

# Identification et localisation des impacts par analyse inverse

## - Poutre et plaque-

Z. Boukria<sup>a</sup>, P. Perrotin<sup>a</sup>, A. Bennani<sup>b</sup>, A. Limam<sup>c</sup>

*a-LOCIE, CNRS FRE3220-Université de Savoie*

*Polytech' Savoie, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, France*

*b-Université de Lyon, France*

*Université de Lyon1, INRETS, LBMC, UMR-T9406*

*c-Université de Lyon, INSA Lyon, LGCIE*

*Bât Coulomb, 20 Avenue Einstein-69621 Villeurbanne cedex, France*

**Résumé :** *L'estimation des forces d'impact par des mesures directes, pour des structures qui sont dans des conditions réelles d'utilisation, est en pratique très difficile voire même impossible. Pour répondre à ce besoin il est souvent fait recours aux méthodes inverses, qui correspondent à la démarche inverse du problème direct : des réponses mesurées sur une structure donnée sont exploitées pour tenter d'en identifier les causes, qui en sont à l'origine. L'approche conduit à créer des fonctions de transfert entre les points d'impact et de mesure sur la structure que ce soit expérimentalement ou numériquement, à mesurer les réponses, et à reconstruire l'effort par déconvolution du signal. Il est connu que ce type de problème est souvent mal posé, et que les solutions trouvées peuvent ne pas être représentatives du problème réel, du fait de bruits de mesures. Pour obtenir une solution stable avec un sens physique, nous utilisons l'une des méthodes classiques de régularisation, tels que Tikhonov qui semble la plus appropriée. Le problème de caractérisation de l'impact devient plus complexe lorsque le point d'impact est inconnu, par conséquent, nous devons créer les fonctions de transfert entre plusieurs points d'impact et de mesure, et minimiser la fonctionnelle permettant dans un premier temps de localiser l'impact, et dans un second temps d'identifier la force d'impact.*

**Abstract :** *The estimate load by direct measures for structures that are in actual use is in practice very difficult or even impossible. For such problems, and in the case of geometry and simple boundary conditions, inverse methods can estimate the effort. The problem of identifying impact force on mechanical structures is the inverse of the direct problem: the use of measured responses on a given structure to try to identify the causes, i.e. the impact forces that are at the origin. The approach is to create the transfer functions between impact and measure points on structure experimentally or numerically, to measure responses, and to find the load by deconvolution of the signal. It is known that this type of problem is ill posed due to noise measures. To obtain a stable solution with a physical sense, we must stabilize it either by filtering noise, or by conventional methods of regulation, such as Tikhonov. The problem of characterization impact becomes more complex when impact location is unknown, hence we need to create the transfer functions between several impact and measuring point, and minimize the objective function, which allow in the first time to locate impact, and a second time to identify force impact history.*

**Mots clefs :** *problème inverse, identification, localisation, fonctions de transfert, poutre, plaque*

## 1 Introduction

La caractérisation (localisation et identification) des forces d'impact appliquées sur une structure en situation réelle est l'un des problèmes inverses les plus importants qui peut s'avérer très utile lors de phases de retour d'expériences sur l'évaluation de sollicitations. La technique d'identification des forces d'impact en utilisant des réponses mesurées sur une structure a été proposée par de nombreux chercheurs. Doyle [1,2,3,4] propose une méthode dans une série d'études visant à identifier la force de l'impact sur des structures simples (poutre et plaque) soumises à un impact. Les relations entre les déformations mesurées et la force appliquée ont été

obtenues à partir de la théorie classique des poutres et des plaques : les techniques dans le domaine temporel et fréquentiel ont ensuite été utilisées pour reconstruire l'effort d'impact. Yen et Wu [5], ont mis au point une méthode permettant de localiser et d'identifier la force de l'impact à partir de déformations enregistrées pour un certain nombre de points sur une plaque rectangulaire. Une fonctionnelle a été développée à partir de plusieurs mesures d'impact et de déformation entre différents couples (point de mesure, point d'impact). La localisation de l'impact revient à minimiser cette fonctionnelle, et la force d'impact est obtenue en minimisant la fonction d'erreur entre la force mesurée (ou calculée), et celle estimée.

