**Didier Dacunha-Castelle**
*Université Paris Sud Orsay*

# Les intuitions logiques d'Edgar Morin

*La Méthode* (1977-2004) est une œuvre considérable sur la théorie de la connaissance ; la réflexion sur les sciences y tient une part importante. Les mathématiques y sont très présentes, mais plutôt en filigrane. Quatre grands thèmes ou personnalités résument le lien entre les mathématiques et Morin : von Neumann, logique et incertitude très liées, pensée « computante » et enseignement. Dans cet article, je vais illustrer la portée de *La Méthode* à partir d'un résultat assez récent et fondamental de logique mathématique après quelques remarques sur Morin et les mathématiques.

Faute de temps, les mathématiques ne furent pas un des sujets du colloque qui a donné naissance au recueil *Relier les connaissances* (Morin, 2000b). Pourtant, situer la place des mathématiques dans l'ensemble des sciences, dans l'enseignement, dans la société est chose difficile : discipline de base ou de service ou de pensée, discipline très difficile à vulgariser, rebutante et qui de plus est envahissante ! Dans l'introduction à ce recueil, Morin écrit à propos des mathématiques : « non pas le calcul, mais l'univers de pensée et de rationalité très fort de la mathématique. » C'est un point de vue qui tranche sur celui répandu même chez un public éclairé, que Morin nuance par ailleurs.

Morin est identifié à la *Pensée complexe.* Complexité est un terme gênant pour les mathématiciens ; son sens est multiforme, imprécis ou très précis suivant le contexte. Il y a des systèmes complexes dont le statut est indéfini, des systèmes dynamiques trop souvent simples usages infondés des mathématiques appliquées aux forceps. Il y a la complexité algorithmique introduite par Chaitin, connue de Morin, qui est liée à la complexité des algorithmes vue par les informaticiens, mais aussi à la statistique mathématique. La complexité n'a donc pas de statut mathématique général et précis. Je ne pense pas qu'elle puisse jamais en avoir. Et là n'est pas le lien profond de Morin avec les mathématiques.

L'influence de von Neumann, la cybernétique, l'automatique sont décisives et touchent aux fondements mêmes de *La Méthode* (boucles, rétroaction, mise en cause de la « causalité » linéaire). Autre thème, la logique souvent séparée de la mathématique. Cela s'explique par le contexte de l'époque antérieure à l'œuvre de Morin où les idées des savants comme Bertrand Russell pouvaient inspirer directement des philosophes comme Karl Popper ou Rudolf Carnap. À l'inverse, la théorie des probabilités tient dans *La Méthode* une place réduite. Morin est en cela « très français » des années 1960-1985, cette théorie restant peu reconnue en France à cette époque[1]. Morin prend bien acte de « la fin » du déterminisme laplacien, tué par la mécanique quantique, mais les notions probabilistes fondamentales, comme le bruit, la variabilité ne sont pas mises en avant en tant que telles. La théorie de l'information, l'entropie et l'interaction, l'auto-organisation, l'émergence des mécanismes stochastiques en biologie, omniprésents dans *La Méthode*, restent en dehors de leur cadre mathématique naturel. C'est là un thème d'analyse intéressant du travail de Morin, puisque celui-ci fait de l'incertitude un sujet central, j'y reviendrai.

La sentence célèbre de Wigner sur la « déraisonnable efficacité des mathématiques » n'a pas beaucoup de résonnance au-delà des cercles d'initiés. Étrangement, l'irruption massive de l'informatique et les progrès des neurosciences ne semblent pas avoir vraiment influencé la réflexion sur ce thème. Le lien profond entre mathématiques et informatique reste analysé de façon superficielle.

L'analyse des développements les plus récents de la logique mathématique dus au mathématicien français Jean-Louis Krivine illustre les idées de la *Méthode*. Ce chemin transdisciplinaire ne peut que passionner Morin. Les fulgurances de l'intuition interdisciplinaire qu'il apprécie tant sont illustrées par le travail de Krivine, l'un des rares scientifiques à dominer deux disciplines : mathématiques et informatique, mais aussi à avoir suivi le fil directeur de la pensée scientifique contemporaine qu'est la théorie de l'évolution. De nouveaux chemins sont ouverts, utopies motrices de la science, non parce qu'ils relèveraient de la science-fiction, mais parce que la quantité de travail qu'ils annoncent est considérable. Ces avancées méritent d'être regardées à travers le prisme de *La Méthode*.

