

Caractérisation de l'écoulement d'un fluide de Bingham dans une cavité à parois mobiles

S.S. MOALI, Y.K. BENKAHLA, N. LABSI, A. BOUTRA

Faculté de Génie Mécanique et de Génie des Procédés,
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene,
BP 32 El Alia, Bab-Ezzouar 16111, Alger

Résumé :

La présente étude numérique traite du transfert thermique en mode de convection forcée, mixte et naturelle, au sein d'une cavité, à parois mobiles, contenant un fluide non newtonien obéissant au modèle rhéologique de Bingham. L'étude concerne l'influence du rapport de forme, du nombre de Bingham ainsi que celle du nombre de Richardson sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement du fluide considéré dans cet espace confiné.

Abstract:

This work consists on a numerical study of heat transfer in forced, natural and mixed convection mode of a non Newtonian fluid obeying the rheological model of Bingham. This fluid is contained into a bidimensional cavity with mobile walls. The study has been carried out to determine the effects of the aspect ratio, the Bingham number and the Richardson number on the hydrodynamic and thermal flow structure.

Mots clefs : fluide de Bingham, fluide viscoplastique, cavité carrée, convection forcée, convection naturelle, convection mixte, parois mobiles, méthode des volumes finis, algorithme SIMPLER, nombre de Richardson, nombre de Bingham, nombre de Nusselt.

Nomenclature :

A	rapport de forme, $= L/H$	T	température du fluide, K
Bn	nombre de Bingham, $= \tau_0 H / \mu_0 v_p$	T_c	température de la paroi chaude, K
C_p	chaleur spécifique, $J kg^{-1} K^{-1}$	T_f	température de la paroi froide, K
H	hauteur de la cavité, m	U	vitesse longitudinale adimensionnelle
Gr	nombre de Grashof, $= \rho_0^2 g \beta H^3 \Delta T / \mu_0^2$	V	vitesse transversale adimensionnelle
I_γ	second invariant du tenseur des taux de cisaillement	v_p	vitesse de la paroi mobile, $m s^{-1}$
k	conductivité thermique, $W m^{-2} K^{-1}$	X	coordonnée horizontale réduite, $= x / H$
L	longueur de la cavité, m	Y	coordonnée verticale réduite, $= y / H$
m	paramètre de croissance exponentielle, s	<i>Symboles grecs</i>	
Nu_c	nombre de Nusselt local relevé sur la paroi chaude	β	coefficient de dilatation thermique, K^{-1}
Nu_f	nombre de Nusselt local relevé sur la paroi froide	γ	taux de cisaillement, s^{-1}
M	paramètre réduit de croissance exponentielle	η	viscosité effective, $kg m^{-1} s^{-1}$
p^*	pression, Pa	η_{eff}	viscosité effective adimensionnelle
P^*	pression réduite	μ_0	viscosité plastique, $kg m^{-1} s^{-1}$
Pr	nombre de Prandtl, $= \mu_0 C_p / k$	ρ_0	masse volumique de référence, $kg m^{-3}$
Re	nombre de Reynolds, $= \rho_0 v_p H / \mu_0$	τ_0	contrainte seuil de cisaillement, Pa
Ri	nombre de Richardson, $= Gr / Re^2$	ϕ	température réduite du fluide, $= (T - T_f) / (T_c - T_f)$

1 Introduction

La convection mixte dans les espaces rectangulaires est un sujet d'investigation de grande importance, vue sa présence dans différentes applications industrielles telles que : le refroidissement des composants électroniques, les pertes thermiques dans les collecteurs solaires et la ventilation des locaux. Au cours des dernières années, plusieurs travaux ont traité de ce sujet, citons notamment celui de Oztop et Dagtekin [1] et Basak [2] qui ont étudié le transfert thermique en mode de convection mixte dans une cavité carrée avec parois mobiles, et l'étude numérique entreprise par Mitsoulis et Zisis [3] qui porte sur l'écoulement d'un fluide de Bingham dans une cavité carrée dont l'une des parois horizontales est mobile et ce, pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds.