## 2 Identification des impacts par analyse inverse (poutre et plaque)

### 2.1 Approche

Dans le cas d'une poutre ou d'une plaque, on peut utiliser une approche basée sur les fonctions de transfert entre point d'impact et point de mesure pour reconstruire l'effort. Ces fonctions de transfert peuvent être déterminées analytiquement [6], expérimentalement [7] ou numériquement. Une détermination expérimentale à l'aide d'essais de vibration ou d'impacts a l'avantage d'être applicable à tous types de structures, même complexes et tient compte des conditions aux limites réelles. La mesure de la réponse de la structure lors d'un choc peut être une accélération, un déplacement ou une déformation. Une fois la fonction de transfert construite et la réponse mesurée, il reste à déconvoluer les signaux, dans le domaine temporel ou fréquentiel. Dans le domaine temporel, la solution de l'équation de mouvement d'une se ramène après discrétisation à la résolution du système linéaire suivant :  $(E_j) = [H_{ij}](F_i) \dots(1)$

$$[H_{ij}] = \begin{pmatrix} H_{ij}(\Delta t) & 0 & & & 0 \\ H_{ij}(\Delta 2t) & H_{ij}(\Delta t) & \ddots & & \\ H_{ij}(\Delta 3t) & H_{ij}(\Delta 2t) & \ddots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ H_{ij}(n\Delta t) & H_{ij}((n-1)\Delta t) & \dots & \dots & H_{ij}(\Delta t) \end{pmatrix} \dots(2)$$

$(E_j)$  représente la réponse mesurée au point j,  $(F_i)$  représente la force d'impact appliquée au point i.

L'équation (1) représente le problème direct. Dans un problème inverse l'inconnue est  $(F_i)$ , l'inversion de l'équation (1) n'est pas simple car la matrice  $[H_{ij}]$  est souvent mal conditionnée, ce qui peut conduire à une solution instable et n'ayant pas de sens physique. Il faut donc régulariser le problème pour obtenir une solution physiquement acceptable. Une des hypothèses que nous pouvons faire est la contrainte de positivité de la solution : la force obtenue étant une force de choc, elle est toujours positive. Il est connu que ce type de problème est mal posé [8] et très instable ce qui conduit à une forte sensibilité de la réponse aux bruits de mesure. Pour obtenir une solution stable avec un sens physique, nous devons lisser la solution en utilisant une méthode de régularisation.

### 2.2 Méthode de régularisation

La méthode de régularisation que nous allons utiliser est la méthode de Tikhonov [8], qui procède par optimisation d'une fonction d'erreur construite au départ à partir de deux termes.

$$e = \min_{\{f\}} \left\| \{E\} - [H] \{f\} \right\|^2 + \beta \|f\|^2 \quad \dots \quad (4)$$

Le premier terme représente l'erreur entre les réponses mesurées et les réponses calculées à partir de la force estimée. Le second, représentant la norme du vecteur force pondérée par un paramètre  $\beta$  dit de régularisation, et qui a pour objet de rendre la méthode moins sensible aux incertitudes de mesure.

La complexité de la méthode de régularisation réside dans la détermination d'une valeur optimale du paramètre de régularisation  $\beta$  qui lui assure une précision et une robustesse suffisantes. Le paramètre optimal doit permettre de minimiser l'erreur entre les forces identifiées et les forces réelles or celles-ci constituent l'inconnue du problème et d'autre part,  $\beta$  dépend de paramètres tels que le type ou le niveau de bruits entachant les réponses mesurées qu'il est délicat de définir avec précision.

Dans notre cas, nous appliquons la méthode L-Curve qui permet de déterminer le paramètre de régularisation de manière graphique. Développée par Hansen [9] pour la régularisation au sens de Tikhonov, elle est basée sur le principe de recherche de l'optimum d'une fonctionnelle composée de deux termes, un résidu appelé RN (Residual Norm) et la norme de la solution, désignée par SN (Semi-Norm).

$$RN = \left\| \{E\} - [H] \{f\} \right\|^2 \quad \dots \quad (5) \quad SN = \left\| \{f\} \right\|^2 \quad \dots \quad (6)$$

La méthode consiste à représenter graphiquement l'évolution de SN en fonction de RN. Le paramètre de régularisation optimal correspond alors au point de courbure maximale.