La logique mathématique et le cœur de la science informatique sont très difficiles d'accès. L'objet de la logique moderne est la mathématique sur la mathématique (cela rappelle le vocabulaire de Morin !), le cœur de l'informatique est le système de l'ordinateur. Je vais essayer d'aller à l'essentiel, renvoyant le lecteur aux articles de vulgarisation de Krivine[2] car l'intérêt des réflexions latérales est grand[3].

Dans cette affaire, il s'agit de partir de la logique mathématique, de se transporter par un labeur purement mathématique au cœur de l'informatique pour se trouver au total dans ce qui est pour Morin le saint des saints :

> Penser le cerveau humain… C'est que, à la différence de la machine cognitive artificielle, extérieure à l'homme qui l'a produite et organisée, le cerveau fait partie de l'être humain. Ils sont ensemble le fruit évolutif de dizaines de millions d'années de vie animale. C'est l'évolution auto-organisatrice proprement animale et la consubstantialité du cerveau à l'être qui font la différence entre le computeur cérébral humain et le computeur artificiel… (*La Méthode*, t. 3, 1986, chap. 4).

Pour Morin, l'évolution a installé dans le cerveau les programmes nécessaires à calculer pour s'adapter. Le fonctionnement du cerveau fascine Morin comme tant de scientifiques en ce siècle. Pour lui, les voies de pénétration des connaissances passent par la physique, la chimie, la biologie. Depuis que *La Méthode* a été achevée, le travail de Krivine a montré, de façon indiscutable, le rôle des mathématiques et de l'informatique dans la connaissance du cerveau, pas simplement comme instrument d'exploration mêlé à la physique (les progrès de la statistique mathématique sont cruciaux pour l'imagerie cérébrale), pas simplement comme référent pour la pensée analogique, mais comme un des fondements du fonctionnement du cerveau.

Cela est lié à un tout autre problème, du moins en apparence : en quoi consiste la réalité des mathématiques ? Morin écrit :

> La computation artificielle, qui a su nous guider pour concevoir la nature computante de la connaissance et pour reconnaître le cerveau comme un computeur géant, nous a laissés aux portes de l'originalité spécifique de la machine cérébrale humaine. […] La machine cerveau associe en elle tous les paliers de ce que nous appelons réalité (*La Méthode*, t. 3, 1986, chap. 4).

L'approche de Krivine permet de montrer que là, dans le cerveau, est la réalité des mathématiques et je pense qu'à long terme, cette théorie ouvrira aussi le chemin pour compléter ce que dit Morin de la conscience.

La logique mathématique est vue par bien des mathématiciens comme une branche exotique et pourtant elle ne vise pas à construire une cathédrale formelle, telle celle de Bourbaki. Les résultats célèbres de Gödel et Cohen sont des curiosités souvent mal comprises et dont les démonstrations ne sont que très peu étudiées. Cela va bien au-delà de l'hyper-spécialisation en mathématiques. Quant à la logique mathématique moderne de moins de 20 ans d'âge, elle est largement ignorée. En informatique, la situation est autre. Beaucoup de scientifiques vivent à la surface de la discipline, s'intéressent aux périphériques des ordinateurs, aux choix des langages de programmation, au mieux au choix des systèmes d'exploitation. Mais cet intérêt est celui de l'utilisateur. La réflexion sur le fonctionnement et les programmes du système d'exploitation, du centre névralgique, reste limitée même pour les informaticiens. Travailler sur le système est surtout affaire d'ingénieurs souvent très remarquables. Relier les connaissances nécessite des ponts qui s'établissent de manière aléatoire par le génie opportuniste de certains, comme l'explique bien Morin ; *en redonnant à l'analogie toutes ses lettres de noblesse comme démarche irremplaçable, mais bien sûr avec ses dangers largement dénoncés quitte à manquer des ponts essentiels*[4]. Venons-en à ce pont entre sciences.

La logique de base, dite formelle, est bien connue : règles de déductions, calcul élémentaire des prédicats. Le premier saut qualitatif s'est fait dans les années 1930 à partir du théorème de Gödel et de l'indécidabilité de l'arithmétique de Peano évoquée souvent par Morin, tant à propos de la logique (*La Méthode*, t. 4, 1991) qu'à propos de l'incertitude.