L'objectif de ce travail est d'étudier le transfert thermique en mode de convection forcée, mixte et naturelle au sein d'une cavité remplie d'un fluide de Bingham et ce, en examinant l'effet du rapport de forme de même que celui des nombres de Richardson et de Bingham, sur la structure de l'écoulement et la distribution des températures au sein de la cavité, ainsi que sur l'évolution du nombre de Nusselt.

2 Présentation et mise en équations du problème physique

La configuration étudiée est schématisée à travers la figure 1. Il s'agit d'une cavité dont les parois horizontales sont adiabatiques alors que les parois verticales sont portées à des températures constantes mais différentes et sont animées d'un mouvement ascendant pour la paroi de droite (paroi chaude) et descendant pour la paroi de gauche (paroi froide). Les parois mobiles ont la même intensité de vitesse. Cette cavité est entièrement remplie d'un fluide de Bingham, à propriétés rhéologiques constantes. On suppose en outre que l'écoulement et le transfert thermique sont bidimensionnels et que l'approximation de Boussinesq est valide.

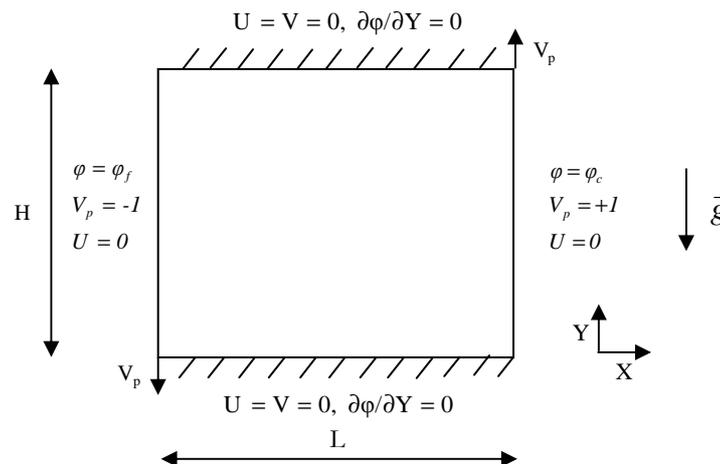


FIG. 1 – Schématisation du problème physique et conditions aux limites.

Les équations générales de conservation sont respectivement, l'équation de continuité, les équations de l'impulsion suivant X et Y et l'équation de l'énergie :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(2\eta_{eff} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\eta_{eff} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) \right] \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(2\eta_{eff} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(2\eta_{eff} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{Gr}{Re^2} \varphi \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \varphi}{\partial X} + V \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = \frac{1}{Pr Re} \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

L'équation constitutive du fluide de Bingham, proposée par Papanastasiou [4], est jugée satisfaisante par plusieurs auteurs [3,5] et représentative d'un fluide de Bingham idéal.

$$\eta_{eff} = 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}} (1 - \exp(-M \dot{\gamma})) \quad (5)$$

M étant un paramètre adimensionnel qui représente la croissance exponentielle ($M = mv_p/H$). Des études [3,5,6] aboutissent à des résultats probants pour une valeur de $M = 1000$.

La résolution des équations citées précédemment, est effectuée par le biais de la méthode des volumes finis développée par Patankar [7] et ce, en adoptant un maillage 61x61 suivant X et Y, respectivement.

3 Validation du code de calcul

Le code de calcul que nous avons élaboré, pour résoudre les équations de base, est validé après comparaison de nos résultats avec ceux de Oztop et Dagtekin [1] et ce, pour l'écoulement de l'air en mode de convection mixte. La figure 2, qui illustre cette comparaison, montre une bonne concordance entre les lignes de courant et les isothermes obtenues par notre code de calcul et celles établies par ces auteurs [1].