### 2.3 Montage expérimental

Le dispositif expérimental est composé :

- d'une plaque en aluminium encastrée sur son pourtour dans un montage circulaire,
- d'une poutre en aluminium encastrée à une extrémité.

Nous avons effectué des essais d'impacts en différents points. Les dispositifs permettent d'enregistrer de façon synchronisée les efforts appliqués et les déformations induites.

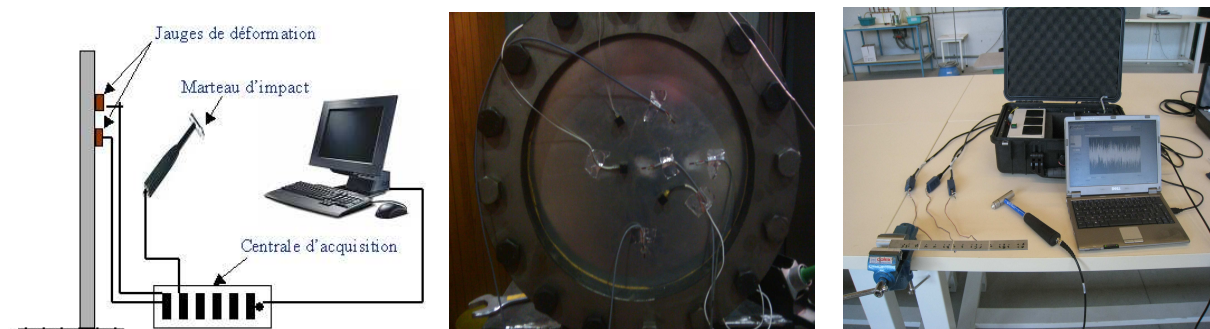


FIG. 1 – Montages expérimentaux – Identification

## 2.4 Résultats

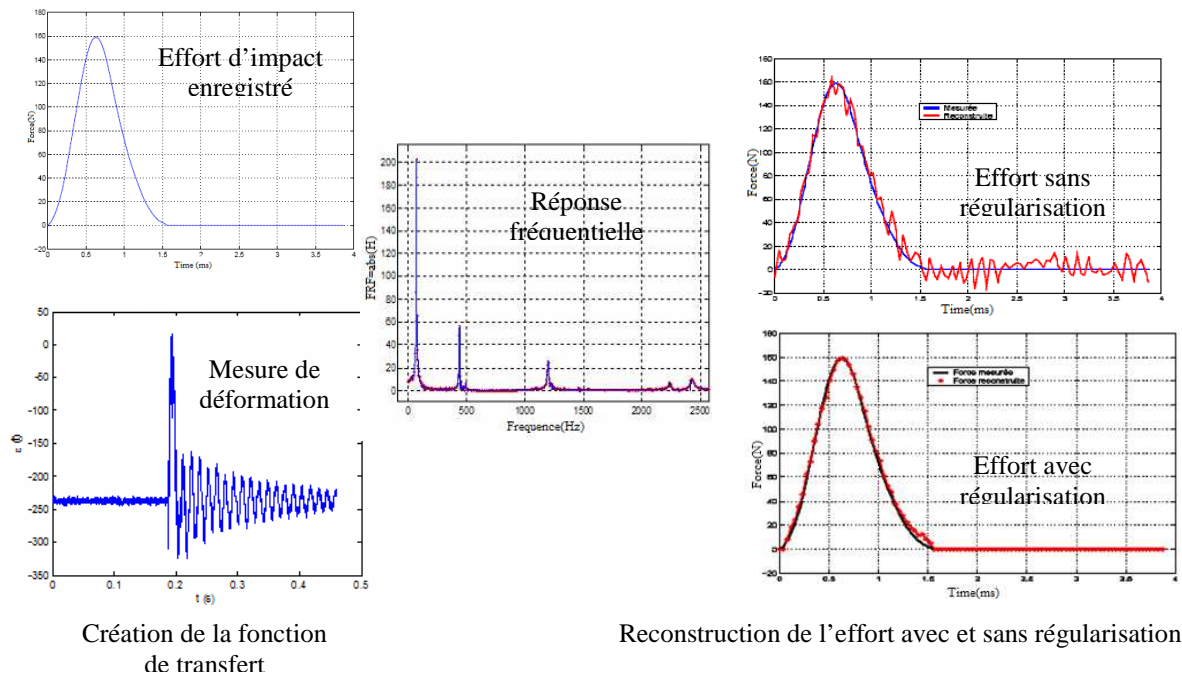


FIG. 2 – Résultats -Identification

On constate que si nous utilisons la fonction de transfert et une déformation mesurée sans traitement, l'effort reconstruit est perturbé et peut très rapidement diverger. Par contre, en utilisant la méthode de Tikhonov, qui est l'une des méthodes les plus utilisées pour régulariser les problèmes inverses, avec la détermination du paramètre de régularisation  $\beta$  utilisant la méthode L-Curve, il est possible d'obtenir un résultat de meilleure qualité. Expérimentalement on utilise la même démarche pour identifier l'impact dans le cas d'une poutre ou d'une plaque.

Pour montrer la nécessité d'avoir un paramètre optimal de régularisation, nous avons comparé une solution exacte, et une solution régularisée pour trois valeurs de  $\beta$ , qui correspondent à une sous-régularisation, une régularisation correcte, et une sur-régularisation, et on a constaté bien que la solution avec le bon paramètre de régularisation est la plus proche de la solution.

## 3 Caractérisation (identification et localisation) des impacts

### 3.1 Méthode

Le problème de caractérisation des impacts sur une structure devient plus complexe lorsque le point d'impact est inconnu. Pour résoudre ce problème nous utilisons une méthode [10] basée sur la minimisation d'une fonctionnelle créée à partir des fonctions de transfert entre les points d'impact formant un maillage sur la structure, et plusieurs points de mesure (au minimum 3 capteurs [11]).