En logique, il y a d'un côté des règles de déduction, en petit nombre, bien connues depuis Hilbert, de l'autre les axiomes (Peano et l'arithmétique, Cantor et la théorie des ensembles, pour aboutir aux axiomes de Zermelo-Fränkel), sorte de consensus entre mathématiciens. Faire des mathématiques serait (mais n'est pas) seulement fabriquer des théorèmes (des démonstrations) à partir des axiomes en utilisant les règles de déduction. Bien sûr, tous les théorèmes ne sont pas intéressants[5].

La machinerie logique a ses limites, celles dégagées par Gödel en premier :

– toute suite de déductions est mécanisable, donc pas d'innovation à attendre de ce côté ;

– toute formule conséquence d'un système d'axiomes est vraie dans tout modèle de ce système d'axiomes, et en général il y a beaucoup de modèles.

Allons directement et sommairement aux axiomes et aux modèles de la théorie des ensembles. Il n'est pas possible de donner un modèle des axiomes de Zermelo-Fränkel : ou bien il n'en existe pas (et *grosso modo* les mathématiciens sont au chômage), ou bien il en existe et voguent les mathématiques, suivant l'une des règles de conduite fixée par Morin face à une situation d'incertitude (ici majeure), le pari contextualisé qui est évidemment de continuer à faire des mathématiques. Je laisse de côté le point de vue « méta », développé de façon passionnante par Morin, secondaire pour notre propos.

Tout bascule avec le lien informatique-mathématiques. Celui-ci est créé par la correspondance de Curry-Howard qui affirme qu'à toute démonstration (suite d'applications des règles de déduction au système d'axiomes) correspond un programme (suite d'instructions élémentaires données au processeur central d'une machine), et réciproquement. La correspondance, pendant longtemps, se réduisait à la logique intuitionniste qui n'incluait pas une règle élémentaire, le principe du tiers exclu (le raisonnement par l'absurde)[6]. C'est un informaticien, Godwin, qui a trouvé l'instruction correspondante (dite d'échappement) – ce très beau résultat est passé quasi inaperçu[7]. Cette correspondance est un acquis fondamental. Le programme de recherche est de l'expliciter sur chaque axiome de Zermelo-Fränkel ou sur des théorèmes essentiels et de lire mathématiquement les programmes centraux, ceux qui sont à la base du système d'exploitation. Un vaste chantier s'ouvre. Les applications envisageables sont considérables, par exemple la preuve de l'absence de *bugs* dans les programmes d'ordinateur qui deviendra une page nouvelle des mathématiques. En résumé, la correspondance se hiérarchise en :

– système d'exploitation ↔ système d'axiomes ;
– programmes d'application ↔ théorèmes ;
– instructions élémentaires ↔ règles de déduction.

Des parties vitales de l'informatique comme les *schedulers*, les serveurs, jouent ou vont jouer un rôle central dans ce travail tout en incluant la dimension temporelle du fonctionnement du système. Tout ou presque reste à découvrir. Il faut se forger opiniâtrement une intuition nouvelle balançant entre les deux disciplines. Le résultat mentionné de Godwin sur le tiers exclu est un bel exemple. Comment passer d'un axiome ou d'un grand théorème au programme correspondant ? Les premières grandes traductions se dessinent aujourd'hui.

Nous abandonnons là les mathématiques pour nous intéresser à leur mise en perspective en ce qui concerne le cerveau humain. Contrairement aux mécanistes, aux anthropocentristes déguisés, Krivine ne voit pas du tout le cerveau comme un ordinateur. Je dirais qu'il le voit largement comme Morin dans *La connaissance de la connaissance* (*La Méthode*, t. 3, 1986). En bref, la réalité des axiomes de Zermelo-Fränkel est donc dans les programmes installés au cours des temps dans le cerveau. L'ordinateur, lui, n'est qu'une conséquence (importante dans la vie de l'espèce humaine du XXIe siècle) de cet état de fait. Le cerveau – l'évidence est éclatante – est le produit de l'évolution. Pour s'adapter, l'espèce humaine, comme d'ailleurs les autres espèces animales, voit s'installer dans son cerveau des programmes. De nombreux travaux en neurobiologie et en psychologie cognitive (Dehaene, 1997) apportent leurs briques à l'édifice. Par exemple, dès le jeune âge, chaque neurone a son adresse codée en termes de bases[8]. Bien sûr, les animaux ne démontrent pas de théorèmes. Les programmes inscrits dans leur cerveau – innés ou peut-être acquis – leur permettent par exemple de se diriger en recevant des données diverses. Le cerveau humain est plus développé et nous avons le quasi-privilège de la conscience. La démarche des mathématiciens n'est pas (pas encore, peut-être !) de passer par la correspondance entre mathématique et informatique pour déduire les théorèmes des programmes installés dans notre cerveau et pour exhiber le déraisonnable pouvoir des mathématiques. Mais « faire des mathématiques » consiste sans doute à décrypter ces programmes et très probablement, c'est un point absolument décisif, à les utiliser en dehors de leur simple adéquation à l'adaptation. Les mathématiques ne se font presque jamais à coup de chaînes de déductions élémentaires, fastidieuses et interminables. Elles utilisent un langage élaboré, celui des mathématiques, du même niveau de sophistication que l'anglais. Les milliards de neurones éventuellement connectés sont très grossièrement organisés en couches et en zones. Aux plus basses couches doit correspondre un langage du type λ-langage (Krivine, 1990) qui est le (ou un) langage élémentaire de l'informatique dans lequel sont codés les programmes avec un très petit nombre d'instructions élémentaires (3 pour le λ-langage). En « remontant » les couches et en utilisant une image très grossière vue la complexité du cerveau, on accède finalement aux langues naturelles et au langage utilisé pour le travail scientifique.