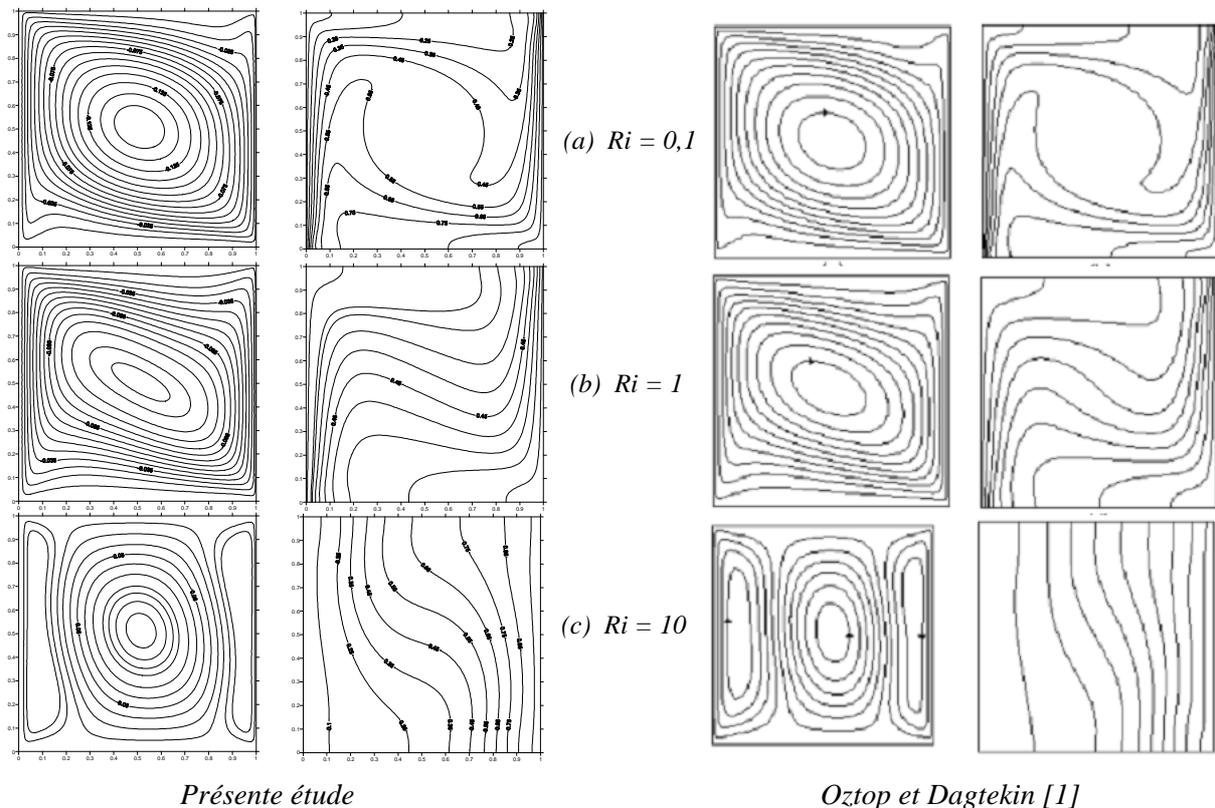


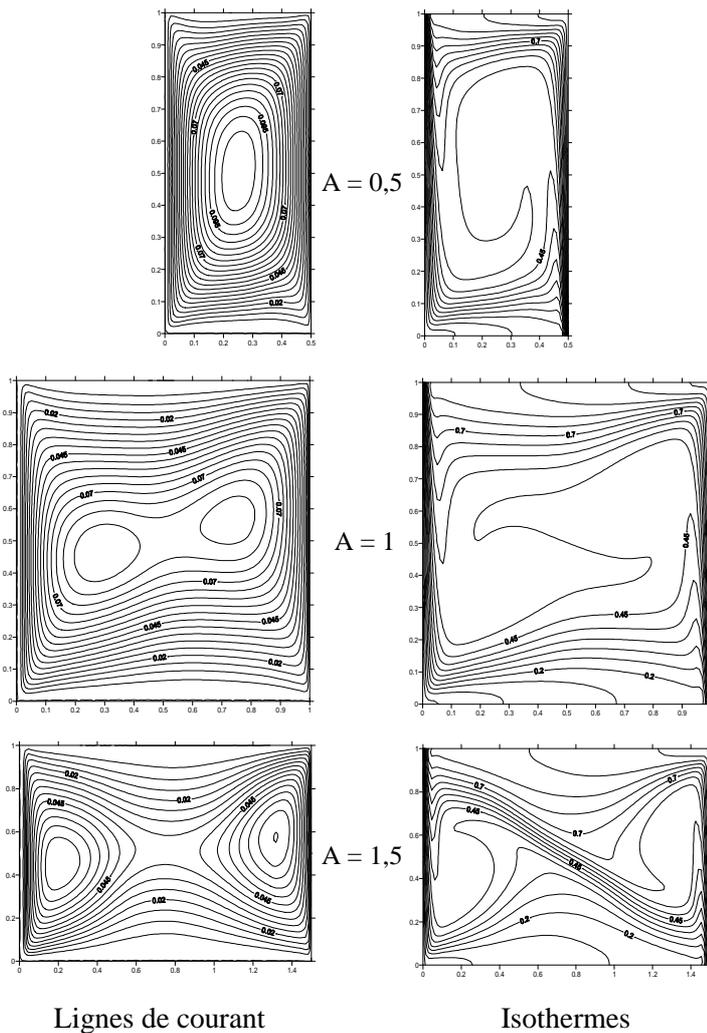
FIG. 2 – Lignes de courant et isothermes pour différentes valeurs du nombre de Richardson.
Pr = 0,7 ; Bn = 0 ; Gr = 10⁴.