On appliquant la technique d'identification des impacts à partir de plusieurs capteurs, nous obtenons la

fonctionnelle suivantes :

$$F = \min_{\{\tilde{f}\}} \sum_{i=1}^m \left\| \{\tilde{\epsilon}_i\} - [H_i] \{\tilde{f}\} \right\|^2 + \beta \|\tilde{f}\|^2 \dots (7)$$

$\{\tilde{\epsilon}_i\}$  est la déformation mesurée par le capteur  $i$  situé au point  $(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})$

$[H_i]$  est la fonction de transfert reliant  $\{\tilde{\epsilon}_i\}$  et  $\{\tilde{f}\}$  ,  $\beta$  est le paramètre de régularisation.

Pour localiser l'impact, on suppose un effort  $\{\tilde{f}_e\}$  appliqué en un point sur le grillage de la structure, qu'on va calculer à partir de la formule (8) et la déformation mesurée  $\{\tilde{\epsilon}_i\}$ . On peut donc construire un vecteur d'erreur entre les déformations mesurées et estimées :

$$E = \sum_{i=1}^m \frac{\left\| [H_i] \{\tilde{f}_e\} - \{\tilde{\epsilon}_i\} \right\|^2}{\left\| \{\tilde{\epsilon}_i\} \right\|^2} \dots (8)$$

Le point d'impact est obtenu en minimisant la fonctionnelle E. Dans le processus de minimisation, force  $\{\tilde{f}_e\}$  est recalculée pour chaque point d'impact supposé à l'aide de l'équation (7). Une fois le point d'impact localisé, la force d'impact est reconstruite par l'équation (7).

### 3.2 Résultats

Nous avons effectué un quadrillage sur la plaque et la poutre, et nous avons enregistré les déformations sur plusieurs jauges de déformations, après impact sur tous les points du quadrillage, ce qui nous a permis de créer les fonctions de transfert.