Revenons alors au problème mathématique (chez Morin, logique) et réalité. La grande majorité des mathématiciens sont platoniciens. Ce point de vue philosophique est exposé par un autre mathématicien français, Alain Connes (2000). Loin de l'idéalisme, loin d'un matérialisme mécaniste, à mon avis proche de Morin, Krivine offre une perspective claire : les mathématiques trouvent leur réalité dans notre cerveau grâce à la correspondance très précise entre les théorèmes que nous découvrons (démontrons) et les programmes qu'au cours des millions d'années l'évolution a installés dans notre cerveau. C'est là une réfutation de la thèse platonicienne par un passage profond d'une discipline à une autre. Le programme de travail sur la théorie de Krivine nécessite de dominer en profondeur deux disciplines qui se sont séparées il y a un demi-siècle et qui s'opposent tout en s'identifiant de nouveau. Dialogie !

Il faudrait revenir sur ce que dit Morin sur l'idéalisme, l'abstraction mathématique des théories scientifiques et leur concordance avec les « lois » de la nature ; et en particulier ce qui amène Morin à opposer, de manière peut-être rapide, le réel physique au réel noologique en reprenant des thèses de Whitehead sur la perte essentielle de substance que le passage au formalisme et à la modélisation mathématique impliquerait (*La Méthode* t. 4, 1991, chap. 2). Les lois de la physique sont des formules mathématiques, celles-ci sont des programmes qui nous permettent de nous adapter à une réalité physique qui ne se promène pas plus dans le ciel des idées que les mathématiques. Ces lois sont cependant obtenues à partir de démarches empiriques (qui dans la vie « courante » ont guidé l'adaptation), puis formalisées par des mathématiques, certes consubstantielles à notre cerveau mais là encore par un usage « détourné » des programmes permis à la pensée réflexive. La modélisation est un exemple central de ce processus.

Nous ne savons pas grand-chose des limites du pouvoir déraisonnable des mathématiques. Osons – il faut un minimum de provocation – l'hypothèse-fiction suivante : les tourments et l'impuissance actuelle de la physique théorique à franchir certaines étapes, la multiplication des théories mathématiques sur l'unification ou les moments ultimes du *Big bang* ne disent pas autre chose que : ces problèmes ne relèvent pas du type de programme dont nous disposons dans notre cerveau, il n'y a pas de mathématiques convenables pour les traiter ! Espérons que l'évolution ne mettra pas trop de millions d'années à les installer pour limiter le stress créé par cette incertitude.

J'en viens à ma conclusion en partant d'une citation de Morin :

> Le progrès scientifique contemporain correspond au développement d'une emprise de la computation (pensée calculante) sur la cogitation et à l'avènement d'une forme de rationalité qui se fonde sur le calcul. Ce qui a été atrophié dans ce développement c'est la réflexivité de la pensée sur elle-même. La nature manipulatoire de la computation a été surdéveloppée. Il n'y a excès de computation que parce qu'il y a insuffisance de pensée (*La Méthode*, t. 3, p. 124).