4 Résultats et discussion

Dans cette partie, seront présentés les différents résultats concernant l'effet du rapport de forme, du nombre de Richardson (traduisant le rapport des effets de la convection naturelle à ceux de la convection forcée) et celui de Bingham (représentant le rapport entre la contrainte seuil et la contrainte de cisaillement) sur la structure hydrodynamique et thermique de l'écoulement considéré.

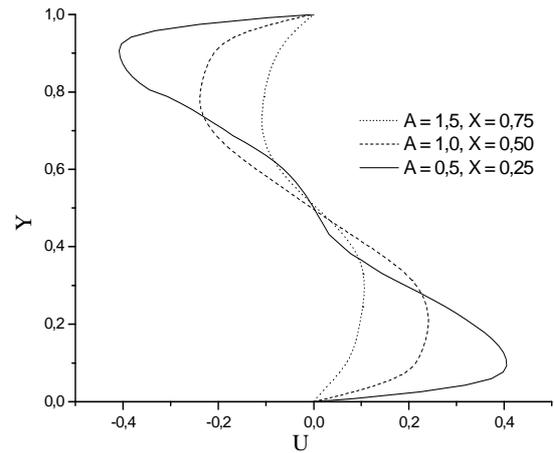
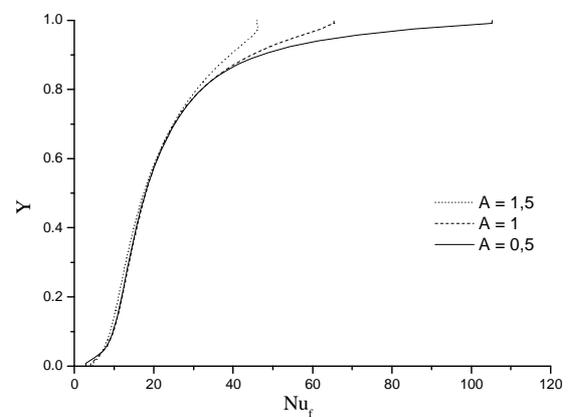
4.1 Effet du rapport de forme

Dans cette partie, nous examinerons l'influence du rapport de forme A, défini comme étant le rapport entre la longueur et la hauteur de la cavité, ($A = 0,5 ; 1$ et $1,5$) sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique de l'écoulement dans le cas de la convection mixte ($Ri = 1$), où la convection forcée et naturelle sont d'égale intensité.



Lignes de courant

Isothermes

FIG. 3 – Lignes de courant et isothermes pour différentes valeurs de A . $Pr = 10$, $Bn = 5$, $Ri = 1$, $Gr = 10^4$ FIG. 4 – Evolution de la vitesse pour différentes valeurs de A . $Pr = 10$, $Bn = 5$, $Ri = 1$, $Gr = 10^4$, $x = L/2$.FIG. 5 – Evolution du nombre de Nu_f pour différentes valeurs de A . $Pr = 10$, $Bn = 5$, $Ri = 1$, $Gr = 10^4$, $X = 0$.

