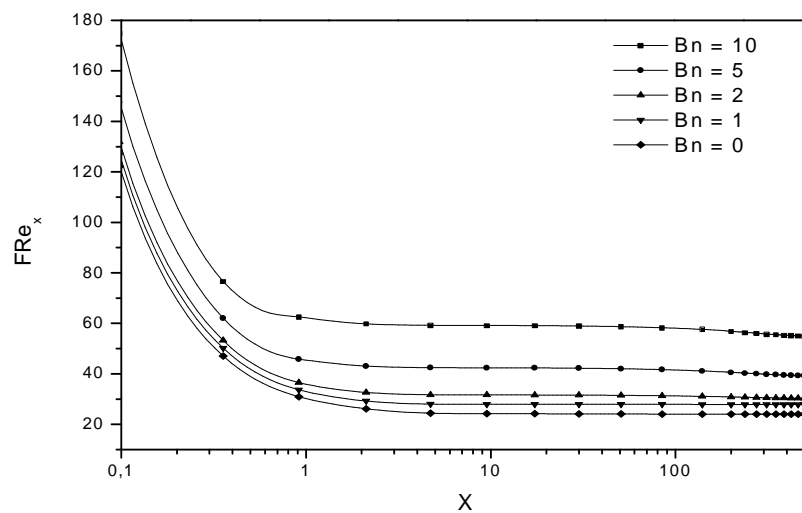


FIG. 2 : Evolution longitudinale du coefficient de frottement de Fanning pour différentes valeurs du nombre de Bingham. $Re = 100$; $Pr = 10$.

4.3 Influence de la contrainte seuil sur les profils de vitesse centrale et de vitesse en régime établi

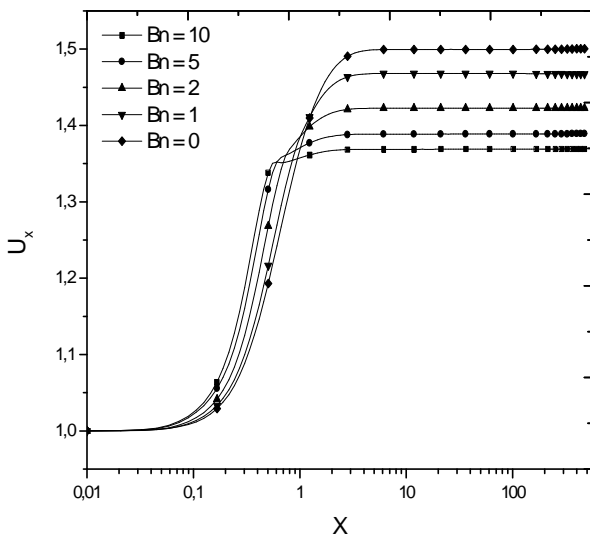


FIG. 3: Evolution longitudinale de la vitesse centrale pour différents nombres de Bingham. $Re = 100$; $Pr = 10$.

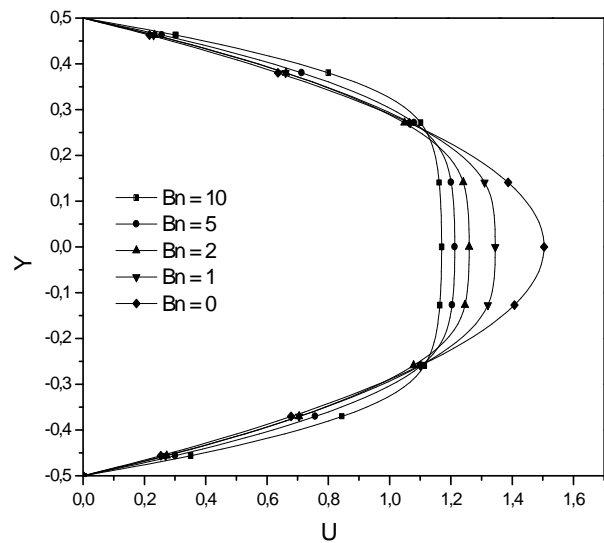


FIG. 4: Profils de vitesse en écoulement établi pour différents nombres de Bingham. $Re = 100$; $Pr = 10$.

L'évolution longitudinale de la vitesse centrale du fluide est représentée sur la figure 3. Il est à noter que pour des valeurs élevées du nombre de Bingham, l'établissement hydrodynamique de l'écoulement nécessite une faible longueur d'entrée.

La figure 4 présente les profils de vitesse en régime hydrodynamique complètement développé et ce, pour un nombre de Reynolds égal à 100 et pour différentes valeurs du nombre de Bingham. Nous constatons que, mis à part le cas de $Bn = 0$ (correspondant au cas du fluide newtonien et caractérisé par un écoulement de Poiseuille), les courbes manifestent l'existence de deux zones distinctes :

La première zone : située à proximité de la paroi (correspondant aux forts cisaillements) et où les profils de vitesse décrivent une allure parabolique.

La deuxième zone : localisée au cœur de l'écoulement. Elle est caractérisée par une forme aplatie traduisant l'uniformité de la distribution du champ de vitesse. Au sein de cette zone, les contraintes de cisaillement restent inférieures à la contrainte seuil τ_0 . Par conséquent le fluide résiste à la déformation et se déplace en bloc formant ainsi un bouchon. De surcroît, nous remarquons que l'accroissement de la valeur du nombre de Bingham entraîne d'une part, la diminution de la vitesse du fluide dans cette région (vitesse de bouchon) et d'autre part, l'augmentation de l'étendue du bouchon, qui tend à envahir une grande partie de la section droite de l'écoulement.

5 Conclusion

L'étude de l'écoulement longitudinal, laminaire en mode de convection forcée d'un fluide incompressible de Bingham est entreprise dans la présente étude. Cet écoulement a lieu dans l'entrefer de deux plans parallèles horizontaux maintenus à une même température, uniforme sur toute l'étendue des plans. Les résultats obtenus pour les différents nombre de Bingham ($Bn = 0, 1, 2, 5$ et 10) montrent que le transfert thermique est faiblement affecté par les variations du nombre de Bingham, contrairement à l'hydrodynamique où l'on constate que l'augmentation du nombre de Bingham engendre l'augmentation du coefficient de frottement de

Fanning. De même, l'augmentation du nombre de Bingham tend à augmenter l'étendue de la région caractérisée par un bouchon et animée d'une vitesse uniforme qui décroît d'autant qu'augmente le nombre de Bingham.

References

- [1] J. Orfi, N. Galanis, C. T. Nguyen, Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte. *Rev. Gén. Therm.*, 36 (1997), 83-92.
- [2] WEI-MON YAN, Transport phenomena of developing laminar mixed convection heat and mass transfer in inclined rectangular ducts. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38-15 (1994), 2905-2914.
- [3] M. M. Salah El-Din, Effect of thermal and mass buoyancy forces on the development of laminar mixed convection between vertical parallel plates with uniform wall heat and mass fluxes. *Int. J. Therm. Sci.*, 42 (2003), 447-453.
- [4] Y. Bayazitoglu, P. R. Paslay, P. Cernocky, Laminar Bingham fluid flow between vertical parallel plates. *Int. J. Therm. Sci.*, 46 (2007), 349-357.
- [5] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.
- [6] E. Mitsoulis, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004), 789-800.
- [7] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw, New York (1980).
- [8] T. Lin, V. L. Shah, Numerical solution of heat transfer to yield power-law fluids flowing in the entrance region, *Proc. Inter. Heat Transfer Conf.* (Toronto), 5 (1978), 317-321.