Les résultats de Krivine et de l'intuition évidente qu'ils développent sont au final purement calculatoires. Ils ont des conséquences déjà importantes sur notre conception du monde et auront à terme des conséquences incroyables, tant sur notre connaissance du cerveau que dans le développement des ordinateurs, des machines virtuelles, des réseaux. Le rêve et l'imagination passent aussi par les mathématiques !

Les exemples récents du détournement des mathématiques ne manquent certes pas, voir la crise financière et la réaction corporatiste qui a suivi. Il n'y a jamais d'excès de calcul, ou mieux de modélisation mathématique, si celui-ci n'est pas là pour masquer soit l'indigence des théories (l'économie), soit la vacuité du discours (certaines sciences sociales, y compris dans leur utilisation de concepts venus des sciences dites dures), soit la manipulation sordide (le risque financier).

L'absence de pensée réflexive n'est sûrement pas le propre des mathématiciens. L'œuvre considérable de Morin tranche par la recherche de la mise en cohérence des connaissances dans l'ensemble des sciences dures ou humaines. Elle appelle des développements nouveaux. À titre d'exemple socialement important, il faut que la dimension d'incertitude soit, comme celle de la complexité au sens de Morin qui l'englobe, au cœur de notre enseignement comme de notre conception du monde. Morin donne de manière très utile des règles comportementales pour faire face à l'incertitude. Cependant, au-delà, les analyses qualitative/quantitative sur l'incertitude sont essentielles si l'on veut sortir des aspects dogmatiques et quasi-cléricaux. Il faut faire du concept probabiliste de risque un fondement central de l'analyse politique. Les digressions interminables autour du principe de précaution (vue stérile de l'indispensable pensée écologique) apportent peu au citoyen et nuisent à certains aspects de la vie quotidienne et de la recherche comme elles nuisent à l'appréhension de vrais risques. L'habitude de formaliser les probabilités, de les calculer reste absente – remarquons que Morin, toujours en avance sur son temps, se dit choqué dans *Relier les connaissances* (2000, p. 53) que le hasard n'apparaisse nulle part dans les programmes. Ici la manipulation du citoyen vient non pas tant du manque de savoir calculer, mais de la difficulté de recevoir sans rejet instinctif et d'évaluer des informations quantitatives sur l'incertitude. La pensée réflexive doit se pencher en permanence aussi sur les insuffisances de calcul et pas seulement sur celles du calcul ! Notre *Planète Terre* ne souffre pas de la pensée computante mais bien, comme le dit Morin, du manque de pensée réflexive. Remercions-le d'indiquer ce chemin.

## NOTES

1. À cette époque, les probabilités relevaient de la section de physique du CNRS.
2. Les articles de Jean-Louis Krivine sont disponibles en ligne sur <http://www.pps.jussieu.fr:-krivine/>.
3. Hervé Poirier, « Toute pensée est un calcul », *Science et Vie*, nº 1013, fév. 2002, p. 40-57. David Perrin, *Le Lambda calcul. Le retour de Babel*, Belfort, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2002. En ligne sur <http://david.home.free.fr/index.php?post/2008/01/09/HE09-ex-HE02-Histoire-des-mathematiques>, consulté le 29/04/2011.
4. L'analogie n'amène de graves erreurs que dans son usage abusif. Morin (voir *La Méthode*, t. 4, 1991, p. 142) dit que la découverte surgit souvent de l'analogie. Les manuels scolaires effacent la trace de ce cheminement mental comme s'il devait être clandestin ! Tout ce qui suit est l'histoire de la transformation d'une analogie en correspondance aussi formelle que féconde.
5. Sur cet adjectif les opinions divergent. Traditionnellement, les plus intéressants sont ceux qui s'incarnent dans une réalité pas nécessairement physique (également biologique, pour la partie probabiliste), ou qui sont des enjeux internes aux mathématiques.
6. L'œuvre de Brouwer a motivé divers développements dans *La Méthode*. Je ne sais pas si Morin s'est intéressé aux dérives staliniennes du constructivisme.
7. Krivine a donné une preuve intuitionniste (très difficile) du théorème de Gödel donc sans utiliser le principe du tiers exclu.
8. La psychologie cognitive étudie comment les programmes installés dans le cerveau à la naissance, en particulier pour traiter des opérations arithmétiques les plus simples, pourraient se modifier lors d'un apprentissage précoce.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

CONNES, A., *Triangle de pensées*, Paris, Odile Jacob, 2000.

DEHAENE, S., *La Bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 1997.

KRIVINE, J.-L., *Lambda calcul types et modèles*, Paris, Masson 1990.