Nous remarquons sur la figure 3, qui illustre l'effet du rapport de forme sur les lignes de courant et les isothermes, qu'en augmentant le rapport de forme, l'écoulement s'affaiblit, il passe d'une configuration monocellulaire à une configuration bicellulaire "écoulement en yeux de chat" [8]. Pour un rapport de forme élevé, l'écoulement consiste en deux zones de recirculation, d'intensité modérée, près des parois mobiles. Les lignes de courant sont d'autant plus étirées, à mesure que le rapport de forme augmente.

La figure 4 montre que la vitesse horizontale d'écoulement, relevée au centre de la cavité en $x = L/2$, diminue d'intensité avec l'augmentation du rapport de forme étant donné que les forces hydrodynamique et thermique provoquées par le mouvement de translation des parois sont moins ressenties au centre de la cavité du fait de l'éloignement de ces dernières.

Nous observons sur la figure 5 que les valeurs du nombre de Nusselt local relevées le long de la paroi froide ne sont pas affectées par la géométrie de la cavité, exceptée dans la partie supérieure de la cavité (à partir de $Y = 0,8$) où l'on note une augmentation des valeurs du nombre de Nusselt avec la diminution du rapport de forme. En effet, le transfert thermique dans ce cas (convection mixte) est dû au mouvement des particules fluides sous les effets combinés de la poussée thermique et du mouvement des parois mobiles. Par conséquent, plus les deux parois mobiles sont proches l'une de l'autre, ce qui se traduit par une plus grande quantité de fluide entraînée par les parois, mieux est le transfert thermique.

4.2 Influence des nombres de Richardson et de Bingham sur l'évolution du nombre de Nusselt

Nous considérerons dans cette section, une cavité carrée c'est-à-dire pour laquelle le rapport de forme $A = 1$. Les figures 6 (a, b, et c) traduisent l'évolution, suivant l'axe vertical de la cavité, du nombre de Nusselt local relevé le long de la paroi froide (paroi gauche de la cavité) et de la paroi chaude (paroi droite de la cavité) pour différentes valeurs du nombre de Bingham et ce, pour $Ri = 0,01$ (convection forcée dominante), $Ri = 1$ (convection mixte) et $Ri = 10$ (convection naturelle dominante), respectivement. Nous remarquons clairement sur ces figures, que les valeurs du nombre de Nusselt local côté froid croissent du bas vers le haut alors que celles relevées le long de la paroi chaude croissent du haut vers le bas. Ceci est dû, pour le cas du Nusselt côté froid, à l'augmentation suivant l'axe vertical Y du gradient de température entre les couches fluides pariétales et la paroi refroidie. En effet, le fluide en contact avec la paroi chaude (côté droit de la cavité) y est chauffé puis transporté vers le haut de la cavité, jusqu'à la paroi froide, sous l'effet à la fois, de la diminution de sa masse volumique et du mouvement ascensionnel de la paroi droite. Cette quantité de fluide chaud transportée est ensuite remplacée en bas de la cavité par le fluide froid, sous l'effet à la fois, de l'augmentation de sa masse volumique et du mouvement descendant de la paroi mobile gauche, qui sera ensuite chauffé. Et inversement pour le Nusselt côté chaud.

Nous remarquons également que l'augmentation du nombre de Bingham provoque une augmentation du nombre de Nusselt côté chaud et côté froid excepté pour les cas de la convection mixte et naturelle, pour lesquels aucun effet significatif n'est observé. Cette augmentation est néanmoins moins ressentie pour le Nusselt côté chaud étant donné que le caractère viscoplastique du fluide près de la paroi chaude est affecté par la température de cette dernière qui tend par conséquent, à briser la structure du bouchon.