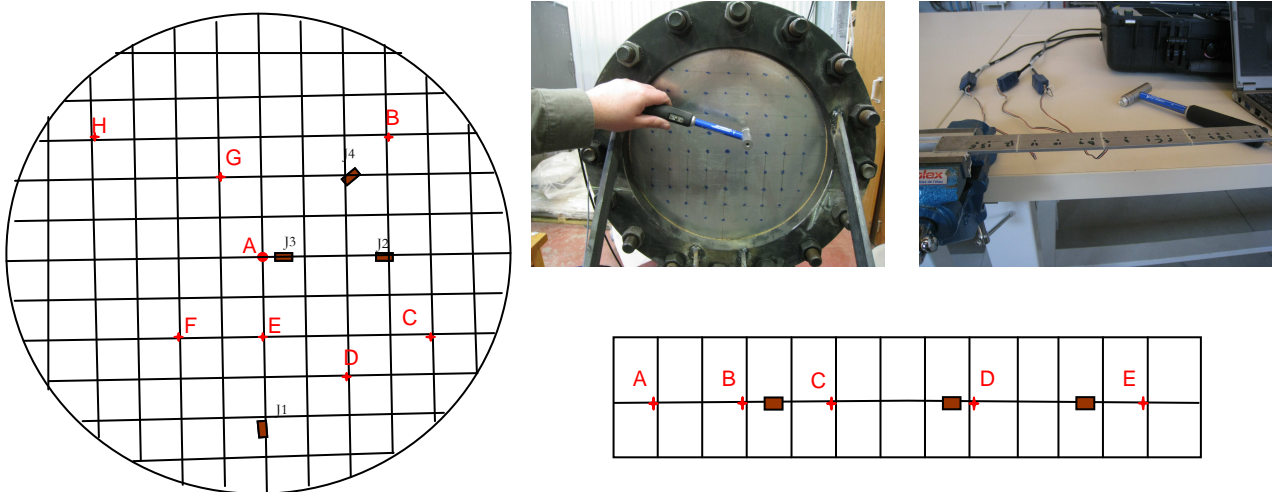


FIG. 2 – Résultats – Localisation

Après traitement des données sous Matlab, nous avons pu obtenir la position du point d'impact pour plusieurs impacts sur les points du quadrillage de la structure en minimisant la fonctionnelle qui fait intervenir la réponse enregistré (déformations) et les fonctions de transfert calculées.

### 3.3 Conclusion

Dans cette étude nous avons montré qu'il est possible de reconstruire et localiser les force d'impact expérimentalement, pour des structure simple de type poutre et plaque, avec un matériau linéaire, en utilisant les réponses mesurés, et les fonctions de transfert. L'utilisation de la méthode de régularisation de Tikhonov, et la méthode L-curve pour le choix optimal du paramètre de régulation permet d'obtenir de bons résultats. Les fonctions de transfert entre différent point d'impact formant un quadrillage sur la structure, et les mesures enregistrées sur différents capteurs, permettent de localiser un point d'impact sur le quadrillage, et ainsi pouvoir reconstruire la force d'impact.

## References

- [1] J. F. Doyle, An experimental method for determining the dynamic contact law, *Experimental Mechanics* 24, no. 4, 265-270, 1984
- [2] J. F. Doyle, Further developments in determining the dynamic contact law, *Experimental Mechanics*, 24, no. 4, 265-270, 1984
- [3] J. F. Doyle, Determining the contact force during the transverse impact of plates *Experimental Mechanics*, 27, no. 1, 68-72, 1987
- [4] J. F. Doyle, Experimentally determining the contact force during the transverse impact of an orthopic plate, *Journal of Sound and Vibration*, 118, no. 3, 441-448, 1987
- [5] C. S. Yen and E. Wu, On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact, part II: Experimental verification end further applications, *Journal of Applied Mechanics* 62, no. 3, 699-705, 1995.
- [6] M. Géradin and D. Rixen, *Théorie des vibrations: application à la dynamique des structures*, MASSON, (Paris), 1993
- [7] E. Jacquelin, A. Bennani and P. Hamelin, Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem, *Journal of Sound and Vibration*, 265, 81-107, 2003.
- [8] A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin, *Solutions of ill-posed problems*, Wiley, 1977.
- [9] P. C. Hansen , *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems*, Tech. Report, IMM-REP 99-15, Dept. of Math. Model. Tech. Univ. of Denmark, 1999
- [10] N. HU and H. FUKUNAGA, A new method for health monitoring of composite structures through identification of impact force, *Journal of Advanced Science*, 17, no.1&2, 82-89, 2005.
- [11] A. Salehian, identification the location of a sudden damage in composite laminates using wavelet approach, rapport de thèse, Worcester Polytechnic Institute, Juin 2003.