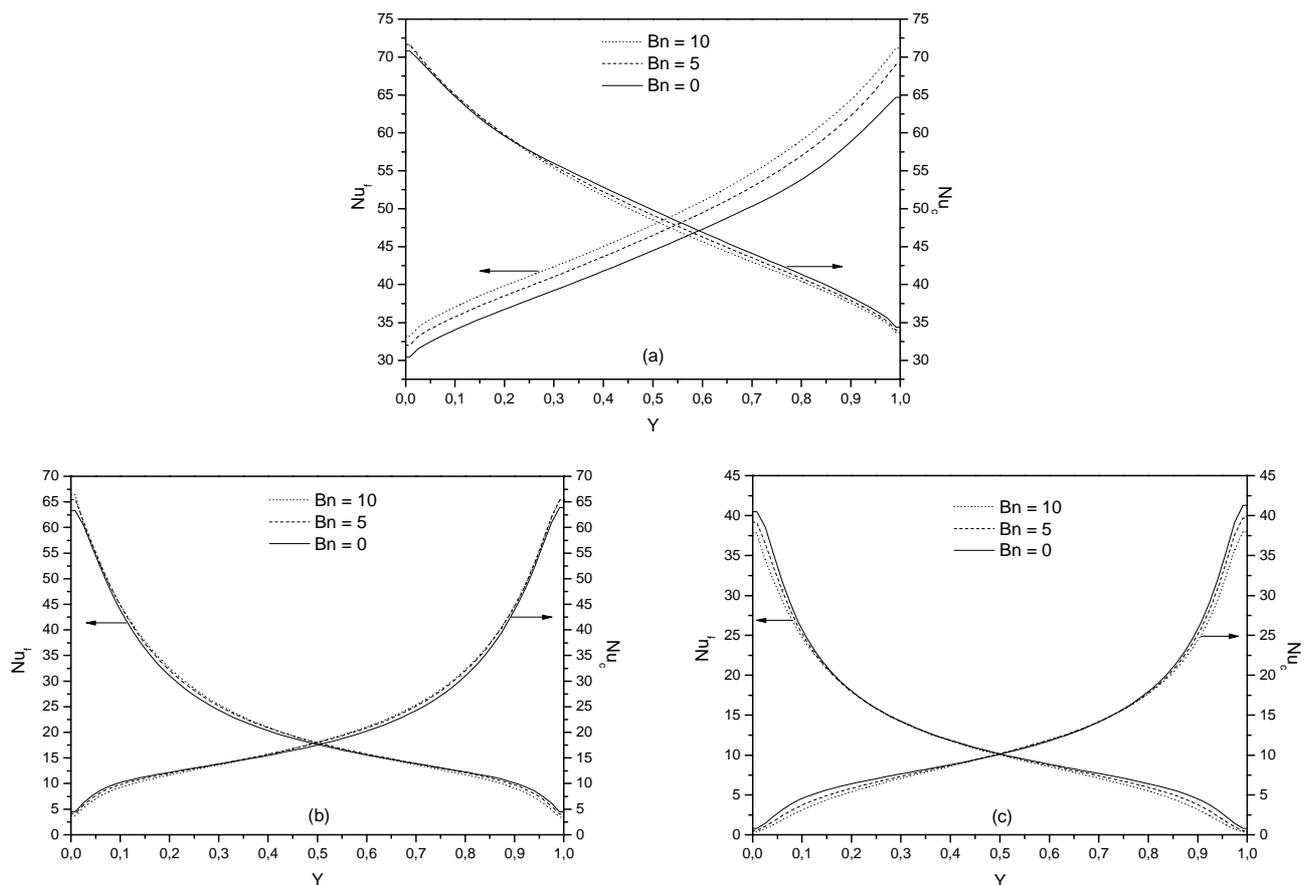


FIG. 6 – Evolution verticale de Nu_f et Nu_c pour différents nombres de Bingham. $Pr = 10$, $Gr = 10^4$, $X = 0$.
(a) $Ri = 0,01$ (b) $Ri = 1$ (c) $Ri = 10$.

Comme présenté sur la figure 7, qui illustre l'effet de la variation du nombre de Richardson sur l'évolution verticale du nombre de Nusselt froid et chaud pour un fluide de Bingham, les valeurs maximales du nombre de Nusselt sont observées dans le cas du transfert thermique par mode de convection forcée ($Ri = 0,01$). Ceci peut être expliqué par les valeurs élevées du nombre de Reynolds, qui représente l'effet prédominant du

mouvement des parois ($Ri = 0,01$; $Re = 1000$). Par conséquent, l'augmentation de la vitesse de translation de la paroi gauche entraîne l'apparition d'un fort cisaillement près de celle-ci, améliorant ainsi le transfert thermique.

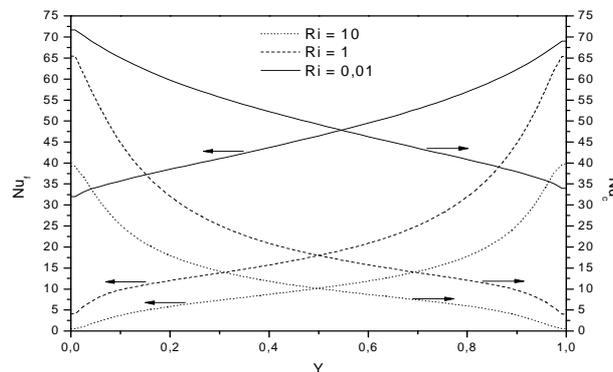


FIG. 7 – Evolution verticale de Nu_f et Nu_c pour différents nombres de Richardson.
 $Pr = 10$, $Gr = 10^4$, $Bn = 5$, $X = 0$.

5 Conclusion

La présente étude numérique concerne l'analyse du mouvement d'un fluide de Bingham dans une cavité à parois horizontales fixes et adiabatiques et à parois verticales mobiles et soumises à des températures constantes mais différentes (température froide et chaude).

Au vu des résultats obtenus, l'augmentation du rapport de forme de la cavité, pour le cas de la convection mixte, défavorise le transfert thermique et affaiblit l'écoulement, qui passe d'une configuration monocellulaire à une configuration bicellulaire. Pour un rapport de forme dépassant l'unité, c'est-à-dire que la distance entre les deux parois mobiles augmente, l'écoulement prend la forme de deux vortex confinés près de celles-ci.

Concernant l'influence du nombre de Bingham sur les caractéristiques de l'écoulement dans une cavité carrée, nous avons remarqué que l'augmentation de ce nombre entraîne une modification remarquable de l'évolution du nombre de Nusselt côté froid. En effet, son augmentation améliore le transfert thermique par mode de convection forcée. Par contre, le comportement inverse est observé pour le Nusselt côté chaud. Cependant, la variation du nombre de Bingham n'a pas d'effet significatif sur l'évolution du nombre de Nusselt côtés chaud et froid dans le cas des convections naturelle et mixte. De plus, il a été noté que les forces de poussée ainsi que le mouvement de translation des parois verticales, conduisent à des modifications considérables sur la variation du nombre de Nusselt côtés chaud et froid. Ces modifications sont très appréciables dans le cas de la convection forcée dominante ($Ri = 0,01$).

Références

- [1] H. F. Oztop, I. Dagtekin, Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 47 (2004), 1761-1769.
- [2] T. Basak, S. Roy, P. K. Sharma, I. Pop, Analysis of mixed convection flows within a square cavity with linearly heated side wall(s), *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 52 (2009), 2224-2242.
- [3] E. Mitsoulis, Th. Zisis, Flow of Bingham plastics in a lid-driven square cavity, *J. of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 101 (2001), 173-180.
- [4] T. C. Papanastasiou, Flows of materials with yield, *J. of Rheology*, 31 (1987), 385-404.
- [5] T. Min, H. G. Choi, J. Y. Yoo, H. Choi, Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe-II. Numerical approach-hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 40 (1997), 3689-3701.
- [6] E. Mitsoulis, On creeping drag flow of a viscoplastic fluid past a circular cylinder: wall effects. *Chem. Eng. Sci.*, 59 (2004), 789-800.
- [7] S. V. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*, McGraw, New York (1980).
- [8] Ch. Blohm, H. C. Kuhlman, The two-sided lid-driven cavity: experiments on stationary and time-dependent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 450 (2002), 67-95.